

**Τ.Ε.Ι. ΚΡΗΤΗΣ** / παραρτημα χανιών τμημα ηλεκτρονικής

<u>Μη Γραμμική Οπτική</u> Δευτέρη Έκδοση Robert W.Boyd

# ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ Χαραλαμπίδης Αντώνης

Επιβλέπων : Πλιάκης Δημήτριος Καθηγητής

Χανιά 2012

# <u>Περιεχόμενα</u>

# 2. Κύμα - Εξίσωση για τα Μη Γραμμικά Οπτικά Μέσα

2.1 Η εξίσωση κυμάτων για τα μη γραμμικά οπτικά μέσα	3
2.2 Ο συζευκτήρας - Εξισώσεις Κυμάτων για την Παραγωγή Μεγιστης Παραγωγή Συχνότητας	່າς 9
2.3 Οι σχέσεις Manley – Rowe	15
2.4 Άθροισμα - Συχνότητας Παραγωγής	18
2.5 Διαφορά – Συχνότητας Παραγωγής και Παραμετρική Ενίσχυση	25
2.6 Δεύτερη - Αρμονική Παραγωγή	28
2.7 Φάση - Αντιστοίχιση με Εκτιμήσεις	37
2.8 Οπτικοί παραμετροί ταλαντωτων	44
2.9 Ψευδό - Φάση – Ταίριασμα	54
2.10 Μη γραμμικές οπτικές αλληλεπιδράσεις με τις γκαουσσιανές ακτίνες	60
2.11 Μη γραμμική οπτική σε μια διεπαφή	68

# 4. Η Ενταση - Εξαρτώμενος Δείκτης διάθλασης

4.1 Περιγραφη της έντασης - Εξαρτώμενος Δείκτης Διάθλασης	81
4.2 (Τανυστής) φύση του τρίτου - Ταξής Ευαισθησία	86
4.3 Μη Ηχηρές Ηλεκτρονικές μη Γραμμικότητες	98
4.4 Μη γραμμικότητες λόγω του μοριακού προσανατολισμού	106
4.5 Θερμικές μη γραμμικές οπτικές επιδράσεις	119
4.6 Μη γραμμικότητες ημιαγωγών	125

# Κεφάλαιο 2

## Κύμα - Εξίσωση για τα Μη Γραμμικά Οπτικά Μέσα

### 2.1 Η εξίσωση κυμάτων για τα μη γραμμικά οπτικά μέσα

Έχουμε δει στο τελευταίο κεφάλαιο πώς η μη γραμμικότητα στην απάντηση ενός υλικού συστήματος σε ένα έντονο πεδίο λέιζερ μπορεί να αναγκάσει την πόλωση του μέσου για να αναπτύξει τα νέα τμήματα συχνότητας μη παρόντα στο συναφές πεδίο ακτινοβολίας. Αυτά τα νέα τμήματα συχνότητας της πόλωσης ενεργούν ως πηγές νέων τμημάτων συχνότητας του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Στο παρόν κεφάλαιο, εξετάζουμε πώς οι εξισώσεις Maxwell περιγράφουν την παραγωγή αυτών των νέων τμήματου του πεδίου, και γενικότερα βλέπουμε πώς τα διάφορα τμήματα συχνότητας που χνότητας του πεδίου.

Πρίν αναπτύξουμε τη μαθηματική θεωρία αυτών των αποτελεσμάτων, θα δώσουμε μια απλή φυσική εικόνα για το πώς αυτά τα τμήματα συχνότητας παράγονται. Για την προσδιορισιμότητα, εξετάζουμε την περίπτωση του άθροισματος συχνότητας παραγωγής όπως φαίνεται στο σχήμα (α) 2.1.1, όπου τα πεδία εισόδου είναι στη συχνότητα ω<sub>1</sub> και ω<sub>2</sub>. Λόγω των μη γραμμικοτήτων στην ατομική ανταπόκριση, κάθε άτομο αναπτύσσει μια ταλαντεμένη στιγμή διπόλων που περιέχει ένα συστατικό στη συχνότητα ω<sub>1</sub>+ω<sub>2</sub>. Ένα απομονωμένο άτομο θα ακτινοβολούσε σε αυτήν την συχνότητα υπό μορφή προτύπου ακτινοβολίας διπόλων, όπως εμφανίζεται συμβολικά στο μέρος (β) του σχηματος. Εντούτοις, οποιοδήποτε υλικό δείγμα περιέχει έναν τεράστιο αριθμό Ν ατομικών διπόλων, κάθε ένα που ταλαντεύεται με μια φάση που καθορίζεται από τις φάσεις των συναφών πεδίων. Εάν ο σχετικός συγχρονισμός αυτών των διπόλων είναι σωστός, το πεδίο που ακτινοβολείται από κάθε δίπολο θα προσθέσει δημιουργικά στην μπροστινή κατεύθυνση, που οδηγεί στην ακτινοβολία υπό μορφή καθορισμένης με σαφήνεια ακτίνας, όπως διευκρινίζεται στο μέρος (γ) του σχημτατος.

3



Σχημα 2.1.1 Άθροισμα-συχνότητων παραγωγής

Το σύστημα θα ενεργήσει ως συγχρονισμένο - σειρά διπόλων όταν ένας ορισμένος όρος, γνωστός ως φάση - ταιριάζοντας με όρο (δείτε Εξ. (2.2.15), στο επόμενο τμήμα), ικανοποιεί. Υπό αυτούς τους όρους, η ισχύς ηλεκτρικών πεδίων της ακτινοβολίας που εκπέμπεται στην μπροστινή κατεύθυνση θα είναι χρόνοι *N* μεγαλύτεροι απ'ό, τι λόγω οποιουδήποτε ατόμου, και συνεπώς η ένταση θα είναι χρόνοι *N*<sup>2</sup> τόσο μεγάλοι. Εξετάζουμε τώρα τη μορφή της εξίσωσης κυμάτων για τη διάδοση του φωτός μέσω ενός μη γραμμικού οπτικού μέσου. Αρχίζουμε με τις εξισώσεις του Maxwell's, τις οποίες γράφουμε στις γκαουσσιανές μονάδες στη μορφή \*.

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{D}} = 4\pi \tilde{\rho} , \qquad (2.1.1)$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{B}} = 0 , \qquad (2.1.2)$$

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \qquad (2.1.3)$$

\* Σε όλους τον επόμενο χρησιμοποιούμε μια περισπωμένη για να δείξουμε μια ποσότητα που ποικίλλει γρήγορα εγκαίρως.

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{H}} = \frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{\mathbf{D}}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \tilde{\mathbf{J}} .$$
 (2.1.4)

Ενδιαφερόμαστε πρώτιστα στη λύση αυτών των εξισώσεων στις περιοχές του διαστήματος που δεν περιέχουν καμία ελεύθερη δαπάνη, έτσι ώστε

$$\tilde{\rho} = 0 , \qquad (2.1.5)$$

και αυτός δεν περιέχει κανένα ελεύθερο ρεύμα, έτσι ώστε

$$\tilde{\mathbf{J}} = 0. \tag{2.1.6}$$

Υποθέτουμε ότι το υλικό ειναι μη μαγνητικό, έτσι ώστε

$$\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{H}}.$$
(2.1.7)

Εντούτοις, επιτρέπουμε στο υλικό για να είμαστε μη γραμμικό υπό την έννοια ότι τα πεδία  $\tilde{D}$  και το  $\tilde{E}$  συσχετίζονται από

$$\tilde{\mathbf{D}} = \tilde{\mathbf{E}} + 4\pi \tilde{\mathbf{P}} , \qquad (2.1.8)$$

όπου γενικά η πόλωση διανυσματικό  $\tilde{\mathbf{P}}$  εξαρτάται απο την μη γραμμικη τοπική αξία της ισχύος  $\tilde{\mathbf{E}}$  ηλεκτρικών πεδίων.

Προχωράμε τώρα να παραγάγουμε την οπτική εξίσωση κυμάτων με το συνηθισμένο τρόπο.Παίρνουμε το σπειρώμα -  $\tilde{\mathbf{E}}$  Maxwell η εξίσωση (2.1.3), ανταλλάσσει την κατάταξη των παραγώγων διαστήματος και χρόνου στη δεξιά πλευρά της προκύπτουσας εξίσωσης, και της χρήσης της Εξς. (2.1.4), (2.1.6), και (2.1.7) για να αντικαταστήσει  $\nabla \times \tilde{\mathbf{B}}$  από  $(1/c)(\partial \tilde{\mathbf{D}}/\partial t)$  για να λάβει την εξίσωση

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{E}} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \tilde{\mathbf{D}} = 0.$$
 (2.1.9a)

Χρησιμοποιούμε τώρα την Εξ. (2.1.8) για να αποβάλουμε το D από αυτήν την εξίσωση, και με αυτόν τον τρόπο λαμβάνουμε την έκφραση

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{E}} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{P}}}{\partial t^2}.$$
 (2.1.9b)

Αυτό είναι η γενικότερη μορφή της εξίσωσης κυμάτων στη μη γραμμική οπτική. Υπό ορισμένους όρους μπορεί να απλοποιηθεί. Παραδείγματος χάριν, με τη χρησιμοποίηση μιας ταυτότητας από το διανυσματικό υπολογισμό, μπορούμε να γράψουμε τον πρώτο όρο στην αριστερή πλευρά της Εξ.(2.1.9β) όπως

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = \nabla (\nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}}) - \nabla^2 \tilde{\mathbf{E}}.$$
(2.1.10)

Στη γραμμική οπτική της ισοτροπικής πηγής - τα ελεύθερα μέσα, ο πρώτος όρος στη δεξιά πλευρά αυτής της εξίσωσης εξαφανίζονται επειδή η εξίσωση Maxwell  $\nabla \cdot \tilde{\mathbf{D}} = 0$  υπονοεί αυτού  $\nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}} = 0$ . Εντούτοις, στη μη γραμμική οπτική αυτός ο όρος είναι γενικά μη εξαφανιμένος ακόμη και για τα ισοτροπικά υλικά, συνεπεία της γενικότερης σχέσης (2.1.8) μεταξύ του  $\tilde{\mathbf{D}}$  και του  $\tilde{\mathbf{E}}$  Ευτυχώς, στη μη γραμμική οπτική αυτός να μειωθεί για τις περιπτώσεις ενδιαφέροντος.

Παραδείγματος χάριν, εάν το  $\tilde{\mathbf{E}}$  δεν είναι της μορφής ενός εγκάρσιου, άπειρου επίπεδου κύματος,  $\nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}}$  εξαφανίζεται όμοια. Γενικότερα, ο πρώτος όρος μπορεί συχνά να αποδειχθεί για να είναι μικρός, ακόμα και όταν δεν εξαφανίζεται όμοια, ειδικά όταν η αργά - μεταβαλλόμενη προσέγγιση εύρους (δείτε την παράγραφο 2.2) ισχύει. Για το υπόλοιπο αυτού του βιβλίου, συνήθως θα υποθέσουμε ότι η συμβολή  $\nabla(\nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}})$  στην Εξ.(2.1.10) είναι αμελητέος έτσι ώστε η εξίσωση κυμάτων μπορεί να ληφθεί για να έχει τη μορφή

$$-\nabla^{2}\tilde{\mathbf{E}} + \frac{1}{c^{2}}\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}\tilde{\mathbf{E}} = -\frac{4\pi}{c^{2}}\frac{\partial^{2}\tilde{\mathbf{P}}}{\partial t^{2}}.$$
(2.1.11)

Είναι συχνά κατάλληλο να χωριστεί το  $ilde{\mathbf{P}}$  στα γραμμικα και τα μη γραμμικά μέρη του όπως

$$\tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{P}}^{(1)} + \tilde{\mathbf{P}}^{NL}.$$
(2.1.12)

Εδώ το  $\tilde{\mathbf{P}}^{(1)}$  είναι το μέρος του  $\tilde{\mathbf{P}}$  που εξαρτάται γραμμικά από την ισχύ  $\tilde{\mathbf{E}}$ . ηλεκτρικών πεδίων. Μπορούμε ομοίως να αποσυνθέσουμε το πεδίο  $\tilde{\mathbf{D}}$ μετατοπίσεων στα γραμμικά και μη γραμμικά μέρη της όπως

$$\tilde{\mathbf{D}} = \tilde{\mathbf{D}}^{(1)} + 4\pi \tilde{\mathbf{P}}^{NL}, \qquad (2.1.13a)$$

όπου το γραμμικό μέρος δίνεται από

$$\tilde{\mathbf{D}}^{(1)} = \tilde{\mathbf{E}} + 4\pi \tilde{\mathbf{P}}^{(1)}.$$
(2.1.13b)

Από άποψη αυτή η ποσότητα, η εξίσωση κυμάτων (2.1.11) γίνεται

$$-\nabla^{2}\tilde{\mathbf{E}} + \frac{1}{c^{2}}\frac{\partial^{2}\tilde{\mathbf{D}}^{(1)}}{\partial t^{2}} = -\frac{4\pi}{c^{2}}\frac{\partial^{2}\tilde{\mathbf{P}}^{NL}}{\partial t^{2}}.$$
(2.1.14)

Για να δείτε γιατί αυτή η μορφή της εξίσωσης κυμάτων είναι χρήσιμη, θεωρήστε αρχικά την περίπτωση ενός χωρίς απώλειες, λιγότερο μέσο διασποράς. Μπορούμε έπειτα να εκφράσουμε τη σχέση μεταξύ του  $\tilde{\mathbf{D}}^{(1)}$  και του  $\tilde{\mathbf{E}}$  από άποψη ένος πραγματικού, συχνότητα - ανεξάρτητο διηλεκτρικό γραμμικο  $\boldsymbol{\epsilon}^{(1)}$ όπως

$$\tilde{\mathbf{D}}^{(1)} = \in^{(1)} \cdot \tilde{\mathbf{E}}.$$
(2.1.15a)

Για την περίπτωση ενός ισοτροπικού υλικού, αυτή η σχέση μειώνει απλά

$$\tilde{\mathbf{D}}^{(1)} = \in^{(1)} \tilde{\mathbf{E}}, \qquad (2.1.15b)$$

όπου είναι ε<sup>(1)</sup> μια κλιμακωτή ποσότητα. Για αυτήν την (απλή) περίπτωση ενός ισοτροπικού, διασπορά λιγότερου υλικού, η εξίσωση κυμάτων (2.1.14) γίνεται

$$-\nabla^{2}\tilde{\mathbf{E}} + \frac{\boldsymbol{\in}^{(1)}}{c^{2}} \frac{\partial^{2}\tilde{\mathbf{E}}}{\partial t^{2}} = -\frac{4\pi}{c^{2}} \frac{\partial^{2}\tilde{\mathbf{P}}^{NL}}{\partial t^{2}}.$$
(2.1.16)

Αυτή η εξίσωση έχει τη μορφή μιας οδηγημένης (δηλαδή, ανομοιογενής) εξίσωσης κυμάτων, η μη γραμμικη απόκριση των μέσων πράξεων ως όρο πηγής που εμφανίζεται στη δεξιά πλευρά αυτής της εξίσωσης. Ελλείψει αυτού του όρου πηγής, Εξ (2.1.16) αναγνωρίζει τη λύση της μορφής των ελεύθερων κυμάτων διαδίδοντας με την ταχύτητα c/n, όπου  $n = [∈^{(1)}]^{1/2}$  είναι το (γραμμικό) δείκτης διάθλασης.

Για την περίπτωση ενός μέσου διασποράς, πρέπει να εξετάσουμε κάθε τμήμα συχνότητας του πεδίου χωριστά. Αντιπροσωπεύουμε την ηλεκτρική, γραμμική μετατόπιση, και το πεδίο πόλωσης ως ποσά των διάφορων τμημάτων συχνότητάς τους:

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},t) = \sum_{n} \tilde{\mathbf{E}}_{n}(\mathbf{r},t) , \qquad (2.1.17a)$$

$$\tilde{\mathbf{D}}^{(1)}(\mathbf{r},t) = \sum_{n} \tilde{\mathbf{D}}_{n}^{(1)}(\mathbf{r},t) \quad , \qquad (2.1.17b)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}^{(1)}(\mathbf{r},t) = \sum_{n} \tilde{\mathbf{P}}_{n}^{NL}(\mathbf{r},t) \quad , \qquad (2.1.17c)$$

όπου το άθροισμα πρόκειται να εκτελεσθεί πέρα από τη θετική συχνότητα πεδίων μόνο, και αντιπροσωπεύουμε κάθε τμήμα συχνότητας από άποψη το σύνθετο εύρος της όπως

$$\tilde{\mathbf{E}}_{n}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_{n}(\mathbf{r})e^{-i\omega_{n}t} + c.c. \quad , \qquad (2.1.18a)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_{n}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_{n}(\mathbf{r})e^{-i\omega_{n}t} + c.c. , \qquad (2.1.18b)$$

$$\widetilde{\mathbf{P}}_{n}^{NL}(\mathbf{r},t) = \mathbf{P}_{n}^{NL}(\mathbf{r})e^{-i\omega_{n}t} + c.c.$$
(2.1.18c)

Εάν ο διασκεδασμός μπορεί να παραμεληθεί, η σχέση μεταξύ του  $\tilde{\mathbf{D}}_n^{(1)}$  και  $\tilde{\mathbf{E}}_n$  μπορέστε να εκφραστείτε από άποψη ένα πραγματικό, συχνότητα - εξαρτώμενο διηλεκτρικό γραμμικό σύμφωνα με

$$\tilde{\mathbf{D}}_{n}^{(1)}(\mathbf{r},t) = \boldsymbol{\in}^{(1)}(\omega_{n}) \cdot \tilde{\mathbf{E}}_{n}(\mathbf{r},t).$$
(2.1.19)

Όταν η Εξ. (2.1.17a) κατευθείαν (2.1.19) εισάγεται στην Εξ. (2.1.14), λαμβάνουμε μια εξίσωση κυμάτων ανάλογη (2.1.16) που ισχύει για κάθε τμήμα συχνότητας του πεδίου

$$-\nabla^{2}\tilde{\mathbf{E}}_{n} + \frac{\mathbf{\in}^{(1)}(\omega_{n})}{c^{2}}\frac{\partial^{2}\tilde{\mathbf{E}}_{n}}{\partial t^{2}} = -\frac{4\pi}{c^{2}}\frac{\partial^{2}\tilde{\mathbf{P}}_{n}^{NL}}{\partial t^{2}}.$$
(2.1.20)

Η γενική περίπτωση ενός διαλυτικού μέσου αντιμετωπίζεται με την άδεια διηλεκτρικού γραμμικό για να είναι μια σύνθετη ποσότητα που αφορά τα εύρη περίπλοκων τομέων σύμφωνα με

$$\mathbf{D}_{n}^{(1)}(\mathbf{r}) = \boldsymbol{\in}^{(1)}(\omega_{n}) \cdot \mathbf{E}_{n}(\mathbf{r}).$$
(2.1.21)

Αυτή η έκφραση, μαζί με της Εξς. (2.1.17) και (2.1.18), μπορεί να εισαχθεί στην εξίσωση κυμάτων (2.1.14), για να λάβει

$$-\nabla^2 \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) - \frac{\omega_n^2}{c^2} \in {}^{(1)} \cdot \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) = \frac{4\pi\omega_n^2}{c^2} \mathbf{P}_n^{NL}(\mathbf{r}).$$
(2.1.22)



Σχημα 2.2.1 Άθροισμα-συχνότητων παραγωγής

## 2.2 Συνδεσή – Κυμάτων Εξισωσείς για το Άθροισμα – Συχνότητων Παραγωγής

Μελετάμε έπειτα πώς η μη γραμμική οπτική εξίσωση κυμάτων που παραγάγαμε στο προηγούμενο κεφαλαίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει τις συγκεκριμένες μη γραμμικές οπτικές αλληλεπιδράσεις.Ιδίως, εξετάζουμε το άθροισμα – συχνότητων παραγωγής σε μια χωρίς απώλειες μη γραμμική οπτική μέση ανάμειξη παράλληλη, μονοχρωματικός, συνεχής - ακτίνες εισόδου κυμάτων. Υποθέτουμε τη διαμόρφωση που εμφανίζεται στο σχ. 2.2.1, όπου τα εφαρμοσμένα κύματα μειώνονται επάνω στο μη γραμμικό μέσο στην κανονική επίπτωση. Για την απλότητα, αγνοούμε τα διπλά αποτελέσματα διάθλασης. Η επεξεργασία που δίνεται εδώ μπορεί να γενικευτεί απευθείας για να περιλάβει τη μη κανονική επίπτωση και τη διπλή διάθλαση. \*

Η εξίσωση κυμάτων στη μορφή (2.1.20) πρέπει να ισχύσει για κάθε τμήμα συχνότητας του πεδίου και ιδίως για το τμήμα γενικων συνολων συχνότητων στη συχνότητα ω<sub>3</sub>. Ελλείψει ενός μη γραμμικού όρου πηγής, η λύση σε αυτήν την εξίσωση για ένα επίπεδο κύμα στη συχνότητα ω<sub>3</sub> που διαδίδει στη +z κατεύθυνση είναι

$$\tilde{E}_{3}(z,t) = A_{3}e^{i(k_{3}z-\omega_{3}t)} + c.c., \qquad (2.2.1)$$

\*Βλεπετέ, για παραδείγμα, Shen (1984), Κεφαλαίο 6.

όπου\*\*

$$k_3 = \frac{n_3 \omega_3}{c}, \qquad n_3 = [\in^{(1)} (\omega_3)]^{1/2},$$
 (2.2.2)

και όπου το εύρος του κύματος A<sub>3</sub> είναι μια σταθερά. Αναμένουμε για φυσικούς λόγους ότι, όταν ο μη γραμμικός όρος πηγής δεν είναι πάρα πολύ μεγάλος, η λύση στην Εξ. (2.1.20) θα είναι ακόμα της μορφής της Εξ. (2.2.1), εκτός από το ότι A<sub>3</sub> θα γίνει μια αργά ποικίλη λειτουργία του z. Ως εκ τούτου υιοθετούμε Εξ. (2.2.1) με A<sub>3</sub> παρμένος για να είμαστε μια λειτουργία του z ως μορφή της δοκιμαστικής λύσης στην εξίσωση κυμάτων (2.1.20) παρουσία του μη γραμμικού όρου πηγής.

Αντιπροσωπεύουμε το μη γραμμικό όρο πηγής που εμφανίζεται στην Εξ. (2.1.20) όπως

$$\tilde{P}_3(z,t) = P_3 e^{-i\omega_3 t} + c.c., \qquad (2.2.3)$$

όπου σύμφωνα με την Εξ. (1.5.28)

$$P_3 = 4d_{eff}E_1E_2.$$
 (2.2.4)

Εάν αντιπροσωπεύουμε τα εφαρμοσμένα πεδία όπως

$$\tilde{E}_i(z,t) = E_i e^{-i\omega_i t} + c.c., \qquad i = 1,2,$$
(2.2.5)

οπού

$$E_i = A_i e^{ik_i z}, \qquad i = 1, 2,$$
 (2.2.6)

το εύρος της μη γραμμικής πόλωσης μπορεί να γραφτεί όπως

$$P_3 = 4d_{eff}A_1A_2e^{i(k_1+k_2)z} = p_3e^{i(k_1+k_2)z}.$$
(2.2.7)

Αντικαθιστάμε τώρα Εξς. (2.2.1), (2.2.3) και (2.2.7) στην εξίσωση κυμάτων (2.1.20). Δεδομένου ότι τα πεδία εξαρτώνται μόνο από το διαμήκες συντεταγμένης z, μπορούμε να αντικαταστήσουμε  $\nabla^2 \alpha \pi \delta d^2 / dz^2$  Λαμβάνουμε έπειτα.

$$\left[\frac{d^{2}A_{3}}{dz^{2}} + 2ik_{3}\frac{dA_{3}}{dz} - k_{3}^{2}A_{3} + \frac{\in^{(1)}(\omega_{3})\omega_{3}^{2}A_{3}}{c^{2}}\right]e^{i(k_{1}z-\omega_{3}t)} + c.c.$$
$$= \frac{-16\pi d_{eff}\omega_{3}^{2}}{c^{2}}A_{1}A_{2}e^{i[(k_{1}+k_{2})z-\omega_{3}t]} + c.c.$$
(2.2.8)

\*\*Για την ευκολία, εργαζόμαστε στην κλιμακωτή προσέγγιση πεδίων, n<sub>3</sub> αντιπροσωπεύει το δείκτη διάθλασης κατάλληλο για την κατάσταση της πόλωσης του ω<sub>3</sub> κύματος.

Аπό τότε  $k_3^2 = \in^{(1)} (\omega_3) \omega_3^2 / c^2$ , οι τρίτοι και τέταρτοι όροι στην αριστερή πλευρά αυτής της έκφρασης ακυρώνονται. Σημειώστε ότι μπορούμε να ρίξουμε τους σύνθετους συζευγμένους όρους από κάθε πλευρά και να διατηρήσουμε ακόμα την ισότητα. Μπορούμε έπειτα να ακυρώσουμε τον παράγοντα  $\exp(-i\omega_3 t)$  σε κάθε πλευρά και να γράψουμε την προκύπτουσα εξίσωση όπως

$$\frac{d^2 A_3}{dz^2} + 2ik_3 \frac{dA_3}{dz} = \frac{-16\pi d_{eff} \omega_3^2}{c^2} A_1 A_2 e^{i(k_1 + k_2 - k_3)z}.$$
(2.2.9)

Είναι συνήθως επιτρεπτό για να παραμελησουμε τον πρώτο όρο στην αριστερή πλευρά αυτής της εξίσωσης λόγω του ότι είναι πάρα πολύ μικρότερο από το δεύτερο. Αυτή η προσέγγιση είναι γνωστή ως αργά - μεταβαλλόμενη προσέγγιση εύρους και ισχύει όποτε

$$\left|\frac{d^2 A_3}{dz^2}\right| \ll \left|k_3 \frac{dA_3}{dz}\right|. \tag{2.2.10}$$

Αυτός ο όρος απαιτεί ότι η κλασματική αλλαγή Α<sub>3</sub> σε μια απόσταση της κατάταξης ενός οπτικού μήκους κύματος πρέπει να είναι πολύ μικρότερη από την ενότητα. Όταν αυτή η προσέγγιση γίνεται, η Εξ. (2.2.9) γίνεται

$$\frac{dA_3}{dz} = \frac{8\pi i d_{eff} \omega_3^2}{k_3 c^2} A_1 A_2 e^{i\Delta kz}$$

$$= \frac{2\pi i \omega_3}{n_3 c} p_3 e^{i\Delta kz},$$
(2.2.11)

όπου έχουμε εισαγάγει την ποσότητα

$$\Delta k = k_1 + k_2 - k_3, \tag{2.2.12}$$

όποιος καλείται διανυσματικό (ή ορμή) αναντιστοιχία κυμάτων. Η εξίσωση (2.2.11) είναι γνωστή ως εξίσωση συζευγμένου-πλάτους, επειδή επιδεικνύει πώς το εύρος του ω<sub>3</sub> κύματος ποικίλλει συνεπεία της σύζευξής του ω<sub>1</sub> και ω<sub>2</sub> των κυμάτων. Γενικά, η χωρική μεταβολή ω<sub>1</sub> και ω<sub>2</sub> κύματα πρέπει επίσης να λάβουν υπόψη, και μπορούμε να παραγάγουμε τις ανάλογες εξισώσεις για ω<sub>1</sub> και ω<sub>2</sub> τα πεδία με την επανάληψη της παραγωγής που δίνεται ανωτέρω για κάθε μια από αυτές τις συχνότητες. Ως εκ τούτου βρίσκουμε δύο πρόσθετα συζευγμένα – πλάτη εξίσωσεων δίνονται από

$$\frac{dA_1}{dz} = \frac{8\pi i d_{eff} \omega_1^2}{k_1 c^2} A_3 A_1^* e^{-i\Delta kz}$$
(2.2.13)

και

$$\frac{dA_2}{dz} = \frac{8\pi i d_{eff} \omega_2^2}{k_2 c^2} A_3 A_1^* e^{-i\Delta kz}.$$
(2.2.14)

Σημειώστε ότι, στο γράψιμο αυτών των εξισώσεων στις μορφές που εμφανίζονται, έχουμε υποθέσει ότι το μέσο είναι χωρίς απώλειες. Για ένα χωρίς απώλειες μέσο, κανένας ρητός όρος απώλειας δεν χρειάζεται να περιληφθεί σε αυτές τις εξισώσεις, και επιπλέον μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε του όρου της πλήρους συμμετρίας μετάθεσης (Εξς. (1.5.8)) για να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι ο συντελεστής συζεύξεων έχει την ίδια  $d_{eff}$  αξίας σε κάθε εξίσωση.

#### Φάση - Αντιστοίχιση με Εκτιμήσεις

Για την απλότητα, αρχικά υποθέστε ότι τα εύρη *A*<sub>1</sub> και *A*<sub>2</sub> των πεδίων εισόδου μπορούν να ληφθούν ως σταθερές στη δεξιά πλευρά της Εξ. (2.2.11). Αυτή η υπόθεση ισχύει όποτε η μετατροπή των πεδίων εισόδου στο πεδίο άθροισματοςσυχνότητων δεν είναι πάρα πολύ μεγάλη. Σημειώνουμε ότι, για τη πρόσθετη περίπτωση

$$\Delta k = 0, \tag{2.2.15}$$

το εύρος *A*<sub>3</sub> των αυξήσεων κυμάτων άθροισματος-συχνότητων γραμμικά με το *z*, και συνεπώς ότι η έντασή της αυξάνεται τετραγωνικό με το *z*. Ο όρος (2.2.15) είναι γνωστός ως όρος του τέλειου ταιριάσματος φάσης. Όταν αυτός ο όρος τηρείται, το παραγμένο κύμα διατηρεί μια σταθερή σχέση φάσης όσον αφορά τη μη γραμμική πόλωση και είναι σε θέση να εξαγάγει την ενέργεια αποτελεσματικότερα από τα συναφή κύματα. Από τη μικροσκοπική άποψη ο, όταν τηρείται ο όρος (2.2.15) τα μεμονωμένα ατομικά δίπολα που αποτελούν το υλικό σύστημα συγχρονίζονται κατάλληλα έτσι ώστε το πεδίο που εκπέμπεται από κάθε δίπολο προσθέτει με συνοχή στην μπροστινή κατεύθυνση. Η συνολική δύναμη που ακτινοβολείται από το σύνολο ατομικών κλιμάκων διπόλων έτσι ως τετράγωνο του αριθμού ατόμων που συμμετέχουν. Όταν ο όρος (2.2.15) δεν είναι ικανοποιημένο, η ένταση της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας είναι μικρότερη απ'ό, τι για την περίπτωση  $\Delta k = 0$ . Το εύρος του πεδίου άθροισματος-συχνότητας ( $\omega_3$ ) το επίπεδο εξόδου του μη γραμμικού μέσου δίνεται σε αυτήν την περίπτωση με την ενσωμάτωση της Εξ. (2.2.11) από z = 0 σε z = L, να παραγάγει

$$A_{3}(L) = \frac{8\pi i d_{eff} \omega_{3}^{2} A_{1} A_{2}}{k_{3}c^{2}} \int_{0}^{L} e^{i\Delta kz} dz = \frac{8\pi i d\omega_{3}^{2} A_{1} A_{2}}{k_{3}c^{2}} \left(\frac{e^{i\Delta kL} - 1}{i\Delta k}\right).$$
(2.2.16)

Η ένταση του ω<sub>3</sub> κύματος δίνεται από το μέγεθος του χρόνου - υπολογισμένο κατά μέσο όρο διάνυσμα Poynting, το οποίο για τον καθορισμό μας εύρους πεδίων δίνεται από

$$Ii = \frac{n_i c}{2\pi} |A_i|^2, \qquad i = 1, 2, 3.$$
(2.2.17)

Λαμβάνουμε έτσι

$$I_{3} = \frac{32\pi d_{eff}^{2} \omega_{3}^{4} |A_{1}|^{2} |A_{2}|^{2} n_{3}}{k_{3}^{2} c^{3}} \left| \frac{e^{i\Delta kL} - 1}{\Delta k} \right|^{2}.$$
 (2.2.18)

Ο τακτοποιημένος συντελεστής που εμφανίζεται σε αυτήν την εξίσωση μπορεί να εκφραστεί όπως

$$\left|\frac{e^{i\Delta kL}-1}{\Delta k}\right|^{2} = L^{2} \left(\frac{e^{i\Delta kL}-1}{\Delta kL}\right) \left(\frac{e^{-i\Delta kL}-1}{\Delta kL}\right) = 2L^{2} \frac{\left(1-\cos\Delta kL\right)}{\left(\Delta kL\right)^{2}}$$

$$= L^{2} \frac{\sin^{2}\left(\Delta kL/2\right)}{\left(\Delta kL/2\right)^{2}} = L^{2} \sin c^{2} \left(\Delta kL/2\right).$$
(2.2.19)

Τέλος, η έκφρασή μας για  $I_3$  μπορεί να γραφτεί από άποψη τις εντάσεις των συναφών πεδίων με τη χρησιμοποίηση Εξ. (2.2.17) που εκφράζει  $|A_i|^2$  από άποψη οι εντάσεις που παράγουν το αποτέλεσμα

$$I_{3} = \frac{512\pi^{5} d_{eff}^{e} I_{1} I_{2}}{n_{1} n_{2} n_{3} \lambda_{3}^{2} c} L^{2} \sin c^{2} (\Delta k L / 2), \qquad (2.2.20)$$

όπου  $\lambda_3 = 2\pi c / \omega_3$  είναι το κενό μήκος κύματος του  $\omega_3$  κύματος. Σημειώστε ότι η επίδραση διανυσματικού αναντιστοιχία συνδυασμού του κυμάτων συμπεριλαμβάνεται εξ ολοκλήρου στον παράγοντα  $\sin c^2 (\Delta k L/2)$ . Αυτός ο παράγοντας, που είναι γνωστός ως παράγοντας ασυμφωνίας φάσης, σχεδιάζεται στο σχ. 2.2.2. Πρέπει να σημειωθεί ότι η αποδοτικότητα τον τριων-κύματων που αναμιγνύει τη διαδικασία μειώνεται όπως |Δk|L αυξησείς, με κάποια εμφάνιση ταλαντώσεων. Ο λόγος για αυτήν την συμπεριφορά είναι ότι εάν το L είναι μεγαλύτερο από περίπου  $1/\Delta k$ , το κύμα εξόδου μπορεί να πάρει από τη φάση με την οδηγώντας πόλωσή του, και η δύναμη μπορεί να ρεύσει από το ω, κύμα πίσω  $ω_1$  και  $ω_2$  τα κύματα (δείτε Εξ. (2.2.11)). Για αυτόν τον λόγο, το ένα μερικές φορές καθορίζει



Σχήμα 2.2.2 Αποτελέσματα του διανυσματικού αναντιστοιχία συνδυασμού κυμάτων στην αποδοτικότητα της παραγωγής άθροισματος συχνότητων.

για να είναι συνεκτική μήκος συσσώρευση της αλληλεπίδρασης, έτσι ώστε ο παράγοντας ασυμφωνίας φάσης στην Εξ. (2.2.20) μπορεί να γραφτεί όπως

$$\sin c^2 (L/L_c).$$
 (2.2.22)

### 2.3 Οι σχέσεις Manley – Rowe

Εξετάστε τώρα, από γενική άποψη, την αμοιβαία αλληλεπίδραση τριών οπτικών κυμάτων διαδίδοντας μέσω ενός χωρίς απώλειες μη γραμμικού οπτικού μέσου, όπως διευκρινίζεται στο σχ. 2.3.1.

Παραγάγαμε μόλις συζευγμένου - πλάτους εύρους (Εξ. (2.2.11) κατευθείαν (2.2.14)) αυτός περιγράφει τη χωρική μεταβολή του εύρους κάθε κύματος. Εξετάστε τώρα τη χωρική μεταβολή της έντασης που συνδέεται με κάθε ένα από αυτά τα κύματα. Από τότε

$$Ii = \frac{n_i c}{2\pi} A_i A_i^*, \qquad (2.3.1)$$

$$\omega_1 \longrightarrow \omega_2 \longrightarrow \omega_3 \longrightarrow$$

Σχημα 2.3.1 Τα οπτικά κύματα των συχνοτήτων  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ , και  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  αλληλεπιδρούν σε ένα χωρίς απώλειες μη γραμμικό οπτικό μέσο.

η μεταβολή της έντασης περιγράφεται από

$$\frac{dI_i}{dz} = \frac{n_i c}{2\pi} \left( A_i^* \frac{dA_i}{dz} + A_i \frac{dA_i^*}{dz} \right).$$
(2.3.2)

Μέσω της χρήσης αυτών των αποτελέσματος και Εξς. (2.2.13), διαπιστώνουμε ότι η χωρική μεταβολή της έντασης του κύματος στη συχνότητα ω<sub>1</sub> δίνεται από

$$\frac{dI_1}{dz} = \frac{n_i c}{2\pi} \frac{8\pi d_{eff} \omega_1^2}{k_1 c^2} \left( iA_1^* A_3 A_2^* e^{-\Delta kz} + c.c. \right)$$
$$= 4d_{eff} \omega_1 \left( iA_3 A_1^* A_2^* e^{-\Delta kz} + c.c. \right)$$

ή από

$$\frac{dI_1}{dz} = -8d_{eff}\omega_1 \operatorname{Im} \left( A_3 A_1^* A_2^* e^{-\Delta kz} \right).$$
(2.3.3a)

Ομοίως διαπιστώνουμε ότι η χωρική μεταβολή των εντάσεων των κυμάτων στις συχνότητες ω<sub>2</sub> και ω<sub>3</sub> δίνεται από

$$\frac{dI_2}{dz} = -8d_{eff}\omega_2 \operatorname{Im}\left(A_3 A_1^* A_2^* e^{-\Delta kz}\right).$$

$$\frac{dI_3}{dz} = -8d_{eff}\omega_3 \operatorname{Im}\left(A_3^* A_1 A_2 e^{i\Delta kz}\right)$$
(2.3.3c)

 $= 8d_{eff}\omega_3 \operatorname{Im}(A_3A_1^*A_2^*e^{-i\Delta kz}).$ 

Βλέπουμε ότι το σημείο  $dI_1/dz$  είναι οι ίδιοι με αυτό  $dI_2/dz$  αλλά είναι απέναντι από αυτό  $dI_3/dz$ . Επίσης βλέπουμε ότι η κατεύθυνση της ενεργειακής ροής εξαρτάται από της σχετικές φάσεις των τριών αλληλεπιδρώντας πεδίων.

Το σύνολο εξισώσεων (2.3.3a), (2.3.3b), και (2.3.3c) δείχνει ότι η συνολική ροή δύναμης συντηρείται, όπως αναμένεται για τη διάδοση μέσω ενός χωρίς απώλειες μέσου. Για να καταδείξουμε αυτό το γεγονός, καθορίζουμε τη συνολική ένταση όπως

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$
(2.3.4)

Έπειτα διαπιστώνουμε ότι η χωρική μεταβολή της συνολικής έντασης δίνεται από

$$\frac{dI}{dz} = \frac{dI_1}{dz} + \frac{dI_2}{dz} + \frac{dI_3}{dz}$$
(2.3.5)
$$= -8d_{eff} \left(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3\right) \operatorname{Im}(A_3 A_1^* A_2^* e^{i\Delta kz}) = 0,$$

όπου έχουμε χρησιμοποιήσει Εξς. (2.3.3a), (2.3.3b), και (2.3.3c) και πού η τελευταία ισότητα προκύπτει από το γεγονός ότι  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ .

Το σύνολο εξισώσεων (2.3.3a), (2.3.3b), και (2.3.3c) επίσης υπονοεί αυτό

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{I_1}{\omega_1}\right) = \frac{d}{dz}\left(\frac{I_2}{\omega_2}\right) = -\frac{d}{dz}\left(\frac{I_3}{\omega_3}\right),$$
(2.3.6)

όπως μπορεί να ελεγχθεί από την επιθεώρηση. Αυτές οι ισότητες είναι γνωστές ως σχέσεις Manley-Rowe (Manley και Rowe, 1959). Δεδομένου ότι η ενέργεια ενός

φωτονίου της συχνότητας  $ω_i$  είναι  $\hbar ω_i$ , η ποσότητα  $I_i / \omega_i$  που εμφανίζεται σε αυτές τις σχέσεις είναι ανάλογη προς την ένταση του κύματος που μετριέται στα φωτόνια ανά περιοχή μονάδων ανά χρόνο μονάδων. Οι σχέσεις Manley-Rowe μπορούν εναλλακτικά να εκφραστούν όπως

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{I_2}{\omega_2} + \frac{I_3}{\omega_3}\right) = 0, \frac{d}{dz}\left(\frac{I_1}{\omega_1} + \frac{I_3}{\omega_3}\right) = 0, \frac{d}{dz}\left(\frac{I_1}{\omega_1} + \frac{I_2}{\omega_2}\right) = 0.$$
(2.3.7)

Αυτές οι εξισώσεις μπορούν να ενσωματωθούν τυπικά για να λάβουν τις τρεις συντηρημένες ποσότητες (που συντηρούνται υπό την έννοια ότι είναι στο χώρο αμετάβλητες) *M*<sub>1</sub>, *M*<sub>2</sub>, και *M*<sub>3</sub> που δίνονται από

$$M_{1} = \frac{I_{2}}{\omega_{2}} + \frac{I_{3}}{\omega_{3}}, \quad M_{2} = \frac{I_{1}}{\omega_{1}} + \frac{I_{3}}{\omega_{3}}, \quad M_{3} = \frac{I_{1}}{\omega_{1}} + \frac{I_{3}}{\omega_{3}}.$$
 (2.3.8)

Αυτές οι σχέσεις μας λένε ότι το ποσοστό στο οποίο τα φωτόνια στη συχνότητα ω δημιουργούνται είναι ίσο με το ποσοστό στο οποίο τα φωτόνια στη συχνότητα ω, δημιουργούνται και είναι ίσο με το ποσοστό στο οποίο τα φωτόνια στη συχνότητα ω, καταστρέφονται. Αυτό το αποτέλεσμα μπορεί να γίνει κατανοητά διαισθητικά με τη βοήθεια της περιγραφής ενεργειακών επιπέδων τρία - κύματα αναμιγνύοντας τη διαδικασία, η οποία εμφανίζεται στο σχήμα 2.3.2. Αυτό το διάγραμμα δείχνει ότι, για ένα χωρίς απώλειες μέσο, η δημιουργία ενός ω, φωτονίου πρέπει να συνοδευθεί από τη δημιουργία ενός ω<sub>2</sub> φωτονίου και την εκμηδένιση ενός ω<sub>3</sub> φωτονίου. Φαίνεται εκ πρώτης όψεως εκπληκτικό ότι οι σχέσεις Manley-Rowe πρέπει να είναι σύμφωνες με αυτό την κβάντο - μηχανική ερμηνεία, όταν εμφανίζεται να είναι εξολοκλήρου η παραγωγή αυτών των σχέσεών μας κλασσική. Σημειώστε, εντούτοις, ότι η παραγωγή μας σιωπηρά υποθέτει ότι η μη γραμμική ευαισθησία κατέχει την πλήρη συμμετρία μεταλλαγής δεδομένου ότι έχουμε πάρει το σταθερό d<sub>eff</sub> συζεύξεων για να έχουμε την ίδια αξία σε κάθε μια από τις εξισώσεις συζευγμένου πλάτους (2.2.11), (της 2.2.13), και (2.214). Παρατηρήσαμε νωρίτερα (μετά από την Εξ. (1.5.9)) ότι από μία άποψη ο όρος της πλήρους συμμετρίας μεταλλαγής είναι μια συνέπεια των νόμων των κβαντικών μηχανικών.



Σχήμα 2.3.2 Περιγραφή φωτονίων της αλληλεπίδρασης τριών οπτικών κυμάτων.

## 2.4 Άθροισμα Συχνότητων Παραγωγής

Στην παράγραφο 2.2, μεταχειριστήκαμε τη διαδικασία του άθροισματος συχνότητων - παραγωγής στο απλό όριο στο οποίο τα δύο εισαγμένα πεδία είναι από τη μη γραμμική αλληλεπίδραση. Στο παρόν τμήμα, μεταχειριζόμαστε αυτήν την διαδικασία γενικότερα. Υποθέτουμε τη διαμόρφωση που εμφανίζεται στο σχήμα 2.4.1.

Το συζευγμένο – πλάτος των εξησωσέων που περιγράφουν αυτήν την αλληλεπίδραση παρήχθησαν ανωτέρω και εμφανίζονται ως Εξς. (2.2.11) κατευθείαν στην (2.2.14). Αυτές οι εξισώσεις μπορούν να λυθούν ακριβώς από άποψη τις ελλειπτικές λειτουργίες Jacobi. Δεν θα παρουσιάσουμε τις λεπτομέρειες αυτής της λύσης, επειδή η μέθοδος είναι πολύ παρόμοια με αυτήν που χρησιμοποιούμε στην παράγραφο 2.6 για να μεταχειριστούμε τη δεύτερη αρμονική παραγωγή. Οι λεπτομέρειες μπορούν να βρεθούν στον Armstrong και λοιποί (1962). Δείτε επίσης το πρόβλημα 2 στο τέλος αυτού του κεφαλαίου.

Αντ' αυτού, μεταχειριζόμαστε την κάπως απλούστερη (αλλά περισσότερο επεξηγηματική) περίπτωση στην οποία ένα από τα εφαρμοσμένα πεδία (που λαμβάνονται για να είναι στη συχνότητα  $ω_2$ ) είναι ισχυρό, αλλά το άλλο πεδίο (στη συχνότητα  $ω_1$ ) είναι αδύνατο. Αυτή η κατάσταση θα ίσχυε για τη μετατροπή ενός αδύνατου υπέρυθρου σήματος της συχνότητας  $ω_1$  σε μια ορατή συχνότητα  $ω_3$  με τη μίξη με μια έντονη ακτίνα λέιζερ της συχνότητας  $ω_2$  (δείτε, παραδείγματος χάριν,

Boyd και Townes, το 1977). Αυτή η διαδικασία είναι γνωστή ως επάνω μετατροπή, επειδή σε αυτήν την διαδικασία οι πληροφορίες - η φέρουσα ακτίνα μετατρέπεται σε μια υψηλότερη συχνότητα. Συνήθως τα οπτικά κύματα συχνότητας είναι ευκολότερα να ανιχνεύσουν με την καλή ευαισθησία από ότι είναι υπέρυθρα κύματα. Δεδομένου ότι μπορούμε να υποθέσουμε ότι το εύρος A<sub>2</sub> του πεδίου στη συχνότητα ω<sub>2</sub> είναι απρόσβλητο από την αλληλεπίδραση, μπορούμε να πάρουμε A<sub>2</sub> ως σταθερά συζεγμένο - πλάτος (εξίσωση (2.2.11) κατευθείαν (2.2.14)), τα οποία μειώνουν έπειτα στο απλούστερο σύνολο

$$\frac{d\mathbf{A}_1}{dz} = K_1 A_3 e^{-i\Delta kz}, \qquad (2.4.1a)$$

$$\frac{d\mathbf{A}_3}{dz} = K_3 A_1 e^{+i\Delta kz}, \qquad (2.4.1b)$$

όπου έχουμε εισαγάγει τις ποσότητες



Σχήμα 2.4.1 Άθροισμα – Συχνότητων παραγωγής. Χαρακτηριστικά, κανένα πεδίο εισόδου δεν εφαρμόζεται στη συχνότητα ω<sub>3</sub>.

Και

$$\Delta k = k_1 + k_2 - k_3. \tag{2.4.2b}$$

Η λύση της Εξς. (2.4.1) είναι ιδιαίτερα απλη εάν θέτουμε Δk = 0 , και μεταχειριζόμαστε αρχικά αυτήν την περίπτωση. Παίρνουμε την παράγωγο της Εξ. (2.4.1a) για να λάβει

$$\frac{d^2 A_1}{dz^2} = K_1 \frac{dA_3}{dz}.$$
 (2.4.3)

Χρησιμοποιούμε τώρα την Εξ. (2.4.1b) για να αποβάλει  $dA_3/dz$  από τη δεξιά πλευρά αυτής της εξίσωσης για να λάβει μια εξίσωση που περιλαμβάνει μόνο το  $A_1(z)$ :

$$\frac{d^2 A_1}{dz^2} = -\kappa^2 A_1,$$
 (2.4.4)

όπου έχουμε εισαγάγει το θετικό συντελεστή συζεύξεων κ<sup>2</sup> που καθορίζεται από

$$\kappa^{2} = -\mathbf{K}_{1}\mathbf{K}_{3} = \frac{64\pi^{2}\omega_{1}^{2}\omega_{3}^{2}d_{eff}\left|\mathbf{A}_{2}\right|^{2}}{k_{1}k_{3}c^{4}}.$$
(2.4.5)

Η γενική λύση της Εξ. (2.4.4) είναι

$$A_1(z) = B\cos\kappa z + C\sin\kappa z. \tag{2.4.6a}$$

Λαμβάνουμε τώρα τη μορφή  $A_3(z)$  μέσω της χρήσης της Εξ. (2.4.1a), το οποίο δείχνει εκείνο το  $A_3(z) = (dA_1 / dz) / K_1$ , ή

$$A_3(z) = \frac{-B\kappa}{K_1} \sin \kappa z + \frac{C\kappa}{K_1} \cos \kappa z.$$
(2.4.6b)

Βρίσκουμε έπειτα τη λύση που ικανοποιεί της κατάλληλες οριακές συνθήκες . Υποθέτουμε ότι τα  $ω_3$  πεδία δεν είναι παρόντα στην είσοδο, έτσι ώστε οι οριακές συνθήκες γίνονται  $A_3(0) = 0$  με το  $A_1(0)$  που προσδιορίζεται. Βρίσκουμε από Εξ. (2.4.6b) ότι οι οριακές συνθήκες  $A_3(0) = 0$  υπονοεί εκείνο το C = 0, και από Εξ. (2.4.6a) εκείνο το  $B = A_1(0)$ . Η λύση για το  $ω_1$  πεδίο δίνεται έτσι από

$$A_{1}(z) = A_{1}(0)\cos\kappa z$$
 (2.4.7)

και για το  $ω_3$  πεδίο από

$$A_{3}(z) = -A_{1}(0)\frac{\kappa}{K_{1}}\sin\kappa z.$$
 (2.4.8)

Για να απλοποιήσουμε τη μορφή αυτής της εξίσωσης εκφράζουμε την αναλογία  $\kappa / K_1$  ως εξής

$$\frac{\kappa}{K_{1}} = \frac{8\pi\omega_{1}\omega_{3}d_{eff}|A_{2}|}{\left(k_{1}k_{3}\right)^{1/2}c^{2}} \frac{k_{1}c^{2}}{8\pi i\omega_{1}^{2}dA_{2}^{*}} = -i\left(\frac{ni\omega_{3}}{n_{3}\omega_{1}}\right)^{1/2}\frac{|A_{2}|}{A_{2}^{*}}.$$



Σχήμα 2.4.2 Παραλλαγή  $|A_1|^2$  και  $|A_3|^2$  για την περίπτωση του τέλειου φάσης ταιριάζουν στην μη εξαντλημένα – αντλία προσεγγίσεως.

Η αναλογία  $\left|A_{2}\right|/A_{2}^{*}$  μπορεί να αντιπροσωπευθεί όπως

$$\frac{|A_2|}{A_2^*} = \frac{A_2}{A_2} \frac{|A_2|}{A_2^*} = \frac{A_2|A_2|}{|A_2|^2} = \frac{A_2}{|A_2|} = e^{i\varphi_2},$$

όπου  $\varphi_2$  δείχνει τη φάση  $\mathbf{A}_2.$  Ως εκ τούτου βρίσκουμε αυτού

$$A_{3}(z) = i \left(\frac{n_{1}\omega_{3}}{n_{3}\omega_{1}}\right)^{1/2} A_{1}(0) \sin \kappa z e^{i\varphi_{2}}.$$
 (2.4.9)

Η φύση της λύσης που δίνεται από της Εξς. (2.4.7) και (2.4.9) είναι διευκρινισμένος μέσα στο σχήμα 2.4.2

Λύστε έπειτα την Εξ. (2.4.1) για τη γενική περίπτωση του αυθαίρετου διανυσματικού αναντιστοιχίων κυμάτων. Επιδιώκουμε μια λύση σε αυτές τις εξισώσεις της μορφής

$$A_{1}(z) = (Fe^{igz} + Ge^{-igz})e^{-i\Delta kz/2}, \qquad (2.4.10)$$

$$A_{3}(z) = \left(Ce^{igz} + De^{-igz}\right)e^{-i\Delta kz/2},$$
(2.4.11)

όπου το g δεδομένου του ποσοστού χωρικής μεταβολής των πεδίων και πού το C, D, F, και τα G είναι σταθερές των οποίων οι τιμές εξαρτώνται από της οριακές συνθήκες. Λαμβάνουμε αυτήν την μορφή για τη δοκιμαστική λύση επειδή αναμένουμε  $ω_1$  και  $ω_3$  κύματα για να παρουσιάσουμε την ίδια χωρική μεταβολή, δεδομένου ότι συνδέονται από κοινού. Χωρίζουμε έξω τους παράγοντες  $e^{\pm \Delta kz/2}$  επειδή κάνει να απλοποιεί έτσι την τελική μορφή της λύσης. Οι εξισώσεις (2.4.10) και (2.4.11) αντικαθίστανται τώρα στην Εξ. (2.4.1a), για να λάβει

$$(igFe^{igz} - igGe^{-igz})e^{-(1/2)i\Delta kz} - \frac{1}{2}i\Delta k (Fe^{igz} + Ge^{-igz})e^{-(1/2)i\Delta kz}$$

$$= (K_1Ce^{igz} + K_1De^{-igz})e^{-(1/2)i\Delta kz}.$$

$$(2.4.12)$$

Δεδομένου ότι αυτή η εξίσωση πρέπει να ισχύσει για όλες τις τιμές του *z*, οι όροι που ποικίλλουν ως *e<sup>igz</sup>* και το *e<sup>-igz</sup>* πρέπει κάθε ένα να διατηρήσει την ισότητα χωριστά, οι συντελεστές αυτών των όρων πρέπει έτσι να αφορούν από

$$F(ig - \frac{1}{2}i\Delta k) = K_1C, \qquad (2.4.13)$$

$$-G(ig + \frac{1}{2}i\Delta k) = K_1 D, \qquad (2.4.14)$$

Σε παρόμοια κατασταση, βρίσκουμε τη δοκιμαστική λύση της Εξ. (2.4.1b) αυτό

$$(igCe^{igz} - igDe^{-igz})e^{(1/2)i\Delta kz} \frac{1}{2}i\Delta k (Ce^{igz} + De^{-igz})e^{(1/2)i\Delta kz}$$

$$= (K_3Fe^{igz} + K_3Ge^{-igz})e^{(1/2)i\Delta kz},$$

$$(2.4.15)$$

και για αυτή η εξίσωση ισχύει για όλες τις τιμές του z, οι συντελεστές πρέπει να ικανοποιήσουν

$$C\left(ig + \frac{1}{2}i\Delta k\right) = K_3 F,$$
(2.4.16)

$$-D(ig - \frac{1}{2}i\Delta k) = K_3G.$$
(2.4.17)

Οι εξισώσεις (2.4.13) και (2.4.16) αποτελούν τις ταυτόχρονες εξισώσεις για το F και C. Γράφουμε αυτές τις εξισώσεις με μορφές μητρών όπως

$$\begin{bmatrix} i(g-\frac{1}{2}\Delta k) & -K_1 \\ -K_3 & i(g+\frac{1}{2}\Delta k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ C \end{bmatrix} = 0.$$

Μια λύση σε αυτό το σύνολο εξισώσεων υπάρχει μόνο εάν ο καθοριστικός παράγοντας της μήτρας των συντελεστών εξαφανίζεται. δηλ., εάν

$$g^{2} = -K_{1}K_{3} + \frac{1}{4}\Delta k^{2}.$$
 (2.4.18)

Όπως πριν από (βλ. Εξ. (2.4.5)), εισάγουμε τη θετική ποσότητα  $\kappa^2 = -K_1K_3$ , έτσι ώστε μπορούμε να εκφράσουμε τη λύση στην Εξ. (2.4.18) όπως

$$g = \sqrt{\kappa^2 + \frac{1}{4}\Delta k^2}.$$
 (2.4.19)

Στον καθορισμό του *g* ριζώνουμε μόνο θετική τετραγωνική στην προηγούμενη έκφραση, δεδομένου ότι η δοκιμαστική λύση μας (2.4.10) και (2.4.11) ρητά περιέχει και το *e*<sup>+gz</sup> και *e*<sup>-gz</sup> τις χωρικές μεταβολές.

Η γενική λύση στο αρχικό σύνολο εξισώσεών μας (2.4.1) δίνεται από Εξς. (2.4.10) και (2.4.11) με το g που δίνεται από την Εξ. (2.4.19). Αξιολογούμε τις αυθαίρετες σταθερές C, D, F, και G που εμφανίζονται στη γενική λύση με τη "Εφαρμογή" των κατάλληλων οριακών συνθήκων. Υποθέτουμε ότι τα πεδία A<sub>1</sub> και A<sub>3</sub> προσδιορίζονται στο σχεδίο εισόδου z = 0 του μη γραμμικού μέσου, έτσι ώστε το A<sub>1</sub>(0) και A<sub>3</sub>(0) είναι γνωστό. Κατόπιν, με την αξιολόγηση της Εξς. (2.4.10) και (2.4.11) z = 0, βρίσκουμε αυτόν

$$A_1(0) = F + G, \tag{2.4.20}$$

$$A_3(0) = C + D. \tag{2.4.21}$$

Οι εξισώσεις (2.4.13) και (2.4.14) δίνουν δύο πρόσθετες σχέσεις μεταξύ των ποσοτήτων C, D, F, και G. Συνεπώς υπάρχουν τέσσερις ανεξάρτητες γραμμικές εξισώσεις που αφορούν τις τέσσερις ποσότητες C, D, F, και G, και η ταυτόχρονη λύση τους προσδιορίζει αυτές τις τέσσερις ποσότητες. Οι τιμές του C, του D, του F, και του G με αυτόν τον τρόπο αποκτηθέντος εισάγονται στη δοκιμαστική λύση (2.4.10) και (2.4.11) για να λάβουν τη λύση που ικανοποιεί της οριακές συνθήκες. Αυτή η λύση δίνεται από

$$A_{1}(z) = \left[A_{1}(0)\cos gz + \left(\frac{K_{1}}{g}A_{3}(0) + \frac{i\Delta k}{2g}A_{1}(0)\right)\sin gz\right]e^{-(1/2)i\Delta kz},$$
(2.4.22)

$$A_{1}(z) = \left[A_{1}(0)\cos gz + \left(\frac{K_{1}}{g}A_{3}(0) + \frac{i\Delta k}{2g}A_{1}(0)\right)\sin gz\right]e^{-(1/2)i\Delta kz},$$
(2.4.23)

Προκειμένου να ερμηνευθεί αυτό το αποτέλεσμα, θεωρήστε τη πρόσθετη περίπτωση στην οποία κανένα πεδίο άθροισματος - συχνότητας στο γεγονός στο μέσο, έτσι ώστε  $A_3(0) = (0)$ . Η εξίσωση (2.4.23) έπειτα μειώνει

$$A_{3}(z) = \frac{K_{3}}{g} A_{1}(0) \sin gz e^{(1/2)i\Delta kz}$$
(2.4.24)

και η ένταση του παραγμένου κύματος είναι ανάλογη προς

$$\left|A_{3}(z)\right|^{2} = \left|A_{1}(0)\right|^{2} \frac{\left|K_{3}\right|^{2}}{g^{2}} \sin^{2} gz, \qquad (2.4.25)$$

όπου το *g* δίνεται όπως πριν από την Εξ. (2.4.19). Σημειώνουμε ότι το χαρακτηριστικό μήκος *g*<sup>-1</sup> κλίμακας της αλληλεπίδρασης γίνεται πιό σύντομο καθώς Δ*k* αυξάνεται. Εντούτοις, δεδομένου ότι Δ*k* αυξάνει τη μέγιστη ένταση των παραγμένων μειώσεων κυμάτων. Από τότε, σύμφωνα με την Εξ. (2.4.25), η ένταση του παραγμένου κύματος είναι αντιστρόφως ανάλογη προς το *g*<sup>2</sup>, βλέπουμε ότι καθώς Δ*k* αυξάνεται η μέγιστη ένταση του παραγμένου κύματος μειώνεται από τον παράγοντα  $\kappa^2 / (\kappa^2 + \frac{1}{4} \Delta k^2)$ . Αυτό το είδος της συμπεριφοράς είναι διευκρινισμένο στο σχ. 2.4.3, στο οποίο οι προβλέψεις της Εξ. (2.4.25) παρουσιάζεται γραφικά.



Σχήματος 2.4.3 Χωρική μεταβολή του κύματος άθροισματος-συχνότητας στην μηαραιωμένη-αντλία προσέγγισης των Η.Ε.

#### 2.5 Διαφορά-συχνότητας γεννητρίας και παραμετρική ενίσχυση

Εξετάστε τώρα την κατάσταση στο σχημα 2.5.1, στο οποίο τα οπτικά κύματα στις συχνότητες  $\omega_3$  και  $\omega_1$  αλληλεπιδρούν σε ένα χωρίς απώλειες μη γραμμικό οπτικό μέσο για να παραγάγουν ένα κύμα εξόδου στη συχνότητα  $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$  διαφοράς. Για την απλότητα, υποθέτουμε ότι το  $\omega_3$  κύμα είναι ένα ισχυρό κύμα (δηλ., είναι από τη μη γραμμική αλληλεπίδραση, έτσι ώστε μπορούμε να μεταχειριστούμε  $A_3$  ως ουσιαστικά σταθεροί), και για το παρόν υποθέτουμε ότι κανένα πεδίο στη συχνότητα  $\omega_2$  δεν είναι συναφές στο μέσο.

Οι εξισώσεις συζευγμένου - πλάτους που περιγράφουν αυτήν την αλληλεπίδραση λαμβάνονται με μια μέθοδο ανάλογη με αυτήν που χρησιμοποιείται στην παράγραφο 2.2 για να λάβει τις εξισώσεις περιγράφοντας το άθροισμα -συχνότητας και να έχει τη μορφή

$$\frac{dA_1}{dz} = \frac{8\pi i\omega_1^2 d_{eff}}{k_1 c^2} A_3 A_2^* e^{i\Delta kz},$$
(2.5.1a)

$$\frac{dA_2}{dz} = \frac{8\pi i\omega_2^2 d_{eff}}{k_2 c^2} A_3 A_2^* e^{i\Delta kz},$$
(2.5.1b)

όπου

$$\Delta k = k_3 - k_1 - k_2. \tag{2.5.2}$$

Λύνουμε αρχικά αυτές τις εξισώσεις για την περίπτωση της τέλειας φάσης που ταιριαάζουν, το οποίο είναι  $\Delta k = 0$ . Διαφοροποιούμε την Εξ. (2.5.1b) όσον αφορά το z και εισάγουμε τη σύνθετη κλίση της Εξ. (2.5.1a) για να αποβάλει το  $dA_1^* / dz$  από τη δεξιά πλευρά. Με αυτόν τον τρόπο λαμβάνουμε την εξίσωση

$$\frac{d^2 A_2}{dz^2} = \frac{64\pi^2 \omega_1^2 \omega_2^2 d^2}{k_1 k^2 c^4} A_3 A_3^* A_2 = \kappa^2 A_2, \qquad (2.5.3)$$

όπου έχουμε εισαγάγει τη σταθερά συζεύξεων

$$\kappa^{2} = \frac{64\pi^{2}d^{2}\omega_{1}^{2}\omega_{2}^{2}}{k_{1}k_{2}c^{4}}|A_{3}|^{2}.$$
 (2.5.4)



Σχήμα 2.5.1 Διαφορά-συχνότητας γεννητρίας. Χαρακτηριστικά, κανένα πεδίο εισόδου δεν εφαρμόζεται στη συχνότητα ω<sub>2</sub>.



Σχήμα 2.5.2 Χωρική εξέλιξη του  $A_1$  και  $A_2$  για την παραγωγή διαφορά-συχνότητας για την υπόθεση  $\Delta k = 0$  στην προσέγγιση σταθερόν-αντλιών.

Η γενική λύση σε αυτήν την εξίσωση είναι

$$A_2(z) = C \sinh \kappa z + D \cosh \kappa z, \qquad (2.5.5)$$

όπου το C και το D είναι σταθερές ολοκλήρωσης των οποίων οι τιμές εξαρτώνται από τις οριακές συνθήκες.

Υποθέτουμε τώρα ότι οι οριακές συνθήκες

$$A_2(0) = 0,$$
  $A_1(0)$  aubairetos. (2.5.6)

Η λύση της Εξς. (2.5.1a) και (2.5.1b) αυτός ικανοποιεί αυτές τις οριακές συνθήκες βρίσκεται εύκολα για να είναι

$$A_{1}(z) = A_{1}(0) \cosh \kappa z,$$
 (2.5.7)

$$A_{2}(z) = i \left(\frac{n_{1}\omega_{2}}{n_{2}\omega_{1}}\right)^{1/2} \frac{A_{3}}{|A_{3}|} A_{1}^{*}(0) \sinh \kappa z.$$
(2.5.8)

Η φύση αυτής της λύσης εμφανίζεται στο σχήμα 2.5.2. Σημειώστε ότι και  $ω_1$  και τα  $ω_2$  πεδία δοκιμάζουν τη μονοτονική αύξηση και ότι κάθε ένας αυξάνεται ασυμπτωτικά (δηλ., για  $\kappa z \gg 1$ ) ως  $e^{\kappa z}$ . Βλέπουμε από τη μορφή της λύσης ότι το  $ω_1$  πεδίο διατηρεί την αρχική φάση του και ενισχύεται απλά από την αλληλεπίδραση, ενώ το παραγμένο κύμα στη συχνότητα  $ω_2$  έχει μια φάση που εξαρτάται και οι δύο από αυτό του κύματος αντλιών και από αυτό του  $ω_1$  κύματος. Αυτή η συμπεριφορά της μονοτονικής αύξησης και των δύο κυμάτων είναι ποιοτικά ανόμοια από αυτήν το άθροισμα-συχνότητων, όπου η ταλαντώσει συμπεριφορά εμφανίζεται.

Ο λόγος για τη διαφορετική συμπεριφορά μπορεί σε αυτήν την περίπτωση να γίνει κατανοητός διαισθητικά από άποψη το διάγραμμα ενεργειακών επιπέδων που εμφανίζεται στο σχήμα 2.5.3. Μπορούμε να σκεφτούμε το διάγραμμα (α) όπως επιδεικνύοντας πώς η παρουσία ενός πεδίου στη συχνότητα  $ω_1$  υποκινεί την προς τα κάτω μετάβαση που οδηγεί στην παραγωγή του  $ω_2$  πεδίου. Επιπλέον, το διάγραμμα (β) δείχνει ότι το  $ω_2$  πεδίο υποκινεί την παραγωγή του  $ω_1$  πεδίου. Ως εκ τούτου η παραγωγή του  $ω_1$  πεδίου ενισχύει την παραγωγή του  $ω_2$  πεδίου, και αντίστροφα, που οδηγεί στην εκθετική αύξηση κάθε κύματος.



Σχήμα 2.5.3 Διαφορά-συχνότητας παραγωγής.

Δεδομένου ότι το  $ω_1$  πεδίο ενισχύεται με τη διαδικασία της διαφορά-συχνότητας παραγωγής, η οποία είναι μια παραμετρική διαδικασία, αυτή η διαδικασία είναι επίσης γνωστή ως παραμετρική ενίσχυση. Σε αυτήν την γλώσσα, το ένα λέει ότι το κύμα σημάτων (το  $ω_1$  κύμα) ενισχύεται με τη μη γραμμική διαδικασία μίξης, και ένα κύμα άργο (σε  $ω_2 = ω_3 - ω_1$ ) παράγεται με τη διαδικασία. Εάν καθρέφτες που απεικονίζουν ιδιαίτερα στις συχνότητες  $ω_1$  ή / και  $ω_2$  τοποθετείται από κάθε πλευρά του μη γραμμικού μέσου για να διαμορφώσει ένα οπτικό αντηχείο, η ταλάντωση

μπορεί να εμφανιστεί συνεπεία του κέρδους της παραμετρικής διαδικασίας ενίσχυσης. Μια τέτοια συσκευή είναι γνωστή ως παραμετρικός ταλαντωτής.

Ο πρώτος οπτικός παραμετρικός ταλαντωτής CW κατασκευαστίκε από τον Giordmaine και το Miller το 1965. Η θεωρία της παραμετρικής ενίσχυσης και των παραμετρικών ταλαντωτών έχει αναθεωρηθεί από τον Byer και Herbst (1977).

Η λύση στις εξισώσεις συζεγμένου - πλάτους (2.5.1) για τη γενική περίπτωση του αυθαίρετου  $\Delta k \neq 0$  κάνει μια καλή άσκηση για τον αναγνώστη (δείτε το πρόβλημα 4 στο τέλος αυτού του κεφαλαίου). Η λύση για την περίπτωση των αυθαίρετων οριακών συνθήκων (δηλ., και  $A_1(0)$  και  $A_2(0)$  προσδιορισμένος) δίνεται από

$$A_1(z) = \left[A_1(0)\left(\cosh gz - \frac{i\Delta k}{2g}\sinh gz\right) + \frac{\kappa_1}{g}A_2^*(0)\sinh gz\right]e^{i\Delta kz/2},$$
(2.5.9a)

$$A_2(z) = \left[A_2(0)\left(\cosh gz - \frac{i\Delta k}{2g}\sinh gz\right) + \frac{\kappa_2}{g}A_2^*(0)\sinh gz\right]e^{i\Delta kz/2},$$
(2.5.9b)

όπου ο συντελεστής g (που δεν είναι ο ίδιος με αυτόν της Εξ. (2.4.19)) δίνεται από

$$g = \left[\kappa_1 \kappa_2^* - \left(\frac{\Delta k}{2}\right)^2\right]^{1/2}$$
(2.5.10a)

aμ

$$\kappa_j = \frac{8\pi i\omega_j^2 d_{eff} A_3}{k_j c^2}.$$
(2.5.10b)

#### 2.6 Δεύτερη - αρμονική παραγωγή

Σε αυτό το τμήμα παρουσιάζουμε μια μαθηματική περιγραφή της διαδικασίας της δεύτερης αρμονικής παραγωγής, που εμφανίζεται συμβολικά στο σχήμα 2.6.1. Υποθέτουμε ότι το μέσο χωρίς απώλειες και στη θεμελιώδη συχνότητα  $ω_1$  και στη δεύτερη-αρμονική συχνότητα  $ω_2 = 2\omega_1$ , έτσι ώστε η μη γραμμική ευαισθησία υπακούει τον όρο της πλήρους συμμετρίας μεταλλαγής. Η συζήτησή μας ακολουθεί στενά αυτήν μια από τις πρώτες θεωρητικές επεξεργασίες της δεύτερης-αρμονικής παραγωγής (Arm-strong και λοιποί 1962).

Παίρνουμε το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο μέσα στο μη γραμμικό μέσο που δίνεται από

$$\tilde{E}(z,t) = \tilde{E}_1(z,t) + \tilde{E}_2(z,t),$$
 (2.6.1)

όπου κάθε συστατικό εκφράζεται από άποψη ένα σύνθετο εύρος  $E_j(z)$  και το αργά μεταβαλλόμενο εύρος εναντίον της παρεμβολής παρασίτων  $A_j(z)$  σύμφωνα με

$$\tilde{E}_{j}(z,t) = E_{j}(z)e^{-i\omega_{j}t} + c.c.,$$
 (2.6.2)

οπού

$$E_{j}(z) = A_{j}(z)e^{ik_{j}z},$$
 (2.6.3)

και όπου ο αριθμός κυμάτων και ο δείκτης διάθλασης δίνονται από

$$k_{j} = n_{j}\omega_{j} / c, \qquad n_{j} = \left[ \in^{(1)} (\omega_{j}) \right]^{1/2}.$$
 (2.6.4)

Υποθέτουμε ότι κάθε τμήμα συχνότητας του ηλεκτρικού πεδίου υπακούει την οδηγημένη εξίσωση κυμάτων (δείτε επίσης Εξ. (2.1.20))



Σχήμα 2.6.1 Δεύτερη-αρμονική παραγωγή

Η μη γραμμική πόλωση αντιπροσωπεύεται όπως

$$\tilde{P}^{NL}(z,t) = \tilde{P}_1(z,t) + \tilde{P}_2(z,t)$$
(2.6.6)

με

$$\tilde{P}_{j}(z,t) = P_{j}(z)e^{-i\omega_{j}t} + c.c., \qquad j = 1,2.$$
 (2.6.7)

Οι εκφράσεις για P<sub>i</sub> δίνονται σύμφωνα με της Εξς. (1.5.28) και (1.5.29) από

$$P_1(z) = 4d_{eff}E_2E_1^* = 4d_{eff}A_2A_1^*e^{i(k_2-k_1)z}$$
(2.6.8)

και

$$P_2(z) = 2d_{eff}E_1^2 = 2d_{eff}A_1^2e^{2ik_1z}.$$
(2.6.9)

Σημειώστε ότι ο παράγοντας εκφυλισμού που εμφανίζεται σε αυτές τις δύο εκφράσεις είναι διαφορετικοι. Λαμβάνουμε τις εξισώσεις συζευγμένου – πλάτους για το διπλής συχνότητας συστατικά με τις μεθόδους ανάλογες με εκείνους που χρησιμοποιούνται στην παράγραφο 2.2 στην παραγωγή των εξισώσεων συζευγμένου – πλάτους για την παραγωγή άθροισματος - συχνότητας. Βρίσκουμε αυτόυς

$$\frac{dA_1}{dz} = \frac{8\pi i\omega_1^2 d_{eff}}{k_1 c^2} A_2 A_1^* e^{-i\Delta kz}$$
(2.6.10)

και

$$\frac{dA_2}{dz} = \frac{4\pi i\omega_2^2 d_{eff}}{k_2 c^2} A_1^2 e^{-i\Delta kz},$$
(2.6.11)

οπού

$$\Delta k = 2k_1 - k_2. \tag{2.6.12}$$

Στην μη εξαντλημένα αντλίας προσεγγίσεως των Η.Ε (δηλ., σταθερά A<sub>1</sub>), Εξ. (2.6.11) μπορεί να ενσωματωθεί αμέσως για να λάβει μια έκφραση για τη χωρική εξάρτηση του δεύτερου-αρμονικού εύρους πεδίων. Γενικότερα, το ζευγάρι των συνδεμένων εξισώσεων πρέπει να λυθεί ταυτόχρονα. Είναι κατάλληλο να εργαστεί με το συντελεστή και τη φάση κάθε ένα από τα εύρη πεδίων παρά με τις σύνθετες ποσότητες οι ίδιοι. Είναι επίσης κατάλληλο να εκφραστούν αυτά τα εύρη με αδιάστατη μορφή. Γράφουμε έτσι τα σύνθετα, αργά μεταβαλλόμενα εύρη πεδίων

$$A_{1} = \left(\frac{2\pi I}{n_{1}c}\right)^{1/2} u_{1}e^{i\varphi_{1}}, \qquad (2.6.13)$$

$$A_2 = \left(\frac{2\pi I}{n_2 c}\right)^{1/2} u_2 e^{i\varphi_2}.$$
 (2.6.14)

30

Εδώ έχουμε εισαγάγει τη συνολική ένταση των δύο κυμάτων,

$$I = I_1 + I_2, (2.6.15)$$

όπου η ένταση κάθε κύματος δίνεται από

$$I_{J} = \frac{n_{j}c}{2\pi} |A_{j}|^{2}.$$
 (2.6.16)

Συνεπεία των σχέσεων Manley-Rowe, η συνολική ένταση I είναι μια σταθερά. Τα νέα εύρη πεδίων  $u_1$  και  $u_2$  καθορίζονται με έναν τέτοιο τρόπο ότι  $u_1^2 + u_2^2$  είναι επίσης μια συντηρημένη (δηλ., στο χώρο αμετάβλητος) ποσότητα που κανονικοποιείται έτσι ώστε

$$u_1(z)^2 + u_2(z)^2 = 1.$$
 (2.6.17)

Εισάγουμε έπειτα μια κανονικοποιημένη παράμετρο απόστασης

$$\zeta = z / l, \tag{2.6.18}$$

οπού

$$l = \left(\frac{n_1^2 n_2 c^3}{2\pi I}\right)^{1/2} \frac{1}{8\pi \omega_1 d_{eff}}$$
(2.6.19)

είναι η χαρακτηριστική απόσταση πέρα από την οποία τα πεδία ανταλλάσσουν την ενέργεια. Εισάγουμε επίσης τη σχετική φάση των αλληλεπιδρώντας πεδίων.

$$\theta = 2\varphi_1 - \varphi_2 + \Delta kz, \qquad (2.6.20)$$

και μια κανονικοποιημένη παράμετρος κακού συνδυασμού φάσης

$$\Delta s = \Delta kl. \tag{2.6.21}$$

Οι ποσότητες  $u_j, \varphi_j, \zeta \kappa \alpha \iota \Delta s$  που καθορίζεται στην Εξ. (2.6.13) κατευθείαν (2.2.21) εισάγεται τώρα στην εξίσωση συζευγμένου - πλάτους (2.6.10) και (2.6.11), τα οποία μειώνουν μετά από την απλή (αλλά μεγάλη) άλγεβρα στο σύνολο συνδεμένων εξισώσεων για τις πραγματικές ποσότητες  $u_1, u_2, \kappa \alpha \iota \theta$ :

$$\frac{du_1}{d\xi} = u_1 u_2 \sin\theta, \qquad (2.6.22)$$

$$\frac{du_2}{d\zeta} = -u_1^2 \sin\theta, \qquad (2.6.23)$$

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \Delta s + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \frac{d}{d\xi} \left( \ln u_1^2 u_2 \right).$$
(2.6.24)

Αυτό το σύνολο εξισώσεων είναι λυμένοι γενικοί όροι από Armstrogn και λοιποί. Θα επιστρέψουμε αργότερα σε μια συζήτηση της γενικής λύσης, αλλά για τώρα υποθέτουμε την περίπτωση της τέλειας φάσης που ταιριάζει με έτσι ώστε Δk και ως εκ τούτου Δs εξαφανίζεται.

Είναι εύκολο να ελέγξει από την άμεση διαφοροποίηση που, για  $\Delta s = 0$ , Εξ. (2.6.24) μπορεί να ξαναγραφεί όπως

$$\frac{d}{d\xi}\ln\left(\cos\theta u_1^2 u_2\right) = 0.$$
(2.6.25)

Ως εκ τούτου η ποσότητα  $\ln(\cos\theta u_1^2 u_2)$ είναι μια σταθερά, την οποία καλούμε ln Γ, έτσι ώστε η λύση της Εξ. (2.6.25) μπορεί να εκφραστεί όπως

$$u_1^2 u_2 \cos\theta = \Gamma, \qquad (2.6.26)$$

όπου το σταθερό Γ είναι ανεξάρτητο από την κανονικοποιημένη απόσταση ζ διάδοσης. Η αξία Γ μπορεί να είναι από τις γνωστές τιμές  $u_1, u_2, \kappa \alpha \iota \theta$  στο πρόσωπο εισόδων μη γραμμικό μέσο  $\zeta = 0$ .

Έχουμε βρεί έτσι δύο συντηρημένες ποσότητες:  $u_1^2 + u_2^2$  (σύμφωνα με την Εξ. (2.6.17)) και  $u_1^2 u_2 \cos\theta$  (σύμφωνα με την Εξ. (2.6.26)). Αυτές οι συντηρημένες ποσότητες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να αποσυνδέσουν το σύνολο εξισώσεων (2.6.22) - (2.6.24). Η εξίσωση (2.6.23), για παράδειγμα, μπορεί να γραφτεί χρησιμοποιώντας Εξ. (2.6.17) και η ταυτότητα  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$  όπως

$$\frac{du_2}{d\zeta} = \pm (1 - u_2^2) (1 - \cos^2 \theta)^{1/2}.$$
 (2.6.27)

Οι εξισώσεις (2.6.26) και (2.6.17) χρησιμοποιούνται έπειτα για να εκφράσουν  $\cos^2 \theta$  από άποψη η συντηρημένη ποσότητα Γ και η άγνωστη λειτουργία  $u_2$ ; η προκύπτουσα έκφραση αντικαθίσταται στην Εξ. (2.6.27), το οποίο γίνεται

$$\frac{du_2}{d\zeta} = \pm \left(1 - u_2^2\right) \left(1 - \frac{\Gamma^2}{u_1^4 u_2^2}\right)^{1/2} = \pm \left(1 - u_2^2\right) \left(1 - \frac{\Gamma^2}{\left(1 - u_2^2\right) u_2^2}\right)^{1/2}.$$
(2.6.28)

Αυτό το αποτέλεσμα είναι απλουστευμένη άλγεβρα που δίνει

$$u_2 \frac{du_2}{d\xi} = \pm \left[ \left( 1 - u_2^2 \right)^2 u_2^2 - \Gamma^2 \right]^{1/2},$$

ή

$$\frac{du_2^2}{d\zeta} = \pm 2 \left[ \left( 1 - u_2^2 \right)^2 u_2^2 - \Gamma^2 \right]^{1/2}, \qquad (2.6.29)$$

Αυτή η εξίσωση είναι μιας πρότυπης μορφής, της οποίας λύση μπορεί να εκφραστεί από άποψη τις ελλειπτικές λειτουργίες Jacobi. Ένα παράδειγμα της λύσης για μια ιδιαίτερη επιλογή των αρχικών όρων είναι διευκρινισμένο στο Σχήμα 2.6.2. Σημειώστε ότι, γενικά, τα θεμελιώδη και δεύτερη - αρμονικά πεδία ανταλλάσσουν την ενέργεια περιοδικά.

Η λύση της Εξ. (2.6.29) γίνεται ιδιαίτερα απλή για τη πρόσθετη περίπτωση στην οποία το σταθερό Γ είναι ίσο με μηδέν. Ο όρος Γ=0 εμφανίζεται όποτε το εύρος καθένα των δύο εισαγμένων πεδίων είναι ίσο με μηδέν ή όποτε τα



Σχήμα 2.6.2 Χαρακτηριστική λύση της Εξ. (2.6.29), μετά από Armstrong και λοιποί. (1962)

πεδία συγχρονίζονται αρχικά έτσι ώστε  $\cos\theta = 0$ . Σημειώνουμε ότι αφού Γ είναι μια συντηρημένη ποσότητα, είναι έπειτα ίσο με μηδέν για όλες τις τιμές ζ, το οποίο απαιτεί γενικά (δείτε Εξ. (2.6.26)) αυτός

$$\cos\theta = 0. \tag{2.6.30a}$$

Για την προσδιορισιμότητα, υποθέτουμε αυτής

$$\sin\theta = -1.$$
 (2.6.30b)

(αντί +1). Ως εκ τούτου βλέπουμε ότι η σχετική φάση των αλληλεπιδρώντας πεδίων είναι στο χώρο αμετάβλητη για την περίπτωση  $\Gamma = 0$ . Επιπλέον, όταν  $\Gamma = 0$  λαμβάνουν επάνω οι εξισώσεις συζευξμένου - πλάτους τις σχετικά απλές μορφές

$$\frac{du_1}{d\xi} = -u_1 u_2. \tag{2.6.31}$$

$$\frac{du_2}{d\xi} = u_1^2.$$
 (2.6.32)

Αυτή η δεύτερη εξίσωση μπορεί να μετασχηματιστεί μέσω της χρήσης Εξ. (2.6.17) για να λάβει

$$\frac{du_2}{d\zeta} = 1 - u_2^2, \tag{2.6.33}$$

ποιά λύση είναι

$$u_2 = \tanh(\zeta + \zeta_0),$$
 (2.6.34)

όπου ζ<sub>0</sub> είναι μια σταθερά της ολοκλήρωσης.

Τώρα υποθέτουμε ότι οι αρχικοί όροι είναι

$$u_1(0) = 1, \qquad u_2(0) = 0.$$
 (2.6.35)

Αυτοί οι όροι υπονοούν ότι κανένα δεύτερο-αρμονικό φως δεν είναι συναφές στο μη γραμμικό κρύσταλλο, όπως συμβαίνουν στα περισσότερα πειράματα. Κατόπιν, από tanh0 = 0, βλέπουμε ότι η ολοκλήρωση σταθερό  $\zeta_0$  είναι ίση με 0 και ως εκ τούτου αυτό

$$u_2(\zeta) = \tanh \zeta. \tag{2.6.36}$$

Το εύρος *u*<sub>1</sub> του θεμελιώδους κύματος βρίσκεται μέσω της χρήσης Εξ. (2.6.32) (ή μέσω της χρήσης Εξ. (2.6.17)) για να δοθεί από

$$u_1(\zeta) = \operatorname{sech} \zeta. \tag{2.6.37}$$

Ανάκληση που  $\zeta = z/l$ . Για την περίπτωση στην οποία μόνο το θεμελιώδες πεδίο είναι παρόν z = 0, η παράμετρος μήκους Εξ. (2.6.19) δίνεται από

$$l = \frac{(n_1 n_2)^{1/2} c}{8\pi\omega_1 d_{eff} |A_1(0)|}.$$
 (2.6.38)

Η λύση που δίνεται από της Εξς. (2.6.36) και (2.6.37) εμφανίζεται γραφικά στο σχήμα 2.6.3. Βλέπουμε ότι όλη η συναφής ακτινοβολία μετατρέπεται στη δεύτερηαρμονική στο όριο  $\zeta \rightarrow \infty$ . Επιπλέον, σημειώνουμε ότι tanh ( $\zeta + \zeta_0$ ) έχει την ίδια ασυμπτωτική συμπεριφορά για οποιαδήποτε πεπερασμένη αξία  $\zeta_0$ . Κατά συνέπεια, όποτε Γ είναι ίσο με μηδέν, όλη η ακτινοβολία στη θεμελιώδη συχνότητα θα μετατραπεί τελικά στη δεύτερη αρμονική, για οποιαδήποτε αρχική αναλογία  $u_1, u_2$ .

Όπως αναφέρεται ανωτέρω, Armstrong και λοιποί. έχει λύσει επίσης τις εξισώσεις συζευγμένου πλάτους περιγράφοντας την δεύτερη-αρμονική παραγωγή για αυθαίρετο Δk. Διαπιστώνουν ότι η λύση μπορεί να είναι εκφρασμένα από άποψη ελλειπτικά ολοκληρώματα. Δεν θα αναπαραγάγουμε την παραγωγή τους αντ' αυτού συνοψίζουμε τα αποτελέσματά τους



κανονικοποιημένη απόσταση διάδοσης, ζ = z / l

Σχήμα 2.6.3 Χωρικές μεταβολλές των θεμελιωδών και δεύτερον-αρμονικών ευρών πεδίων για την περίπτωση του τέλειου ταιριάσματος φάσης και των οριάκων συνθήκων  $u_2(0) = 0$ .



Σχήμα 2.6.4 Επίδραση του κακού συνδυασμού διάνυσματων κυμάτων στην αποδοτικότητα της δεύτερης-αρμονικής παραγωγής.

γραφικά στο σχήμα 2.6.4 για την περίπτωση στην οποία καμία ακτινοβολία δεν είναι συναφής στη δεύτερη-αρμονική συχνότητα. Βλέπουμε από τον αριθμό ότι η επίδραση μιας διαφορετικής από το μηδέν διάδοσης - ο διανυσματικός κακός συνδυασμός δεν είναι όχι χαμηλότερος η αποδοτικότητα μετατροπής.

Σαν απεικόνιση για το πώς να εφαρμόσουμε τους τύπους που παράγονται σε αυτό το τμήμα, υπολογίζουμε τα λέιζερ μετατροπής CW. Υπολογίζουμε αρχικά την αριθμητική αξία της παραμέτρου  $\zeta$  που δίνεται από Εξς. (2.6.18) και (2.6.38) στο σχεδίο z = L, όπου το L είναι το μήκος του μη γραμμικού κρυστάλλου. Υποθέτουμε ότι η συναφής ακτίνα λέιζερ φέρνει τη δύναμη P και στρέφεται σε ένα μέγεθος  $ω_0$  σημείων στο κέντρο του κρυστάλλου. Η δύναμη  $A_1$  πεδίων μπορεί έπειτα να υπολογιστεί από την έκφραση

$$I_1 = \frac{P}{\pi\omega_0^2} = \frac{n_1 c}{2\pi} A_1^2.$$
(2.6.39)

Υποθέτουμε ότι η ακτίνα στρέφεται βέλτιστα υπό την έννοια ότι το εστιακό μέγεθος ω<sub>0</sub> σημείων επιλέγεται έτσι ώστε το βάθος *b* της εστιακής περιοχής είναι ίσο με το

μήκος L του κρυστάλλου, αυτό είναι,\*\*

<sup>\*\*</sup> Δείτε επίσης τη συζήτηση των μη γραμμικών αλληλεπιδράσεων που περιλαμβάνουν τις γκαουσσιανές ακτίνες που παρουσιάζεται στην παράγραφο 2.10
$$b = \frac{2\pi\omega_0^2}{\lambda_1 / n_1} = L,$$
 (2.6.40)

όπου λ<sub>1</sub> δείχνει το μήκος κύματος του προσπίπτοντος κύματος στο κενό. Από της Εξς. (2.6.39) και (2.6.40), το εύρος πεδίων λέιζερ υπό τους όρους του βέλτιστου που στρέφονται βλέπει για να δοθεί από

$$A_{1} = \left(\frac{4\pi P}{c\lambda_{1}L}\right)^{1/2}, \qquad (2.6.41)$$

και ως εκ τούτου η παράμετρος  $\zeta = L/l$  δίνεται μέσω της χρήσης της Εξ. (2.6.38) από

$$\xi = \left(\frac{1024\pi^5 d_{eff}^2 LP}{n_1 n_2 c \lambda_1^3}\right)^{1/2}.$$
 (2.6.42)

Οι χαρακτηριστικές τιμές των παραμέτρων που εμφανίζονται σε αυτήν την εξίσωση είναι  $d_{eff} = 1 \times 10^{-8} esu$ , L = 1 cm,  $P = 1W = 1 \times 10^7 erg / sec$ ,  $\lambda = 0.5 \times 10^{-4} cm$ , και n = 2, τα οποία οδηγούν στην αξία  $\zeta = 0.14$ . Η αποδοτικότητα n για τη μετατροπή της δύναμης από το  $\omega_1$  κύμα στο  $\omega_2$  κύμα μπορεί να καθοριστεί από

$$n = \frac{u_2^2(L)}{u_1^2(0)},$$
(2.6.43)

και από την Εξ. (2.6.36), βλέπουμε αυτό για τις τιμές που δίνονται ανωτέρω, το *n* είναι της τάξης του 2%.

#### 2.7 Φάση - Ταιριάζοντας με Εκτιμήσεις

Είδαμε στην παράγραφο 2.2 που για την ανάμειξη παραγωγής άθροισματος συχνότητας οι ακτίνες εισόδου, η ένταση του παραγμένου πεδίου στη συχνότητα  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  ποικίλλει με το διανυσματικό συνδυασμό κυμάτων

$$\Delta k = k_1 + k_2 - k_3 \tag{2.7.1}$$

σύμφωνα με

$$I_{3} = I_{3}(\max) \frac{\sin^{2}(\Delta kL/2)}{(\Delta kL/2)^{2}}.$$
 (2.7.2)

Αυτή η έκφραση προβλέπει μια δραματική μείωση στην αποδοτικότητα του άθροισματος - συχνότητας παραγωγής όταν δεν ικανοποιεί ο όρος του τέλειου ταιριάσματος φάσης,  $\Delta k = 0$ .

Συμπεριφορά του είδους που προβλέπεται από την Εξ. (2.7.2) παρατηρήθηκε αρχικά πειραματικά από τον κατασκευαστή και λοιποί. (1962) και είναι διευκρινισμένος στο σχήμα 2.7.1. Το πείραμά τους περιέλαβε τη συγκέντρωση της εξόδου ενός παλμικού ρουμπίνι λέιζερ σε ένα ενιαίο κρύσταλλο του χαλαζία και η μέτρηση πώς η ένταση του δεύτερου-αρμονικού σήματος ποίκιλει ως κρύσταλλο περιστράφηκε, έτσι μεταβάλλοντας το πραγματικό μήκος *L* μονοπάτι μέσα από το κρύσταλλο. Ο διανυσματικός συνδυασμός κύματος Δ*k* κυμάτων ήταν διαφορετικός από το μηδέν και περίπου το ίδιο πράγμα για όλους τους προσανατολισμούς που χρησιμοποιήθηκαν στο πείραμά τους.



Σχήμα 2.7.1 (α) Πειραματική οργάνωση του κατασκευαστή και λοιποί. (β) Τα πειραματικά αποτελέσματά τους.

Για τις μη γραμμικές ανάμειξη διαδικασίες που είναι αρκετά για να οδηγήσει σε εξάντληση των δοκών εισόδου, η λειτουργική εξάρτηση της αποτελεσματικότητας της διαδικασίας για την αναντιστοιχία φάση δεν είναι πλέον δίνεται από την Εξ. (2.7.2). Ωστόσο, ακόμη και στην περίπτωση αυτή η αποδοτική παραγωγή στον τομέα της παραγωγής απαιτεί η κατάσταση  $\Delta k = 0$  να διατηρηθεί.

Η φάση της αντιστοίχισης κατάσταση  $\Delta k = 0$  είναι συχνά δύσκολο να επιτευχθεί, επειδή ο δείκτης διάθλασης των υλικών τα οποία είναι χωρίς απώλειες στην περιοχή  $\omega_1$  σε  $\omega_3$  (υποθέτουμε ότι  $\omega_1 \le \omega_2 \le \omega_3$ ) δείχνει ως φαινόμενο γνωστό ως κανονική διασποράς: ο δείκτης διάθλασης είναι μια αύξουσα συνάρτηση της συχνότητας. Ως αποτέλεσμα, η προϋπόθεση για τέλειο ταίριασμα με δοκάρια με ευθεία,

$$n_1\omega_1 + n_2\omega_2 = n_3\omega_3,$$
 (2.7.3)

οπού

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3, \tag{2.7.4}$$

δεν μπορεί να επιτευχθεί. Για την περίπτωση της δεύτερης αρμονικής, τη γένεση, με  $\omega_1 = \omega_2$ ,  $\omega_3 = 2\omega_1$ , απαιτούν αυτές οι συνθήκες που

$$n(\omega_1) = n(2\omega_1), \tag{2.7.5}$$

το οποίο σαφώς δεν είναι δυνατή όταν το  $n(\omega)$  αυξάνει μονότονα με το  $\omega$ . Για την περίπτωση του αθροίσματος – συχνότητας παραγωγής, το επιχείρημα είναι λίγο πιο περίπλοκο, αλλά το συμπέρασμα είναι το ίδιο. Για να δείξει ότι αντιστοίχιση φάση δεν είναι δυνατόν σε αυτή την περίπτωση, πρέπει πρώτα Εξ. (2.7.3) όπως

$$n_3 = \frac{n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2}{\omega_3}.$$
 (2.7.6)

Αυτό το αποτέλεσμα χρησιμοποιείται τώρα για να εκφράσει το n<sub>3</sub> - n<sub>2</sub> διαφοράς δείκτη διάθλασης όπως

$$n_{3} - n_{2} = \frac{n_{1}\omega_{2} + n_{2}\omega_{2} - n_{2}\omega_{3}}{\omega_{3}} = \frac{n_{1}\omega_{1} - n_{2}(\omega_{3} - \omega_{2})}{\omega_{3}} = \frac{n_{1}\omega_{1} - n_{2}\omega_{1}}{\omega_{3}},$$

ή τελικά όπως

$$n_3 - n_2 = (n_1 - n_2) \frac{\omega_1}{\omega_3}.$$
 (2.7.7)

Για κανονική διασπορά, n<sub>3</sub> πρέπει να είναι μεγαλύτερη από ό, τι n<sub>2</sub>, και ως εκ τούτου, η αριστερή πλευρά αυτής της εξίσωσης θα πρέπει να είναι θετική. Ωστόσο, n<sub>2</sub> πρέπει επίσης να είναι μεγαλύτερο από n<sub>1</sub>, δείχνει ότι η δεξιά πλευρά θα πρέπει να είναι αρνητική, πράγμα που αποδεικνύει ότι η εξίσωση. (2.7.7) δεν μπορεί να έχει μια λύση.

Κατ 'αρχήν, είναι δυνατόν να επιτευχθεί η σταδιακή ευθυγράμμιση κατάσταση κάνοντας χρήση των ανώμαλων διασποράς, δηλαδή, η μείωση του δείκτη διάθλασης με την αύξηση της συχνότητας που εμφανίζεται κοντά σε ένα χαρακτηριστικό απορρόφησης. Ωστόσο, η πιο συνηθισμένη διαδικασία για την επίτευξη αντιστοίχιση φάσης είναι να γίνει χρήση του διπλοδιαθλαστικότητας που παρουσιάζεται από πολλά κρύσταλλα. Διπλοδιαθλαστικότητα είναι η εξάρτηση του δείκτη διάθλασης στην κατεύθυνση της πόλωσης της οπτικής ακτινοβολίας. Δεν εμφανίζουν όλοι οι κρύσταλλοι διπλοδιαθλαστικότητας? Ειδικότερα, οι κρύσταλλοι ανήκουν στο κυβικό σύστημα κρυστάλλινα οπτικά είναι ισοτροπικό (δηλαδή, δεν δείχνουν διπλοδιαθλαστικότητας) και ως εκ τούτου δεν είναι φάση- ταιριάσμα.

Οι γραμμικές οπτικές ιδιότητες των διάφορων συστημάτων κρυστάλλου συνοψίζονται στον πίνακα 2.7.1

System	Linear optical classification
Triclinic, monoclinic, orthorhombic	Biaxial
Trigonal, tetragonal, hexagonal	Uniaxial
Cubic	Isotropic

Πίνακας 2.7.1 Γραμμική οπτική ταξινόμηση των διάφορων συστημάτων



frequency,  $\omega$ 

Σχήμα 2.7.2 Διασπορά των δεικτών διάθλασης ενός αρνητικού μονοαξονικού κρύσταλλου. Για την αντίθετη περίπτωση θετικού μονοαξονικού κρύσταλλου, ο εξαιρετικός δείκτης n<sub>e</sub>, είναι μεγαλύτερος από το συνηθισμένο δείκτη n<sub>o</sub>.

Προκειμένου να επιτευχθεί φάση που ταιριάζουν με τη χρήση των διπλοθλαστικών κρυστάλλων, η υψηλότερη συχνότητα κυμάτων  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  είναι πολωμένο προς την κατεύθυνση που δίνει το χαμηλότερο από τις δύο πιθανούς δείκτες διάθλασης. Για την περίπτωση ενός αρνητικού μονοαξονικό κρύσταλλο, όπως στο παράδειγμα που παρουσιάζεται στο σχήμα 2.7.2, η επιλογή αυτή αντιστοιχεί στην έκτακτη πόλωση. Υπάρχουν δύο επιλογές για τις πολώσεις των χαμηλότερης συχνότητας κύματα. Midwinter και Warne (1965) καθορίζουν τον τύπο Ι φάση που ταιριάζει με για να συμβούν στην οποία τα κύματα δύο χαμηλών-συχνοτήτων έχουν την ίδια πόλωση, και τύπος ΙΙ για να συμβούν όπου οι πολώσεις είναι ορθογώνιες. Οι δυνατότητες συνοψίζονται στον πίνακα 2.7.2. Καμία υπόθεση σχετικά με τα σχετικά μεγέθη ω, και ω, δεν υπονοείται από το σχέδιο ταξινόμησης. Ωστόσο, για τη φάση τύπου ΙΙ που ταιριάζουν είναι ευκολότερο να επιτευχθεί η σταδιακή ευθυγράμμιση κατάσταση (δηλαδή, λιγότερο διπλοδιαθλαστικότητας απαιτείται) εάν ω<sub>2</sub> > ω<sub>1</sub> για την επιλογή του ω, και ω, χρησιμοποιείται γραπτώς τον πίνακα. Επίσης, ανεξάρτητα από τα σχετικά μεγέθη των ω, και ω, τύπου Ι αντιστοίχιση φάση είναι ευκολότερο να επιτευχθεί σε σχέση με τύπου ΙΙ.

Προσεκτικός έλεγχος των δεικτών διάθλασης σε καθεμία από τις τρεις οπτικές συχνότητες είναι απαραίτητη προκειμένου να διαπιστωθεί η φάση αντιστοίχησης

κατάσταση (  $\Delta k = 0$  ). Συνήθως αντιστοίχιση φάσης επιτυγχάνεται με μία από τις δύο μεθόδους: γωνία ρύθμιση και ρύθμιση της θερμοκρασίας.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.7.2 Φάση-αντιστοίχιση μεθόδους για μονοαξονικά κρύσταλλα

	Positive uniaxial $(n_e > n_o)$	Negative uniaxial $(n_e < n_o)$
Type I	$n_3^o\omega_3 = n_1^e\omega_1 + n_2^e\omega_2$	$n_3^e \omega_3 = n_1^o \omega_1 + n_2^o \omega_2$
Type II	$n_3^o\omega_3 = n_1^o\omega_1 + n_2^e\omega_2$	$n_3^e\omega_3=n_1^e\omega_1+n_2^o\omega_2$



Σχήμα 2.7.3 Γεωμετρία της γωνίας-συντονισμού φάση ταιριάζουν δεύτερης αρμονικής.

# Συντονισμός γωνίας

Αυτή η μέθοδος περιλαμβάνει την ακριβό γωνιακό προσανατολισμό του κρυστάλλου σε σχέση με την κατεύθυνση διάδοσης του προσπίπτοντος φωτός.Πιο απλά περιγράφεται για την περίπτωση του μονοαξονικό κρύσταλλο, και η ακόλουθη συζήτηση θα περιοριστεί σε αυτή την περίπτωση. Οι κρύσταλλοι μονοαξονική χαρακτηρίζεται από μια συγκεκριμένη κατεύθυνση είναι γνωστή ως το οπτικό άξονα (ή c ή άξονας z). Φως πολωμένο κάθετο στο επίπεδο που περιέχει το **k** διάνυσμα διάδοσης και το οπτικό άξονα είναι η συνήθης πόλωση. Τέτοιες εμπειρίες φως δείκτη διάθλασης  $n_0$  ονομάζεται η συνήθης δείκτη διάθλασης. Φως πολωμένο και την εμπειρία ενός δείκτη διάθλασης  $n_e(θ)$ , η οποία εξαρτάται από την γωνία θ μεταξύ του οπτικού άξονα και **k**, σύμφωνα με τη σχέση.\*

<sup>\*</sup>Για την παραγωγή αυτής της σχέσης, βλέπε, για παράδειγμα, Born και Wolf (1975), Τμήμα 14.3; Klein (1970), Εξ. (11.160a); Ή Zermike και Midwinter (1973), Εξ. (1.26).

$$\frac{1}{n_e(\theta)^2} = \frac{\sin^2\theta}{\overline{n}_e^2} + \frac{\cos^2\theta}{n_0^2}.$$
(2.7.8)

Εδώ  $\tilde{n}_e$  είναι η κύρια αξία του έκτακτου δείκτη διάθλασης. Σημειώστε ότι η αρχή  $n_e(\theta)$  είναι ίση με την κύρια αξία  $\tilde{n}_e$  για  $\theta$  = 90 μοίρες και είναι ίση με  $n_0$  για  $\theta$  = 0. Ταίριασμα φάσης επιτυγχάνεται με τη ρύθμιση της γωνίας  $\theta$  για να επιτευχθεί η αξία της  $n_e(\theta)$  για τις οποίες η κατάσταση  $\Delta k = 0$  ικανοποιείται.

Ως παράδειγμα της αντιστοίχισης γωνία, εξετάζουμε την περίπτωση του τύπου Ι δεύτερης αρμονικής, τη γένεση σε ένα αρνητικό μονοαξονικά κρύσταλλο, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.7.3. Δεδομένου ότι η *n<sub>e</sub>* είναι μικρότερο του *n*<sub>0</sub> για το αρνητικό μονοαξονικό κρύσταλλο, επιλέγει το θεμελιώδες να είναι ένα απλό κύμα και η δεύτερη αρμονική είναι ένα εξαιρετικό κύμα, ώστε η διπλή διάθλαση του υλικού μπορεί να αντισταθμίσει την διασπορά. Η φάση της αντιστοίχισης κατάσταση (2.7.5) γίνεται στη συνέχεια

$$n_e(2\omega,\theta) = n_o(\omega), \qquad (2.7.9)$$

ή

$$\frac{\sin^2\theta}{\overline{n}_e(2\omega)^2} + \frac{\cos^2\theta}{n_o(2\omega)^2} = \frac{1}{n_o(\omega)^2}.$$
(2.7.10)

Για να απλοποιηθεί η εξίσωση, που αντικαθιστούν το  $\cos^2 \theta$  από την  $1 - \sin^2 \theta$  και να λύσει για την  $\sin^2 \theta$  αποκτήσει

$$\sin^{2}\theta = \frac{\frac{1}{n_{o}(\omega)^{2}} - \frac{1}{n_{o}(2\omega)^{2}}}{\frac{1}{\overline{n}_{e}(2\omega)^{2}} - \frac{1}{n_{o}(2\omega)^{2}}}.$$
(2.7.11)

Αυτή η εξίσωση δείχνει πως το κρύσταλλο θα πρέπει προσανατολίζεται έτσι ώστε να επιτευχθεί η σταδιακή ευθυγράμμιση κατάσταση. Σημειώστε ότι κάτω από αυθαίρετες συνθήκες αυτή η εξίσωση δεν διαθέτουν κατ 'ανάγκην μια λύση για ένα φυσικό νόημα γωνία θ προσανατολισμό. Για παράδειγμα, αν για κάποιο υλικό η διασπορά στο γραμμικό δείκτη διάθλασης είναι πολύ μεγάλο ή η διπλή διάθλαση είναι πολύ μικρή, η δεξιά πλευρά της εξίσωσης αυτής μπορούν να έχουν μέγεθος μεγαλύτερο από ό, τι μέχρι και κατά συνέπεια η εξίσωση δεν θα έχει καμία λύση.

## Ρύθμιση θερμοκρασίας

Υπάρχει ένα σοβαρό μειονέκτημα στη χρήση της γωνίας συντονισμού. Όταν η γωνία θ μεταξύ διεύθυνση διάδοσης και του οπτικού άξονα έχει μια τιμή διαφορετική από 0 ή 90 μοίρες, το διάνυσμα Poynting **S** και διάδοση διάνυσμα **k** δεν είναι παράλληλα για έκτακτες ακτίνες. Ως αποτέλεσμα, τακτικές και έκτακτες ακτίνες με παράλληλη φορείς διάδοσης αποκλίνουν γρήγορα ένας από τον άλλο, καθώς διαδίδονται μέσα από το κρύσταλλο. Αυτή η επίδραση walkoff περιορίζει τις χωρικές επικάλυψη των δύο κύματιων και μειώνει την αποτελεσματικότητα της οποιασδήποτε μη γραμμικής διαδικασίας ανάμιξης που αφορούν τέτοια κύματα.

Για ορισμένους κρυστάλλους, κυρίως νιοβικό λιθίου, το ποσό των διπλοδιαθλαστικότητων είναι έντονα εξαρτώμενη από τη θερμοκρασία. Ως εκ τούτου, είναι δυνατή να καταργηθεί-ταιριάζουν με την διαδικασία της μίξης κρατώντας *θ* καθορίζεται σε 90 βαθμούς και μεταβάλλεται η θερμοκρασία του κρυστάλλου. Η εξάρτηση από τη θερμοκρασία των δεικτών διάθλασης των νιοβικού λιθίου έχει δοθεί από Hobden και Wrner (1966).

# 2.8 Οπτική Παραμετρική Ταλαντωτές

Σημειώσαμε προηγουμένως στο τμήμα 2.5 ότι η διαδικασία παραγωγής διαφορά συχνότητας οδηγεί αναγκαστικά στην ενίσχυση του πεδίου εισαγωγής χαμηλότερης συχνότητας. Αυτή η διαδικασία ενίσχυσης είναι γνωστή και ως οπτική παραμετρική ενίσχυση, και το κέρδος που προκύπτει από αυτή τη διαδικασία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να κατασκευάσει μια συσκευή γνωστή ως οπτικό παραμετρικό (OPO). Μερικά από τα θέματα αυτά συνοψίζονται στο σχήμα 2.8.1. Μέρος (α) του σχήματος δείχνει ότι στη δημιουργία της διαφοράς  $ω_i = ω_p - ω_s$ , η χαμηλότερη συχνότητα,  $ω_s$  η συχνότητα του σήματος,



Σχήμα 2.8.1 (α) Σχέση μεταξύ της γεννητρίας διαφορά συχνότητας και οπτική παραμετρική ενίσχυση. (Β) Το κέρδος που συνδέονται με τη διαδικασία της οπτικής παραμετρικών ενίσχυση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή της συσκευής εμφανίζεται, το οποίο είναι γνωστό και ως οπτικό παραμετρικό ταλαντωτή.

και η συχνότητα  $ω_i$  αδρανή. Το κέρδος που συνδέεται με τη διαδικασία της οπτικής παραμετρικής ενίσχυσης μπορεί παρουσία να ανατροφοδοτήσει την ταλάντωση προϊόντων, όπως φαίνεται στο μέρος (β) του αριθμού. Εάν οι καθρέφτες τελών αυτής της συσκευής απεικονίζουν ιδιαίτερα και στις συχνότητες  $ω_s$  και  $ω_i$ , η συσκευή είναι γνωστή ως διπλός ηχηρός ταλαντωτής, αν είναι σε μεγάλο βαθμό αντικατοπτρίζει την  $ω_s$  ή  $ω_i$  όχι και στα δύο, η συσκευή αυτή είναι γνωστή ως μεμονωμένος ηχηρός ταλαντωτής. Σημειώστε ότι, όταν ένα ΟΡΟ λειτουργεί κοντά στο σημείο της παρακμής ( $ω_s = ω_i$ ) τείνει να λειτουργεί ως μια ηχηρή διπλά ταλαντωτή.\* Το οπτικό παραμετρικό ταλαντωτή έχει αποδειχθεί ότι είναι μια ευέλικτη πηγή συχνότητας συντονίσιμη ακτινοβολία σε όλη την υπέρυθρη, ορατή και υπεριώδη φασματική περιοχή. Μπορεί να παράγει είτε μια συνεχή κύματα εξόδου ή παλμούς νανοδευτερόλεπτο, πικοσεκόντ, διάρκειας φετμοσεκόντ.

Ας θυμηθούμε πώς να υπολογίσει το όφελος της διαδικασίας των οπτικών παραμέτρων ενίσχυση. Για την καλύτερη εξυπηρέτησή σας, να επισημαίνουν την αντλία, σήμα, συχνότητες και αδρανές όπως  $\omega_p = \omega_3$ ,  $\omega_s = \omega_1$  και  $\omega_2 = \omega_i$ . Παίρνουμε συνδυασμό εξισώσεις πλάτους για να έχουν τη μορφή (βλέπε επίσης Εξ. (2.5.1))

<sup>\*</sup>Κατ 'αρχήν, τα αποτελέσματα πόλωσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την καταστολή των σχολίων κοιλότητα είτε για το σήμα ή κύμα αδρανή για την περίπτωση του τύπου ΙΙ = φάση που ταιριάζουν

$$\frac{dA_1}{dz} = \frac{8\pi i\omega_1^2 d}{k_1 c^2} A_3 A_1^* e^{i\Delta kz},$$
(2.8.1a)

$$\frac{dA_2}{dz} = \frac{8\pi i\omega_2^2 d}{k_2 c^2} A_3 A_2^* e^{i\Delta kz}.$$
 (2.8.1b)

Όπου  $\Delta k = k_3 - k_1 - k_2$ . Αυτές οι εξισώσεις έχουν τη λύση

$$A_{1}(z) = \left[A_{1}(0)\left(\cosh gz - \frac{i\Delta k}{2g}\sinh gz\right) + \frac{\kappa_{1}}{g}A_{2}^{*}(0)\sinh gz\right]e^{i\Delta kz/2},$$
(2.8.2a)

$$A_2(z) = \left[A_2(0)\left(\cosh gz - \frac{i\Delta k}{2g}\sinh gz\right) + \frac{\kappa_2}{g}A_1^*(0)\sinh gz\right]e^{i\Delta kz/2},$$
(2.8.2b)

Σε περίπτωση που έχουμε εισαγάγει τις ποσότητες

$$g = \left[\kappa_1 \kappa_2^* - (\Delta k / 2)^2\right]^{1/2} \quad \kappa \alpha \iota \qquad \kappa_i = \frac{8\pi i \omega_1^2 dA_3}{k_j c^2}.$$
 (2.8.3)

Για την ειδική περίπτωση των τέλεια αντιστοίχιση φάσης ( $\Delta k = 0$ ) και με την παραδοχή ότι το πλάτος της εισόδου  $A_2$  τομέα εξαφανίζεται ( $A_2(0) = 0$ ), η λύση μειώνει την

$$A_1(z) = A_1(0) \cosh gz \Longrightarrow \frac{1}{2} A_1(0) \exp(gz)$$
(2.8.4a)

$$A_{2}(z) = i \left(\frac{n_{1}\omega_{2}}{n_{2}\omega_{1}}\right)^{1/2} \frac{A_{3}}{|A_{3}|} A_{1}^{*}(0) \sinh gz \Longrightarrow O(1) A_{1}^{*}(0) \exp(gz).$$
(2.8.4b)

Σε κάθε έκφραση, η τελευταία μορφή δίνει την ασυμπτωτική τιμή για μεγάλα z, και το σύμβολο O(1) μέσα στην τάξη της ενότητας. Βλέπει κανείς ότι ασυμπτωτικά δύο κύματα εμπειρία εκθετική αύξηση, με εύρος συντελεστή κέρδους της g.

#### Κατώτατο όριο για Παραμετρική Ταλάντωση

Θεωρούμε την κατάσταση επόμενο όριο για την ίδρυση της παραμετρικής ταλάντωσης. Αντιμετωπίζουμε τη συσκευή που απεικονίζεται στο σχήμα 2.8.1b,

στην οποία οι δύο καθρέφτες τέλος υποτίθεται ότι είναι πανομοιότυπο, αλλά επιτρέπεται να έχουν διαφορετική (ένταση) ανακλαστικότητα R<sub>1</sub> και R<sub>2</sub> οι συχνότητες σήματος ειναι αδρανές.

Ως πρώτη προσέγγιση, εκφράζουμε την κατάσταση όριο ως δήλωση ότι το κλασματικό ενεργειακό κέρδος ανά δελτίο πρέπει να είναι ίση με την κλασματική απώλεια ενέργειας ανά διέλευση. Με βάση τις υποθέσεις σχετικά με την ακριβή συντονισμού κοιλότητα, του τέλεια αντιστοίχιση φάσης ( $\Delta k = 0$ ), και ότι η κοιλότητα είναι διπλά ηχηρή με την ίδια ανακλαστικότητα στις συχνότητες σήμα και αδρανής (δηλαδή,  $R_1 = R_2 = R, (1 - R) < 1$ ), η προϋπόθεση αυτή μπορεί να εκφραστεί ως

$$(e^{2gL}-1) = 2(1-R).$$
 (2.8.5)

Σύμφωνα με την ρεαλιστική προϋπόθεση ότι το μοναδικό πέρασμα εκθετική 2gL κέρδος δεν είναι μεγάλο σε σχέση με τη μονάδα, αυτή η κατάσταση γίνεται

$$gL = 1 - R.$$
 (2.8.6)

Αυτή είναι η κατάσταση όριο διατυπώθηκε για πρώτη φορά από Giordmaine και Miller (1965).

Ο όρος κατώτατο όριο για την οπτική παραμετρική ταλάντωση να διατυπωθούν γενικότερα ως δήλωση ότι τα πεδία εντός του συντονιστή πρέπει οι ίδιοι να αναπαράγουν κάθε ταξίδι μετ'επιστροφής. Για της αυθαίρετης ανακλαστικότητας τέλος-καθρεφτών στο σήμα και τις πιό μη απασχόλησης συχνότητες, αυτός ο όρος μπορεί να εκφραστεί, πάλι να υποθέσει τέλειο ταίριασμα φάσης, όπως

$$A_{1}(0) = \left[A_{1}(0)\cosh gL + \frac{\kappa_{1}}{g}A_{2}^{*}(0)\sinh gL\right](1-l_{1}), \qquad (2.8.7a)$$

$$A_{2}^{*}(0) = \left[A_{2}^{*}(0)\cosh gL + \frac{\kappa_{2}^{*}}{g}A_{1}(0)\sinh gL\right](1 - l_{2}), \qquad (2.8.7b)$$

όπου  $l_i = 1 - R_i e^{-a_i L}$  είναι η κλασματική απώλεια εύρους ανά διέλευση,  $a_i$  είναι ο συντελεστής απορρόφησης του κρυστάλλου σε συχνότητα  $\omega_i$ . Με την απαίτηση εκείνου της Εξς. (2.8.7) ικανοποιεί ταυτόχρονα, βρίσκουμε τον όρο ευαισθησιών για να είμαστε

$$\cosh gL = 1 + \frac{l_1 l_2}{2 - l_1 - l_2}.$$
 (2.8.8)

Οι όροι ευαισθησιών και για διπλά τους συντονισμούς ταλαντωτές και μεμονωμένα συντονισμοί ταλαντωτές περιλαμβάνονται σε αυτό το αποτέλεσμα. Οι διπλά συντονισμού ταλαντωτής περιγράφεται με τη λήψη του ορίου της χαμηλής απώλειας και για το σήμα και για τα πιό μη απασχόλησης κύματα  $(I_1, I_2 \ll 1)$ . Σε αυτό το όριο,  $\cosh gL$  μπορεί να υπολογιστεί κατά προσέγγιση με  $1 + \frac{1}{2}g^2L^2$ , οδηγούν στο συμπέρασμα ότι η συνθήκη κατώτατο όριο για διπλά ηχηρή ταλαντωση

$$g^2 L^2 = l_1 l_2, \tag{2.8.9}$$

είναι σε συνέπεια με την εξίσωση. (2.8.6).

Ο όρος κατώτατο όριο για ένα μεμονωμένη ηχηρή ταλαντωτή μπορούν να επιτευχθούν με την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχει καμία σχόλια για τη αδρανή συχνότητα, δηλαδή, ότι  $I_2 = 1$ . Εάν υποθέσουμε ότι το χαμηλό απώλεια για τη συχνότητα του σήματος (δηλαδή,  $I_1$ «1), γίνεται η προϋπόθεση του κατωφλίου

$$g^2 L^2 = 2l_1. (2.8.10)$$

Σημειώστε ότι η αξία ευαισθησιών του *gL* για έναν μεμονωμένα συντονισμου ταλαντωτή είναι μεγαλύτερη από αυτή του διπλά συντονισμού ταλαντωτή από έναν παράγοντα  $(2/l_2)^{1/2}$ . Παρά αυτό το γεγονός, είναι συνήθως επιθυμητό να διαμορφωθούν οι οπτικοί παραμετρικοί ταλαντωτές για να είναι μεμονωμένη συντονισμου λόγω της αυξανόμενης σταθερότητάς τους, για λόγους που εξηγούνται κατωτέρω.

Για την απλότητα, η επεξεργασία αυτής της υποενότητας έχει υποθέσει την περίπτωση του τέλειου ταιριάσματος φάσης. Είναι εύκολο να δειχτεί ότι η μεγάλη μονάδα για την υπόθεση Δk  $\neq$  0 μπορεί να ληφθεί με την αντικατάσταση του  $g^2$  από το  $g^2 \sin c^2 \Delta k L/2$  στις Εξς. (2.8.9) και (2.8.10).

#### Ρύθμιση μήκους κύματος της ΟΡΟ

Η κατάσταση της διατήρησης της ενέργειας  $\omega_s + \omega_i = \omega_p$  επιτρέπει σε κάθε συχνότητα  $\omega_s$  μικρότερη από  $\omega_p$  να παράγεται από ένα οπτικό παραμετρικό

48

ταλαντωτή. Οι ω<sub>s</sub> συχνότητα εξόδου μπορεί να ελεγχθεί μέσω της σταδιακής αντιστοίχιση κατάσταση



Σχήμα 2.8.2 Σχηματική αντιπροσώπευση του φάσματος κέρδους (η ευρεία καμπύλη) και της δομής τρόπου κοιλοτήτων ενός ΟΡΟ. Σημειώστε ότι χαρακτηριστικά πολλοί τρόποι κοιλοτήτων βρίσκονται κάτω από το σχεδιάγραμμα κέρδους του ΟΡΟ.

 $\Delta k = 0$ , η οποία μπορεί να μεταβάλλεται ικανοποιημένοι για το πολύ ένα ζευγάρι των συχνοτήτων  $\omega_s$  και  $\omega_i$ . Το εύρος ζώνης συχνότητας παραγωγής μπορεί συχνά να στενεψουν με την τοποθέτηση των μήκος κύματος-εκλεκτικών στοιχείων (όπως τα πρότυπα μέτρα και σταθμά) μέσα στην κοιλότητα ΟΡΟ.

Οι αρχές της αντιστοίχισης φάσης παρουσιάστηκαν νωρίτερα στο τμήμα 2.7. Θυμηθείτε ότι η αντιστοίχιση φάση μπορεί να επιτευχθεί είτε με τη μεταβολή του προσανατολισμού της μη γραμμικής κρυστάλλων (γωνία αντιστοίχιση φάση) ή με τη μεταβολή της θερμοκρασίας του κρυστάλλου.

#### Επιρροή της δομής τρόπου κοιλοτήτων στο συντονισμό ΟΡΟ

Πάρτε έπειτα πιό λεπτομερή εξετάσει τα χαρακτηριστικά συντονισμού ενός ΟΡΟ. Θα δούμε ότι και τα χαρακτηριστικά συντονισμού και σταθερότητας ενός ΟΡΟ είναι πολύ διαφορετικά για τις μεμονωμένα συντονισμές και διπλά συντονισμές περιπτώσεις.

Σημείωση που πρώτα υπό τις χαρακτηριστικές συνθήκες το διάστημα τρόπου κοιλοτήτων και το πλάτος αντήχησης κοιλοτήτων τείνουν για να είναι πολύ μικρότερα από το πλάτος της καμπύλης κέρδους της οπτικής παραμετρικής διαδικασίας ενίσχυσης. Αυτή η περίσταση είναι διευκρινισμένη στο σχήμα 2.8.2.\*

εξετάστε έπειτα όποιο αυτών των τρόπων κοιλοτήτων θα υποβληθεί πραγματικά στην ταλάντωση.

Για την περίπτωση ενός μεμονωμένα συντονισμού ταλαντωτή (που παρουσιάζεται στο μέρος α του σχήματος 2.8.3), η κατάσταση είναι σχετικά απλή. Ταλάντωση εμφανίζεται στη λειτουργία κοιλότητα που βρίσκεται πλησιέστερα προς την κορυφή της καμπύλης κέρδος. Σημειώστε επίσης ότι (με εξαίρεση μηχανική αστάθεια, κλπ.) ταλάντωσης θα συμβεί μόνο σε μία λειτουργία κοιλότητα. Ο λόγος για αυτο





\*Αυτό το παράδειγμα υποθέτει ότι η κοιλότητα μήκος L<sub>c</sub> είναι 15 cm, έτσι ώστε η κοιλότητα λειτουργίας απόσταση  $\Delta v_c = c/2L_c$  είναι 1 GHz, ότι η κοιλότητα φινέτσα *F* είναι 100, έτσι ώστε το πλάτος γραμμής που σχετίζονται με κάθε τρόπο είναι 1 GHz / *F* = 10MHz, και ότι το πλάτος της καμπύλης κέρδος είναι 100 GHz. Αυτό το πλάτος της γραμμής κέρδος υπολογίζεται με την παραδοχή ότι η ΔkL (που είναι το μηδέν στο κέντρο της γραμμής κέρδους και όπου L είναι το μήκος του κρυστάλλου) μειώνεται με την αξία **π** στην άκρη της γραμμής κέρδους. Αν υποθέσουμε τότε ότι οι αλλαγές Δk με συχνότητα του σήματος, λόγω της διασποράς των υλικών, και ότι dn / dν είναι της τάξης 10<sup>-15</sup> sec, παίρνουμε 100GHz όπως το εύρος ζώνης κέρδους. ηχηρή OPO. Οι άξονες σήμα-συχνότητας και μη απασχόλησης-συχνότητας αυξάνονται στις αντίθετες κατευθύνσεις, έτσι ώστεσε κάθε οριζόντιο σημείο  $\omega_s + \omega_i$  έχει τη σταθερή αξία  $\omega_p$ . Κατά συνέπεια οποιοδήποτε σημείο στον άξονα αντιπροσωπεύει ένα σημείο όπου η σχέση  $\omega_s + \omega_i = \omega_p$  ενεργειακής συντήρησης ικανοποιεί, αν και μόνο στα σημεία όπου το σήμα και οι πιό μη απασχόλημενοι τρόποι εμφανίζονται στο ίδιο οριζόντιο σημείο είναι ο όρος διπλός-αντήχησης που ικανοποιεί.

συμπεριφορά είναι ότι μία ταλάντωση ξεκινά την λειτουργία κοιλότητα που βρίσκεται πλησιέστερα προς την κορυφή της καμπύλης κέρδους, η δύναμη της αντλίας έχει εξαντληθεί, μειώνοντας έτσι το κέρδος με την αξία της απώλειας αυτού του τρόπου μεταφοράς. Με την παραδοχή αυτή, το κέρδος θα είναι μικρότερο στις συχνότητες των άλλων τρόπων μεταφοράς κοιλότητα, και έτσι αυτοί οι τρόποι θα είναι κάτω από το όριο για την ταλάντωση. Αυτή η συμπεριφορά είναι πάρα πολύ ανάλογη με αυτήν ενός ομοιογενώς διευρυνμένου λέιζερ, το οποίο τείνει να ταλαντευτεί σε έναν ενιαίος – τρόπο κοιλοτήτων.

Εξετάστε τώρα τη διαφορετική κατάσταση ενός διπλού συντονισμού ταλαντωτή (σχήμα 2.8.3b). Για έναν διπλά συντονισμου ταλαντωτή, η ταλάντωση ευνοείται πάρα πολύ υπό τους όρους έτσι ώστε ένα σήμα και επιλέγει αντίστοιχους πιό μη απασχόλησης τρόπος μπορεί ταυτόχρονα να υποστηρίξει την ταλάντωση. Σημείωση από την εικόνα ότι κανένας από αυτούς τους τρόπους είναι κατ 'ανάγκην ο τρόπος που βρίσκεται πλησιέστερα προς την κορυφή της καμπύλης κέρδος (το οποίο εμφανίζεται σε  $\Delta k = 0$ ). Ως εκ τούτου διπλή ηχηρή ταλαντωτές δεν έχουν την τάση να συντονιστείτε ομαλά. Επιπλέον, τέτοιες συσκευές τείνουν να μην τρέξουν σταθερά, επειδή, παραδείγματος χάριν, οι μικρές διακυμάνσεις στη συχνότητα ή το μήκος *L* αντλιών κοιλοτήτων μπορούν να οδηγήσουν στις δυσανάλογα μεγάλες παραλλαγές στη συχνότητα σημάτων. Το επιχείρημα που παρουσίασε πριν λίγο, με βάση τη δομή του σχήμα 2.8.3b, προϋποθέτει ότι οι ρυθμοί κοιλότητας ισαπέχουν. Στην πραγματικότητα, είναι εύκολο να δείξουμε ότι η απόσταση λειτουργία κοιλότητων για μια κοιλότητα μήκους L<sub>c</sub> γεμίζουν με ένα μέσο διασποράς δίνεται από

$$\Delta v_c = \frac{1}{n^{(g)}} \frac{c}{2L_c} \qquad \text{omov} \qquad n^{(g)} = n + v \frac{dn}{dv}$$
(2.8.11)

51

(Βλ. προβλήματα 7 και 8 στο τέλος αυτού του κεφαλαίου), η οποία σαφώς δεν είναι σταθερή ως συνάρτηση της συχνότητας. Εδώ *n*<sup>(g)</sup> είναι γνωστή ως ο δείκτης της ομάδας.

Ας εξετάσουμε στη συνέχεια περισσότερο ποσοτικά το αποτέλεσμα που περιγράφεται στο σχήμα εικονογραφικά 2.8.3b. Εκτιμούμε για πρώτη φορά την χαρακτηριστική δω συχνότητα διαχωρισμού μεταξύ της κορυφής της καμπύλης κέρδος και τη συχνότητα ταλάντωσης των πραγματικών. Για να γίνει αυτό, είναι σκόπιμο να εισαχθεί η ποσότητα.

$$\Delta \omega = \omega_p - \omega_s^{(m)} - \omega_i^{(m)}$$
(2.8.12)

όπου  $\omega_s^{(m)}$  είναι ένα από τις συχνότητες τρόπου κοιλοτήτων σημάτων και ομοίως για  $\omega_i^{(m)}$ . Σαφώς, ταλάντωση μπορεί να συμβεί μόνο για ένα ζευγάρι των τρόπων μεταφοράς, όπως η  $\Delta \omega \approx 0$  (ή, ακριβέστερα, όπου  $\Delta \omega \leq \delta \omega_c$  όπου είναι το φασματικό πλάτος του συντονισμού κοιλότητας). Σημείωση που έπειτα στο άλμα από έναν τρόπο κοιλοτήτων και για  $\omega_s$  και για  $\omega_i$ , η ποσότητα  $\Delta \omega$  θα αλλάξει από το ποσό

$$\delta(\Delta\omega) = 2\pi \left(\frac{c}{2n_s^{(g)}L_c} - \frac{c}{2n_i^{(g)}}\right) = \frac{\pi c}{L_c} \left(\frac{n_i^{(g)} - n_s^{(g)}}{n_s^{(g)}n_i^{(g)}}\right).$$
 (2.8.13)

Εκτιμούμε την αξία δίπλα από  $\delta \omega$  ο διαχωρισμός των συχνοτήτων, σημειώνοντας ότι αντιστοιχεί σε μια αλλαγή σε  $\Delta \omega$  από την αξία του κοντά στο σημείο  $\Delta k = 0$  με την αξία του (~ 0) στο σημείο ταλάντωσης. Αν το μήκος της κοιλότητας OPO ενεργά ελεγχόμενη, η αξία των  $\Delta \omega$  κοντά  $\Delta k = 0$  μπορεί να είναι τόσο μεγάλη όσο το μισό ενός τυπικού ή απόστασης λειτουργίας

$$\Delta \omega_0 \approx \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi c}{2n^{(s)} L_c} \right) = \frac{\pi c}{2n^{(s)} Lc},$$
(2.8.14)

όπου *n*<sup>(g)</sup> είναι κάποια τυπική τιμή του δείκτη της ομάδας. Ο αριθμός των τρόπων μεταξύ της κορυφής της καμπύλης κέρδος και το πραγματικό σημείο λειτουργίας στο πλαίσιο της παρούσας κατάστασης είναι, επομένως, της τάξης του

$$N = \frac{\Delta\omega_0}{\delta(\Delta\omega)} = \frac{n^{(g)}}{2\left(n_s^{(g)} - n_i^{(g)}\right)}$$
(2.8.15)

και η χαρακτηριστική συχνότητα διαχωρισμού δω τον τρόπο αυτό δίνεται από

$$\delta\omega = \Delta\omega_c N \approx \frac{2\pi c}{2n^{(g)}L_c} N = \frac{\pi c}{2L_c} \frac{1}{\left(n_s^{(g)} - n_i^{(g)}\right)}.$$
 (2.8.16)

Σημειώστε ότι αυτό μπορεί να είναι πολύ μεγάλο για  $n_s^{(g)} \cong n_i^{(g)}$ .

Το μοντέλο που παρουσίασε πριν λίγο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εκτιμηθεί μια σημαντική ποσότητα, το λειτουργικό πλάτος γραμμής  $\delta \omega^{(oPO)}$  του ταλαντωτή. Σημειώσαμε παραπάνω ότι κατ 'αρχήν ένα OPO πρέπει να κυμαίνεται σε μια ενιαία λειτουργία κοιλότητα. Εντούτοις, λόγω του αναπόφευκτου τεχνικού θορύβου, μια δύναμη OPO αναμένεται για να ταλαντευτεί (ταυτόχρονα ή διαδοχικά) σε πολλούς διαφορετικούς τρόπους κοιλοτήτων. Η τεχνική δύναμη θορύβου είναι υπό μορφή μηχανικών δονήσεων της κοιλότητας OPO, που οδηγεί σε ένα τρεμούλιασμα του ποσού  $\delta \omega_c$  στη συχνότητα αντήχησης κάθε τρόπου κοιλοτήτων. Εναλλακτικά, η τεχνική του θορύβου μπορεί να είναι υπό τη μορφή της φασματικής  $\delta \omega_p$  εύρος της ακτινοβολίας της αντλίας. Όποιο αποτέλεσμα είναι μεγαλύτερο, αναμένεται από  $\delta \omega_{eff} = \max(\delta \omega_c, \delta \omega_p)$ . Ανάλογα με την σχέση. (2.8.15), τότε κάποιος θα περίμενε ότι ο αριθμός των φάσεων που υφίστανται ταλάντωση δίνεται από

$$N_{OPO} = \frac{\delta\omega_{eff}}{\delta(\Delta\omega)} = \frac{\max(\delta\omega_p, \delta\omega_c)}{\delta(\Delta\omega)}.$$
 (2.8.17)

Συνεπώς, το πλάτος γραμμών ΟΡΟ αναμένεται για να είναι

$$\delta\omega^{(OPO)} = N_{OPO} \Delta\omega_c = \frac{n_g}{n_g^{(s)} - n_g^{(i)}} \max(\delta\omega_p, \delta\omega_c).$$
(2.8.18)

Σημειώστε ότι (εκτός αν η ακραία προσοχή, όπως η ενεργός σταθεροποίηση, υιοθετείται) το πλάτος γραμμών ενός ΟΡΟ τείνει να είναι πολύ μεγαλύτερο απ'ό, τι του πεδίου αντλιών ή αυτό της γυμνής κοιλότητας ΟΡΟ.

Η εξίσωση (2.8.18) έχει τις σημαντικές επιπτώσεις στο σχέδιο OPOs. Σημειώστε ότι αυτή η έκφραση αποκλίνει τυπικά στό σημείο του εκφυλισμού για ένα τύπος-Ι (αλλά όχι ένα τύπος-ΙΙ) OPO. Το μικρότερο πλάτος της γραμμής τύπου ΙΙ OPO ό,τι για έναν τύπο Ι ΟΡΟ κατασκευασμένο από το ίδιο υλικό έχει παρατηρηθεί στην πράξη από Bosenberg και Tang (1990). Καταλήγουμε αυτήν την ενότητα με μια σύντομη ιστορική επισκόπηση της προόδου όσον αφορά την ανάπτυξη των OPOs. Το πρώτο λειτουργικό OPO αποδεικνύεται από Giordmaine και Miller (1965)? Να χρησιμοποιήσει την μη γραμμική οπτική απόκριση των νιόβικο λιθίου και εργάστηκε στο καθεστώς παλμικού. Συνεχούς κύματος λειτουργίας μιας ΟΡΟ αποδείχθηκε από Smith et al. (1968) και χρησιμοποίησε μια μη γραμμική  $Ba_2NaNb_5O_{15}$ κρύσταλλο. Το ενδιαφέρον για την ανάπτυξη των OPOs ανανεώθηκε στη δεκαετία του 1980 ως αποτέλεσμα της διαθεσιμότητας των νέων μη γραμμικών υλικών, όπως η β-BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub> (βήτα-βορικού βαρίου ή BBO), LiB<sub>3</sub>O<sub>5</sub> (λιθίου – βορίου ή LBO), και KTiOPO4 (KTP), που κατείχε υψηλή μη γραμμικότητα, υψηλή αντοχή στις ζημιές από λέιζερ, και μεγάλο φαινόμενο αυτό. Τα υλικά αυτά οδήγησαν στην ταχεία ανάπτυξη των νέων δυνατοτήτων OPO, όπως η συνεχής tunability 0,42 έως 2,3 μm σε BBO OPO με απόδοση μετατροπής τόσο μεγάλο όσο το 32% (Bosenberg et al., 1989), και όπως που μπορεί να παράγει παλμούς συντονίσιμα φετμοσέκοντ το KTP (Edelstein et al., 1989). Το ταίριασμα χρήσης - φάση - μέσα περιοδικά νιόβικου λίθιου έχει χρησιμοποιηθεί επίσης για να παραγάγει νέο OPOs.

# 2.9 Ψευδό – Φάση – Αντιστοίχησης

Η προηγούμενη ενότητα περιγράφει τις τεχνικές που χρησιμοποιούν το φαινόμενο αυτό από ένα οπτικό υλικό για να επιτευχθεί η σταδιακή - αντιστοίχιση όρο της μη γραμμικής οπτικής. Αυτή η κατάσταση πρέπει να διατηρηθεί για την αποδοτική παραγωγή νέων συστατικών μερών σε οποιαδήποτε συχνότητα μη γραμμική οπτική αλληλεπίδραση. Ωστόσο, υπάρχουν περιστάσεις υπό τις οποίες οι τεχνικές αυτές δεν είναι κατάλληλες. Για παράδειγμα, ένα συγκεκριμένο υλικό μπορεί να διαθέτη διπλοδιαθλαστικότητα (ένα παράδειγμα είναι αρσενικούχο γάλλιο) ή μπορεί να έχουν ανεπαρκή διπλοδιαθλαστικότητας να αντισταθμίσει την διασπορά των γραμμικών δεικτών διάθλασης πάνω από το μήκος κύματος του ενδιαφέροντος. Το πρόβλημα της ανεπαρκούς διπλοδιαθλαστικότητας γίνεται όλο και πιο οξεία σε μικρότερα μήκη κύματος, επειδή (όπως φαίνεται και πολύ σχηματικά στο σχήμα 2.7.2) ο δείκτης διάθλασης ενός συγκεκριμένου υλικού που τείνει να αυξάνεται ραγδαία με τη συχνότητα σε υψηλές συχνότητες, όπου, όπως το φαινόμενο αυτό (δηλαδή, η διαφορά μεταξύ των τακτικών και έκτακτων δείκτων διάθλασης) τείνει να είναι πιο σταθερή. Μια άλλη περίπτωση βάσει της οποίας διπλοδιαθλαστικότητας αντιστοίχιση φάση δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν είναι όταν μια συγκεκριμένη εφαρμογή απαιτεί τη χρήση της μη γραμμικής *d*<sub>33</sub> συντελεστής. Ωστόσο, η μη γραμμική *d*<sub>33</sub> συντελεστής μπορεί να προσεγγιστεί μόνο εάν όλα τα κύματα που αλληλεπιδρούν είναι πολωμένο προς την ίδια κατεύθυνση. Σε τέτοιες περιπτώσεις, ακόμη και αν η διπλοδιαθλαστικότητα είναι παρόν, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί



Σχήμα 2.9.1. Σχηματικές παραστάσεις του δευτερολέπτου - Για μη γραμμικών οπτικών υλικών με τη μορφή της (α) ένα ενιαίο κρύσταλλο ομοιογενές και (β) σε περιοδικά θετικο υλικό στο οποίο οι θετικές αναπληρωτές c άξονα με προσανατολισμό στην περίοδο Λ.



**Σχήμα 2.9.2.** Σύγκριση της χωρικής μεταβολής της έντασης του πεδίου που παράγεται σε ένα κύμα μη γραμμική οπτική αλληλεπίδραση για τρεις διαφορετικές συνθήκες φάση που ταιριάζουν: Καμπύλη (α) θεωρείται ότι η φάση που ταιριάζουν κατάσταση είναι απόλυτα ικανοποιημένος, και, κατά συνέπεια, το πλάτος του πεδίου αυξάνεται γραμμικά με την απόσταση διάδοσης. Καμπύλη (c) θεωρεί ότι το διάνυσμα κύματος Δk αναντιστοιχία είναι μηδενική, και, κατά συνέπεια, το πλάτος του πεδίου που κύματος παράγεται, κυμαίνεται περιοδικά ανάλογα με την απόσταση διάδοσης. Καμπύλη (c) θεωρεί ότι το διάνυσμα κύματος παράγεται, κυμαίνεται περιοδικά ανάλογα με την απόσταση. Καμπύλη (β) αναλαμβάνει την υπόθεση ενός οιονεί - φάση - αντιστοιχισμένες αλληλεπίδρασης, στην οποία ο προσανατολισμός του θετικού άξονα c περιοδικά είναι διαμορφωμένο με μια περίοδο του διπλάσιου μήκους συνεκτική  $L_{coh}$  συγκέντρωση προκειμένου να αντισταθμίσει την επιρροή της αναντιστοιχίας διάνυσμα κύματος. Στην περίπτωση αυτή το πλάτος τομέα μεγαλώνει μονοτονικά με την απόσταση διάδοσης, αν και με μικρότερη ταχύτητα από ό,τι στην περίπτωση της φάσης τέλεια αντιστοίχιση αλληλεπίδραση.

γραμμική οπτικό υλικό (μέρος α) και περιοδικά θετικο υλικό (μέρος b). Μια περιοδικό θετικο υλικό είναι μια δομή που έχει κατασκευαστεί με τέτοιο τρόπο ώστε ο προσανατολισμός ενός εκ των κρυσταλλικών αξόνων, συχνά ο άξονας c του σιδηροηλεκτρικών υλικών, αντιστρέφεται περιοδικά ως συνάρτηση της θέσης του μέσα στο υλικό. Μια αντιστροφή στην κατεύθυνση του άξονα c έχει ως συνέπεια να αναστρέφοντας το πρόσημο της μη γραμμικής *d*<sub>eff</sub> συντελεστή ζεύξης. Αυτή η περιοδική εναλλαγή του σημείου της *d*<sub>eff</sub> μπορεί να αντισταθμίσει μια μη μηδενικό διάνυσμα Δ*k* αναντιστοιχία κύμα. Η φύση της επίδρασης αυτής παρουσιάζεται στο σχήμα 2.9.2. Μέρος (α) του παρόντος στοιχεία δείχνουν ότι, σε μια φάση συνδυάζεται τέλεια αλληλεπίδραση σε ένα συνηθισμένο ενιαίο κρύσταλλο γραμμικών οπτικών υλικών, η ισχύς του πεδίου του κύματος που παράγεται αυξάνεται γραμμικά με την απόσταση διάδοσης. Με την παρουσία ενός κύματος φορέων αναντιστοιχία (μέρος c), το πλάτος του πεδίου της παραγόμενου κύματος κυμαίνεται ανάλογα με την απόσταση διάδοσης. Η φύση των οιονεί φάσης αντιστοίχησης περιλαμβάνεται στο μέρος (β) του ποσού αυτού. Εδώ υποτίθεται ότι η Λ περίοδο της εναλλαγής του κρυσταλλικού άξονα έχει οριστεί ίσο με το διπλάσιο του μήκους συνεκτική  $L_{coh}$  συσσώρευση της μη γραμμικής αλληλεπίδρασης. Στη συνέχεια, κάθε φορά που το πλάτος του πεδίου του κύματος που παράγεται είναι έτοιμη να αρχίσει να μειώνεται ως αποτέλεσμα της διάνυσμα κύματος ελλιπή, μια αντιστροφή του σημείου της  $d_{eff}$  συμβαίνει το οποίο επιτρέπει το πλάτος να

Η μαθηματική περιγραφή της φάσης οιονεί αντιστοίχησης μπορούν να διατυπωθούν ως εξής. Αφήνουμε d(z) χαρακτηρίζει τη χωρική εξάρτηση της μη γραμμικής συντελεστή ζεύξης. Στο παράδειγμα που περιλαμβάνεται στο μέρος (β) του σχήματος 2.9.1, d(z) είναι απλά η τρεταγωνικό-κύμα λειτουργία, η οποία μπορεί να αναπαρασταθεί ως

$$d(z) = d_{eff} \sin g \left[ \cos(2\pi z / \Lambda) \right]; \qquad (2.9.1)$$

πιο περίπλοκη χωρικές μεταβολές είναι επίσης δυνατές. Σε αυτή την εξίσωση,  $d_{eff}$ υποδηλώνει το μη γραμμικό συντελεστή του ομοιογενούς υλικού. Η χωρική μεταβολή της μη γραμμικού συντελεστή οδηγεί σε τροποποίηση των συζευγμένων εξισώσεων που περιγράφουν το εύρος μη γραμμική οπτική αλληλεπίδραση. Η φύση της τροποποίησης μπορεί να συναχθεί από το να σημειωθεί ότι κατά την παραγωγή των εξισώσεων σε συνδυασμό πλάτος, η συνεχής  $d_{eff}$  ποσότητα που εμφανίζεται στην εξίσωση. (2.2.7) πρέπει για να περιγράψει αυτή την χωρική μεταβολή του d(z). Είναι χρήσιμο να περιγραφεί αυτή η χωρική μεταβολή του d(z)από την άποψη μιας σειράς Fourier όπως

$$d(z) = d_{eff} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_m \exp(ik_m z), \qquad (2.9.2)$$

όπου  $k_m = 2\pi m / \Lambda$  είναι το διάνυσμα που σχετίζεται με *mth* Fourier συστατικό της d(z). Για τη μορφή της διαφοροποίησης που δίνεται στο παράδειγμα της εξίσωσης. (2.9.1), οι συντελεστές G<sub>m</sub> είναι εύκολα φαίνεται να δίνεται από

$$G_m = (2 / m\pi) \sin(m\pi / 2),$$
 (2.9.3)

από την οποία προκύπτει ότι ο θεμελιώδης  $G_1$  πλάτος δίνεται από  $G_1 = 2/\pi$ . Οι εξισώσεις συνδυασμό πλάτος τώρα προκύπτει, όπως στο τμήμα 2.2. Σε εκτέλεση αυτής της παραγωγής, ένα υποθέτει ότι ένα συγκεκριμένο συστατικό Fourier της d(z) παρέχει την κυρίαρχη σύζευξη μεταξύ της αλληλεπίδραση κυμάτων. Μετά την πραγματοποίηση της προσέγγισης αργά μεταβαλλόμενο πλάτος, κάποιος αποκτά το σύνολο των εξισώσεων

$$\frac{dA_1}{dz} = \frac{8\pi i\omega_1 d_Q}{n_1 c} A_3 A_2^* e^{-\Delta k_Q z}$$
(2.9.4a)

$$\frac{dA_2}{dz} = \frac{8\pi i\omega_2 d_Q}{n_2 c} A_3 A_1^* e^{-\Delta k_Q z}$$
(2.9.4b)

$$\frac{dA_3}{dz} = \frac{8\pi i\omega_3 d_Q}{n_3 c} A_1 A_2 e^{\Delta k_Q z}$$
(2.9.4c)

όπου *d<sub>Q</sub>* είναι η γραμμική σύζευξη συντελεστή που εξαρτάται από το m για Fourier, σύμφωνα με

$$d_{\mathcal{Q}} = d_{eff}G_m \tag{2.9.5}$$

και όπου η αναντιστοιχία διάνυσμα κύματος για m εντολή δίνεται από

$$\Delta k_Q = k_1 + k_2 - k_3 - k_m. \tag{2.9.6}$$

Σημειώστε ότι αυτές οι εξισώσεις σε συνδυασμό πλάτος είναι τυπικά πανομοιότυπες με εκείνες που αναφέρονται ανωτέρω (δηλαδή, η Εξς. (2.2.11), (2.2.13), και (2.2.14)) για ένα ομοιογενές υλικό, αλλά περιλαμβάνουν τροποποιημένες τιμές για γραμμική σύζευξη συντελεστή  $d_{eff}$  και κύμα διάνυσμα αναντιστοιχία Δk. Λόγω της τάσης για  $d_{\varrho}$  να μειώνεται με την αύξηση των τιμών του m (βλ. Εξ. (2.9.3)), είναι πιο επιθυμητό να πετύχουμε οιονεί φάση-που ταιριάζουν με τη χρήση μιας πρώτης τάξης (m = 1) για τις οποίες αλληλεπίδραση

$$\Delta k_Q = k_1 + k_2 - k_3 - 2\pi / \Lambda, \qquad d_Q = (2 / \pi) d_{eff}.$$
(2.9.7)

Από την πρώτη των σχέσεων αυτών, βλέπουμε ότι την καλύτερη δυνατή περίοδο για την οιονεί-φάση αντιστοίχιση δομής δίνεται από

$$\Lambda = 2L_{coh} = 2\pi / (k_1 + k_2 - k_3).$$
(2.9.8)

Ως αριθμητικό παράδειγμα, *L<sub>coh</sub>* είναι ίση με 3,4 μm για δεύτερη αρμονική παραγωγή ακτινοβολία σε μήκος κύματος 1,06 μm με νιοβίκο λιθίου.

Ένας αριθμός διαφορετικών προσεγγίσεων έχουν προταθεί για την κατασκευή των οιονεί φάσης αντιστοίχιση δομές. Η ιδέα της οιονεί φάση-που ταιριάζουν προέρχεται από ένα και καταθέτουν τη δική τους νωρίς το χαρτί από τον Armstrong και λοιποί. (1962), οι οποίοι προτείνουν μια γραμμική κόπη οπτικό μέσο σε λεπτά τμήματα και περιστρεφόμενα τμήματα εναλλάσσονται κατά 180 μοίρες. Αυτή η προσέγγιση είναι εφικτό, ενώ δυσχεραίνεται από την απαιτούμενη λεπτότητα των επιμέρους στρώματα. Πιο πρόσφατα οι εργασίες αφορούσαν τη μελέτη των τεχνικών που οδηγούν στην ανάπτυξη των κρυστάλλων με περιοδική εναλλαγή στον προσανατολισμό του κρυσταλλικού άξονα c ή τεχνικές που επιτρέπουν τον προσανατολισμό του άξονα c για να αναστραφεί σε τοπικό επίπεδο σε ένα υπάρχον κρύσταλλο. Η πρόοδος στον τομέα αυτό από την αξιολόγηση Byer (1997). Μια ιδιαίτερα υποσχόμενη προσέγγιση, η οποία δημιουργήθηκε με Yamada et al. (1993), είναι η χρήση ενός στατικού ηλεκτρικού πεδίου για να αντιστρέψετε την κατεύθυνση των σιδηροηλεκτρικών τομών (και κατά συνέπεια του κρυσταλλικού άξονα c) σε ένα λεπτό δείγμα νιοβίκου λιθίου. Σε αυτήν την προσέγγιση, ένα μεταλλικό ηλεκτρόδιο μοτίβο, με τη μορφή μακριές λωρίδες εναποτίθεται στην επιφάνεια ενός κρυστάλλου νιοβίκου λιθίου, ενώ η κάτω επιφάνεια είναι ομοιόμορφα επικαλυμμένη να λειτουργήσει ως ένα επίπεδο γείωσης. Ένα στατικό ηλεκτρικό πεδίο της τάξης των 21 kV / mm, τότε εφαρμόζεται το υλικό, το οποίο οδηγεί σε αντιστροφή τομέα μόνο του υλικού ακριβώς κάτω από το κορυφαίο ηλεκτρόδιο. Khanarian και λοιποί (1990) έχουν αποδείξει ότι πολυμερικά υλικά μπορούν περιοδικά θετικα από την εφαρμογή ενός στατικού ηλεκτρικού πεδίου. Οιονεί - φάση - συμφωνημένα υλικά προσφέρουν την υπόσχεση για πολλές εφαρμογές της μη γραμμικής οπτικής, μερικά από τα οποία περιγράφονται στην ανασκόπηση της Byer (1997).

# 2.10. Μη Γραμμική Οπτική Αλληλεπιδράση με επικεντρωμένες ακτίνες Gaussian

Στο παρελθόν διάφορα τμήματα έχουμε μεταχειριστεί τις μη γραμμικές οπτικές αλληλεπιδράσεις στην προσέγγιση στην οποία όλα τα αλληλεπιδρώντας κύματα λαμβάνονται για να είναι άπειρα επίπεδα κύματα. Εντούτοις, στην πράξη, η συναφής ακτινοβολία στρέφεται συνήθως στο μη γραμμικό οπτικό μέσο προκειμένου να αυξηθεί η έντασή της και ως εκ τούτου για να αυξήσει την αποδοτικότητα της μη γραμμικής οπτικής διαδικασίας. Αυτό το τμήμα ερευνά τη φύση των μη γραμμικών οπτικών αλληλεπιδράσεων που διεγείρονται από τις ακτίνες λέιζερ.

#### Παραξονική εξίσωση κυμάτων

Υποθέτουμε ότι κάθε τμήμα συχνότητας της ακτίνας υπακούει μια εξίσωση κυμάτων της μορφής της Εξ. (2.1.20), και έτσι δίνεται από

$$\nabla^{2} \tilde{\mathbf{E}}_{n} - \frac{1}{\left(c/n\right)^{2}} \frac{\partial^{2} \tilde{\mathbf{E}}_{n}}{\partial t^{2}} = \frac{4\pi}{c^{2}} \frac{\partial^{2} \tilde{\mathbf{P}}_{n}}{\partial t^{2}}.$$
(2.10.1)

Αντιπροσωπεύουμε έπειτα το ηλεκτρικό πεδίο  $\tilde{\mathbf{E}}_n$  και την πόλωση  $\tilde{\mathbf{P}}_n$  όπως

$$\widetilde{\mathbf{E}}_{n}(\mathbf{r},t) = \mathbf{A}_{n}(\mathbf{r})e^{i(k_{n}z-\omega_{n}t)} + c.c., \qquad (2.10.2a)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_{n}(\mathbf{r},t) = \mathbf{p}_{n}(\mathbf{r})e^{i(k_{n}^{\prime}z-\omega_{n}t)} + c.c.$$
(2.10.2b)

Εδώ επιτρέπουμε σε  $\tilde{\mathbf{E}}_n$  και  $\tilde{\mathbf{P}}_n$  για να αντιπροσωπεύσουμε τα μη επίπεδα κύματα με την άδεια των σύνθετων ευρών  $\mathbf{A}_n$  και  $\mathbf{p}_n$  στο χώρο οι ποσότητες. Επιπλέον, επιτρέπουμε τη δυνατότητα ενός διανυσματικού κακού συνδυασμού κυμάτων με την άδεια του διανύσματος κυμάτων  $\tilde{\mathbf{P}}_n$  για να είμαστε διαφορετικού από αυτό  $\tilde{\mathbf{E}}_n$ . Αντικαθιστάμε έπειτα της Εξς. (2.10.2) (2.10.1). Δεδομένου ότι έχουμε διευκρινίσει την κατεύθυνση z ως κυρίαρχη κατεύθυνση της διάδοσης του κύματος  $\tilde{\mathbf{E}}_n$ , είναι χρήσιμο να εκφράσουν οι Λαπλασιανή φορείς ως  $\nabla^2 = \partial^2 / \partial z^2 + \nabla_T^2$ , το εγκάρσιο λαπλασίανο δίνεται από  $\nabla_T^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$  στις ορθογώνιες συντεταγμένες και δίνεται από  $\nabla_T^2 = (1/r)(\partial/\partial r)(r\partial/\partial r) + (1/r)^2 \partial^2/\partial \varphi^2$  στις κυλινδρικές συντεταγμένες. Όπως στην παραγωγή Εξ. (2.2.11), κάνουμε τώρα την αργά μεταβαλλόμενη προσέγγιση εύρους, δηλ., εμείς υποθέτουμε ότι η παραλλαγή  $\mathbf{A}_n$  με το z εμφανίζεται μόνο πέρα από τις αποστάσεις πολύ μεγαλύτερες από ένα οπτικό μήκος κύματος.

Ως εκ τούτου βρίσκουμε εκείνο στην Εξ. (2.10.1) οπου γίνεται

$$2ik_n \frac{\partial \mathbf{A}_n}{\partial z} + \nabla_T^2 = -\frac{4\pi\omega_n^2}{c^2} \mathbf{p}_n e^{i\Delta kz}, \qquad (2.10.3)$$

όπου  $\Delta k = k'_n - k_n$ . Αυτό το αποτέλεσμα είναι γνωστό ως παραξονική εξίσωση κυμάτων, επειδή η προσέγγιση της παραμέλησης της συμβολής  $\partial^2 A / \partial z^2$  στην αριστερή πλευρά είναι δικαιολογήσιμη στο μέτρο που το  $\mathbf{E}_n$  κυμάτων διαδίδει πρώτιστα κατά μήκος του άξονα z.

#### Γκαουσσιανές ακτίνες.

Μελετήστε αρχικά τη φύση της λύσης στην Εξ. (2.10.3) για την περίπτωση της ελεύθερης διάδοσης ενός οπτικού κύματος, δηλ., για την περίπτωση στην οποία ο όρος πηγής που περιέχει το **p**<sub>n</sub> εξαφανίζεται. Η παραξονική εξίσωση κυμάτων λύνεται σε αυτή την περίπτωση από μια ακτίνα που έχει μια εγκάρσια διανομή έντασης που είναι παντού μια γκαουσσιανή και που μπορεί να αντιπροσωπευθεί όπως (Kigelnik και Li, 1966)

$$A(r,z) = A \frac{\omega_0}{\omega(z)} e^{-r^2/\omega(z)^2} e^{ikr^2/2R(z)} e^{i\varphi(z)},$$
(2.10.4a)

όπου

$$\omega(z) = \omega_0 \left[ 1 + \left( \lambda z / \pi \omega_0^2 \right)^2 \right]^{1/2}$$
 (2.10.4b)

αντιπροσωπεύει τη 1/e ακτίνα της διανομής τομέων, όπου

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \pi \omega_0^2 / \lambda z \right)^2 \right]$$
(2.10.4c)

αντιπροσωπεύει την ακτίνα της κυρτότητας της οπτικής κυματομορφής, και όπου

$$\Phi(z) = -\arctan\left(\lambda z / \pi \omega_0^2\right)$$
(2.10.4d)

αντιπροσωπεύει τη χωρική μεταβολή της φάσης του κύματος (που μετριέται όσον αφορά αυτό ενός άπειρου επίπεδου κύματος). Σε αυτούς τους τύπους,  $\omega_0$  αντιπροσωπεύει την ακτίνα μέσης ακτίνων (δηλαδή η αξία  $\omega$  στο σχεδιο z = 0), και  $\lambda = 2\pi c / n\omega$  αντιπροσωπεύει το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στο μέσο. Στη γωνιακή απόκλιση της ακτίνας στον απομακρυσμένο δίνεται  $\theta_{eff} = \lambda / \pi \omega_0$ . Η φύση αυτής της λύσης είναι διευκρινισμένη στο σχήμα 2.10.1.

Για τη θεωρητική εργασία είναι συχνά κατάλληλο να αντιπροσωπευθεί η γκαουσσιανή ακτίνα στη συμπαγέστερη (αλλά λιγότερο διαισθητική) μορφή (δείτε το πρόβλημα 10 στο τέλος του κεφαλαίου)

$$A(r,z) = \frac{A}{1+i\zeta} e^{-r^2/\omega_0^2(1+i\zeta)}.$$
 (2.10.5a)

Εδώ \*

(a)

$$\zeta = 2z/b \tag{2.10.5b}$$



\*Σημειώστε ότι η ποσότητα ζ που καθορίζεται εδώ δεν έχει καμία σχέση με την ποσότητα ζ που εισάγεται στην Εξ. (2.6.18) στη συζήτηση δευτερολέπτου μας - αρμονική παραγωγή.



Σχήμα 2.10.1. (α) Διανομή εύρους τομέων μιας γκαουσσιανής ακτίνας λέιζερ. (β) παραλλαγή της ακτίνας ω και της ακτίνας κυματομορφής της κυρτότητας R με τη σχέση θέσης *z*.(c) μεταξύ της ακτίνας και της ομοεστιακής παραμέτρου b μέσης ακτίνων.

είναι μια αδιάστατη διαμήκης συντεταγμένη που καθορίζεται από την άποψη της ομοεστιακής παραμέτρου

$$b = 2\pi\omega_0^2 / \lambda = k\omega_0^2, \qquad (2.10.5c)$$

όποιο, όπως διευκρινίζεται στο μέρος (c) του σχήματος 2.10.1, είναι ένα μέτρο της διαμήκους έκτασης της εστιακής περιοχής της γκαουσσιανής ακτίνας. Η συνολική δύναμη P που φέρεται από μια γκαουσσιανή ακτίνα λέιζερ μπορεί να υπολογιστεί με την ενσωμάτωση πέρα από την εγκάρσια διανομή έντασης της ακτίνας. Από  $P = \int I 2\pi r dr$ , όπου η ένταση δίνεται από  $I = (nc/2\pi)|A|^2$ , βρίσκουμε αυτόν

$$P = \frac{1}{4}nc\omega_0^2 |A|^2.$$
 (2.10.6)

Αρμονική παραγωγή που χρησιμοποιεί τις γκαουσσιανές ακτίνες

Μεταχειριστείτε τώρα την αρμονική παραγωγή που διεγείρεται από μια γκαουσσιανή θεμελιώδη ακτίνα. Για γενικότητα, εξετάζουμε την παραγωγή της αρμονικής *qth*. Σύμφωνα με την Εξ. (2.10.3), το εύρος  $A_q$  του τμήματος συχνότητας  $\omega_q = q\omega$  του οπτικού τομέα υπακούει την εξίσωση

$$2ik_q \frac{\partial A_q}{\partial z} + \nabla_T^2 A_q = -\frac{4\pi\omega_q^2}{c^2} \chi^{(q)} A_1^q e^{i\Delta kz}$$
(2.10.7)

όπου  $\Delta k = qk_1 - k_q$  και πού έχουμε θέσει το σύνθετο εύρος  $p_q$  της μη γραμμικής πόλωσης ίσης με  $p_q = \chi^{(q)}A_1^q$ . Εδώ το  $\chi^{(q)}$  είναι η μη γραμμική ευαισθησία περιγράφοντας την *qth*-αρμονική παραγωγή, δηλ.,  $\chi^{(q)} = \chi^{(q)}(q\omega = \omega + \omega + ... + \omega)$ , και το  $A_1$  είναι το σύνθετο εύρος του θεμελιώδους κύματος, το οποίο σύμφωνα με την Εξ. (2.10.5a) μπορεί να αντιπροσωπευθεί όπως

$$A_{1}(r,z) = \frac{A_{1}}{1+i\zeta} e^{-r^{2}/\omega_{0}^{2}(1+i\zeta)}.$$
 (2.10.8)

Εργαζόμαστε στη σταθερή προσέγγιση αντλιών. Λύνουμε Εξ. (2.10.7) με την υιοθέτηση της δοκιμαστικής λύσης

$$A_{q}(r,z) = \frac{A_{q}(z)}{1+i\zeta} e^{-qr^{2}/\omega_{0}^{2}(1+i\zeta)},$$
(2.10.9)

όπου  $A_q(z)$  είναι μια λειτουργία του z. Κάποιος να υποθέσει αυτήν την μορφή για τη δοκιμαστική λύση επειδή η ακτινωτή εξάρτησή της είναι ίδια με αυτόν του όρου πηγής στην Εξ. (2.10.7). Σημειώστε επίσης ότι (αγνοώντας τη χωρική μεταβολή  $A_q(z)$ ) η δοκιμαστική λύση αντιστοιχεί σε μια ακτίνα με την ίδια ομοεστιακή παράμετρο με τη θεμελιώδη ακτίνα (2.10.8); αυτή η συμπεριφορά έχει νόημα δεδομένου ότι το αρμονικό κύμα παράγεται με συνοχή πέρα από μια περιοχή της οποίας διαμήκης ο βαθμός είναι ίσος με αυτόν του θεμελιώδους κύματος. Εάν η δοκιμαστική λύση (2.10.9) αντικαθίσταται την Εξ. (2.10.7), το βρίσκουμε που ικανοποιεί αυτήν την εξίσωση

$$\frac{dA_{q}}{dz} = \frac{i2\pi q\omega}{nc} \chi^{(q)} A_{1}^{q} \frac{e^{i\Delta kz}}{\left(1 + i\zeta\right)^{q-1}}.$$
(2.10.10)

Αυτή η εξίσωση μπορεί να ενσωματωθεί άμεσα για να λάβει

$$A_{q}(z) = \frac{i2\pi q\omega}{nc} \chi^{(q)} A_{1}^{q} J_{q}(\Delta k, z_{0}, z), \qquad (2.10.11a)$$

όπου

$$J_{q}(\Delta k, z_{0}, z) = \int_{z_{0}}^{z} \frac{e^{i\Delta k'} dz'}{\left(1 + 2iz' / b\right)^{q-1}},$$
 (2.10.11b)

και όπου  $z_0$  αντιπροσωπεύει την αξία του z στην είσοδο στο μη γραμμικό μέσο.

Βλέπουμε ότι η αρμονική ακτινοβολία παράγεται με μια ομοεστιακή παράμετρο ίση με αυτήν της συναφούς ακτίνας λέιζερ. Ως εκ τούτου η ακτίνα μέσης ακτίνων των *qth* αρμονικών χρόνων ακτινοβολίας  $q^{1/2}$  μικρότερων από αυτή της συναφούς ακτίνας, και η απομακρυσμένη γωνία διάθλασης  $\theta_{eff} = \lambda / \pi \omega_0$  είναι  $q^{1/2}$  χρόνοι μικρότεροι από αυτή της συναφούς ακτίνας λέιζερ. Έχουμε λύσει την Εξ. (2.10.7) με την εικασία το σωστού έχει παρουσιαστεί από Kleinman και λοιποί. (1966) για το δευτερόλεπτο - αρμονική παραγωγή και από των Ward και New (1969) για τη γενική περίπτωση του *qth*-αρμονική παραγωγή.

Η ακέραια εμφάνιση στην Εξ. (2.10.11b) μπορεί να αξιολογηθεί αναλυτικά για ορισμένες ειδικές περιπτώσεις. Μια τέτοια περίπτωση στο σχεδιο - όριο κυμάτων, όπου  $b \gg |z_0|, |z|$ . Σε αυτό το όριο το ολοκλήρωμα μειώνει

$$J_{q}(\Delta k, z_{0}, z) = \int_{z_{0}}^{z} e^{i\Delta kz'} dz' = \frac{e^{i\Delta kz} - e^{i\Delta kz_{0}}}{i\Delta k},$$
 (2.10.12a)

πράγμα που συνεπάγεται ότι

$$\left|J_{q}(\Delta k, z_{0}, z)\right|^{2} = L^{2} \sin c^{2} \left(\frac{\Delta kL}{2}\right)$$
 (2.10.12b)

όπου  $L = z - z_0$  είναι το μήκος της περιοχής αλληλεπίδρασης.

Η αντίθετη περιοριστική περίπτωση είναι αυτή στην οποία το θεμελιώδες κύμα στρέφεται στενά μέσα στο εσωτερικό του μη γραμμικού μέσου αυτός ο όρος υπονοεί ότι  $z_0 = -|z_0|, z = |z|$ , και  $b \ll |z_0|, |z|$ . Σε αυτό το όριο το ολοκλήρωμα στην Εξ. (2.10.11b) μπορεί να προσεγγιστη με την αντικατάσταση του ανώτερου ορίου της ολοκλήρωσης από το άπειρο, δηλ.,

$$J_{q}(\Delta k, z_{0}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\Delta kz'} dz'}{\left(1 + 2iz' / b\right)^{q-1}}.$$
 (2.10.13a)

Αυτό το ολοκλήρωμα μπορεί να αξιολογηθεί με τη βοήθεια μιας απλής ολοκλήρωσης περιγράμματος. Κάποιος βρίσκει αυτό

$$J_{q}(\Delta k, z_{0}, z) = \begin{cases} 0, & \Delta k \leq 0, \\ \frac{b}{2} \frac{2\pi}{(q-2)!} \left(\frac{b\Delta k}{2}\right)^{q-2} e^{-b\Delta k/2}, & \Delta k > 0. \end{cases}$$
(2.10.13b)

Αυτή η λειτουργική μορφή είναι διευκρινισμένη για την περίπτωση της τρίτης - αρμονικής παραγωγής (q = 3) στο σχήμα 2.10.2. Βρίσκουμε το κάπως εκπληκτικό αποτέλεσμα ότι η αποδοτικότητα της τρίτης - αρμονικής παραγωγής στο σφιχτό - που στρέφει το όριο εξαφανίζεται όμοια για την περίπτωση της τέλειας φάσης που ταιριάζει με ( $\Delta k = 0$ ) και μεγιστοποιείται μέσω της χρήσης ενός θετικού διανυσματικού κακού συνδυασμού κυμάτων. Αυτή η συμπεριφορά μπορεί να είναι κάτω από την άποψη της μετατόπισης φάσης των ακτινίων  $\pi$  που οποιαδήποτε ακτίνα του φωτός δοκιμάζει στη διάβαση μέσω της εστίασής της. Αυτή η επίδραση είναι γνωστή ως ανωμαλία φάσης και



Σχήμα 2.10.2 Εξάρτηση της φάσης-ταιριάζοντας με παράγοντα  $J_3$  για την τρίτηαρμονική παραγωγή στην ομαλοποιημένη ομοεστιακή παράμετρο  $b\Delta k$ , στο στενό – με επίκεντρο όριο.

μελετήθηκε αρχικά συστηματικά από Gouy (1890). Για την περίπτωση της μη γραμμικής οπτικής, αυτή η επίδραση έχει τις σημαντικές συνέπειες επιπλέον της

μετατόπισης φάσης που μεταδίδεται στη διαβιβασθείσα ελαφριά ακτίνα, επειδή γενικά η μη γραμμική πόλωση  $p = \chi^{(q)}A_1^q$  θα δοκιμάσει μια μετατόπιση φάσης που είναι χρόνοι του q μεγαλύτεροι από αυτός που βιώνεται από το συναφές κύμα του εύρους  $A_1$ . Συνεπώς η μη γραμμική πόλωση θα είναι ανίκανη να συνδέσει αποτελεσματικά με το παραγμένο κύμα του εύρους  $A_q$  εκτός αν ένας διανυσματικός κακός συνδυασμός  $\Delta k$  κυμάτων εισάγεται για να αντισταθμίσει τη μετατόπιση φάσης λόγω της μετάβασης του συναφούς κύματος μέσω της εστίασής του. Ο λόγος για τον οποίο  $\Delta k$  πρέπει να είναι θετικό για αυτή η αποζημίωση εμφανίζεται μπορεί να γίνει κατανοητός διαισθητικά από την άποψη του επιχειρήματος που παρουσιάζεται στο σχήμα 2.10.3.

Το Boyd και Kleinman (1968) έχουν εξετάσει πώς να ρυθμίσουν την εστίαση της συναφούς ακτίνας λέιζερ για να βελτιστοποιήσουν την αποδοτικότητα του δευτερολέπτου - αρμονική παραγωγή. Διαπιστώνουν ότι η υψηλότερη αποδοτικότητα λαμβάνεται όταν ο περίπατος ακτίνων από τα αποτελέσματα (που αναφέρονται στην παράγραφο 2.7) είναι αμελητέος, όταν στρέφεται η συναφής ακτίνα λέιζερ έτσι ώστε η μέση ακτίνων βρίσκεται στο κέντρο του κρυστάλλου και η αναλογία L/b είναι ίση με 2.84, και όταν τίθεται ο διανυσματικός κακός συνδυασμός κυμάτων ίσος με  $\Delta k = 3.2/L$ . Σε αυτήν την περίπτωση, η δύναμη που παράγεται στη δεύτερη - αρμονική συχνότητα είναι ίση με

$$P_{2\omega} = 1.068 \left[ \frac{128\pi^2 \omega_1^3 d_{eff}^2 L}{c^4 n_1 n_2} \right] P_{\omega}^2.$$
(2.10.14)

Επιπλέον, Boyd και Kleinman παρουσιάζουν ευρετικά ότι άλλες παραμετρικές διαδικασίες, όπως το ποσό - και η διαφορά - άθροισματος συχνότητας, βελτιστοποιούνται με την επιλογή της ίδιας ομοεστιακής παραμέτρου και για τα δύο κύματα εισαγωγής και την εφαρμογή των ίδιων κριτηρίων που χρησιμοποιούνται για να βελτιστοποιήσουν τη δεύτερη - αρμονική παραγωγή.



Σχήμα 2.10.3 Απεικόνιση γιατί μια θετική αξία Δk είναι επιθυμητή στην αρμονική παραγωγή με τις ακτίνες λέιζερ. (α) Διανυσματικό διάγραμμα κυμάτων για την τρίτη - αρμονική παραγωγή με το θετικό Δk. Ακόμα κι αν η διαδικασία είναι φάση που συνδυάζεται , η θεμελιώδης ακτίνα περιέχει μια γωνιακή διάδοση των διανυσμάτων κυμάτων και της φάσης - η αντιστοιχημένη διαδικασία που διευκρινίζεται στο (β) μπορεί να εμφανιστεί με την υψηλή αποδοτικότητα (γ) αντιθέτως, για Δk αρνητικό, η αποδοτική αρμονική δεν μπορεί να εμφανιστεί.

### 2.11. Μη γραμμική οπτική σε μια διεπαφή

Υπάρχουν ορισμένες μη γραμμικές οπτικές διαδικασίες που συνδέονται με τη διεπαφή μεταξύ δύο ανόμοιων οπτικών υλικών. Δύο τέτοια παραδείγματα παρουσιάζονται σχηματικά στο μέρος σχήματος 2.11.1 (α) παρουσιάζουν οπτικό κύμα που μειώνεται επάνω σε ένα δευτερόλεπτο - διατάξτε το μη γραμμικό οπτικό υλικό. Είδαμε νωρίτερα (στην παράγραφο 2.6) πώς να προβλέψουμε το εύρος του δεύτερου - αρμονικού κύμα που παρήχθη στην μπροστινή κατεύθυνση. Αλλά στην πραγματικότητα πιό αδύνατο ένας δεύτερο - αρμονικό κύμα παράγεται στην αντανάκλαση στη διεπαφή που χωρίζει τα δύο υλικά. Θα δούμε στο παρόν τμήμα πώς να προβλέψουμε την ένταση αυτού του απεικονισμένου αρμονικού κύματος. Το μέρος (β) του αριθμού παρουσιάζει ένα κύμα που μειώνεται επάνω σε ένα κεντροσυμμετρικό μη γραμμικό οπτικό υλικό. Ένα τέτοιο υλικό δεν μπορεί να κατέχει μαζικό ένα δεύτερο - διατάξτε τη μη γραμμική οπτική ευαισθησία, αλλά η παρουσία της διεπαφής σπάζει τη συμμετρία αντιστροφής για μια λεπτή περιοχή (της διαταγής μιας μοριακής διαμέτρου στο πάχος) κοντά στη διεπαφή, και αυτό το λεπτό στρώμα μπορεί να εκπέμψει ένα δευτερόλεπτο - αρμονικό κύμα. Η ένταση του φωτός που εκπέμπεται από αυτό το στρώμα επιφάνειας εξαρτάται με ευαισθησία από τις δομικές ιδιότητες της επιφάνειας και ειδικά επάνω στην παρουσία μορίων που απορροφώνται επάνω στην επιφάνεια. Για αυτήν την επιφάνεια δεύτερη λόγου - η αρμονική παραγωγή είναι μια σημαντική διαγνωστική μέθοδος στην επιστήμη επιφάνειας.

Εξετάστε τώρα με περισσότερες λεπτομέρειες την κατάσταση που εξετάζεται στο μέρος (α) του σχήματος της 2.11.1. Υποθέτουμε ότι το κύμα στο θεμελιώδες γεγονός συχνότητας



Σχήμα 2.11.1 Η απεικόνιση του δευτερολέπτου - αρμονική παραγωγή στην αντανάκλαση στην επιφάνεια (α) το δευτερόλεπτο - διατάζει το μη γραμμικό οπτικό υλικό και (β) ένα κεντροσυμμετρικό μη γραμμικό οπτικό υλικό.

στη διεπαφή μπορεί να περιγραφεί από

$$\tilde{\mathbf{E}}_{i}(\mathbf{r}.t) = \mathbf{E}_{i}(\omega_{i})e^{-i\omega_{i}t} + c.c. \qquad \mathbf{E}_{i}(\omega_{i}) = \mathbf{A}_{i}(\omega_{i})e^{i\mathbf{k}_{i}(\omega_{i})\cdot\mathbf{r}}.$$
(2.11.1)

Αυτό το κύμα θα απεικονιστεί μερικώς και θα διαβιβαστεί μερικώς στο μη γραμμικό οπτικό υλικό. Αντιπροσωπεύστε το διαβιβασθεί συστατικό όπως

$$\mathbf{E}_{T}(\omega_{i}) = \mathbf{A}_{T}(\omega_{i})e^{i\mathbf{k}_{T}\cdot\mathbf{r}}, \qquad (2.11.2)$$

όπου το εύρος  $\mathbf{A}_{T}(\omega_{i})$  και η κατεύθυνση διάδοσης  $\mathbf{k}_{T}(\omega_{i})$  μπορούν να καθοριστούν από τις τυποποιημένες εξισώσεις Fresnel της γραμμικής οπτικής. Για την απλότητα, στην παρούσα συζήτηση αγνοούμε τα αποτελέσματα διαδόσης του φώτος; σημειώνουμε ότι η διαδόσης του φώτος εξαφανίζεται όμοια στο κρύσταλλο (όπως GaAs) που είναι νανο συμμετρικο ακόμα κατέχουν το κυβικό δικτυωτό πλέγμα. Το διαβιβασθέν θεμελιώδες μέσο που αντιπροσωπεύουμε όπως

 $\tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{r},t) = \mathbf{P}e^{-i\omega_s t} + c.c. \text{ omov} \quad \mathbf{P} = \mathbf{p}e^{ik_s(\omega_s)\mathbf{r}} \quad \text{kal} \quad \mathbf{p} = \chi_{eff}^{(2)}A_T^2(\omega_i) \quad (2.11.3)$ 

και όπου  $\mathbf{k}_{s}(\omega_{s}) = 2\mathbf{k}_{T}(\omega_{i}).$ 

Οι λεπτομέρειες της επόμενης ανάλυσης διαφέρουν ανάλογα με εάν το **p** είναι παράλληλο ή κάθετο στο σχεδιο της επίπτωσης. Αυτή μεταχειριζόμαστε μόνο την περίπτωση της καθέτου **p** στο σχεδιο της επίπτωσης μια επεξεργασία της άλλης περίπτωσης μπορεί να βρεθεί για παράδειγμα σε Bloembergen και Pershan (1962) ή σε Shen (1984). Όπως περιγράφεται από την Εξ. (2.1.22), αυτή η μη γραμμική πόλωση θα δώσει αφορμή για την ακτινοβολία στη δεύτερη - αρμονική συχνότητα  $\omega_s$ . Η παραγωγή αυτής της ακτινοβολίας διέπεται από την εξίσωση

$$\nabla^{2} \mathbf{E}(\omega_{s}) + \left[ \in (\omega_{s}) \omega_{s}^{2} / c^{2} \right] \mathbf{E}(\omega_{s}) = -4\pi \left( \omega_{s}^{2} / c^{2} \right) \mathbf{p}_{\perp} e^{i\mathbf{k}_{s}\cdot\mathbf{r}}$$
(2.11.4)

όπου το  $\mathbf{p}_{\perp}$  είναι το συστατικό  $\mathbf{p}$  της καθέτου στο σχεδιο της επίπτωσης. Η επίσημη λύση σε αυτήν την εξίσωση αποτελείται από οποιαδήποτε ιδιαίτερη λύση συν μια γενική λύση στην ομοιογενή έκδοση αυτής της εξίσωσης που λαμβάνεται με τον καθορισμό της δεξιάς πλευράς της ίσης με μηδέν. Βγάζει ότι μπορούμε να ικανοποιήσουμε όλους τους κατάλληλους όροιακων συνθήκων να υποθέσουμε ότι η ομοιογενής λύση είναι ένα άπειρο επίπεδο κύμα του μέχρι τώρα απροσδιόριστου εύρους  $\mathbf{A}(\omega_s)$  και κύμα διανυσματικό  $\mathbf{k}_T(\omega_s)$ . Αντιπροσωπεύουμε έτσι τη λύση στην Εξ. (2.11.4) όπως

$$\mathbf{E}_{T}(\omega_{s}) = \mathbf{A}(\omega_{s})e^{i\mathbf{k}_{T}(\omega_{s})\cdot\mathbf{r}} + \frac{4\pi\omega_{s}^{2}/c^{2}}{\left|k_{s}\right|^{2} - \left|k_{T}(\omega_{s})\right|^{2}}\mathbf{P}_{\perp}e^{i\mathbf{k}_{s}\cdot\mathbf{r}},$$
(2.11.5)

όπου  $|k_T(\omega_s)|^2 = \in_T (\omega_s) \omega_s^2 / c^2$ ; όπως αναφέρεται ανωτέρω, η κατεύθυνση  $\mathbf{k}_T(\omega_s)$ είναι αυτή τη στιγμή ακαθόριστη. Οι ηλεκτρομαγνητικοί όροιακές συνθήκες στη διεπαφή απαιτούν ότι τα συστατικά του **E** και του **H** εφαπτόμενου στο σχεδιο της διεπαφής είναι συνεχή. Αυτές οι όροιακές συνθήκες μπορούν να ικανοποιήσουν μόνο εάν θέτουμε ως αίτημα την ύπαρξη απεικονισμένη, δεύτερο - αρμονικό κύμα που αντιπροσωπεύουμε όπως

$$\mathbf{E}_{R}(\omega_{s}) = A_{R}(\omega_{s})e^{i\mathbf{k}_{R}(\omega_{s})\mathbf{r}}.$$
(2.11.6)

Οι όροι των οροιακών συνθήκων ικανοποιούνται σε κάθε σημείο κατά μήκος της διεπαφής, είναι απαραίτητο ότι η μη γραμμική πόλωση του κύματος διανυσματικό  $\mathbf{k}_s = 2\mathbf{k}_T(\omega_i)$ , το δεύτερο - αρμονικό κύμα του κύματος διανυσματικό  $\mathbf{k}_T(\omega_s)$ , και απεικονισμένο το δεύτερο - αρμονικό κύμα του κύματος διανυσματικό  $\mathbf{k}_R(\omega_s)$  έχει τα ίδια διανυσματικά τμήματα κυμάτων κατά μήκος του σχεδίου της διεπαφής. Αυτή η κατάσταση είναι διευκρινισμένη στο σχήμα της 2.11.2, όπου αφήνουμε το x να είναι μια συντεταγμένη που μετριέται κατά μήκος της διεπαφής στο σχεδίο της επίπτωσης και να αφήσει το z να δείξει μια μετρημένη συντεταγμένη κάθετο στο σχεδιο της επίπτωσης. Απαιτούμε έτσι αυτού

$$k_x^s = k_x^R(\omega_s) = k_x^T(\omega_s)$$
(2.11.7)

(σημειώστε αυτός  $k_x^s = 2k_x^T(\omega_i)$ ) Επιπλέον, μπορούμε να εκφράσουμε το μέγεθος κάθε ένα από τα διανύσματα διάδοσης από την άποψη της διηλεκτρικής σταθεράς κάθε μέσου όπως

$$k_T(\omega_s) = \in_T^{1/2}(\omega_s)\omega_s / c, \qquad (2.11.8a)$$

$$k_{R}(\omega_{s}) = \in_{R}^{1/2}(\omega_{s})\omega_{s} / c, \qquad (2.11.8b)$$

$$k_i(\omega_i) = \in_R^{1/2}(\omega_i)\omega_i / c, \qquad (2.11.8c)$$



Σχήμα 2.11.2 (α) Η γεωμετρία που παρουσιάζει τη δημιουργία διαβιβασθέντος και απεικονισμένου ενός δεύτερου - αρμονικού κύμα στην επιφάνεια ενός δευτερολέπτου - ταξή το μη γραμμικό οπτικό υλικό. (β) καθορισμός των διανυσμάτων ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων για την περίπτωση στην οποία το **P** είναι κάθετο στο σχημα της επίπτωσης.

όπου ε<sub>R</sub> δείχνει τη διηλεκτρική σταθερά του γραμμικών, συναφών μέσου και του ε<sub>T</sub> δείχνει τη γραμμική διηλεκτρική σταθερά του μη γραμμικού μέσου. Για τη μαθηματική ευκολία, εισάγουμε επίσης μια διηλεκτρική σταθερά ε<sub>s</sub> που συνδέεται με τη μη γραμμική πόλωση που καθορίζεται έτσι ώστε

$$k_s = \in_s^{1/2} \omega_s / c. \tag{2.11.9}$$

Από Εξς. (2.11.7) μέσω (2.11.9) μπορούμε εύκολα να καθορίσουμε τις εκφράσεις που αφορούν τις γωνίες  $\theta_i, \theta_R, \theta_s, \kappa \alpha \iota \theta_T$  (δείτε το σχήμα της 2.11.2), τα οποία δίνονται από

$$\in_{R}^{1/2} (\omega_{s}) \sin \theta_{s} = \in_{R}^{1/2} (\omega_{s}) \sin \theta_{R} = \in_{T}^{1/2} (\omega_{s}) \sin \theta_{s} = \in_{s}^{1/2} \sin \theta_{s}.$$
 (2.11.10)
Αυτή η εξίσωση μπορεί να θεωρηθεί η μη γραμμική οπτική γενίκευση του νόμου Snell.

Εφαρμόζουμε έπειτα ρητά της οριακές συνθήκες στη διεπαφή μεταξύ του γραμμικού και μη γραμμικού μέσου. Σύμφωνα με την Εξ. (2.11.5), αυτό το συστατικό θα οδηγήσει στην παραγωγή ένα ηλεκτρικό πεδίο  $E_{\perp} = E_y$  με τις εξισώσεις του Maxwell που ο σχετικός τομέας θα βρεθεί στο σχεδιο *xz* (δείτε το μέρος β του σχήματος της 2.11.2). Η συνοχή των εφαπτόμενων συστατικών του **E** και του **H** έπειτα στις εξισώσεις.

$$E_{y}: A_{\perp}^{R} = A_{\perp}^{T} + 4\pi p_{\perp} / [ \in_{s} - \in_{T} (\omega_{s}) ],$$

$$H_{x}: - \in_{R}^{1/2} (\omega_{s}) A_{\perp}^{R} \cos \theta_{R} = \in_{T}^{1/2} (\omega_{s}) A_{\perp}^{T} \cos \theta_{T}$$

$$+ 4\pi p_{\perp} \cos \theta_{s} \in_{s}^{1/2} / [ \in_{s} - \in_{T} (\omega_{s}) ].$$
(2.11.11)

Αυτή η εξίσωση λύνεται εύκολα ταυτόχρονα για να λάβει την έκφραση για το  $A_{\perp}^{R}$  και το .  $A_{\perp}^{T}$  Αυτές οι εκφράσεις εισάγονται έπειτα στης Εξς. (2.11.5) και (2.11.6) για να διαπιστώσουν ότι οι διαβιβασθέντες και απεικονισμένοι τομείς δίνονται από

$$E_{\perp}^{R} = \frac{-4\pi p_{\perp} e^{i\mathbf{k}_{R}(\omega_{s})r}}{\left[ \in_{T}^{1/2} (\omega_{s})\cos\theta_{T} + \in_{R}^{1/2} (\omega_{s})\cos\theta_{R} \right] \left[ \in_{T}^{1/2} (\omega_{s})\cos\theta_{T} + \in_{R}^{1/2} \cos\theta_{s} \right]},$$
  
$$= A_{\perp}^{R} e^{i\mathbf{k}_{R}(\omega_{s})\mathbf{r}} \qquad (2.11.12a)$$

$$E_{\perp}^{T} \frac{-4\pi p_{\perp}}{\in_{T} (\omega_{s}) - \in_{s}} \left[ e^{i\mathbf{k}_{s}\cdot\mathbf{r}} - \frac{\in_{s}^{1/2} \cos\theta_{s} + \in_{R}^{1/2} (\omega_{s}) \cos\theta_{R}}{\in_{T}^{1/2} (\omega_{s}) \cos\theta_{T} + \in_{R}^{1/2} (\omega_{s}) \cos\theta_{R}} e^{i\mathbf{k}_{T}(\omega_{s})\cdot\mathbf{r}} \right].$$
(2.11.12b)

Το δεύτερο - το αρμονικό κύμα αποτελείται έτσι από ένα ομοιογενές κύμα με τη διάδοση διανυσματικό **k**<sub>T</sub> και ανομοιογενής με τη διάδοση διανυσματικό **k**<sub>s</sub>. Βλέπουμε από το σχήμα της 2.11.2 που **k**<sub>s</sub> – **k**<sub>T</sub> πρέπει να βρεθεί στην κατεύθυνση z και δίνεται από

$$\mathbf{k}_{s} - \mathbf{k}_{T} = \Delta k \hat{z} = (\omega_{s} / c) \left[ \in_{s}^{1/2} \cos \theta_{s} - \in_{T}^{1/2} (\omega_{s}) \cos \theta_{T} \right] \hat{z}.$$
(2.11.13)

Εάν αυτό το αποτέλεσμα εισάγεται στην Εξ. (2.11.12b), μπορούμε να εκφράσουμε το διαβιβασθέντα τομέα στη μορφή

$$E_{\perp}^{T} = \left[A_{\perp}^{R} + \frac{4\pi \left(\omega_{s} / c\right)^{2} p_{\perp}}{2k_{T} \left(\omega_{s}\right)} \left(\frac{e^{i\mathbf{k}z} - 1}{\Delta k}\right)\right] e^{i\mathbf{k}_{T} \left(\omega_{s}\right)\mathbf{r}}$$
$$= A_{\perp}^{T} e^{i\mathbf{k}_{T} \left(\omega_{s}\right)\mathbf{r}}.$$
(2.11.14)

Αυτή η εξίσωση έχει τη μορφή ενός επίπεδου κύματος με ένα στο χώρο ποικίλο εύρος η χωρική μεταβολή είναι μια εκδήλωση του ατελούς ταιριάσματος φάσης της μη γραμμικής οπτικής αλληλεπίδρασης. Ο παρών φορμαλισμός καταδεικνύει ότι η προέλευση της χωρικής μεταβολής είναι η παρέμβαση των ομοιογενών και ανομοιογενών λύσεων της οδηγημένης εξίσωσης κυμάτων.

Ερμηνεύστε περαιτέρω το αποτέλεσμα που δίνεται από την Εξ. (2.11.14). Υποθέστε ότι Δkz είναι πολύ μικρότερο από την ενότητα για όλες τις αποστάσεις z διάδοσης ενδιαφέροντος. Έπειτα διαπιστώνουμε ότι, σωστός στην πρώτη γραμμή σε Δk, το εύρος του διαβιβασθέντος κύματος δίνεται από

$$A_{\perp}^{T} = A_{\perp}^{R} + \frac{4\pi (\omega/c)^{2} p_{\perp}(iz)}{2k_{T}(\omega_{s})} = A_{\perp}^{R} + \frac{2\pi i (\omega/c) p_{\perp} z}{\in^{1/2} (\omega_{s})}.$$
(2.11.15)

Βλέπουμε ότι το εύρος του παραγομένου κύματος αυξάνεται έτσι γραμμικά από την αξία ορίου του  $A_{\perp}^{R}$ . Βλέπουμε επίσης από την Εξ. (2.11.12a) ότι το  $A_{\perp}^{R}$  θα δοθεί στο μέγεθος από

$$A_{\perp}^{2} \simeq -\frac{\pi p_{\perp}}{\in} \tag{2.11.16}$$

όπου ε είναι κάποια χαρακτηριστική αξία της διαλεκτικής σταθερής της περιοχής κοντά στη διεπαφή. Βάσει του αποτελέσματος, Εξ. (2.11.15) μπορεί να προσεγγιστεί όπως

$$A_{\perp}^{T} \simeq -\frac{\pi p_{\perp}}{\in} \left[1 - 2ik_{T}(\omega_{s})z\right].$$
(2.11.17)

Αυτό το αποτέλεσμα δείχνει ότι ο όρος επιφάνειας καθιστά μια συμβολή συγκρίσιμη με αυτήν του μαζικού όρου για ένα πάχος t που δίνεται από

$$t = \lambda / 4\pi. \tag{2.11.18}$$

Εξετάστε έπειτα την κατάσταση του σχήματος 2.11.1b, η οποία εξετάζει την αρμονική παραγωγή στη διεπαφή μεταξύ δύο κεντροσυμμετρικών μέσων. Μια ακριβής επεξεργασία μιας τέτοιας κατάστασης θα απαιτούσε ότι ξέρουμε τις μη γραμμικές οπτικές ιδιότητες της περιοχής κοντά στη διεπαφή σε μοριακό επίπεδο, το οποίο δεν είναι δυνατό στο παρόν επίπεδο περιγραφής (επειδή μπορούμε αυστηρά να συναγάγουμε τις μακροσκοπικές ιδιότητες από τις μικροσκοπικές ιδιότητες, αλλά όχι αντίστροφα). Εν τούτοις, μπορούμε να κάνουμε μια εκτίμηση του μεγέθους του εύρους του απεικονισμένου κύματος για τα χαρακτηριστικά υλικά. Διαμορφώστε τη διεπαφή μεταξύ δύο κεντροσυμμετρικών υλικών ως κατοχού ενός δευτερολέπτου - ταξής ευαισθησία  $\chi^{(2)}$  που περιορίζεται σε ένα πάχος της ταξής μιας μοριακής διάστασης α<sub>0</sub>. Εδώ το  $\chi^{(2)}$  είναι μια χαρακτηριστική αξία της δεύτερης - τάξης την ευαισθησία ενός μη κεντροσυμμετρίκου υλικού. Υπόθεση που λαμβάνεται αυτή η από κοινού με Εξ. (2.11.18) μόλυβδοι στην πρόβλεψη

$$A_{\perp}^{T}(\kappa \epsilon \nu \tau \rho o \sigma \upsilon \mu \mu \epsilon \tau \rho i \kappa o) = \frac{4\pi a_{0}}{\lambda} A_{\perp}^{T}(\mu \eta \kappa \epsilon \nu \tau \rho o \sigma \upsilon \mu \mu \epsilon \tau \rho i \kappa o)$$

$$(2.11.19)$$

$$\approx 10^{-3} A_{\perp}^{T}(\mu \eta \kappa \epsilon \nu \tau \rho o \sigma \upsilon \mu \mu \epsilon \tau \rho i \kappa o).$$

Αυτό το αποτέλεσμα είναι σε συμφωνία με τις προβλέψεις των πιό λεπτομερών προτύπων (δείτε, για παράδειγμα, Mizrahi και Sipe, το 1988).

### Προβλήματα

1. Υπέρυθρες ακτίνες επάνω στη μετατροπή. Κάποιο σημαίνει ότι της ανίχνευσης της υπέρυθρης ακτινοβολίας είναι στην πρώτη υπέρυθρη ακτινοβολία νεοφώτιστων στον ορατό με τη διαδικασία του άθροισματος – συχνότητας παραγωγής. Υποθέστε ότι η υπέρυθρη ακτινοβολία της συχνότητας  $ω_1$  αναμιγνύεται με μια έντονη ακτίνα λέιζερ της συχνότητας  $ω_2$  για να διαμορφώσει το αμετάτρεπτο σήμα στη συχνότητα  $ω_3 = ω_1 + ω_2$ . Παράγετε έναν τύπο που επιδεικνύει πώς η κβαντική αποδοτικότητα για τη μετατροπή των υπέρυθρων φωτονίων στα ορατά φωτόνια εξαρτάται από το μήκος L και το μη γραμμικό συντελεστή  $d_{eff}$  του κρυστάλλου μίξης, και από τον κακό συνδυασμό  $\Delta k$ . Υπολογίστε αριθμητικά την αξία της κβαντικής αποδοτικότητας τος μήκος κύματος 0.65 μm, και την περίπτωση του τέλειου ταιριάσματος φάσης και της βέλτιστης εστίασης.

[Ans. : n<sub>Q</sub> = 2%]

 Άθροισμα – συχνότητας παραγωγής. Λύστε τη συνδεμένη - εξισώσεις κυμάτων που περιγράφουν το άθροισμα – συχνότητας παραγωγής (Εξς. (2.2.11) κατευθείαν (2.2.14)) για την περίπτωση τέλειας φάσης που ταιριάζει με (Δk = 0) αλλά χωρίς παραγωγή της προσέγγισης της παραγράφου 2.4 ότι το εύρος του ω<sub>2</sub> κύματος μπορεί να ληφθεί για να είναι σταθερό.

[Υπαινιγμός: Αυτό το πρόβλημα είναι πολύ δύσκολο. Για τη βοήθεια, δείτε Armstrong και λοιποί. (1962).]

- 3. Συστήματα των μονάδων. Ξαναγράψτε κάθε μιας από τις επιδειχθείσες εξισώσεις στις παραγράφους 2.1 μέχρι 2.3. στο σύστημα SI των μονάδων.
- 4. Διαφορά παραγωγή συχνότητας. Λύστε τη συνδεμένη εξισώσεις εύρους που περιγράφουν τη διαφορά παραγωγή συχνότητας στη σταθερά το όριο αντλιών, και με αυτόν τον τρόπο ελέγχει Εξς. (2.5.9) του κειμένου. Υποθέστε εκείνο το ω<sub>1</sub> + ω<sub>2</sub> = ω<sub>3</sub>, όπου το εύρος A<sub>3</sub> του ω<sub>3</sub> κύματος αντλιών είναι σταθερό, ότι το μέσο είναι χωρίς απώλειες σε κάθε μια από τις οπτικές συχνότητες, ότι ο αναντιστοιχία Δk ορμής είναι αυθαίρετος, και ότι γενικά μπορεί να υπάρξει ένα σήμα εισαγωγής σε κάθε μια από τις συχνότητες ω<sub>1</sub> και ω<sub>2</sub>. Ερμηνεύστε τα αποτελέσματά σας με τη σκιαγράφηση της αντιπροσωπευτικής περίπτωσης της λύσης και με τη λήψη των ειδικών περιοριστικών περιπτώσεων όπως αυτός του τέλειου ταιριάσματος φάσης και μόνο δύο εισαγμένων τομέων.
- 5. Δεύτερη αρμονική παραγωγή. Ελέγξτε εκείνη την Εξ. (2.6.29) που κατέχει τις λύσεις του είδους που παρουσιάζεται στο σχήμα 2.6.2.
- 6. Δεύτερη αρμονική παραγωγή. Λύστε τις συνδεμένες εξισώσεις εύρους για την περίπτωση του δευτερολέπτου αρμονική παραγωγή με τους αρχικούς όρους A<sub>2</sub> = 0 αλλά A<sub>1</sub> αυθαίρετο z = 0. Υποθέστε ότι Δk είναι αυθαίρετο. Σκίτσο πώς |A(2ω)|<sup>2</sup> ποικίλλουν με το z για διάφορες τιμές Δk, και ως εκ τούτου ελέγχουν τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο σχήμα 2.6.4.
- 7. Δομή τρόπου μιας οπτικής κοιλότητας. Ελέγξτε Εξ. (2.8.11)

[Απ.: Υποθέστε ότι ο δείκτης διάθλασης η είναι μια λειτουργία του ν και απαιτήστε ότι ένας ακέραιος αριθμός m μισών μηκών κύματος εγκατέστησε μέσα στην κοιλότητα του μήκους L<sub>c</sub>. Κατά συνέπεια  $m\lambda/2 = L_c$  ή, από  $\lambda = c/nv$ , λαμβάνουμε  $nv = cm/2L_c$ . Θέλουμε να καθορίσουμε το χωρισμό συχνότητας των παρακείμενων τρόπων. Κατά συνέπεια  $\Delta(nv) = \Delta(cm/2L_c)$  όπου  $\Delta$  αναφέρεται στην αλλαγή στην υποδεδειγμένη ποσότητα μεταξύ των παρακείμενων τρόπων.

Σημειώστε εκείνο το  $\Delta(nv) = n\Delta v + v\Delta n = n\Delta v + v(dn/dv) = [n + v(dn/dv)]\Delta v$  και εκείνο το  $\Delta(cm/2L_c) = c/2L_c\Delta(m) = c/2L_c$ . Κατά συνέπεια

$$\Delta v = \frac{c}{2L_c \left(n + v dn / dv\right)} = \frac{u_g}{2L_c} = \frac{c}{2n_g L_c}$$

όπου  $u_g = c / [n + v(dn / dv)]$  είναι η συνηθισμένη έκφραση για την ταχύτητα ομάδας και όπου  $n_g = n + v(dn / dv)$  είναι ο δείκτης ομάδας.]

- 8. Δομή τρόπου μιας οπτικής κοιλότητας. Γενικεύστε το αποτέλεσμα του προηγούμενου προβλήματος στην κατάσταση στην οποία η κοιλότητα είναι L αλλά το υλικό μέσο έχει το μήκος L<sub>c</sub> < L.</p>
- 9. Σχεδόν φάση που ταιριάζει. Γενικεύστε τη συζήτηση του κειμένου που οδηγεί από την Εξ. (2.9.1) στην Εξ. (2.9.6) με την άδεια των μηκών των και μη τμημάτων του μη γραμμικού οπτικού υλικού για να είναι διαφορετικών. Αφήστε Λ να είναι η περίοδος της δομής και το *l* είναι το μήκος της περιοχής. Επιδείξτε πώς κάθε μια από τις εξισώσεις σε αυτήν την σειρά τροποποιημένος από αυτήν την διαφορετική υπόθεση, και σχόλιο ρητά στην προκύπτουσα τροποποίηση στην αξία του *d<sub>o</sub>* και στον όρο για την καθιέρωση σχεδόν φάση ταιριάζοντας.
- Γκαουσσιανές ακτίνες λέιζερ. Ελέγξτε εκείνη την Εξς. (1.10.4a) και (2.10.5a) είναι ισοδύναμες περιγραφές μιας γκαουσσιανής ακτίνας λέιζερ, και ελέγχει ότι ικανοποιούν το paraxial κύμα Εξ. (2.10.3)
- 11. Γκαουσσιανές ακτίνες λέιζερ. Ελέγξτε τη δήλωση που γίνεται στο κείμενο που η δοκιμαστική λύση που δίνεται από την Εξ. (2.10.9) ικανοποίησε τη γεωμετρική οπτική εξίσωση κυμάτων υπό μορφή Εξ. (2.10.7) εάν το εύρος A<sub>q</sub>(z) ικανοποιεί τη συνηθισμένη διαφορική εξίσωση (2.10.10).
- 12. Φάση που ταιριάζει με τις ακτίνες. Αξιολογήστε την ακέραια εμφάνιση στην Εξ. (2.10.13a) και με αυτόν τον τρόπο ελέγξτε την Εξ. (2.10.13b)
- 13. Τρίτη αρμονική παραγωγή. Υποθέτοντας τον όρο του τέλειου ταιριάσματος φάσης, παράγετε και λύστε ακριβώς τη συνδεμένη εξισώσεις εύρους που περιγράφουν την τρίτη αρμονική παραγωγή. Μπορείτε να υποθέσετε ότι το μη γραμμικό οπτικό υλικό είναι χωρίς απώλειες. Περιλάνβανεται στην ανάλυσή σας τις διαδικασίες που περιγράφονται από τα δύο στοιχεία χ<sup>(3)</sup> (3ω;ω,ω,ω) ευαισθησία και το χ<sup>(3)</sup> (ω;3ω,-ω,-ω) υπολογίζει την ένταση του τρίτου αρμονικού κύματος ως λειτουργία του μήκους της περιοχής αλληλεπίδρασης για τις ακόλουθες δύο καταστάσεις: (α) στο όριο στο οποίο η προσέγγιση αντλιών

ισχύει. (β) για τη γενική περίπτωση στην οποία η ένταση αντλιών δεν μπορεί να υποτίθεται ότι παρέμεινε σταθερή.

- 14. Θεώρημα Poynting. Παράγετε τη μορφή θεωρήματος Poyting έγκυρη για ένα μη γραμμικό οπτικό υλικό για το οποίο  $\tilde{\mathbf{D}} = \tilde{\mathbf{E}} + 4\pi \tilde{\mathbf{P}}$  με το  $\tilde{\mathbf{P}} = \chi^{(1)}\tilde{\mathbf{E}} + \chi^{(2)}\tilde{\mathbf{E}}^2 + \chi^{(3)}\tilde{\mathbf{E}}^3$ . Υποθέστε ότι το υλικό είναι μη μαγνιτίκο υπό την έννοια ότι  $\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{H}}$ .
- 15. Προς τα πίσω η δεύτερη αρμονική παραγωγή. Το μέρος (γ) του σχήματος 2.1.1 υπονοεί ότι η δεύτερη η αρμονική παραγωγή ακτινοβολείται στον μπροστινό αλλά δεν είναι αξιόλογη που ακτινοβολείται στην οπίσθια κατεύθυνση. Ελέγξτε ότι αυτό το συμπέρασμα είναι στην πραγματικότητα σωστό με την παραγωγή της συνδεμένης εξίσωσης εύρους για ένα δευτερόλεπτο αρμονικός τομέας διαδίδοντας στην οπίσθια κατεύθυνση, και δείξτε ότι το εύρος αυτού του κύματος δεν μπορεί ποτέ να γίνει αξιόλογο. (Σημειώστε ότι ένας αυστηρότερος υπολογισμός που συνάγει το ίδιο συμπέρασμα παρουσιάζεται στην παράγραφο 2.11.).
- 16. Δεύτερη αρμονική παραγωγή. Εξετάστε τη διαδικασία του δευτερολέπτου αρμονική παραγωγή και με Δk = 0 και με Δk ≠ 0 σε ένα χωρίς απώλειες υλικό. Δηλώστε τους όρους κάτω από τους οποίους οι ακόλουθοι τύποι συμπεριφορών εμφανίζονται: (ι) ο θεμελιώδης και δεύτερος οι αρμονικοί τομείς ανταλλάσσουν περιοδικά την ενέργεια. (ii) ο δεύτερος αρμονικός τομέας αποκτά ασυμπτωτικά όλη την ενέργεια. (iii) ο θεμελιώδης τομέας αποκτά ασυμπτωτικά όλη την ενέργεια. (iii) ο θεμελιώδης κατοικεί σε κάθε συστατικό, και αυτό το μέρος δεν ποικίλλει με το z.
- 17. Manley Rowe σχέσεις. Παράγετε τις σχέσεις Manley Rowe για τη διαδικασία του δευτερολέπτου - αρμονική παραγωγή. Η παραγωγή είναι ανάλογη με αυτήν που παρουσιάζεται στην παράγραφο 2.3 για τη διαδικασία του άθροισματος – συχνότητας παραγωγής.
- 18. Φάση ταιριάζοντας με απαιτήσεις. Εξηγήστε γιατί οι διαδικασίες όπως το δευτερόλεπτο αρμονική παραγωγή μπορεί να είναι αποδοτική μόνο εάν η φάση ταιριάζοντας με σχέση Δk = 0 ικανοποιούν, ενώ καμία τέτοια απαίτηση δεν εμφανίζεται για την περίπτωση δύο απορρόφηση φωτονίων.
- 19. Σε σειρά οπτικές μη γραμμικότητες. Η πρόθεση αυτού του προβλήματος πρόκειται να αναπτύξει μια κατανόηση του φαινομένου γνωστού ως απότομες οπτικές μη γραμμικότητες. Από τις σε σειρά οπτικές μη γραμμικότητες, κάποια σημαίνει ότι, μέσω της διάδοσης, ένα δευτερόλεπτο - μη γραμμικότητα ταξής μπορεί να μιληθεί ένα τρίτη - ταξή τη μη γραμμικότητα. Ειδικότερα, σε αυτό το πρόβλημα πρόκειται να υπολογίσετε τη μετατόπιση φάσης που αποκτιέται από ένα οπτικό κύμα στη διάδοση μέσω ενός δευτερολέπτου - μη γραμμικό οπτικό

υλικό διαταγής υπό τους όρους σχεδόν της φάσης - αντιστοιχημένος δεύτερος αρμονική παραγωγή, και να καθορίσετε τους όρους κάτω από τους οποίους η μετατόπιση φάσης που αποκτιέται από το θεμελιώδες κύμα είναι περίπου ανάλογη προς το προϊόν του μήκους πορειών και της έντασης. Για να προχωράτε, αρχίστε παραδείγματος χάριν με της Εξς. (2.6.10) και (2.6.11), δείχνουν ότι μπορεί κανείς να εξαλείψει το *A*<sub>2</sub> για να λάβει την εξίσωση

$$\frac{d^2 A_1}{dz^2} + i\Delta k \frac{dA_1}{dz} - \Gamma^2 \left( 1 - 2 \left| A_1 / A_0 \right|^2 \right) A_1 = 0$$

όπου Γ είναι μια σταθερά (δώστε μια έκφραση για το ) και το A<sub>0</sub> είναι η συναφής αξία του θεμελιώδους τομέα. Δείξτε ότι υπό τους κατάλληλους όρους (δώστε τις λεπτομέρειες) η λύση σε αυτήν την εξίσωση αντιστοιχεί σε ένα κύμα η του οποίου φάση αυξάνεται γραμμικά με το μήκος L του μη γραμμικού υλικού και με την ένταση / του συναφούς κύματος.

# Αναφορές

Παράγραφοι 2.1 μέχρι 2.7

- J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S.Pershan, *Phys. Rev* **127**, 1918 (1962).
- M. Born and E. Wolf, Principles of Opotics, Pergamon Press, Oxford, 1975.
- R. W. Boyd and C. H. Townes, Appl. Phys. Lett. 31, 440 (1977).
- R. L.Byer and R. L. Herbst, *in Tunable Infrared Generation*, Y. R. Shen, ed., Springer-Verlag, Berlin, 1977.
- J.A.Giordmaine and R. C. Miller, *Phys.Rev.Lett*.**14**,973(1965);*Appl.Phys.Lett*.**9**,298 (1966).
- M. V. Hobden and J.Warner, Phys.Lett. 22,243 (1966).
- M. V. Klein, Optics, Wiley, New York, 1970.
- P. D. Maker, R. W. Terhune, M. Nisenoff, and C. M. Savage, *Phys. Rev. Lett.* 8, 21 (1962).
- J. M. Manley and H. E. Rowe, Proc. IRE 47,2115 (1959).
- J. E. Midwinter and J. Warner, Brit. J. Appl. Phys. 16, 1135 (1965).
- Y. R. Shen, The Principles of Nonlinear Optics, Wiley, New York, 1984.
- F. Zernike and J. E.Midwinter, Applied Nonlinear Optics, Wiley, New York, 1973.

### Μη γραμμικές οπτικές αλληλεπιδράσεις με τις γκαουσσιανές ακτίνες

- G. C. Bjorklund, IEEE J. Quantum Electron, QE-11, 287 (1975).
- G. D. Boyd and D. A. Kleinman, J. Appl. Phys. 39, 3597 (1968).
- C. R. Gouy, Acad. Sci. Paris 110, 1251 (1890).
- D. A. Kleinman, A. Ashkin, and G. D. Boyd, Phys. Rev. 145, 338 (1966).
- H. Kogelnik and T. Li, Appl. Opt. 5, 1550 (1966).

R. B. Miles and S. E. Harris, *IEEE J. Quantum Electron*. **QE-9**, 470 (1973). J.F. Ward and G. H. C. New, *Phys. Rev.* **185**, 57 (1969).

### Οπτικοί παραμετρικοί ταλαντωτές

W. R. Bosenberg, W. S. Pelouch, and C. L. Tang, Appl. Phys. Lett. 55, 1952 (1989).

W. R. Bosenberg and C. L. Tang, Appl. Phys. Lett. 56, 1819 (1990).

R. L. Byer, H. Rabin, and C. L. Tang, eds., *Treatise in Quantum Electronics*, Academic Press, New York, 1973.

M. Ebrahimzadeh and M. H. Dunn, in *Handbook of Optics IV*, 2<sup>nd</sup> ed., McGraw-Hill New York, 2001.

D. C. Edelstein, E. S. Wachman, and C. L. Tang, Appl. Phys. Lett. 54, 1728 (1989).

J. A. Giordmaine and R. C. Miller, Phys. Rev. Lett. 14, 973 (1965).

J. A. Giordmaine and R. C. Miller, Appl. Phys. Lett. 9, 298 (1966).

- L. E. Myers, R. C. Eckardt, M. M. Fejer, R. L. Byer, W. R. Bosenberg, and J. W. Pierce J. Opt. Soc. Am. B 12, 2102 (1995).
- R. G. Smith, J.E. Geusic, J.H.Levinstein, J.J. Rubin, S.Singh, and L.G. van Uitent, *Appl. Phys. Lett.* **12**, 308 (1968).

U. Simon and F.K. Tittel, in Methods of Experimental Physics, Vol. III, R. G. Hulet and

F. B. Dunning, eds., Academic Press, San Diego, 1994.

Ψευδό - φάση - που ταιριάζει

R. L. Byer, J. Nonlinear Opt. Phys. Mater. 6, 549, 1997.

M. M. Fejer, G. A. Magel, D. H. Jundt, and R. L. Byer, *IEEE J. Quantum Electrov*, **28**, 2631 (1992).

G. Khanarian, R. A. Norwood, D. Haas, B. Feuer, and D. Karim, *Appl. Phys. Lett.* 57, 977 (1990).

M. Yamada, N. Nada, M. Saitoh, and K. Watanabe, Appl. Phys. Lett. 62, 435 (1993).

### Μη γραμμική οπτική σε μια διεπαφή

N. Bloembergen and P.S. Pershan, Phys. Rev. 128, 602 (1962).

Y. R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics*, Wiley-Interscience, New York, 1984. See especially Section 6.4.

V. Mizrahi and J. E. Sipe, J. Opt. Soc. Am. B5, 600 (1988).

# Κεφάλαιο 4

# Η ένταση - Εξαρτώμενος Δείκτης Διάθλασης

Ο δείκτης διάθλασης πολλών οπτικών υλικών εξαρτάται από την ένταση του φωτός που χρησιμοποιείται για να μετρήσει το δείκτη διάθλασης. Σε αυτό το κεφάλαιο, εξετάζουμε μερικές από τις μαθηματικές περιγραφές του μη γραμμικού δείκτη διάθλασης και εξετάζουμε μερικών από τις φυσικές διαδικασίες που δίνουν αφορμή για αυτήν την επίδραση. Στο ακόλουθο κεφάλαιο, μελετάμε την ένταση - εξαρτώμενος δείκτης διάθλασης ως αποτέλεσμα των ηχηρών φυσικών διαδικασιών που προκύπτουν από το μη γραμμικό δείκτη διάθλασης.

### 4.1. Περιγραφή της έντασης - Εξαρτώμενος Δείκτης Διάθλασης

Ο δείκτης διάθλασης πολλών υλικών μπορεί να περιγραφεί από τη σχέση

$$n = n_0 + \tilde{n}_2 \left(\tilde{E}^2\right), \tag{4.1.1}$$

όπου n<sub>0</sub> αντιπροσωπεύει το συνηθισμένο, αδύνατος - ο δείκτης διάθλασης τομέων και το  $\tilde{n}_2$  είναι μια νέα οπτική σταθερά (μερικές φορές αποκαλούμενη δεύτερο ταξή το δείκτη της διάθλασης) που δίνει το ποσοστό στο οποίο οι αυξήσεις δείκτη διάθλασης με την αυξανόμενη οπτική ένταση\*. Ο γωνιακός περιβάλλων την ποσότητα  $\tilde{E}^2$  αντιπροσωπεύει έναν χρονικό μέσο όρο. Κατά συνέπεια, εάν ο οπτικός τομέας είναι της μορφής

<sup>\*</sup> Τοποθετούμε έναν φραγμό άνω του n<sub>2</sub> συμβόλων για να αποτρέψουμε τη σύγχυση με έναν διαφορετικό καθορισμό του n<sub>2</sub>, που εισάγεται στην Εξ. (4.1.15) κατωτέρω. Σύμφωνα με τη συμβατική χρήση, ο φραγμός θα παραλειφθεί σε περιπτώσεις όπου λίγη πιθανότητα της σύγχυσης είναι πιθανή.

$$\tilde{E}(t) = E(\omega)e^{-i\omega t} + c.c., \qquad (4.1.2)$$

έτσι ώστε

$$\left\langle \tilde{E}(t)^{2} \right\rangle = 2E(\omega)E(\omega)^{*}2\left|E(\omega)\right|^{2},$$
(4.1.3)

βρίσκουμε αυτό

$$n = n_0 + 2\tilde{n}_2 |E(\omega)|^2.$$
 (4.1.4)

Η αλλαγή στο δείκτη διάθλασης που περιγράφεται από την Εξ. (4.1.1) ή (4.1.4) καλείται μερικές φορές οπτική επίδραση Kerr, κατ'αναλογίαν προς την παραδοσιακή ηλεκτροοπτική επίδραση Kerr, στην οποία ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού αλλάζει από ένα ποσό που είναι ανάλογο προς το τετράγωνο της δύναμης ενός εφαρμοσμένου στατικού ηλεκτρικού πεδίου.

Φυσικά, η αλληλεπίδραση μιας ακτίνας του φωτός με ένα μη γραμμικό οπτικό μέσο μπορεί επίσης να περιγραφεί από την άποψη της μη γραμμικής πόλωσης. Το μέρος της μη γραμμικής πόλωσης που επηρεάζει τη διάδοση μιας ακτίνας της συχνότητας ω είναι

$$P^{NL}(\omega) = 3\chi^{(3)}(\omega = \omega + \omega - \omega) |E(\omega)|^2 E(\omega).$$
(4.1.5)

Για την απλότητα υποθέτουμε εδώ ότι το φως είναι γραμμικά πολωμένο και καταστέλλουμε τους **τανύων** δείκτες του  $\chi^{(3)}$  η **τανύων** φύση του  $\chi^{(3)}$  εξετάζεται ρητά στο εξής τμήμα. Η συνολική πόλωση του υλικού συστήματος περιγράφεται έπειτα από

$$P^{TOT}(\omega) = \chi^{(1)} E(\omega) + 3\chi^{(3)} \left| E(\omega) \right|^2 E(\omega) = \chi_{eff} E(\omega), \qquad (4.1.6)$$

όπου έχουμε εισαγάγει την αποτελεσματική ευαισθησία

$$\chi_{eff} = \chi^{(1)} + 3\chi^{(3)} \left| E(\omega) \right|^2.$$
(4.1.7)

Προκειμένου να συσχετίζεται η μη γραμμική ευαισθησία  $\chi^{(3)}$  με το μη γραμμικό n<sub>2</sub> δείκτη διάθλασης, σημειώνουμε ότι είναι γενικά αληθινό αυτό

$$n^2 = 1 + 4\pi \chi_{eff}, \qquad (4.1.8)$$

και με την εισαγωγή Εξ. (4.1.4) στην αριστερά πλευρά και της Εξ. (4.1.7) στη δεξιά

πλευρά αυτής της εξίσωσης βρίσκουμε αυτήν

$$\left[n_{0} + 2\tilde{n}_{2}\left|E(\omega)^{2}\right|\right]^{2} = 1 + 4\pi\chi^{(1)} + 12\pi\chi^{(3)}\left|E(\omega)\right|^{2}.$$
(4.1.9)

Διορθώστε στους όρους της διαταγής  $|E(\omega)|^2$ , αυτή η έκφραση όταν επεκτείνεται γίνονται  $n_0^2 + 4n_0\tilde{n}_2|E(\omega)|^2 = (1 + 4\pi\chi^{(1)}) + [12\pi\chi^{(3)}|E(\omega)^2]$ , το οποίο δείχνει ότι



Σχήμα 4.1.1 Δύο τρόποι την ένταση - εξαρτώμενος δείκτης διάθλασης. Στο μέρος (α), μια ισχυρή ακτίνα του φωτός τροποποιεί τη διάδοσή της, ενώ στο μέρος (β), μια ισχυρή ακτίνα του φωτός επηρεάζει τη διάδοση μιας αδύνατης ακτίνας.

οι γραμμικοί και μη γραμμικοί διαθλαστικοί δείκτες συσχετίζονται με τις γραμμικές και μη γραμμικές ευαισθησίες από

$$n_0 = \left(1 + 4\pi \chi^{(1)}\right)^{1/2} \tag{4.1.10}$$

και

$$\tilde{n}_2 = \frac{3\pi\chi^{(3)}}{n_0}.$$
(4.1.11)

Η συζήτηση που δίνεται ακριβώς σιωπηρά έχει υποθέσει ότι ο δείκτης διάθλασης μετριέται χρησιμοποιώντας μια ενιαία ακτίνα λέιζερ, όπως φαίνεται στο μέρος (α) του σχήματος 4.1.1. Ένας άλλος τρόπος την ένταση - ο εξαρτώμενος δείκτης διάθλασης είναι να χρησιμοποιηθούν δύο χωριστές ακτίνες, όπως διευκρινίζεται στο μέρος (β) του αριθμού. Εδώ η παρουσία της ισχυρής ακτίνας του εύρους  $E(\omega)$  οδηγεί σε μια τροποποίηση του δείκτη διάθλασης που βιώνεται από ένα αδύνατο κύμα ελέγχων του εύρους  $E(\omega')$ . Η μη γραμμική πόλωση που έχει επιπτώσεις στο

$$P^{NL}(\omega') = 6\chi^{(3)}(\omega' = \omega' + \omega - \omega) |E(\omega)|^2 E(\omega').$$
(4.1.12)

Σημειώστε ότι ο παράγοντας εκφυλισμού (6) για αυτήν την περίπτωση είναι δύο φορές μεγαλύτερος από αυτή για τον ενιαίο - ακτινοβολήστε την περίπτωση Εξ. (4.1.5). Στην πραγματικότητα, για τα δύο - η περίπτωση ακτίνων ο παράγοντας εκφυλισμού είναι ίση με 6 ακόμα κι αν ω' είναι ίσο με ω, επειδή η ακτίνα ελέγχου είναι φυσικά διακριτή από την ισχυρή ακτίνα αντλιών εξ αιτίας της διαφορετικής κατεύθυνσης διάδοσής της. Το κύμα ελέγχων ως εκ τούτου δοκιμάζει έναν δείκτη διάθλασης που δίνεται από

$$n = n_0 + 2\tilde{n}_2^{(cross)} |E(\omega)|^2, \qquad (4.1.13)$$

όπου

$$\tilde{n}_2^{(cross)} = \frac{6\pi\chi^{(3)}}{n_0}.$$
(4.1.14)

Σημειώστε ότι το μη γραμμικό  $\tilde{n}_2^{(cross)}$  συντελεστή που περιγράφει το σταυρό - τα αποτελέσματα συζεύξεων είναι δύο φορές μεγαλύτερα από το  $\tilde{n}_2$  συντελεστή Εξ. (4.1.11) που περιγράφει μόνο - αποτελέσματα δράσης. Ως εκ τούτου ένα ισχυρό κύμα έχει επιπτώσεις στο δείκτη διάθλασης ενός αδύνατου κύματος της ίδιας συχνότητας δύο φορές όπως όπως έχει επιπτώσεις στο δείκτη διάθλασής του. Αυτή η επίδραση (για την περίπτωση στην οποία το  $\tilde{n}_2$  είναι θετικό) είναι γνωστή ως αδύνατη - καθυστέρηση κυμάτων (Chiao και λοιποί. , 1966).

Ένας εναλλακτικός τρόπος την ένταση-ο εξαρτώμενος δείκτης διάθλασης\* είναι με τη βοήθεια της εξίσωσης

$$= n_0 + n_2 I, \tag{4.1.15}$$

όπου το / δείχνει το χρόνο - υπολογισμένη κατά μέσο όρο την ένταση των οπτικών τομέων, από

n

$$I = \frac{n_0 c}{2\pi} |E(\omega)|^2.$$
 (4.1.16)

Δεδομένου ότι ο συνολικός δείκτης διάθλασης n πρέπει να είναι ο ίδιος χρησιμοποιώντας καθεμία περιγραφή της μη γραμμικής συμβολής, βλέπουμε με τη σύγκριση Εξς. (4.1.4) και (4.1.15) αυτός

<sup>\*</sup> Για την προσδιορισιμότητα, μεταχειριζόμαστε τον ενιαίο - ακτινοβολήστε την περίπτωση του μέρους (α) του σχήματος 4.1.1. Η επέκταση στα δύο - η περίπτωση ακτίνων είναι απλή

$$2\tilde{n}_2 |E(\omega)|^2 = n_2 I, \qquad (4.1.17)$$

και ως εκ τούτου εκείνο το ñ2 και το n2 συσχετίζονται από

$$n_2 = \frac{4\pi}{n_0 c} \tilde{n}_2, \tag{4.1.18}$$

όπου έχουμε χρησιμοποιήσει την Εξ. (4.1.16). Εάν η Εξ. (4.1.11) εισάγεται σε αυτήν την έκφραση, διαπιστώνουμε ότι το n<sub>2</sub> συσχετίζεται με το  $\chi^{(3)}$  από

$$n_2 = \frac{12\pi^2}{n_0^2 c} \chi^{(3)}.$$
 (4.1.19)

Είναι συχνά κατάλληλο να μετρηθεί το I στις μονάδες  $W/cm^2$  οπότε σ'αυτή την περίπτωση το n<sub>2</sub> μετριέται στις μονάδες  $cm^2/W$ . Βρίσκουμε έπειτα αυτού αριθμητικά

$$n_2\left(\frac{cm^2}{W}\right) = \frac{12\pi^2}{n_0^2 c} 10^7 \chi^{(3)}(esu) = \frac{0.0395}{n_0^2} \chi^{(3)}(esu). \quad (4.1.20)$$

Μερικές από τις φυσικές διαδικασίες που μπορούν να παραγάγουν μια μη γραμμική αλλαγή στο δείκτη διάθλασης παρατίθενται στον πίνακα 4.1.1, μαζί με τις χαρακτηριστικές τιμές του n<sub>2</sub>,

Πίνακας 4.1.1 Χαρακτηριστικές τιμές του μη γραμμικού δείκτη διάθλασης

Mechanism	$n_2$ (cm <sup>2</sup> /W)	$\chi_{1111}^{(3)}$ (esu)	Response time (sec)
Electronic polarization	$10^{-16}$	10-14	10-15
Molecular orientation	$10^{-14}$	$10^{-12}$	$10^{-12}$
Electrostriction	$10^{-14}$	$10^{-12}$	10 <sup>-9</sup>
Saturated atomic absorption	$10^{-10}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$
Thermal effects	10 <sup>-6</sup>	$10^{-4}$	$10^{-3}$
Photorefractive effect b	(large)	(large)	(intensity-dependent)

α Για το γραμμικά πολωμένο φως

β Η διαθλαστική επίδραση φωτογραφιών οδηγεί συχνά σε μια πολύ ισχυρή μη γραμμική απάντηση. Αυτή η απάντηση δεν μπορεί συνήθως να περιγραφεί σε επίπεδο ενός χ<sup>(3)</sup> (ή ένα n<sub>2</sub>) μη γραμμική ευαισθησία, επειδή η μη γραμμική πόλωση δεν εξαρτάται από την εφαρμοσμένη δύναμη τομέων με τον ίδιο τρόπο με τους άλλους μηχανισμούς που απαριθμούνται.

*χ*<sup>(3)</sup>, και του χαρακτηριστικού χρονικού διαστήματος για τη μη γραμμική αποκρίση που αναπτύσσεται. Η ηλεκτρονική πόλωση, ο μοριακός προσανατολισμός, και οι θερμικές επιδράσεις συζητούνται στο παρόν κεφάλαιο, η διαποτισμένη απορρόφηση συζητείται στο κεφάλαιο 7, το ηλεκτρό ακριβές ιόν συζητείται στο κεφάλαιο 9, και η διαθλαστική επίδραση φωτογραφιών περιγράφεται στο κεφάλαιο 11.

Στον πίνακα 4.1.2 οι πειραματικά μετρημένες τιμές της μη γραμμικής ευαισθησίας παρουσιάζονται για διάφορα υλικά. Μερικές από τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται για να μετρήσουν τη μη γραμμική ευαισθησία έχουν αναθεωρηθεί από Hellwarth (1977). Για παράδειγμα της χρήσης του πίνακα 4.1.2, σημειώστε ότι για το δισουλφίδιο άνθρακα η αξία του n<sub>2</sub> είναι περίπου  $3 \times 10^{-14} cm^2 / W$ . Κατά συνέπεια, μια ακτίνα λέιζερ της έντασης  $I = 1MW / cm^2$  μπορεί να παραγάγει μια αλλαγή δείκτη διάθλασης  $3 \times 10^{-8}$ . Ακόμα κι αν αυτή η αλλαγή είναι μάλλον μικρή, οι αλλαγές δείκτη διάθλασης αυτού του μεγέθους μπορούν να οδηγήσουν δραματικά μη γραμμικά οπτικά αποτελέσματα (μερικά των οποίων περιγράφεται στο κεφάλαιο 7) για την περίπτωση της φάσης - αντιστοιχημένες μη γραμμικές οπτικές αλληλεπιδράσεις.

### 4.2. Τανύστης φύσηκος του τρίτου - ταξής ευαισθησία

Του τρίτου – ταξής ευαισθησία  $\chi_{ijkl}^{(3)}$  είναι ένα τέταρτο - τανυστής κατατάσσονται, και έτσι περιγράφεται από την άποψη 81 χωριστών στοιχείων. Για τα κρυστάλλινα στερεά με τη χαμηλή συμμετρία, και τα 81 αυτών των στοιχείων είναι ανεξάρτητα και μπορούν να είναι διαφορετικά από το μηδέν (butcher, 1965). Εντούτοις, για τα υλικά που κατέχουν έναν υψηλότερο βαθμό χωρικής συμμετρίας, ο αριθμός ανεξάρτητων στοιχείων μειώνεται πάρα πολύ όπως παρουσιάζουμε κατωτέρω, υπάρχουν μόνο τρία ανεξάρτητα στοιχεία για ένα ισοτροπικό υλικό.

Δείτε πώς να καθορίσει τον τανυστικό φύσηκο του τρίτου - ταξή την ευαισθησία για την περίπτωση ενός ισοτροπικού υλικού όπως ένα γυαλί, ένα υγρό, ή ατμός.

Material	$n_0$	$\chi^{(3)}(esu)$	$n_2({\rm cm}^2/{\rm W})$	Comments and references <sup>b</sup>
Crystals				
$Al_2O_3$	1.8	$2.2 \times 10^{-14}$	$2.9 \times 10^{-16}$	1
CdS	2.34	$7.0 \times 10^{-12}$	$5.1 \times 10^{-14}$	1,1.06 µm
Diamond	2.42	$1.8 \times 10^{-13}$	$1.3 \times 10^{-15}$	1
GaAs	3.47	$1.0 \times 10^{-10}$	$3.3 \times 10^{-13}$	$1,1.06 \ \mu m$
Ge	4.0	$4.0 \times 10^{-11}$	$9.9 \times 10^{-14}$	2, THG $ \chi^{(3)} $
LiF	1.4	$4.4 \times 10^{-15}$	$9.0 \times 10^{-17}$	1
Si	3.4	$2.0 \times 10^{-10}$	$2.7 \times 10^{-14}$	2,THG $ \chi^{(3)} $
TiO <sub>2</sub>	2.48	$1.5 \times 10^{-12}$	$9.4 \times 10^{-15}$	1
ZnSe	2.7	$4.4 \times 10^{-12}$	$3.0 \times 10^{-14}$	1,1.06 µm
Glasses				
Fused silica	1.47	$1.8 \times 10^{-14}$	$3.2 \times 10^{-16}$	1
As <sub>2</sub> S <sub>3</sub> glass	2.4	$2.9 \times 10^{-11}$	$2.0 \times 10^{-13}$	3
BK-7	1.52	$2.0 \times 10^{-14}$	$3.4 \times 10^{-16}$	1
BSC	1.51	$3.6 \times 10^{-14}$	$6.4 \times 10^{-16}$	1
Pb Bi gallate	2.3	$1.6 \times 10^{-12}$	$1.3 \times 10^{-14}$	4
SF-55	1.73	$1.5 \times 10^{-13}$	$2.0 \times 10^{-15}$	1
SF-59	1.953	$3.1 \times 10^{-13}$	$3.3 \times 10^{-15}$	1
Nanoparticles				
CdSSe in glass	1.5	$1.0 \times 10^{-12}$	$1.8  imes 10^{-14}$	3, nonres.
CS 3-68 glass	1.5	$1.3 \times 10^{-8}$	$2.3 \times 10^{-10}$	3, res.
Gold in glass	1.5	$1.5  imes 10^{-8}$	$2.6 \times 10^{-10}$	3, res.
Polymers				
Polydiacetylenes				
PTS		$6 \times 10^{-10}$	$3. \times 10^{-12}$	5, nonres.
PTS		$-4 \times 10^{-8}$	$-2 \times 10^{-10}$	6, res.
9BCMU			$1.9 \times 10^{-10}$	7, $ n_2 $ , res.
4BCMU	1.56	$-9.2 \times 10^{-12}$	$-1.5 \times 10^{-13}$	8, nonres, $\beta = 0.01 \text{ cm/MW}$

Πίνακας 4.1.2 Τρίτοι - ταξή μη γραμμικοί οπτικοί συντελεστές των διάφορων υλικών.

- . . .

Liquids				
Acetone	1.36	$1.1 \times 10^{-13}$	$2.4 \times 10^{-15}$	9
Benzene	1.5	$6.8 \times 10^{-14}$	$1.2 \times 10^{-15}$	9
Carbon disulfide	1.63	$2.2 \times 10^{-12}$	$3.2 \times 10^{-14}$	9, $\tau = 2$ psec
CCl <sub>4</sub>	1.45	$8.0 \times 10^{-14}$	$1.5 \times 10^{-15}$	9
Diiodomethane	1.69	$1.1 \times 10^{-12}$	$1.5 \times 10^{-14}$	9
Ethanol	1.36	$3.6 \times 10^{-14}$	$7.7 \times 10^{-16}$	9
Methanol	1.33	$3.1 \times 10^{-14}$	$6.9 \times 10^{-16}$	9
Nitrobenzene	1.56	$4.1 \times 10^{-12}$	$6.7 \times 10^{-14}$	9
Water	1.33	$1.8  imes 10^{-14}$	$4.1 \times 10^{-16}$	9
Other materials				
Air	1.0003	$1.2 \times 10^{-17}$	$5.0 \times 10^{-19}$	10
Ag		$2.0 \times 10^{-11}$		2, THG  χ <sup>(3)</sup>
Au		$5.4 \times 10^{-11}$		2, THG  χ <sup>(3)</sup>
Vacuum	1	$2.4 \times 10^{-33}$	$1.0 \times 10^{-34}$	11
Cold atoms	1.0	5.1	0.2	12, (EIT BEC)
Fluorescein dye				
in glass	1.5	2 + 2i	0.035(1+i)	13, $\tau = 0.1s$

α. Αυτός ο πίνακας υποθέτει τον καθορισμό του τρίτου – ταξή χ<sup>(3)</sup> που χρησιμοποιείται σε αυτό το βιβλίο, όπως δίνεται για παράδειγμα από Εξ. (1.1.2) ή από Εξ. (1.3.21). Αυτός ο καθορισμός είναι σύμφωνος με αυτόν που εισάγεται από Ν. Blombergen (μη γραμμική οπτική, Benjamin, Νέα Υόρκη, 1964). Μερικοί εργαζόμενοι χρησιμοποιούν έναν εναλλακτικό καθορισμό που καθιστά τις τιμές τους τέσσερις φορές μικρότερες. Στον εξαναγκασμό αυτού του πίνακα έχουμε μετατρέψει τις τιμές λογοτεχνίας όταν χρειάζεται στον παρόντα καθορισμό.

To n<sub>2</sub> ποσότητας είναι ο συντελεστής της έντασης - εξαρτώμενος δείκτης διάθλασης που καθορίζεται έτσι ώστε n = n<sub>0</sub> + n<sub>2</sub>/ όπου το n<sub>0</sub> είναι ο γραμμικός δείκτης διάθλασης και είναι η ένταση λέιζερ. Η σχέση μεταξύ του n<sub>2</sub> και του  $\chi^{(3)}$  είναι συνεπώς n<sub>2</sub> =12π<sup>2</sup> $\chi^{(3)}$  / n<sub>0</sub><sup>2</sup>. Όταν η ένταση μετριέται στο W/cm<sup>2</sup> και το  $\chi^{(3)}$  μετριέται στις ηλεκτροστατικές μονάδες (esu), δηλ., το βολτ cm<sup>2</sup> στατικοβολτ<sup>-2</sup>, η σχέση μεταξύ του n<sub>2</sub> και το  $\chi^{(3)}$  γίνονται n<sub>2</sub>(cm<sup>2</sup>/W) = 0.0395  $\chi^{(3)}$  (esu) / n<sub>0</sub><sup>2</sup> Η ποσότητα β είναι ο συντελεστής περιγράφοντας δύο - απορρόφηση φωτονίων. b. References fot Table 4.1.2: (1) L. L. Chase E. W. Van Stryland, Section 8.1 of CRC Handbok of Laser and Technology, CRC Press, Boca Raton,FL, 1995;(2) N. Bloembergen et.al.Opt. Commun. 1,195 (1969); (3) E. M. Vogel et.al., Phys. Chem. Glasses **32**, 231 (1991);(4) D. W. Hall et.al., Appl. Phys. Lett. **54**, 1293 (1989);(5) B. L. Lawrence et.al., Electron. Lett. **30**, 447 (1994);(6) G. M. Carter et al., Appl. Lett, **47**,457 (1985);(7)S. Molyneux, A. K. Kar, B. S. Wherrent, T. L. Axon and D. Bloor. Opt. Lett. **18**,2093 (1993);(8) J.E. Erlich et.al., J.Mod. Opt. **40**,2151 (1993);(9) R.L.Sutherland, Hnadbook of Nonlinear Optics, Chapter 8, Marcel Dekker, Inc., New York,1996;(10)D.M. Pennengton et al.,Phys. Rev. **A 39**,3003 (1989);(11)H.Euler and B.Kockel,Naturwiss enschaften **23**, 246(1935);(12)L.V.Hau et al.,Nature **397**,594(1999);(13)M.A.Kramer, W.R. Tompkin, and R.W. Boyd,Phys. Rev. **A 34**, 2026(1986).

Αρχίζουμε με την εξέταση της γενικής περίπτωσης στην οποία οι εφαρμοσμένες συχνότητες είναι αυθαίρετες, και αντιπροσωπεύουμε την ευαισθησία ως  $\chi_{ijkl} = \chi_{ijkl}^{(3)} (\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3)$ . Δεδομένου ότι κάθε ένας από τους ισότιμους άξονες

πρέπει να είναι ισοδύναμος σε ένα ισοτροπικό υλικό, είναι σαφές ότι η ευαισθησία κατέχει τις ακόλουθες ιδιότητες συμμετρίας:

$$\chi_{1111} = \chi_{2222} = \chi_{3333}, \tag{4.2.1a}$$

$$\chi_{1122} = \chi_{1133} = \chi_{2211} = \chi_{2233} = \chi_{3311} = \chi_{3322}, \qquad (4.2.1b)$$

 $\chi_{1212} = \chi_{1313} = \chi_{2323} = \chi_{2121} = \chi_{3131} = \chi_{3232}, \qquad (4.2.1c)$ 

 $\chi_{1221} = \chi_{1331} = \chi_{2112} = \chi_{2332} = \chi_{3113} = \chi_{3223}.$ (4.2.1d)

Κάποιος μπορεί επίσης να δει ότι τα 21 στοιχεία που απαριθμούνται είναι τα μόνα διαφορετικά από το μηδέν στοιχεία του  $\chi^{(3)}$ , είναι αιτίες που αυτά είναι τα μόνα στοιχεία που κατέχουν την ιδιοκτησία που οποιοσδήποτε καρτεσιανός δείκτης (1.2, ή 3) που εμφανίζεται τουλάχιστον μιά φορά εμφανίζεται ένας ομαλός αριθμός χρόνων. Ένας δείκτης δεν μπορεί να εμφανιστεί ένας περίεργος αριθμός χρόνων, επειδή, παραδείγματος χάριν,  $\chi_{1222}$  θα έδινε την απάντηση στη  $\hat{x}_1$  κατεύθυνση λόγω ενός τομέα που εφαρμόζεται στη  $\hat{x}_2$  κατεύθυνση. Αυτή η απάντηση πρέπει να εξαφανιστεί σε ένα ισοτροπικό υλικό, επειδή δεν υπάρχει κανένας λόγος για τον οποίο η απάντηση πρέπει να είναι στη + $\hat{x}_1$  κατεύθυνση παρά – $\hat{x}_1$  κατεύθυνση.

Οι τέσσερις τύποι διαφορετικών από το μηδέν στοιχείων που εμφανίζονται στην Εξς. (4.2.1) δεν είναι ανεξάρτητος από το ένα άλλος, και στην πραγματικότητα αφορά από την εξίσωση

$$\chi_{1111} = \chi_{1122} + \chi_{1212} + \chi_{1221}. \tag{4.2.2}$$

Κάποιος μπορεί να συναγάγει αυτό το αποτέλεσμα με την απαίτηση ότι η προβλεφθείσα αξία της μη γραμμικής πόλωσης είναι η ίδια όταν υπολογίζεται σε δύο διαφορετικά ισότιμα συστήματα που περιστρέφονται το ένα όσον αφορά το άλλο από ένα αυθαίρετο ποσό. Μια περιστροφή 45 βαθμών για το  $\hat{x}_3$  άξονα είναι μια κατάλληλη επιλογή για την παραγωγή αυτής της σχέσης. Τα αποτελέσματα που δίνονται από της Εξς. (4.2.1) και (4.2.2) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εκφράσει τη μη γραμμική ευαισθησία στη συμπαγή μορφή

$$\chi_{ijkl} = \chi_{1122} \delta_{ij} \delta_{kl} + \chi_{1212} \delta_{ik} \delta_{jl} + \chi_{1221} \delta_{il} \delta_{jk}.$$
(4.2.3)

Αυτή η μορφή δείχνει ότι τρίτο - ταξής ευαισθησία έχει τρία ανεξάρτητα στοιχεία για τη γενική περίπτωση στην οποία οι συχνότητες τομέων είναι αυθαίρετες.

Ειδικευτείτε αρχικά αυτό το αποτέλεσμα στην περίπτωση του τρίτου - αρμονικής

παραγωγής, όπου η εξάρτηση συχνότητας της ευαισθησίας λαμβάνεται ως  $\chi_{ijkl} = (3\omega = \omega + \omega + \omega)$ . Συνεπεία της εγγενούς συμμετρίας μεταλλαγής της μη γραμμικής ευαισθησίας, τα στοιχεία τανύων ευαισθησίας αφορούν από  $\chi_{1122} = \chi_{1212} = \chi_{1221}$  και ως εκ τούτου Εξ. (4.2.3) γίνεται

$$\chi_{ijkl} \left( 3\omega = \omega + \omega + \omega \right) = \chi_{1122} \left( 3\omega = \omega + \omega + \omega \right) \\ \times \left( \delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} \right).$$
(4.2.4)

Ως εκ τούτου υπάρχει μόνο ένα ανεξάρτητο στοιχείο ευαισθησίας περιγράφοντας την τρίτη - αρμονική παραγωγή.

Εμείς έπειτα το αποτέλεσμα στην Εξ. (4.2.3) στο μη γραμμικό δείκτη διάθλασης, δηλ., εξετάζουμε την επιλογή τις συχνότητες δεδομένου  $\chi_{ijkl} (\omega = \omega + \omega - \omega)$ . Για αυτήν την επιλογή των συχνοτήτων, ο όρος της εγγενούς συμμετρίας μεταλλαγής απαιτεί ότι  $\chi_{1122}$  είναι ίσο με  $\chi_{1212}$ , και ως εκ τούτου  $\chi_{ijkl}$  μπορεί αντιπροσωπευόμενος από

$$\chi_{ijkl} (\omega = \omega + \omega - \omega) = \chi_{1122} (\omega = \omega + \omega - \omega) (\delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl})$$

$$+ \chi_{1221} (\omega = \omega + \omega - \omega) (\delta_{il} \delta_{jk}).$$

$$(4.2.5)$$

Η μη γραμμική πόλωση που οδηγεί στο μη γραμμικό δείκτη διάθλασης δίνεται από την σχέση της μη γραμμικής ευαισθησίας (δείτε επίσης την Εξ. (1.3.21))

$$P_{i}(\omega) = 3\sum_{jkl} \chi_{ijkl}(\omega = \omega + \omega - \omega)E_{j}(\omega)E_{k}(\omega)E_{l}(-\omega).$$
(4.2.6)

Εάν εισάγουμε την Εξ. (4.2.6) σε αυτήν την εξίσωση, βρίσκουμε αυτής

$$P_i = 6\chi_{1122}E_i\left(\mathbf{E}\cdot\mathbf{E}^*\right) + 3\chi_{1221}E_i^*\left(\mathbf{E}\cdot\mathbf{E}\right).$$
(4.2.7)

Aυτή η εξίσωση μπορεί να γραφτεί εξ ολοκλήρου με διανυσματική μορφή όπως  $\mathbf{P} = 6\chi_{1122} \left( \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* \right) \mathbf{E} + 3\chi_{1221} \left( \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \right) \mathbf{E}^*. \quad (4.2.8)$ 

Μετά από τη σημείωση του Maker και Terhune (1965), εισάγουμε τους συντελεστές

$$A = 6\chi_{1122} \qquad \left(\dot{\eta} A = 3\chi_{1122} + 3\chi_{1212}\right) \tag{4.2.9a}$$

και

$$B = 6\chi_{1221},$$
 (4.2.9b)

από την άποψη το οποίο η μη γραμμική πόλωση στην Εξ. (4.2.8) μπορεί να γραφτεί όπως

$$\mathbf{P} = A(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*)\mathbf{E} + \frac{1}{2}B(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E})\mathbf{E}^*.$$
(4.2.10)

Βλέπουμε ότι η μη γραμμική πόλωση αποτελείται από δύο συνεισφορές. Αυτές οι συνεισφορές έχουν τους πολύ διαφορετικούς φυσικούς χαρακτήρες, δεδομένου ότι η πρώτη συμβολή έχει τη διανυσματική φύση του **E** ενώ η δεύτερη συμβολή έχει τη διανυσματική φύση του **E** ενώ η δεύτερη συμβολή έχει τη διανυσματική φύση του **E** ενώ η δεύτερη συμβολή τολωση με την ίδια τάση χρήσης ενός μόνο χεριού με το **E**, ενώ η δεύτερη συμβολή παράγει μια μη γραμμική πόλωση με την γραμμική πόλωση με την αντίθετη τάση χρήσης ενός μόνο χεριού. Οι συνέπειες αυτής της συμπεριφοράς στη διάδοση μιας ακτίνας του φωτός μέσω ενός μη γραμμικού οπτικού μέσου περιγράφονται κατωτέρω.

Η προέλευση των διαφορετικών φυσικών χαρακτήρων των δύο συνεισφορών στο **P** μπορεί να γίνει κατανοητή από την άποψη των διαγραμμάτων ενεργειακών επιπέδων που παρουσιάζονται στο σχήμα 4.2.1. Εδώ το μέρος (α) επεξηγεί το ένα - φωτόνιο - ηχηρές συνεισφορές στη μη γραμμική σύζευξη. Θα παρουσιάσουμε στην Εξ. (4.3.14) αυτός επεξεργάζεται αυτού του είδους συμβάλλει μόνο στο συντελεστή Α. Μέρος (β) του σχηματός επεξηγεί δύο - φωτόνιο - συντονισμού διαδικασίων, οι οποίες συμβάλλουν γενικά και στους συντελεστές Α και Β (δείτε Εξς. (4.3.13) και (4.3.14)). Εντούτοις, υπό ορισμένες συνθήκες, όπως εκείνοι που περιγράφονται αργότερα σχετικά με το σχήμα 7.2.9, δύο - φωτόνια - συντονισμού διαδικασίων συμβάλλουν μόνο στο συντελεστή Β.



Σχήμα 4.2.1 Τα διαγράμματα (α) και (β) αντιπροσωπεύουν τις ηχηρές συνεισφορές στους μη γραμμικούς συντελεστές Α και Β, αντίστοιχα.

Για κάποιο σκοπό, είναι χρήσιμο να περιγραφεί η μη γραμμική πόλωση όχι από την Εξ. (4.2.10) αλλά μάλλον μιας αποτελεσματικής γραμμικής ευαισθησίας που καθορίζεται από την άποψη με τη βοήθεια της σχέσης

$$P_{i} = \sum_{j} \chi_{ij}^{(eff)} E_{j}.$$
 (4.2.11)

Κατόπιν, όπως μπορεί να ελεγχθεί από την άμεση αντικατάσταση, της Εξς. (4.2.10) και (4.2.11) διαβαζουμε στις ίδιες προβλέψεις για τη μη γραμμική πόλωση εάν η αποτελεσματική γραμμική ευαισθησία δίνεται από

$$\chi_{ij}^{(eff)} = A' \left( \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* \right) \delta_{ij} + \frac{1}{2} B' \left( E_i E_j^* + E_i^* E_j \right), \qquad (4.2.12a)$$

όπου

$$A' = A - \frac{1}{2}B = 6\chi_{1122} - 3\chi_{1221}$$
 (4.2.12b)

και

$$B' = B = 6\chi_{1221}.$$
 (4.2.12c)

Τα αποτελέσματα που δίνονται στην Εξ. (4.2.10) ή στης Εξς. (4.2.12) δείξτε ότι μη γραμμικός τανυστής ευαισθησίας που περιγράφει το μη γραμμικό δείκτη διάθλασης ενός ισοτροπικού υλικού κατέχει μόνο δύο ανεξάρτητα στοιχεία. Το σχετικό μέγεθος αυτών των δύο συντελεστών εξαρτάται από τη φύση της φυσικής διαδικασίας που παράγει την οπτική μη γραμμικότητα. Για μερικούς από τους φυσικούς μηχανισμούς που οδηγούν σε έναν μη γραμμικό δείκτη διάθλασης, αυτές οι αναλογίες δίνονται από

B / A = 6 , B' / A' = - 3 για το μοριακό προσανατολισμό,(4.2.13a)B / A = 1 , B' / A' = 2 για τη μη ηχηρή ηλεκτρονική απάντηση(4.2.13b)B / A = 0 , B' / A. = 0 για ηλεκτροσυστολή(4.2.13c)

Αυτά τα συμπεράσματα θα δικαιολογηθούν στη συζήτηση που ακολουθεί δείτε ειδικά στην Εξ. (4.4.37) για την περίπτωση του μοριακού προσανατολισμού, η Εξ. (4.3.14) για τη μη ηχηρή ηλεκτρονική απόκριση των συνδεδεμένων ηλεκτρονίων, και στην Εξ. (9.2.15) για ηλεκτροσυστολή. Σημειώστε επίσης ότι το Α είναι ίσο με το Β εξ ορισμού όποτε ο όρος συμμετρίας Kleinman ισχύει.

Το ίχνος της αποτελεσματικής ευαισθησίας δίνεται από

$$Tr \chi_{ij} = \sum_{i} \chi_{ii} = (3A' + B') \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*.$$
(4.2.14)

Ως εκ τούτου, το *Tr*<sub>*X*<sub>ij</sub></sub> εξαφανίζεται για το μοριακό μηχανισμό προσανατολισμού ο λόγος για αυτήν την συμπεριφορά συζητείται σχετικά με την Εξ. (4.4.56). Για την

ηχηρή απόκρισης μιας ατομικής μετάβασης, η αναλογία του Β στο Α εξαρτάται από τους κβαντικούς αριθμούς γωνιακής ορμής των δύο ατομικών επιπέδων. Οι τύποι για το Α και το Β για μια τέτοια περίπτωση έχουν παρουσιαστεί από Saikan και Kiguchi (1982).

Διάδοση μέσω των ισοτροπικών μη γραμμικών μέσων

Εξετάστε έπειτα τη διάδοση μιας ακτίνας του φωτός μέσω ενός υλικού του οποίου η μη γραμμική οπτική περιγράφεται από την Εξ. (4.2.10). Όπως παρουσιάζουμε κατωτέρω, μόνο το γραμμικό ή κυκλικό πολωμένο φως διαβιβάζεται μέσω ενός τέτοιου μέσου με την κατάσταση πόλωσής του αμετάβλητη. Όταν το ελλιπτικό πολωμένο φως διαδίδει μέσω ενός τέτοιου μέσου, ο προσανατολισμός της έλλειψης πόλωσης περιστρέφεται ως λειτουργία της απόστασης διάδοσης λόγω της μη γραμμικής αλληλεπίδρασης.

Θεωρήστε μια ακτίνα την αυθαίρετη πόλωση διαδίδοντας στη θετική κατεύθυνση *z*. Το διάνυσμα ηλεκτρικών πεδίων μιας τέτοιας ακτίνας μπορεί πάντα να αποσυντεθεί σε έναν γραμμικό συνδυασμό αριστερού - και δεξιά κυκλικά συστατικά όπως

$$\mathbf{E} = E_{+}\hat{\sigma}_{+} + E_{-}\hat{\sigma}_{-}, \qquad (4.2.15)$$

όπου η εγκύκλιος - τα διανύσματα μονάδων πόλωσης είναι διευκρινισμένα στο σχήμα 4.2.2 και καθορίζονται από

$$\widehat{\sigma}_{\pm} = \frac{\widehat{\mathbf{x}} \pm i\widehat{\mathbf{y}}}{\sqrt{2}}.$$
(4.2.16)

Από τη σύμβαση, το  $\hat{\sigma}_{+}$  αντιστοιχεί σε αριστερό και το  $\hat{\sigma}_{-}$  στη δεξιά κυκλική πόλωση (για μια ακτίνα που διαδίδει στη θετική κατεύθυνση z).

Εισάγουμε τώρα την σύνθεση (4.2.15) στην Εξ. (4.2.10). Βρίσκουμε, χρησιμοποιώντας τις ταυτότητες

$$\hat{\sigma}_{\scriptscriptstyle \pm}^*=\hat{\sigma}_{\scriptscriptstyle \mp},\qquad \hat{\sigma}_{\scriptscriptstyle \pm}\cdot\hat{\sigma}_{\scriptscriptstyle \pm}=0,\qquad \hat{\sigma}_{\scriptscriptstyle \pm}\cdot\hat{\sigma}_{\scriptscriptstyle \mp}=1,$$

ότι τα προϊόντα Ε\* · Ε και το Ε · Ε γίνονται

$$\mathbf{E}^* \cdot \mathbf{E} = \left( E_+^* \widehat{\sigma}_+^* + E_-^* \widehat{\sigma}_-^* \right) \cdot \left( E_+ \widehat{\sigma}_+ + E_- \widehat{\sigma}_- \right) = E_+^* E_+ + E_-^* E_-$$

$$= |E_{+}|^{2} + |E_{-}|^{2}$$



Σχήμα 4.2.2 Το  $\hat{\sigma}_+$  και  $\hat{\sigma}_-$  οι κυκλικές πολώσεις του.

Και

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{E} = \left( E_+ \widehat{\sigma}_+ + E_- \widehat{\sigma}_- \right) \cdot \left( E_+ \widehat{\sigma}_+ + E_- \widehat{\sigma}_- \right) = E_+ E_- + E_- E_+ = 2E_+ E_-,$$

έτσι ώστε η Εξ. (4.2.10) μπορεί να γραφτεί όπως

$$\mathbf{P}^{NL} = A\left(\left|E_{+}\right|^{2} + \left|E_{-}\right|^{2}\right)\mathbf{E} + B\left(E_{+}E_{-}\right)\mathbf{E}^{*}.$$
(4.2.17)

Εάν αντιπροσωπεύουμε τώρα  $\mathbf{P}_{\scriptscriptstyle NL}$  από την άποψη των κυκλικών συστατικών της όπως

$$\mathbf{P}^{NL} = P_{+}\hat{\sigma}_{+} + P_{-}\hat{\sigma}_{-}, \qquad (4.2.18)$$

διαπιστώνουμε ότι ο συντελεστής P+ δίνεται από

$$P_{+} = A \left( \left| E_{+} \right|^{2} + \left| E_{-} \right|^{2} \right) E_{+} + B \left( E_{+} E_{-} \right) E_{-}^{*}$$
  
$$= A \left( \left| E_{+} \right|^{2} + \left| E_{-} \right|^{2} \right) E_{+} + B \left| E_{-} \right|^{2} E_{+}$$
  
$$= A \left| E_{+} \right|^{2} E_{+} + (A + B) \left| E_{-} \right|^{2} E_{+}$$
  
(4.2.19a)

και ομοίως αυτός

$$P_{-} = A |E_{-}|^{2} E_{-} + (A + B) |E_{+}|^{2} E_{-}$$
(4.2.19b)

Εκεί τα αποτελέσματα μπορούν να συνοψιστούν όπως

$$P_{\pm} \equiv \chi_{\pm}^{NL} E_{\pm}, \qquad (4.2.20a)$$

όπου έχουμε εισαγάγει τις αποτελεσματικές μη γραμμικές ευαισθησίες

$$\chi_{\pm}^{NL} = A |E_{\pm}|^2 + (A+B) |E_{\pm}|^2.$$
 (4.2.20b)

Οι εκφράσεις (4.2.15) και (4.2.18) για τον τομέα και τη μη γραμμική πόλωση εισάγονται τώρα στην εξίσωση κυμάτων,

$$\nabla^{2}\mathbf{E}(z,t) = \frac{\overset{(1)}{\overset{}}}{c^{2}} \frac{\partial^{2}\mathbf{E}(z,t)}{\partial t^{2}} + \frac{4\pi}{c^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} \mathbf{P}^{NL}, \qquad (4.2.21)$$

όπου  $\tilde{\mathbf{E}}(z,t) = \mathbf{E}\exp(-i\omega t) + c.c.$  και  $\tilde{\mathbf{P}}(z,t) = \mathbf{P}\exp(-i\omega t) + c.c.$  Αποσυνθέτουμε έπειτα την Εξ. (4.2.21) στο  $\hat{\sigma}_+$  του και τα τμήματα του  $\hat{\sigma}_-$ . Από τότε, σύμφωνα με την Εξ. (4.2.20), το  $P_{\pm}$  είναι ανάλογο προς το  $E_{\pm}$ , οι δύο όροι στη δεξιά πλευρά της προκύπτουσας εξίσωσης μπορούν να συνδυαστούν σε έναν ενιαίο όρο, έτσι ώστε η εξίσωση κυμάτων για κάθε κυκλικό συστατικό γίνεται

$$\nabla^2 \tilde{E}_{\pm}(z,t) = \frac{\underbrace{\in_{\pm}^{(eff)}}{c^2}}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}_{\pm}(z,t)}{\partial t^2}, \qquad (4.2.22a)$$

όπου

$$\in_{\pm}^{(eff)} = \in^{(1)} + 4\pi \chi_{\pm}^{NL}.$$
 (4.2.22b)

Αυτή η εξίσωση κατέχει τις λύσεις της μορφής επίπεδων κυμάτων διαδίδοντας με την ταχύτητα  $c/n^{\pm}$  φάσης, όπου  $n_{\pm} = \left[ \in_{\pm}^{(eff)} \right]^{1/2}$ . Αφήνοντας  $n_0^2 = \in^{(1)}$ , βρίσκουμε αυτού

$$n_{\pm}^{2} = n_{0}^{2} + 4\pi \chi_{\pm}^{Nl} = n_{0}^{2} + 4\pi \Big[ A |E_{\pm}|^{2} + (A+B) |E_{\pm}|^{2} \Big]$$
$$= n_{0}^{2} \left( 1 + \frac{4\pi}{n_{0}^{2}} \Big[ A |E_{\pm}|^{2} + (A+B) |E_{\pm}|^{2} \Big] \right),$$

και ως εκ τούτου αυτός

$$n_{\pm} \approx n_0 + \frac{2\pi}{n_0} \Big[ A \big| E_{\pm} \big|^2 + (A + B) \big| E_{\pm} \big|^2 \Big].$$
(4.2.23)

Βλέπουμε ότι το αριστερό - και δεξία - κυκλικά συστατικά της ακτίνας διαδίδει με τις διαφορετικές ταχύτητες φάσης. Η διαφορά στους διαθλαστικούς δείκτες τους δίνεται από

$$\Delta n = n_{+} - n_{-} = \frac{2\pi B}{n_{0}} \left( \left| E_{-} \right|^{2} - \left| E_{+} \right|^{2} \right).$$
(4.2.24)

Σημειώστε ότι αυτή η διαφορά εξαρτάται από την αξία του συντελεστή Β αλλά όχι αυτός του συντελεστή Α. Από το αριστερό - και δεξιά κυκλικά συστατικά διαδίδουν με τις διαφορετικές ταχύτητες φάσης, η έλλειψη πόλωσης του φωτός θα περιστραφεί όπως η ακτίνα διαδίδει μέσω του μη γραμμικού μέσου μια παρόμοια επίδραση εμφανίζεται στη γραμμική οπτική των οπτικά ενεργών υλικών.

Προκειμένου να καθοριστεί η γωνία της περιστροφής, εκφράζουμε το εύρος τομέων όπως

$$E(z) = E_{+}\widehat{\sigma}_{+} + E_{-}\widehat{\sigma}_{-} = A_{+}e^{in_{+}\omega z/c}\widehat{\sigma}_{+} + A_{-}e^{in_{-}\omega z/c}\widehat{\sigma}_{-}$$
$$= \left(A_{+}e^{i(1/2)\Delta n\omega z/c}\widehat{\sigma}_{+} + A_{-}e^{-i(1/2)\Delta n\omega z/c}\widehat{\sigma}_{-}\right)e^{i(1/2)(n_{+}+n_{-})\omega z/c}.$$
(4.2.25)

Εισάγουμε τώρα τη μέση διάδοση σταθερό  $k_m = \frac{1}{2} (n_+ + n_-) \omega / c$  και τη γωνία

$$\theta = \frac{1}{2} \Delta n \frac{\omega}{c} z, \qquad (4.2.26a)$$

από την άποψη της Εξ. (4.2.26) γίνεται

$$\mathbf{E}(z) = \left(A_{+}\widehat{\sigma}_{+}e^{i\theta} + A_{-}\widehat{\sigma}_{-}e^{-i\theta}\right)e^{ik_{m}z}.$$
(4.2.26b)

Όπως διευκρινίζεται στο σχήμα 4.2.3, αυτή η εξίσωση περιγράφει ένα κύμα του οποίου έλλειψη πόλωσης είναι η ίδια με αυτήν του συναφούς κύματος, αλλά μέσω της γωνίας θ (που μετριέται δεξιόστροφα στο *x y* στο γραφήμα , σύμφωνα με τη σύμβαση σημαδιών για τις γωνίες περιστροφής στην οπτική δραστηριότητα). Αυτό το συμπέρασμα μπορεί να καταδειχθεί



Σχήμα 4.2.3 Ελλείψει πόλωσης των περιστατικών και διαβιβασθέντων κυμάτων. με τη σημείωση αυτού

$$\hat{\sigma}_{\pm}e^{\pm i\theta} = \frac{\hat{x}' \pm i\hat{y}'}{\sqrt{2}},\tag{4.2.27}$$

όπου  $\hat{x}'$  και  $\hat{y}'$  είναι διανύσματα μονάδων πόλωσης σε ένα νέο ισότιμο σύστημα,

δηλ.,

$$\begin{aligned} x' &= x\cos\theta - y\sin\theta, \\ y' &= x\sin\theta + y\cos\theta. \end{aligned} \tag{4.2.28a} \\ (4.2.28b)$$

Η μέτρηση της γωνίας θ περιστροφής παρέχει μια ευαίσθητη μέθοδο για το μη γραμμικό συντελεστή Β (δείτε επίσης της Εξ. (4.2.24) και (4.2.26α)). Για την περίπτωση της διάδοσης μέσω ενός ατομικού ατμού, τα αποτελέσματα κορεσμού μπορούν να οδηγήσουν στα ενδιαφέροντα νέα φαινόμενα συμπεριλαμβανομένης της περιστροφής πόλωσης μέσω μιας γωνίας που, για μια ευρεία σειρά των εντάσεων, είναι σχεδόν ανεξάρτητη από την ένταση λέιζερ δείτε τους Davis και λοιποί (1992) για τις λεπτομέρειες.

Όπως αναφέρεται ανωτέρω, υπάρχουν δύο περιπτώσεις στις οποίες η έλλειψη πόλωσης δεν περιστρέφεται. Μια περίπτωση είναι αυτή του κυκλικά πολωμένου φωτός. Σε αυτήν την περίπτωση μόνο ένα από τα συστατικά  $\hat{\sigma}_{\pm}$  είναι παρόν, και βλέπουμε από την Εξ. (4.2.23) ότι η αλλαγή στο δείκτη διάθλασης δίνεται από

$$\delta n_{circular} = \frac{2\pi}{n_0} A \left| E \right|^2, \qquad (4.2.29)$$

όποιος εξαρτάται σαφώς από το συντελεστή Α αλλά όχι από το συντελεστή Β. Η άλλη περίπτωση στην οποία δεν υπάρχει καμία περιστροφή είναι αυτή του γραμμικά πολωμένου φωτός. Δεδομένου ότι το γραμμικά πολωμένο φως είναι ένας συνδυασμός ίσων ποσών αριστερού - και δεξιά κυκλικά συστατικά (δηλ.,  $|E_-|^2 = |E_+|^2$ ), βλέπουμε άμεσα από την Εξ. (4.2.24) ότι η διαφορά Δ*n* δεικτών εξαφανίζεται. Εάν αφήνουμε το Ε να δείξει το συνολικό εύρος τομέων της γραμμικά πολωμένης ακτινοβολίας, έτσι ώστε  $|E|^2 = 2|E_+|^2 = 2|E_-|^2$ , βρίσκουμε από την Εξ. (4.2.23) ότι για το γραμμικά πολωμένο φως η αλλαγή στο δείκτη διάθλασης δίνεται από

$$\delta n_{circular} = \frac{2\pi}{n_0} \left( A + \frac{1}{2} B \right) \left| E \right|^2.$$
(4.2.30)

Σημειώστε ότι αυτή η αλλαγή εξαρτάται από τους συντελεστές  $A = 6\chi_{1122}$  και  $B = 6\chi_{1221}$  σαν  $A + \frac{1}{2}B$ , το οποίο σύμφωνα με της Εξς. (4.2.2) και (4.2.9α, β) είναι ίσος με  $3\chi_{1111}$ . Βλέπουμε από της Εξς. (4.2.29) και (4.2.30) αυτός, για τη συνηθισμένη περίπτωση στην οποία το A και το B έχουν το ίδιο σημάδι, γραμμικά

πολωμένο φως δοκιμάζει μια μεγαλύτερη μη γραμμική αλλαγή στο δείκτη διάθλασης που κάνει το κυκλικά πολωμένο φως. Γενικά η σχετική αλλαγή στο δείκτη διάθλασης, δn<sub>linear</sub> / δn<sub>circular</sub>, είναι ίσο 1 + B/2A, τα οποία για τους μηχανισμούς περιέγραψαν μετά από την Εξ. (4.2.10) γίνεται

$$\frac{\delta n_{linear}}{\delta n_{circualr}} = \begin{cases} 4 & \gamma \iota \alpha \ \mu o \rho \iota \alpha \kappa \delta \ \pi \rho o \sigma \alpha \nu \alpha \tau o \lambda \iota \sigma \mu \delta \delta \\ \frac{3}{2} & \gamma \iota \alpha \ \mu \eta \ \sigma \upsilon \nu \tau o \nu \iota \sigma \mu \ell \kappa \epsilon \varsigma \ \eta \lambda \epsilon \kappa \tau \rho o \nu \iota \kappa \ell \varsigma \ \mu \eta \ \gamma \rho \alpha \mu \mu \iota \kappa \delta \tau \eta \tau \epsilon \varsigma \ , \ (4.2.31) \\ 1 & \gamma \iota \alpha \ \eta \lambda \epsilon \kappa \tau \rho o \sigma \upsilon \sigma \tau o \lambda \eta \end{cases}$$

Για την περίπτωση δύο ακτίνων λέιζερ αντιμετωπίστε τη διάδοση μέσω ενός μη γραμμικού υλικού, η θεωρητική ανάλυση είναι πολύ πιό σύνθετη από αυτή που παρουσιάστηκε ακριβώς για τον ενιαίο - ακτινοβολήστε την κατάσταση, και ποικίλα πρόσθετα φαινόμενα μπορούν να εμφανιστούν, συμπεριλαμβανομένου του δισταθή ισσοροπίας πόλωσης και των ασταθειών πόλωσης συμπεριλαμβανομένου του χάους. Αυτά τα αποτελέσματα έχουν περιγραφεί θεωρητικά από Gaeta και λοιποί. (1987) και έχει παρατηρηθεί πειραματικά από το Gauthier και λοιποί. (1988, 1990).

### 4.3 Μη ηχηρές ηλεκτρονικές μη γραμμικότητες

Οι μη ηχηρές ηλεκτρονικές μη γραμμικότητες εμφανίζονται ως αποτέλεσμα της μη γραμμικής απάντησης των συνδεδεμένων ηλεκτρονίων σε έναν εφαρμοσμένο οπτικό τομέα. Αυτή η μη γραμμικότητα δεν είναι συνήθως ιδιαίτερα μεγάλη ( $\chi^{(3)} \approx 10^{-14} esu$  είναι χαρακτηριστικό), αλλά είναι μεγάλης σπουδαιότητας επειδή είναι παρούσα σε όλα τα διηλεκτρικά υλικά. Επιπλέον, η πρόσφατη εργασία έχει δείξει ότι ορισμένα οργανικά μη γραμμικά οπτικά υλικά (όπως το πολυδιασκετυλένιο) μπορούν να έχουν το μη ηχηρό τρίτο - ταξής οι ευαισθησίες ως μεγάλο 10<sup>-9</sup> esu λόγω της απόκρισης τα ηλεκτρόνια *π*.

Οι μη ηχηρές ηλεκτρονικές μη γραμμικότητες είναι εξαιρετικά γρήγορες, δεδομένου ότι περιλαμβάνουν μόνο τις εικονικές διαδικασίες. Ο χαρακτηριστικός χρόνος απόκρισης αυτής της διαδικασίας είναι ο χρόνος που απαιτείται για το σύννεφο ηλεκτρονίων για να γίνει διαστρεβλωμένος σε απόκρισης σε έναν εφαρμοσμένο οπτικό τομέα. Αυτός ο χρόνος απόκρισης μπορεί να υπολογιστεί ως

98

τροχιακή περίοδος του ηλεκτρονίου στην κίνησή του για τον πυρήνα, ο οποίος σύμφωνα με το πρότυπο Bohr του ατόμου δίνεται από

$$\tau = 2\pi\alpha_0 / u,$$

όπου  $a_0 = 0.5 \times 10^{-8} cm$  είναι η ακτίνα Bohr του ατόμου και του υ  $\simeq$  c / 137 είναι χαρακτηριστική ηλεκτρονική ταχύτητα. Ως εκ τούτου βρίσκουμε εκείνο το τ  $\simeq 10^{-16}$ .

Κλασσικό, δυσαρμονικό πρότυπο ταλαντωτών των ηλεκτρονικών μη γραμμικοτήτων

Ένα απλό πρότυπο των ηλεκτρονικών μη γραμμικοτήτων είναι το κλασσικό, δυσαρμονικό πρότυπο ταλαντωτών που περιγράφεται στην παράγραφο 1.4. Σύμφωνα με αυτό το πρότυπο, το ένα υποθέτει ότι η δυνατότητα που δεσμεύει καλά το ηλεκτρόνιο στον ατομικό πυρήνα παρεκκλίνει από την παραβολική δυνατότητα του συνηθισμένου προτύπου Lorentz. Προσεγγίζουμε την πραγματική δυνατότητα καλά όπως

$$U(r) = \frac{1}{2}m\omega_0^2 |r|^2 - \frac{1}{4}mb|\mathbf{r}|^4, \qquad (4.3.1)$$

όπου το b είναι μια φαινομενολογική μη γραμμική σταθερά της οποίας αξία είναι της ταξής  $\omega_0^2/d^2$ , όπου το d είναι μια χαρακτηριστική ατομική διάσταση.Να λύσουμε την εξίσωση της κίνησης για ένα ηλεκτρόνιο σε μια τέτοια δυνατότητα καλά, λαμβάνουμε την έκφραση (1.4.52) για το τρίτο - ταξή την ευαισθησία. Όταν εφαρμόζεται στην περίπτωση του μη γραμμικού δείκτη διάθλασης, αυτή η έκφραση γίνεται

$$\chi_{ijkl}^{(3)}\left(\omega=\omega+\omega-\omega\right) = \frac{Nbe^{4}\left[\delta_{ij}\delta_{kl}+\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}\right]}{3m^{3}D(\omega)^{3}D(-\omega)},$$
(4.3.2)

όπου  $D(\omega) = \omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\gamma$ . Στη σημείωση του Maker και Terhune (Εξ. (4.2.10)), αυτό το αποτέλεσμα υπονοεί αυτό

$$A = B = \frac{2Nbe^4}{m^3 D(\omega)^3 D(-\omega)}.$$
(4.3.3)

Ως εκ τούτου, σύμφωνα με το κλασσικό, δυσαρμονικό πρότυπο ταλαντωτών των ηλεκτρονικών μη γραμμικοτήτων, το Α είναι ίσο Β για οποιαδήποτε αξία της οπτικής συχνότητας τομέων (είτε ηχηρός είτε μη ηχηρός). Για την περίπτωση του πολύ – κλειστεί – ηχηρή διέγερση i.e., ω « ω<sub>0</sub> ) μπορούμε να αντικαταστήσουμε το D(ω) από  $\omega_0^2$  στην Εξ. (4.3.2). Εάν επιπλέον θέτουμε το b ίσο με  $\omega_0^2/d^2$ , βρίσκουμε αυτού

$$\chi^{(3)} \simeq \frac{Ne^4}{m^3 \omega_0^6 d^2}.$$
(4.3.4)

Για χαρακτηριστικές τιμές ,  $N = 4 \times 10^{22} cm^{-3}$ ,  $d = 3 \times 10^{-8} cm$ , και  $\omega_0 = 7 \times 10^{15} rad / s$ , , βρίσκουμε εκείνο το  $\chi^{(3)} \approx 2 \times 10^{-14} esu$ .

Κβαντική - το μηχανικό πρότυπο αντηχεί μη ηλεκτρονικές μη γραμμικότητες

Υπολογίστε τώρα την τρίτη - ταξή την ευαισθησία περιγράφοντας το μη γραμμικό δείκτη διάθλασης χρησιμοποιώντας τους νόμους των κβαντικών μηχανικών. Δεδομένου ότι ενδιαφερόμαστε πρώτιστα για την ηχηρή διέγερση περίπτωσης μη, χρησιμοποιούμε την έκφραση για τη μη γραμμική ευαισθησία στη μορφή που δίνεται από την Εξ. (3.2.33), δηλ.,

$$\chi_{kjih}^{(3)}\left(\omega_{\sigma},\omega_{r},\omega_{q},\omega_{p}\right) = \frac{N}{\hbar^{3}}P_{F}\sum_{lmn}\left[\frac{\mu_{gn}^{k}\mu_{nm}^{j}\mu_{ml}^{i}\mu_{lg}^{h}}{\left(\omega_{ng}-\omega_{\sigma}\right)\left(\omega_{mg}-\omega_{q}-\omega_{p}\right)\left(\omega_{lg}-\omega_{p}\right)}\right],$$
(4.3.5)

όπου  $ω_{\sigma} = ω_r + ω_q + ω_p$ . Θέλουμε να εφαρμόσουμε αυτήν την έκφραση στην περίπτωση του μη γραμμικού δείκτη, με τις συχνότητες που τακτοποιούνται ως  $\chi^{(3)}_{kjih}(\omega, \omega, \omega, -\omega) = \chi^{(3)}_{kjih}(\omega = \omega + \omega - \omega)$ .Οταν βλέπεις την Εξ. (4.3.6) εμφανίζεται να έχει τις διάφορες συνεισφορές για αυτήν την επιλογή των συχνοτήτων, επειδή ο παράγοντας  $ω_{mg} - ω_q - ω_p$  στον παρονομαστή εξαφανίζεται όταν ο πλαστός δείκτης *m* είναι ίσος με το *g* και όταν  $ω_p = -\omega_q = \pm \omega$ . Εντούτοις, στην πραγματικότητα αυτή

η απόκλιση υπάρχει στην εμφάνιση μόνο (Orr και Ward, 1971 Hanna, Yuaratich, και Cotter, 1979) κάποιος μπορεί εύκολα να ρυθμίσει εκ νέου την Εξ. (4.3.6) σε μια μορφή όπου καμία απόκλιση δεν εμφανίζεται. Ξαναγράφουμε αρχικά την Εξ. (4.3.6) όπως

$$\chi_{kjih}^{(3)}\left(\omega_{\sigma},\omega_{r},\omega_{q},\omega_{p}\right) = \frac{N}{\hbar^{3}} P_{F} \left[ \sum_{lmn} \frac{\mu_{gn}^{k} \mu_{nm}^{j} \mu_{ml}^{i} \mu_{lg}^{h}}{\left(\omega_{ng} - \omega_{\sigma}\right) \left(\omega_{mg} - \omega_{q} - \omega_{p}\right) \left(\omega_{lg} - \omega_{p}\right)} - \sum_{ln} \frac{\mu_{gn}^{k} \mu_{ng}^{j} \mu_{gl}^{i} \mu_{lg}^{h}}{\left(\omega_{ng} - \omega_{\sigma}\right) \left(\omega_{q} + \omega_{p}\right) \left(\omega_{lg} - \omega_{p}\right)} \right].$$
(4.3.6)

Εδώ η ακμή στο πρώτο άθροισμα δείχνει ότι οι όροι που αντιστοιχούν m = g πρόκειται να παραλείπονται από το άθροισμα άνω του m αυτοί οι όροι επιδεικνύονται ρητά στο δεύτερο άθροισμα. Το δεύτερο άθροισμα, που εμφανίζεται να είναι διάφορο για  $\omega_q = -\omega_q$ , ρυθμίζεται εκ νέου τώρα. Χρησιμοποιούμε την ταυτότητα

$$\frac{1}{XY} = \frac{1}{(X+Y)Y} + \frac{1}{(X+Y)X},$$
(4.3.7)

με  $X = \omega_q + \omega_p$  και  $Y = \omega_{lg} - \omega_p$ , για να εκφράσει την Εξ. (4.3.6) όπως

$$\chi_{kjih}^{(3)} \left( \omega_{\sigma}, \omega_{r}, \omega_{q} \omega_{p} \right) = \frac{N}{\hbar^{3}} P_{F}$$

$$\times \left[ \sum_{lmn} \frac{\mu_{gn}^{k} \mu_{mn}^{j} \mu_{ml}^{i} \mu_{lg}^{h}}{\left( \omega_{ng} - \omega_{\sigma} \right) \left( \omega_{ng} - \omega_{q} - \omega_{p} \right) \left( \omega_{lg} - \omega_{p} \right)} - \sum_{ln} \frac{\mu_{gn}^{k} \mu_{ng}^{j} \mu_{gl}^{i} \mu_{lg}^{h}}{\left( \omega_{ng} - \omega_{\sigma} \right) \left( \omega_{lg} - \omega_{p} \right)} \right].$$

$$(4.3.8)$$

εκτός από τη συμβολή

$$P_{F}\sum_{\ln}\frac{\mu_{gn}^{k}\mu_{ng}^{j}\mu_{gl}^{i}\mu_{\lg}^{h}}{(\omega_{ng}-\omega_{\sigma})(\omega_{\lg}+\omega_{q})(\omega_{q}+\omega_{p})}.$$
(4.3.9)

Εντούτοις. αυτή η πρόσθετη συμβολή εξαφανίζεται, επειδή για κάθε όρο της μορφής

$$\frac{\mu_{gn}^{k}\mu_{ng}^{j}\mu_{gl}^{i}\mu_{lg}^{h}}{\left(\omega_{ng}-\omega_{\sigma}\right)\left(\omega_{lg}+\omega_{q}\right)\left(\omega_{q}+\omega_{p}\right)}$$
(4.3.10a)

αυτός εμφανίζεται στην Εξ. (4.3.9), υπάρχει ένας άλλος όρος με τους πλαστούς δείκτες *n* και *l* αθροίσματος που ανταλλάσσονται, με το ζευγάρ  $(-\omega_{\sigma},k)$  που ανταλλάσσεται με  $(\omega_q,i)$ , και με το ζευγάρι  $(\omega_p,h)$  που ανταλλάσσεται με  $(\omega_r,j)$ ; αυτός ο όρος είναι της μορφής

$$\frac{\mu_{gl}^{i}\mu_{lg}^{h}\mu_{gn}^{k}\mu_{gn}^{j}}{\left(\omega_{ig}+\omega_{q}\right)\left(\omega_{ng}-\omega_{\sigma}\right)\left(\omega_{r}-\omega_{\sigma}\right)}.$$
(4.3.10b)

Από  $ω_{\sigma} = ω_{p} + ω_{q} + ω_{r}$ , ακολουθεί ότι  $(ω_{q} + ω_{p}) = -(ω_{r} - ω_{\sigma})$ , και ως εκ τούτου η έκφραση (4.3.10a) και (4.3.10b) είναι ίση στο μέγεθος αλλά αρμόζουσα στο σημάδι. Η έκφραση (4.3.8) για τη μη γραμμική ευαισθησία είναι έτσι ισοδύναμη με την Εξ. (4.3.6), αλλά είναι πιό χρήσιμος για τον παρόντα σκοπό μας επειδή καμία προφανής απόκλιση δεν είναι παρούσα.

Ειδικευόμαστε τώρα στην Εξ. (4.3.8) στην περίπτωση του μη γραμμικού δείκτη διάθλασης με την επιλογή των συχνοτήτων που δίνονται από το  $\chi^{(3)}_{kjih}(\omega,\omega,\omega,-\omega)$ . Όταν επεκτείνουμε την μετάθεση χειριστή  $\mathscr{P}_{F^*}$ , διαπιστώνουμε ότι κάθε επιδειχθείς όρος στην Εξ. (4.3.8) πραγματικά αντιπροσωπεύει 24 όρους. Η φύση αντήχησης κάθε τέτοιου όρου μπορεί να αναλυθεί με τη βοήθεια των διαγραμμάτων του είδους που παρουσιάζεται στο σχήμα 3.2.3.\* παρά την εξέταση και των 48 όρων της επεκταθείσας έκδοσης Εξ. (4.3.8), εξετάστε μόνο τους σχεδόν ηχηρούς όρους, οι οποίοι θα αναμένονταν για να έχουν τις μεγαλύτερες συνεισφορές στο  $\chi^{(3)}$ . Κάποιος βρίσκει, μετά από τη λεπτομερή ανάλυση Εξ. (4.3.8), ότι η ηχηρή συμβολή στη μη γραμμική ευαισθησία δίνεται από

$$\chi_{kjih}^{(3)}(\omega,\omega,\omega,-\omega) = \chi_{kjih}^{(3)}(\omega = \omega + \omega - \omega) = \frac{N}{6\hbar^{3}}$$

$$\times \left(\sum_{lmn} \frac{\mu_{gn}^{k} \mu_{nm}^{h} \mu_{ig}^{j} + \mu_{gn}^{k} \mu_{nm}^{h} \mu_{ml}^{j} \mu_{ig}^{i} + \mu_{gn}^{h} \mu_{nm}^{k} \mu_{ml}^{i} \mu_{ig}^{j} + \mu_{gn}^{h} \mu_{ml}^{k} \mu_{ig}^{j} + \mu_{gn}^{h} \mu_{ml}^{j} \mu_{ig}^{j} + \mu_{gn}^{h} \mu_{ml}^{j} \mu_{ig}^{j} + \mu_{gn}^{h} \mu_{ml}^{j} \mu_{ig}^{j} + \mu_{gn}^{h} \mu_{ml}^{j} \mu_{ig}^{j} + \mu_{gn}^{h} \mu_{ig}^{j} \mu_{ig$$



Σχήμα 4.3.1 Φύση αντήχησης του πρώτου (α) και των δεύτερων (β) αθροισμάτων των Εξ. (4.3.11).

Εδώ το πρώτο άθροισμα αντιπροσωπεύει δύο - φωτόνια - ηχηρές διαδικασίες και το δεύτερο άθροισμα αντιπροσωπεύει τη μια - φωτόνιο - ηχηρές διαδικασίες, υπό την έννοια που διευκρινίζεται στο σχήμα 4.3.1.

\* Σημειώστε, εντούτοις, ότι το σχήμα 3.2.3 όπως σύρονται προϋποθέτει ότι οι τρεις εισαγμένες συχνότητες είναι όλες θετικές, ενώ για την περίπτωση του μη γραμμικού δείκτη διάθλασης δύο της εισαγωγής οι συχνότητες είναι θετικές και κάποια είναι αρνητική Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την Εξ. (4.3.11) για να λάβει τις ρητές εκφράσεις για τις ηχηρές συνεισφορές στα μη εξαφανιμένα στοιχεία μη γραμμικό τανύστων ευαισθησίας για ως ισοτροπικό μέσο. Βρίσκουμε, παραδείγματος χάριν, ότι

 $\chi_{1111}(\omega = \omega + \omega - \omega)$  δίνεται από

$$\chi_{1111} = \frac{2N}{3\hbar^3} \sum_{lmn} \frac{\mu_{gn}^x \mu_{nm}^x \mu_{ml}^x \mu_{lg}^x}{(\omega_{ng} - \omega)(\omega_{lg} - \omega)(\omega_{lq} - \omega)}$$

$$- \frac{2N}{3\hbar^3} \sum_{ln} \frac{\mu_{gn}^x \mu_{ng}^x \mu_{gl}^x \mu_{lg}^x}{(\omega_{ng} - \omega)(\omega_{lg} - \omega)(\omega_{lq} + \omega)}.$$
(4.3.12)

Σημειώστε ότι και ένα - και δύο - φωτόνια - οι ηχηροί όροι συμβάλλουν σε αυτήν την έκφραση. Όταν *ω* είναι μικρότερο από οποιαδήποτε ηχηρή συχνότητα του υλικού συστήματος, τα δύο - η συμβολή φωτονίων (ο πρώτος όρος) τείνει να είναι θετικό. Αυτή η συμβολή είναι θετική επειδή, παρουσία ενός εφαρμοσμένου οπτικού τομέα, υπάρχει κάποια διαφορετική από το μηδέν πιθανότητα ότι το άτομο θα κατοικήσει σε μια συγκεκριμενή κατασταση (καταστασή *l* ή καθώς το σχήμα 4.3.1α σύρεται). Δεδομένου ότι (γραμμικό) πολωσιμότητα ενός ατόμου σε μια συγκεκριμενή κατασταση τείνει μεγαλύτερη από αυτό ενός ατόμου στην

επίγεια κατασταση, αποτελεσματική πολωσιμότητα ενός ατόμου αυξάνεται από την παρουσία ενός έντονου οπτικού τομέα συνεπώς αυτή η συμβολή στο  $\chi^{(3)}$  είναι θετική. Αφ' ετέρου, ένα - συμβολή φωτονίων σε  $\chi_{1111}$  (ο δεύτερος όρος στην Εξ. (4.3.13)) είναι πάντα αρνητικός όταν  $\omega$  είναι μικρότερο από οποιαδήποτε συχνότητα αντήχησης των υλικών συστημάτων, επειδή το προϊόν των στοιχείων μητρών που εμφανίζεται στον αριθμητή αυτού του όρου είναι θετικό καθορισμένο. Μπορούμε να καταλάβουμε αυτό το αποτέλεσμα από την ή τη προέλευση του ενός - φωτόνιου - ηχηρές συνεισφορές στη μη γραμμική ευαισθησία είναι κορεσμός της ατομικής απάντησης, η οποία στην παρούσα περίπτωση αντιστοιχεί σε μια μείωση της θετικής γραμμικής ευαισθησίας. Μπορούμε επίσης να καταλάβουμε αυτό το αποτέλεσμα συνεπεία της άκαμπτης επίδρασης εναλλασσόμενου ρεύματος, η οποία (όπως



Σχήμα 4.3.2. Για  $\omega < \omega_{lg}$  η άκαμπτη επίδραση εναλλασσόμενου ρεύματος οδηγεί σε μια αύξηση στον ενεργειακό χωρισμό στο έδαφος και συγκεκριμενές καταστασείς.

θα δούμε στο τμήμα 6.5) μόλυβδοι σε μια ένταση - εξαρτώμενη αύξηση στο χωρισμό των χαμηλότερων και ανώτερων επιπέδων και συνεπώς σε μια μειωμένη οπτική απάντηση, όπως διευκρινίζεται στο σχήμα 4.3.2.

Σε παρόμοιο τρόπο, διαπιστώνουμε ότι η ηχηρή συνεισφορά σε  $\chi_{1221}$  (ή στο  $\frac{1}{6}B$  στη σημείωση του κατασκευαστή και Terhune) δίνεται από

$$\chi_{1221} = \frac{2}{3} \frac{N}{\hbar^3} \sum_{lmn} \frac{\mu_{gn}^x \mu_{nm}^x \mu_{ml}^y \mu_{lg}^y}{(\omega_{ng} - \omega)(\omega_{mg} - 2\omega)(\omega_{lq} - \omega)}.$$
 (4.3.13)

Ένα - φωτόνιο - ηχηροί όροι δεν συμβάλλει σε χ<sub>1221</sub>, δεδομένου ότι εκεί οι όροι περιλαμβάνουν το άθροισμα του προϊόντος δύο στοιχείων μητρών του είδους  $\mu_{gl}^{x}\mu_{lg}^{y}$ , και αυτήν την συμβολή πάντα εξαφανίζεται.\*

Επίσης διαπιστώνουμε ότι η ηχηρή συμβολή σε  $\chi_{1122}$  (ή στο  $\frac{1}{6}A$ ) δίνεται από

$$\chi_{1122} = \frac{N}{3\hbar^{3}} \sum_{lmn} \frac{\left(\mu_{gn}^{x} \mu_{nm}^{y} \mu_{nl}^{y} \mu_{lg}^{x} + \mu_{gn}^{x} \mu_{nm}^{y} \mu_{nl}^{x} \mu_{lg}^{y}\right)}{\left(\omega_{ng} - \omega\right) \left(\omega_{ng} - 2\omega\right) \left(\omega_{lq} - \omega\right)} - \frac{N}{3\hbar^{3}} \sum_{ln} \frac{\mu_{gn}^{x} \mu_{ng}^{x} \mu_{gl}^{y} \mu_{lg}^{y}}{\left(\omega_{ng} - \omega\right) \left(\omega_{lg} - \omega\right) \left(\omega_{lq} - \omega\right)}.$$
(4.3.14)

## χ<sup>(3)</sup> χαμηλής συχνότητας όριο

Στην πράξη, κάποιος ενδιαφέρεται συχνά για τον καθορισμό της αξίας του τρίτου ταξής την ευαισθησία υπό τους ιδιαίτερα μη ηχηρούς όρους, δηλ., για την

\* Για να δει ότι αυτή η συμβολή εξαφανίζεται, επιλέξτε το x για να είναι ο άξονας κβαντοποίησης. Κατόπιν εάν  $\mu_{gl}^{x}$  είναι διαφορετικό από το μηδέν,  $\mu_{gl}^{y}$  πρέπει να εξαφανιστεί, και αντίστροφα.

περίπτωση στην οποία η οπτική συχνότητα είναι πάρα πολύ μικρότερη από οποιαδήποτε συχνότητα αντήχησης του ατομικού συστήματος. Ένα παράδειγμα θα ήταν η μη γραμμική απάντηση ενός μονώνοντας στερεού στην ορατή ακτινοβολία. Σε τέτοιες περιπτώσεις, κάθε ένας από τους όρους στην επέκταση του χειριστή μεταλλαγής της Εξ. (4.3.8) δεν έχει μια συγκρίσιμη συμβολή στη μη γραμμική ευαισθησία, και καμία απλοποίηση όπως εκείνοι που στης Εξς. (4.3.11) κατευθείαν (4.3.14) είναι δυνατή.Είναι ένα πειραματικό γεγονός ότι το χαμηλής συχνότητας όριο  $\chi_{1122}$  και  $\chi_{1221}$  (και συνεπώς  $\chi_{1111} = 2\chi_{1122} + \chi_{1221}$  είναι θετικό στο σημάδι για τη μεγάλη πλειοψηφία των οπτικών υλικών. Επίσης, ο όρος συμμετρίας Kleinman γίνεται σχετικός υπό τους όρους της χαμηλής συχνότητας διέγερσης, η οποία υπονοεί ότι  $\chi_{1122}$  είναι ίσο με  $\chi_{1221}$ , ή ότι το Β είναι ίσο με το Α στη σημείωση του Maker και Terhune.

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα αποτελέσματα της κβάντικης - μηχανικού πρότυπου για να κάνει μια ταξή - πρόβλεψη μεγέθους της αξίας του μη ηχηρού τρίτου - ταξής την ευαισθησία.

Εάν υποθέτουμε ότι η οπτική συχνότητα ω είναι πολύ μικρότερη από όλες τις ατομικές συχνότητες αντήχησης, βρίσκουμε από την Εξ. (4.3.6) ότι η μη ηχηρή αξία της μη γραμμικής οπτικής ευαισθησίας δίνεται από

$$\chi^{(3)} \approx \frac{8N\mu^4}{\hbar^3 \omega_0^3},$$
(4.3.15)

όπου μ είναι μια χαρακτηριστική αξία του στοιχείου μητρών διπόλων και του  $ω_0$ είναι μια χαρακτηριστική αξία της ατομικής συχνότητας αντήχησης. Πρέπει να σημειωθεί ότι ενώ οι προβλέψεις του κλασσικού προτύπου (4.3.4) και της κβάντικης - μηχανικής πρότυπου (4.3.15) παρουσιάζει διαφορετικές λειτουργικές εξαρτήσεις στις επιδειχθείσες μεταβλητές, οι δύο εκφράσεις είναι στην πραγματικότητα ίσος εάν προσδιορίζουμε το d με την ακτίνα Bohr  $a_0 = \hbar^2 / me^2$ , μ με την ατομική μονάδα της ηλεκτρικής στιγμής διπόλων  $-ea_0$ , και  $ω_0$  με το Rydberg σταθερό στις μονάδες γωνιακής συχνότητας,  $ω_0 = me^4 / 2\hbar^3$ . Ως εκ τούτου, η κβάντικη - μηχανική πρότυπο επίσης προβλέπει ότι το τρίτο – ταξής ευαισθησία είναι του μεγέθους  $2 \times 10^{-14} esu$ . Οι μετρημένες τιμές του  $\chi^{(3)}$  και του  $n_2$  για διάφορα υλικά που επιδεικνύουν τις μη ηχηρές ηλεκτρονικές μη γραμμικότητες δίνονται στον πίνακα 4.3.1.

Material	χ <sub>1111</sub> (esu)	$\bar{n}_2$ (esu)
Diamond	$15 \times 10^{-14}$	$9 \times 10^{-13}$
Yttrium aluminum garnet	$6 \times 10^{-14}$	$3 \times 10^{-13}$
Sapphire	$3 \times 10^{-14}$	$2 \times 10^{-13}$
Borosilicate crown glass	$2.5 \times 10^{-14}$	$1.5 \times 10^{-13}$
Fused silica	$2 \times 10^{-14}$	$1.2 \times 10^{-13}$
CaF <sub>2</sub>	$1.6 \times 10^{-14}$	$1 \times 10^{-13}$
LiF	$1 \times 10^{-10}$	$0.6 \times 10^{-13}$

Πίνακας 4.3.1 Μη γραμμικός οπτικός συντελεστής για τα υλικά που παρουσιάζουν ηλεκτρονικές μη γραμμικότητες

Οι τιμές λαμβάνονται από την οπτική συχνότητα αναμιγνύοντας τα πειράματα και ως εκ τούτου δεν περιλαμβάνουν τις ηλεκτροσυστολές συνεισφορές, από της ηλεκτροσυστολές σε μια αργή διαδικασία που δεν μπορεί να αποκριθεί στις οπτικές συχνότητες. Η αξία του n<sub>2</sub> υπολογίζεται ως n<sub>2</sub>= 3πχ<sub>1111</sub>/n<sub>0</sub> (Προσαρμοσμένος από P. W. Hellwarth (1977), πίνακες 7.1. και 9.1.)

### 4.4. Μη γραμμικότητες λόγω του μοριακού προσανατολισμού

Τα υγρά που αποτελούνται από τα ανισότροπα μόρια (δηλ. μόρια που έχουν ανισότροποι πολωσιμότητα) χαρακτηριστικά κατέχουν μια μεγάλη αξία του n<sub>2</sub>. Η προέλευση αυτής της μη γραμμικότητας είναι η τάση των μορίων να γίνει ευθυγραμμισμένη στο ηλεκτρικό πεδίο ενός εφαρμοσμένου οπτικού κύματος. Το οπτικό κύμα δοκιμάζει έπειτα μια τροποποιημένη αξία του δείκτη διάθλασης επειδή μέσο πολωσείς ανά μόριο από η μοριακή ευθυγράμμιση έχει αλλάξει.

Εξετάστε, παραδείγματος χάριν, του διθειάνθρακα περίπτωσης (CS<sub>2</sub>), το οποίο είναι διευκρινισμένο στο μέρος (α) του σχήματος 4.4.1. Το διθειάνθρακα είναι ένα σχήμα πούρο μόριο (δηλ., ένα ωοειδής σφαιροειδές), και συνεπώς πολωσιμότητα  $\alpha_3$  που βιώνεται από έναν οπτικό τομέα που είναι παράλληλος στον άξονα συμμετρίας είναι μεγαλύτερα από πολωσιμότητα  $\alpha_1$  που βιώνεται από έναν τομέα

$$\alpha_3 > \alpha_1. \tag{4.4.1}$$

Εξετάστε τώρα τι συμβαίνει, πότε ένα τέτοιο μόριο υποβάλλεται σε ένα συνεχές ηλεκτρικό πεδίο, όπως φαίνεται στο μέρος (β) του αριθμού. Δεδομένου ότι α<sub>3</sub> είναι μεγαλύτερο από το α<sub>1</sub>, το συστατικό της προκληθείσας στιγμής διπόλων κατά μήκος του μοριακού άξονα θα είναι δυσανάλογα μακρύ. Η προκληθείσα στιγμή **p** διπόλων έτσι δεν θα είναι παράλληλη στο **E**, αλλά θα αντισταθμιστεί από το στην κατεύθυνση του άξονα συμμετρίας.

$$\tau = \mathbf{p} \times \mathbf{E} \tag{4.4.2}$$

Μια ροπή **A** θα ασκηθεί έτσι στο μόριο. Αυτή η ροπή κατευθύνεται με έναν τέτοιο τρόπο ώστε να στριφτεί το μόριο στην ευθυγράμμιση με το εφαρμοσμένο ηλεκτρικό πεδίο.

Η τάση του μορίου να γίνει ευθυγραμμισμένη στο εφαρμοσμένο ηλεκτρικό πεδίο αντιδριέται από τη θερμική αναταραχή, η οποία τείνει να τυχαιοποιήσει το μοριακό προσανατολισμό. Υπολογίζουμε το μέσο βαθμό μοριακού προσανατολισμού μέσω της χρήσης του Boltzman παράγοντας. Προκειμένου να το κάνουμε έτσι, υπολογίζουμε αρχικά την πιθανή ενέργεια



Σχήμα 4.4.1 (α) ένα ωοειδής σφαιροειδές μόριο, όπως το διθειάνθρακα. (β) η στιγμή **p** διπόλων που προκαλείται από ένα ηλεκτρικό πεδίο **E**.

από το μόριο στο εφαρμοσμένο ηλεκτρικό πεδίο. Εάν ο εφαρμοσμένος τομέας από ένα ποσό αλλάζει dE, την προσανατολιστική πιθανή ενέργεια από το ποσό αλλάζει

$$dU = -\mathbf{p} \cdot d\mathbf{E} = -p_3 dE_3 - p_1 dE_1, \qquad (4.4.3)$$

όπου έχουμε αποσυνθέσει το **Ε** στα συστατικά της κατά μήκος του μοριακού άξονα (E<sub>3</sub>) και της καθέτου στο μοριακό άξονα (E<sub>1</sub>). Από τότε

$$p_3 = a_3 E_3 \tag{4.4.4}$$

και

$$p_1 = a_1 E_1, \tag{4.4.5}$$

βρίσκουμε αυτό

$$dU = -a_3 E_3 dE_3 - a_1 E_1 dE_1, (4.4.6)$$

το όποιο μπορεί να ενσωματωθεί για να δώσει

$$U = -\frac{1}{2} \left( a_3 E_3^2 + a_1 E_1^2 \right).$$
(4.4.7)

Εάν εισάγουμε τώρα τη γωνία θ μεταξύ του Ε και του μοριακού άξονα (δείτε το σχήμα 4.4.1b), βρίσκουμε ότι η προσανατολιστική πιθανή ενέργεια δίνεται από

$$U = -\frac{1}{2} \Big[ a_3 E^2 \cos^2 \theta + a_1 E^2 \sin^2 \theta \Big]$$
  
=  $-\frac{1}{2} \alpha_1 E^2 - \frac{1}{2} (\alpha_3 - \alpha_1) E^2 \cos^2 \theta,$  (4.4.8)

Από το α<sub>3</sub> – α<sub>1</sub> έχει υποτίθεται ότι ήταν θετικό, αυτό το αποτέλεσμα δείχνει ότι η πιθανή ενέργεια είναι χαμηλότερη όταν ο άξονας μορίων είναι παράλληλος στο
Ε από όταν είναι κάθετος στο Ε, όπως διευκρινίζεται στο σχήμα 4.4.2.

Η συζήτησή μας ως εδώ έχει υποθέσει ότι ο εφαρμοσμένος τομέας είναι στατικός. Επιτρέπουμε τώρα στον τομέα για να ποικίλουμε εγκαίρως σε μια οπτική συχνότητα. Για την απλότητα υποθέτουμε ότι το φως είναι γραμμικά πολωμένο η γενική περίπτωση της ελλειπτικής πόλωσης αντιμετωπίζεται στο τέλος του παρόντος τμήματος. Αντικαθιστάμε έτσι το **Ε** στην Εξ. (4.4.9) από



χαμηλότερη υψηλότερη πιθανή ενέργεια πιθανή ενέργεια Σχήμα 4.4.2 Ενέργεια ευθυγράμμισης ενός μορίου.

ο χρόνος - ποικίλη κλιμακωτά ποσότητα  $\tilde{E}(t)$ . Το τετράγωνο του  $\tilde{E}$  περιέχει τα τμήματα συχνότητας κοντά σε μια συχνότητα και τα συστατικά περίπου δύο φορές στην οπτική συχνότητα  $\omega$ . Δεδομένου ότι οι προσανατολιστικοί χρόνοι χαλάρωσης για τα μόρια είναι χαρακτηριστικά της τάξης μερικά πικοσεκοντ, ο μοριακός προσανατολισμός μπορεί να αποκριθεί στα τμήματα συχνότητας κοντά σε μια συχνότητα αλλά όχι σε εκείνοι κοντά  $2\omega$ . Μπορούμε έτσι τυπικά να αντικαταστήσουμε  $E^2$  στην Εξ. (4.4.9) από  $\tilde{E}^2$ , όπου ο φραγμός δείχνει έναν χρονικό μέσο όρο πέρα από πολλούς κύκλους του οπτικού τομέα.

Υπολογίζουμε τώρα την ένταση - εξαρτώμενος δείκτης διάθλασης για ένα τέτοιο μέσο. Για την απλότητα, αγνοούμε αρχικά τοπικό - διορθώσεις τομέων, οπότε σ'αυτή την περίπτωση ο δείκτης διάθλασης δίνεται από

$$n^{2} = 1 + 4\pi\chi = 1 + 4\pi N \langle a \rangle,$$
 (4.4.9)

όπου το *N* είναι η πυκνότητα αριθμού των μορίων και πού (α) δείχνει την αξία προσδοκίας μοριακής πολωσιμότητας που βιώνεται από τη συναφή ακτινοβολία. Για να λάβουμε μια έκφραση για (α), σημειώνουμε ότι η μέση προσανατολιστική

πιθανή ενέργεια δίνεται από  $\left< U \right> = -\frac{1}{2} \left| E \right|^2 \left< a \right>$  ,

η οποία σε σύγκριση με το μέσο όρο της Εξ. (4.4.9) δείχνει αυτόν

$$\langle a \rangle = a_3 \langle \cos^2 \theta \rangle + a_1 \langle \sin^2 \theta \rangle = a_1 + (a_3 - a_1) \langle \cos^2 \theta \rangle.$$
 (4.4.10)

Εδώ  $\langle \cos^2 \theta \rangle$  δείχνει την αξία  $\cos^2 \theta$  στη θερμική ισορροπία και δίνεται από την άποψη της διανομής Boltzmann όπως

$$\left\langle \cos^2 \theta \right\rangle = \frac{\int d\Omega \cos^2 \theta \exp\left[-U(\theta)/kT\right]}{\int d\Omega \exp\left[-U(\theta)/kT\right]},$$
(4.4.11)

όπου ∫ dΩ δείχνει μια ολοκλήρωση σε όλες τις στερεές γωνίες. Για την ευκολία, εισάγουμε την παράμετρο έντασης

$$J = \frac{1}{2} (a_3 - a_1) \overline{\tilde{E}}^2 / kT, \qquad (4.4.12)$$

και αφήστε  $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ . Έπειτα διαπιστώνουμε ότι  $\left<\cos^2\theta\right>$  δίνεται από

$$\left\langle \cos^2 \theta \right\rangle = \frac{\int_0^{\pi} \cos^2 \theta \exp(J\cos^2 \theta) \sin \theta \, d\theta}{\int_0^{\pi} \exp(J\cos^2 \theta) \sin \theta \, d\theta}.$$
 (4.4.13)

Οι εξισώσεις (4.4.9) κατευθείαν στην (4.4.13) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να καθορίσουν το δείκτη διάθλασης που βιώνεται από τους τομείς της αυθαίρετης έντασης  $\tilde{E}^2$ .

Υπολογίστε αρχικά το δείκτη διάθλασης που βιώνεται από έναν αδύνατο οπτικό τομέα, με τη λήψη του ορίου  $J \rightarrow 0$ . Για αυτήν την περίπτωση βρίσκουμε ότι ο μέσος όρος  $\cos^2 \theta$  δίνεται από

$$\left\langle \cos^2 \theta \right\rangle_0 = \frac{\int_0^{\pi} \cos^2 \theta \sin \theta \, d\theta}{\int_0^{\pi} \sin \theta \, d\theta} = \frac{1}{3},$$
 (4.4.14)

και αυτός σύμφωνα με την Εξ. (4.4.10) μέση πολωσιμότητα δίνεται από

$$\langle a \rangle_0 = \frac{1}{3}a_3 + \frac{2}{3}a_1.$$
 (4.4.15)

Χρησιμοποίηστε την Εξ. (4.4.9), διαπιστώνουμε ότι ο δείκτης διάθλασης δίνεται από

$$n_0^2 = 1 + 4\pi N \left( \frac{1}{3}a_3 + \frac{2}{3}a_1 \right).$$
(4.4.16)

Σημειώστε ότι αυτό οδηγεί έχει καλό φυσικό νόημα: ελλείψει των αλληλεπιδράσεων που τείνουν να ευθυγραμμίσουν τα μόρια, μέση πολωσιμότητα είναι ίσο με το ένα τρίτο αυτό που συνδέεται με την κατεύθυνση του άξονα συμμετρίας του μορίου συν τα δύο τρίτα αυτό που συνδέεται με την κάθετο κατευθύνσεων σε αυτόν τον άξονα.

Για τη γενική περίπτωση στην οποία ένας έντονος οπτικός τομέας εφαρμόζεται, βρίσκουμε από της Εξς. (4.4.9) και (4.4.10) ότι ο δείκτης διάθλασης δίνεται από

$$n^{2} = 1 + 4\pi N \Big[ a_{1} + (a_{3} - a_{1}) \big\langle \cos^{2} \theta \big\rangle \Big], \qquad (4.4.17)$$

και ως εκ τούτου σε σύγκριση με την Εξ. (4.4.16) ότι το τετράγωνο των αλλαγών δείκτη διάθλασης από το ποσό

$$n^{2} - n_{0}^{2} = 4\pi N \Big[ \frac{1}{3} a_{1} + (a_{3} - a_{1}) \Big\langle \cos^{2} \theta \Big\rangle - \frac{1}{3} \alpha_{3} \Big]$$
  
=  $4\pi N \Big( a_{3} - a_{1} \Big) \Big( \Big\langle \cos^{2} \theta \Big\rangle - \frac{1}{3} \Big),$  (4.4.18)

Δεδομένου ότι το  $n^2 - n_0^2$  είναι συνήθως πάρα πολύ μικρότερο από το  $n_0^2$ , μπορούμε να εκφράσουμε την αριστερή πλευρά αυτής της εξίσωσης όπως

$$n^{2} - n_{0}^{2} = (n - n_{0})(n + n_{0}) \approx 2n_{0}(n - n_{0})$$

και ως εκ τούτου διαπιστώστε ότι ο δείκτης διάθλασης μπορεί να εκφραστεί όπως

$$n = n_0 + \delta n, \tag{4.4.19}$$

όπου η μη γραμμική αλλαγή στο δείκτη διάθλασης δίνεται από

$$\delta n = n - n_0 = \frac{2\pi N}{n_0} (a_3 - a_1) \left( \left\langle \cos^2 \theta \right\rangle - \frac{1}{3} \right).$$
(4.4.20)

Η ποσότητα, που δίνεται  $\langle \cos^2 \theta \rangle$ , από Εξ. (4.4.13), μπορεί να υπολογιστεί από την άποψη της ταξινομημένης σε πίνακες λειτουργίας (το ολοκλήρωμα Dawson). Το σχήμα 4.4.3 παρουσιάζουν μια πλοκή  $\langle \cos^2 \theta \rangle - \frac{1}{3}$  ως λειτουργία της παραμέτρου  $J = \frac{1}{2} (a_3 - a_1) \tilde{E}^2 / kT$  έντασης.

Προκειμένου να ληφθεί ένας ρητός τύπος για την αλλαγή στο δείκτη διάθλασης, επεκτείνουμε τους εκθέτες που εμφανίζονται στην Εξ. (4.4.13) και ενσωματώστε τον προκύπτοντα όρο έκφρασης από τον όρο. Βρίσκουμε αυτόν

$$\left<\cos^2\theta\right> = \frac{1}{3} + \frac{4J}{45} + \frac{8J^2}{945} + \cdots$$
 (4.4.21)



Σχήμα 4.4.3 Παραλλαγή της ποσότητας  $(\langle \cos^2 \theta \rangle - \frac{1}{3})$ , που είναι ανάλογη προς τη μη γραμμική αλλαγή στο δείκτη διάθλασης δη, με την παράμετρο *J*. έντασης. Σημειώστε ότι για *J* ≤ 5, δη αυξάνεται σχεδόν με το *J*.

Ρίχνοντας όλους τους όρους αλλά πρώτα τα δύο, βρίσκουμε ότι από (4.4.20) αυτή η αλλαγή στο δείκτη διάθλασης λόγω της μη γραμμικής αλληλεπίδρασης δίνεται από

$$\delta n = \frac{4\pi N}{2n_0} (a_3 - a_1) \frac{4J}{45} = \frac{4\pi}{n_0} (a_3 - a_1)^2 \frac{\tilde{E}^2}{kT}.$$
(4.4.22)

Μπορούμε να εκφράσουμε αυτό το αποτέλεσμα όπως

$$\delta n = \overline{n}_2 \overline{\tilde{E}}^2, \qquad (4.4.23)$$

όπου ο δεύτερος - ο μη γραμμικός δείκτης διάθλασης διαταγής δίνεται από

$$\overline{n}_2 = \frac{4\pi N}{45n_0} \frac{\left(a_3 - a_1\right)^2}{kT}.$$
(4.4.24)

Σημειώστε ότι το  $\overline{n}_2$  είναι θετικό και για την υπόθεση  $a_3 > a_1$  (η περίπτωση ότι έχουμε εξετάσει ρητά) και για την αντίθετη περίπτωση όπου  $a_3 < a_1$ . Ο λόγος για αυτήν την συμπεριφορά είναι ότι η ροπή που βιώνεται από το μόριο κατευθύνεται πάντα με έναν τρόπο που τείνει κατά μήκος του μορίου έτσι ώστε το φως βλέπει μια μεγαλύτερη αξία πολωσής

Μια ακριβέστερη πρόβλεψη του μη γραμμικού δείκτη διάθλασης λαμβάνεται με τη συμπερίληψη των αποτελεσμάτων τοπικού - διορθώση τομέων. Αρχίζουμε με το Lorentz - το νόμο Lorentz (δείτε επίσης την Εξ. (3.8.8a)),

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4}{3}\pi N \langle a \rangle,$$
(4.4.25)

κατά της προσέγγιση σχέσης (4.4.9). Με την επανάληψη της παραγωγής που οδηγεί στην Εξ. (4.4.24) με την Εξ. (4.4.9) αντικατεστημένοι από την Εξ. (4.4.25) και με  $\overline{\tilde{E}}^2$  αντικατεστημένο από το τετράγωνο του τοπικού τομέα Lorentz (δείτε τη συζήτηση της παραγράφου 3.8), διαπιστώνουμε ότι ο δεύτερος - ο μη γραμμικός δείκτης ταξής διάθλασης δίνεται από

$$\overline{n}_2 = \frac{4\pi N}{45n_0} \left(\frac{n_0^2 + 2}{3}\right)^4 \frac{\left(a_3 - a_1\right)^2}{kT}.$$
(4.4.26)

Σημειώστε ότι αυτό το αποτέλεσμα είναι σύμφωνο με τη γενικό τυπό που δίνεται στην παράγραφο 3.8, η οποία δηλώνει ότι τοπικό – το πεδίο τομέων μπορούν να περιληφθούν με τον πολλαπλασιασμό των αποτελεσμάτων που επιτυγχάνονται ελλείψει των τοπικών διορθώσεων τομέων (δηλαδή Εξ. (4.4.24)) από τον τοπικό - αρχειοθετημένος παράγοντας διορθώσεων  $\ell^{(3)} = \left[ \left( n_0^2 + 2 \right) / 3 \right]^4$  της Εξ. (3.8.25).

Τέλος, αναφέρουμε μερικές αριθμητικές τιμές σχετικές με το υλικό διθειάνθρακα. Η μέγιστη πιθανή αξία δ*n* είναι 0.58 και θα αντιστοιχούσε σε μια πληρέστερη ευθυγράμμιση των μορίων. Η αξία J = 1 αντιστοιχεί σε μια δύναμη τομέων  $E \cong 3 \times 10^7 V/cm$ . Η αξία του  $\bar{n}_2$  είναι ως εκ τούτου ίση με  $1.3 \times 10^{-11} esu$ . Μέσω της χρήσης της Εξ. (4.1.18) και η αξία  $n_0 = 1.63$ , μπορούμε μεταβιβάζουμε αυτό το αποτέλεσμα στο  $n_2 = 3 \times 10^{-14} cm^2 / W$ .

Ιδιότητες του  $\chi^{(3)}$  για τη μοριακή επίδραση προσανατολισμο

Εξετάστε τώρα τη μη γραμμική απάντηση μιας συλλογής των ανισότροπων μορίων στο φως της αυθαίρετης πόλωσης. Κοντά και λοιποί. (1966) έχει δείξει ότι μέση πολωσή στη θερμική ισορροπία για ένα μόριο του οποίου τρία κύρια πολωσεών α, b, και c ευδιάκριτο μπορεί να αντιπροσωπευθεί όπως

$$\left\langle \alpha_{ij} \right\rangle = a \delta_{ij} + \gamma_{ij},$$
 (4.4.27)

όπου η γραμμική συμβολή μέσης πολωσής δίνεται από

$$a = \frac{1}{3}(a+b+c), \tag{4.4.28}$$

και όπου ο χαμηλότερος - ταξής μη γραμμικός όρος διορθώσεων δίνεται από

$$\gamma_{ij} = c \sum_{kl} \left( 3\delta_{ik} \delta_{jl} - \delta_{ij} \delta_{kl} \right) \overline{\tilde{E}_k^{loc}(t) \tilde{E}_l^{loc}(t)}.$$
(4.4.29)

Εδώ το σταθερό C δίνεται από

$$C = \frac{(a-b)^{2} + (b-c)^{2} + (a-c)^{2}}{90kT},$$
(4.4.30)

και το  $\tilde{E}^{loc}$  δείχνει τον τοπικό τομέα Lorentz. Στο παράρτημα αυτό το τμήμα, παράγουμε το αποτέλεσμα που δίνεται από της Εξς. (4.4.27) κατευθείαν (4.4.30) για την ειδική περίπτωση ενός με αξονική συμμετρία μορίου η παραγωγή για τη γενική περίπτωση αφήνεται ως άσκηση στον αναγνώστη. Έπειτα, χρησιμοποιούμε αυτά τα αποτελέσματα για να καθορίσουμε τη μορφή του τρίτου - ταξής τανύστων ευαισθησίας. Αγνοούμε αρχικά τοπικό - πεδίο τομέων και αντικαθιστάμε το  $\tilde{E}_k^{loc}(t)$  από το μικροσκοπικό ηλεκτρικό πεδίο  $\tilde{E}_k(t)$ , το οποίο αντιπροσωπεύουμε όπως

$$\tilde{E}_k(t) = E_k e^{-i\omega t} + c.c. \tag{4.4.31}$$

Ο ηλεκτρικός - τομέας - εξαρτώμενος παράγοντας που εμφανίζεται στην Εξ. (4.4.29) έτσι γίνεται

$$\overline{\tilde{E}_{k}^{loc}\left(t\right)\tilde{E}_{l}^{loc}\left(t\right)} = E_{k}E_{l}^{*} + E_{l}^{*}E_{l}.$$
(4.4.32)

Δεδομένου ότι αγνοούμε τοπικά - διορθώσεις τομέων, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η πόλωση δίνεται από

$$P_i = \sum_j N \left\langle a_{ij} \right\rangle E_j \tag{4.4.33}$$

και ως εκ τούτου αυτός τρίτος – ταξής συμβολή στην πόλωση δίνεται από

$$P_i^{(3)} = N \sum_j \gamma_{ij} E_j.$$
(4.4.34)

Με την εισαγωγή της μορφής για γ<sub>ij</sub> που δίνεται από της Εξς. (4.4.29) και (4.4.32) σε αυτήν την έκφραση, βρίσκουμε αυτή

$$P_i^{(3)} = NC \sum_{jkl} \left( 3\delta_{ik} \delta_{jl} - \delta_{ij} \delta_{kl} \right) \left( E_k E_l^* + E_k^* E_l \right) E_j,$$

όποιος μπορεί να γραφτεί εξ ολοκλήρου με διανυσματική μορφή όπως

$$\mathbf{P}^{(3)} = NC \Big[ 3 \Big( \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* \Big) \mathbf{E} + 3 \Big( \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* \Big) \mathbf{E} - \Big( \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* \Big) \mathbf{E} - \Big( \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* \Big) \mathbf{E} \Big]$$
  
=  $NC \Big[ \Big( \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* \Big) \mathbf{E} + 3 \Big( \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* \Big) \mathbf{E} \Big].$  (4.4.35)

αυτό το αποτέλεσμα μπορεί να ξαναγραφεί χρησιμοποιώντας τη σημείωση του Maker και Terhune (δείτε επίσης την Εξ. (4.2.10)) όπως

$$\mathbf{P}^{(3)} = A\left(\mathbf{E}\cdot\mathbf{E}^*\right)\mathbf{E} + \frac{1}{2}B\left(\mathbf{E}\cdot\mathbf{E}\right)\mathbf{E}^*, \qquad (4.4.36)$$

όπου οι συντελεστές Α και Β δίνονται από B = 6A = 6NC, το οποίο μέσω της χρήσης της έκφρασης (4.4.30) για το C γίνεται

$$B = 6A = N \left[ \frac{\left(a-b\right)^2 + \left(b-c\right)^2 + \left(a-c\right)^2}{15kT} \right].$$
 (4.4.37)

Αυτό το αποτέλεσμα δείχνει ότι για τη μοριακή επίδραση προσανατολισμού η αναλογίια Β / Α είναι ίσο με 6, ένα αποτέλεσμα που αναφέρεται νωρίτερα χωρίς απόδειξη (μέσα (4.2.13a)). Όπως στην Εξ. (4.4.26), τοπικός - οι διορθώσεις τομέων μπορούν να περιληφθούν στον παρόντα φορμαλισμό με την αντικατάσταση της Εξ. (4.4.37) από

$$B = 6A = \left(\frac{n_0^2 + 2}{3}\right)^4 N \left[\frac{\left(a - b\right)^2 + \left(b - c\right)^2 + \left(a - c\right)^2}{15kT}\right].$$
 (4.4.38)

### Παράρτημα στην παράγραφο 4.4

Η παραγωγή που παρουσιάσαμε ανωτέρω της διανυσματικής μορφής της μη γραμμικής πόλωσης λόγω της μοριακής επίδρασης προσανατολισμού προϋπέθεσε την ισχύ των αρχικών εξισώσεων (4.4.27) κατευθείαν στην (4.4.30). Εδώ παράγουμε αυτές τις αρχικές εξισώσεις για την ειδική περίπτωση ενός με αξονική συμμετρία μορίου. Η παραγωγή ακολουθεί στενά αυτής Owyoung (1971).

Εξετάστε ένα με αξονική συμμετρία μόριο του οποίου πολωσή στον κύριο άξονα περιγράφεται από

$$a^{P} = a_{ij}^{P} = \begin{bmatrix} a_{1} & 0 & 0 \\ 0 & a_{1} & 0 \\ 0 & 0 & a_{3} \end{bmatrix}.$$
 (4.4.39)

Πρέπει να εκφράσουμε  $a_{ij}^{P}$  σε ένα διάστημα - σταθερό (εργαστήριο) ισότιμο σύστημα. Ο προσανατολισμός του μορίου σε αυτό το σύστημα μπορεί να περιγραφεί από τις τρεις γωνίες Euler  $\theta$ , $\varphi$ ,και  $\psi$  που διευκρινίζεται στο σχήμα 4.4.4. Εδώ η  $\theta$  είναι η πολική γωνία και  $\varphi$  είναι η αζιμουθιακή γωνία. Η γωνία  $\psi$  διευκρινίζει τη γωνία περιστροφής για το μοριακό  $a_3$  άξονα για την παρούσα περίπτωση ενός συμμετρικού μορίου ( $a_1 - a_2$ ) αυτή η γωνία δεν χρειάζεται από διευκρινιστεί. Στο διάστημα - το σταθερό ισότιμο σύστημα, πολωσής δίνεται από

$$a(\theta,\varphi) = \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \alpha^{\mathrm{P}} \mathbf{A}, \qquad (4.4.40)$$



και **Α**<sup>T</sup> είναι του μεταθέτει. Μέσω της χρήσης της Εξς. (4.4.39) μέσω (4.4.41) βρίσκουμε αυτού

$$\begin{aligned} \alpha(\theta,\varphi) \\ &= \begin{bmatrix} a_1 + (a_3 - a_1)\sin^2\theta\cos^2\varphi & (a_3 - a_1)\sin^2\theta\sin\varphi & (a_3 - a_1)\cos\theta\sin\theta\cos\varphi \\ (a_3 - a_1)\sin^2\theta\sin\varphi & a_1 + (a_3 - a_1)\sin^2\theta\sin^2\varphi & (a_3 - a_1)\cos\theta\sin\theta\cos\varphi \\ (a_3 - a_1)\sin\theta\cos\theta\cos\varphi & (a_3 - a_1)\sin\theta\cos\theta\sin\varphi & a_1 + (a_3 - a_1)\cos^2\theta \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

$$(4.4.42)$$

Σημειώστε ότι αυτή η έκφραση για πολωσή στο εργαστηριακό ισότιμο σύστημα στον ανεξάρτητο ψ, δεδομένου ότι α είναι συμμετρικό όσον αφορά τους κύριους

άξονές του 1 και 2.

Υπολογίζουμε τώρα μέσο πολωσιμότητας στη θερμική ισορροπία για ένα σύνολο τέτοιων μορίων παρουσία ενός εφαρμοσμένου ηλεκτρικού πεδίου. Η πυκνότητα πιθανότητας ότι ένα δεδομένο μόριο θα προσανατολίσει το σημαντικό άξονά του στις γωνίες (θ, φ) δίνεται από

$$P(\theta,\varphi) = \frac{\exp\left[-U(\theta,\varphi)/kT\right]}{\int d\Omega \exp\left[-U(\theta,\varphi)/kT\right]},$$
(4.4.43)

όπου η προσανατολιστική ενέργεια δίνεται από

$$U(\theta,\varphi) = -\frac{1}{2} \sum_{kl} a_{kl}(\theta,\varphi) \overline{\tilde{E}_{k}^{loc}(t)} \overline{\tilde{E}_{l}^{loc}(t)}.$$
(4.4.44)

Το σύνολο - υπολογισμένο κατά μέσο όρο πολωσιμότητας δίνεται έπειτα από

$$\langle a_{ij} \rangle = \int d\Omega a_{ij}(\theta, \varphi) P(\theta, \varphi)$$
 (4.4.45)

Υποθέτουμε ότι η αναλογία  $U(\theta, \varphi) / kT$  είναι πολύ μικρότερη από την ενότητα, έτσι ώστε οι εκθέτες μπορούν να προσεγγιστούν όπως

$$\exp\left[-\frac{U(\theta,\varphi)}{kT}\right] = 1 - \frac{U(\theta,\varphi)}{kT}.$$
(4.4.46)

Εξισώσεις (4.4.42) - (4.4.45) μπορέστε έπειτα συνδυασμος να δώσει

$$\left\langle a_{ij} \right\rangle = \frac{\int a_{ij}(\theta,\varphi) d\Omega + \sum_{kl} \frac{\overline{\tilde{E}_{k}^{loc}(t)\tilde{E}_{l}^{loc}(t)}}{2kT} \int a_{ij}(\theta,\varphi) \alpha_{kl}(\theta,\varphi) d\Omega}{\int d\Omega + \sum_{kl} \frac{\overline{\tilde{E}_{k}^{loc}(t)\tilde{E}_{l}^{loc}(t)}}{2kT} \int a_{kl}(\Omega,\varphi) d\Omega}.$$
(4.4.47)

Σημειώνουμε εκείνο το ∫ dΩ =4π και ότι ο δεύτερος όρος στον παρονομαστή είναι πολύ μικρότερος από τον πρώτο. Επεκτείνουμε έτσι τον αριθμό του παρονομαστή ως σειρά δύναμης σε αναλογία του δεύτερου στους πρώτους όρους και βρίσκουμε αυτόν στη χαμηλότερη τιμή

$$\left\langle a_{ij} \right\rangle = \int \frac{d\Omega}{4\pi} a_{ij}(\theta,\varphi) + \sum_{kl} \frac{\overline{\tilde{E}_{k}^{loc}(t)\tilde{E}_{l}^{loc}(t)}}{2kT} \int \frac{d\Omega}{4\pi} a_{ij}(\theta,\varphi) a_{kl}(\theta,\varphi) - \sum_{kl} \frac{\overline{\tilde{E}_{k}^{loc}(t)\tilde{E}_{l}^{loc}(t)}}{2kT} \int \frac{d\Omega}{4\pi} a_{ij}(\theta,\varphi) \int \frac{d\Omega}{4\pi} a_{kl}(\theta,\varphi).$$
(4.4.48)

Οι ολοκληρώσεις μπορούν να εκτελεσθούν ρητά. Αφήνουμε

$$\int d\Omega \to \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 d(\cos\theta)$$
(4.4.49)

και βρίσκούμε αυτό

$$\int \frac{d\Omega}{4\pi} a_{ij}(\theta, \varphi) = \left\langle a_{ij} \right\rangle_0 = \alpha \delta_{ij}, \qquad (4.4.50)$$

όπου

$$a = \frac{2}{3}a_1 + \frac{1}{3}a_3. \tag{4.4.51}$$

Βρίσκουμε επίσης αυτό

$$\int \frac{d\Omega}{4\pi} a_{ij}(\theta, \varphi) a_{kl}(\theta, \varphi) = \langle a_{ij}a_{kl} \rangle_{0}$$

$$= \begin{cases} \frac{4}{45} (a_{3} - a_{1})^{2} + a^{2} & \gamma \iota \alpha & i = j = k = l, \\ a^{2} - \frac{2}{45} (a_{3} - a_{1})^{2} & \gamma \iota \alpha & i = j \neq k = l, \\ \frac{1}{15} (a_{3} - a_{1})^{2} & \gamma \iota \alpha & i = k \neq j = l \\ \eta & i = l \neq j = k. \end{cases}$$
(4.4.52)

Αυτά τα αποτελέσματα μπορούν να συνδυαστούν για να αντιπροσωπεύσουν πολωσής όπως

$$\left\langle a_{ij} \right\rangle = \left\langle a_{ij} \right\rangle_{0} + \sum_{kl} \frac{\overline{\tilde{E}_{k}^{loc}(t)\tilde{E}_{l}^{loc}(t)}}{2kT} \left( \left\langle a_{ij}a_{kl} \right\rangle_{0} - \left\langle a_{ij} \right\rangle_{0} \left\langle a_{kl} \right\rangle_{0} \right), \tag{4.4.53}$$

όποιος μπορεί να γραφτεί όπως

$$\langle a_{ij} \rangle = a \delta_{ij} + \gamma_{ij},$$
 (4.4.54)

όπου

$$\gamma_{ij} = \sum_{kl} \frac{\overline{\tilde{E}_{k}^{loc}(t)\tilde{E}_{l}^{loc}(t)}}{2kT} \frac{2}{45} (a_{3} - a_{1})^{2} \left[\frac{3}{2} (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{kl}) - \delta_{ij}\delta_{kl}\right].$$
(4.4.55)

Σημειώστε ότι αφού  $\tilde{E}_{k}^{loc}(t)$  και  $\tilde{E}_{l}^{loc}(t)$  εμφανίζονται σε αυτήν την τελευταία έκφραση μόνο ως συμμετρικό προϊόν, μπορούμε να αντικαταστήσουμε τους όρους μέσα στις παρενθέσεις από  $2\delta_{ik}\delta_{jl}$ . Λαμβάνουμε έτσι την επιθυμητή μορφή

$$\gamma_{ij} = \sum_{kl} \frac{\overline{\tilde{E}_k^{loc}(t)\tilde{E}_l^{loc}(t)}}{45kT} (a_3 - a_1)^2 (3\delta_{ik}\delta_{jl} - \delta_{ij}\delta_{kl}).$$
(4.4.56)

Σημειώστε ότι  $\gamma_{ij}$  είναι ανεξιχνίαστο, δηλ., το οποίο  $\sum_i \gamma_{ii} = 0$ . Διαισθητικά, αναμένουμε  $\gamma_{ij}$  για να είμαστε ανεξιχνίαστοι, δεδομένου ότι στην εφαρμογή ενός οπτικού τομέα στο μέσο «δεν έχουμε προσθέσει» οποιοδήποτε νέα πολώση σε απλά «έχουμε ρυθμίσει εκ νέου» πολωσιμότητα που ήταν αρχικά παρόν μεταξύ των διάφορων τμημάτων.

### 4.5. Θερμικές μη γραμμικές οπτικές επιδράσεις

Οι θερμικές διαδικασίες μπορούν να οδηγήσουν στα μεγάλα (και συχνά ανεπιθύμητα) μη γραμμικά οπτικά αποτελέσματα. Η προέλευση των θερμικών μη γραμμικών οπτικών επιδράσεων είναι ότι κάποιο μέρος της συναφούς δύναμης λέιζερ απορροφάται στη διάβαση μέσω ενός οπτικού υλικού. Η θερμοκρασία της φωτισμένης μερίδας του υλικού αυξάνεται συνεπώς, το οποίο οδηγεί σε μια αλλαγή στο δείκτη διάθλασης του υλικού. Για τα αέρια, ο δείκτης διάθλασης μειώνεται αμετάβλητα με την αυξανόμενη θερμοκρασία (στη σταθερή πίεση), αλλά για το συμπυκνωμένο θέμα ο δείκτης διάθλασης μπορεί είτε να αυξηθεί είτε να μειωθεί με τις αλλαγές στη θερμοκρασία, ανάλογα με τις λεπτομέρειες της εσωτερικής δομής του υλικού. Το χρονικό διάστημα για τις αλλαγές στη θερμοκρασία του υλικού μπορεί να είναι αρκετά μακροχρόνιο (της ταξής των δευτερολέπτων), και συνεπώς οι θερμικές επιδράσεις οδηγούν συχνά στα έντονα χρονικά εξαρτημένα μη γραμμικά οπτικά φαινόμενα.

Οι θερμικές επιδράσεις μπορούν να περιγραφούν από μαθηματική άποψη με να υποθέσουν ότι ο δείκτης διάθλασης ñ ποικίλλει με τη θερμοκρασία σύμφωνα με \*

$$\tilde{n} = n_0 + \left(\frac{dn}{dT}\right)\tilde{T}_1 \tag{4.5.1}$$

Πίνακας 4.5.1 Θερμικές ιδιότητες των διάφορων οπτικών υλικών

Material	$(\rho_0 C) (\mathrm{J/cm}^3)^a$	κ (W/m K)	$dn/dT (\mathrm{K}^{-1})^b$
Diamond	1.76	660	
Ethanol	1.91	0.168	
Fused silica	1.67	1.4	$1.2 \times 10^{-5}$
Sodium chloride	1.95	6.4	$-3.6 \times 10^{-5}$
Water (liquid)	4.2	0.56	
Air <sup>c</sup>	$1.2 \times 10^{-3}$	$26 \times 10^{-3}$	$-1.0  imes 10^{-6}$

a) (ρ<sub>0</sub>C) είναι η ικανότητα θερμότητας ανά όγκο μονάδων και κ είναι η θερμική αγωγιμότητα. Η πιό εκτενής λίστα αυτών των ποσοτήτων μπορεί να βρεθεί στο εγχειρίδιο κέντρου ανίχνευσης και ελέγχου της χημείας και της φυσικής, τμήμα Δ, και στο αμερικανικό ίδρυμα εγχειριδίου φυσικής, παράγραφος 4.

b)

dn / dT είναι ο συντελεστής θερμοκρασίας του δείκτη διάθλασης. Μπορεί να είναι είτε θετικό είτε αρνητικό, και για το συμπυκνωμένο θέμα βρίσκεται χαρακτηριστικά στη σειρά ±3 x 10<sup>-5</sup> K<sup>-1</sup>. Δείτε για παράδειγμα το αμερικανικό ίδρυμα εγχειριδίου φυσικής, τμήμα 6b.

C)

Το Γ μετριέται στη σταθερή πίεση. Οι τιμές αναφέρονται σε STP. Υπό άλλους όρους, οι τιμές αυτών των ποσοτήτων μπορούν να βρεθούν με τη σημείωση ότι στην καλή προσέγγιση (ρ<sub>0</sub>C) είναι ανάλογος προς την πυκνότητα, κείναι ανεξάρτητο από την πυκνότητα, και ότι για οποιοδήποτε ιδανικό αέριο dn/dT = -(n-1)/T.

\*Όπως αλλού σε αυτό το κείμενο, χρησιμοποιείται για να υποδείξει μια ρητά χρονικά εξαρτημένη ποσότητα

Όπου η ποσότητα (dn/dT) περιγράφει την εξάρτηση θερμοκρασίας του δείκτη διάθλασης ενός δεδομένου υλικού και πού το  $\tilde{T_1}$  υποδεικνύει το λέιζερ - προκληθείσα αλλαγή στη θερμοκρασία. Υποθέτουμε ότι το  $\tilde{T_1}$  υπακούει τη θερμότητα - μεταφέρετε την εξίσωση

$$\left(\rho_{0}C\right)\frac{\partial\tilde{T}_{1}}{\partial t}-\kappa\nabla^{2}\tilde{T}_{1}=a\tilde{I}\left(r\right).$$
(4.5.2)

Εδώ (ρ<sub>0</sub>C) δείχνει την ικανότητα θερμότητας ανά όγκο μονάδων, κ δείχνει τη θερμική αγωγιμότητα, και α δείχνει το γραμμικό συντελεστή απορρόφησης του υλικού.

Εκφράζουμε την ικανότητα θερμότητας στη μορφή (ρ<sub>0</sub>C) επειδή τα περισσότερα εγχειρίδια ταξινομούν σε πίνακες την υλική πυκνότητα ρ<sub>0</sub> και την ικανότητα θερμότητας ανά μάζα C μονάδων παρά το προϊόν τους (ρ<sub>0</sub>C), το οποίο είναι η ποσότητα άμεσης σχετικότητας στο παρόν πλαίσιο.

Οι αντιπροσωπευτικές τιμές του dn/dT,  $(\rho_0 C)$ , και κ παρουσιάζονται στον πίνακα

4.5.1.

Η εξίσωση (4.5.2) μπορεί να λυθεί ως πρόβλημα αξίας ορίου για οποιαδήποτε συγκεκριμένη φυσική περίσταση, και ως εκ τούτου ο δείκτης διάθλασης σε οποιοδήποτε σημείο στο διάστημα μπορεί να είναι Εξ. (4.5.1). Σημειώστε ότι οι θερμικές μη γραμμικές οπτικές επιδράσεις δεν είναι τοπίκες, επειδή η αλλαγή στο δείκτη διάθλασης σε κάποιο δεδομένο σημείο θα εξαρτηθεί γενικά από την ένταση λέιζερ σε άλλα κοντινά σημεία. Για παρόντες λόγους μας, αφήνει να κάνει μερικές απλές αριθμητικές εκτιμήσεις του μεγέθους της θερμικής συμβολής στην αλλαγή στο δείκτη διάθλασης για την κατάσταση που παρουσιάζεται στο σχήμα. 4.5.1. Υποθέτουμε ότι μια κυκλική ακτίνα λέιζερ της έντασης  $I_0$  και της ακτίνας P (και συνεπώς της δύναμης  $p = \pi R^2 I_0$ ) μειώνεται επάνω σε μια πλάκα του οπτικού υλικού του πάχους L και του συντελεστή α απορρόφησης.

Υπολογίστε αρχικά το χρόνο απόκρισης τ που συνδέεται με την αλλαγή στη θερμοκρασία για αυτήν την κατάσταση. Παίρνουμε τ για να είμαστε κάποιο μέτρο του χρόνου που λαμβάνεται



Σχήμα 4.5.1 Γεωμετρία για την περιγραφή των θερμικών μη γραμμικών οπτικών επιδράσεων

για τη θερμοκρασία η διανομή για να φθάσει στο νέο σταθερό σήμειο της μετά από τον τομέα λέιζερ είναι ξαφνικά αναμμένη ή σβησμένη. Για την προσδιορισιμότητα υποθέτουμε την τελευταία κατάσταση. Υπολογίζουμε έπειτα  $\tau$  με να προσεγγίσουμε  $\partial \tilde{T_1} / \partial t$  στην Εξ. (4.5.2) από  $T_1 / \tau$  και με να προσεγγίσει  $\nabla^2 \tilde{T_1}$  όπως  $T_1 / R^2$ . στην Εξ (4.5.2) έπειτα γίνεται  $(\rho_0 C)T_1 / \tau \approx \kappa T_1 / R^2$ , από το οποίο προκύπτει αυτό

$$\tau \approx \frac{(\rho_0 C) R^2}{\kappa}.$$
(4.5.3)

Μπορούμε να υπολογίσουμε αριθμητικά το χρόνο απόκρισης τ για το

συμπυκνωμένο θέμα με την υιοθέτηση των χαρακτηριστικών τιμών  $(\rho_0 C) = 10^6 J / m^3 K$ ,  $\kappa = 1W / mK$ , και R = 1mm, και βρίσκει έτσι  $\tau \approx 1s$ . Ακόμη και για μια στενά παράλληλη ακτίνα με  $R = 10 \mu m$ , ένα βρίσκουμε εκείνο το  $\tau \approx 100 \mu s$ . Αυτοί αποκρίνονται ότι οι χρόνοι είναι πολύ πιό μακροχρόνιοι από τη διάρκεια T που παράγεται από τα περισσότερα παλμικά λέιζερ. Το ένα έτσι συνάγει το συμπέρασμα ότι, στην εκτίμηση των θερμικών επιδράσεων, η δύναμη (ή εναλλακτικά η ένταση) είναι η σχετική ποσότητα για συνεχή - ακτίνες λέιζερ κυμάτων, αλλά ότι η παλμική ενέργεια Q = PT (ή εναλλακτικά η ροή, η ενέργεια ανά διατομική περιοχή μονάδων) είναι η σχετική ποσότητα στην εκτίμηση των

### Θερμικές μη γραμμικότητες με τις ακτίνες λέιζερ συνεχής-κυμάτων

Μόλις είδαμε ότι η ανάλυση των θερμικών επιδράσεων στη μη γραμμική οπτική είναι διαφορά για το συνεχές κύμα απ'ό, τι για την παλμίκη ακτινοβολία. Θεωρήστε πρώτα την περίπτωση συνεχή - ακτινοβολία κυμάτων. Υπό τους όρους κατάστασης η εξίσωση της μεταφοράς θερμότητας μειώνει έπειτα

$$-\kappa \nabla^2 \tilde{T}_1 = a \tilde{I}(r). \tag{4.5.4}$$

Αυτή η εξίσωση μπορεί να λυθεί ρητά για οποιοδήποτε υποτιθέμενο σχεδιάγραμμα  $\tilde{I}(r)$ . λέιζερ. Για τον παρόντα σκοπό μας αρκεί να κάνει μια ταξή - εκτίμηση μεγέθους της μέγιστης ανόδου  $T_1^{(max)}$  θερμοκρασίας στο κέντρο της ακτίνας λέιζερ., Αντικαθιστάμε το  $\nabla^2 \tilde{T}_1$  από  $-T_1^{(max)}/R^2$ , και με αυτόν τον τρόπο βρίσκουμε αυτού

$$T_1^{(\max)} = \frac{aI^{(\max)}R^2}{\kappa},$$
 (4.5.5)

όπου το *I*<sup>(max)</sup> είναι η ένταση λέιζερ στο κέντρο της ακτίνας λέιζερ. Κατόπιν από την Εξ. (4.5.1) υπολογίζουμε τη μέγιστη αλλαγή στο δείκτη διάθλασης όπως

$$\Delta n = \left(\frac{dn}{dT}\right) \frac{aI^{(\max)}R^2}{\kappa}.$$
(4.5.6)

Μπορούμε να εκφράσουμε αυτήν την αλλαγή από την άποψη ενός αποτελεσματικού μη γραμμικού  $n_2^{(th)}$  συντελεστή δείκτη διάθλασης που καθορίζεται

μέσω του  $\Delta n = n_2^{(th)} I^{(max)}$  για να λάβει

$$n_2^{(th)} = \left(\frac{dn}{dT}\right) \frac{aR^2}{\kappa}.$$
(4.5.7)

Σημειώστε ότι αυτή η ποσότητα είναι γεωμετρία - εξαρτώμενη (μέσω του  $R^2$  παράγοντα) και ως εκ τούτου δεν είναι μια εγγενής ιδιοκτησία ενός οπτικού υλικού. Εν τούτοις, παρέχει έναν χρήσιμο τρόπο το μέγεθος των θερμικών μη γραμμικών οπτικών επιδράσεων. Εάν υπολογίζουμε το μέγεθός της μέσω της χρήσης των τιμών  $(dn/dT) = 10^{-5}K^{-1}$ ,  $a = 1cm^{-1}$ , R = 1mm, και  $\kappa = 1W/mK$ , βρίσκουμε εκείνο το  $n_2^{(th)} = 10^{-5}cm^2/W$ . Μέσω της σύγκρισης, υπενθυμίστε αυτήν για το λιωμένο  $n_2 = 3 \times 10^{-16}cm^2/W$  πυριτίου. Ακόμη και για ένα πολύ μικρότερο μέγεθος ακτίνων ( $R = 10 \mu m$ ) και έναν πολύ μικρότερο συντελεστή απορρόφησης ( $a = 0.01cm^{-1}$ ),λαμβάνουμε ακόμα έναν σχετικά μεγάλο θερμικό μη γραμμικό συντελεστή εάν  $n_2^{(th)} = 10^{-11}cm^2/W$ . Το συμπέρασμα για να προέλθει από αυτούς τον αριθμό είναι σαφές: οι θερμικές επιδράσεις είναι συνήθως ο κυρίαρχος μη γραμμικός οπτικός μηχανισμός για συνεχή - ακτίνες λέιζερ κυμάτων. Οι πρόσφατες πειραματικές έρευνες για τις θερμικές μη γραμμικές οπτικές επιδράσεις στα αέρια έχουν αναφερθεί από Bentley και λοιποί. (2000).

### Θερμικές μη γραμμικότητες με τις πολόμενες ακτίνες λέιζερ

Όπως αναφέρεται νωρίτερα, για τα περισσότερα πολόμενα λέιζερ η προκληθείσα αλλαγή στο δείκτη διάθλασης είναι ανάλογη προς την ενέργεια  $Q = \int \tilde{P}(t) dt$  παρά προς τη στιγμιαία δύναμη  $\tilde{P}(t)$  (ή εναλλακτικά είναι ανάλογη προς τη ροή  $F = \int \tilde{I}(t) dt$  παρά στην ένταση  $\tilde{I}(t)$ . Για αυτόν τον λόγο, δεν είναι δυνατό να περιγραφεί η αλλαγή στο δείκτη διάθλασης από την άποψη μιας ποσότητας όπως το  $n_2^{(th)}$ . Μάλλον,  $\Delta \tilde{n}$  αυξάνεται (ή μειώνεται) μονότονα κατά τη διάρκεια της χρονικής έκτασης του λέιζερ. Εν τούτοις κάποιος μπορεί να ορίσει τα απλά κριτήρια για τον καθορισμό των όρων κάτω από τους οποίους οι θερμικές μη γραμμικές οπτικές επιδράσεις είναι σημαντικές. Ιδίως, εξετάστε τους όρους κάτω από τους οποίους η θερμική αλλαγή στο δείκτη διάθλασης

$$\Delta n^{(th)} = \left(\frac{dn}{dT}\right) T_1^{(\max)} \tag{4.5.8}$$

θα είναι μεγαλύτερο ή ίσο η αλλαγή ως αποτέλεσμα της ηλεκτρονικής απάντησης

$$\Delta n^{(el)} = n_2^{(el)} I. \tag{4.5.9}$$

Υπολογίζουμε ότι η μέγιστη αλλαγή στο  $T_1^{(max)}$  θερμοκρασίας που προκαλείται από το λέιζερ είναι η ακόλουθη: Για ένα σύντομο παλμού λέιζερ (διάρκεια παλμού  $t_p$  πολύ πιό σύντομη από το θερμικό χρόνο απόκρισης  $\tau$  στην Εξ. (4.5.3)), η εξίσωση μεταφορών θερμότητας (4.5.2) μειώνει

$$\left(\rho_0 C\right) \frac{\partial \tilde{T}_1}{\partial t} = a \tilde{I}(r); \qquad (4.5.10)$$

έχουμε ρίξει τον όρο –κ $\nabla^2 \tilde{T}_1$  επειδή σε έναν χρόνο  $t_p \ll \tau$  το πολύ-πολύ ένα αμελητέο μέρος της απορροφημένης ενέργειας μπορεί να διασκορπίσει από την περιοχή αλληλεπίδρασης. Με προσεγγίσει  $\partial \tilde{T}_1 / \partial t$  ως  $T_1^{(max)} / t_p$  βρίσκουμε αυτού

$$T_1^{(\max)} = \frac{aI^{(\max)}t_p}{(\rho_0 C)}.$$
(4.5.11)

Με το συνδυασμό στης Εξς. (4.5.8) κατευθείαν στην (4.5.11), διαπιστώνουμε ότι η θερμική συμβολή στην αλλαγή στο δείκτη διάθλασης θα υπερβεί την ηλεκτρονική συμβολή εάν η διάρκεια σφυγμού λέιζερ ικανοποιήσει την ανισότητα

$$t_{p} \geq \frac{n_{2}^{(el)}(\rho_{0}C)}{(dn / dT)a}.$$
(4.5.12)

Εάν αξιολογούμε αυτήν την έκφραση υποθέτοντας τις χαρακτηριστικές τιμές  $n_2^{(el)} = 3 \times 10^{-16} cm^2 / W$ ,  $(\rho_0 C) = 1 \times 10^6 J / m^3 K$ ,  $a = 1 cm^{-1}$ , διαπιστώνουμε ότι ο όρος για τη σημασία των θερμικών επιδράσεων γίνεται

$$t_p \ge 30 \, p \, \text{sec} \tag{4.5.13}$$

Έτσι βλέπουμε ότι οι θερμικές επιδράσεις είναι πιθανό να έχουν μια συμβολή στη μη γραμμική οπτική απάντηση για όλους εκτός από τους πιό σύντομους

 $(t_p \ll 30 p \sec)$  παλμούς λέιζερ.

### 4.6. Μη γραμμικότητες ημιαγωγών

Τα υλικά ημιαγωγών διαδραματίζουν έναν σημαντικό ρόλο στη μη γραμμική οπτική και επειδή παράγουν τις μεγάλες μη γραμμικές οπτικές αντίδρασης και επειδή αυτά τα υλικά παραχωρούν στην κατασκευή των ενσωματωμένων συσκευών στις οποίες ηλεκτρονικη, το λέιζερ ημιαγωγών, και τα μη γραμμικά οπτικά συστατικά όλες κατασκευάζονται σε έναν ενιαίο ημιαγωγό.

Ένα κύριο χαρακτηριστικό των υλικών ημιαγωγών είναι ότι τα ηλεκτρονικά ενεργειακά στοιχεία τους λαμβάνουν τη μορφή ευρειών ζωνών που χωρίζονται από τις απαγορευμένες περιοχές. Γεμισμένη ή σχεδόν γεμισμένες οι ζώνες είναι γνωστή ως ζώνες σθένους και κενού



Σχήμα 4.6.1 (α) η ζώνη σθένους (VB) είναι ζώνη αγωγιμότητας (CB) ενός ημιαγωγού χωρίζεται από την ενέργεια  $E_g$  π.χ. Για το  $\hbar \omega > E_g$  (b). η μη γραμμική απάντηση προκύπτει από τη μεταφορά των ηλεκτρονίων των ηλεκτρονίων στη ζώνη αγωγής, ενώ για το  $\hbar \omega < E_g$ , (c) η μη γραμμική απάντηση περιλαμβάνει τις εικονικές μεταβάσεις.

ή σχεδόν οι κενές ζώνες είναι γνωστές ως ζώνες αγωγιμότητας. Ο ενεργειακός χωρισμός μεταξύ της υψηλότερης ζώνης παραπετασμάτων και της χαμηλότερης ζώνης αγωγιμότητας είναι γνωστός ως ζώνη - δημιουργήστε άνοιγμα την ενέργεια  $E_g$ . Αυτές οι έννοιες είναι διευκρινισμένες στο σχήμα 4.6.1α. Μια κρίσιμη διάκριση που συνδέεται με τις μη γραμμικές οπτικές ιδιότητες ενός υλικού ημιαγωγών είναι εάν η ενέργεια ħω φωτονίων του τομέα λέιζερ είναι μεγαλύτερη από ή μικρότερος από τη ζώνη - δημιουργήστε άνοιγμα την ενέργεια. Για  $\hbar \omega > E_g$ , όπως διευκρινίζεται στο μέρος (β) του αριθμού, το μη γραμμικό αποτέλεσμα αντίδρασης από τη μεταφορά των ηλεκτρονίων στη ζώνη αγωγιμότητας, που οδηγεί σε μια

τροποποίηση των οπτικών ιδιοτήτων του υλικού. Για την αντίθετη υπόθεση  $\hbar \omega < E_g$ η μη γραμμική αντίδραση είναι ουσιαστικά στιγμιαία και εμφανίζεται ως αποτέλεσμα των παραμετρικών διαδικασιών που περιλαμβάνουν τα εικονικά επίπεδα. Μεταχειριζόμαστε αυτές τις δύο καταστάσεις χωριστά.

Μη γραμμικότητες ως αποτέλεσμα της ζώνης - μεταβάσεις ζωνών

Για  $\hbar \omega > E_g$  η μη γραμμική αντίδραση εμφανίζεται ως αποτέλεσμα της ζώνης - για να ενώσει τις μεταβάσεις. Για όλους εκτός από τους πιό σύντομους παλμούς λέιζερ, η μη γραμμική αντίδραση μπορεί να περιγραφεί από την άποψη του πληθυσμού  $N_c$  ζωνών διεξαγωγής, ο οποίος μπορεί παρμένος για να υπακούσει μια εξίσωση ποσοστού της μορφής

$$\frac{dN_c}{dt} = \frac{aI}{\hbar\omega} - \frac{\left(N_c - N_c^{(0)}\right)}{\tau_R},$$
(4.6.1)

όπου α είναι ο συντελεστής απορρόφησης του υλικού στη συχνότητα λέιζερ, το  $N_c^{(0)}$  είναι ο πληθυσμός ηλεκτρονίων ζωνών διεξαγωγής στη θερμική ισορροπία, και  $\tau_R$  είναι το ηλεκτρόνιο - χρόνος επανασυνδυασμού οπών. Στη σταθερή καταστάση αυτή η εξίσωση κατέχει τη λύση

$$N_c = N_c^{(0)} + \frac{aI\tau_R}{\hbar\omega}.$$
(4.6.2)

Εντούτοις, για την κοινή κατάσταση στην οποία η διάρκεια παλμού λέιζερ είναι πιό σύντομη από τον υλικό χρόνο απόκρισης τ<sub>R</sub>, η διεξαγωγή - η πυκνότητα ηλεκτρονίων ζωνών αυξάνεται μονοχρωμάτικα κατά τη διάρκεια του παλμού λέιζερ.

Η αλλαγή στη συγκέντρωση ηλεκτρονίων που περιγράφεται από την Εξ. (4.6.1) μόλυβδοι σε μια αλλαγή στις οπτικές ιδιότητες με τη βοήθεια διάφορων διαφορετικών μηχανισμών, τους οποίους περιγράφουμε τώρα.

Ελεύθερο - ηλεκτρονίων αντίδραση. Στην πρώτη προσέγγιση, τα ηλεκτρόνια στη ζώνη αγωγής μπορούν να θεωρηθούν για να αποκριθούν ελεύθερα σε έναν εφαρμοσμένο οπτικό τομέα. Η ελεύθερη συμβολή ηλεκτρονίων στη διηλεκτρική

σταθερά είναι - γνωστή (δείτε Εξ. (13.7.3)) και έχει τη μορφή

$$\in (\omega) = \in_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\tau)}, \tag{4.6.3}$$

όπου το  $\varepsilon_0$  είναι η συμβολή στη διηλεκτρική σταθερά από όλους τους άλλους μηχανισμούς  $\omega_p^2$  είναι το τετράγωνο της συχνότητας κλάσματος και δίνεται από  $\omega_p^2 = 4\pi N_c e^2 / m$ , και  $\tau$  είναι ένας οπτικός χρόνος απόκρισης που δεν είναι γενικά ίσος με το  $\tau_R$  και είναι χαρακτηριστικά πολύ πιό σύντομος. Δεδομένου ότι  $N_c$  αυξάνεται με την ένταση λέιζερ, το ε(ω) βλέπει για να μειωθεί με την ένταση λέιζερ. Στο όριο κατάστασης, μπορούμε να παραγάγουμε μια έκφραση για την αλλαγή στο πραγματικό μέρος του δείκτη διάθλασης που δίνεται από

$$\Delta n = n_2 I \qquad o\pi o \psi \qquad n_2 = -\frac{\pi e^2 a I \tau_R}{n_0 m \hbar \omega^3}. \tag{4.6.4}$$

Η σημείωση από το  $n_2$  είναι ανάλογη προς  $ω^{-3}$ . Το ένα έτσι αναμένει αυτόν τον μηχανισμό για να γίνει κυρίαρχο στα μακροχρόνια μήκη κύματος. Εάν αξιολογούμε αυτήν την έκφραση χρησιμοποιώντας τις χαρακτηριστικές τιμές  $m = 0.1m_e$  (σημειώστε εκείνο το m στην Εξ. (4.6.4) είναι η αποτελεσματική μάζα της διεξαγωγής - ενώστε το ηλεκτρόνιο).  $n_0 = 3.5$ ,  $a = 10^4 cm^{-1}$ ,  $\hbar \omega = 0.75 eV$ ,  $\tau_r = 10n \sec$ , βρίσκουμε εκείνο το  $n_2 3 \times 10^{-6} cm^2 / W$ , μια εύλογα μεγάλης αξίας.

Τροποποίηση των οπτικών ιδιοτήτων από τα αποτελέσματα διαλογής πλάσματος. Μια άμεση συνέπεια της παρουσίας ηλεκτρονίων στη ζώνη διεξαγωγής ημιαγωγών είναι ότι το υλικό γίνεται ασθενώς τη διεξαγωγή. Κατά συνέπεια, οι δαπάνες μπορούν να ρεύσουν στην ασπίδα και τις θιγμένες ελεύθερες αλλαγές, και η αλληλεπίδραση Coulomb μεταξύ των χρεωμένων μορίων γίνεται αποτελεσματικά αποδυναμωμένη. Στο κλασσικό όριο στο οποίο τα ηλεκτρόνια υπακούνε το Maxwell - Boltzmann, η καλυμμένη πιθανή ενέργεια μεταξύ δύο μορίων σημείου των δαπανών *e* γίνεται

$$V = \frac{e^2}{\in r} e^{-\kappa r},\tag{4.6.5}$$

όπου το ε είναι η (πραγματική) διηλεκτρική σταθερά του υλικού ημιαγωγών και πού

$$\kappa = \sqrt{\frac{4\pi N_c e^2}{kT}}$$
(4.6.6)

είναι ο αριθμός κυμάτων διαλογής Debye – Huckel.

Μια συνέπεια της μείωσης της δύναμης της αλληλεπίδρασης Coulomb είναι ότι τα εξιτόνια χαρακτηριστικά γνωρίσματα μπορούν να εξαφανιστούν στην υψηλή διεξαγωγή - ενώστε τις πυκνότητες ηλεκτρονίων. Υπενθυμίστε εν συντομία τη φύση των **εξιτόνιων** χαρακτηριστικών γνωρισμάτων στους ημιαγωγούς. Ένα ηλεκτρόνιο στη ζώνη διεξαγωγής θα αισθανθεί μια δύναμη της έλξης σε μια ωπή στη ζώνη σθένους ως αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης Coulomb. Αυτή η έλξη μπορεί να είναι αρκετά ισχυρή ότι το ζευγάρι διαμορφώνει μια συνδεδεμένη καταστάση γνωστή ως **εξιτόνιο**. Των εξιτόνιων ενεργειακά επίπεδα βρίσκονται χαρακτηριστικά ελαφρώς κάτω από την άκρη της ζώνης διεξαγωγής, σε μια ενέργεια που δίνεται από

$$E_n = E_c - R^* / n^2, \qquad (4.6.7)$$

όπου το n είναι ο κύριος κβαντικός αριθμός, η  $E_c$  είναι η ενέργεια του κατώτατου σημείου της ζώνης διεξαγωγής, και  $R^* = \hbar^2 (2m_r a_0^{*2})^{-1}$  είναι η αποτελεσματική σταθερά Rydberg. Εδώ το  $m_r$  είναι η μειωμένη μάζα του ηλεκτρονίου - το ζευγάρι οπών και  $a_0^* = 4\pi\hbar^2 (m_r e^2)^{-1}$  είναι η αποτελεσματική πρώτη ακτίνα Bohr. Συχνά μόνο τα χαμηλότερα **εξιτόνια στην** καταστάση συμβάλλουν σημαντικά στο φάσμα απορρόφησης ημιαγωγών η κατάσταση στην οποία μόνο n = 1 καταστάση είναι ορατό παρουσιάζεται στο σχήμα 4.6.2a. Παρουσία μιας ακτίνας λέιζερ αρκετά έντονης για να τοποθετήσουν έναν αξιόλογο πληθυσμό των ηλεκτρονίων στη ζώνη διεξαγωγής, τα αποτελέσματα διαλογής πλάσματος μπορούν να οδηγήσουν στην εξαφάνιση αυτών των **εξιτόνιων** αντηχήσεων, που οδηγούν σε ένα φάσμα απορρόφησης του είδους που παρουσιάζεται στο μέρος (β) του αριθμού. Αφήστε Δα να δείξει το ποσό από το οποίο ο συντελεστής απορρόφησης έχει αλλάξει λόγω της παρουσίας του οπτικού τομέα. Η αλλαγή στο συντελεστή απορρόφησης υπολαγή μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια των σχέσεων Kramers - Kronig (δείτε την παράγραφο

1.7), το οποίο στο παρόν πλαίσιο γράφουμε με τη μορφή

$$\Delta n(\omega) = \frac{c}{\pi} \int_0^\infty \frac{\Delta a(\omega') d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2},$$
(4.6.8)

όπου το κύριο μέρος του ολοκληρώματος πρόκειται να ληφθεί. Η αλλαγή στο δείκτη διάθλασης παρουσιάζεται συμβολικά στο μέρος (γ) του σχήματος 4.6.2. Σημειώστε ότι Δ*n* είναι θετικό στην υψηλής συχνότητας πλευρά των εξιτόνιων αντήχησης και είναι αρνητικό στη χαμηλής συχνότητας πλευρά. Εντούτοις, η αλλαγή στο δείκτη διάθλασης είναι αξιόλογη μόνο πέρα από ένα στενό φάσμα της συχνότητας από κάθε πλευρά της ακριβούς αντήχησης.



Σχήμα 4.6.2 Χαρακτηριστικό χαμηλής θερμοκρασίας φάσμα απορρόφησης ενός ημιαγωγού λόγω της έλλειψης (α) και στην παρουσία (β) ενός αξιόλογου αριθμού οπτικά συγκινημένων ηλεκτρονίων ζωνών διεξαγωγής. (γ) η τροποποίηση του δείκτη διάθλασης που συνδέεται με την οπτικά προκληθείσα αλλαγή στο συντελεστή απορρόφησης.

Αλλαγή των οπτικών ιδιοτήτων λόγω της ζώνης - γεμίζοντας αποτελέσματα. Καθώς τα ηλεκτρόνια μεταφέρονται από τη ζώνη σθένους στη ζώνη αγωγιμοτήτας, ο συντελεστής απορρόφησης ενός ημιαγωγού πρέπει να μειωθεί. Αυτή η επίδραση είναι από πολλές απόψεις ανάλογη με τα αποτελέσματα κορεσμού στα ατομικά συστήματα, όπως περιγράφεται στο κεφάλαιο 6, αλλά στην παρούσα περίπτωση με την προστιθέμενη πολυπλοκότητα ότι τα ηλεκτρόνια πρέπει να υπακούσουν την αρχή Pauli και πρέπει έτσι να καταλάβουν μια σειρά των ενεργειών μέσα στη ζώνη διεξαγωγής. Αυτή η διαδικασία οδηγεί σε ένα χαμήλωμα του δείκτη διάθλασης για τις συχνότητες κάτω από την άκρη ζωνών και μια αύξηση του δείκτη διάθλασης για τις συχνότητες επάνω από την άκρη ζωνών. Η αίσθηση της αλλαγής στο δείκτη διάθλασης είναι έτσι η ίδια με αυτήν για ένα δύο επιπέδων άτομο. Η αλλαγή στο δείκτη διάθλασης ως αποτέλεσμα της πλήρωσης ζωνών μπορεί να υπολογιστεί ακριβέστερα με τη βοήθεια μιας ανάλυσης Kramers - Kroning του είδους που περιγράφεται στην προηγούμενη παράγραφο οι λεπτομέρειες περιγράφονται, για παράδειγμα, από Peyghambarian και λοιποί. (1995), παράγραφος 13-4.

Αλλαγή στις οπτικές ιδιότητες λόγω της ζώνης - επανακανονικοποίση χάσματος. Για λόγους που είναι μάλλον λεπτοί (συσχετισμοί ανταλλαγής και Coulomb), η ζώνη - η ενέργεια χάσματος των περισσότερων ημιαγωγών μειώνεται στις υψηλές συγκεντρώσεις των ηλεκτρονίων ζωνών αγωγής, με μια προκύπτουσα αλλαγή στις οπτικές ιδιότητες.

### Μη γραμμικότητες που περιλαμβάνουν τις εικονικές μεταβάσεις

Εξετάστε έπειτα τη μη γραμμική αντίδραση ενός ημιαγωγού ή ενός μονωτή υπό τον όρο  $\hbar \omega < E_g$ , όπως διευκρινίζεται στο μέρος (α) του σχήματος 4.6.3. Σε αυτήν την κατάσταση, η ενέργεια φωτονίων είναι πάρα πολύ μικρή για να επιτρέψει ενιαίο - η απορρόφηση φωτονίων για να εποικήσουν τη ζώνη αγωγιμότητας, και η μη γραμμική απάντηση περιλαμβάνουν τις εικονικές διαδικασίες όπως εκείνοι που παρουσιάζονται στα μέρη (β) και (γ) του σηματός. Η διαδικασία «δύο-φωτονίων»

του μέρους (β) συνήθως είναι πολύ μεγαλύτερη από τη «ένα - διαδικασία φωτονίων» του μέρους (γ) εκτός από τις ενέργειες ħω φωτονίων που πλησιάζουν την ενέργεια χάσματος  $E_g$ . Στην προσέγγιση στην οποία μόνο η διαδικασία δύο-φωτονίων του μέρους (β) εξετάζεται, ένα απλό πρότυπο μπορεί να αναπτυχθεί για να περιγράψει τη μη γραμμική αντίδραση του υλικού. Δεν θα παρουσιάσουμε τις λεπτομέρειες εδώ, οι οποίες περιλαμβάνουν μερικές εκτιμήσεις της θεωρίας ζωνών των στερεών που βρίσκονται έξω από το πεδίο της παρούσας εργασίας. Sheik-Bahae και λοιποί. (1990.1991) δείξτε ότι ο μη γραμμικός συντελεστής δείκτη διάθλασης που καθορίζεται έτσι ώστε  $\Delta n = n_2 I$  μπορεί να εκφραστεί όπως

$$n_{2} = K \frac{\hbar c \sqrt{E_{p}}}{2n_{0}^{2} E_{g}^{4}} G_{2} \left( \hbar \omega / E_{g} \right)$$
(4.6.9)

όπου  $E_p = 21 eV$ , Κ μπορεί να θεωρηθεί μια ενιαία ελεύθερη παράμετρος της οποίας αξία βρίσκεται εμπειρικά για να είναι  $3.1 \times 10^3$  στις μονάδες έτσι ώστε το  $E_p$  και  $E_g$ είναι



Σχήμα 4.6.3 (α) για ħω < E<sub>g</sub>, η μη γραμμική κατάσταση περιλαμβάνει τις προερχόμενες από της μεταβάσεις. Κάτω από πολλές περιστάσεις, οι εικονικές διαδικασίες δύο-φωτονίων (β) έχουν μια μεγαλύτερη συμβολή στη μη γραμμική κατάσταση από διαδικασίες ένος-φωτονίου (γ).

μετρημένος στο eV και το n<sub>2</sub> μετριέται σε cm<sup>2</sup> / W, και όπου G<sub>2</sub> είναι η καθολική λειτουργία

$$G_{2}(x) = \frac{-2 + 6x - 3x^{2} - x^{3} - \frac{3}{4}x^{4} - \frac{3}{4}x^{5} + 2(1 - 2x)^{3/2}\Theta(1 - 2x)}{64x^{6}},$$
(4.6.10)

όπου  $\Theta(y)$  είναι η λειτουργία βημάτων Heaviside που καθορίζεται έτσι ώστε  $\Theta(y) = 0$  για y < 0 και  $\Theta(y) = 1$  για y≥0. Στην ίδια προσέγγιση, ο συντελεστής απορρόφησης δύο-φωτονίων καθόρισε τέτοιο  $a = a_0 + \beta I$  δίνεται από

$$\beta = \frac{K\sqrt{E_p}}{n_0^2 E_g^3} F_2\left(2\hbar\omega / E_g\right)$$
(4.6.11)

όπου το F2 είναι η καθολική λειτουργία

$$F_{2}(2x) = \frac{(2x-1)^{3/2}}{(2x)^{5}} \quad \gamma \iota \alpha \quad 2x > 1$$
(4.6.12)

και  $F_2(2x) = 0$  ειδάλλως. Αυτές οι λειτουργικές μορφές είναι διευκρινισμένες στο σχήμα 4.6.4. Σημειώστε ότι η διαδικασία της απορρόφησης δύο-φωτονίων εξαφανίζεται για  $\hbar \omega < \frac{1}{2}E_g$  για λόγους ενεργειτικότητας. Σημειώστε επίσης ότι ο μη γραμμικός δείκτης διάθλασης οξύνει στο  $\hbar \omega / E_g \approx 0.54$ , εξαφανίστηκε στο  $\hbar \omega / E_g \approx 0.69$ , και είναι αρνητικός για το  $\hbar \omega / E_g \ge 0.69$ . Σημείωση επίσης από την Εξ. (4.6.9) κλίμακες εκείνου του n<sub>2</sub> όπως  $E_g^{-4}$ . Κατά συνέπεια περιορισμένης ζώνης - ελλείματος.



Σχήμα 4.6.4 Παραλλαγή του μη γραμμικού n2 συντελεστή διάθλασης και ο

συντελεστής δύο-φωτόνιων-απορρόφησης με την ενέργεια ħω φωτονίων σύμφωνα με το πρότυπο Sheik-Bahae και λοιποί. (1990).



Σχήμα 4.6.5 Σύγκριση των προβλέψεων (στερεά γραμμή) του προτύπου Sheik-Bahae και λοιποί. (1990) με τις μετρημένες τιμές (σημεία στοιχείων) του μη γραμμικού n<sub>2</sub> παραμέτρου διάθλασης για ποικίλα υλικά.

οι ημιαγωγοί αναμένονται για να παραγάγουν μια πολύ μεγαλύτερη μη γραμμική αντίδραση από τους μεγαλύτερους ημιαγωγούς ζώνης του ελλείματος. Αυτές οι προβλέψεις είναι σε πολύ καλή συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα δείτε για παράδειγμα το σχήμα 4.6.5.

Γενικά, και οι δύο αργές, μη γραμμικότητες ζώνες ελλείματος εξεταζόμενες νωρίτερα και οι στιγμιαίες μη γραμμικότητες εξεταζόμενες εδώ εμφανίζονται ταυτόχρονα. Εν λόγω και λοιποί. (1992) έχει μελετήσει διάφορους ημιαγωγούς υπό τους όρους έτσι ώστε και οι δύο διαδικασίες εμφανίζονται ταυτόχρονα, και διαπιστώνουν ότι η αλλαγή στο δείκτη διάθλασης περιγράφεται καλά από την εξίσωση

$$\Delta n = n_2 I + \sigma_r N_c \tag{4.6.13}$$

όπου ως συνηθισμένο n<sub>2</sub> δίνει τη στιγμιαία μη γραμμική αντίδραση και πού σ, είναι η αλλαγή στο δείκτη διάθλασης ανά πυκνότητα ηλεκτρονίων ζωνών διεξαγωγής

μονάδων. Η μετρημένη αξία αυτοί τους ποσολογεί τόσο καλά όσο το συντελεστή δύο-φωτόνιο-απορρόφησης δίνεται στον πίνακα 4.6.1

Semiconductor	$\beta$ (cm/GW)	$n_2 (\mathrm{cm}^2/W)$	$\sigma_r (\mathrm{cm}^{-3})$
ZnSe at 532 nm	5.8	$-6.8 \times 10^{-14}$	$-0.8 \times 10^{-21}$
GaAs at 1064 nm	26	$-4.1 \times 10^{-13}$	$-6.5 \times 10^{-21}$
CdTe at 1064 nm	26	$-3 \times 10^{-13}$	$-5 \times 10^{-21}$
ZnTe at 1064 nm	4.2	$1.2 \times 10^{-13}$	$-0.75\times10^{-21}$

Πίνακας 4.6.1 Μη γραμμικών οπτικών συντελεστών διαφόρων ημιαγωγών

After Said et al. (1992).

## Προβλήματα

 n<sub>2</sub> για απώλειες στο μέσο. Γενικεύστε την παραγωγή στην Εξ. (4.1.19) για να επιτρέψει στο γραμμικό δείκτη διάθλασης για να είναι μια σύνθετη ποσότητα n
<sub>0</sub>.

[Aπ.: Αντικαταστήστε το  $n_0^2$  στον παρονομαστή στην Εξ(4.1.19) από  $\bar{n}_0 \operatorname{Re} \bar{n}_0$ ]

**2.** Ιδιότητες του  $\chi^{(3)}$  για ένα ισοτροπικό μέσο. Παράγετε την Εξ. (4.2.2).

3. Περιστροφή έλλειψης. Ένα 1-cm μακρύ δείγμα του διθειάνθρακα φωτίζεται από το ελλειπτυκό πολωμένο φως της έντασης  $I = 1MW / cm^2$ . Καθορίστε πώς η γωνία μέσω της οποίας η έλλειψη πόλωσης περιστρέφεται εξαρτάται από την ελλειπτικότητα του φωτός, και υπολογίστε αριθμητικά τη μέγιστη αξία της γωνίας περιστροφής. Ποσολογήστε την ελλειπτικότητα από την άποψη της παραμέτρου  $\delta(-1 \le \delta \le 1)$  που καθορίζει το διάνυσμα μονάδων πόλωσης μέσω της σχέσης

$$\widehat{\boldsymbol{\leftarrow}} = \frac{\widehat{\mathbf{x}} + i\delta\widehat{\mathbf{y}}}{\left(1 + \delta^2\right)^{1/2}}.$$

[Υπ: Η τρίτη - ταξή η μη γραμμική οπτική αντίδρααση του διθειάνθρακα οφείλεται κυρίως στο μοριακό προσανατολισμό.]

**4.** Sing του  $\chi^{(3)}$ . Ελέγξτε τη δήλωση που γίνεται στο κείμενο ότι ο πρώτος όρος στην έκφραση (4.3.13) είναι θετικός όποτε ω είναι μικρότερο από οποιαδήποτε συχνότητα αντήχησης του ατομικού συστήματος.

5. Τανύστων ιδιότητων της μοριακής επίδρασης προσανατολισμού. Παράγετε το

αποτέλεσμα που δίνεται από την Εξ. (4.4.27) κατευθείαν στην (4.4.30) για τη γενική περίπτωση στην οποία a, το b, και το c είναι όλα ευδιάκριτα.

[Αυτό το πρόβλημα είναι εξαιρετικά δυσκόλο.]

 Θερμικές μη γραμμικότητες. Στην παράγραφο 4.5, χρησιμοποιήσαμε βασικά τη διαστατική ανάλυση για να κάνουμε μια εκτίμηση ταξή-μεγέθους του μεγέθους των θερμικών μη γραμμικοτήτων. Σε αυτό το πρόβλημα, εξετάζουμε μια κατάσταση στην οποία η εξίσωση της μεταφοράς θερμότητας μπορεί να λυθεί ακριβώς.

Εξετάστε μια ακτίνα λέιζερ της διαμέτρου D<sub>1</sub> και της δύναμης P διαδίδοντας μέσω μιας μακριάς ράβδου γυαλιού της διαμέτρου D2. Η εξωτερική επιφάνεια της ράβδου γυαλιού κρατιέται στη σταθερή θερμοκρασία. Υποθέστε τους όρους κατάστασης, και κάνετε την απλοποιώντας υπόθεση ότι το εγκάρσιο σχεδιάγραμμα έντασης της ακτίνας λέιζερ είναι ομοιόμορφο. Καθορίστε την τοπική θερμοκρασία Τ σε κάθε σημείο μέσα στη ράβδο γυαλιού και καθορίστε τη μέγιστη αλλαγή στο δείκτη διάθλασης. Αξιολογήστε αριθμητικά για τους ρεαλιστικούς όρους.

7.Μη γραμμικότητα λόγω της μαγνητικής δύναμης. Θεωρήστε ένα σχεδίο το ηλεκτρομαγνητικό γεγονός κυμάτων επάνω σε ένα ηλεκτρόνιο. Εάν ο τομέας είναι αρκετά ισχυρός, το ηλεκτρόνιο θα αποκτήσει την ικανοποιητική ταχύτητα ότι η μαγνητική δύναμη  $\mathbf{F}_{M} = (-e/c)\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  έχει μια αξιοπρόσεχτη επίδραση στην κίνησή της. Αυτό είναι μια πηγή της μη γραμμικής ηλεκτρονικής απάντησης. (α) δείξτε ότι για ένα οπτικό σχεδίο με το ηλεκτρικό πεδίο  $\mathbf{E} = \left(E_0 e^{i(kz-\omega t)} + c.c.\right)$  η ηλεκτρομαγνητική

δύναμη σε ένα ηλεκτρόνιο είναι

$$\mathbf{F}_{EM} = -e\left(E_0e^{-i\omega t} + c.c.\right)\left[\widehat{\mathbf{x}}\left(1 - \frac{\dot{z}}{c}\right) + \widehat{\mathbf{z}}\left(\frac{\dot{x}}{c}\right)\right].$$

Πόσο μεγάλο (μέγεθος) μπορεί *x*/*c* να γίνει για ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο σε μια ακτίνα με μια μέγιστη ένταση  $10^{17}W/cm^2$ ?

(β) παράγετε τις εκφράσεις για το  $\chi^{(2)}(2\omega)$  και το  $\chi^{(2)}(0)$  για μια συλλογή των ελεύθερων ηλεκτρονίων από την άποψη της πυκνότητας Ν. αριθμού ηλεκτρονίων (μπορείτε να υποθέσετε ότι δεν υπάρχει καμία «της τριβής» δύναμη.) Σε ποια κατεύθυνση το φως 2ω θα εκπεμφθεί;

(γ) παράγετε τις εκφράσεις για το  $\chi^{(3)}(\omega)$  και το  $\chi^{(3)}(3\omega)$ .

(δ) οι καλοί αγωγοί μπορούν συχνά να διαμορφωθούν χρησιμοποιώντας το ελεύθερο πρότυπο ηλεκτρονίων. Να υποθέσει τη μαγνητική δύναμη είναι η μόνη πηγή οπτικής μη γραμμικότητας, κάνει μια αριθμητική εκτίμηση (μέγεθος) του  $\chi^{(3)}(\omega)$  για το χρυσό.

8.Μη γραμμική μετατόπιση φάσης μιας γκαουσσιανής ακτίνας. Παράγετε μια

έκφραση για τη μη γραμμική μετατόπιση φάσης που βιώνεται από μια γκαουσσιανή ακτίνα λέιζερ της δύναμης *P* μεταφοράς ακτίνας  $\omega_0$  ακτίνα-μέσης στη διάβαση μέσω ενός μη γραμμικού οπτικού υλικού που χαρακτηρίζεται από ένα μη γραμμικό  $n_2$  δείκτη διάθλασης. Εκτελέστε αυτόν τον υπολογισμό με την ενσωμάτωση της έντασης άξονα από  $z = -\infty$  στο  $z = +\infty$ . Το σχόλιο στην ακρίβεια αυτής της μεθόδου υπολογισμού, και σκέπτεται σχετικά με τις υπολογιστικές μεθόδους που θα μπορούσαν να παρέχουν μια ακριβέστερη πρόβλεψη της μη γραμμικής μετατόπισης φάσης.

**9**.Μη γραμμική μετατόπιση φάσης μιας γκαουσσιανής ακτίνας. Υποθέτοντας την ισχύ της διαδικασίας που χρησιμοποιείται στην προηγούμενη ερώτηση, καθορίστε αριθμητικά τη μη γραμμική μετατόπιση φάσης που μπορεί να ληφθεί από μια γκαουσσιανή ακτίνα λέιζερ στη διάδοση μέσω του οπτικού γυαλιού, όταν ρυθμίζεται η δύναμη της ακτίνας για να είναι ακριβώς κάτω από το κατώτατο όριο ζημίας λέιζερ. Υποθέστε αρχικά ότι το γυαλί είναι μια πλάκα 1 cm. παχύ, αλλά και περιγράψτε πώς οι κλίμακες μετατόπισης φάσης με το πάχος της πλάκας γυαλιού. Για την προσδιορισιμότητα, υποθέστε ότι η μαζική (όχι επιφάνεια) ζημία είναι η περιοριστική διαδικασία. Πάρτε το Ι (ζημία) = 10 GW/cm<sup>2</sup>.

**10**.Μη γραμμική μετατόπιση φάσης μιας γκαουσσιανής ακτίνας. Όπως το προηγούμενο πρόβλημα, αλλά υποθέτει ότι η ζημία επιφάνειας είναι η περιοριστική διαδικασία.

# Αναφορές

Γενικές αναφορές

R. G. Brewer, J. R. Lifshitz, E. Garmire, R. Y. Chiao, and C. H. Townes, Phys. Rev.

166, 326 (1968).

- R. L. Carman, R. Y. Chiao, and P.L. Kelley, Phys. Rev. Lett. 17, 1281 (1966).
- R. Y. Chiao and J. Godine, Phys. Rev. 185, 430 (1969).
- R. Y. Chiao, P.L. Kelley, and E. Garmire, Phys. Rev. Lett. 17, 1158 (1966).
- D. H. Close, C. R. Giuliano, R. W. Hellwarth, L. D. Hess, and F. J. McClung, *IEEE J. Quantum Electron*, **2**, 553 (1966).

D. C. Hanna, M.A. Yuratich, and D. Cotter, *Nonlinear Optics of Free Atoms and Molecules*, Springer-Verlag, Berlin, 1979.

- R. W. Hellwarth, Prog. Quantum Electron. 5,1-68 (1977).
- R. Landauer, Phys. Lett. 25A, 416 (1967).
- B. J. Orr and J. F. Ward, Mol. Phys. 20,513 (1971).
- A. Owyoung, *The Origins of the Nonlinear Refractive Indices of Liquids and Glasses*, Ph.D. dissertation, California Institute of Technology, 1971.
- O. Svelto, in Progress in Optics VII, (E. Wolf, ed.), North Holland, Amsterdam, 1974.

### Τανύστης Φύσηκος της ευαισθησίας τρίτης-ταξής

- P. N. Butcher, Nonlinear Optical Phenomena, Ohio state University, 1965.
- W. V. Davis, A. L. Gaeta, and R. w. Boyd, Opt. Lett. 17, 1304 (1992).
- A. L. Gaeta, R. W. Boyd, J. R. Ackerhalt, and P. W. Milonni, *Phys. Rev. Lett.* 58, 2432 (1987).
- D. J. Gauthier, M. S. Malcuit, and R. W. Boyd, Phys. Rev. Lett. 61, 1827 (1988).
- D. J. Gauthier, M. S. Malcuit, A. L. Gaeta, and R. W. Boyd, *Phys. Rev. Lett.*64, 1721 (1990).
- P. D. Maker and R. W. Terhune, Phys. Rev. 137, A801 (1965).
- P. D. Maker, R. W. Terhune, and C. M. Savage, Phys. Rev. Lett. 12, 507 (1964).
- S. Saikan and M. Kiguchi, Opt. Lett.7, 555 (1982).

### Θερμικές μη γραμμικές οπτικές επιδράσεις

- S. J. Bentley, R. W. Boyd, W. E. Butler, and A. C. Melissinos, *Opt. Lett.* **25**, 1192 (2000).
- V. I. Bespaloc, A. A. Betin, E. A. Zhukov, O. V. Mitropol'sky, and, N. Y. Ruson IEEE J. Quantum Electron. 25, 360 (1989).
- H. J. Hoffman, J. Opt. Am. B33, 253 (1986).
- G. Martin and R. W. Hellwarth, Appl. Phys. Lett. 34, 371 (1979).
- J. O. Tochio, W. Sibbett, and D. J. Bradley, Opt. Commun. 37, 67 (1981).

#### Μη γραμμικλοτητων ημιαγωγών

P. N. Butcher and D.Cotter, *The Elements of Nonlinear Optics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1990, Chapter 8. *CRC Handbook of Laser Scince and Technology,* Supplement 2, Optical Materials (M. J. Weber, ed.), CRC Press, Boca Raton, FL, Chapter 8. 1995.

- T. F.Hache, D. Ricard, C. Flytzanis, and U. Kreibig, Appl. Phys. A47, 347 (1988).
- N. Peyghambarian, S.W. Koch, in Nonlinear Photonics (H. M. Gibbs, G. Khitrova, and
- N. Peyghambarian, eds.), Springer Series in Electronics and Photonics, Vol. 30, 1990.
- N. Peyghambarian, S.W. Koch, and A. Mysyrowicy, *Introduction to Semiconductor Optics*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- A. A. Said, M. Sheik-Bahae, D. J. Hagan, T. H. Wei, J. Wang, J. Young, and E. W. Van Stryland, J. Opt. Soc. Am. B 9, 405 (1992).
- M. Sheik-Bahae, D. J. Hagan, and E. W. Van Stryland, Phys. Rev. Lett. 65, 96 (1990).
- M. Sheik-Bahae, D. C. Hutchings, D. J. Hagan, and E. W. Van Stryland, *IEEE J. Quantum Electron.* 27, 1296 (1991).