



**ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΜΕΣΟΓΕΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ**

**ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ**

---

**Επιλογή και Ανάλυση Χαρτοφυλακίου με την  
Αρχή της Μέγιστης Εντροπίας**

---

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

---

Εισηγητής: Μαϊντινέλ Χίμα, Α.Μ. 1103

Επιβλέπων: Ιωάννης Δημοτίκαλης

©  
2023



**HELLENIC MEDITERRANEAN UNIVERSITY**

**SCHOOL OF MANAGEMENT AND ECONOMICS  
SCIENCE**

**DEPARTMENT OF MANAGEMENT SCIENCE AND  
TECHNOLOGY**

---

**Portfolio Selection and Analysis with  
Max Entropy Principle**

---

**DIPLOMA THESIS**

---

Student : Majdinel Hima, A.M. 1103

Supervisor : Ioannis Dimotikalis

©  
2023

**Υπεύθυνη Δήλωση** : Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της πτυχιακής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην πτυχιακή εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η πτυχιακή εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος σπουδών του Τμήματος Διοικητικής Επιστήμης και Τεχνολογίας του ΕΛ.ΜΕ.ΠΑ.

## Ευχαριστίες

Η παρούσα Πτυχιακή Εργασία δεν θα μπορούσε να ολοκληρωθεί επιτυχώς εάν δεν υπήρχε προσωπική προσπάθεια αλλά και βοήθεια από τον περίγυρό μου.

Θα ήθελα λοιπόν να ευχαριστήσω πρώτα τον καθηγητή μου κ. Ιωάννη Δημοτίκαλη που στάθηκε αρωγός στην προσπάθειά μου, με στήριξε όποτε του το ζήτησα και με καθοδήγησε ώστε να παρουσιάσω ένα άρτιο αποτέλεσμα.

Στο ίδιο πλαίσιο ευγνωμοσύνης, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους του καθηγητές του τμήματος Διοίκησης Επιχειρήσεων, για τη συμβολή τους στην επιστημονική μου συγκρότηση όλα αυτά τα χρόνια.

Και τέλος, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ από καρδιάς, στην οικογένειά μου, που με βοήθησε να μην περικλείω από τον στόχο μου καθώς και στους φίλους μου, για την ηθική, ψυχολογική αλλά και πρακτική συνεισφορά τους στο εγχείρημά μου.

## Περίληψη

Η επιλογή επενδυτικού χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας την αρχή της Μέγιστης Εντροπίας είναι το θέμα της παρούσας Εργασίας. Η κλασική προσέγγιση της «σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου» που προτάθηκε από τον Markowitz χρησιμοποιεί την διακύμανση του χαρτοφυλακίου, ως μέτρο του κινδύνου του επενδυτή, με στόχο τη δημιουργία χαρτοφυλακίων χαμηλού κινδύνου. Η προσέγγιση της μέγιστης εντροπίας χρησιμοποιεί την εντροπία ως μέτρο της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου που επίσης είναι σημαντικό κριτήριο για επενδυτικές αποφάσεις. Τα βασικά σημεία των 2 προσεγγίσεων παρουσιάζονται στο θεωρητικό μέρος της εργασίας. Στη συνέχεια γίνεται εφαρμογή σε χαρτοφυλάκιο 5 μετοχών από το Ελληνικό Χρηματιστήριο. Χρησιμοποιώντας τις ημερήσιες αποδόσεις των μετοχών στην περίοδο 2018-23 συγκρίνονται 4 χαρτοφυλάκια που προκύπτουν από τις 2 μεθοδολογίες.

**Λέξεις Κλειδιά :** Διαχείριση χαρτοφυλακίου, Ελληνικό Χρηματιστήριο, Μέγιστη Εντροπία, Μοντέλο Markowitz, Κίνδυνος χαρτοφυλακίου.

## **Abstract**

The selection of an investment portfolio using the Maximum Entropy Principle is the subject of this thesis. The classical approach of "modern portfolio theory" proposed by Markowitz uses portfolio variance as a measure of investor risk, with the aim of creating low-risk portfolios. The maximum entropy approach uses entropy as a measure of portfolio diversification which is also an important criterion for investment decisions. The main points of the 2 approaches are presented in the theoretical part of the thesis. Then it is applied to a portfolio of 5 stocks from the Greek Stock Exchange. Using the daily stock returns in the period 2018-23, 4 portfolios resulting from the 2 methodologies are compared.

**Keywords:** Portfolio Management, Greek Stock Exchange, Max Entropy, Markowitz Model, Portfolio Risk.

## Πίνακας Περιεχομένων

ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	10
1.1 Ορισμός Χαρτοφυλακίου.....	12
1.2 Θεωρία Χαρτοφυλακίου.....	12
1.3 Παραδοσιακή και Σύγχρονη Θεωρία Διαχείρισης Χαρτοφυλακίου.....	13
1.4 Απόδοση χρεογράφων.....	14
1.5. Αναμενόμενη απόδοση (μέση απόδοση) και κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου.....	15
1.5.1 Ορισμός αναμενόμενης και Μέτρα Απόδοσης μιας μετοχής.....	17
1.5.2 Κατηγορίες κινδύνου.....	18
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Μοντέλο Markowitz στη διαχείριση χαρτοφυλακίου.....	20
2.1 Η ιστορία και ανάδειξη του H. Markowitz.....	20
2.2 Το μοντέλο του H. Markowitz.....	21
2.2.1 Υποθέσεις μοντέλου Markowitz.....	22
2.2.2 Στάδιο 1ο: Ανάλυση χαρακτηριστικών των μετοχών.....	22
2.2.3 Στάδιο 2ο: Ανάλυση Χαρτοφυλακίου.....	28
2.2.4 Στάδιο 3ο: Επιλογή Χαρτοφυλακίου.....	33
2.2.5 Μειονεκτήματα του μοντέλου Markowitz.....	37
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : Εντροπία και Διαφοροποίηση Χαρτοφυλακίων.....	38
3.1 Ιστορία της Εντροπίας και των Χαρτοφυλακίων.....	38
3.2 Συνεισφορές Εντροπίας και Θεωρίας των Χαρτοφυλακίων στην Τεχνολογία.....	41
Κεφάλαιο 4 : Εφαρμογή σε δεδομένα Ελληνικού Χρηματιστηρίου.....	43
4.1 Περιγραφή Προτεινόμενου Χαρτοφυλακίου Μετοχών.....	43
4.1.1 ΔΕΗ Α.Ε (PPC.AT).....	44
4.1.2 MOTOR OIL (ΜΟΗ.ΑΤ).....	44
4.1.3 ΟΠΑΠ (ΟΡΑΡ.ΑΤ).....	45
4.1.4 ΟΤΕ (ΗΤΟ.ΑΤ).....	45
4.1.5 LAMDA DEVELOPMENT(LAMDA.ΑΤ).....	46
4.1.6 ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ (ΕΤΕ.ΑΤ).....	46
4.1.7 ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ (ΜΥΤΙΛ.ΑΤ).....	47
4.2 Χαρακτηριστικά Επιλεγμένων Μετοχών.....	47
4.3 Ανάλυση Δεδομένων των Επιλεγμένων Μετοχών.....	49
4.4 Υπολογισμός Αποδόσεων, Τυπικών Αποκλίσεων, και Διακυμάνσεων.....	50
4.5 Χαρτοφυλάκιο Markowitz.....	50
4.6 Απόδοση και Διακύμανση Χαρτοφυλακίου.....	52

4.6.1 Υπολογισμοί Χαρτοφυλακίων με χρήση Excel.....	52
4.6.2 Υπολογισμός Χαρτοφυλακίων Ελαχίστου Κινδύνου (Markowitz) και Sharpe .....	53
4.6.3 Χαρτοφυλάκια Μέγιστης Εντροπίας (Μέγιστης Διαφοροποίησης) .....	57
4.6.4. Σύγκριση αποδόσεων χαρτοφυλακίων στην περίοδο αξιολόγησης .....	61
5 Συμπεράσματα .....	64
Βιβλιογραφία .....	67



## **Πίνακας Διαγραμμάτων**

Διάγραμμα 1: Συστηματικός και Μη-Συστηματικός Κίνδυνος

Διάγραμμα 2: Σύνορο Αποδοτικών Χαρτοφυλακίων

Διάγραμμα 3 : Καμπύλες Αδιαφορίας Επενδυτή Χαρτοφυλακίου

Διάγραμμα 4: Βέλτιστο Χαρτοφυλάκιο

Διάγραμμα 5: Ανάλυση Χαρτοφυλακίου

Διάγραμμα 6: Εντροπία Χαρτοφυλακίου

Διάγραμμα 7: Πίνακας Συνδιακύμανσης

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στο θέμα της διαχείρισης χαρτοφυλακίου, το οποίο αποτελεί ένα σημαντικό κομμάτι του χρηματοοικονομικού τομέα. Η διαχείριση ενός χαρτοφυλακίου απαιτεί προσεκτική ανάλυση και λήψη αποφάσεων σχετικά με τη σύνθεση των επενδύσεων, την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο.

Στην εργασία αυτή, εξετάζονται οι θεωρητικές αρχές που διέπουν τη διαχείριση χαρτοφυλακίου, καθώς και οι σύγχρονες μέθοδοι και προσεγγίσεις που χρησιμοποιούνται στην πράξη. Θα εξεταστούν οι έννοιες της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου και θα παρουσιαστούν οι κατηγορίες κινδύνου που μπορεί να αντιμετωπίσει ο επενδυτής.

Ένας σημαντικός πυλώνας στην εργασία αυτή είναι το μοντέλο του Markowitz για τη διαχείριση χαρτοφυλακίου. Αναλύονται οι υποθέσεις του μοντέλου και παρουσιάζονται τα στάδια που περιλαμβάνει, όπως χαρακτηριστικά είναι η ανάλυση των ιδιοτεροτήτων των μετοχών, η ανάλυση του χαρτοφυλακίου και η επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου.

Παρουσιάζεται επίσης η χρήση της εντροπίας ως μέτρο της διαφοροποίησης χαρτοφυλακίου που αποτελεί εναλλακτικό κριτήριο για την επιλογή χαρτοφυλακίου με κριτήριο τη μέγιστη διαφοροποίηση.

Συνολικά η εργασία περιλαμβάνει 5 κεφάλαια. Στο 1<sup>ο</sup> κεφάλαιο γίνεται αναφορά στη θεωρία του χαρτοφυλακίου, στην έννοια του κινδύνου και της απόδοσης. Στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο παρουσιάζεται το μοντέλο του Markowitz για την επιλογή χαρτοφυλακίου με τον μικρότερο κίνδυνο και το αποτελεσματικό σύνορο (efficient frontier) ενός χαρτοφυλακίου. Στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο παρουσιάζεται η έννοια της εντροπίας και η χρήση του κριτηρίου μέγιστης εντροπίας για την επιλογή της σύνθεσης ενός χαρτοφυλακίου. Στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο εφαρμόζονται οι 2 προσεγγίσεις (Markowitz-ελάχιστου κινδύνου και μέγιστης εντροπίας) για την δημιουργία 4 χαρτοφυλακίων μετοχών από το Ελληνικό Χρηματιστήριο με δεδομένα ημερήσιες τιμές της περιόδου 2018-2023. Τέλος στο τελευταίο 5<sup>ο</sup> κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα και οι προτάσεις.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Επενδυτικά Χαρτοφυλάκια**

Το κεφάλαιο 1 μας εισάγει στον κόσμο του χαρτοφυλακίου, μιας συλλογής επενδυτικών αξιογράφων που κατέχονται από ένα άτομο, μια εταιρεία ή μια οντότητα. Αναλύονται οι θεωρητικές αρχές που διέπουν τη σύνθεση και τη διαχείριση ενός χαρτοφυλακίου. Η παραδοσιακή θεωρία χαρτοφυλακίου ασχολείται με την εύρεση της βέλτιστης σύνθεσης του χαρτοφυλακίου, λαμβάνοντας υπόψη τους επενδυτικούς στόχους του επενδυτή, την αναλογία κινδύνου-απόδοσης και τη διαχείριση των αποδόσεων και των κινδύνων. Αναλύονται επίσης μέθοδοι αξιολόγησης αγορών και αξίας.

Η σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου επεκτείνει την παραδοσιακή θεωρία με τη χρήση πιο προηγμένων μοντέλων και τεχνικών. Περιλαμβάνει την αξιοποίηση της στατιστικής ανάλυσης και της μοντελοποίησης για την πρόβλεψη των αποδόσεων και των κινδύνων. Η σύγχρονη θεωρία επίσης δίνει έμφαση στη διαχείριση της ποικιλομορφίας των αξιογράφων στο χαρτοφυλάκιο. Η απόδοση των χρεογράφων αναφέρεται στην απόδοση ενός χρεογράφου, το οποίο είναι ένας εκδότης που εκδίδει ομόλογα. Η απόδοση μπορεί να προέρχεται από τόκους, κέρδη κεφαλαίου ή άλλες μορφές αποζημίωσης. Η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου αναφέρεται στη μέση απόδοση που αναμένεται από τις επενδύσεις στο χαρτοφυλάκιο. Συνήθως υπολογίζεται ως μέση τιμή των αποδόσεων των αξιογράφων με βάση ιστορικά δεδομένα.

Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου αναφέρεται στο επίπεδο αβεβαιότητας ή δυνητικής απώλειας που συνδέεται με τις επενδύσεις του. Κατηγορίες κινδύνου περιλαμβάνουν το συστηματικό κίνδυνο, που συνδέεται με τη γενική κατάσταση της οικονομίας και των χρηματοοικονομικών αγορών, και τον αδιακρισία κίνδυνο, που αφορά τις ειδικές κινδύνους που συνδέονται με τις επιμέρους επενδύσεις. Κατανοώντας αυτές τις έννοιες, ο επενδυτής μπορεί να προσαρμόσει τη σύνθεση του χαρτοφυλακίου του με σκοπό να επιτύχει τους επενδυτικούς του στόχους και να διαχειρίζεται τους κινδύνους με συνετό τρόπο.

## 1.1 Ορισμός Χαρτοφυλακίου

Το «χαρτοφυλάκιο» αναφέρεται σε έναν συνδυασμό από αξιόγραφα και περιουσιακά στοιχεία, όπως είναι οι μετοχές, τα ομόλογα, οι δείκτες, τα μετρητά, τα αμοιβαία κεφάλαια, τα έντοκα γράμματα δημοσίου, τους τίτλους ιδιοκτησίας και άλλα. Κάθε επενδυτικό χαρτοφυλάκιο περιλαμβάνει όλα τα παραπάνω. Η δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου έχει ως στόχο, τη μέγιστη δυνατή απόδοση με τον ελάχιστο επενδυτικό κίνδυνο.

## 1.2 Θεωρία Χαρτοφυλακίου

Η θεωρία του χαρτοφυλακίου, προσδιορίζει εν γένει τις απαραίτητες δράσεις που πρέπει να ακολουθήσει ένας επενδυτής για να επιλέξει έναν ιδανικό συνδυασμό αξιογράφων που διαθέτει. Το πιο σπουδαίο είναι όταν αποτελεί συνδυασμό της αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου, που έχει ως αποτέλεσμα την μεγιστοποίηση της χρησιμότητας του επενδυτή (Markowitz, 1952,1959).

Από τον Markowitz, η ανάλυση ήρθε μέσα από τρία στάδια: αρχικά τον προσδιορισμό των εναλλακτικών χαρτοφυλακίων, έπειτα την αξιολόγηση και επιλογή των διαθέσιμων χρεογράφων και τρίτων την επιλογή τους μέσα από τις καμπύλες αδιαφορίας.

Αρχικά, στο πρώτο στάδιο, του προσδιορισμού των εναλλακτικών χαρτοφυλακίων, ο επενδυτής εξετάζει με ακρίβεια την κάθε εναλλακτική διαθέσιμη επενδυτική επιλογή και έπειτα αναλύει τα χαρακτηριστικά και τις παραμέτρους της. Χαρακτηριστικά είναι η απόδοση, ο κίνδυνος και η διαθεσιμότητα.

Έπειτα στην αξιολόγηση και επιλογή των διαθέσιμων χρεογράφων, ο επενδυτής αναλύει τα διαθέσιμα χρεόγραφα και τα αξιολογεί σε σχέση με τον κίνδυνο και την απόδοσή τους. Η ανάλυση, περιλαμβάνει συνήθως τον υπολογισμό του αναμενόμενου αποτελέσματος των πιθανών αλλαγών της τιμής και του κινδύνου.

Ενώ τέλος, στο στάδιο της επιλογής του χαρτοφυλακίου με τη μέγιστη δυνατή χρησιμότητα με τις καμπύλες αδιαφορίας, ο επενδυτής επιλέγει το χαρτοφυλάκιο που έχει τη μέγιστη δυνατή χρησιμότητα γι' αυτόν. Αυτό γίνεται με τη χρήση των καμπυλών αδιαφορίας, οι οποίες απεικονίζουν τον συνδυασμό της απόδοσης και του κινδύνου που είναι αποδεκτός από την

μεριά του επενδυτή. Στην ουσία, η καμπύλη αδιαφορίας αποτελεί μια γραφική απεικόνιση των προτιμήσεων του επενδυτή όσον αφορά τον συνδυασμό απόδοσης και κινδύνου.

Γενικά, η θεωρία της ανάλυσης χαρτοφυλακίου αποσκοπεί στη βελτιστοποίηση της επένδυσης ενός ατόμου, προσδιορίζοντας τον βέλτιστο συνδυασμό απόδοσης και κινδύνου για ένα χαρτοφυλάκιο. Η θεωρία αυτή, είναι διαδεδομένη στη χρηματοοικονομική αγορά και συμβάλλει στη μείωση του κινδύνου των επενδύσεων και στη βελτίωση των αποτελεσμάτων.

### **1.3 Παραδοσιακή και Σύγχρονη Θεωρία Διαχείρισης Χαρτοφυλακίου**

Η παραδοσιακή θεωρία διαχείρισης χαρτοφυλακίου βασίζεται στην αρχή της διασποράς του κινδύνου μεταξύ διαφορετικών ειδών επενδύσεων, όπως είναι τα ακίνητα, οι μετοχές, και τα ομόλογα. Η βασική αρχή είναι ότι το χαρτοφυλάκιο πρέπει να περιλαμβάνει διάφορα είδη επενδύσεων για να μηδενιστεί όσο είναι εφικτό ο κίνδυνος και να αυξηθεί η απόδοση. Στον αντίποδα έρχεται η σύγχρονη θεωρία διαχείρισης χαρτοφυλακίου, η οποία υποστηρίζει πως η διαφοροποίηση μπορεί να επιτευχθεί και μέσω της επιλογής συγκεκριμένων τομέων ή κλάδων της αγοράς, που έχουν υψηλότερη πιθανότητα να αποδώσουν θετικά, ανεξάρτητα από την κατάσταση της αγοράς εκείνης της περιόδου.

Όσον αφορά την σύγχρονη θεωρία διαχείρισης χαρτοφυλακίου, επικεντρώνεται περισσότερο στη χρήση νεότερων και ακριβέστερων μεθόδων και εργαλείων ανάλυσης δεδομένων, όπως δηλαδή η τεχνητή νοημοσύνη, η μηχανική μάθηση και η ανάλυση μεγάλων δεδομένων (big data), που ως σκοπό έχουν την βελτίωση της απόδοσης και της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου.

Επιπλέον, η σύγχρονη θεωρία, δίνει μεγαλύτερη έμφαση στη διαχείριση των κινδύνων και της αβεβαιότητας, καθώς και στη βελτίωση της ανθεκτικότητας του χαρτοφυλακίου σε αλλαγές στις συνθήκες της αγοράς και στην προστασία της από πιθανές αρνητικές επιδράσεις.

Τέλος, στην σύγχρονη θεωρία αναγνωρίζετε η σημασία της κοινωνικής και περιβαλλοντικής αντίληψης στη διαχείριση των επενδυτικών πόρων και στη διαμόρφωση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου κατά την πάροδο του χρόνου, μακροπρόθεσμα.

## 1.4 Απόδοση χρεογράφων

Απόδοση χρεογράφων αποτελεί, το κέρδος που λαμβάνει ο επενδυτής σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα ανάμεσα στον χρόνο  $t-1$  και τον χρόνο  $t$ . Η διαφορά στην τιμή που θα δημιουργηθεί μεταξύ των 2 περιόδων και η καταβολή του μερίσματος στην περίοδο  $t$  είναι μερικά από τα στοιχεία που απαρτίζουν την απόδοση.

Για χρονικό διάστημα ίσως θεωρούνται οι ημέρες, οι μήνες και τα λοιπά. Έτσι, όταν υπολογιστούν και συγκριθούν στην απόδοσή τους 2 χρεόγραφα, το αποτέλεσμα θα είναι πιο αντικειμενικό, εάν βασιστεί σε ποσοστά με γνώμονα το αρχικό σκέλος της επένδυσης και μέσα σε μια χρονική περίοδο.

Η σχέση που παρουσιάζεται η απόδοση είναι η εξής:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} + \frac{D_t}{P_{t-1}} \quad (1.1)$$

όπου  $R_t$  η απόδοση στη χρονική περίοδο

$P_t$  η τιμή του χρεογράφου στη χρονική στιγμή  $t$

$P_{t-1}$  η τιμή του χρεογράφου την χρονική στιγμή  $t-1$

$D_t$  το καταβαλλόμενο μερίσμα την χρονική στιγμή  $t$

Στο πρώτο τμήμα, γίνεται κατανοητή η κεφαλαιακή απόδοση, η οποία γεννάται από την χρόνια εξέλιξη της τιμής ενός χρεογράφου. Αυτή η εξέλιξη, έχει την δυνατότητα να έχει 3 ειδών αποτελέσματα: να είναι μηδέν, αρνητική ή θετική.

Στο παρακάτω τμήμα, το δεύτερο είναι γνωστό ως μερισματική απόδοση και εξαρτάται από την πολιτική της εταιρείας που συνήθως δεν είναι γνωστή εκ των προτέρων. Στο πρώτο μέρος γίνεται αντιληπτό, ότι το χρεόγραφο δεν μας αναδεικνύει με βεβαιότητα την απόδοσή του.

Έτσι, θα γίνει χρήση της μέσης απόδοσης ενός χρεογράφου η οποία είναι η εξής:

$$R = \frac{R_1 R_2 + \dots R_t}{t} \quad (1.2)$$

### **1.5. Αναμενόμενη απόδοση (μέση απόδοση) και κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου**

Όταν κάποιος επενδυτής λαμβάνει μια απόφαση, είναι απαραίτητο να έχει κατά νου δύο κρίσιμους παράγοντες: τον κίνδυνο και την αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου.

Το τελευταίο, δείχνει το κέρδος που προσδοκά ένας επενδυτής από τη συλλογή του για ορισμένη διάρκεια. Για να υπολογιστεί αυτό, οι επενδυτές συνήθως συνοψίζουν τις αναμενόμενες αποδόσεις κάθε περιουσιακού στοιχείου ξεχωριστά το οποίο είναι γραμμένο στο χαρτοφυλάκιό τους, ενώ διασφαλίζουν ότι κατανέμονται σωστά με βάση τη βαρύτητα.

Αντίθετα, ο κίνδυνος περιγράφει την ασάφεια ή την αστάθεια των κερδών που θα μπορούσε να συναντήσει ένας χρηματοδότης από τις επενδύσεις του. Η έκταση της απόκλισης από το αποτέλεσμα, μπορεί να μετρηθεί με τον υπολογισμό της τυπικής διακύμανσης των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Κανονικά, ο μεγαλύτερος κίνδυνος παρέχει πιο σημαντικά πιθανά κέρδη αλλά και μεγαλύτερη πιθανή απώλεια, καθώς δεν μπορεί κανείς να είναι σίγουρος.

Για να επιτύχουν τους επενδυτικούς τους στόχους, οι επενδυτές πρέπει να δημιουργήσουν ισορροπία μεταξύ του προβλεπόμενου κέρδους και των κινδύνων του χαρτοφυλακίου τους. Η αβεβαιότητα και ο κίνδυνος συναντούν ισχυρότερη αναμενόμενη απόδοση. Ωστόσο, εάν έχουν εκτεταμένο χρονικό πλαίσιο ή μεγαλύτερη ανοχή κινδύνου, οι επενδυτές μπορεί να αναλάβουν μεγαλύτερους κινδύνους με μεγαλύτερη ευκολία, μιας και η ζημίωση μπορεί να καθυστερήσει να εμφανιστεί ή να μην εμφανιστεί και καθόλου. Από την άλλη πλευρά, εκείνοι με περιορισμένη αυτοπεποίθηση ή με χαμηλά περιθώρια επιτυχίας, που δεν ρισκάρουν, μπορεί να επιλέξουν λιγότερο επικίνδυνες επενδύσεις, οι οποίες όμως παρέχουν κατώτερα αναμενόμενα κέρδη, από το να επενδύσει κανείς περισσότερα.

Η τεχνική της διεύρυνσης του επενδυτικού χαρτοφυλακίου είναι μια μέθοδος που χρησιμοποιείται συχνά για τον μετριασμό του κινδύνου των επενδύσεων. Καθένας μπορεί να διασκορπίσει τις επενδύσεις σε μια ποικιλία περιουσιακών στοιχείων, που διαθέτει διαφορετικούς βαθμούς δυνητικού κέρδους αλλά παράλληλα και ζημίας. Έτσι, οι επενδυτές μπορούν να αποφύγουν την έκθεση σε επικίνδυνες συνθήκες που μπορούν να αποβούν καταστροφικές και να στοχεύουν στην επίτευξη των αναμενόμενων κερδών. Επιπλέον, η τακτική αναπροσαρμογή των συμμετοχών στο εν λόγω χαρτοφυλάκιο, συμβάλλει σημαντικά στη διατήρηση των επιθυμητών επιπέδων στην ανοχή του κινδύνου και στην απόδοση της επένδυσης μακροπρόθεσμα.

Όταν εξετάζουν επενδυτικές επιλογές, οι επενδυτές, θεωρούν ως θεμελιώδες παράγοντα την αναμενόμενη ανταμοιβή ενός χαρτοφυλακίου. Η προβλεπόμενη απόδοση είναι η αξία του εισοδήματος που προβλέπετε ότι ένας επενδυτής θα αποκτήσει από τη νομισματική του επιχείρηση, ενώ ο κίνδυνος υποδηλώνει την πιθανότητα να υποστούν ζημιές ή να μην επιτευχθούν οι επιθυμητές αποδόσεις.

Σύμφωνα με τις θεωρίες που προτάθηκαν από τον Markowitz, ένα σύγχρονο χαρτοφυλάκιο θα μπορούσε ενδεχομένως να είναι ακίνδυνο εάν κάποιος διαφοροποιήσει τις επενδύσεις του σε διαφορετικές κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων. Αυτό σημαίνει να πραγματοποιηθεί επένδυση σε εμπορεύματα, μετοχές και ομόλογα. Η διαφοροποίηση των επενδυτικών επιλογών, θα μειώσει τους συνολικούς κινδύνους και θα τους κατανείμει ομοιόμορφα σε πολλαπλές πηγές εσόδων. (Markowitz, 1952)

Το αποτέλεσμα του πιθανού κέρδους μιας επένδυσης, επηρεάζεται από τον συνδυασμένο μέσο όρο των πιθανών κερδών από κάθε ξεχωριστή κατοχή στην εν λόγω ποικιλία. Το ποσοστό που κατανέμεται σε κάθε στοιχείο, διαμορφώνει τον αντίκτυπό του στην επένδυση του ομίλου στο σύνολό της. Μπορεί να υπολογιστεί, αθροίζοντας τις σταθμισμένες αξίες κάθε περιουσιακού στοιχείου και τις αντίστοιχες αναμενόμενες αποδόσεις τους. Η συνολική τιμή αντιπροσωπεύεται από αυτόν τον τύπο: Αναμενόμενη απόδοση χαρτοφυλακίου =  $\sum$  (Σταθμισμένη αξία για το στοιχείο  $i$  x Αναμενόμενη απόδοση επένδυσης για το στοιχείο  $i$ ).

Το επίπεδο κινδύνου του χαρτοφυλακίου μετράτε είτε από την τυπική απόκλιση είτε από τη διακύμανσή του. Ο βαθμός στον οποίο οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου κυμαίνεται



αποτυπώνεται με την τυπική απόκλιση. Μια υψηλότερη τιμή για αυτήν τη μέτρηση υποδηλώνει ανάλογη αύξηση στον κίνδυνο που σχετίζεται με την κατοχή του συγκεκριμένου χαρτοφυλακίου.

Ένας τρόπος για να αξιολογήσουν οι επενδυτές τον κίνδυνο του επενδυτικού τους μείγματος και να μην σταθούν έκπληκτοι μπροστά σε μία αποτυχημένη προσπάθεια, είναι να χρησιμοποιήσουν έναν υπολογισμό του λόγου Sharpe. Ο λόγος Sharpe (Ratio) αξιολογεί πόση απόδοση θα υπερβαίνει αυτή που θα είχε προκύψει από μια επιλογή εντελώς ακίνδυνη (όπως είναι τα κρατικά ομόλογα) και όλα αυτά τα συνυπολογίζει σε οποιοδήποτε επίπεδο επενδυμένης αβεβαιότητας ή κινδύνου. Κατά την εξέταση της απόδοσης κάποιου χαρτοφυλακίου, μπορεί καθένας να υπολογίσει το Sharpe Ratio του. Αυτός ο λόγος προκύπτει, διαιρώντας τη διαφορά μεταξύ της επικείμενης απόδοσης του εν λόγω χαρτοφυλακίου και του επιτοκίου άνευ κινδύνου με την τυπική απόκλιση.

Συμπερασματικά, κατά τη λήψη επενδυτικών αποφάσεων, οι επενδυτές λαμβάνουν υπόψη βασικούς παράγοντες όπως η προσδοκώμενη απόδοση και ο πιθανός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου τους. Η σωστή κατανομή περιουσιακών στοιχείων και η διαφοροποίηση μπορούν να συμβάλουν στον μετριασμό των κινδύνων αυξάνοντας παράλληλα τις πιθανότητες για υψηλότερες αποδόσεις στις επενδύσεις. Η αξιολόγηση της αναλογίας Sharpe ενός χαρτοφυλακίου είναι χρήσιμη για τη μέτρηση της απόδοσής του με βάση τις αποδόσεις προσαρμοσμένες στον κίνδυνο (Markowitz, 1952).

### 1.5.1 Ορισμός αναμενόμενης και Μέτρα Απόδοσης μιας μετοχής

Ένας ορισμός της αναμενόμενης απόδοσης μιας μετοχής είναι:

*«Η αναμενόμενη απόδοση μιας μετοχής είναι ο σταθμικός μέσος όλων των πιθανών αποδόσεων της μετοχής, όπου κάθε απόδοση σταθμίζεται με την αντίστοιχη πιθανότητα της»* (Διακογιάννης, 2020).

Ο υπολογισμός της αναμενόμενης απόδοσης γίνεται όταν πολλαπλασιάζεται κάθε πιθανή απόδοση επί την πιθανότητα εμφάνισής της και αθροίζοντας όλα τα μερικά γινόμενα:

$$E(R_i) = \sum_{k=1}^K p_k R_{ik} \quad (1.3)$$

Όπου  $R_{ik}$  η απόδοση της μετοχής  $i$  και  $p_k$  η πιθανότητα εμφάνισης της απόδοσης  $R_{ik}$   $k=1,2,3,\dots,K$  οι πιθανότητες θα αθροίζονται στη μονάδα. Στον παραπάνω τύπο, περιγράφεται η πιο πιθανή απόδοση που μπορεί να έχει η μετοχή. (Διακογιάννης, 2020).

### 1.5.2 Κατηγορίες κινδύνου

Ο κίνδυνος αγοράς, αλλιώς γνωστός και ως συστηματικός κίνδυνος, είναι η πιθανότητα που υπάρχει στην αγορά ή την οικονομία συνολικά και έχει επίδραση σε όλες τις επενδύσεις σε κάποιο βαθμό (Investopedia, 2021). Αυτό το είδος κινδύνου προέρχεται από μακροοικονομικούς παράγοντες όπως η πολιτική αβεβαιότητα, τα επίπεδα πληθωρισμού και τα επιτόκια που μπορούν να επηρεάσουν κάθε επένδυση που βρίσκεται στην αγορά (Fama, 1991). Οι συστηματικοί κίνδυνοι χαρακτηρίζονται από ύφεση, φυσικές καταστροφές καθώς και αλλαγές στην κυβερνητική πολιτική. Η μαθηματική του έκφραση είναι :

$$\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i-1}^N = x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (1.4)$$

Όπου,

$x_i$ : το ποσοστό της αξίας του χαρτοφυλακίου που έχει επενδυθεί στην μετοχή  $i$

$x_j$ : το ποσοστό της αξίας του χαρτοφυλακίου που έχει επενδυθεί στην μετοχή  $j$

$\sigma_i$ : η διακύμανση της μετοχής  $i$

$\sigma_j$ : η διακύμανση της μετοχής  $j$

$\rho_{ij}$ : η συνδιακύμανση των μετοχών  $i, j$

Ο συγκεκριμένος κίνδυνος, που αναφέρεται επίσης ως αποδιοργανωμένος κίνδυνος, χαρακτηρίζεται ως η απειλή που αφορά αποκλειστικά μια μεμονωμένη επιχείρηση, βιομηχανία ή ιδιοκτησία (Investopedia, 2021). Αυτός ο τύπος απειλής εμφανίζεται λόγω περιστάσεων που χαρακτηρίζουν μόνο τον εαυτό του, όπως η έλλειψη διοικητικών δεξιοτήτων σε σύγκριση με τους ανταγωνιστές του και τα μη παραγωγικά προϊόντα (Sharpe, 1964). Οι περιπτώσεις που ενέχουν συγκεκριμένο κίνδυνο περιλαμβάνουν μεμονωμένα εταιρικά συμβάντα, όπως

παραβιάσεις της ασφάλειας πληροφοριών, που προκύπτουν από επιθέσεις στον κυβερνοχώρο στην υποδομή δικτύου μιας εταιρείας. Οι διαταραχές στις αλυσίδες εφοδιασμού που χρησιμοποιούνται κυρίως από τις εν λόγω επιχειρηματικές δραστηριότητες, αποτελούν επιπλέον παραδείγματα αυτής της ανησυχίας, όπως για παράδειγμα η κακή συμπεριφορά που παρατηρείται να έχουν τα μεγάλα στελέχη σε βάρος των υπόλοιπων ιεραρχικά κατώτερων τους.

Στο θέμα της διαχείρισης χαρτοφυλακίου, η κατανόηση της διαφοράς μεταξύ συστηματικής και μη συστηματικής ευπάθειας έχει σημασία. Για να μειώσουν τον μη μεθοδικό κίνδυνο, οι επενδυτές μπορούν να διαφοροποιήσουν ένα φάσμα περιουσιακών στοιχείων. Ωστόσο, είναι πέρα από την ικανότητά τους να εξαλείψουν τον συστηματικό κίνδυνο (Sharpe, 1964). Επομένως, υπονοώντας ότι ανεξάρτητα από το βαθμό ποικιλίας ή την ποικιλία του, κάθε δεδομένο χαρτοφυλάκιο θα αντιμετωπίσει αναπόφευκτα συστημικό κίνδυνο».

Μια μέθοδος αντιμετώπισης συστημικών κινδύνων θα ήταν η κατανομή των περιουσιακών στοιχείων μεταξύ διαφόρων κατηγοριών. Για παράδειγμα, η συμπλήρωση ομολόγων σε ένα χαρτοφυλάκιο μπορεί να βοηθήσει στη μείωση της πιθανότητας οικονομικής επιδείνωσης στις αγορές μετοχών (Investopedia, 2021). Επιπλέον, υπάρχουν και άλλες μέθοδοι, όπως η εφαρμογή χρηματοοικονομικών μέσων όπως συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης ή επιλογές για προστασία έναντι συγκεκριμένων κινδύνων της αγοράς (Fama, 1991).

Συμπερασματικά, ο κίνδυνος που συνδέεται με μια ολόκληρη δομή της αγοράς συνιστά συστηματικό κίνδυνο σε αντίθεση με τον μη συστηματικό κίνδυνο που αφορά αποκλειστικά μια μεμονωμένη επένδυση. Η εξοικείωση και η κατανόηση αυτών των δύο τύπων κινδύνων διαδραματίζει βασικό ρόλο στη δημιουργία ενός ποικίλου χαρτοφυλακίου ικανού να αντιμετωπίσει την αβεβαιότητα, ενώ επιτυγχάνει παρατεταμένους δημοσιονομικούς στόχους. Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου μετοχών είναι στο άθροισμά τους ο μη συστημικός κίνδυνος και ο συστημικός κίνδυνος.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Μοντέλο Markowitz στη διαχείριση χαρτοφυλακίου**

Εξετάζεται το μοντέλο του Markowitz για τη διαχείριση χαρτοφυλακίου. Αναλύονται οι υποθέσεις που έγιναν για την ανάπτυξη του μοντέλου και παρουσιάζονται τα στάδια του μοντέλου. Στο πρώτο στάδιο, γίνεται ανάλυση των χαρακτηριστικών των μετοχών, όπως η απόδοση και ο κίνδυνος, με βάση ιστορικά δεδομένα. Στο δεύτερο στάδιο, γίνεται ανάλυση του χαρτοφυλακίου, λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις ανάμεσα στις μετοχές και τις αποδόσεις τους. Στόχος είναι η εκτίμηση των αναμενόμενων αποδόσεων και κινδύνων του χαρτοφυλακίου. Στο τρίτο στάδιο, γίνεται η επιλογή του χαρτοφυλακίου, λαμβάνοντας υπόψη την κλίμακα προτιμήσεως του επενδυτή. Στόχος είναι η εύρεση του καλύτερου συνδυασμού μετοχών που θα ελαχιστοποιήσει τον κίνδυνο και θα μεγιστοποιήσει την απόδοση. Τέλος, αναφέρονται κάποια μειονεκτήματα του μοντέλου Markowitz, όπως η ευαισθησία των αποτελεσμάτων στις εισροές δεδομένων και η πολυπλοκότητα του υπολογισμού.

### **2.1 Η ιστορία και ανάδειξη του H. Markowitz**

Ο οικονομολόγος Harry Markowitz, τιμήθηκε με το Νόμπελ Οικονομίας για την πρωτοποριακή έρευνά του στη σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου. Ο ερευνητής, γεννήθηκε στο Σικάγο το 1927 και σπούδασε οικονομικά στο Πανεπιστήμιο του Σικάγο. Απόκτησε το διδακτορικό δίπλωμα το 1954 (Frängsmyr, 1991).

Κατά την δεκαετία του 1950, δημιούργησε τη σύγχρονη θεωρία του χαρτοφυλακίου. Η έρευνα πραγματευόταν την δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου περιουσιακών στοιχείων που θα αποφέρουν τη μέγιστη αναμενόμενη απόδοση για οποιοδήποτε δεδομένο επίπεδο κινδύνου στο χρηματιστήριο και στις επενδύσεις. Η ιδέα, υποστηρίζει την κατανομή των επενδύσεων σε διάφορες πηγές για τη μείωση των κινδύνων χωρίς να διακυβεύονται τα πιθανά κέρδη (Frängsmyr, 1991).

Η μεθοδολογία του Markowitz άλλαξε την χρηματοπιστωτική βιομηχανία. Οι πρακτικές διαχείρισης επενδύσεων επικεντρώνονταν προηγουμένως σε μεμονωμένες μετοχές ή περιουσιακά στοιχεία. Ενώ μετά δόθηκε προσοχή και σε ευρύτερες πτυχές ενός χαρτοφυλακίου, σε σύγκριση πάντα με τα επιμέρους μέρη του (Frängsmyr, 1991).

Ο Markowitz εκτιμήθηκε για την πρωτοποριακή του συμβολή στα οικονομικά, με αποκορύφωμα το βραβείο Νόμπελ που του απονεμήθηκε το 1990. Επίσης, του έχουν απονεμηθεί και άλλες διακρίσεις, μεταξύ των οποίων: η αναγνώριση του Βραβείου Θεωρίας John von Neumann, τιμητικό βραβείο Frank H. Knight από το Πανεπιστήμιο του Σικάγο και τέλος το διακεκριμένο βραβείο του Ινστιτούτου CFA Nicholas Molodovsky (Frängsmyr, 1991)

Ο ερευνητής, εκτός από τη δουλειά του με την Modern Portfolio Theory, έκανε αξιοσημείωτες προόδους στον τομέα της λήψης αποφάσεων όταν υπάρχει αβεβαιότητα. Επιπλέον, έπαιξε ρόλο στη δημιουργία καινοτόμων χρηματοοικονομικών μοντέλων και επενδυτικών προσεγγίσεων (Behan, 2022).

Οι συνεισφορές του Markowitz στη σφαίρα της χρηματοδότησης και της διαχείρισης επενδύσεων, εξακολουθούν να ερευνώνται και να εφαρμόζονται εκτενώς μέχρι και σήμερα. Οι ιδέες του, προκάλεσαν σημαντική αλλαγή στον τρόπο με τον οποίο η κατασκευή χαρτοφυλακίου και ο έλεγχος κινδύνων προσεγγίζονται από τους επενδυτές και από τους επαγγελματίες του χρηματοοικονομικού τομέα. Η συμβολή του είναι εξαιρετικά σημαντική για τον κλάδο ( Frängsmyr, 1991).

## **2.2 Το μοντέλο του H. Markowitz**

Το μοντέλο του Markowitz θεωρείται από πολλούς οικονομολόγους ως ένα απαραιτούμενο και απλοποιημένο σύστημα διαχείρισης χαρτοφυλακίων. Παρόλα αυτά στάθηκε η αφορμή για να εξελιχθούν άλλες σχετικές θεωρίες. Από την ημέρα που δημοσιεύτηκε στο επιστημονικό περιοδικό Journal of Finance το 1952, έφερε αλλαγές στα τότε δεδομένα και στον τρόπο σκέψης στην χρηματιστηριακή πρακτική. Προφανώς το άρθρο στο περιοδικό, δεν απέσπασε μόνο θετικές αντιδράσεις αλλά προκάλεσε και αναταραχές στον κλάδο. Από το 1952 και μετά τις αντιδράσεις, ο Markowitz δεν σταμάτησε να εφαρμόζει και να μελετά την θεωρία του έως όπου, έφτασε σε κάποια συμπεράσματα τα οποία τον οδήγησαν στην έκδοση του βιβλίου «Portfolio Selection» το 1959.

### 2.2.1 Υποθέσεις μοντέλου Markowitz

Η θεωρία του χαρτοφυλακίου, όπως διατυπώνεται από τον H. Markowitz (1952, 1959), στηρίζεται σε τέσσερις βασικές υποθέσεις. Αρχικά, υποθέτει ότι οι ενδιαφερόμενοι επενδυτές έχουν ένα πολύ στοχευμένο επενδυτικό πλάνο και δεσμεύονται από αυτό. Δεύτερον, θεωρεί ότι οι επενδυτές σε κάθε περίπτωση αντιλαμβάνονται κάθε μεμονωμένη μετοχή ως μια κατανομή πιθανοτήτων των προσδοκώμενων αποδόσεων, με την αναμενόμενη τιμή να εκπροσωπεί τη μέση απόδοση και τη διακύμανση να εκφράζει τον κίνδυνο. Τρίτον, υποθέτει ότι ένα χαρτοφυλάκιο μοναδικών μετοχών, μπορεί να προσδιοριστεί εξ ολοκλήρου από τη μέση απόδοση και τη διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου. Ενώ τέλος, θεωρεί πως οι επενδυτές παρακολουθούν κατά γράμμα την αρχή της ορθολογικής επενδυτικής συμπεριφοράς, όπου εκεί επιλέγουν τις μεγαλύτερες αποδόσεις από τις μικρότερες για κάθε επίπεδο κινδύνου και επιλέγουν ακόμα τις αποδόσεις που θα τους επιφέρουν λιγότερο κίνδυνο, για κάθε επίπεδο απόδοσης.

Για να περιγραφεί το μοντέλο του Markowitz είναι αναγκαία η αναφορά σε τρία στάδια ενεργειών:

- a) Την ανάλυση των χαρακτηριστικών των μετοχών
- b) Την ανάλυση του χαρτοφυλακίου
- c) Την επιλογή του χαρτοφυλακίου

### 2.2.2 Στάδιο 1ο: Ανάλυση χαρακτηριστικών των μετοχών

Στο πρώτο στάδιο, αναλύονται τα χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης κάθε μεμονωμένης μετοχής, καθώς και τη συσχέτισή της με άλλες μετοχές που εξετάζονται.

#### **i. Απόδοση μετοχής**

Η απόδοση μιας μετοχής μπορεί να προκύπτει είτε από την αυξημένη ή μειωμένη τιμή της μετοχής κατά τη διάρκεια της ανάλυσης, η οποία προκαλεί κέρδη ή ζημιές, είτε από τα μερίσματα που διανεμήθηκαν κατά την ίδια περίοδο. Με αυτόν τον τρόπο, η συνολική

απόδοση της μετοχής υπολογίζεται από το άθροισμα της ποσοστιαίας μεταβολής της τιμής της και της ποσοστιαίας απόδοσης από μερίσματα:

$$R_{it} = \frac{P_{it} - P_{it-1}}{P_{it-1}} + \frac{D_{it}}{P_{it-1}} \quad (2.1)$$

Όπου:

$R_{it}$  : η απόδοση της μετοχής  $i$  την χρονική στιγμή  $t$

$P_{it}$  : η τιμή της μετοχής  $i$  την χρονική στιγμή  $t$

$P_{it-1}$  : η τιμή της μετοχής την χρονική στιγμή  $t-1$

$D_{it}$  : το μέρισμα που πληρώνει η μετοχή  $i$  την χρονική στιγμή  $t$

### ii. Αναμενόμενη απόδοση μετοχής

Ο μαθηματικός τύπος που αναγράφηκε παραπάνω, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ακριβής εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης μιας μετοχής, καθώς η τιμή της μετοχής την χρονική στιγμή  $t$  όσο και το μέρισμα την χρονική στιγμή  $t$ , είναι τιμές που δεν γίνεται να είναι γνωστές από πριν. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα, κατανέμονται οι πιθανότητες οι οποίες λαμβάνουν υπόψη διάφορες πιθανές τιμές της μετοχής και τις ανάλογες πιθανότητες να συμβούν αυτές οι τιμές. Αυτές οι πιθανότητες, είναι εξαρτημένες από τις προσδοκίες και την πληροφόρηση κάθε επενδυτή, και συνεπώς μπορεί να υπάρχουν, για την ίδια μετοχή, διαφορετικές κατανομές πιθανοτήτων. Παρακάτω αναγράφεται η μαθηματική σχέση της αναμενόμενης απόδοσης:

$$E(R_{it}) = \sum_{t=1}^N p_t P_{it} \quad (2.2)$$

Όπου:

$p_t$ : η πιθανότητα να συμβεί η τιμή  $P_{it}$

$E(R_{it})$ : η αναμενόμενη απόδοση της απόδοσης  $i$

$N$ : το σύνολο των πιθανών αποδόσεων

$P_{it}$ : η τιμή της μετοχής  $i$

Η αναμενόμενη απόδοση μιας μετοχής, δεν είναι αρκετή για να κατανοηθεί η πλήρη εικόνα της μετοχής και του χαρτοφυλακίου. Γι' αυτό χρησιμοποιείται ένα ακόμα στατιστικό στοιχείο, η διασπορά ή η τυπική απόκλιση (τετραγωνική ρίζα της διασποράς). Αυτό το μέτρο, χρησιμεύει ως στοιχείο αβεβαιότητας σχετικά με τις αποδόσεις.

### iii. Διακύμανση Αποδόσεων

Η διακύμανση, είναι ένα μέτρο αβεβαιότητας σχετικά με τις αποδόσεις μιας μετοχής, και υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των τετραγώνων των αποκλίσεων των πιθανών αποδόσεων από την αναμενόμενη απόδοσή τους, λαμβάνοντας υπόψη τις πιθανότητες κάθε απόδοσης. Η μαθηματική της έκφραση είναι:

$$\sigma^2(R_i) = \sum_{t=1}^N p_t [R_{it} - E(R_{it})]^2 \quad (2.3)$$

Όπου:

$\sigma^2(R_i)$ : η διακύμανση των αποδόσεων της μετοχής  $i$

$R_{it}$ : η απόδοση της μετοχής  $i$

$E(R_{it})$ : η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής  $i$

$p_t$ : η πιθανότητα να επιτευχθεί η απόδοση  $R_{it}$

$N$ : το σύνολο των πιθανών αποδόσεων

Παράλληλα, η τυπική απόκλιση ορίζεται ως η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης και η μαθηματικής της προσέγγιση είναι η εξής :

$$\sigma(R_i) = \sqrt{\sigma^2(R_i)} \quad (2.4)$$

όπου,  $\sigma(R_i)$ : η τυπική απόκλιση της μετοχής  $i$



Η σχέση (3) δείχνει ότι η διακύμανση μετράει το μέσο επίπεδο αβεβαιότητας σχετικά με τις πιθανές αποδόσεις μιας μετοχής και το πόσο πιθανό είναι να αποκλίνουν από την αναμενόμενη απόδοση. Με άλλα λόγια, όσο μεγαλύτερη είναι η διακύμανση των αποδόσεων μιας μετοχής, τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα να υπάρξουν μεγάλες διαφορές μεταξύ των πραγματικών αποδόσεων και των αναμενόμενων αποδόσεων, και άρα, τόσο μεγαλύτερος είναι ο κίνδυνος που παρουσιάζει η μετοχή.

#### **iv. Συντελεστής Μεταβλητότητας**

Η αναμενόμενη απόδοση και η διακύμανση, ή η τυπική απόκλιση, μιας μετοχής αποτελούν σημαντικά στατιστικά χαρακτηριστικά για να αξιολογηθεί η μετοχή. Ωστόσο, δεν είναι αρκετά για να αποφανθεί αν μια μετοχή είναι ανώτερη ή χειρότερη από μια άλλη με αντικειμενικό τρόπο. Ένα χρήσιμο στατιστικό εργαλείο που αποτελεί αντικειμενικό μέτρο σύγκρισης μεταξύ δύο μετοχών είναι ο συντελεστής μεταβλητότητας.

Ο συντελεστής μεταβλητότητας καθορίζεται ως το ποσοστό της τυπικής απόκλισης των αποδόσεων της μετοχής σε σχέση με την αναμενόμενη τιμή αυτών των αποδόσεων.

$$CV(R_i) = \frac{\sigma(R_i)}{E(R_i)} \quad (2.5)$$

Όπου,

$CV(R_i)$ : ο συντελεστής μεταβλητότητας της μετοχής  $i$

$\sigma(R_i)$ : η τυπική απόκλιση της μετοχής  $i$

$E(R_i)$ : η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής  $i$

Ο συντελεστής μεταβλητότητας αναφέρεται στον κίνδυνο που συνδέεται με τη μετοχή ανά μονάδα αναμενόμενης απόδοσης. Έτσι, όσο πιο μικρός είναι ο συντελεστής μεταβλητότητας, τόσο πιο χαμηλός είναι ο κίνδυνος, άρα, τόσο πιο δελεαστική φαντάζει η μετοχή για έναν επενδυτή που επιδιώκει σε μία επωφελή και κερδοφόρα επιχειρηματική του επένδυση.

#### **v. Συνδιακύμανση Αποδόσεων**

Η συνδιακύμανση δύο μετοχών αφορά στο πόσο συνδέονται οι αποδόσεις των δύο μετοχών μεταξύ τους. Αυτό μπορεί να μετρηθεί με τον υπολογισμό του μέσου σταθμισμένου όρου των αποκλίσεων από την αναμενόμενη απόδοση της κάθε μετοχής. Οι πιθανότητες εμφάνισης διαφορετικών αποδόσεων και οι αντίστοιχες αποκλίσεις των μετοχών, παίζουν σημαντικό ρόλο στον υπολογισμό αυτού του μέτρου. Η συνδιακύμανση είναι σημαντική για τους επενδυτές που θέλουν να διαφοροποιήσουν το χαρτοφυλάκιό τους και να μειώσουν τον κίνδυνό τους.

$$Cov(R_i, R_j) = \sum_{t=1}^N p_t \{ [R_{it} - E(R_i)] [R_{jt} - E(R_j)] \} \quad (2.6)$$

Όπου:

$Cov(R_i, R_j)$ : η συνδιακύμανση των αποδόσεων των δύο μετοχών

$R_{it}$ : η απόδοση της μετοχής  $i$

$R_{jt}$ : η απόδοση της μετοχής  $j$

$E(R_i)$ : η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής  $i$

$E(R_j)$ : η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής  $j$

$p_t$ : η κοινή πιθανότητα εμφάνισης των αποδόσεων  $R_{it}, R_{jt}$

$N$ : ο συνολικός αριθμός των πιθανών αποδόσεων

Η συνδιακύμανση αναφέρεται στο πόσο στενά συνδέονται οι χρηματιστηριακές αποδόσεις δύο μετοχών μεταξύ τους. Όταν η συνδιακύμανση είναι θετική, σημαίνει ότι οι αποδόσεις των δύο μετοχών κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Δηλαδή, όταν αυξάνεται η απόδοση μιας μετοχής, αυξάνει και η απόδοση της άλλης μετοχής.

Αντίθετα, όταν η συνδιακύμανση είναι αρνητική, φαίνεται ότι οι αποδόσεις των μετοχών μεταβαίνουν σε αντίθετες κατευθύνσεις. Δηλαδή, όταν αυξάνεται η απόδοση μιας μετοχής, μειώνεται η απόδοση της άλλης μετοχής. Τέλος, όταν η συνδιακύμανση είναι μηδενική, σημαίνει ότι δεν σχετίζεται τίποτα ανάμεσα στις αποδόσεις των δύο μετοχών.

## vi. Συντελεστής Συσχέτισης

Ο συντελεστής συσχέτισης, ενημερώνει για το πόσο στενά συσχετίζονται οι αποδόσεις δύο μετοχών. Αυτός ο συντελεστής υπολογίζεται ως ο λόγος της συνδιακύμανσης των αποδόσεων των μετοχών προς το γινόμενο των τυπικών αποκλίσεων. Από την τιμή του συντελεστή συσχέτισης, γίνεται κατανοητό εάν οι αποδόσεις των μετοχών κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση (θετική συσχέτιση), προς την αντίθετη κατεύθυνση (αρνητική συσχέτιση), ή αν δεν υπάρχει καμία συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών (μηδενική συσχέτιση). Γι' αυτό ισχύει:

$$\rho_{ij} = \text{Corr}(R_i, R_j) = \frac{\text{Cov}(R_i, R_j)}{\sigma(R_i) \cdot \sigma(R_j)} \quad (2.7)$$

Όπου;

$\text{Corr}(R_i, R_j)$ : ο συντελεστής συσχέτισης

$\text{Cov}(R_i, R_j)$ : η συνδιακύμανση των αποδόσεων των μετοχών  $I_i, I_j$

$\sigma(R_i)$ : η τυπική απόκλιση της μετοχής  $i$

$\sigma(R_j)$ : η τυπική απόκλιση της μετοχής  $j$

Ο συντελεστής συσχέτισης δίνει πληροφορίες για τον τρόπο που συσχετίζονται οι αποδόσεις δύο μετοχών, και κυρίως για την ένταση αυτής της σχέσης. Η τιμή του συντελεστή συσχέτισης κυμαίνεται στο διάστημα  $[-1, +1]$ . Όταν η τιμή φτάνει στο  $+1$ , τότε υπάρχει μια ισχυρή θετική συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών. Αντίθετα, όταν η τιμή πλησιάζει στο  $-1$ , τότε υπάρχει μια ισχυρή αρνητική συσχέτιση. Η τιμή  $\rho_{ij} = +1$  φανερώνει μια τέλεια θετική συσχέτιση μεταξύ των μετοχών, καθώς και αύξουσες ή φθίνουσες τιμές και των δύο μετοχών. Η τιμή  $\rho_{ij} = -1$  υποδεικνύει μια τέλεια αρνητική συσχέτιση, καθώς οι τιμές της μιας μετοχής αυξάνονται ενώ οι τιμές της άλλης μετοχής μειώνονται. Τέλος, όταν η τιμή είναι  $\rho_{ij} = 0$ , τότε οι δύο μετοχές είναι ασυσχέτιστες. Ο συντελεστής συσχέτισης είναι ένα νούμερο που δεν επηρεάζεται από τις μονάδες μέτρησης της συνδιακύμανσης και των τυπικών αποκλίσεων.

### 2.2.3 Στάδιο 2ο: Ανάλυση Χαρτοφυλακίου

Στο δεύτερο στάδιο, ο στόχος είναι να επιτευχθεί η βέλτιστη απόδοση του χαρτοφυλακίου και να αξιολογηθούν οι πιθανότητες κινδύνου που μπλέκονται μαζί με το ρίσκο της επένδυσης. Κατά βάση, σε αυτό το στάδιο αναζητούνται οι καλύτεροι και πιο ισχυροί συνδυασμοί μεμονωμένων μετοχών με βάση τα αποτελέσματα του πρώτου σταδίου.

#### i. Αναμενόμενη Απόδοση Χαρτοφυλακίου

Αρχικά, υπολογίζεται η συνολική απόδοση του χαρτοφυλακίου, η οποία αποτελεί σημαντικό κριτήριο για τον μέσο επενδυτή. Η απόδοση αυτή καθορίζεται ως ένας αρκετά ισχυρός μέσος όρος των αποδόσεων των μεμονωμένων μετοχών. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται οι αναλογίες των επενδύσεων σε κάθε μετοχή, οι οποίες συνολικά ανέρχονται στη μονάδα. Ισχύει:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N x_i E(R_i), \sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (2.8)$$

Όπου:

$E(R_p)$ : η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου

$E(R_i)$ : η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής  $i$

$N$ : ο αριθμός των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο

$x_i$ : το ποσοστό επένδυσης στη μετοχή  $i$

#### ii. Διακύμανση Χαρτοφυλακίου

Η αξιολόγηση ενός χαρτοφυλακίου δεν περιορίζεται μόνο στον υπολογισμό της αναμενόμενης απόδοσής του και των μεμονωμένων μετοχών που το απαρτίζουν. Απαιτείται επίσης η εκτίμηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου, ώστε να έχουμε μια πιο σαφή εικόνα της απόδοσής του. Για να υπολογιστεί η διακύμανση ενός χαρτοφυλακίου που αποτελείται από δύο μετοχές, πρέπει να εκτιμηθούν οι τυπικές αποκλίσεις των μεμονωμένων μετοχών, καθώς

και η συνδιακύμανση των μετοχών αυτών και των ποσοστών της αξίας κάθε μετοχής στο σύνολο της αξίας του χαρτοφυλακίου. Η διακύμανση μπορεί να αποτυπωθεί στα μαθηματικά ως εξής:

$$\sigma_p^2 = x_i^2 \sigma_i^2 + x_j^2 \sigma_j^2 + 2x_i x_j \sigma_{ij} \quad (2.9)$$

Όπου:

$\sigma_p^2$ : η διακύμανση του χαρτοφυλακίου

$x_i$ : το ποσοστό της αξίας του χαρτοφυλακίου που έχει επενδυθεί στην μετοχή i

$x_j$ : το ποσοστό της αξίας του χαρτοφυλακίου που έχει επενδυθεί στην μετοχή j

$\sigma_i^2$ : η διακύμανση της μετοχής i

$\sigma_j^2$ : η διακύμανση της μετοχής j

$\sigma_{ij}$ : η συνδιακύμανση των μετοχών i,j

Η συνδιακύμανση μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση του συντελεστή συσχέτισης  $\rho_{ij}$  δηλαδή:

$$\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (2.10)$$

Συμπερασματικά δηλαδή, η διακύμανση του χαρτοφυλακίου παρουσιάζεται ως:

$$\sigma_p^2 = x_i^2 \sigma_i^2 + x_j^2 \sigma_j^2 + 2x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (2.11)$$

Εφαρμόζοντας την σχέση (10) σε χαρτοφυλάκιο N μετοχών προκύπτει το συμπέρασμα:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (2.12)$$

Η διακύμανση αποτελεί μια μέτρηση του επιπέδου κινδύνου που συνδέεται με το χαρτοφυλάκιο. Όπως αναφέρεται στην εξίσωση (2.9), ο συνολικός κίνδυνος ενός συνόλου μετοχών, και συνεπώς ενός χαρτοφυλακίου, αντιστοιχεί σε δύο στοιχεία:

- **Ο συστηματικός κίνδυνος** αφορά στον κίνδυνο που επηρεάζει την αξία ενός εκτεταμένου φάσματος χρεογράφων και επενδύσεων, και έχει την δύναμη να επηρεάσει ένα συγκεκριμένο κομμάτι της αγοράς ή ακόμη και ολόκληρο το οικονομικό σύστημα. Ο συστηματικός κίνδυνος είναι επίσης γνωστός ως «κίνδυνος αγοράς», επειδή επηρεάζει το μεγαλύτερο μέρος της αγοράς, ή ως «μη διαφοροποιήσιμος κίνδυνος» διότι, δεν μπορεί να μηδενιστεί με διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου. Στα μαθηματικά γράφεται ως:

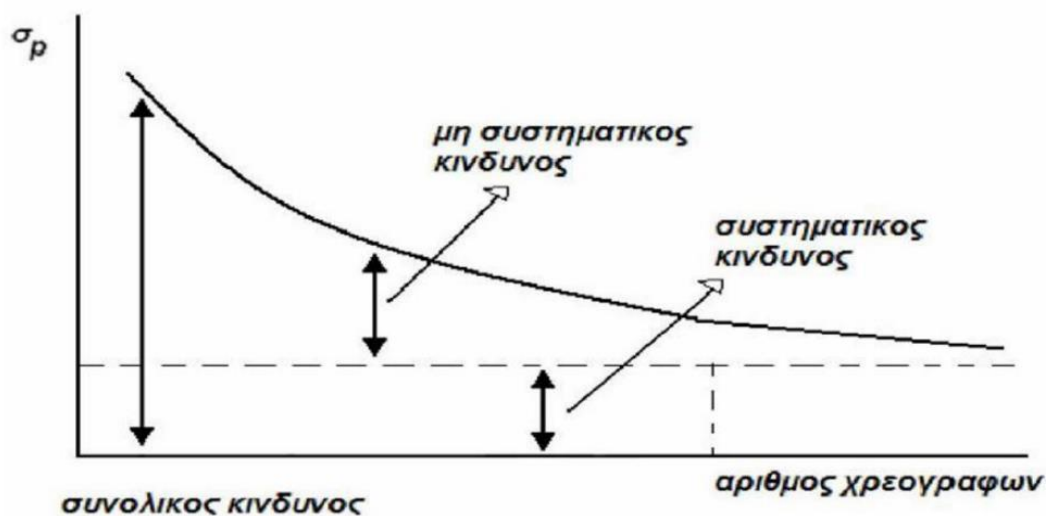
$$\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i-1}^N x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (2.13)$$

- **Ο μη-συστηματικός κίνδυνος** αφορά μια μόνο μετοχή ή επένδυση και είναι ελαφρώς διαφορετικός από τον συστηματικό κίνδυνο. Είναι γνωστός και ως «διαφοροποιήσιμος κίνδυνος» ή «ειδικός κίνδυνος» καθώς, μπορεί να μειωθεί ή ακόμα και να αποτραπεί μέσω της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου, δηλαδή με τη διασπορά των επενδύσεων σε πολλές διαφορετικές μετοχές ή χρεόγραφα με ξεχωριστούς κινδύνους και αναμενόμενες αποδόσεις. Η μαθηματική του έκφραση είναι:

$$\sum_{i=1}^N x_j^2 \sigma_j^2 \quad (2.14)$$

Σύμφωνα με τη θεωρία του Markowitz, η διαφοροποίηση μπορεί να μειώσει τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου επενδύσεων, εάν περιλαμβάνει μετοχές με διαφορετικές αποδόσεις που δεν επηρεάζονται από τους ίδιους παράγοντες. Δηλαδή, όταν οι αποδόσεις των μετοχών δεν συσχετίζονται θετικά μεταξύ τους, η διαφοροποίηση μπορεί να μειώσει τον συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Αυτό σημαίνει ότι όταν οι αποδόσεις των μετοχών δεν είναι συσχετισμένες. Η διαφοροποίηση αυτή, μπορεί να ελαχιστοποιήσει τον κίνδυνο των επενδύσεων, σε αντίθεση με την επένδυση σε μεμονωμένες μετοχές που αυξάνει τον συνολικό κίνδυνο.

Στο διάγραμμα 1 που παρουσιάζεται παρακάτω, σκιαγραφείται ο συστηματικός και μη-συστηματικός κίνδυνος.



**Διάγραμμα 1:** Συστηματικός και Μη-Συστηματικός Κίνδυνος (Βασιλειάδης, 2022)

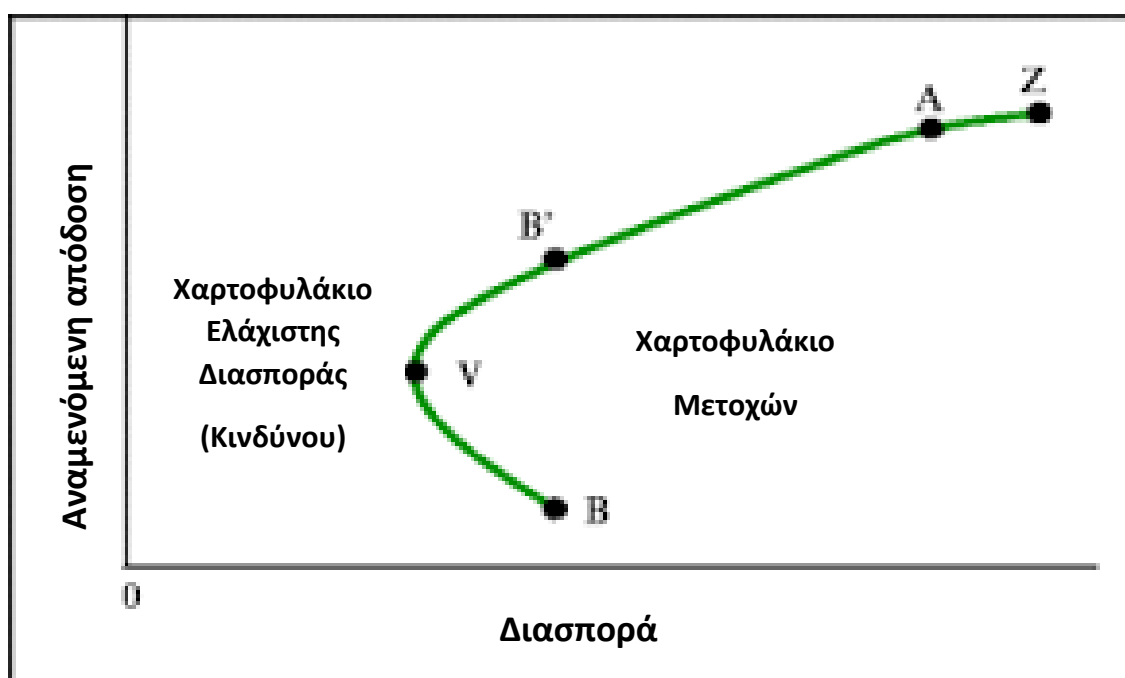
Στο διάγραμμα, η καμπύλη αναπαριστά τον συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, ενώ η ευθεία διακεκομμένη γραμμή, αναπαριστά τον συστηματικό κίνδυνο. Το μεσοδιάστημα ανάμεσα στους δύο κινδύνους αντιπροσωπεύει τον μη συστηματικό κίνδυνο.

Ωστόσο, όταν αυξάνεται ο αριθμός των μετοχών που περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο, ο υπολογισμός του κινδύνου με τη χρήση του τύπου Markowitz γίνεται με δυσκολία. Για ένα χαρτοφυλάκιο με  $N$  μετοχές, απαιτούνται πάρα πολλοί υπολογισμοί, δηλαδή  $N(N+3)/2$  εκτιμήσεις συνολικά. Για παράδειγμα, αν  $N=50$ , απαιτούνται 1325 υπολογισμοί.

Για να μειωθεί αυτή η δυσκολία, ο Sharpe πρότεινε ένα υπόδειγμα στο οποίο υπολογίζεται η συσχέτιση ανάμεσα στις αποδόσεις της μετοχής και ενός δείκτη του Χρηματιστηρίου, αντί να υπολογίζεται η συσχέτιση με τις υπόλοιπες μετοχές.

Τελικά, είναι προφανές, ότι από ένα σύνολο αξιόγραφων, υπάρχει η πιθανότητα να δημιουργηθούν απεριόριστα χαρτοφυλάκια με διαφορετικούς συνδυασμούς μετοχών που έχουν διαφορετικό κίνδυνο και προσδοκώμενη απόδοση. Ωστόσο, ο επενδυτής, επιθυμεί να δημιουργήσει ένα χαρτοφυλάκιο που θα του παρέχει τη μεγαλύτερη δυνατή αναμενόμενη απόδοση σε σχέση με τον ελάχιστο δυνατό αναλαμβανόμενο κίνδυνο. Με λίγα λόγια, ο επενδυτής, θα επιλέξει το «αποδοτικό χαρτοφυλάκιο» (efficient portfolio) προκειμένου να βρει το ιδανικό για αυτόν συνδυασμό μετοχών.

Πιο αναλυτικά, ένα χαρτοφυλάκιο χαρακτηρίζεται αποδοτικό ή αποτελεσματικό, εφόσον πληρούνται οι παρακάτω δύο προϋποθέσεις. Αρχικά, δεν υπάρχει κανένα άλλο χαρτοφυλάκιο που να έχει την ίδια αναμενόμενη απόδοση με το δεδομένο αλλά μικρότερη απόκλιση από αυτό. Και επιπλέον, δεν υπάρχει άλλο χαρτοφυλάκιο που να έχει την ίδια ή μικρότερη διακύμανση στις αποδόσεις του και ταυτόχρονα να προσφέρει υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση από ένα δεδομένο χαρτοφυλάκιο. Η συλλογή όλων των αποδοτικών συνδυασμών αποτελεί το «μέτωπο αποδοτικών συνδυασμών» ή «αποδοτικό σύνορο» (efficient frontier) των επενδύσεων (βλέπε πράσινη γραμμή στο Διάγραμμα 2).



**Διάγραμμα 2:** Σύνορο Αποδοτικών (Efficient Frontier) Χαρτοφυλακίων (Chen, 2010)

Στο παραπάνω Διάγραμμα 2, παρουσιάζονται διάφορα χαρτοφυλάκια που αποτελούν συνδυασμούς αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου. Το σύνολο αυτών των χαρτοφυλακίων είναι γνωστό ως εφικτό σύνολο. Σημειώνεται ότι υπάρχει μια συνεχής ακολουθία συνδυασμών μετοχών που προσφέρουν τη μέγιστη αναμενόμενη απόδοση και το ελάχιστο κίνδυνο, και αυτή αποτελεί το αποδοτικό σύνορο. Στο σημείο V αντιστοιχεί το χαρτοφυλάκιο ελάχιστου κινδύνου (Διασποράς). Στο τμήμα της καμπύλης BV αντιστοιχούν μη αποδοτικά χαρτοφυλάκια γιατί στο τμήμα VB' υπάρχουν χαρτοφυλάκια με παρόμοιο κίνδυνο αλλά μεγαλύτερη απόδοση, οπότε τα χαρτοφυλάκια στην καμπύλη VB'AZ είναι πιο επιθυμητά για τον επενδυτή.



Τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται επάνω στο αποδοτικό σύνορο παρουσιάζουν υψηλότερη απόδοση σε σύγκριση με όλα τα υπόλοιπα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται δεξιά ή κάτω από το αποδοτικό σύνορο. Επιπλέον, τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται επάνω και αριστερά από τη γραμμή του αποδοτικού συνόρου δεν θεωρούνται εφικτά ή αποτελεσματικά. Η επιλογή του αποδοτικού χαρτοφυλακίου εξαρτάται από τις προσωπικές προτιμήσεις του επενδυτή σχετικά με τη σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου. Αυτό αποτελεί το τρίτο στάδιο της θεωρίας του H. Markowitz, όπως θα εξηγηθεί στην επόμενη ενότητα.

### **2.2.4 Στάδιο 3ο: Επιλογή Χαρτοφυλακίου**

Στο τρίτο στάδιο της διαδικασίας, γίνεται αξιολόγηση των αποτελεσμάτων του δεύτερου σταδίου και επιλέγεται το καλύτερο χαρτοφυλάκιο από τον επενδυτή. Βασικά, ο επενδυτής επιλέγει το χαρτοφυλάκιο που θα του παρέχει τη μεγαλύτερη δυνατή απόδοση. Η επιλογή αυτή βασίζεται στις προσωπικές προτιμήσεις του επενδυτή όσον αφορά τον κίνδυνο. Για παράδειγμα, ένας επενδυτής που φαντάζει ριψοκίνδυνος, θα επιδιώξει μεγαλύτερη απόδοση, ενώ ένας επενδυτής που αποφεύγει τον κίνδυνο, θα επιλέξει ένα χαρτοφυλάκιο με χαμηλότερη αναμενόμενη απόδοση.

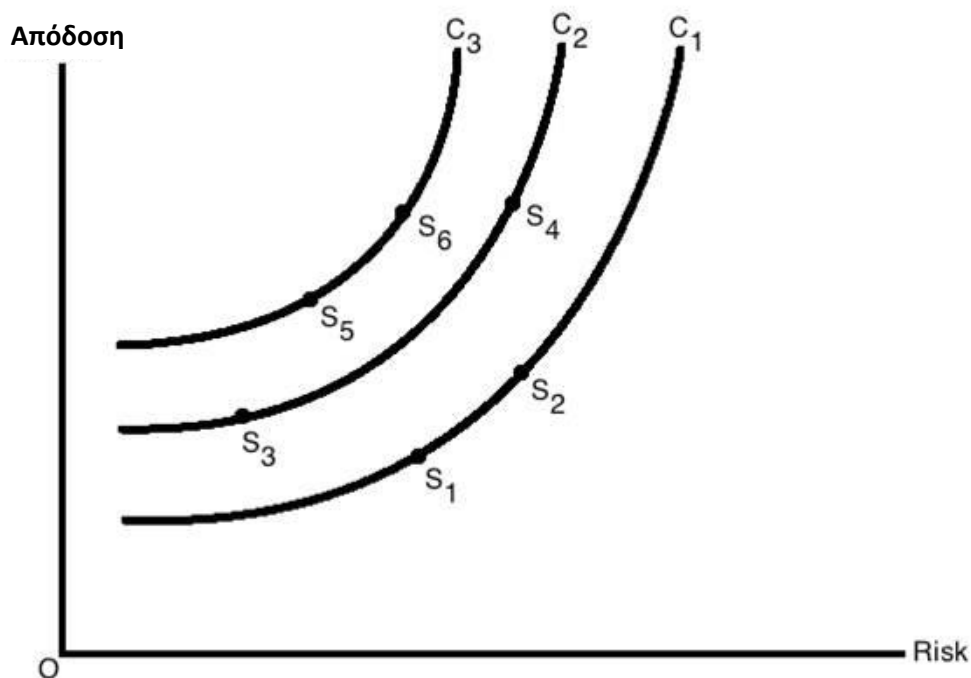
Σύμφωνα με τη θεωρία του χαρτοφυλακίου, η καλύτερη αναπαράσταση της έννοιας της ωφελιμότητας (χρησιμότητας) είναι οι καμπύλες αδιαφορίας. Η καμπύλη αδιαφορίας περιγράφει τη γεωμετρία των σημείων που αντιστοιχούν σε διαφορετικούς συνδυασμούς απόδοσης και κινδύνου σε ένα χαρτοφυλάκιο επενδύσεων, που παρουσιάζουν την ίδια ωφέλεια για τον επενδυτή.

Οι καμπύλες αδιαφορίας έχουν τις εξής 3 ιδιότητες. Αρχικά, όλες οι επιλογές των επενδύσεων που βρίσκονται σε μια συγκεκριμένη καμπύλη απόδοσης έχουν την ίδια αξία για τον επενδυτή. Ακόμα, οι καμπύλες απόδοσης είναι παράλληλες μεταξύ τους και τέλος, κάθε επενδυτής έχει απεριόριστες καμπύλες απόδοσης στη διάθεσή του.

Παραπάνω, φαίνεται πως υπάρχουν δύο υποθέσεις που πρέπει να γίνονται όταν αναπτύσσονται οι καμπύλες αδιαφορίας σε σχέση με το χαρτοφυλάκιο ενός επενδυτή. Η πρώτη υπόθεση είναι ότι ο επενδυτής αποφεύγει τον κίνδυνο, οπότε αν έχει να επιλέξει ανάμεσα σε δύο παρόμοια χαρτοφυλάκια που διαφέρουν στον κίνδυνο, θα επιλέξει προφανώς, αυτό με τον

χαμηλότερο κίνδυνο. Και η δεύτερη υπόθεση είναι ότι αν έχει να επιλέξει ανάμεσα σε δύο παρόμοια χαρτοφυλάκια που διαφέρουν μόνο στην απόδοσή τους, τότε θα επιλέξει αυτό με τη μεγαλύτερη απόδοση.

Στο παρακάτω διάγραμμα 3 φαίνονται οι καμπύλες αδιαφορίας ενός συντηρητικού επενδυτικού χαρτοφυλακίου.



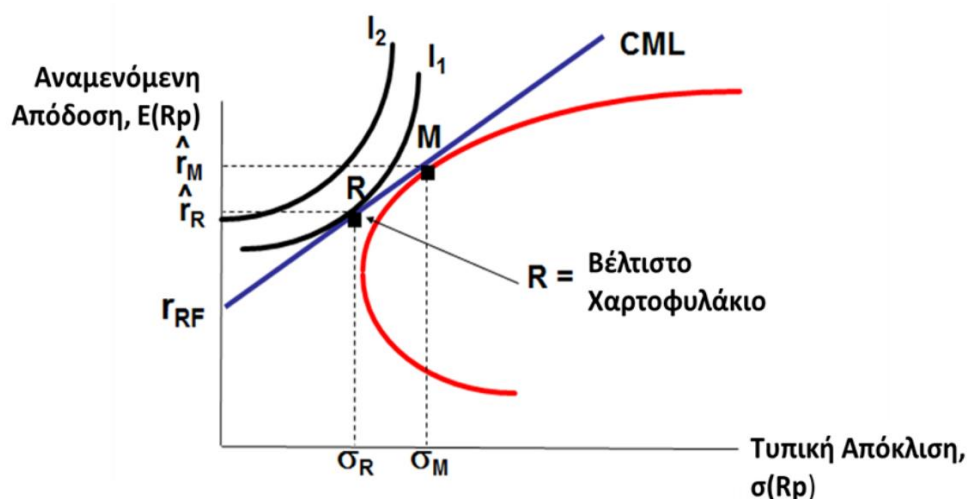
**Διάγραμμα 3 :** Καμπύλες Αδιαφορίας Επενδυτή Χαρτοφυλακίου (Finance Train, n.d.)

Ουσιαστικά, όλοι οι συνδυασμοί κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης σε κάθε καμπύλη αδιαφορίας παρέχουν τα ίδια οφέλη στον επενδυτή. Αυτό σημαίνει, ότι δεν έχει προτίμηση μεταξύ των χαρτοφυλακίων που αντιστοιχούν σε αυτούς τους συνδυασμούς. Ωστόσο, οι καμπύλες αδιαφορίας C2 και C3 είναι καλύτερες από την C1, καθώς παρέχουν υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση για κάθε επίπεδο κινδύνου ή χαμηλότερο κίνδυνο για κάθε επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης. Επομένως, είναι σαφές ότι οι καμπύλες C3 και C2 παρέχουν υψηλότερη ωφέλεια στον επενδυτή και είναι προτιμότερες από την C1.

Για να επιλέξει κάποιος επενδυτής το καλύτερο χαρτοφυλάκιο, ιδανικά, πρέπει να συνδυαστούν το αποδοτικό όριο και οι καμπύλες αδιαφορίας. Συγκεκριμένα, ο επενδυτής είναι

εκείνος που θα επιλέξει το χαρτοφυλάκιο που αντιστοιχεί στο σημείο επαφής μεταξύ του αποδοτικού ορίου και της καμπύλης αδιαφορίας του που βρίσκεται όσο το δυνατόν πιο αριστερά.

Παρακάτω, απεικονίζεται στο διάγραμμα 4 η επιλογή του καλύτερου χαρτοφυλακίου.



**Διάγραμμα 4:** Βέλτιστο Χαρτοφυλάκιο (Culver, 2023)

Βάσει του παραπάνω διαγράμματος, το σημείο R αποτελεί το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο, καθώς αντιστοιχεί στο σημείο επαφής μεταξύ του αποδοτικού συνόρου και της καμπύλης αδιαφορίας που βρίσκεται αριστερότερα. Ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του κινδύνου (διακύμανσης  $\sigma^2$ ) στην επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου, σύμφωνα με τη μέθοδο που παρουσίασε ο Markowitz. Αυτό μαθηματικά δίνεται ως εξής:

$$\min \sigma^2(R_p) \tag{2.15}$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$\text{Επιθυμητή απόδοση: } E(R_p) = k$$

$$\text{Άθροισμα βαρών: } X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N = 1$$

$$\text{Βάρος αξιογράφου στην επένδυση: } X_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, N$$

Όπου  $E(Rp)$  και  $\sigma^2(Rp)$  η αναμενόμενη απόδοση και η διασπορά του ζητούμενου χαρτοφυλακίου αντίστοιχα, ενώ  $X_1+X_2+X_3+\dots+X_N$  τα ζητούμενα ποσοστά επένδυσης στα διάφορα αξιόγραφα.

Στο σημείο αυτό, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι ο τρίτος περιορισμός αντιστοιχεί στην απουσία «προπώλησης» (short selling). Αυτός ο περιορισμός όμως, δεν είναι απαραίτητος, το πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί και χωρίς αυτόν τον περιορισμό.

Η λύση του προβλήματος είναι ένα διάνυσμα  $(X_1, X_2, \dots, X_N)$ , το οποίο ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, δεδομένου ότι η αναμενόμενη απόδοση είναι ίση με  $k$ . Όταν σχεδιάζουμε όλα τα χαρτοφυλάκια ελαχίστου κινδύνου για μια συγκεκριμένη αναμενόμενη απόδοση, τα βρίσκουμε σε ένα δισδιάστατο χώρο κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης (Διάγραμμα 2). Το σύνολο των χαρτοφυλακίων βρίσκεται πάνω σε μια καμπύλη που ονομάζεται «μέτωπο χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου». Αντίστοιχα, στην περίπτωση που ο κίνδυνος εκφράζεται με την τυπική απόκλιση της απόδοσης, η καμπύλη παίρνει τη μορφή μιας παραβολής.

Το μέτωπο χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου είναι μια καμπύλη που αντιπροσωπεύει τα χαρτοφυλάκια με την ελάχιστη δυνατή πιθανότητα κινδύνου για μια δεδομένη αναμενόμενη απόδοση. Στο μέτωπο αυτό υπάρχουν χαρτοφυλάκια με διαφορετικές αναμενόμενες αποδόσεις, αλλά για το ίδιο επίπεδο κινδύνου. Τα χαρτοφυλάκια με τη μεγαλύτερη δυνατή αναμενόμενη απόδοση σε αυτό το επίπεδο κινδύνου σχηματίζουν το αποδοτικό μέτωπο των χαρτοφυλακίων. Αυτό το μέτωπο αντιπροσωπεύει τα χαρτοφυλάκια που είναι οικονομικά αποδοτικά και που οι επενδυτές θα κατείχαν σε μια κατάσταση ισορροπίας, αν δεν υπήρχαν αξιόγραφα μηδενικού κινδύνου.

Όπως αναφέρθηκε, η εύρεση του βέλτιστου μετώπου γίνεται μέσω ενός προβλήματος ελαχιστοποίησης του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου. Αυτό γίνεται με την εξέταση του κινδύνου των διάφορων αξιογράφων στα οποία μπορεί να επενδύσει κάποιος, λαμβάνοντας υπόψη τη διασπορά ή την τυπική απόκλιση των αποδόσεων του παραγόμενου χαρτοφυλακίου. Με βάση αυτές τις πληροφορίες, επιλέγονται τα αξιόγραφα με τον χαμηλότερο δυνατό κίνδυνο, και αυτά σχηματίζουν το καλύτερο χαρτοφυλάκιο.

### 2.2.5 Μειονεκτήματα του μοντέλου Markowitz

Το μοντέλο του Markowitz έχει αναπτύξει αρκετά προβλήματα με το σημαντικότερο να είναι η ανάγκη για πολλές εκτιμήσεις. Για να υπολογιστεί το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο με  $N$  μετοχές, πρέπει να υπολογίσουμε  $N$  αναμενόμενες αποδόσεις,  $N$  τυπικές αποκλίσεις και  $N(N-1)/2$  συντελεστές συσχέτισης, συνολικά  $N(N+3)/2$  εκτιμήσεις. Για παράδειγμα, (το οποίο έχει αναφερθεί ξανά), αν  $N$  είναι 50, τότε απαιτούνται 1325 υπολογισμοί.

Εκτός από το γεγονός ότι το Υπόδειγμα του Markowitz παρουσιάζει σημαντικά σφάλματα στις εκτιμήσεις, υπάρχουν και άλλα δύο προβλήματα που επηρεάζουν την κατασκευή του. Πρώτον, οι σταθμίσεις πολλών αξιογράφων μπορούν να είναι ακραίες, είτε πολύ υψηλές είτε πολύ αρνητικές, παρότι το άθροισμά τους είναι η μονάδα. Δεύτερον, οι σταθμίσεις των αξιογράφων είναι ασταθείς και ακόμα και οι μικρές αλλαγές στις αναμενόμενες αποδόσεις ή στον πίνακα συνδιακυμάνσεων, μπορούν να οδηγήσουν σε μεγάλες αλλαγές στις σταθμίσεις του χαρτοφυλακίου.

Αυτά τα προβλήματα εντείνονται όταν υπάρχει υψηλή συσχέτιση μεταξύ αξιογράφων στο χαρτοφυλάκιο. Για αυτόν τον λόγο, πολλοί ερευνητές υποστηρίζουν, ότι οι κλασικές μέθοδοι βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου, όπως η μέθοδος του Markowitz, πράγματι λειτουργούν ως μέθοδοι μεγιστοποίησης του λάθους Michaud (1989). Εάν και υπήρξε η αφορμή για την σημερινή γνώση, πλέον δεν βοηθάει όσο θα έπρεπε για να μην προκληθούν άστοχες επενδύσεις.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : Εντροπία και Διαφοροποίηση Χαρτοφυλακίων

Η εντροπία (entropy) είναι ένα μέτρο αβεβαιότητας, Ο Shannon (1948) πρότεινε την παρακάτω μαθηματική σχέση για την μέτρηση της εντροπίας πληροφορίας  $H$  (information entropy) για μια Τυχαία Μεταβλητή  $X$ :

$$H(X) = - \sum_{i=1}^N p(x_i) \log (p(x_i)) \quad (3.1)$$

Όπου:

$X$ : η τυχαία μεταβλητή

$x_i$ : οι τιμές της τυχαίας μεταβλητής

$p(x_i)$ : Οι πιθανότητες των τιμών  $x_i$ , ισχύει  $\sum_{i=1}^N p(x_i) = 1$

Επειδή στη θεωρία του χαρτοφυλακίου τα βάρη των χρεογράφων που περιλαμβάνει το χαρτοφυλάκιο είναι ποσοστά που αθροίζονται στο 1 (100%), μπορούμε να θεωρήσουμε την εντροπία των βαρών σαν μέτρο αβεβαιότητας και διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου. Ο συνδυασμός ωστόσο της εντροπίας και της θεωρίας χαρτοφυλακίου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου που είναι ταυτόχρονα αποτελεσματικό και ανθεκτικό στην αστάθεια της αγοράς (Kolmogorov, 1933). Κατανοώντας λοιπόν, τη σχέση μεταξύ της εντροπίας και της θεωρίας χαρτοφυλακίου, οι επενδυτές μπορούν να λάβουν πιο ενημερωμένες αποφάσεις σχετικά με τις επενδύσεις τους και να μειώσουν την έκθεσή τους στον κίνδυνο μεγιστοποιώντας την διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου.

### 3.1 Ιστορία της Εντροπίας και των Χαρτοφυλακίων

Ο Markowitz ανέπτυξε τη σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου, η οποία δηλώνει ότι οι επενδυτές πρέπει να διαφοροποιήσουν τις επενδύσεις τους για να μειώσουν τον κίνδυνο και να μεγιστοποιήσουν τις αναμενόμενες αποδόσεις. Για την διαφοροποίηση ενός χαρτοφυλακίου μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την έννοια της εντροπίας των βαρών, η οποία είναι το μέτρο

της αταξίας σε ένα σύστημα. Η εντροπία, χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της διαφοροποίησης ενός χαρτοφυλακίου όπως και για τον προσδιορισμό της βέλτιστης κατανομής χαρτοφυλακίου.

Από την ανάπτυξη της θεωρίας του χαρτοφυλακίου, η εντροπία έχει χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση και τη βελτιστοποίηση των χαρτοφυλακίων. Συγκεκριμένα, η εντροπία έχει βοηθήσει στη μέτρηση του διαφοροποίησης ενός χαρτοφυλακίου και έχει προσδιορίσει την βέλτιστη κατανομή του χαρτοφυλακίου. Επίσης, έχει χρησιμοποιηθεί, στην ανάπτυξη αλγορίθμων βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου, όπως η βελτιστοποίηση μέσης διακύμανσης και η βελτιστοποίηση Black-Litterman.

Τα τελευταία χρόνια, η εντροπία έχει χρησιμεύσει στην ανάλυση και στη βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίων στο πλαίσιο της μηχανικής μάθησης. Για παράδειγμα, έχει βοηθήσει στη μέτρηση της αβεβαιότητας ενός χαρτοφυλακίου και στον προσδιορισμό της βέλτιστης κατανομής χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας ενισχυτική μάθηση. Παράλληλα, έχει χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση της απόδοσης των χαρτοφυλακίων και για την ανάπτυξη αλγορίθμων βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου.

Η χρησιμότητα της προσέγγισης μέγιστης εντροπίας ενός χαρτοφυλακίου είναι ότι οδηγεί στο αυτονόητο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο, ως προς την διαφοροποίηση των βαρών, που είναι το χαρτοφυλάκιο με ίσα βάρη  $X_i=1/N$  σε όλα τα χρεόγραφα. Η αυτονόητη λύση της ίσης κατανομής στα επιλεγμένα χρεόγραφα του χαρτοφυλακίου προκύπτει από της μεγιστοποίησης της εντροπίας των βαρών  $X_i$ :

$$MAX(H_{X_i}) = MAX[\sum X_i \log(X_i)] \quad (3.2)$$

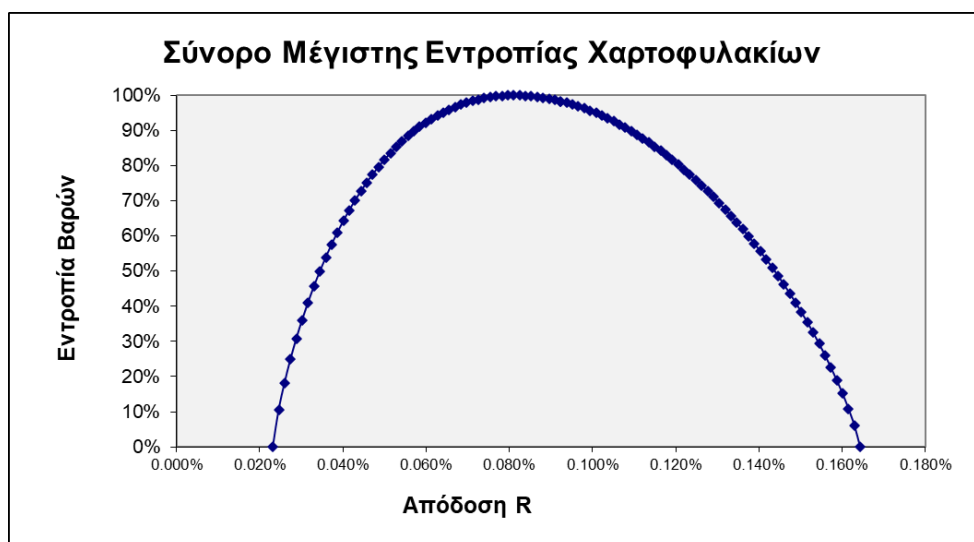
Υπό τους περιορισμούς:

$$\text{Επιθυμητή απόδοση: } E(R_p) = k = \sum_{i=1}^N X_i R_i$$

$$\text{Άθροισμα βαρών: } X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N = 1$$

$$\text{Βάρος αξιογράφου στην επένδυση: } X_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, N$$

Όπως και στο μοντέλο του Markowitz για τον ελάχιστο κίνδυνο χαρτοφυλακίου μπορούμε να κατασκευάσουμε το αποτελεσματικό σύνορο (efficient frontier) για την εντροπία (διαφοροποίηση) και απόδοση του χαρτοφυλακίου. Η μορφή είναι αυτή που παρουσιάζεται στο παρακάτω Διάγραμμα 5.



**Διάγραμμα 5:** Σύνορο Μέγιστης Εντροπίας Χαρτοφυλακίων

Η μέγιστη εντροπία (διαφοροποίηση) είναι το σημείο της καμπύλης στην κορυφή με τιμή της εντροπίας 100% και είναι το χαρτοφυλάκιο με ίσα βάρη  $X_i=1/N$  σε όλα τα χρεόγραφα. Επειδή τα βάρη είναι ίσα η απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι ίση με τη μέση απόδοση των χρεογράφων.

Κατά αντιστοιχία με το Sharpe ratio αν χρησιμοποιήσουμε την έννοια της χρησιμότητας του επενδυτή μας ενδιαφέρει η μέγιστη διαφοροποίηση και μέγιστη απόδοση του χαρτοφυλακίου, οπότε στην περίπτωση αυτή μας ενδιαφέρει το γινόμενο εντροπία \* απόδοση ( $H \cdot R$ ). Επομένως για χαρτοφυλάκια χαμηλού κινδύνου χρησιμοποιούμε το Sharpe Ratio για να βελτιώσουμε την απόδοση ενώ για χαρτοφυλάκια υψηλής διαφοροποίησης χρησιμοποιούμε τον δείκτη εντροπία\*απόδοση ( $H \cdot R$ ) για να βελτιώσουμε επίσης την απόδοση.

Η εντροπία χρησιμοποιείται για την ανάλυση και τη βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίων εδώ και πολλά χρόνια, καθώς είναι ένα ισχυρό εργαλείο για την ανάλυση χαρτοφυλακίων και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση του κινδύνου και διαφοροποίησης ενός



χαρτοφυλακίου αλλά και για τον προσδιορισμό της βέλτιστης κατανομής του (Lerch & Schmid, 2018).

### **3.2 Συνεισφορές Εντροπίας και Θεωρίας των Χαρτοφυλακίων στην Τεχνολογία**

Η εντροπία και τα χαρτοφυλάκια, υπήρξαν αναπόσπαστα στοιχεία για την ανάπτυξη της τεχνολογίας. Η εντροπία, ένα μέτρο της διαταραχής ενός συστήματος, έχει χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση της απόδοσης μιας ποικιλίας τεχνολογιών, από δίκτυα υπολογιστών έως συστήματα ισχύος (Giraldo, 2014). Τα χαρτοφυλάκια, τα οποία είναι συλλογές επενδύσεων, έχουν χρησιμοποιηθεί για τη χρηματοδότηση της ανάπτυξης νέων τεχνολογιών, όπως οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας (Kumar, 2015). Τόσο η εντροπία όσο και τα χαρτοφυλάκια, επέτρεψαν την ανάπτυξη της τεχνολογίας και η συνεισφορά τους δεν πρέπει να αγνοηθεί.

Η εντροπία έχει βοηθήσει στη μέτρηση της απόδοσης μιας ποικιλίας τεχνολογιών. Στα δίκτυα υπολογιστών, χρησιμοποιείται για να μετρήσει την ποσότητα των δεδομένων που αποστέλλονται και λαμβάνονται, καθώς και την ποσότητα των δεδομένων που χάνονται (Giraldo, 2014). Όλες αυτές οι πληροφορίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη βελτιστοποίηση της απόδοσης του δικτύου, καθώς και για τον εντοπισμό τυχόν προβλημάτων. Στα συστήματα ισχύος, η εντροπία, λειτουργεί για τη μέτρηση της αποδοτικότητας του συστήματος, όπως και για τον εντοπισμό τυχόν πιθανών κινδύνων (Giraldo, 2014). Μετρώντας την εντροπία ενός συστήματος, οι μηχανικοί μπορούν να εντοπίσουν τομείς βελτίωσης και να αναπτύξουν λύσεις για να αυξήσουν την απόδοση.

Τα χαρτοφυλάκια από την άλλη, έχουν αφήσει το δικό τους σημάδι στον τομέα της τεχνολογίας. Έχουν χρησιμοποιηθεί για τη χρηματοδότηση της ανάπτυξης νέων τεχνολογιών. Επενδύοντας σε μια ποικιλία διαφορετικών τεχνολογιών, οι επενδυτές μπορούν να κατανείμουν τον κίνδυνο και να αυξήσουν τις πιθανότητες επιτυχίας τους (Kumar, 2015). Αυτό επέτρεψε την ανάπτυξη ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, όπως η ηλιακή και η αιολική, οι οποίες ήταν ζωτικής σημασίας για την ανάπτυξη της τεχνολογίας. Επενδύοντας σε αυτές τις

τεχνολογίες, οι επενδυτές μπόρεσαν να χρηματοδοτήσουν την ανάπτυξη αυτών των πηγών, γεγονός που ανέδειξε την χρησιμότητα της τεχνολογίας.

Συμπερασματικά, η εντροπία και τα χαρτοφυλάκια υπήρξαν αναπόσπαστα στοιχεία για την ανάπτυξη της τεχνολογίας. Η εντροπία έχει χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση της απόδοσης μιας ποικιλίας τεχνολογιών, ενώ τα χαρτοφυλάκια έχουν χρησιμοποιηθεί για τη χρηματοδότηση της ανάπτυξης νέων τεχνολογιών. Και οι δύο αυτές συνεισφορές, συνέβαλαν στην ανέλιξη της τεχνολογίας και η συνεισφορά τους δεν πρέπει να αγνοηθεί.

## **Κεφάλαιο 4 : Εφαρμογή σε δεδομένα Ελληνικού Χρηματιστηρίου**

Η ανάλυση που θα εκτελεστεί παρακάτω, επικεντρώνεται στην εφαρμογή των αρχών της μέγιστης εντροπίας και του μοντέλου Markowitz στον τομέα των χρηματοοικονομικών επενδύσεων. Και οι δύο αρχές αποτελούν μέθοδο για τη δημιουργία βέλτιστων χαρτοφυλακίων μετοχών, λαμβάνοντας υπόψη την αναμενόμενη απόδοση, τον κίνδυνο και την διαφοροποίηση.

Η αρχή της μέγιστης εντροπίας επιδιώκει να επιλέξει το χαρτοφυλάκιο που έχει τη μέγιστη διαφοροποίηση ή την πιο ισορροπημένη κατανομή των μετοχών. Αυτό σημαίνει ότι προτιμάται η επιλογή ενός χαρτοφυλακίου με πιο ομοιόμορφη κατανομή των πιθανών αποτελεσμάτων, παρά την επιλογή ενός χαρτοφυλακίου με ένα μεμονωμένο υψηλότερο κέρδος αλλά και αυξημένο κίνδυνο.

Από την άλλη πλευρά, το μοντέλο Markowitz επιδιώκει να επιλέξει το χαρτοφυλάκιο το οποίο περιλαμβάνει την μέγιστη απόδοση για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου. Αυτό συνεπάγει, την εύρεση του συνδυασμού των μετοχών που ελαχιστοποιεί τον συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, ενώ παράλληλα μεγιστοποιεί την αναμενόμενη απόδοση.

Κατά τη διάρκεια της εργασίας, αναμένεται να προβούμε σε ανάλυση της ιστορικής απόδοσης των μετοχών, να υπολογίσουμε τις προβλέψεις για τη μελλοντική απόδοση και να κατασκευάσουμε ένα ισορροπημένο χαρτοφυλάκιο με βάση αυτές τις πληροφορίες. Ο στόχος μας είναι να επιτύχουμε έναν ισορροπημένο συνδυασμό κερδοφορίας και κινδύνου, αξιοποιώντας τις προβλέψεις που κάνουμε για τη μελλοντική απόδοση των μετοχών.

Κατά την εκτέλεση της εργασίας, θα πρέπει να προσδιορίσουμε τις μετοχές που θα περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο μας, να συλλέξουμε τα απαραίτητα δεδομένα για την ανάλυση, να χρησιμοποιήσουμε μαθηματικές μεθόδους και τεχνικές για τον υπολογισμό της βέλτιστης κατανομής του κεφαλαίου μας και, τέλος, να αποτυπώσουμε τα αποτελέσματα, παρουσιάζοντας τις αναμενόμενες αποδόσεις, τους κινδύνους και τις συνολικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου μας.

### **4.1 Περιγραφή Προτεινόμενου Χαρτοφυλακίου Μετοχών**

Το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από 7 Ελληνικές Μετοχές του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθήνας (ΧΑΑ). Αυτές είναι οι εξής:

#### **4.1.1 ΔΕΗ Α.Ε (PPC.ΑΤ)**

Η ΔΕΗ (Δημόσια Επιχείρηση Ηλεκτρισμού) είναι η μεγαλύτερη δημόσια ενεργειακή εταιρεία στην Ελλάδα. Ιδρύθηκε το 1950 και λειτουργεί ως ο κύριος πάροχος ηλεκτρικής ενέργειας στη χώρα. Η ΔΕΗ δραστηριοποιείται σε όλο το φάσμα της ενεργειακής αλυσίδας, περιλαμβάνοντας την παραγωγή, μεταφορά, διανομή και πώληση ηλεκτρικής ενέργειας.

Ως δημόσια επιχείρηση, αποτελεί σημαντικό παράγοντα στην ελληνική οικονομία και έχει στρατηγική σημασία για την ενεργειακή ασφάλεια της χώρας. Επίσης, η εταιρεία έχει επεκτείνει την παρουσία της και σε άλλες χώρες, μέσω της συμμετοχής σε διεθνείς ενεργειακές αγορές και της ανάπτυξης έργων στον τομέα των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας.

Όσον αφορά στη μετοχή της ΔΕΗ, αυτή είναι καταχωρημένη στον Χρηματιστήριο Αθηνών (ΧΑΑ) και εμπίπτει στην κατηγορία των δημόσιων επιχειρήσεων. Η εξέλιξη της μετοχής, επηρεάζεται από διάφορους παράγοντες, όπως η οικονομική κατάσταση της εταιρείας, οι τιμές των καυσίμων, οι ενεργειακές πολιτικές και οι κυβερνητικές αποφάσεις που επηρεάζουν τον ενεργειακό τομέα.

#### **4.1.2 MOTOR OIL (ΜΟΗ.ΑΤ)**

Η MOTOR OIL είναι μια ελληνική εταιρεία πετρελαιοειδών με έδρα τον Κορινθιακό Κόλπο. Η εταιρεία ιδρύθηκε το 1970 και από τότε έχει εξελιχθεί σε μία αρκετά κερδοφόρα αλλά και πολύτιμη εταιρία στον ενεργειακό τομέα. Η MOTOR OIL δραστηριοποιείται σε πολλούς τομείς της πετρελαϊκής βιομηχανίας, συμπεριλαμβανομένης της παραγωγής και διάθεσης πετρελαιοειδών προϊόντων.

Η εταιρεία κατέχει και λειτουργεί πετρελαϊκά εργοστάσια, πετρελαϊκά λιμάνια και αποθήκες, καθώς και δίκτυο πρατηρίων καυσίμων στην Ελλάδα και σε άλλες χώρες. Επίσης, είναι δραστήρια και στον τομέα της εξόρυξης πετρελαίου και φυσικού αερίου.

Όσον αφορά τη μετοχή της MOTOR OIL, αυτή είναι καταχωρημένη στον Χρηματιστήριο Αθηνών (ΧΑΑ) και αποτελεί μία από τις πιο δραστήριες και σημαντικές εταιρίες στον ενεργειακό τομέα της Ελλάδας. Η εξέλιξη της μετοχής επηρεάζεται από πολλούς

παράγοντες, όπως η παγκόσμια τιμή του πετρελαίου, οι ενεργειακές τάσεις και οι οικονομικές συνθήκες. Επομένως, η απόδοση της μετοχής μπορεί να παρουσιάζει διακυμάνσεις και απαιτεί προσεκτική ανάλυση πριν από τη λήψη επενδυτικών αποφάσεων.

#### **4.1.3 ΟΠΑΠ (ΟΡΑΡ.ΑΤ)**

Η ΟΠΑΠ (Οργανισμός Προγνωστικών Αγώνων Ποδοσφαίρου) είναι μια ελληνική εταιρεία που δραστηριοποιείται στον τομέα των τυχερών παιχνιδιών και στοιχημάτων. Ιδρύθηκε το 1958 και έχει καθιερωθεί ως η μεγαλύτερη εταιρεία τυχερών παιχνιδιών στην Ελλάδα.

Η ΟΠΑΠ προσφέρει μια ευρεία γκάμα προϊόντων στον τομέα των τυχερών παιχνιδιών, συμπεριλαμβανομένων των κλασικών λαχείων, των στοιχημάτων σε αθλητικά γεγονότα, των εικονικών παιχνιδιών και των καζίνο. Επιπλέον, η εταιρεία διαθέτει ένα εκτεταμένο δίκτυο στοιχηματικών καταστημάτων σε όλη την Ελλάδα.

Όσον αφορά τη μετοχή της ΟΠΑΠ, αυτή είναι καταχωρημένη στον Χρηματιστήριο Αθηνών (ΧΑΑ) και αποτελεί μια από τις πιο διαπρεπείς μετοχές στην ελληνική αγορά. Η εξέλιξη της μετοχής επηρεάζεται από διάφορους παράγοντες, όπως η οικονομική κατάσταση της εταιρείας, οι αλλαγές στη νομοθεσία περί τυχερών παιχνιδιών, η κατάσταση της αγοράς και οι γενικές οικονομικές συνθήκες.

#### **4.1.4 ΟΤΕ (ΗΤΟ.ΑΤ)**

Ο ΟΤΕ (Οργανισμός Τηλεπικοινωνιών Ελλάδος) είναι η μεγαλύτερη εταιρεία τηλεπικοινωνιών στην Ελλάδα. Ιδρύθηκε το 1949 και αποτελεί έναν από τους κύριους παρόχους τηλεπικοινωνιακών υπηρεσιών στη χώρα. Η εταιρεία προσφέρει φωνητικές, δεδομένων και ευρυζωνικές υπηρεσίες, καθώς και υπηρεσίες τηλεόρασης και σταθερής τηλεφωνίας.

Ο ΟΤΕ είναι επίσης η μητρική εταιρεία του Ομίλου ΟΤΕ, ο οποίος δραστηριοποιείται στον τομέα των τηλεπικοινωνιών σε πολλές χώρες της Νοτιοανατολικής Ευρώπης.

Όσον αφορά τη μετοχή της ΟΤΕ, αυτή είναι καταχωρημένη στον Χρηματιστήριο Αθηνών (ΧΑΑ) και αποτελεί και εκείνη, μια από τις κύριες μετοχές στην ελληνική αγορά. Η εξέλιξη της μετοχής επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες, όπως οι οικονομικές επιδόσεις της εταιρείας, οι ανακοινώσεις για νέες υπηρεσίες ή επενδύσεις και οι γενικές τάσεις στον τομέα των τηλεπικοινωνιών.

#### **4.1.5 LAMDA DEVELOPMENT(LAMDA.AT)**

Η Lamda Development είναι μια ελληνική εταιρεία ανάπτυξης ακινήτων που ειδικεύεται στην ανάπτυξη, διαχείριση και εκμετάλλευση εμπορικών, αναψυκτικών και ακινήτων συγκροτημάτων. Η εταιρεία ιδρύθηκε το 1994 και έχει επικεντρωθεί στην ανάπτυξη μεγάλων ακινήτων έργων όπως εμπορικά κέντρα, καταστήματα, γραφεία, ξενοδοχεία και ακίνητα πάρκα.

Η Lamda Development έχει επίσης επεκτείνει την παρουσία της σε διεθνές επίπεδο, αναπτύσσοντας έργα σε άλλες χώρες όπως η Ρουμανία και η Σερβία. Η εταιρεία έχει καταφέρει να αποκτήσει αναγνώριση για την ποιότητα των έργων της και την επιτυχημένη εμπορική τους αξία.

Όσον αφορά τη μετοχή της Lamda Development, αυτή είναι καταχωρημένη στον Χρηματιστήριο Αθηνών (ΧΑΑ) και αντιπροσωπεύει την ιδιοκτησία μετόχων στην εταιρεία. Η εξέλιξη της μετοχής επηρεάζεται από διάφορους παράγοντες, όπως οι οικονομικές επιδόσεις της εταιρείας, οι επενδυτικές ανακοινώσεις, η γενική οικονομική κατάσταση και οι τάσεις της αγοράς ακινήτων.

#### **4.1.6 ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ (ETE.AT)**

Η Εθνική Τράπεζα της Ελλάδος (ETE) είναι η μεγαλύτερη τράπεζα στην Ελλάδα και αποτελεί έναν κορυφαίο παράγοντα στον τραπεζικό τομέα της χώρας. Ιδρύθηκε το 1841 και λειτουργεί ως πάροχος χρηματοοικονομικών υπηρεσιών για ιδιώτες, επιχειρήσεις και το δημόσιο.

Η ΕΤΕ παρέχει μια ευρεία γκάμα τραπεζικών προϊόντων και υπηρεσιών, συμπεριλαμβανομένων των καταθέσεων, των δανείων, των καρτών, των χρηματιστηριακών υπηρεσιών και της διαχείρισης περιουσιακών στοιχείων. Επιπλέον, δραστηριοποιείται σε διεθνές επίπεδο μέσω θυγατρικών εταιρειών και συνεργασιών.

Όσον αφορά τη μετοχή της Εθνικής Τράπεζας, αυτή είναι καταχωρημένη στον Χρηματιστήριο Αθηνών (ΧΑΑ) και αντιπροσωπεύει την ιδιοκτησία μετόχων στην τράπεζα. Η αξία και η εξέλιξη της μετοχής επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες, όπως οι οικονομικές επιδόσεις της τράπεζας, οι εξελίξεις στον τραπεζικό τομέα, η γενική οικονομική κατάσταση της χώρας και οι παγκόσμιες τάσεις της αγοράς.

#### **4.1.7 ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ (MYTIL.AT)**

Ο Μυτιληναίος (Mytilineos Holdings) είναι μια ελληνική εταιρεία που δραστηριοποιείται στους τομείς της ενέργειας, των μεταλλευτικών και της βιομηχανίας. Ιδρύθηκε το 1908 και έχει εξελιχθεί σε μια από τις κορυφαίες εταιρείες της Ελλάδας στον ενεργειακό τομέα.

Ο Μυτιληναίος είναι ενεργός σε διάφορες δραστηριότητες, συμπεριλαμβανομένης της παραγωγής και διανομής ηλεκτρικής ενέργειας, της παραγωγής αλουμινίου και μεταλλικών κατασκευών, καθώς και της εμπορίας πρώτων υλών και εμπορευματοκιβωτίων.

Η μετοχή του Μυτιληναίου είναι καταχωρημένη στον Χρηματιστήριο Αθηνών (ΧΑΑ) και αντιπροσωπεύει την ιδιοκτησία μετόχων στην εταιρεία. Η αξία και η εξέλιξη της μετοχής επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες, όπως η οικονομική απόδοση της εταιρείας, οι εξελίξεις στον ενεργειακό και μεταλλευτικό τομέα, καθώς και οι γενικές τάσεις της αγοράς.

## **4.2 Χαρακτηριστικά Επιλεγμένων Μετοχών**

Τα κοινά χαρακτηριστικά των μετοχών που αναφέρονται (ΔΕΗ, ΜΟΤΟΡ ΟΙΛ, ΟΠΑΠ, ΟΤΕ, ΛΑΜΔΑ, ΕΤΕ, ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ) ενδέχεται να ποικίλουν ανάλογα με την εξέλιξη των

επιχειρήσεων και των οικονομικών συνθηκών. Ωστόσο, μπορούμε να αναφέρουμε ορισμένα κοινά στοιχεία που ενδέχεται να επηρεάζουν την απόδοση αυτών των μετοχών.

1. **Κλάδος:** Οι επιλεγμένες μετοχές ανήκουν σε διάφορους κλάδους της οικονομίας. Για παράδειγμα, η ΔΕΗ ανήκει στον κλάδο της ενέργειας, η ΜΟΤΟΡ ΟΙΛ στον κλάδο των πετρελαιοειδών, η ΟΠΑΠ στον κλάδο των τυχερών παιχνιδιών κ.λπ. Οι επιδόσεις των μετοχών μπορεί να επηρεάζονται από τις εξελίξεις στον συγκεκριμένο κλάδο.
2. **Οικονομικές επιδόσεις:** Οι εταιρείες που αντιπροσωπεύουν οι μετοχές αυτές έχουν διαφορετικές οικονομικές επιδόσεις. Οι διαθέσιμες οικονομικές πληροφορίες, όπως οι οικονομικές καταστάσεις, οι αναφορές κερδών και οι ανακοινώσεις των εταιρειών, μπορούν να παρέχουν πληροφορίες σχετικά με την απόδοσή τους.
3. **Ανάπτυξη και ανταγωνιστικό πλεονέκτημα:** Οι εταιρείες μπορεί να έχουν διαφορετικές προοπτικές ανάπτυξης και ανταγωνιστικά πλεονεκτήματα στην αγορά. Παρακολουθώντας την ανάπτυξη της εταιρείας και τις στρατηγικές της, μπορεί να προβλέψετε την απόδοσή της.
4. **Επιρροές αγοράς:** Οι μετοχές επηρεάζονται από τις γενικές εξελίξεις της αγοράς. Παράγοντες όπως οι οικονομικές συνθήκες, οι πολιτικές αλλαγές, οι γεωπολιτικές εξελίξεις και οι παγκόσμιες τάσεις μπορούν να επηρεάσουν την απόδοση των μετοχών.

**Οι λόγοι επένδυσης σε αυτό το χαρτοφυλάκιο με αυτές τις μετοχές είναι οι εξής:**

1. **Ελκυστικές προοπτικές απόδοσης:** Με βάση την ανάλυση της αγοράς και των εταιρειών στους αντίστοιχους κλάδους, οι επιλεγμένες μετοχές έχουν ελκυστικές προοπτικές απόδοσης στο μέλλον. Μπορεί να υπάρχουν ενδείξεις για αύξηση των εσόδων, κερδών ή μεριδίου αγοράς των εταιρειών αυτών.
2. **Θετικές οικονομικές επιδόσεις:** Μέσω της ανάλυσης των οικονομικών επιδόσεων, παρατήρησα ότι οι εταιρείες αυτές έχουν σημαντική ανάπτυξη, κερδοφορία και θετική δυναμική. Αυτό με καθιστά αισιόδοξο για τη μελλοντική απόδοση της αξίας των μετοχών τους.
3. **Συμβατότητα με τη στρατηγική επένδυσης:** Η επιλογή αυτών των μετοχών είναι συνεπής με την επενδυτική στρατηγική που έχω υιοθετήσει. Μπορεί να βασίζομαι σε



τεχνικές αναλύσεις ή να ακολουθώ μια προσέγγιση μακροπρόθεσμων επενδύσεων. Οι επιλεγμένες μετοχές προσφέρουν ευκαιρίες ανάλογα με αυτήν τη στρατηγική.

4. **Αναπτυξιακές προοπτικές:** Μελέτησα τις προοπτικές ανάπτυξης των εταιρειών αυτών και πιστεύω ότι έχουν το δυναμικό για να αξιοποιήσουν ευκαιρίες στον κλάδο τους. Αυτό μπορεί να συμπεριλαμβάνει την είσοδο σε νέες αγορές, την επέκταση των προϊόντων ή υπηρεσιών τους, ή την επιτυχή υλοποίηση στρατηγικών ανάπτυξης.

### 4.3 Ανάλυση Δεδομένων των Επιλεγμένων Μετοχών

Για να εκτελέσουμε την ανάλυση του χαρτοφυλακίου με την αρχή της μέγιστης εντροπίας και του μοντέλου Markowitz στο Excel, πρέπει να ακολουθήσουμε τα παρακάτω βήματα:

1. Συλλογή των ιστορικών δεδομένων για τις 7 επιλεγμένες μετοχές από το ελληνικό χρηματιστήριο για τα τελευταία 5 έτη. Τα δεδομένα είναι οι ημερήσιες τιμές κλεισίματος για κάθε μετοχή.
2. Υπολογισμός των ημερήσιων αποδόσεων για κάθε μετοχή. Αυτό μπορεί να γίνει αφαιρώντας την προηγούμενη ημερήσια τιμή από την τρέχουσα τιμή και διαιρώντας με την προηγούμενη ημερήσια τιμή. Ποσοστιαία Απόδοση =  $(\text{Τιμή Κλεισίματος Σήμερα} - \text{Τιμή Κλεισίματος Εχθές}) / \text{Τιμή Κλεισίματος Εχθές}$ .
3. Υπολογισμός της μέσης τιμής (μέση ημερήσια απόδοση) και τυπικής απόκλισης (ή διασποράς) για κάθε μετοχή χρησιμοποιώντας τις αποδόσεις που υπολογίσατε στο προηγούμενο βήμα.
4. Υπολογισμός του πίνακα συνδιακύμανσης (covariance matrix) μεταξύ των μετοχών. Ο πίνακας αυτός περιέχει τις συνδιακυμάνσεις μεταξύ όλων των ζευγών των μετοχών. Χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση COVAR στο Excel για να υπολογίσουμε τις συνδιακυμάνσεις.
5. Χρησιμοποιούμε μακροεντολές του Excel για να εκτελέσουμε τον αλγόριθμο της μέγιστης εντροπίας ή το μοντέλο Markowitz. Αυτά τα εργαλεία χρησιμοποιούν τεχνικές βελτιστοποίησης (solver) για τον υπολογισμό του βέλτιστου χαρτοφυλακίου, λαμβάνοντας υπόψη την επιθυμητή απόδοση και την κίνδυνο.

#### **4.4 Υπολογισμός Αποδόσεων, Τυπικών Αποκλίσεων, και Διακυμάνσεων**

Για τον υπολογισμό των αποδόσεων, των τυπικών αποκλίσεων και των διακυμάνσεων μιας μετοχής, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις παρακάτω μεθόδους:

1. Υπολογισμός αποδόσεων:

Οι αποδόσεις μιας μετοχής υπολογίζονται ως το ποσοστιαίο κέρδος ή απώλεια της μετοχής σε σχέση με την αρχική της τιμή. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί η σχέση (2.1)

2. Υπολογισμός τυπικής απόκλισης:

Η τυπική απόκλιση αποτελεί μια μέτρηση της διακύμανσης των αποδόσεων της μετοχής από τη μέση τιμή τους. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί η σχέση (2.4)

3. Υπολογισμός διακύμανσης:

Η διακύμανση αποτελεί το μέτρο της μεταβλητότητας των αποδόσεων της μετοχής. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί η σχέση (2.3)

#### **4.5 Χαρτοφυλάκιο Markowitz**

Η εντροπία του Markowitz αναφέρεται σε ένα μοντέλο που αναπτύχθηκε από τον Harry Markowitz, έναν από τους πρωτοπόρους στον τομέα της σύγχρονης θεωρίας του χαρτοφυλακίου. Η θεωρία του Markowitz παρέχει ένα πλαίσιο για την αξιολόγηση και την επιλογή χαρτοφυλακίων επενδύσεων με βάση τη σχέση μεταξύ απόδοσης και κινδύνου.

Σύμφωνα με τη θεωρία του Markowitz, ένα βέλτιστο χαρτοφυλάκιο επιλέγεται με βάση την εντροπία, η οποία αποτελεί μια μέτρηση της αβεβαιότητας ή του κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Ο στόχος είναι να επιλεγεί ένα χαρτοφυλάκιο που προσφέρει τη μέγιστη δυνατή απόδοση για τον δεδομένο επίπεδο κινδύνου.

Ο υπολογισμός της εντροπίας Markowitz απαιτεί την εκτίμηση της μέσης απόδοσης και του πίνακα συσχέτισης μεταξύ των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο. Με βάση αυτές τις πληροφορίες, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος της μέγιστης εντροπίας για να βρεθεί ο

συνδυασμός των μετοχών που ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο (εκφρασμένο από την εντροπία) για μια δεδομένη επιθυμητή απόδοση ή επίπεδο κινδύνου.

Με την εφαρμογή της εντροπίας Markowitz, ο επενδυτής μπορεί να επιλέξει ένα χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται στην οπτική γωνία της επιθυμητής απόδοσης και κινδύνου, προσαρμόζοντας τον βαθμό συμμετοχής των μετοχών. Αυτό του επιτρέπει να επιτύχει μια ισορροπία μεταξύ απόδοσης και κινδύνου, λαμβάνοντας υπόψη την πιθανότητα συστηματικού κινδύνου και διαφοροποίησης.

Το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο κατά την μέθοδο Markowitz αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο μπορούμε να επιλέξουμε τον ιδανικό συνδυασμό μετοχών που θα παρέχει το μέγιστο επίπεδο απόδοσης για έναν δεδομένο επιθυμητό επίπεδο κινδύνου ή το ελάχιστο επίπεδο κινδύνου για μια δεδομένη απόδοση.

Οι βασικές αρχές της μεθόδου Markowitz περιλαμβάνουν:

**Μέση απόδοση:** Υπολογίζεται η μέση απόδοση για κάθε μετοχή στο παρελθόν. Η μέση απόδοση αντιπροσωπεύει το αναμενόμενο κέρδος της μετοχής στο μέλλον.

**Τυπική απόκλιση:** Υπολογίζεται η τυπική απόκλιση για κάθε μετοχή στο παρελθόν. Η τυπική απόκλιση μετρά τον βαθμό κινδύνου της μετοχής, δηλαδή το πόσο διακυμαίνονται οι αποδόσεις της σε σχέση με τη μέση τιμή.

**Συσχέτιση:** Υπολογίζεται η συσχέτιση μεταξύ των μετοχών. Η συσχέτιση αντιπροσωπεύει τον τρόπο με τον οποίο οι αποδόσεις δύο μετοχών συνδέονται μεταξύ τους. Αν οι μετοχές έχουν αρνητική συσχέτιση, μπορεί να προσφέρει διαφοροποίηση και μείωση του συνολικού κινδύνου.

Ο στόχος του βέλτιστου χαρτοφυλακίου Markowitz είναι να επιλεγεί ο συνδυασμός μετοχών που θα ελαχιστοποιήσει τη διακύμανση (κίνδυνο) για ένα δεδομένο επίπεδο απόδοσης ή να μεγιστοποιήσει την απόδοση για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου.

Ο Markowitz εισήγαγε την έννοια του efficient frontier, που αντιπροσωπεύει την ιδανική συνδυασμό της απόδοσης και του κινδύνου για έναν επενδυτή. Στο μπροστάρη σημείο, καμία άλλη επένδυση δεν προσφέρει μεγαλύτερη απόδοση για το ίδιο επίπεδο κινδύνου, ή μικρότερο κίνδυνο για την ίδια απόδοση.

Οι επενδυτές μπορούν να επιλέξουν το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο, για να επιτύχουν την επιθυμητή ισορροπία μεταξύ απόδοσης και κινδύνου, λαμβάνοντας υπόψη τις προτιμήσεις και τους στόχους τους.

## **4.6 Απόδοση και Διακύμανση Χαρτοφυλακίου**

Η απόδοση και η διακύμανση είναι 2 κρίσιμοι δείκτες για την αξιολόγηση και την παρακολούθηση ενός χαρτοφυλακίου επενδύσεων.

Η απόδοση αναφέρεται στην αύξηση ή μείωση της αξίας του χαρτοφυλακίου επί ενός συγκεκριμένου χρονικού διαστήματος. Μπορεί να υπολογιστεί ως το ποσοστιαίο κέρδος ή απώλεια της αξίας του χαρτοφυλακίου σε σχέση με την αρχική του αξία. Η απόδοση μπορεί να εκφραστεί είτε απόλυτα (σε νομισματική μονάδα) είτε σε ποσοστιαία βάση.

Η διακύμανση αναφέρεται στο μέτρο της αστάθειας ή της διακύμανσης της απόδοσης του χαρτοφυλακίου. Παρουσιάζει το εύρος των διαφορετικών αποτελεσμάτων που μπορούν να προκύψουν από τις επενδύσεις σε ένα χαρτοφυλάκιο. Η διακύμανση μπορεί να υπολογιστεί ως η τυπική απόκλιση της απόδοσης ή ως το τετράγωνο της τυπικής απόκλισης.

Η απόδοση και η διακύμανση συνδέονται στενά μεταξύ τους. Ένα χαρτοφυλάκιο με υψηλή απόδοση συνήθως συνοδεύεται από υψηλή διακύμανση (κίνδυνο), ενώ ένα χαρτοφυλάκιο με χαμηλή διακύμανση (κίνδυνο) μπορεί να έχει και χαμηλότερη απόδοση. Ο στόχος είναι να επιτευχθεί ένα ισορροπημένο χαρτοφυλάκιο με «καλή» απόδοση και αποδεκτή διακύμανση (κίνδυνο), λαμβάνοντας υπόψη τους στόχους και τις προτιμήσεις του επενδυτή.

### **4.6.1 Υπολογισμοί Χαρτοφυλακίων με χρήση Excel**

Στο 80% των δεδομένων οι αποδόσεις, διακυμάνσεις και τυπικές αποκλίσεις για κάθε μετοχή μέσα στο διάστημα 2018 Ιούλιος – 2022 Ιούνιος (Συνολικά 991 ημερήσιες Τιμές), αποτελούν την ιστορική περίοδο. Το διάστημα 2022 Ιούλιος έως 2023 Ιούνιος (Συνολικά 246 ημερήσιες Τιμές, 20% των δεδομένων) αποτελούν την περίοδο αξιολόγησης των αποδόσεων των χαρτοφυλακίων που θα συγκριθούν παρακάτω.

Υπολογίστηκαν οι αποδόσεις, διακυμάνσεις και τυπικές αποκλίσεις για κάθε μετοχή μέσα στο διάστημα 2018 Ιούλιος – 2022 Ιούνιος (Συνολικά 991 ημερήσιες Τιμές), για όλο το δείγμα που ορίστηκε ως ιστορική περίοδος. Στον παρακάτω Πίνακα 1 παρουσιάζονται η απόδοση και διακύμανση των 5 μετοχών στην ιστορική περίοδο.

<i>Μετοχή</i>	<i>Απόδοση</i>	<i>Διακύμανση</i>
PPC	0.164%	0.0343
HTO	0.062%	0.0181
LAMDA	0.023%	0.0228
ETE	0.084%	0.0387
MYTIL	0.074%	0.0218

**Πίνακας 1:** Απόδοση και Διακύμανση των 5 μετοχών στην ιστορική περίοδο

Για την κατασκευή των χαρτοφυλακίων των μετοχών με το μοντέλο του Markowitz είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθούν οι Συσχετίσεις και Αυτοσυσχετίσεις που για την ιστορική περίοδο 2018/7-2022/6 παρουσιάζονται στον πίνακα 2 παρακάτω:

<i>Μετοχή</i>	<i>PPC</i>	<i>HTO</i>	<i>LAMDA</i>	<i>ETE</i>	<i>MYTIL</i>
PPC	<b>0.0012</b>	0.0003	0.0004	0.0007	0.0004
HTO	0.0003	<b>0.0003</b>	0.0002	0.0002	0.0002
LAMDA	0.0004	0.0002	<b>0.0005</b>	0.0005	0.0003
ETE	0.0007	0.0002	0.0005	<b>0.0015</b>	0.0005
MYTIL	0.0004	0.0002	0.0003	0.0005	<b>0.0005</b>

**Πίνακας 2:** Συσχετίσεις και Αυτοσυσχετίσεις των 5 μετοχών

#### **4.6.2 Υπολογισμός Χαρτοφυλακίων Ελαχίστου Κινδύνου (Markowitz) και Sharpe**

Για να δημιουργηθεί το αποτελεσματικό σύνορο (efficient frontier) του Markowitz χρησιμοποιήθηκε μια μακροεντολή του excel η οποία υπολογίζει τα βάρη των 5 μετοχών στο χαρτοφυλάκιο ώστε να έχουμε τους βέλτιστους συνδυασμούς απόδοσης και διασποράς (κινδύνου) στο χαρτοφυλάκιο. Η μακροεντολή που χρησιμοποιήθηκε παρουσιάζεται στην

Εικόνα 1, στις εντολές περιλαμβάνει χρησιμοποιείται η επίλυση (solver) για να λυθεί το αντίστοιχο πρόβλημα μη γραμμικής βελτιστοποίησης.

```

Sub CreateFrontier5()
    current = Selection.Address
    Application.ScreenUpdating = False
    Range("$J$21").Select
        minR = Range("B8").Value
        maxR = Range("D8").Value
    For i = 1 To 100
        Range("I18").Value = minR + (i - 1) * (maxR - minR) / 100
        ActiveCell.Value = Range("I18").Value
        answer = SolverSolve(True)
    If answer = 0 Then
        ActiveCell.Offset(0, 1).Value = Range("I16").Value
        ActiveCell.Offset(0, 2).Value = Range("B6").Value
        ActiveCell.Offset(0, 3).Value = Range("C6").Value
        ActiveCell.Offset(0, 4).Value = Range("D6").Value
        ActiveCell.Offset(0, 5).Value = Range("E6").Value
        ActiveCell.Offset(0, 6).Value = Range("F6").Value
    End If
    ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
Next
Range(current).Select
Application.ScreenUpdating = True
End Sub

```

**Εικόνα 1:** Ο κώδικας της μακροεντολής (excel vba) υπολογισμού Συνόρου Markowitz

Στον παρακάτω πίνακα 2 παρουσιάζονται τα 100 χαρτοφυλάκια που αποτελούν το αποτελεσματικό σύνορο (efficient frontier) του Markowitz. Η 1η στήλη είναι ο αύξων αριθμός χαρτοφυλακίου, στην 2η στήλη η απόδοση (Return), στην 3η στήλη η διασπορά (Variance), ενώ στις 4-5-6-7-8 στήλες τα βάρη (ποσοστά) κάθε μετοχής, στην τελευταία το Sharpe ratio. Από την στήλη variance επιλέγουμε το χαρτοφυλάκιο με τον μικρότερο κίνδυνο (διασπορά) στην γραμμή 25. Στην συνέχεια με κριτήριο Max Sharpe Ratio βρίσκουμε το μεγαλύτερο ποσοστό στην αντίστοιχη στήλη 45.

#	Απόδοση (Return)	Διασπορά (Variance)	Βάρη (ποσοστό) στο χαρτοφυλάκιο					Sharpe Ratio
			PPC	HTO	LAMDA	ETE	MYTIL	
1	0.023%	0.052%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	44.4%
2	0.025%	0.050%	0.00%	3.62%	96.38%	0.00%	0.00%	49.4%
3	0.026%	0.047%	0.00%	7.25%	92.75%	0.00%	0.00%	54.8%
4	0.027%	0.045%	0.00%	10.87%	89.13%	0.00%	0.00%	60.7%
5	0.029%	0.043%	0.00%	14.49%	85.51%	0.00%	0.00%	66.9%
6	0.030%	0.041%	0.00%	18.11%	81.89%	0.00%	0.00%	73.5%
7	0.032%	0.039%	0.00%	21.73%	78.27%	0.00%	0.00%	80.4%
8	0.033%	0.038%	0.00%	25.35%	74.65%	0.00%	0.00%	87.8%
9	0.034%	0.036%	0.00%	28.98%	71.02%	0.00%	0.00%	95.4%

10	0.036%	0.035%	0.00%	32.60%	67.40%	0.00%	0.00%	103.3%
11	0.037%	0.033%	0.00%	36.22%	63.78%	0.00%	0.00%	111.5%
12	0.039%	0.032%	0.00%	39.84%	60.16%	0.00%	0.00%	119.8%
13	0.040%	0.031%	0.00%	43.46%	56.54%	0.00%	0.00%	128.2%
14	0.041%	0.030%	0.00%	47.08%	52.92%	0.00%	0.00%	136.4%
15	0.043%	0.030%	0.00%	50.70%	49.30%	0.00%	0.00%	144.6%
16	0.044%	0.029%	0.00%	53.21%	45.93%	0.00%	0.86%	152.4%
17	0.046%	0.029%	0.00%	53.80%	43.00%	0.00%	3.19%	160.2%
18	0.047%	0.028%	0.00%	54.40%	40.07%	0.00%	5.53%	167.8%
19	0.049%	0.028%	0.00%	55.00%	37.14%	0.00%	7.86%	175.3%
20	0.050%	0.0274%	0.00%	55.60%	34.21%	0.00%	10.19%	182.6%
21	0.051%	0.0271%	0.00%	56.19%	31.28%	0.00%	12.53%	189.7%
22	0.053%	0.02688%	0.00%	56.79%	28.35%	0.00%	14.86%	196.4%
23	0.054%	0.02674%	0.00%	57.39%	25.42%	0.00%	17.19%	202.7%
24	0.056%	0.02667%	0.00%	57.98%	22.49%	0.00%	19.53%	208.6%
25	0.057%	0.02665%	0.00%	58.58%	19.56%	0.00%	21.86%	214.0%
26	0.058%	0.02670%	0.00%	59.18%	16.63%	0.00%	24.19%	218.8%
27	0.060%	0.027%	0.26%	59.61%	14.20%	0.00%	25.93%	223.2%
28	0.061%	0.027%	1.20%	59.60%	13.10%	0.00%	26.10%	227.2%
29	0.063%	0.027%	2.14%	59.59%	12.00%	0.00%	26.27%	231.1%
30	0.064%	0.027%	3.08%	59.58%	10.90%	0.00%	26.44%	234.7%
31	0.065%	0.028%	4.03%	59.57%	9.80%	0.00%	26.61%	238.1%
32	0.067%	0.028%	4.97%	59.56%	8.70%	0.00%	26.78%	241.3%
33	0.068%	0.028%	5.91%	59.55%	7.59%	0.00%	26.95%	244.3%
34	0.070%	0.028%	6.85%	59.54%	6.49%	0.00%	27.11%	247.1%
35	0.071%	0.028%	7.80%	59.53%	5.39%	0.00%	27.28%	249.6%
36	0.073%	0.029%	8.74%	59.52%	4.29%	0.00%	27.45%	252.0%
37	0.074%	0.029%	9.68%	59.51%	3.19%	0.00%	27.62%	254.1%
38	0.075%	0.029%	10.62%	59.50%	2.09%	0.00%	27.79%	256.1%
39	0.077%	0.030%	11.57%	59.49%	0.99%	0.00%	27.96%	257.8%
40	0.078%	0.030%	12.56%	59.40%	0.00%	0.00%	28.04%	259.3%
41	0.080%	0.031%	14.02%	58.65%	0.00%	0.00%	27.32%	260.5%
42	0.081%	0.031%	15.49%	57.90%	0.00%	0.00%	26.61%	261.5%
43	0.082%	0.031%	16.95%	57.15%	0.00%	0.00%	25.90%	262.1%
44	0.084%	0.032%	18.41%	56.40%	0.00%	0.00%	25.19%	262.40%
45	0.085%	0.032%	19.87%	55.65%	0.00%	0.00%	24.48%	262.44%
46	0.087%	0.033%	21.33%	54.90%	0.00%	0.00%	23.76%	262.2%
47	0.088%	0.034%	22.80%	54.15%	0.00%	0.00%	23.05%	261.7%
48	0.089%	0.034%	24.26%	53.40%	0.00%	0.00%	22.34%	261.0%
49	0.091%	0.035%	25.72%	52.65%	0.00%	0.00%	21.63%	260.0%
50	0.092%	0.036%	27.18%	51.90%	0.00%	0.00%	20.92%	258.9%
51	0.094%	0.036%	28.64%	51.15%	0.00%	0.00%	20.21%	257.5%
52	0.095%	0.037%	30.10%	50.40%	0.00%	0.00%	19.49%	256.0%
53	0.097%	0.038%	31.57%	49.65%	0.00%	0.00%	18.78%	254.3%
54	0.098%	0.039%	33.03%	48.90%	0.00%	0.00%	18.07%	252.4%
55	0.099%	0.040%	34.49%	48.15%	0.00%	0.00%	17.36%	250.4%
56	0.101%	0.041%	35.95%	47.40%	0.00%	0.00%	16.65%	248.3%
57	0.102%	0.042%	37.41%	46.65%	0.00%	0.00%	15.94%	246.1%
58	0.104%	0.042%	38.88%	45.90%	0.00%	0.00%	15.22%	243.8%
59	0.105%	0.044%	40.34%	45.15%	0.00%	0.00%	14.51%	241.4%
60	0.106%	0.045%	41.80%	44.40%	0.00%	0.00%	13.80%	238.9%
61	0.108%	0.046%	43.26%	43.65%	0.00%	0.00%	13.09%	236.4%
62	0.109%	0.047%	44.72%	42.90%	0.00%	0.00%	12.38%	233.8%
63	0.111%	0.048%	46.19%	42.15%	0.00%	0.00%	11.66%	231.2%
64	0.112%	0.049%	47.65%	41.40%	0.00%	0.00%	10.95%	228.5%
65	0.113%	0.050%	49.11%	40.65%	0.00%	0.00%	10.24%	225.8%
66	0.115%	0.052%	50.57%	39.90%	0.00%	0.00%	9.53%	223.1%
67	0.116%	0.053%	52.03%	39.15%	0.00%	0.00%	8.82%	220.4%
68	0.118%	0.054%	53.50%	38.40%	0.00%	0.00%	8.11%	217.6%
69	0.119%	0.055%	54.96%	37.65%	0.00%	0.00%	7.39%	214.9%
70	0.121%	0.057%	56.42%	36.90%	0.00%	0.00%	6.68%	212.2%

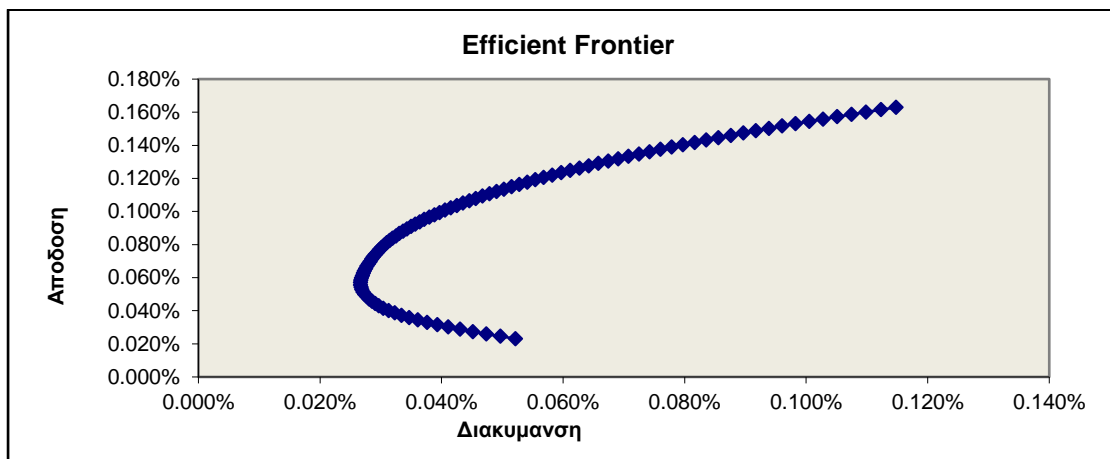
71	0.122%	0.058%	57.88%	36.15%	0.00%	0.00%	5.97%	209.5%
72	0.123%	0.060%	59.34%	35.40%	0.00%	0.00%	5.26%	206.7%
73	0.125%	0.061%	60.81%	34.65%	0.00%	0.00%	4.55%	204.0%
74	0.126%	0.063%	62.27%	33.90%	0.00%	0.00%	3.84%	201.4%
75	0.128%	0.064%	63.73%	33.15%	0.00%	0.00%	3.12%	198.7%
76	0.129%	0.066%	65.19%	32.40%	0.00%	0.00%	2.41%	196.1%
77	0.130%	0.067%	66.65%	31.65%	0.00%	0.00%	1.70%	193.5%
78	0.132%	0.069%	68.11%	30.90%	0.00%	0.00%	0.99%	190.9%
79	0.133%	0.071%	69.58%	30.15%	0.00%	0.00%	0.28%	188.3%
80	0.135%	0.072%	70.99%	29.01%	0.00%	0.00%	0.00%	185.8%
81	0.136%	0.074%	72.37%	27.63%	0.00%	0.00%	0.00%	183.3%
82	0.137%	0.076%	73.75%	26.25%	0.00%	0.00%	0.00%	180.9%
83	0.139%	0.078%	75.13%	24.87%	0.00%	0.00%	0.00%	178.4%
84	0.140%	0.080%	76.52%	23.48%	0.00%	0.00%	0.00%	176.0%
85	0.142%	0.082%	77.90%	22.10%	0.00%	0.00%	0.00%	173.6%
86	0.143%	0.084%	79.28%	20.72%	0.00%	0.00%	0.00%	171.3%
87	0.145%	0.086%	80.66%	19.34%	0.00%	0.00%	0.00%	169.0%
88	0.146%	0.088%	82.04%	17.96%	0.00%	0.00%	0.00%	166.7%
89	0.147%	0.090%	83.42%	16.58%	0.00%	0.00%	0.00%	164.4%
90	0.149%	0.092%	84.81%	15.19%	0.00%	0.00%	0.00%	162.2%
91	0.150%	0.094%	86.19%	13.81%	0.00%	0.00%	0.00%	160.0%
92	0.152%	0.096%	87.57%	12.43%	0.00%	0.00%	0.00%	157.9%
93	0.153%	0.098%	88.95%	11.05%	0.00%	0.00%	0.00%	155.8%
94	0.154%	0.100%	90.33%	9.67%	0.00%	0.00%	0.00%	153.7%
95	0.156%	0.103%	91.71%	8.29%	0.00%	0.00%	0.00%	151.6%
96	0.157%	0.105%	93.09%	6.91%	0.00%	0.00%	0.00%	149.6%
97	0.159%	0.107%	94.48%	5.52%	0.00%	0.00%	0.00%	147.7%
98	0.160%	0.110%	95.86%	4.14%	0.00%	0.00%	0.00%	145.7%
99	0.161%	0.112%	97.24%	2.76%	0.00%	0.00%	0.00%	143.8%
100	0.163%	0.115%	98.62%	1.38%	0.00%	0.00%	0.00%	141.9%
101	0.1643%	0.117%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	140.1%

**Πίνακας 2:** Χαρτοφυλάκια για το αποτελεσματικό σύνορο του Markowitz

Στο χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου παρατηρούμε ότι τα βάρη των μετοχών ΔΕΗ (PPC) και ΕΤΕ είναι μηδέν, που σημαίνει ότι αυτές οι 2 μετοχές δεν συμμετέχουν τελικά στο χαρτοφυλάκιο. Στο χαρτοφυλάκιο Max Sharpe Ratio παρατηρούμε ότι οι μετοχές LAMDA και ΕΤΕ έχουν μηδενικά βάρη.

Το παρακάτω διάγραμμα 5 παρουσιάζει το efficient frontier για τις 5 μετοχές (κάθε σημείο του διαγράμματος είναι 1 από τα 100 χαρτοφυλάκια του πίνακα 2).





**Διάγραμμα 5:** Αποτελεσματικό σύνορο (efficient frontier) του Markowitz

#### 4.6.3 Χαρτοφυλάκια Μέγιστης Εντροπίας (Μέγιστης Διαφοροποίησης)

Αντίστοιχα με τα χαρτοφυλάκια Markowitz και Sharpe που υπολογίστηκαν στην προηγούμενη ενότητα, χρησιμοποιώντας την μακροεντολή του excel που φαίνεται στην Εικόνα 2 υπολογίζουμε το αποτελεσματικό σύνορο Εντροπίας.

```
Public Sub CreateMaxEntr5()
    current = Selection.Address
    Application.ScreenUpdating = False
    ***** SET MIN AND MAX R *****
    minR = Range("B8").Value
    maxR = Range("D8").Value
    ***** START WITH MAX ENTROPY PORTFOLIO (EQUAL WEIGHTS)*****
    Range("B6").Value = 0.2
    Range("C6").Value = 0.2
    Range("D6").Value = 0.2
    Range("E6").Value = 0.2
    Range("F6").Value = 0.2
    Range("$J$71").Select
    ***** CALCULATE SECOND PART OF MAX ENTROPY CURVE *****
    For i = 50 To 100
        Range("I18").Value = minR + (i - 1) * (maxR - minR) / 100
        ActiveCell.Value = Range("I18").Value
        answer = SolverSolve(True)
        If answer = 0 Then
            ActiveCell.Offset(0, 1).Value = Range("I16").Value
            ActiveCell.Offset(0, 2).Value = Range("B6").Value
            ActiveCell.Offset(0, 3).Value = Range("C6").Value
            ActiveCell.Offset(0, 4).Value = Range("D6").Value
            ActiveCell.Offset(0, 5).Value = Range("E6").Value
            ActiveCell.Offset(0, 6).Value = Range("F6").Value
        End If
        ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
    Next
    Range("$J$21").Select
    Range("B6").Value = 0.2
End Sub
```

```

Range("C6").Value = 0.2
Range("D6").Value = 0.2
Range("E6").Value = 0.2
Range("F6").Value = 0.2
'***** CALCULATE FIRST PART OF MAX ENTROPY CURVE *****
For i = 50 To 1 Step -1
Range("I18").Value = minR + (i - 1) * (maxR - minR) / 100
ActiveCell.Value = Range("I18").Value
answer = SolverSolve(True)
If answer = 0 Then
ActiveCell.Offset(0, 1).Value = Range("I16").Value
ActiveCell.Offset(0, 2).Value = Range("B6").Value
ActiveCell.Offset(0, 3).Value = Range("C6").Value
ActiveCell.Offset(0, 4).Value = Range("D6").Value
ActiveCell.Offset(0, 5).Value = Range("E6").Value
ActiveCell.Offset(0, 6).Value = Range("F6").Value
End If
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
Next
Range(current).Select
Application.ScreenUpdating = True
End Sub

```

**Εικόνα 2:** Ο κώδικας της μακροεντολής (excel vba) υπολογισμού Συνόρου Εντροπίας

Στο παρακάτω Πίνακα 3 παρουσιάζονται τα 100 χαρτοφυλάκια που αποτελούν το αποτελεσματικό σύνορο (efficient frontier) της Μέγιστης εντροπίας (Διαφοροποίησης). Η 1η στήλη είναι ο αύξων αριθμός χαρτοφυλακίου, στην 2η στήλη η απόδοση (Return), η 3η στήλη η διασπορά (Variance), ενώ στις 4-5-6-7-8 στήλες τα βάρη, στην 9<sup>η</sup> είναι η εντροπία (H) και στην τελευταία είναι ο δείκτης Εντροπία\*Απόδοση. Από την στήλη H επιλέγουμε το χαρτοφυλάκιο στο οποίο τα βάρη είναι ίσα (μέγιστη εντροπία=διαφοροποίηση) και βρίσκεται στην γραμμή 42. Στην συνέχεια με την μέθοδο δείκτη Εντροπία\*Απόδοση επιλέγετε το χαρτοφυλάκιο με την μέγιστη τιμή στην αντίστοιχη στήλη [Εντροπία\*Απόδοση] στη γραμμή 65.

#	Απόδοση (Return)	Διασπορά (Variance)	Βάρη (ποσοστό) στο χαρτοφυλάκιο					Εντροπία	Εντροπία* Απόδοση
			PPC	HTO	LAMDA	ETE	MYTIL		
1	0.023%	0.052%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00000%
2	0.025%	0.050%	0.01%	2.21%	96.77%	0.29%	0.72%	10.51%	0.00258%
3	0.026%	0.049%	0.01%	4.03%	93.65%	0.72%	1.59%	18.20%	0.00473%
4	0.027%	0.047%	0.01%	5.68%	90.58%	1.24%	2.50%	24.84%	0.00680%
5	0.029%	0.046%	0.01%	7.19%	87.56%	1.82%	3.42%	30.76%	0.00886%
6	0.030%	0.045%	0.06%	8.57%	84.65%	2.40%	4.32%	36.12%	0.01091%
7	0.032%	0.044%	0.07%	9.87%	81.70%	3.09%	5.27%	41.08%	0.01299%
8	0.033%	0.043%	<b>0.07%</b>	<b>11.13%</b>	<b>78.76%</b>	<b>3.81%</b>	<b>6.23%</b>	45.65%	0.01508%
9	0.034%	0.042%	0.21%	12.16%	76.11%	4.40%	7.13%	49.87%	0.01718%
10	0.036%	0.041%	0.22%	13.26%	73.26%	5.35%	7.90%	53.85%	0.01930%
11	0.037%	0.040%	0.23%	14.40%	70.35%	6.03%	9.00%	57.55%	0.02144%
12	0.039%	0.040%	0.41%	15.33%	67.80%	6.64%	9.82%	60.98%	0.02358%

13	0.040%	0.039%	0.43%	16.23%	65.01%	7.58%	10.76%	64.23%	0.02575%
14	0.041%	0.039%	0.57%	17.04%	62.43%	8.36%	11.60%	67.25%	0.02791%
15	0.043%	0.038%	0.74%	17.79%	59.93%	9.14%	12.41%	70.07%	0.03007%
16	0.044%	0.038%	0.94%	18.47%	57.49%	9.91%	13.19%	72.72%	0.03223%
17	0.046%	0.038%	1.18%	19.08%	55.14%	10.66%	13.93%	75.18%	0.03438%
18	0.047%	0.038%	1.46%	19.63%	52.86%	11.40%	14.64%	77.50%	0.03654%
19	0.049%	0.037%	1.79%	20.12%	50.68%	12.12%	15.30%	79.65%	0.03868%
20	0.050%	0.037%	2.15%	20.54%	48.58%	12.81%	15.92%	81.66%	0.04080%
21	0.051%	0.0374%	2.56%	20.91%	46.57%	13.48%	16.49%	83.53%	0.04292%
22	0.053%	0.038%	3.01%	21.23%	44.63%	14.10%	17.02%	85.26%	0.04501%
23	0.054%	0.038%	3.51%	21.49%	42.80%	14.70%	17.50%	86.87%	0.04709%
24	0.056%	0.0378%	4.06%	21.68%	41.05%	15.27%	17.94%	88.37%	0.04915%
25	0.057%	0.0379%	4.66%	21.82%	39.40%	15.79%	18.32%	89.75%	0.05118%
26	0.058%	0.0382%	5.28%	21.95%	37.79%	16.30%	18.69%	91.03%	0.05320%
27	0.060%	0.038%	5.95%	22.10%	36.25%	16.79%	18.91%	92.20%	0.05518%
28	0.061%	0.039%	6.67%	22.05%	34.85%	17.17%	19.26%	93.27%	0.05714%
29	0.063%	0.039%	7.40%	22.08%	33.43%	17.58%	19.51%	94.25%	0.05907%
30	0.064%	0.039%	8.20%	21.99%	32.15%	17.96%	19.70%	95.15%	0.06098%
31	0.065%	0.040%	9.00%	21.99%	30.87%	18.25%	19.88%	95.95%	0.06284%
32	0.067%	0.040%	9.86%	21.86%	29.70%	18.57%	20.01%	96.68%	0.06469%
33	0.068%	0.040%	10.73%	21.80%	28.54%	18.80%	20.12%	97.32%	0.06649%
34	0.070%	0.041%	11.64%	21.67%	27.45%	19.04%	20.20%	97.89%	0.06826%
35	0.071%	0.041%	12.58%	21.48%	26.42%	19.27%	20.25%	98.39%	0.07000%
36	0.073%	0.042%	13.53%	21.36%	25.40%	19.42%	20.29%	98.81%	0.07170%
37	0.074%	0.042%	14.52%	21.18%	24.44%	19.57%	20.29%	99.17%	0.07336%
38	0.075%	0.042%	15.53%	20.93%	23.54%	19.73%	20.27%	99.46%	0.07497%
39	0.077%	0.043%	16.55%	20.77%	22.63%	19.81%	20.24%	99.69%	0.07655%
40	0.078%	0.043%	17.59%	20.54%	21.78%	19.90%	20.19%	99.85%	0.07809%
41	0.080%	0.044%	18.66%	20.31%	20.96%	19.96%	20.12%	99.96%	0.07958%
42	0.081%	0.044%	19.73%	19.99%	20.20%	20.06%	20.03%	100.00%	0.08102%
43	0.082%	0.045%	20.84%	19.80%	19.42%	20.02%	19.92%	99.98%	0.08242%
44	0.084%	0.046%	21.95%	19.47%	18.70%	20.08%	19.80%	99.91%	0.08377%
45	0.085%	0.046%	23.09%	19.26%	17.98%	20.01%	19.67%	99.78%	0.08508%
46	0.087%	0.047%	24.22%	18.92%	17.31%	20.03%	19.52%	99.60%	0.08633%
47	0.088%	0.047%	25.39%	18.69%	16.63%	19.93%	19.36%	99.36%	0.08752%
48	0.089%	0.048%	26.56%	18.31%	16.02%	19.93%	19.18%	99.08%	0.08867%
49	0.091%	0.049%	27.74%	18.04%	15.39%	19.83%	19.00%	98.73%	0.08976%
50	0.092%	0.049%	28.94%	17.78%	14.78%	19.69%	18.81%	98.34%	0.09079%
51	0.092%	0.049%	28.94%	17.78%	14.78%	19.69%	18.81%	98.34%	0.09079%
52	0.094%	0.050%	30.15%	17.53%	14.19%	19.53%	18.59%	97.90%	0.09176%
53	0.095%	0.051%	31.37%	17.24%	13.63%	19.39%	18.37%	97.41%	0.09268%
54	0.097%	0.051%	32.60%	16.93%	13.08%	19.25%	18.14%	96.86%	0.09353%
55	0.098%	0.052%	33.84%	16.61%	12.55%	19.10%	17.90%	96.27%	0.09432%
56	0.099%	0.053%	35.08%	16.19%	12.04%	19.03%	17.66%	95.63%	0.09503%
57	0.101%	0.054%	36.34%	15.91%	11.54%	18.80%	17.40%	94.94%	0.09569%
58	0.102%	0.054%	37.61%	15.60%	11.06%	18.60%	17.14%	94.21%	0.09628%
59	0.104%	0.055%	38.88%	15.17%	10.60%	18.49%	16.85%	93.42%	0.09680%
60	0.105%	0.056%	40.16%	14.79%	10.18%	18.28%	16.59%	92.60%	0.09725%
61	0.106%	0.057%	41.45%	14.48%	9.70%	18.07%	16.30%	91.71%	0.09761%

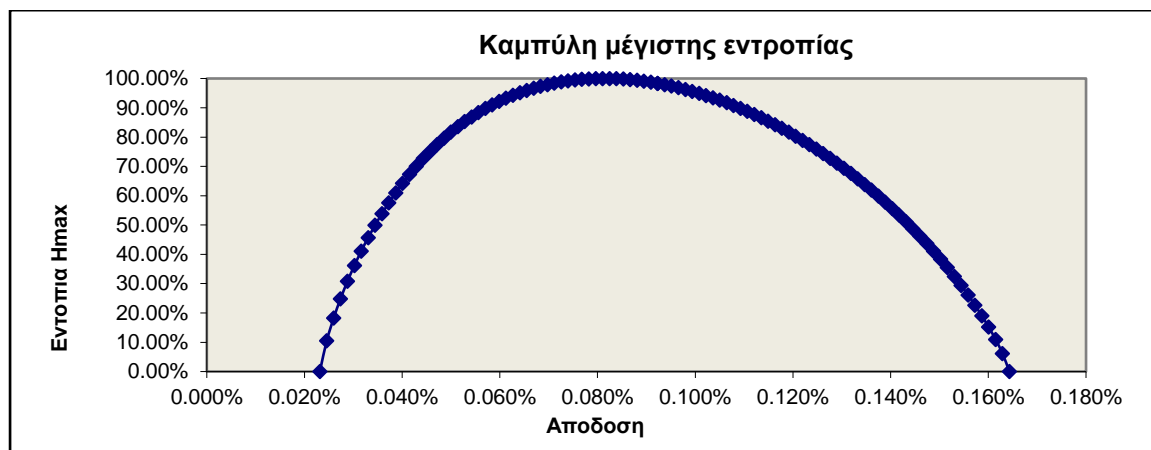
62	0.108%	0.058%	42.75%	14.09%	9.31%	17.84%	16.01%	90.79%	0.09792%
63	0.109%	0.059%	44.04%	13.76%	8.87%	17.61%	15.72%	89.82%	0.09814%
64	0.111%	0.060%	45.36%	13.41%	8.46%	17.36%	15.42%	88.80%	0.09828%
65	0.112%	0.061%	46.68%	13.07%	8.06%	17.07%	15.12%	87.73%	0.09833%
66	0.113%	0.062%	48.02%	12.71%	7.68%	16.80%	14.81%	86.61%	0.09829%
67	0.115%	0.063%	49.40%	12.30%	7.42%	16.53%	14.35%	85.45%	0.09819%
68	0.116%	0.064%	50.69%	11.97%	6.94%	16.23%	14.16%	84.23%	0.09798%
69	0.118%	0.065%	52.09%	11.56%	6.71%	15.97%	13.67%	82.98%	0.09769%
70	0.119%	0.066%	53.38%	11.25%	6.25%	15.62%	13.49%	81.67%	0.09731%
71	0.121%	0.067%	54.81%	10.84%	6.04%	15.33%	12.98%	80.30%	0.09680%
72	0.122%	0.069%	56.17%	10.45%	5.73%	15.04%	12.60%	78.90%	0.09623%
73	0.123%	0.0697%	57.48%	10.15%	5.28%	14.65%	12.44%	77.45%	0.09555%
74	0.125%	0.0710%	58.92%	9.76%	5.09%	14.31%	11.93%	75.93%	0.09476%
75	0.126%	0.0723%	60.31%	9.36%	4.83%	14.00%	11.50%	74.37%	0.09386%
76	0.128%	0.0735%	61.64%	9.04%	4.40%	13.58%	11.34%	72.76%	0.09285%
77	0.129%	0.075%	63.03%	8.72%	4.11%	13.21%	10.93%	71.09%	0.09172%
78	0.130%	0.076%	64.51%	8.30%	3.96%	12.84%	10.40%	69.35%	0.09045%
79	0.132%	0.077%	65.86%	7.99%	3.58%	12.43%	10.15%	67.57%	0.08909%
80	0.133%	0.079%	67.33%	7.58%	3.44%	12.04%	9.61%	65.73%	0.08759%
81	0.135%	0.080%	68.68%	7.25%	3.08%	11.63%	9.36%	63.83%	0.08596%
82	0.136%	0.082%	70.10%	6.85%	2.86%	11.22%	8.98%	61.89%	0.08422%
83	0.137%	0.083%	71.53%	6.49%	2.62%	10.79%	8.57%	59.87%	0.08231%
84	0.139%	0.085%	72.96%	6.12%	2.41%	10.34%	8.17%	57.78%	0.08026%
85	0.140%	0.086%	74.42%	5.74%	2.19%	9.90%	7.75%	55.60%	0.07802%
86	0.142%	0.088%	75.85%	5.38%	1.99%	9.44%	7.33%	53.39%	0.07567%
87	0.143%	0.089%	77.31%	5.01%	1.80%	8.96%	6.92%	51.09%	0.07313%
88	0.145%	0.091%	78.76%	4.64%	1.61%	8.49%	6.49%	48.71%	0.07041%
89	0.146%	0.093%	80.25%	4.27%	1.43%	8.00%	6.05%	46.22%	0.06747%
90	0.147%	0.094%	81.72%	3.91%	1.27%	7.49%	5.62%	43.67%	0.06436%
91	0.149%	0.096%	83.18%	3.55%	1.11%	6.98%	5.18%	41.06%	0.06109%
92	0.150%	0.098%	84.66%	3.19%	0.96%	6.45%	4.74%	38.31%	0.05754%
93	0.152%	0.100%	86.15%	2.83%	0.81%	5.92%	4.29%	35.46%	0.05376%
94	0.153%	0.101%	87.65%	2.47%	0.68%	5.36%	3.83%	32.49%	0.04971%
95	0.154%	0.103%	89.15%	2.12%	0.55%	4.81%	3.36%	29.38%	0.04537%
96	0.156%	0.105%	90.68%	1.77%	0.45%	4.20%	2.91%	26.12%	0.04071%
97	0.157%	0.107%	92.21%	1.51%	0.31%	3.57%	2.40%	22.65%	0.03562%
98	0.159%	0.109%	93.76%	1.11%	0.27%	2.95%	1.92%	19.01%	0.03016%
99	0.160%	0.111%	95.27%	0.85%	0.14%	2.29%	1.45%	15.16%	0.02426%
100	0.161%	0.113%	96.82%	0.54%	0.07%	1.60%	0.97%	10.92%	0.01763%
101	0.163%	0.115%	98.39%	0.24%	0.02%	0.86%	0.48%	6.16%	0.01003%
102	0.164%		100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0%	0

**Πίνακας 3:** Χαρτοφυλάκια για το αποτελεσματικό σύνορο Εντροπίας

Το χαρτοφυλάκιο με τη μέγιστη εντροπία είναι αυτό με ίσα βάρη στις 5 μετοχές, γνωστό ως  $1/N=1/5=20\%$  σε κάθε μετοχή. Το χαρτοφυλάκιο με max δείκτη

Εντροπία\* Απόδοση έχει χαρακτηριστικό ότι όλα τα βάρη είναι διαφορετικά από το μηδέν και ακολουθούν εκθετική κατανομή.

Το παρακάτω Διάγραμμα 6 παρουσιάζει το σύνορο Max Entropy για τις πέντε μετοχές (κάθε σημείο του διαγράμματος είναι 1 από τα 100 χαρτοφυλάκια του Πίνακα 3).



**Διάγραμμα 6:** Αποτελεσματικό σύνορο (efficient frontier) Εντροπίας

Το χαρτοφυλάκιο της μέγιστης εντροπίας βρίσκεται στην κορυφή της καμπύλης και αντιστοιχεί στη μέση απόδοση των 5 μετοχών.

#### 4.6.4. Σύγκριση αποδόσεων χαρτοφυλακίων στην περίοδο αξιολόγησης

##### i. Αποδόσεις Χαρτοφυλακίων κατά την ιστορική περίοδο επένδυσης

Ο παρακάτω πίνακας 4 παρουσιάζει 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια για την επίτευξη κέρδους. Εδώ βλέπουμε τα αποτελέσματα για την ιστορική περίοδο. Στην 1η γραμμή, βλέπουμε την θεωρία του Markowitz η οποία επικεντρώνεται στην επένδυση ενός χαρτοφυλακίου με το μικρότερο δυνατό κίνδυνο, διακύμανση και όπως είναι φυσικό μικρότερο ρίσκο τις περισσότερες φορές σημαίνει και μικρότερη απόδοση. Στην 2η γραμμή, χρησιμοποιώντας τη θεωρία του Sharpe μαζί με τη θεωρία του Markowitz βλέπουμε ότι αυξήθηκε η διακύμανση αλλά την ίδια στιγμή αυξήθηκε και η απόδοση πράγμα που σημαίνει πως είναι αμέσως πιο δελεαστική πρόταση για επένδυση. Στην 3η γραμμή, βλέπουμε τη θεωρία της μέγιστης εντροπίας όπου ίσο μοιράζουμε την επένδυσή μας στο χαρτοφυλάκιο μας. Παρατηρούμε πως αυξήθηκε και άλλο η διακύμανση αλλά μειώθηκε η απόδοση σε σχέση με τον Sharpe, λόγω αυτού δεν το

θεωρούμε ως το βέλτιστο τρόπο επένδυσης στο χαρτοφυλάκιό μας. Και στην 4η γραμμή, χρησιμοποιώντας τον τύπο της εντροπίας επί της απόδοσης αντίστοιχό του Sharpe Ratio για υψηλότερους κινδύνους, βλέπουμε τη μεγαλύτερη απόδοση του χαρτοφυλακίου καθώς επενδύει στις μετοχές με τη μεγαλύτερη απόδοση αλλά λαμβάνει λιγότερο υπόψη του την διακύμανση. Όπως είναι λογικό είναι αυξημένη.

Χαρτοφυλάκιο	PPC	HTO	LAMDA	ETE	MYTIL	Απόδοση	Διασπορά
Min Κίνδυνος (Markowitz)	0.00%	58.58%	19.56%	0.00%	21.86%	<b>0.057%</b>	<b>0.0267%</b>
Max Απόδοση/Κίνδυνος (Sharpe)	19.87%	55.65%	0.00%	0.00%	24.48%	<b>0.085%</b>	<b>0.0325%</b>
Max Entropy (Ισοβαρή)	19.73%	19.99%	20.20%	20.06%	20.03%	<b>0.081%</b>	<b>0.0445%</b>
Max Entropy*Return	46.68%	13.07%	8.06%	17.07%	15.12%	<b>0.112%</b>	<b>0.0609%</b>

**Πίνακας 4:** Αποδόσεις χαρτοφυλακίων στην ιστορική περίοδο

Επειδή χρησιμοποιήσαμε τα αντίστοιχα δεδομένα της ιστορικής περιόδου η κατάταξη των χαρτοφυλακίων είναι ενδεικτική, είναι περισσότερο ενδιαφέρουσα η κατάταξη παρακάτω στην περίοδο αξιολόγησης.

**ii. Αποδόσεις βραχυχρόνιας επένδυσης περιόδου Ιούνιος 2022 έως Δεκέμβριος 2022**

Αρχικά χρησιμοποιήθηκε η χρονική περίοδος 6/2022-12/2022 για να ελέγξουμε την «βραχυχρόνια» απόδοση των 4 χαρτοφυλακίων που δημιουργήθηκαν χρησιμοποιώντας τις αποδόσεις της ιστορικής περιόδου. Χρησιμοποιήσαμε μια βραχυχρόνια περίοδο επένδυσης, συγκεκριμένα το επόμενο εξάμηνο, για να δούμε τι κέρδος θα είχε επιφέρει το κάθε χαρτοφυλάκιο για κάποιον επενδυτή που στόχευε σε μικρό χρόνο επένδυσης.

Χαρτοφυλάκιο	PPC	HTO	LAMDA	ETE	MYTIL	Απόδοση
Min Κίνδυνος (Markowitz)	0.00%	58.58%	19.56%	0.00%	21.86%	<b>0.021%</b>
Max Απόδοση/Κίνδυνος (Sharpe)	19.87%	55.65%	0.00%	0.00%	24.48%	<b>0.062%</b>
Max Entropy (Ισοβαρή)	19.73%	19.99%	20.20%	20.06%	20.03%	<b>0.137%</b>
Max Entropy*Return	46.68%	13.07%	8.06%	17.07%	15.12%	<b>0.169%</b>
Απόδοση Μετοχών στην περίοδο αξιολόγησης	<b>0.197%</b>	<b>-0.093%</b>	<b>0.044%</b>	<b>0.235%</b>	<b>0.303%</b>	

**Πίνακας 5:** Αποδόσεις χαρτοφυλακίων στην «βραχυχρόνια» περίοδο αξιολόγησης

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 5, 1<sup>ο</sup> είναι το χαρτοφυλάκιο Εντροπία\*Απόδοση με απόδοση 0.169% και 2<sup>ο</sup> το max entropy με 0.137% στην 3<sup>η</sup> θέση το Sharpe με 0.062% και στο τέλος min κίνδυνος Markowitz με 0.021%. Δηλαδή βλέπουμε να είναι ποιο αποδοτικά τα χαρτοφυλάκια με τον μεγαλύτερο κίνδυνο.

### iii. Αποδόσεις μεσοπρόθεσμης επένδυσης περιόδου Ιούλιος 2022 έως Ιούνιος 2023

Στην συνέχεια χρησιμοποιήθηκαν όλα τα δεδομένα που δεν ήταν στην ιστορική περίοδο, δηλαδή το υπόλοιπο 20% στην περίοδο 2022/7-2023/6, ως περίοδος «μεσοπρόθεσμης» αξιολόγησης. Αφού υπολογίστηκε η απόδοση για την κάθε μετοχή στην συγκεκριμένη περίοδο αξιολόγησης, παρατηρούμε μια παρόμοια εικόνα με την ιστορική περίοδο αξιολόγησης, με κύρια διάφορα να είναι ότι το max απόδοση/κίνδυνος (Sharpe) δεν είναι το 2<sup>ο</sup> ποιο αποδοτικό χαρτοφυλάκιο. Έτσι όπως φαίνεται στον Πίνακα 6, συμπεραίνουμε πως το ποιο ριψοκίνδυνο χαρτοφυλάκιο είναι το ποιο αποδοτικό όπως και πριν ενώ ακολουθεί στην σειρά το max Entropy(ισόβαρη) και έπειτα με σειρά τα δυο χαρτοφυλάκια που έχουν ως στόχο την μείωση του κίνδυνου. Παρατηρούμε ότι η σειρά κατάταξης παραμένει ίδια με αυτή της βραχυχρόνιας περιόδου αξιολόγησης.

Χαρτοφυλάκιο	PPC	HTO	LAMDA	ETE	MYTIL	Απόδοση
Min Κίνδυνος (Markowitz)	0.00%	58.58%	19.56%	0.00%	21.86%	<b>0.072%</b>
Max Απόδοση/Κίνδυνος (Sharpe)	19.87%	55.65%	0.00%	0.00%	24.48%	<b>0.122%</b>
Max Entropy (ισοβαρή)	19.73%	19.99%	20.20%	20.06%	20.03%	<b>0.193%</b>
Max Entropy*Return	46.68%	13.07%	8.06%	17.07%	15.12%	<b>0.233%</b>
Απόδοση Μετοχών στην περίοδο αξιολόγησης	<b>0.271%</b>	<b>-0.035%</b>	<b>0.074%</b>	<b>0.300%</b>	<b>0.357%</b>	

**Πίνακας 6:** Αποδόσεις χαρτοφυλακίων στην «περίοδο αξιολόγησης»

## 5 Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία παρουσιάστηκε η μεθοδολογία του Markowitz για επιλογή επενδυτικού χαρτοφυλακίου με βάση τον ελάχιστο κίνδυνο που απεικονίζεται στην διασπορά (διακύμανση) του χαρτοφυλακίου. Επίσης η προσέγγιση της μέγιστης εντροπίας (διαφοροποίησης) που χρησιμοποιεί την εντροπία των βαρών των χρεογράφων του χαρτοφυλακίου, ως μέτρο της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου.

Οι 2 μεθοδολογίες επιλογής χαρτοφυλακίου εφαρμόστηκαν στο Ελληνικό Χρηματιστήριο. Με βάση τα ημερήσια ιστορικά δεδομένα των επιλεγμένων 5 μετοχών από το ελληνικό χρηματιστήριο την περίοδο 2018 Ιούλιος – 2022 Ιούνιος, υπολογίστηκαν οι ημερήσιες αποδόσεις των μετοχών, η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση για κάθε μετοχή, καθώς και ο πίνακας συνδιακύμανσης μεταξύ των μετοχών.

Χρησιμοποιώντας το Excel και μακροεντολές υπολογισμού του αποτελεσματικού συνόρου (efficient frontier), εφαρμόστηκε το μοντέλο Markowitz (ελαχίστου κινδύνου) και ο αλγόριθμος της μέγιστης εντροπίας (διαφοροποίησης) και για να βρεθεί το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο από 5 μετοχές. Σύμφωνα με το μοντέλο Markowitz, δημιουργήθηκαν 2 χαρτοφυλάκια: (1) το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου, (2) το χαρτοφυλάκιο με το μέγιστο δείκτη Sharpe (Sharpe ratio) δηλαδή με το μέγιστο λόγο απόδοσης/κινδύνου. Με την προσέγγιση της μέγιστης εντροπίας δημιουργήθηκαν επίσης 2 χαρτοφυλάκια: (1) το χαρτοφυλάκιο μέγιστης εντροπίας (διαφοροποίησης) με ίσα βάρη ( $1/N$ ), (2) το χαρτοφυλάκιο με το μέγιστο δείκτη εντροπία\*απόδοση που είναι ο αντίστοιχος δείκτης Sharpe για την εντροπία. Το χαρτοφυλάκιο με ισοκατανομή των βαρών ( $1/N$ ) αποτελεί ιστορικά την απλούστερη επιλογή για τον επενδυτή, δεν απαιτεί γνώσεις και πολύπλοκους υπολογισμούς, η προσέγγιση της μέγιστης εντροπίας αποδεικνύει ότι αποτελεί το βέλτιστο με κριτήριο την βελτιστοποίηση της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου. Στη σχετική βιβλιογραφία πάντα συνιστάται να χρησιμοποιείται σαν μέτρο σύγκρισης των αποδόσεων χαρτοφυλακίων.

Η αξιολόγηση της απόδοσης των 4 χαρτοφυλακίων έγινε χρησιμοποιώντας τις τιμές των 5 μετοχών στην περίοδο αξιολόγησης, που ήταν το διάστημα 2022 Ιούλιος-2023 Ιούνιος. Ελέγχθηκαν οι αποδόσεις των χαρτοφυλακίων «βραχυχρόνια» την εξαμηνιαία περίοδο 2022 Ιούλιος-2022 Δεκέμβριος και «μεσοπρόθεσμα» την ετήσια περίοδο 2022 Ιούλιος-2023 Ιούνιος. Η κατάταξη των αποδόσεων των 4 χαρτοφυλακίων και στις 2 περιπτώσεις ήταν ίδια:



Χαρτοφυλάκιο	Απόδοση 7/2022-1/2023	Απόδοση 7/2022-6/2023
Min Κίνδυνος (Markowitz)	0.021%	0.072%
Max Απόδοση/Κίνδυνος (Sharpe)	0.062%	0.122%
Max Entropy (Ισοβαρή 1/N)	0.137%	0.193%
Max Entropy*Return	0.169%	0.233%

**Πίνακας 7:** Αποδόσεις χαρτοφυλακίων στην περίοδο αξιολόγησης

Τα χαρτοφυλάκια με βάση το μοντέλο του Markowitz, ήταν αναμενόμενο ότι θα έχουν την μικρότερη απόδοση καθώς στοχεύουν στην ελαχιστοποίηση του κίνδυνου. Ενώ στην περίπτωση των άλλων 2 χαρτοφυλακίων που στοχεύουν στην μέγιστη διαφοροποίηση και απόδοση χωρίς να λαμβάνουν υπόψη τους την διακύμανση (κίνδυνο) των μετοχών, η απόδοση ήταν μεγαλύτερη.

Παρατηρήθηκε επίσης το φαινόμενο στα 2 χαρτοφυλάκια ελαχίστου κινδύνου και δείκτη Sharpe, 2 από τις 5 μετοχές να μην συμπεριλαμβάνονται στο τελικό χαρτοφυλάκιο γιατί αντίστοιχο βάρος είναι μηδέν (0). Αυτό είναι γνωστό πρόβλημα της μεθοδολογίας του Markowitz και αποτέλεσε τη βάση για αναζήτηση άλλων μεθόδων. Αντίθετα στη μεθοδολογία της μέγιστης εντροπίας (διαφοροποίησης) τα βάρη των μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο δεν είναι ποτέ μηδενικά, αλλά κάποια από αυτά είναι σχετικά μικρά γιατί ακολουθούν εκθετική κατανομή (στην περίπτωση του δείκτη εντροπία\*απόδοση).

Πρέπει να διευκρινιστεί πως οι μέθοδοι επιλογής χαρτοφυλακίου που χρησιμοποιήσαμε δεν «εγγυώνται» τις καλύτερες μελλοντικές αποδόσεις. Με τις μετοχές του Ελληνικού Χρηματιστηρίου που χρησιμοποιήθηκαν αποδείχθηκε ότι μπορεί να είναι αποδοτικές (κερδοφόρες), αλλά επειδή οι τιμές των μετοχών στα χρηματιστήρια είναι γενικά μη προβλέψιμες υπάρχει πάντα ο κίνδυνος να οδηγήσουν σε αρνητικές αποδόσεις (ζημιές). Όπως πάγια αναφέρεται σε θέματα χρηματοοικονομικών επενδύσεων «*οι προηγούμενες αποδόσεις δεν αποτελούν εγγύηση για τις μελλοντικές αποδόσεις*».

Η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε για δημιουργία χαρτοφυλακίων μπορεί να δοκιμαστεί σε άλλες ή περισσότερες μετοχές, σε άλλα χρηματιστήρια ή σε διαφορετικές χρονικές

περιόδους, ώστε να σχηματίσουμε μια πληρέστερη εικόνα της δυνατότητας να δημιουργεί αποδοτικά χαρτοφυλάκια για τον υποψήφιο επενδυτή.

## Βιβλιογραφία

### A. ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ

1. Behan, A. (2022) Harry Markowitz: Creator of modern portfolio theory, Investopedia. Investopedia. Available at: <https://www.investopedia.com/terms/h/harrymarkowitz.asp> (Accessed: March 10, 2023).
2. Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2014). Investments. McGraw-Hill Education.
3. Chen, W.-P., Chung, H., Ho, K.-Y. and Hsu, T.-L. (2010). Portfolio Optimization Models and Mean–Variance Spanning Tests. Handbook of Quantitative Finance and Risk Management, pp.165–184. doi:[https://doi.org/10.1007/978-0-387-77117-5\\_10](https://doi.org/10.1007/978-0-387-77117-5_10).
4. CHEN, J., (2023). “Systematic Risk: Definition and Examples”. [online] Available at: <https://www.investopedia.com/terms/s/systematicrisk.asp> [Accessed 27 March 2023].
5. Culver, J.V. (2023). A Tale of Two Investment Philosophies. [online] The Intelligent Sports Wagerer. Available at: <https://medium.com/the-intelligent-sports-wagerer/a-tale-of-two-investment-philosophies-f85162477ce4> [Accessed 8 Jul. 2023].
6. Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). Modern Portfolio Theory and Investment Analysis. Wiley.
7. Fabozzi, F. J., & Markowitz, H. M. (2011). The Theory and Practice of Investment Management: Asset Allocation, Valuation, Portfolio Construction, and Strategies. John Wiley & Sons.
8. Fama E. F. (1991). “Efficient Capital Markets: II”, The Journal of Finance, pp. 1575-1617.
9. Finance Train. (n.d.). Utility Indifference Curves for Risk-averse Investors. [online] Available at: <https://financetrain.com/utility-indifference-curves-for-risk-averse-investors> [Accessed 8 Jun. 2023].
10. Fowler D. J and Rorke H. C. (1983) 'Risk measurement when shares are subject to infrequent trading: Comment', Journal of Financial Economics,12, pp. 279- 283.
11. Frängsmyr, T. (ed.) (1991) The Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in memory of Alfred Nobel 1990, NobelPrize.org. Les Prix Nobel. Available at:

<https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1990/markowitz/biographical/>

(Accessed: March 10, 2023).

12. Giraldo, F. (2014). Entropy and its applications in computer networks. *International Journal of Computer Networks and Communications Security*, 2(4), 1-5.
13. Kolmogorov, A. (1933). *Foundations of Probability Theory*. Springer-Verlag..
14. Kumar, S. (2015). Portfolio management and its role in technology investments. *International Journal of Business and Management*, 10(1), 1-7.
15. Lerch, F., & Schmid, F. (2018). Entropy-based portfolio optimization. In *Handbook of portfolio construction* (pp. 527-547). Springer, Cham.
16. Markowitz, H. (1952). "Portfolio Selection". *The Journal of Finance*, 7(1), pp.77–91.
17. Michaud, Richard O. "The Markowitz Optimization Enigma: Is 'Optimized' Optimal?" *Financial Analysts Journal*, vol. 45, no. 1, 1989, pp. 31–42. *JSTOR*, <http://www.jstor.org/stable/4479185>. Accessed 28 Mar. 2023.
18. Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. *Bell system technical journal*, 27(3), 379-423.
19. Sharpe, W. F. (1964) "Capital Asset Prices: A Theory Of Market Equilibrium Under Conditions Of Risk", *The Journal of Finance*, 19(3), pp. 425–442.

## **B. ΕΛΛΗΝΙΚΗ**

1. Βασιλειάδης, Κ. (2022). Ενεργητική vs παθητικής διαχείρισης περιουσιακών στοιχείων σε περιόδους κρίσης. [online] University of Macedonia. Available at: <https://dspace.lib.uom.gr/bitstream/2159/26893/1/VasileiadisKonstantinosMsc2022.pdf> [Accessed 10 Jun. 2023].
2. Γεώργιος, Π. Διακογιάννης. (2020). Σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου. Εκδόσεις Διπλογραφία.