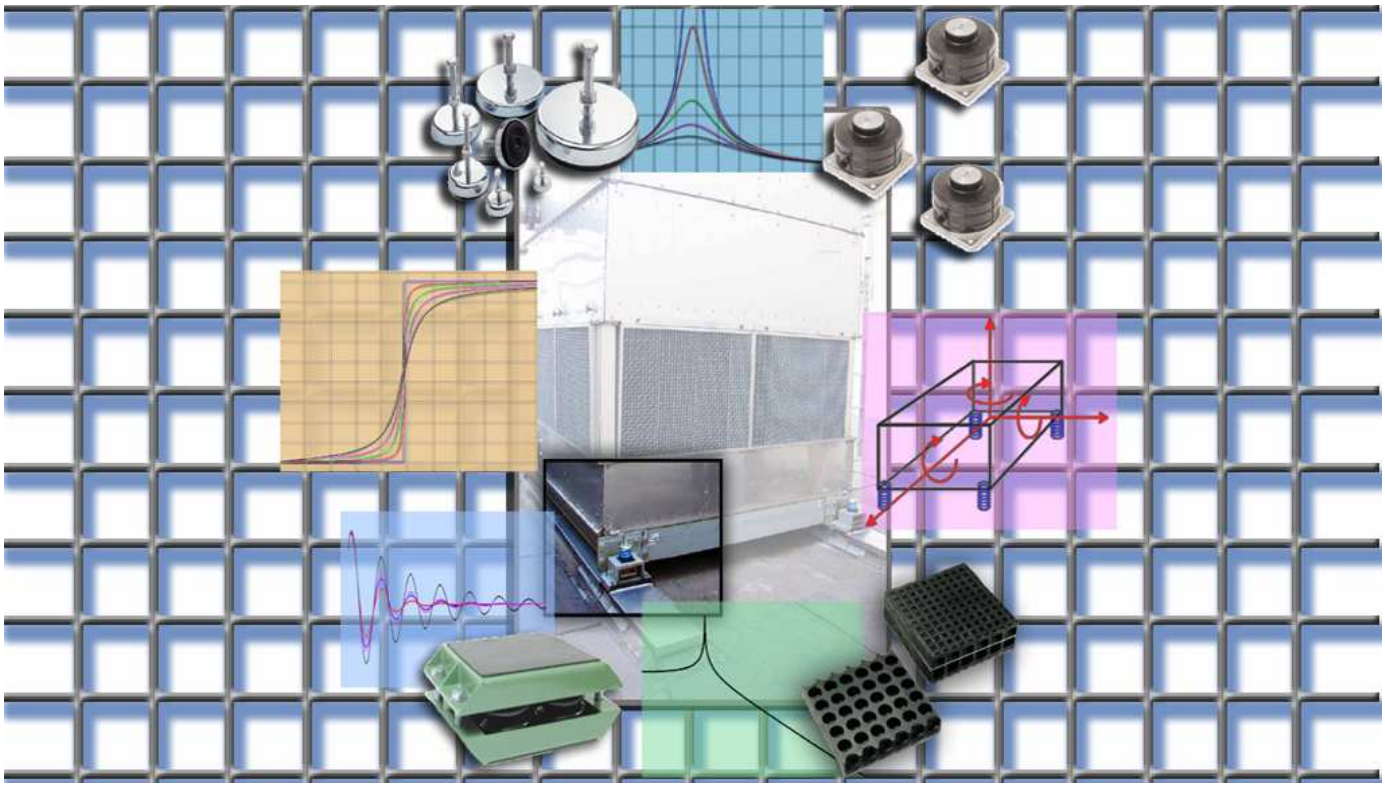
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
ΚΡΗΤΗΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ



ΜΟΝΩΣΗ ΚΡΑΔΑΣΜΩΝ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΔΟΝΟΥΜΕΝΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΟΛΛΩΝ ΒΑΘΜΩΝ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ

ΣΠΟΥΔΑΣΤΗΣ: ΚΩΝ/ΝΟΣ ΠΑΣΧΑΛΗΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΟΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΜΗΝΑΣ ΣΗΦΑΚΗΣ

Περίληψη

Σκοπός της εργασίας είναι η ανάλυση του τρόπου ταλάντωσης στερεών συστημάτων πολλών βαθμών ελευθερίας και η μελέτη παθητικών μεθόδων για τον περιορισμό της μετάδοσης κραδασμών σε γειτονικές κατασκευές και την ελάττωση του πλάτους ταλάντωσης του συστήματος.

Αρχικά εισάγονται οι βασικές φυσικομαθηματικές έννοιες όπως, ταλάντωση, μετατόπιση, ταχύτητα, επιτάχυνση, ακτίνιο, που θα χρησιμοποιηθούν στα επόμενα κεφαλαία της μελέτης. Στη συνέχεια εξετάζεται η ταλάντωση ενός συστήματος ενός βαθμού ελευθερίας. Εξάγεται η εξίσωση κίνησης και υπολογίζονται οι δυνάμεων απόσβεσης και επαναφοράς, η συχνότητα συντονισμού (με και χωρίς απόσβεση) και η μετάδοση κραδασμών στη βάση του ταλαντωτή. Προχωρώντας εξετάζουμε συστήματα δύο βαθμών ελευθερίας, όπου και πάλι εξάγουμε τις εξισώσεις κίνησης και όλες τις άλλες ποσότητες που εξετάσαμε και στα συστήματα ενός βαθμού ελευθερίας. Στη συνέχεια εισάγονται οι βασικές αρχές των παθητικών μεθόδων μείωσης των κραδασμών και παρουσιάζονται οι βασικοί τύποι υλικών και διατάξεων που χρησιμοποιούνται για το σκοπό αυτό.

Στο επόμενο τμήμα της εργασίας προχωράμε στη μελέτη των ταλαντώσεων πολλών βαθμών ελευθερίας και συγκεκριμένα εξετάζουμε την πλέον γενική περίπτωση στερεού σώματος με έξι βαθμούς ελευθερίας. Για τις ανάγκες της ανάλυσης εισάγεται η έννοια των ροπών αδρανείας και ο τρόπος υπολογισμού αυτών προκειμένου για απλά σώματα. Τέλος στο τελευταίο μέρος της εργασίας παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από μετρήσεις της στάθμης κραδασμών πραγματικού συστήματος (μικρής κλιματιστικής μονάδας) και πραγματοποιείται σύγκριση με τα αποτελέσματα των υπολογισμών με βάση τις μεθόδους που αναλύσαμε.

Ευχαριστίες

Σ’ αυτό το σημείο της ζωής μου που είναι το τέλος των σπουδών μου θα ήθελα μέσα από αυτή την μελέτη να ευχαριστήσω τους γονείς μου που όλα αυτά τα χρόνια με στήριξαν και ήταν δίπλα μου σε κάθε μου προσπάθεια. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τους καθηγητές και το Τ.Ε.Ι Κρήτης για τις γνώσεις που αποκόμισα τα χρόνια των σπουδών. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Μηνά Σηφάκη για την επίβλεψη και την βοήθεια του σ’ αυτή την μελέτη.

Περιεχόμενα

Συμβολισμοί

A	πλάτος μετατόπισης ή μέτρο μετατόπισης
A_o	πλάτος στατικής μετατόπισης
BW	συχνοτικό εύρως Bandwith
C_i	πίνακας απόσβεσης
K_i	πίνακας ελαστικότητας
M	πίνακας μάζας
T	περίοδος της ταλάντωσης
F	δύναμη
F_o	μέτρο της εξωτερική δύναμη
F_{Tr}	μεταδιδόμενη δύναμη
Tr	λόγος Transmission ratio
I	ροπή
Q	πίνακας μετατοπίσεων γραμμικών και γωνιακών
L	μήκος της ράβδου
E	εμδαδόν παραλληλεπίπεδου σώματος
V	όγκος
$R_{CG,X}$ $R_{CG,Y}$ $R_{CG,Z}$	αποστάσεις μεταξύ κέντρου βάρους και κέντρου του σώματος στους άξονες ως προς τους αντιστοίχους άξονες X, Y και Z
X, Y, Z	διαστάσεις του σώματος μήκος, πλάτος, ύψος
X_i , Y_i , Z_i	διαστάσεις που προσδιορίζουν το σημείο κέντρο βάρους του σώματος ως προς το μήκος, πλάτος και ύψος
W	Κέντρο βάρους
U_k	ταχύτητα περιστροφής της μάζας
x	μετατόπιση
x_o	αρχική μετατόπιση
u_o	αρχική ταχύτητα
rad	ακτίνιο
v	ταχύτητα κίνησης της μάζας
z	μετατόπιση σε μιγαδική μορφή
t	χρόνος
k	σταθερά ελαστικότητας
c	σταθερά απόσβεσης
m	βάρος της συνολικής μάζας
dBTr	λόγος Transmission ratio σε dB
D_{min}	είναι η διάμετρος της σπείρας στην βάση του αντικραδασμικού
D_{max}	είναι η διάμετρος της σπείρας στην βάση του αντικραδασμικού
p	το ύψος μεταξύ των δυο σπείρων
n_c	ο αριθμός των σπείρων
c_i	είναι ο λόγος D/d
L_0	ύψος ελαστικού χωρίς φορτίο
L_S	ύψος ελαστικού σε μέγιστη συμπίεση
d	διάμετρος του σύρματος (το πάχος)
dx	ολίσθηση της σπείρας
D	είναι η διάμετρος της σπείρας
G	σταθερά ελαστικότητας Young εξαρτάται από το υλικό κατασκευής

k_τ	στρεφόμενη ελαστικότητα
f	συχνότητα σε Hz
f_o	φυσική συχνότητα σε Hz
f_d	συχνότητα συντονισμού με απόσβεση Hz
α	συντελεστής απόσβεσης
τ	στρεφόμενη δύναμη
ζ	λόγος απόσβεσης
ρ	γραμμική πυκνότητα
x,y,z	γραμμικές μετατοπίσεις
θ,φ,ψ	γωνιακές μετατοπίσεις
φ	φάση της ταλάντωσης
ω	κυκλική συχνότητα ή γωνιακή ταχύτητα σε rad/sec
ω_o	φυσική κυκλική συχνότητα ή γωνιακή ταχύτητα rad/sec
ω_d	συχνότητα συντονισμού με απόσβεση rad/sec

Εισαγωγή

Όταν μια μηχανή που είναι τοποθετημένη στο έδαφος όπως μια ηλεκτρογεννήτρια πετρελαίου, μια εκτυπωτική μηχανή, η ακόμη μια κλωστοϋφαντουργική μηχανή και την ώρα που η μηχανή αυτή είναι σε λειτουργία τότε οι κραδασμοί θα μεταδίδονται από την μηχανή στο έδαφος με αποτέλεσμα να αυξάνεται ο θόρυβος που προέρχεται από την μηχανή.

Ο θόρυβος μπορεί να μειωθεί ελαχιστοποιώντας τους κραδασμούς που μεταδίδονται από την μηχανή στο έδαφος. Αυτό μπορεί να γίνει εφαρμόζοντας αντικραδασμικά υλικά κάτω από την μηχανή. Η επιλογή και η τοποθέτηση των αντικραδασμικών είναι μια υπόθεση όπου έχει πολλές πτυχές και παραμέτρους.

Στην μελέτη αυτή αρχικά αναλύονται τα διάφορα φαινόμενα που συμβαίνουν σ' αυτή την μέθοδο ηχομείωσης όπως ο συντονισμός και η αποσβένουσα ταλάντωση του συστήματος, η μεταβολή της φάσεως, η αλλαγή του εύρος συντονισμού (bandwith) και τέλος ο βασικός στόχος αυτής της μελέτης όπου είναι ο υπολογισμός των κραδασμών στο συχνοτικό πεδίο σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά της μηχανής και των αντικραδασμικών υλικών. Αρχικά αναλύεται η πιο απλή μέθοδος όπου είναι πρώτου βαθμού ελευθέριας και ως δεδομένα ζητάει τα πιο βασικά στοιχεία του μοντέλου:

1) Βάρος
2) Συχνότητα λειτουργίας
3) Μέτρο εξαναγκαζόμενης δύναμης
4) Ελαστικοτητα των αντικραδασμικών υλικών
5) Απόσβεση των αντικραδασμικών υλικών

Με την πρόσθεση μιας ακόμη μάζας μικρότερου βάρους πάνω στην μηχανή το σύστημα μετατρέπετε από πρώτου βαθμού ελευθέριας σε δεύτερο. Σ' αυτό το σημείο της μελέτης εμφανίζετε το φαινόμενο αντισυντονισμός όπου έχει ένα ιδιαίτερο ενδιαφέρον και δίνονται οι απαντήσεις στο ερώτημα «γιατί συμβαίνει αυτό».

Η μέθοδος του πρώτου βαθμού ελευθέριας είναι αυτή που χρησιμοποιείται στην καθημερινότητα από τους επαγγελματίες και αυτό γιατί οι υπολογισμοί γίνονται γρήγορα, εύκολα και με λίγες γνώσεις του φαινομένου. Η μέθοδος πρώτου βαθμού ελευθέριας μελετάει μόνο την κάθετη ταλάντωση του σώματος. Οι ακαδημαϊκοί επιστήμονες λένε ότι στην πραγματικότητα το άκαμπτο σώμα δεν ταλαντώνεται μόνο κάθετα αλλά οριζόντια και στρέφεται γύρω από το κέντρο βάρους, έτσι η μελέτη ταλαντώσεων σε ένα άκαμπτο σώμα δεν είναι τόσο απλή υπόθεση όπως παρουσιάζεται στον πρώτο βαθμό ελευθέριας, επομένως για να έχουμε πιο αξιόπιστα αποτελέσματα θα πρέπει να μελετήσουμε το άκαμπτο σώμα με μια μέθοδο που θα ανταποκρίνεται πιο κοντά στην πραγματικότητα. Σ' αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιείται μέθοδος πολλαπλών βαθμών ελευθερίας (MDOF).

Στην μελέτη αυτή παρουσιάζετε μια μέθοδος υπολογισμού των κραδασμών όπου έχει έξι βαθμούς ελευθέριας (6DOF) . Η μέθοδος έκτου βαθμού ελευθέριας ζητάει τα εξής δεδομένα:

1) Βάρος
2) Ροπές
3) Προσδιορισμός του κέντρου βάρους
4) Συχνότητα λειτουργίας
5) Προσδιορισμός των σημείων με αντικραδασμικά υλικά
6) Ελαστικοτητα των αντικραδασμικών υλικών και για τους τρεις άξονες X, Y, Z
7) Απόσβεση των αντικραδασμικών υλικών και για τους τρεις άξονες X, Y, Z
8) Μέτρο εξαναγκαζόμενης δύναμης

Σε ένα ξεχωριστό κεφάλαιο αναφαίρετε τι είναι ομογενές και μη ομογενές σώμα, παρουσιάζεται η αρχή της ροπής και αναλύεται σε μονοδιάστατα, δισδιάστατα και τρισδιάστατα σώματα ομογενές ή μη ομογενές.

Για κάποιον που δεν έχει ιδιαίτερη επαφή μ' αυτή την μέθοδο ηχομείωσης, έχει γίνει μια ερευνά στην αγορά και παρουσιάζονται διάφορα αντικραδασμικά υλικά με τα χαρακτηριστικά τους και την βασική ιδέα λειτουργίας τους.

Η μέθοδος με τους έξι βαθμούς ελευθέριας γίνετε εφαρμογή σε ομογενές και μη ομογενές μοντέλο, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για το καθένα, αναδεικνύονται τα φαινόμενα για κάθε περίπτωση και προτείνονται τρόποι βελτίωσης. Χρησιμοποιώντας ως δεδομένα τα χαρακτηριστικά μιας πραγματικής μηχανής (εξωτερική μονάδα aircondiction) υπολογίζονται οι κραδασμοί και συγκρίνονται με τις μετρήσιμες τιμές κραδασμών.

Κεφάλαιο 1ο

Μετατόπιση
ταχύτητα και επιτάχυνση

Κεφάλαιο 1ο Μετατόπιση ταχύτητα και επιτάχυνση

1.1 Μετατόπιση

Στην απλή αρμονική ταλάντωση η μετατόπιση x ως συνάρτησης στον χρόνο t περιγράφεται από την παρακάτω ημιτονοειδής συνάρτηση:

μετατόπιση $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ σχέση 1.1

Όπου A είναι το πλάτος της ταλάντωσης, ω (rad/sec) είναι η κυκλική συχνότητα η αλλιώς γωνιακή ταχύτητα του ταλαντωτή εκφράζεται:

$\omega = 2\pi f$ σχέση 1.2

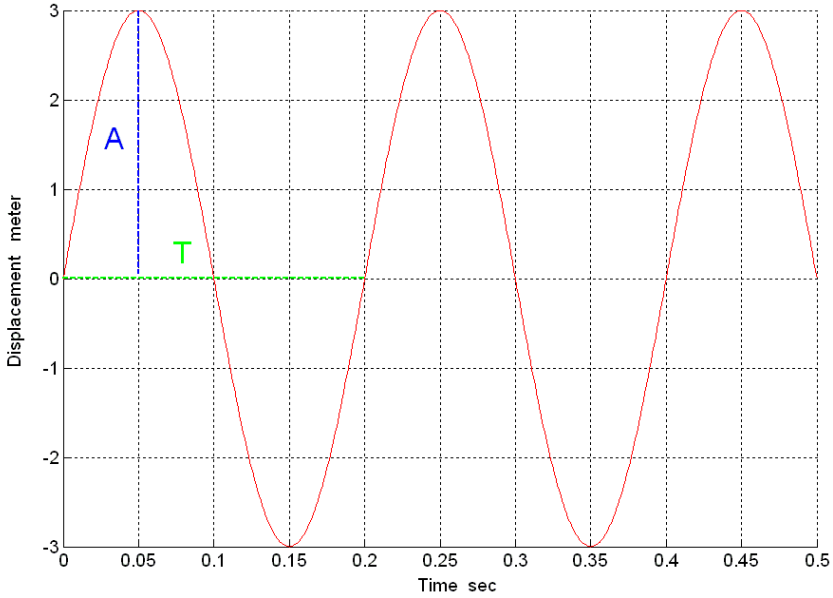
Το φ είναι την φάση της ταλάντωσης.

Όπου f είναι η συχνότητα ταλάντωση και μας δηλώνει πόσους κύκλους ταλάντωσης θα ολοκληρώσει ο ταλαντωτής σε ένα δευτερόλεπτο. Η μονάδα μέτρησης της συχνότητας είναι το Hz (Hertz).

Η περίοδος της ταλάντωσης συμβολίζεται με T και αντιστοιχεί στον χρόνο όπου χρειάζεται για να ολοκληρωθεί ένας ολοκληρωμένος κύκλος ταλάντωσης, η μονάδα μέτρησης της περιόδου είναι το sec.

Η συχνότητα μπορεί να συνδεθεί με την περίοδο της ταλάντωσης και την κυκλική συχνότητα ω ως εξής:

$f = \frac{1}{T}$ η αλλιώς $f = \frac{\omega}{2\pi}$ σχέση 1.3



εικόνα 1.1
Το πλάτος και η περίοδος της ταλάντωσης

και σε μιγαδική μορφή είναι:

$$z = Ae^{\pm j(\omega t+\phi)} \Rightarrow z = A\cos(\omega t+\phi) \pm jA\sin(\omega t+\phi)$$ σχέση 1.4

άξονας χ πραγματικό μέρος $A\cos(\omega t+\phi)$
άξονας y φανταστικό μέρος $jA\sin(\omega t+\phi)$

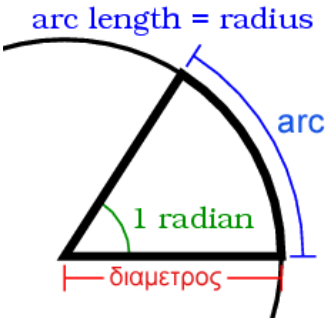
1.2 Μονάδα της κυκλικής συχνότητας και ακτίνιο

Ο κύκλος έχει 360° γωνία και σε ακτίνια είναι 2π (όπου π είναι ο αριθμός 3,141592654).

$$2\pi \cdot rad = 360^o \qquad \text{σχέση 1.5}$$

επομένως το ένα rad σε μοίρες είναι: $rad = \dfrac{360}{2\pi} = 57.29577951^o$ σχέση 1.6

μια μοίρα αντιστοιχεί σε $1^o = \dfrac{2\pi}{360} = 0.017453292 \quad rad$ σχέση 1.7



εικόνα 1.2
ακτίνιο

όταν το μήκος της ακτίνας είναι ίσο με το μήκος του τόξου arc τότε η γωνία που σχηματίζεται είναι ένα ακτίνιο (rad) και είναι ίση με 57.29577951^o

με τις παρακάτω σχέσεις μπορεί κανείς να μετατρέψει τις μοίρες σε ακτίνια και τα ακτίνια σε μοίρες:

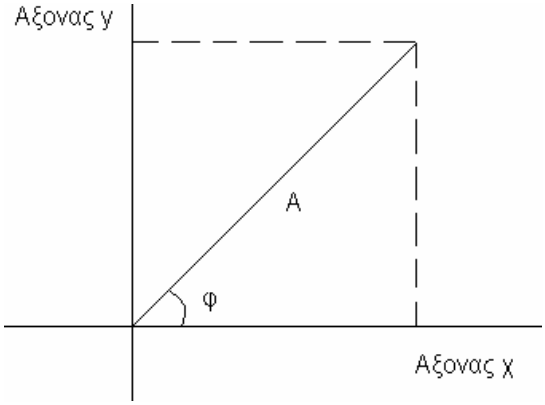
$$rad = \frac{2 \cdot \pi \cdot \mu o \acute{\iota} \rho \varepsilon \varsigma}{360} \qquad \text{σχέση 1.8} \qquad\qquad \mu o \acute{\iota} \rho \varepsilon \varsigma = \frac{360 \cdot rad}{2 \cdot \pi} \qquad \text{σχέση 1.9}$$

Μονάδα της κυκλικής συχνότητας είναι το ένα ακτίνιο ανά δευτερόλεπτο (rad/sec).

1.3 Φάρσορας της μετατόπισης

Για την σχεδίαση του φάρσορα της μιγαδικής μετατόπισης Z (σχέση 1.4) χρησιμοποιείται το καρτεσιανό σύστημα όπου στον άξονα χ είναι το πραγματικό μέρος και στον άξονα y είναι το φανταστικό μέρος της μετατόπισης.

άξονας χ: $\mathrm{Re}\{Z\}$ πραγματικό μέρος
άξονας y: $\mathrm{Im}\{Z\}$ φανταστικό μέρος



εικόνα 1.3
σχεδίαση του φάρσορα μετατόπισης

Το διάνυσμα A είναι το μέτρο της μετατόπισης και η γωνία φ είναι η φάση.

Το μέτρο υπολογίζεται: $A = \sqrt{x^2 + y^2}$ σχέση 1.10

και η φάση : $\phi = \tan^{-1}\left(\dfrac{y}{x}\right)$ σχέση 1.11

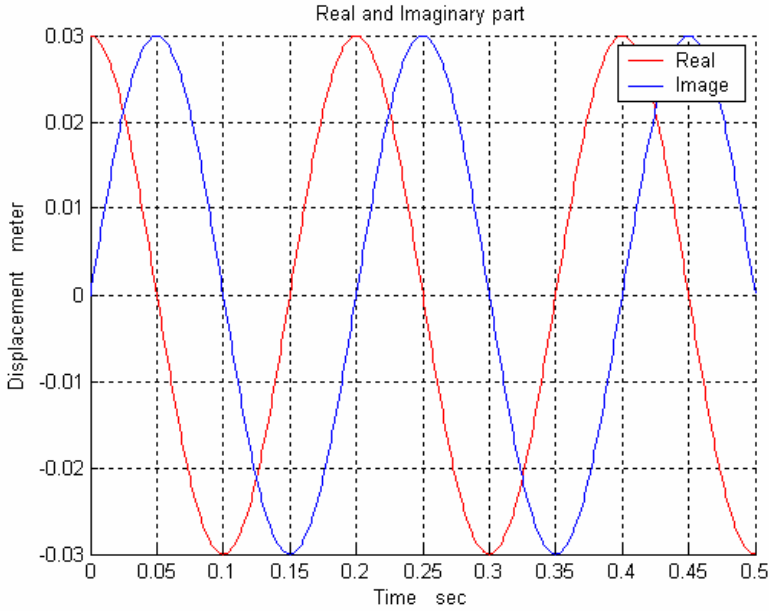
Παράδειγμα 1
Το πραγματικό και φανταστικό μέρος της μετατόπισης (αρχείο Mat lab: talantoseis.m)

Λαμβάνοντας υπόψη τα στοιχεία μιας ταλάντωσης όπου το πλάτος της είναι A = 0,03m, η συχνότητα f = 5 Hz και η φάση φ = 0°.
Αφού η συχνότητα είναι 5 Hz η περίοδος T και η κυκλική συχνότητα ω θα είναι:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5Hz} \Rightarrow T = 0{,}2\,\mathbf{sec} \qquad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5Hz \Rightarrow \omega = 31{,}4 rad/\mathbf{sec}$$

Η ταλάντωση σε μιγαδική μορφή εκφράζεται $z = 0.03e^{j(31,4t+0)}$

η αλλιώς $z = 0.03\cos(31{,}4t) + j0.03\sin(31{,}4t)$



εικόνα 1.4
Σχεδίαση του πραγματικού μέρους (κόκκινο χρώμα) και του φανταστικού μέρους (μπλε χρώμα)

1.4 Ταχύτητα και επιτάχυνση

Η ταχύτητα είναι η πρώτη παραγωγός της μετατόπισης και η επιτάχυνση είναι η δεύτερη παραγωγός της μετατόπισης όποτε:

Για την ταχύτητα: $\frac{\partial x}{\partial t} = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$ σχέση 1.12

και σε μιγαδική μορφή: $\frac{\partial z}{\partial t} = j\omega A e^{j(\omega t+\varphi)} \Rightarrow j\omega z$ σχέση 1.13

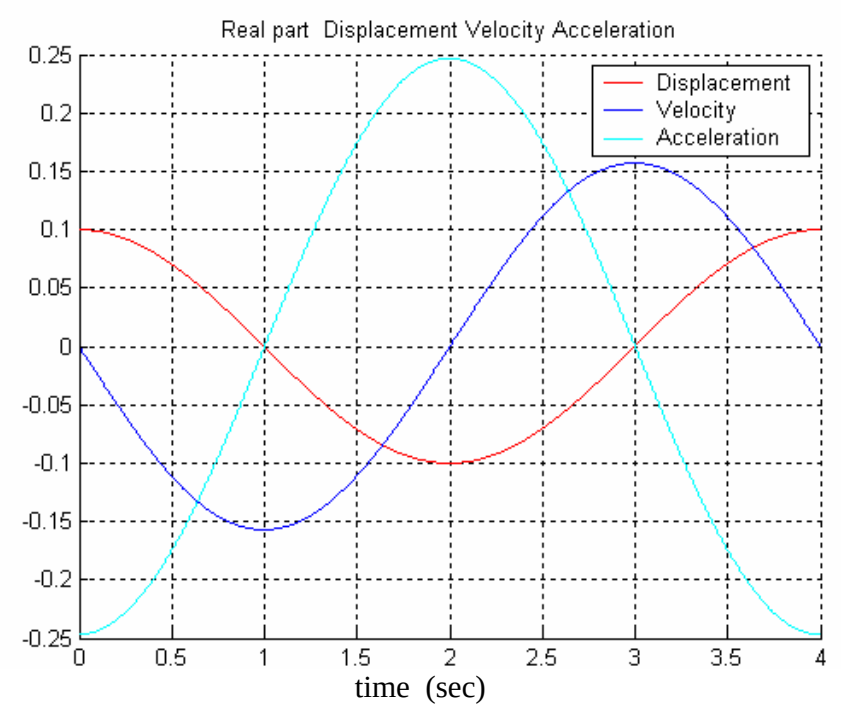
Για την επιτάχυνση: $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$ σχέση 1.14

και σε μιγαδική μορφή: $\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = (j\omega)^2 A e^{j(\omega t+\phi)} \Rightarrow -\omega^2 z$ σχέση 1.15

Παράδειγμα 2
Μετατόπιση, ταχύτητα και επιτάχυνση (αρχείο Mat lab: talantoseis.m)

Το πλάτος της ταλάντωσης είναι A = 0,1m η συχνότητα f = 0,25 Hz και η φάση φ = 0°

Η συχνότητα σε rad/sec είναι: $\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}25 Hz \Rightarrow \omega = 1{,}57 rad/sec$



εικόνα 1.5
Σχεδίαση του πραγματικού μέρους της μετατόπισης (κόκκινο χρώμα), ταχύτητα (μπλε χρώμα) και επιτάχυνση (κυανό χρώμα)

1.5 Νόμοι του Νεύτωνα

Πρώτος Νόμος

Κάθε σώμα βρίσκεται συνεχώς σε ισορροπία ή κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα εκτός και εάν ασκηθούν εξωτερικές δυνάμεις πάνω του. Η μάζα του σώματος είναι ένα μέτρο της αδρανείας του.

Δεύτερος Νόμος

Ο ρυθμός αλλαγής της ορμής ενός σώματος είναι ευθέως ανάλογος με την συνολική εξωτερική δύναμη που ασκείται στο σώμα και λαμβάνει χώρα στην διεύθυνση της δύναμης:

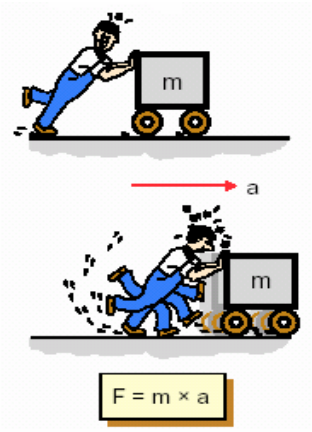
$$\mathrm{F} = \frac{d(mu)}{dt} \qquad \text{σχέση 1.16}$$

Η παραπάνω εξίσωση λύνεται ως εξής:

$$F = \frac{d(mu)}{dt} \Rightarrow F = m\frac{du}{dt}$$

γνωρίζοντας ότι η παραγωγός της ταχύτητας $\frac{du}{dt}$ είναι η επιτάχυνση καταλήγουμε:

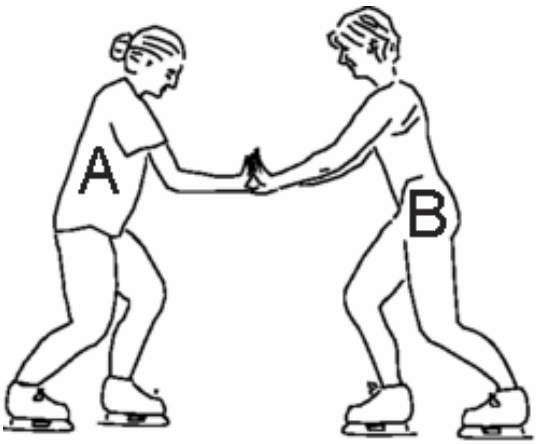
$$F = m\frac{du}{dt} \Rightarrow F = m\ddot{x} \quad \text{ή} \quad F = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad \text{σχέση 1.17}$$



εικόνα 1.6
2ος νόμος του Νεύτωνα

Τρίτος Νόμος

Όταν ένα σώμα Α ασκεί μια δύναμη σ' ένα άλλο σώμα Β τότε και το σώμα Β ασκεί την ίδια δύναμη αλλά αντίθετης φοράς στο Α.



εικόνα 1.7
3ος νόμος του Νεύτωνα

1.6 Κινητική ενέργεια

Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα όταν μια δύναμη F εφαρμόζεται σε μια μάζα m τότε η κινητική ενέργεια της μάζας θα είναι:

$$\mathrm{E} = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \text{σχέση 1.18}$$

όπου m είναι η μάζα v είναι η ταχύτητα με την οποία κινείται η μάζα λόγο της δύναμης που ασκείτε πάνω της .

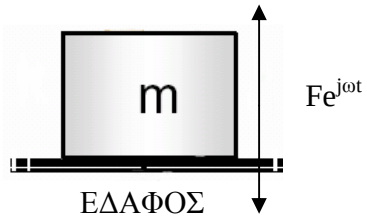
Κεφάλαιο 2ο

Συστήματα αρμονικής ταλάντωσης 1-βαθμού ελευθερίας (SDOF)

Κεφάλαιο 2ο Συστήματα αρμονικής ταλάντωσης 1 – βαθμού ελευθερίας (SDOF)

2.1 Απλός αρμονικός ταλαντωτής χωρίς ενδιάμεσα ελαστικά μέσα.

Ένας ταλαντωτής μάζας m έρχεται σε επαφή με το έδαφος χωρίς την ενδιάμεση εφαρμογή αντικραδασμικών υλικών. Ο ταλαντωτής ταλαντώνεται με εξωτερική δύναμη $Fe^{j\omega t}$.



εικόνα 2.1
Ταλαντωτής σε άμεση επαφή με το έδαφος.

σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα:

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = Fe^{j\omega t} \qquad \text{σχέση 2.1}$$

η μεταδιδόμενη δύναμη από τον ταλαντωτή στο έδαφος θα είναι:

$$Fe^{j\omega t} = F_{Tr} \qquad \text{σχέση 2.2}$$

2.2 Νόμος του Hook

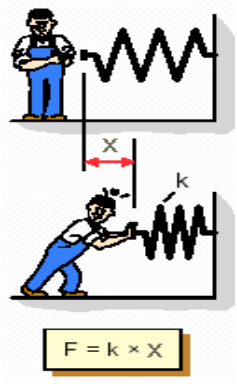
Σύμφωνα με τον νόμο του Hook όταν ένα σώμα έχει σταθερά ελαστικότητας k τότε η μετατόπιση x από την θέση ισορροπίας θα είναι ανάλογη της δύναμης που ασκείται στο σώμα αλλά αντίθετης φοράς και ονομάζεται δύναμη επαναφοράς.

Μονάδα μέτρησης της ελαστικότητας είναι το Newton ανά μέτρο (N/m).

Η δύναμη επαναφοράς ή δύναμη ελαστικότητας εκφράζεται από την σχέση:

$$F = -kx \qquad \text{σχέση 2.3}$$

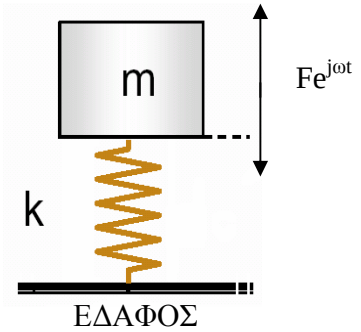
ΠΡΟΣΟΧΗ
το μείον στην σχέση 2.3 σημαίνει ότι η δύναμη επαναφοράς έχει αντίθετη φορά με την δύναμη F που ασκείται



εικόνα 2.2
δύναμη ελαστικότητας

2.3 Ταλάντωση χωρίς απόσβεση

Παρακάτω παρουσιάζεται ένας απλός αρμονικός ταλαντωτής όπου ταλαντώνεται από μια εξωτερική δύναμη $Fe^{j\omega t}$, το σύστημα έχει σταθερά ελαστικότητας k και μάζα m:



εικόνα 2.3
ταλαντωτή χωρίς απόσβεση

2.3.1 Συχνότητα συντονισμού ω_o

Σε πρώτο στάδιο δεν εφαρμόζεται εξωτερική δύναμη στο σύστημα.

Λαμβάνοντας υπόψειν τις εξισώσεις από τους νόμους του Νεύτωνα και του Hook που παρουσιάστηκαν παραπάνω η εξίσωση κίνησης του συστήματος χωρίς εξωτερική δύναμη θα είναι η εξής:

$$m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -kx \qquad \text{σχέση 2.4}$$

Η μετατόπιση χ είναι το πραγματικό μέρος της μετατόπιση

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

και $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$ είναι η επιτάχυνση

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\,\omega^2\, A\cos(\omega t + \varphi)$$

Λαμβάνοντας και λύνοντας την εξίσωση κίνησης του συστήματος στην σχέση 2.4

$$m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -kx \Rightarrow -\omega^2 mA\cos(\omega t + \phi) = -kA\cos(\omega t + \phi) \Rightarrow -\omega^2 m = -k \Rightarrow \omega^2 m = k$$

καταλήγουμε στην σχέση: $\omega_o{}^2 = \frac{k}{m}$ ή $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$ σχέση 2.5

και σε Hz :

$$f_o = \frac{1}{2\cdot\pi}\sqrt{\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}} \qquad \text{σχέση 2.6}$$

Η κυκλική συχνότητα ω_o είναι η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή, όπου εάν εφαρμοστεί αυτή η συχνότητα στην εξαναγκασμένη δύναμη $Fe^{j\omega t}$ τότε το πλάτος της ταλάντωσης θα φτάσει στην μέγιστη τιμή, σ' αυτό το σημείο λέμε ότι έχουμε τον συντονισμό του συστήματος.

2.3.2 Το πλάτος

Η εξωτερική δύναμη F γράφεται αλλιώς:

$$Fe^{j\omega t} = Fo\cos(\omega t) + j\,Fo\sin(\omega t) \qquad \text{σχέση 2.7}$$

Λαμβάνοντας το πραγματικό μέρος της εξωτερικής δύναμης $Fe^{j\omega t}$ και με την επιπλέον εισαγωγή της στην εξίσωση κίνησης (σχέση 2.4) γίνεται:

$$m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = F_o\cos(\omega t) - kx \Rightarrow m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + kx = F_o\cos(\omega t) \qquad \text{σχέση 2.8}$$

$$m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + kx = F_o\cos(\omega t) \Rightarrow -\omega^2 mA\cos(\omega t+\phi) + kA\cos(\omega t+\phi) = F_o\cos(\omega t) \Rightarrow kA - \omega^2 mA = F_o$$

$$\frac{k}{m}A - \omega^2 A = \frac{F_o}{m} \Rightarrow (\omega_o{}^2 - \omega^2)\mathrm{A} = \frac{F_o}{m}$$

Το πλάτος της ταλάντωσης A θα είναι:

$$A = \frac{F_o/m}{(\omega_o{}^2 - \omega^2)} \qquad \text{σχέση 2.9}$$

εάν εφαρμόσουμε στο σύστημα συχνότητα ω ίση με την ιδιοσυχνότητα ω_o τότε το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος θα φτάσει στο άπειρο.

βλέπε παράδειγμα 3 εικόνα 2.4

2.3.3 Η φάση

Χρησιμοποιώντας τις μιγαδικές εκφράσεις για την μετατόπιση, ταχύτητα και επιτάχυνση στην εξίσωση κίνησης:

$$m\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + kz = Fe^{j(\omega t)} \qquad \text{σχέση 2.10}$$

και λύνουμε:

$$-\omega^2 mz + kz = Fe^{j(\omega t)} \Rightarrow (k - \omega^2 m)z = Fe^{j(\omega t)} \Rightarrow (\frac{k}{m} - \omega^2)z = Fe^{j(\omega t)} \Rightarrow (\omega_o{}^2 - \omega^2)z = \frac{F}{m}e^{j(\omega t)}$$

θυμίζουμε ότι η μετατόπιση σε μιγαδική μορφή είναι $z = Ae^{j(\omega t+\phi)}$

$$(\omega_o{}^2 - \omega^2)Ae^{j(\omega t+\phi)} = \frac{F}{m}e^{j(\omega t)} \Rightarrow (\omega_o{}^2 - \omega^2)A = \frac{F}{m}e^{-j\phi}$$

$$(\omega_o{}^2 - \omega^2)A = \frac{F}{m}e^{-j\phi} \qquad \text{σχέση 2.11}$$

σύμφωνα με την σχέση 1.3 η παραπάνω σχέση 2.11 γίνεται: $(\omega_o{}^2 - \omega^2)A = \frac{F}{m}\cos\phi - j\frac{F}{m}\sin\phi$

Ισότητα Μιγαδικών αριθμών
Όταν έχουμε δυο μιγαδικούς αριθμούς $z_1 = \alpha + j\beta$ και $z_2 = \gamma + j\delta$ τότε στην περίπτωση που είναι ίση θα πρέπει να ισχύει α = γ και β = δ

Σύμφωνα με την παραπάνω ισότητα των μιγαδικών αριθμών καταλήγουμε:

$(\omega_o{}^2 - \omega^2)A = \frac{F}{m}\cos\phi$ <u>πραγματικό μέρος</u> $0 = -\frac{F}{m}\sin\phi$ <u>φανταστικό μέρος</u>

λαμβάνοντας το πραγματικό μέρος και λύνοντας ως προς φ βγαίνει η φάση:

$$\phi = \cos^{-1}\frac{(\omega_0{}^2 - \omega^2)\mathrm{A}}{F_o / m} \qquad \text{σχέση 2.12}$$

εάν η οδηγούμενη συχνότητα ω γίνει ίση με την συχνότητα συντονισμού ω_o τότε θα γίνει μια απότομη μεταβολή της φάσεως από τις 0° στις 180° (όταν $\omega<\omega_o$ τότε η φάση είναι 0° και όταν $\omega>\omega_o$ τότε η φάση είναι 180°)

☞ βλέπε παράδειγμα 3 εικόνα 2.5

<u>2.3.4 Στατική μετατόπιση Ao</u>

Εάν η οδηγούμενη συχνότητα ω είναι μηδέν

$$A = \frac{F_o / m}{\omega_o{}^2 - \omega^2} \Rightarrow A = \frac{F_o}{\omega_o{}^2 m} \Rightarrow A = \frac{F_o}{k}$$

τότε το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι:

$$A_o = \frac{F_o}{k} \qquad \text{σχέση 2.13}$$

Το πλάτος σ' αυτή την περίπτωση ονομάζεται στατική μετατόπιση.

<u>2.3.5 Μεταδιδόμενη δύναμη F_{Tr}</u>

Από την ταλάντωση του συστήματος η μεταδιδόμενη δύναμη F_{Tr} (Transmitted Force) είναι η δύναμη που μεταδίδεται από τον ταλαντωτή στο έδαφος

$$\mathrm{F_{Tr}} = kx \Rightarrow \mathrm{F_{Tr}} = kA \qquad \text{σχέση 2.14}$$

Ο όρος Transmissibility ή Transmission Ratio είναι λόγος της μεταδιδόμενης δύναμης F_{Tr} ως προς το μέτρο της εξαναγκασμένης δύναμης F την:

$$\mathrm{Tr} = \frac{\mathrm{F_{Tr}}}{\mathrm{Fo}} \qquad \text{σχέση 2.15}$$

και σε λογαριθμική κλίμακα: $$dBTr = 10\log\left(\frac{F_{Tr}}{F_o}\right) \qquad \text{σχέση 2.16}$$

Ο μέγιστος λόγος Transmission Ratio εμφανίζεται στην συχνότητα συντονισμού όπου είναι και ο συντονισμός του συστήματος. Στην συχνότητα ω_o η μεταδιδόμενη δύναμη F_{Tr} φτάνει στο άπειρο.

Βλέπε παράδειγμα 3 εικόνα 2.6

<u>Παράδειγμα 3</u>
<u>Ταλάντωση χωρίς απόσβεση (αρχείο Mat lab: undamped.m)</u>

Έχουμε ένα σύστημα μάζας 1 Kgr σταθερά ελαστικότητας 20 N/m. Το μέτρο της εξωτερικής δύναμης θα είναι 10 N.

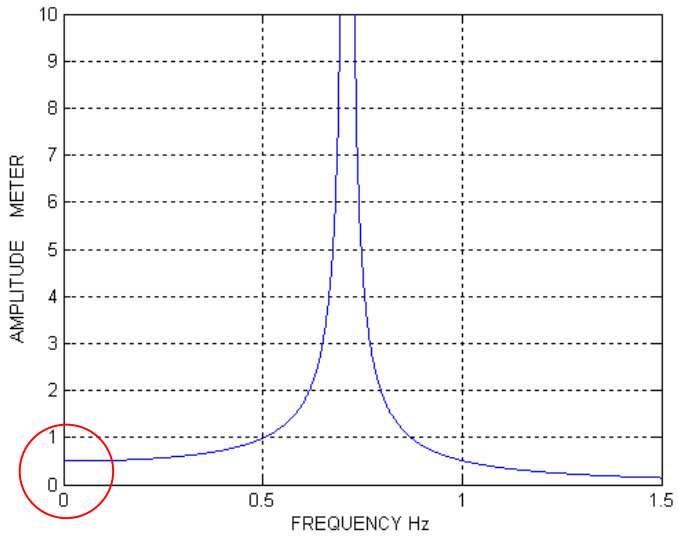
Η συχνότητα συντονισμού θα είναι:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega_o = \sqrt{\frac{20}{1}} \Rightarrow \omega_o \approx 4{,}47\,\mathrm{rad/sec} \qquad \text{και σε Hz} \qquad \mathrm{f} = \frac{\omega_o}{2\pi} = \frac{4{,}47\,rad/\sec}{2*3{,}14} \approx 0{,}71\,Hz$$

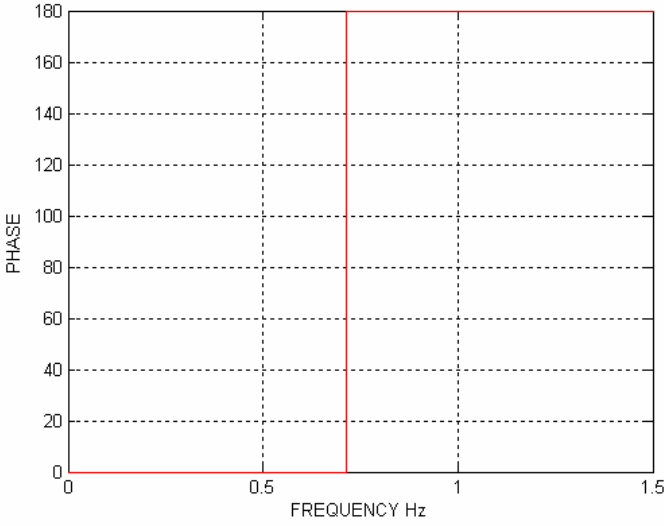
όπως βλέπουμε και στο παρακάτω γράφημα ο συντονισμός του συστήματος παρουσιάζεται στην συχνότητα των 0,71 Hz και το πλάτος είναι άπειρο.

Το σημείο που είναι σε κύκλο είναι όταν η οδηγούμενη συχνότητα ω είναι μηδέν τότε το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι:

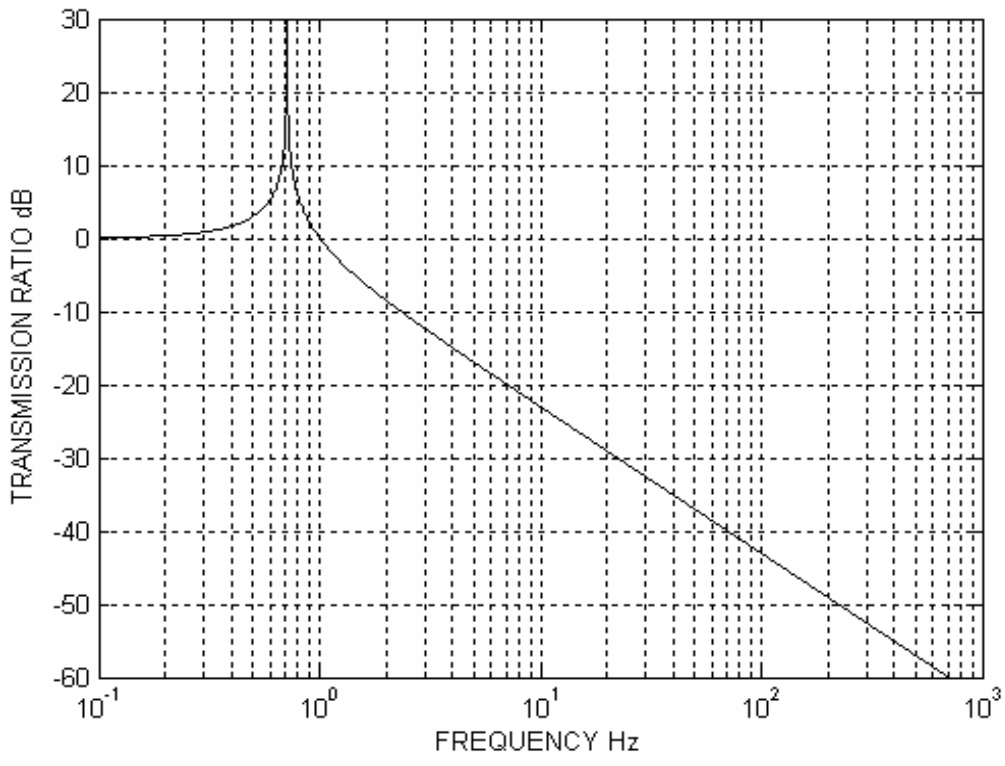
$$A_o = \frac{F}{k} \Rightarrow A_o = \frac{10N}{20N/m} \Rightarrow A_o = 0.5m$$



εικόνα 2.4
απόκριση ταλαντωτή χωρίς απόσβεση



εικόνα 2.5
μεταβολή φάσης σε ταλαντωτή χωρίς απόσβεση

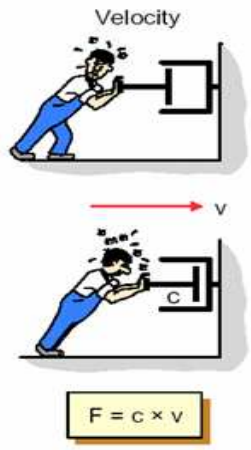


εικόνα 2.6
Το Transmission Ratio στο πεδίο συχνοτήτων

Στην συχνότητα συντονισμού ω_o το Transmission ratio είναι άπειρο

<u>2.4 Δύναμη λόγω απόσβεσης</u>

Στην φύση πάντα υπάρχουν κάποιες αποσβέσεις έστω και μικρές, έτσι σ' αυτή την περίπτωση υπολογίζεται και η απόσβεση του συστήματος στην εξίσωση κίνησης. Η απόσβεση έχει μονάδα μέτρηση N sec/m.



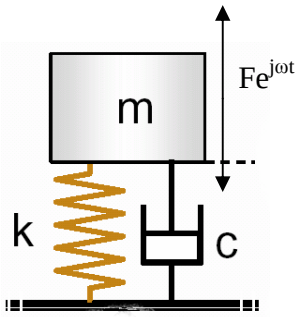
εικόνα 2.7
δύναμη λόγω απόσβεσης

Η δύναμη λόγω απόσβεσης εκφράζεται από την σχέση:

$$F = -c\frac{\partial x}{\partial t} \qquad \text{σχέση 2.17}$$

2.5 Ταλάντωση με απόσβεση (Ταλάντωση με ελαστικότητα και απόσβεση).

Στο σύστημα ταλάντωσης έχουμε την μάζα του συστήματος m, την σταθερά ελατήριου k και c είναι ο συντελεστής απόσβεσης. Αυτό το σύστημα ονομάζεται πρώτου βαθμού ελευθέριας (SDOF).



εικόνα 2.8
απλός αρμονικός ταλαντωτής
με απόσβεση

ΕΔΑΦΟΣ

Στην εξισωση κινησης του συστηματος αποσβενουσας ταλαντωσης προστιθεται και η δυναμη αποσβεσης: Οποτε η εξισωση κινησης του συστηματος ταλάντωσης με ελαστικότητα και απόσβεση είναι:

$$m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -c\frac{\partial x}{\partial t} - kx \qquad \text{σχέση 2.18}$$

2.5.1 Συχνότητα συντονισμού με απόσβεση ω_d

Σε πρωτο σταδιο δεν εφαρμοζεται εξωτερική δύναμη στο σύστημα όποτε η εξίσωση κίνησης θα είναι:

$$m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + c\frac{\partial x}{\partial t} + kx = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{c}{m}\frac{\partial x}{\partial t} + \omega_o{}^2 x = 0 \qquad \text{σχέση 2.19}$$

θέτοντας : $x = e^{pt}$ $\qquad \frac{\partial x}{\partial t} = pe^{pt}$ $\qquad \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = p^2 e^{pt}$

επωμενως η εξισωση κινησης γινεται:

$$p^2 e^{pt} + \frac{c}{m} pe^{pt} + \omega_o{}^2 e^{pt} = 0 \Rightarrow \left(p^2 + \frac{c}{m} p + \omega_o{}^2 \right) e^{pt} = 0 \qquad \text{σχέση 2.20}$$

Προκυπτει η εξισωση 2ου βαθμου : $p^2 + \frac{c}{m} p + \omega_o{}^2 = 0$ σχέση 2.21

Θυμίζοντας την σχεση της εξισωσης 2ου βαθμου $ap^2 + \beta p + \gamma = 0$ προκυπτουν δυο λυσεις:

$$p_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \gamma}}{2 \cdot \alpha}$$

$$p_{1,2} = \frac{-\frac{c}{m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{m}\right)^2 - 4\omega_o^{\,2}}}{2 \cdot 1} \Rightarrow p_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega_o^{\,2}}$$ σχέση 2.22

Ο συντελεστης αποσβεσης οριζεται: $a = \frac{c}{2m}$ σχέση 2.23

και ο λογος αποσβεσης είναι: $\zeta = \frac{c}{2m\omega_o}$ σχέση 2.24

οπου η κρίσιμη απόσβεση του συστήματος είναι:

$$C_{critical} = 2m\omega_o$$ σχέση 2.25

όπου ω_o είναι η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή και δίνεται από την σχέση 2.5

Αρα η σχέση 2.20 γίνεται: $p_{1,2} = -a \pm \sqrt{a^2 - \omega_o^{\,2}}$ σχέση 2.26

Η συχνότητα συντονισμού με απόσβεση σε rad/sec είναι:

$$\omega_d = \sqrt{\omega_o^{\,2} - \alpha^2} \quad \text{η αλλιώς} \quad \omega_d = \omega_o\sqrt{1-\zeta^2}$$ σχέση 2.27

και σε Hz: $f_d = \frac{\omega_d}{2\pi}$ σχέση 2.28

η περίοδος της συχνότητα συντονισμού με απόσβεση f_d θα είναι: $T_d = \frac{1}{f_d}$ σχέση 2.29

ΠΡΟΣΟΧΗ

όσο αυξάνεται η απόσβεση τόσο μειώνεται η συχνότητα f_d και συνεπώς αυξάνεται η περίοδος T_d.

Υπάρχουν τρεις περιπτώσεις:

- $\alpha > \omega_o$ τότε το σύστημα είναι σε υπεραποσβεση

  ισχύει $c > 2m\omega_o$ και ο λογος αποσβεσης $\zeta > 1$

- $\alpha = \omega_o$ τότε το σύστημα είναι σε κρίσιμη απόσβεση

  ισχύει $c = 2m\omega_o$ και ο λογος αποσβεσης $\zeta = 1$

- $\alpha < \omega_o$ τότε το σύστημα είναι σε υποαποσβεση

  ισχύει $c < 2m\omega_o$ και ο λογος αποσβεσης $\zeta < 1$

Λογο της απόσβεσης το πλατος της ταλαντωσης σβυνει εκθτικα e^{-at} στο πεδιο του χρονου. Ετσι θετωντας ως αρχικη μετατοπιση χ_o και αρχικη ταχυτητα u_o τοτε η μεταβολη του πλατους ταλαντωσης στο πεδιο του χρονου t θα είναι:

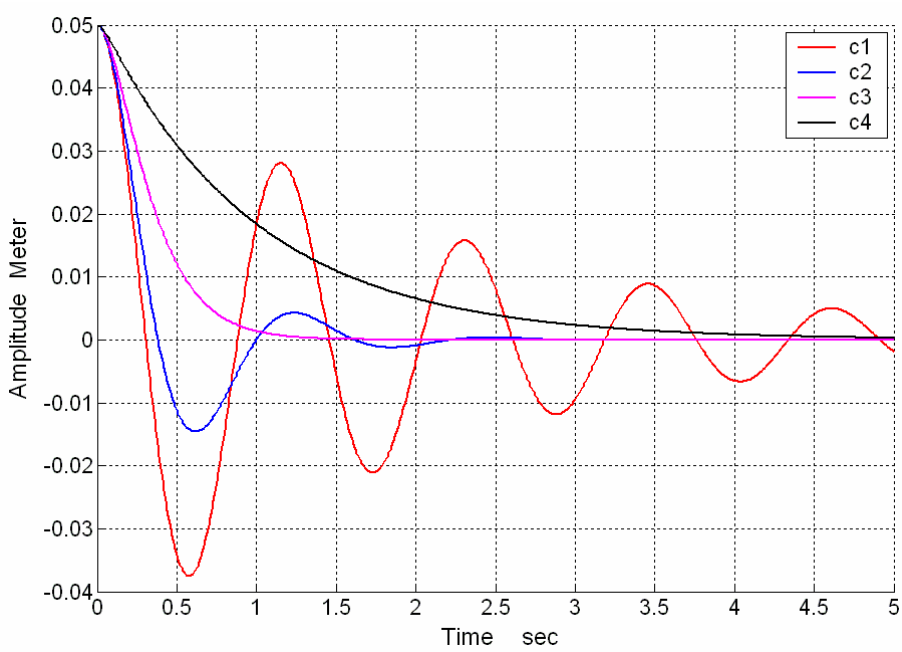
$$x = e^{-a \cdot t}\left(x_o \cos(\omega_d t) + \frac{u_o + a x_o}{\omega_d} \sin(\omega_d t) \right) \qquad \text{σχέση 2.30}$$

<u>Παράδειγμα 4</u>
<u>Φθίνουσα ταλάντωση με αρχική μετατόπιση (αρχείο Mat lab: fthinousa_talantosi.m)</u>

Η μαζα του συστηματος είναι 10 Kgr, η ελαστικοτα είναι 300 N/m και για την αποσβεση υπαρχουν τρεις διαφορετικες τιμες:

c1 = 10 N sec/m c2 = 40 N sec/m c3 = 109,54 N sec/m c4 = 120 N sec/m

στο συστημα δινεται αρχικη μετατοπιση χ_o = 5 cm (0.05 m) και αρχικη ταχυτητα u_o = 0 m/sec^2



Εικόνα 2.9
Το πλάτος της ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου με αρχική μετατόπιση χ_o = 5 cm

(υποαπόσβεση)
κόκκινο χρώμα ζ_1 = 0,09
μπλε χρώμα ζ_2 = 0,37

(κρίσιμη απόσβεση)
χρώμα μοβ ζ_3 = 1

(υπεραπόσβεση)
χρώμα μαύρο ζ_4 =2,74

Η κρίσιμη απόσβεση είναι 109,54 N sec/m

	Υποαπόσβεση ζ<1		Κρίσιμη απόσβεση ζ = 1	Υπεραπόσβεση ζ > 1
	1η περιπτωση (κοκκινο χρωμα) c1 = 10 N sec/m	2η περιπτωση (μπλε χρωμα) c2 = 40 N sec/m	3η περιπτωση (μωβ χρωμα) c3 = 120 N sec/m	4η περιπτωση (μαυρο χρωμα) c3 = 120 N sec/m
Συντελεστης απόσβεσης α	0,50	2,00	5,48	15,00
Λογος απόσβεσης ζ	0,09	0,37	1,00	2,74
Περίοδος αποσβένουσας ταλάντωσης T_d (sec)	1,15	1,23	126,40	0
Συχνοτητα αποσβένουσας ταλάντωσης f_d (Hz)	0,87	0,81	0,01	0

Πίνακας 2.1
Φθίνουσα ταλάντωση με αύξηση της απόσβεσης (Παράδειγμα 4)

2.5.2 Πλάτος

Το σύστημα ταλάντωσης οδηγείται από μια εξωτερική δύναμη $F = F_o e^{j\omega t}$.

Σ' αυτή την περίπτωση η εξίσωση κίνησης θα είναι:

$$m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + c\frac{\partial x}{\partial t} + kx = F_o \cos(\omega t) \qquad \text{σχέση 2.31}$$

Λαμβάνουμε την εξίσωση κίνησης κάνουμε χρήση των μιγαδικών αριθμών και λύνουμε για να βρούμε το πλάτος της ταλάντωσης:

$$m\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + c\frac{\partial z}{\partial t} + kz = Fe^{j\omega t} \Rightarrow \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + \frac{c}{m}\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{k}{m}z = \frac{F}{m}e^{j\omega t} \Rightarrow -\omega^2 z + j\frac{c}{m}\omega z + \omega_o{}^2 z = \frac{F}{m}e^{j\omega t} \Rightarrow$$

$$(\omega_o{}^2 - \omega^2 + j\frac{c}{m}\omega)Ae^{j(\omega t+\phi)} = \frac{F}{m}e^{j\omega t} \Rightarrow (\omega_o{}^2 - \omega^2 + j\frac{c}{m}\omega)Ae^{j\phi} = \frac{F_o}{m} \Rightarrow$$

$$(1-(\omega/\omega_o)^2 + j(2\zeta\omega/\omega_o))Ae^{j\phi} = \frac{F_o}{k} \Rightarrow Ae^{j\phi} = \frac{\frac{F_o}{k}}{1-(\omega/\omega_o)^2 + j(2\zeta\omega/\omega_o)}$$

στην αποσβένουσα ταλάντωση αντικαθιστάτε η ιδιοσυχνοτητα ω_o με την συχνότητα συντονισμού απόσβεσης ω_d.

Όποτε η μετατόπιση σε μιγαδική μορφή εκφράζεται:

$$Ae^{j\phi} = \frac{\frac{F_o}{k}}{1-(\omega/\omega_d)^2 + j(2\zeta\omega/\omega_d)} \qquad \text{σχέση 2.32}$$

το μέτρο ενός μιγαδικού αριθμού υπολογίζεται σύμφωνα με την σχέση 1.9 που εξετάστηκε στο πρώτο κεφαλαίο. Επομένως το μέτρο της μετατόπισης θα είναι:

$$A = \frac{\frac{F_o}{k}}{\sqrt{\left(1-(\omega/\omega_d)^2\right)^2 + (2\zeta\omega/\omega_d)^2}} \qquad \text{σχέση 2.33}$$

2.5.3 Φάση

Η φάση της αποσβένουσας ταλάντωσης είναι:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta\omega/\omega_d}{1-(\omega/\omega_d)^2}\right) \qquad \text{σχέση 2.34}$$

όσο αυξάνεται η απόσβεση τόσο η μεταβολή της φάσεως από τις 0° στις 180° γίνεται πιο ομαλά.

Στην συχνότητα ω_d η φάση είναι 90°.

☞ βλέπε παράδειγμα 5 και παράδειγμα 6

2.5.4 Στατική μετατόπιση

Λαμβάνοντας την σχέση 2.33 που μελετήθηκε παραπάνω και θέτοντας ω = 0 τότε προκύπτει:

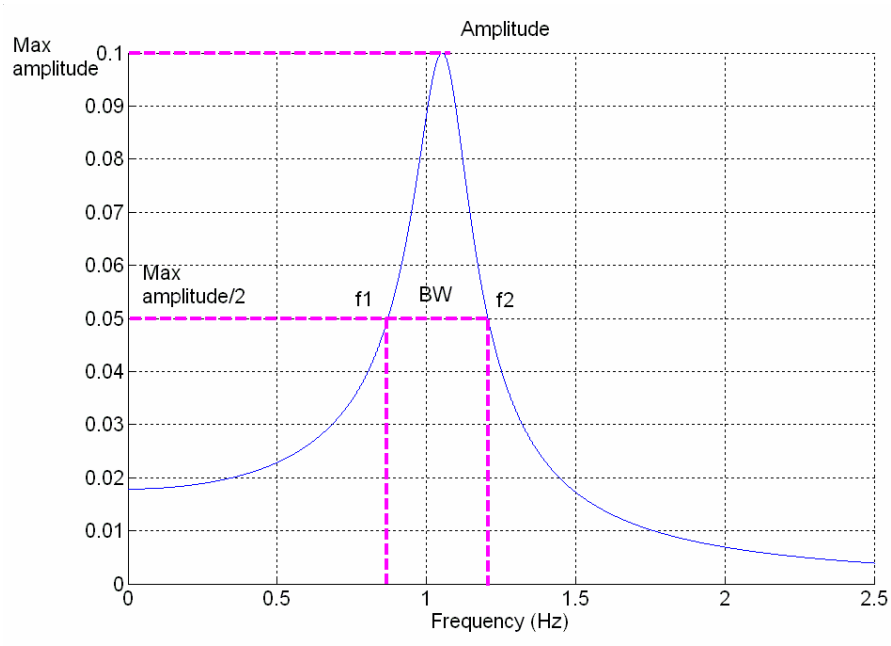
$$A_O = \frac{F_o}{k} \qquad \text{σχέση 2.35}$$

η σχέση της στατικής μετατόπισης στην αποσβένουσα ταλάντωση είναι η ίδια με την μη αποσβένουσα ταλάντωση

2.5.5 Band with

Στο $1/2$ του μέγιστου πλάτους της ταλάντωσης Α αντιστοιχούν δυο συχνότητες:

- f1(κάτω από την συχνότητα συντονισμού)
- f2(πάνω από την συχνότητα συντονισμού)



εικόνα 2.10
Band with

Το εύρος συντονισμού (Band with) υπολογίζεται από την σχέση:

$$BW = f2 - f1 \qquad \text{σχέση 2.36}$$

Όσο πιο μικρή είναι η απόσβεση τόσο πιο οξύς είναι ο συντονισμός (μικρό Band with) και όσο αυξάνεται η απόσβεση τόσο διευρύνεται και συντονισμός (μεγάλο Band with).

2.5.6 Διάγραμμα Nyquist

Το διάγραμμα Nyquist είναι η απεικόνιση του μιγαδικού πλάτους της ταλάντωσης σε ένα δισδιάστατο καρτεσιανό σύστημα.

2.5.7 Μεταδιδόμενη δύναμη F_{Tr}

Από την ταλάντωση του συστήματος η μεταδιδόμενη δύναμη F_{Tr} είναι αυτή που μεταδίδεται στο έδαφος :

$$F_{Tr} = c\frac{\partial z}{\partial t} + kz \Rightarrow F_{Tr} = kz + j\omega cz \qquad \text{σχέση 2.37}$$

και το μέτρο αυτής της δύναμης είναι:

$$F_{Tr} = A\sqrt{k^2 + \omega^2 c^2} \qquad \text{σχέση 2.38}$$

Η μέγιστη μεταδιδόμενη δύναμη F_{Tr} θα παρουσιάζεται στην συχνότητα όπου θα έχουμε μέγιστο πλάτος ταλάντωσης Α.

Οι μεταδιδόμενες δύναμης F_{Tr} ονομάζονται αλλιώς κραδασμοί.

Ο όρος Transmissibility ή Transmission Ratio είναι ο λόγος της μεταδιδόμενης δύναμης F_{Tr} ως προς την εξωτερικής δύναμης Fo:

$$Tr = \frac{F_{Tr}}{Fo} \qquad \text{σχέση 2.39}$$

και σε λογαριθμική κλίμακα:

$$dBTr = 10\log\left(\frac{F_{Tr}}{F_o}\right) \qquad \text{σχέση 2.40}$$

> **ΠΡΟΣΟΧΗ**
> η συχνότητα συντονισμού του συστήματος θα πρέπει να αποφεύγεται διότι σ' αυτή την συχνότητα παρουσιάζεται η μέγιστη μεταδιδόμενη δύναμη και σ' αυτή την συχνότητα αυξάνονται οι κραδασμοί.

Παράδειγμα 5
Μεταβαλλόμενη ελαστικότητα και σταθερή απόσβεση (αρχείο Mat lab: pre.m)

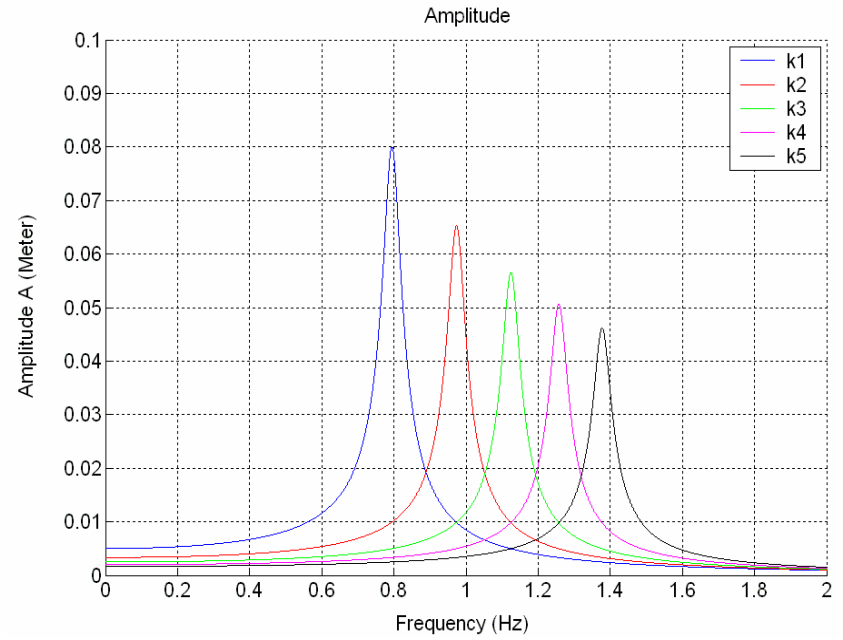
Στο παρακάτω παράδειγμα παρουσιάζεται ένα μοντέλο όπου αλλάζει η ελαστικότητα και παραμένει σταθερή η απόσβεση του συστήματος.

Τα στοιχεία του συστήματος είναι:

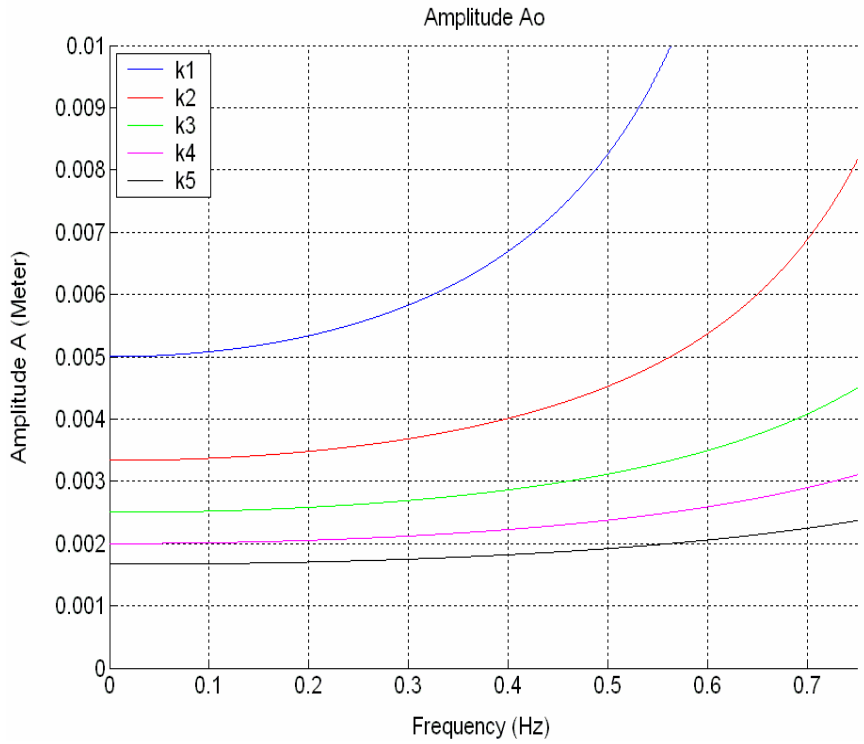
- Μάζα 80 Kg
- Εξωτερική δύναμη είναι 10 N
- Πεδίο συχνοτήτων από 0 έως 2Hz
- Απόσβεση c = 25 N sec/m
- Ελαστικότητα

1η περίπτωση	2η περίπτωση	3η περίπτωση	4η περίπτωση	5ηπερίπτωση
k1 = 2000 N/m	k2 = 3000 N/m	k3 = 4000 N/m	k4 = 5000N/m	k5 = 6000 N/m

Παρακάτω παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις για το πλάτος την φάση και τα διαγράμματα Nyquist για κάθε περίπτωση είναι:



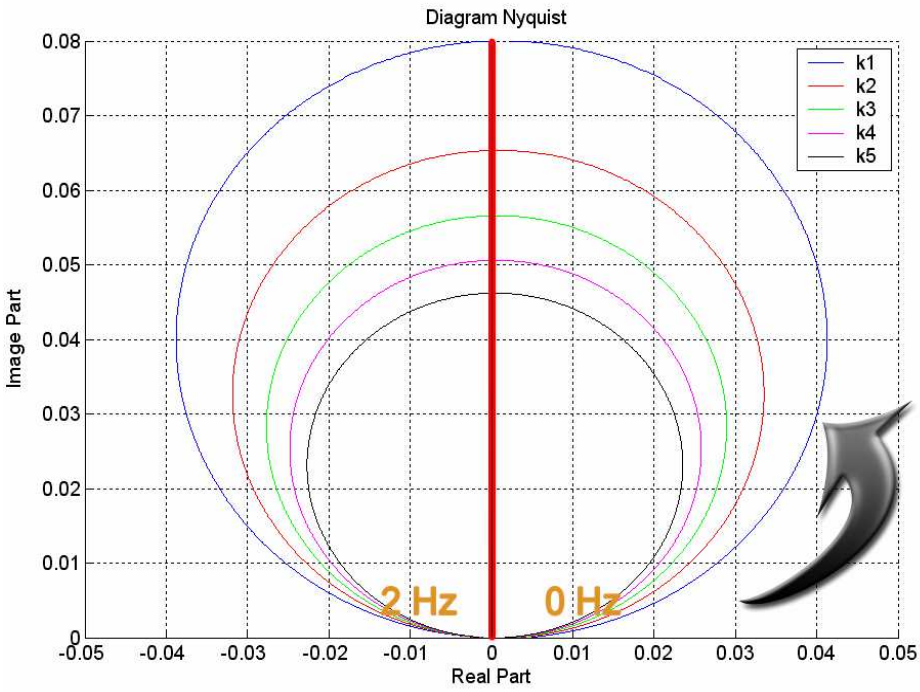
εικόνα 2.11
Το πλάτος της ταλάντωσης στο πεδίο των συχνοτήτων



εικόνα 2.12
Μεγέθυνση της εικόνας 2.11 στην συχνότητα των μηδέν Hz (Ao)

Σύμφωνα με την σχέση 2.32 το μιγαδικό πλάτος της μετατόπισης $Ae^{j\phi}$ έχει πραγματικό και φανταστικό μέρος. Ο οριζόντιος άξονας χ ορίζεται για το πραγματικό μέρος της μετατόπισης, ενώ ο κάθετος άξονας y είναι για το φανταστικό μέρος της μετατόπισης.

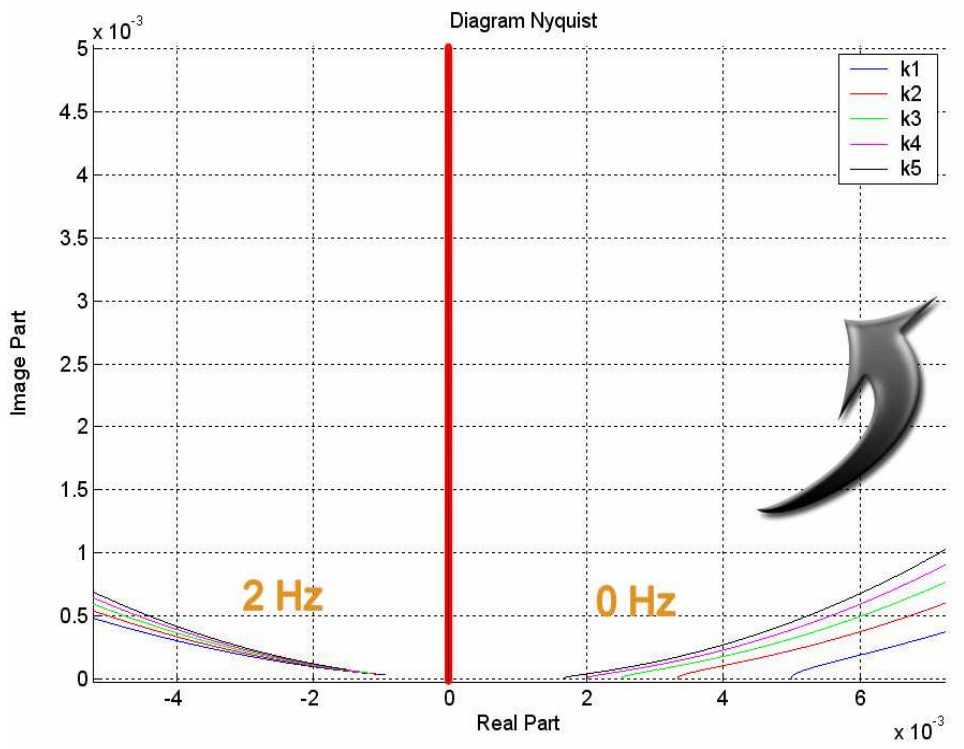
Λαμβάνοντας το πραγματικό και το φανταστικό μέρος για οποιοδήποτε σημείο των πέντε παρακάτω περιπτώσεων και χρησιμοποιώντας την σχέση 1.9 και 1.10 βγαίνει αντίστοιχα το μέτρο και η φάση της μετατόπισης.



εικόνα 2.13
Διάγραμμα Nyquist

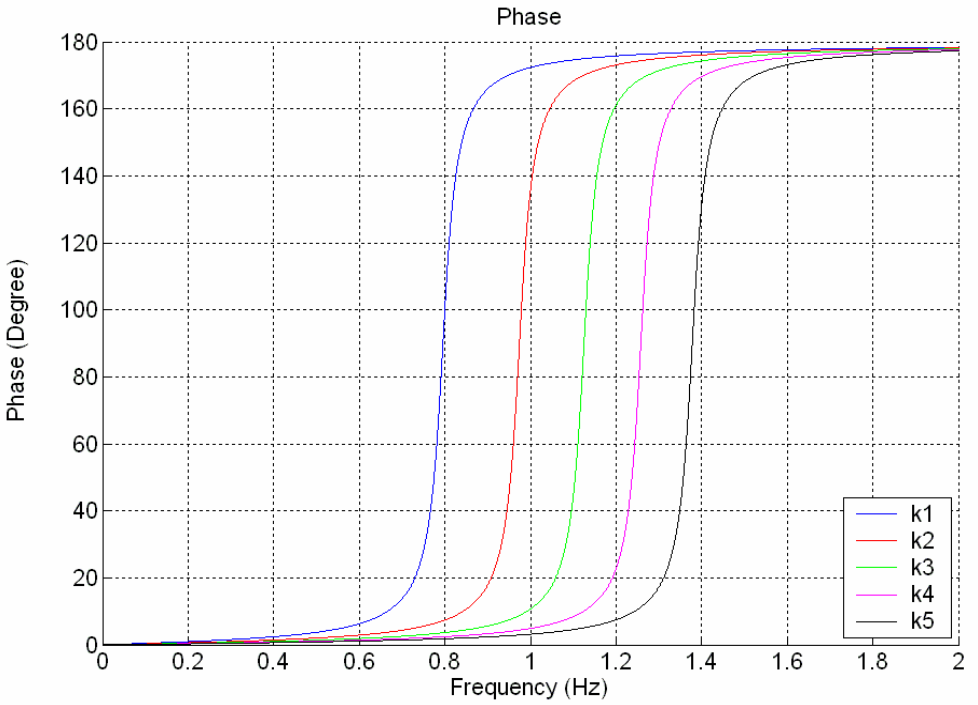
Η σχεδίαση του διαγραμμάτων ξεκινάει έτσι όπως δείχνει το βέλος.

Η κάθετη κόκκινη γραμμή είναι το σημείο του συντονισμού και αυτό μπορεί να το εξηγηθεί με την σκέψη ότι το πραγματικό μέρος είναι μηδέν ενώ το φανταστικό μέρος είναι ίσο με την μέγιστη μετατόπιση του συστήματος (σημείο συντονισμού) επίσης σ' αυτά τα σημεία οι κύκλοι έχουν την μεγαλύτερη διάμετρο.



εικόνα 2.14
Μεγέθυνση του παραπάνω διαγράμματος Nyquist

Η μεταβολή της φάσεως για κάθε περίπτωση στο πεδίο των συχνοτήτων:



εικόνα 2.15
Η μεταβολή της φάσεως στο πεδίο των συχνοτήτων

Στον παρακάτω Πίνακας 2.2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του παραπάνω παραδείγματος

		1η Περίπτωση Ελαστικότητα k1 = 2000 N/m	2η Περίπτωση Ελαστικότητα k2 = 3000 N/m	3η Περίπτωση Ελαστικότητα k3 = 4000 N/m	4η Περίπτωση Ελαστικότητα k4 = 5000 N/m	5η Περίπτωση Ελαστικότητα k5 = 6000 N/m
Φυσική Συχνότητα ω_o	rad/sec	5,0000	6,1237	7,0711	7,9057	8,6603
	Hz	0,7958	0,9746	1,1254	1,2582	1,3783
Συχνότητα συντονισμού με απόσβεση ω_d	rad/sec	4,9976	6,1217	7,0693	7,9041	8,6588
	Hz	0,7954	0,9743	1,1251	1,2580	1,3781
Απόσβεση c	N sec/m	25	25	25	25	25
Κρίσιμη Απόσβεση	N sec/m	800,0	979,8	1131,4	1264,9	1385,6
Λόγος Απόσβεσης ζ		$3,1250 \cdot 10^{-2}$	$2,5516 \cdot 10^{-2}$	$2,2097 \cdot 10^{-2}$	$1,9764 \cdot 10^{-2}$	$1,8042 \cdot 10^{-2}$
Πάνω Συχνότητα f2	Hz	0,8365	1,0158	1,1668	1,2998	1,4200
Κάτω Συχνότητα f1	Hz	0,7504	0,9296	1,0807	1,2137	1,3339
Εύρος BW = f2-f1	Hz	0,0861	0,0862	0,0861	0,0861	0,0861
Μέγιστο πλάτος ταλάντωσης A	cm	8,0039	6,5341	5,6582	5,0606	4,6195
Πλάτος ταλάντωσης Ao (όταν ω = 0)	mm	5,0000	3,3333	2,5000	2,0000	1,6667

Πίνακας 2.2
Μεταβαλλόμενη ελαστικότητα και σταθερή απόσβεση (Παράδειγμα 5)

Παράδειγμα 6
Μεταβαλλόμενη απόσβεση και σταθερή ελαστικότητα (αρχείο Mat lab: pre.m)

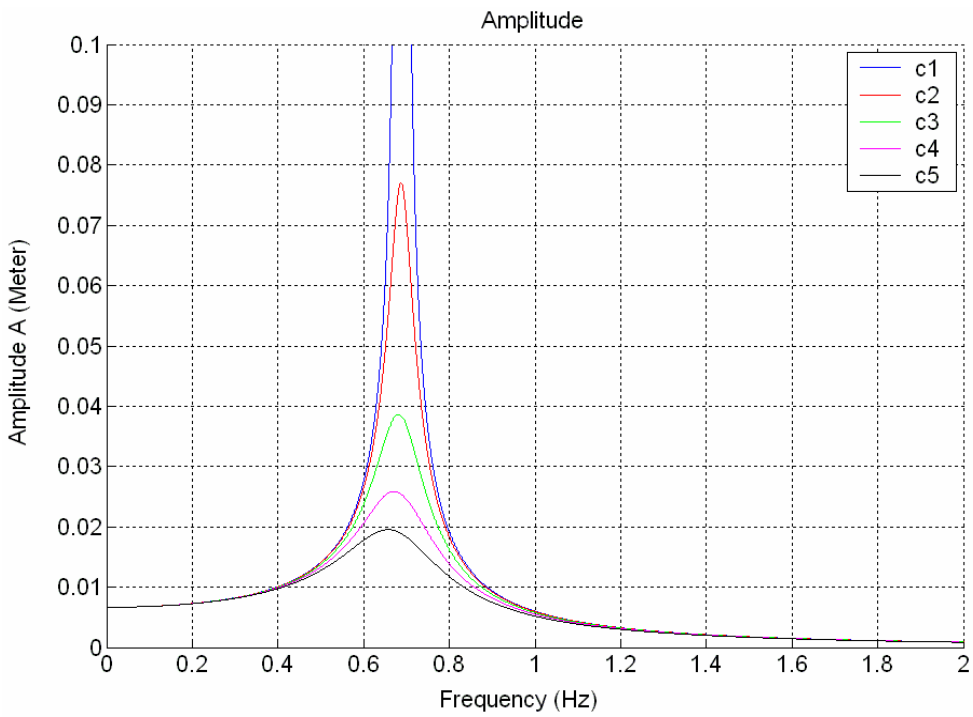
Στο παρακάτω παράδειγμα παρουσιάζεται ένα μοντέλο όπου αλλάζει η απόσβεση και παραμένει σταθερή η ελαστικότητα του συστήματος.

Τα στοιχεία του συστήματος είναι:

- Μάζα 80 Kg
- Εξωτερική δύναμη είναι 10 N
- Πεδίο συχνοτήτων από 0 έως 2 Hz
- Ελαστικότητα k = 1500 N /m
- Απόσβεση

1η περίπτωση	2η περίπτωση	3η περίπτωση	4η περίπτωση	5ηπερίπτωση
c1 = 0 N sec/m	c2 = 30 N sec/m	c3 = 60 N sec/m	c4 = 90 N sec/m	c5 = 120 N sec/m

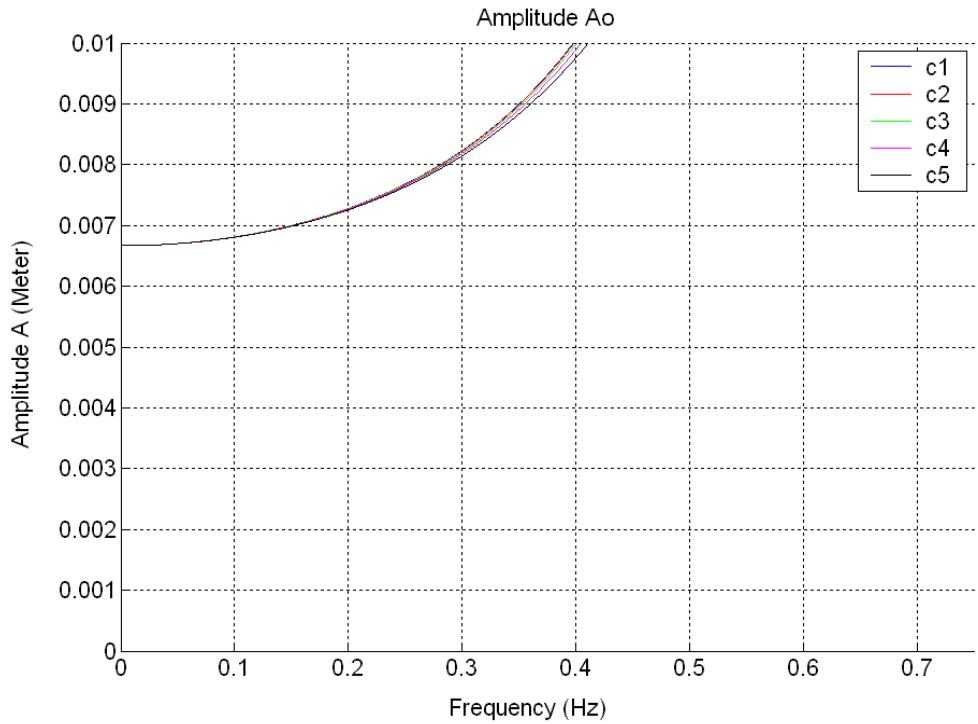
Οι γραφικές παραστάσεις για το πλάτος και την φάση σε κάθε περίπτωση είναι:



εικόνα 2.16
Το πλάτος της ταλάντωσης στο πεδίο των συχνοτήτων

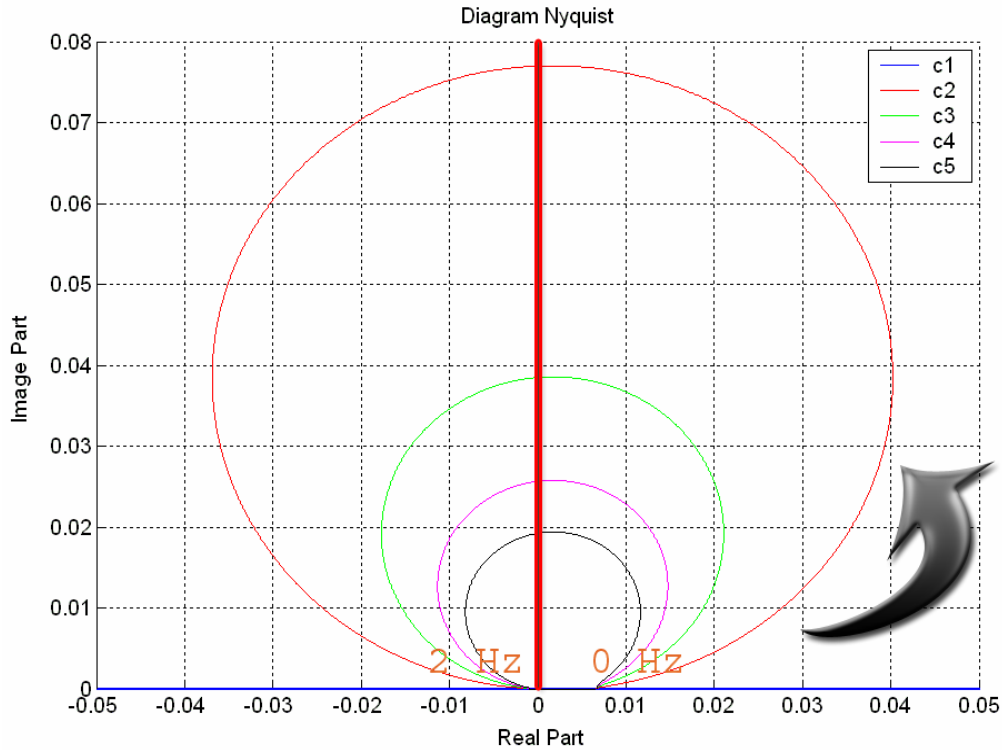
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Στο παρακάτω γράφημα παρατηρείτε ότι η στατική μετατόπιση είναι η ίδια και για τις πέντε περιπτώσεις. Αυτό συμβαίνει διότι η ελαστικότητα είναι η ίδια και για τις πέντε περιπτώσεις όποτε ο λόγος της σχέσης 2.35 παραμένει σταθερός.



εικόνα 2.17
Μεγέθυνση της εικόνας 2.16 στην συχνότητα των 0 Hz (Ao)

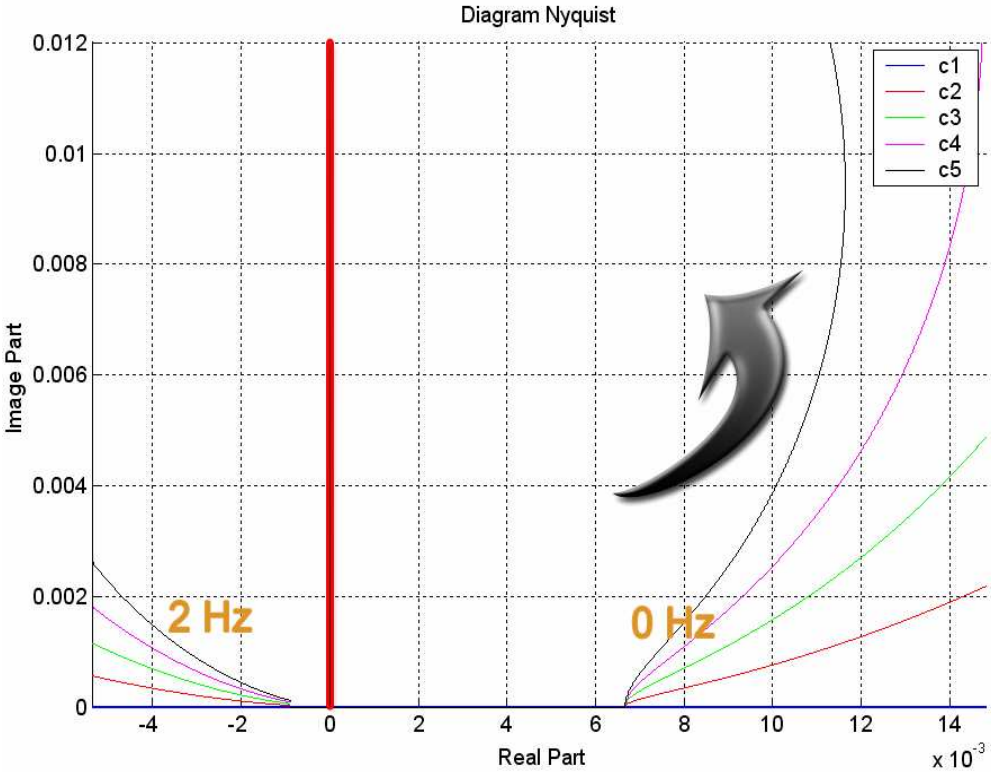
Όπως στο προηγούμενο παράδειγμα έτσι και σ' αυτό σχεδιάστηκε το διάγραμμα Nyquist.



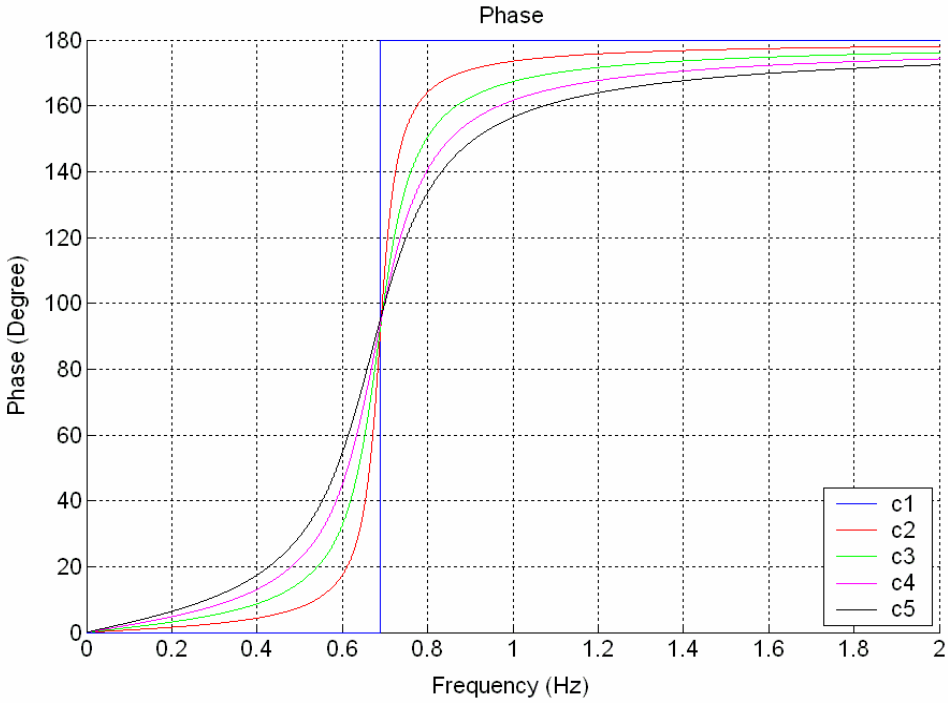
εικόνα 2.18
Διάγραμμα Nyquist

Το διάγραμμα Nyquist για την πρώτη περίπτωση (απόσβεση 0 N sec/m) δεν εμφανίζεται στην εικόνα 2.18 διότι είναι έξω από τα όρια του διαγράμματος λόγο έλλειψης της απόσβεσης.

Και σε μεγέθυνση:



εικόνα 2.19
Μεγέθυνση του παραπάνω διαγράμματος Nyquist



εικόνα 2.20
Η μεταβολή της φάσεως στο πεδίο των συχνοτήτων

Στον παρακάτω Πίνακας 2.3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του παραπάνω παραδείγματος

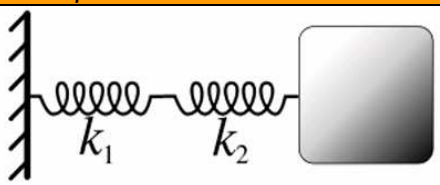
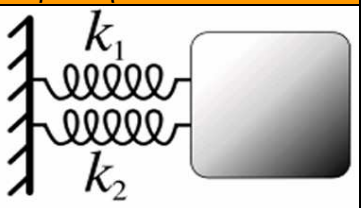
		1η Περίπτωση Απόσβεση c1 = 0 N/m	2η Περίπτωση Απόσβεση c2 = 30 N/m	3η Περίπτωση Απόσβεση c3 = 60 N/m	4η Περίπτωση Απόσβεση c4 = 90 N/m	5η Περίπτωση Απόσβεση c5 = 120 N/m
Φυσική Συχνότητα ω_o	rad/sec	4,3301	4,3301	4,3301	4,3301	4,3301
	Hz	0,6892	0,6892	0,6892	0,6892	0,6892
Συχνοτητα συντονισμου με απόσβεση ω_d	rad/sec	4,3301	4,3261	4,3139	4,2934	4,2647
	Hz	0,6892	0,6885	0,6866	0,6833	0,6787
Ελαστικότητα	N/m	1500	1500	1500	1500	1500
Κρίσιμη Απόσβεση	N m/sec	692,82	692,82	692,82	692,82	692,82
Λόγος Απόσβεσης ζ		0	$4.3301 \cdot 10^{-2}$	$8.6603 \cdot 10^{-2}$	$1.2990 \cdot 10^{-1}$	$1.7321 \cdot 10^{-1}$
Πάνω Συχνότητα f2	Hz	Δεν υπάρχει	0,7370	0,7779	0,8121	0,8398
Κάτω Συχνότητα f1	Hz	Δεν υπάρχει	0,6335	0,5688	0,4928	0,4011
Εύρος BW = f2-f1	Hz	Δεν υπάρχει	0,1035	0,2091	0,3193	0,4387
Μέγιστο πλάτος ταλάντωσης A	cm	Άπειρο	7,7052	3,8635	2,5879	1,9540
Πλάτος ταλάντωσης Ao (όταν ω = 0)	mm	6,6667	6,6667	6,6667	6,6667	6,6667

Πίνακας 2.3
Μεταβαλλόμενη ελαστικότητα και σταθερή απόσβεση (Παράδειγμα 6)

2.6 Υπολογισμός με περισσότερες του ενός ελαστικότητες

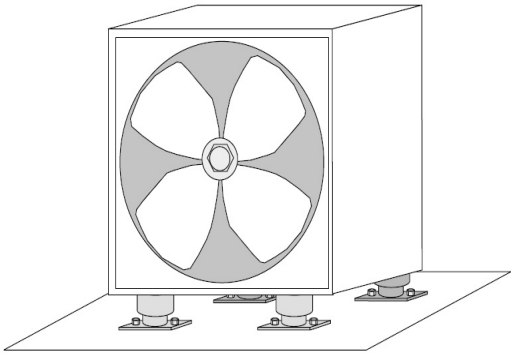
Σε ένα σύστημα μπορούμε να έχουμε περισσότερες από μια ελαστικότητες και υπάρχουν δυο τρόποι σύνδεσης τους.

- Σε σειρά
- Παράλληλα

	Σε σειρά	Παράλληλα
		
Υπολογισμός συνολικής ελαστικότητας	$\frac{1}{k_{total}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$	$k_{total} = k_1 + k_2$
Μετατόπιση	$\frac{x_1}{x_2} = \frac{k_2}{k_1}$	$x_1 = x_2$
Ενέργεια	$\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_2}{k_1}$	$\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_1}{k_2}$

Πίνακας 2.4
Πίνακας υπολογισμών ελαστικότητας,, μετατόπιση και ενέργειας σε σύνδεση σειράς και παράλληλα

Εφαρμογή 1 - SDOF (Πρώτου βαθμού ελευθέριας)
(αρχείο Mat lab: SDOF)



εικόνα 2.21
ανεμιστήρας

Το μοντέλο της εφαρμογής είναι ένας ανεμιστήρας βάρους m = 1000 Kgr όπου όταν είναι σε λειτουργία ταλαντώνεται με δύναμη Fo = 1000 N και στην συχνότητα των 30 Hz . Στόχος της εφαρμογής είναι να μειωθεί η μεταδιδόμενη δύναμη από την μηχανή στο έδαφος με την μέθοδο της εφαρμογής των αντικραδασμικων υλικών κάτω από την μηχανή.
Η επιλογή των αντικραδασμικών χαρακτηριστικών (ελαστικότητα k και απόσβεση c) θα πρέπει να γίνει με στόχο η μεταδιδόμενη δύναμη F_{Tr} να είναι το 5% της Fo στην συχνότητα των 30 Hz.

Η μεταδιδόμενη δύναμη θα πρέπει να είναι: $\mathrm{FTr} = 5\% \cdot \mathrm{Fo} \Rightarrow \mathrm{FTr} = 5\% \cdot 1000N \Rightarrow \mathrm{FTr} = 50N$

και σε dB θα είναι: $F_{Tr}(dB) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{\mathrm{FTr}}{\mathrm{Fo}}\right) \Rightarrow 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{50\mathrm{N}}{1000\mathrm{N}}\right) \Rightarrow F_{Tr}(dB) = -13.01dB$

Επομένως ο στόχος της εφαρμογής θα πρέπει να είναι F_{Tr} = -13.01 dB στην συχνότητα των 30 Hz.

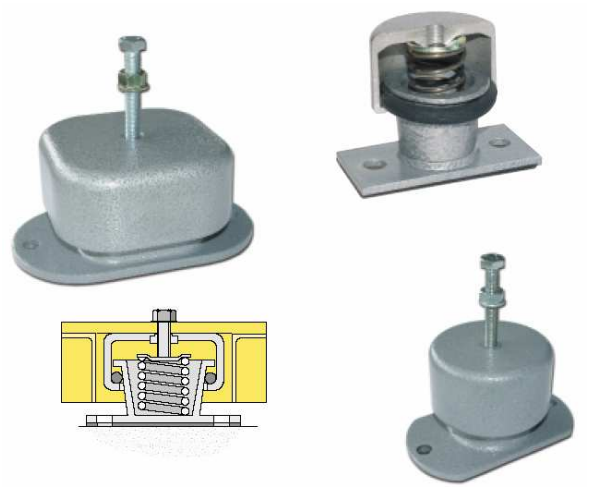
Λύση

Μια καλή λύση για την επίτευξη του στόχου είναι να χρησιμοποιηθούν τέσσερα αντικραδασμικά ελατήρια SM.LS 2300 της εταιρίας Farrat

Εάν χρησιμοποιηθούν τέσσερα αντικραδασμικά ελατήρια και τοποθετηθούν κάτω από την μηχανή τότε η ελαστικότητα και η απόσβεση του κάθε ελατήριου θα είναι:

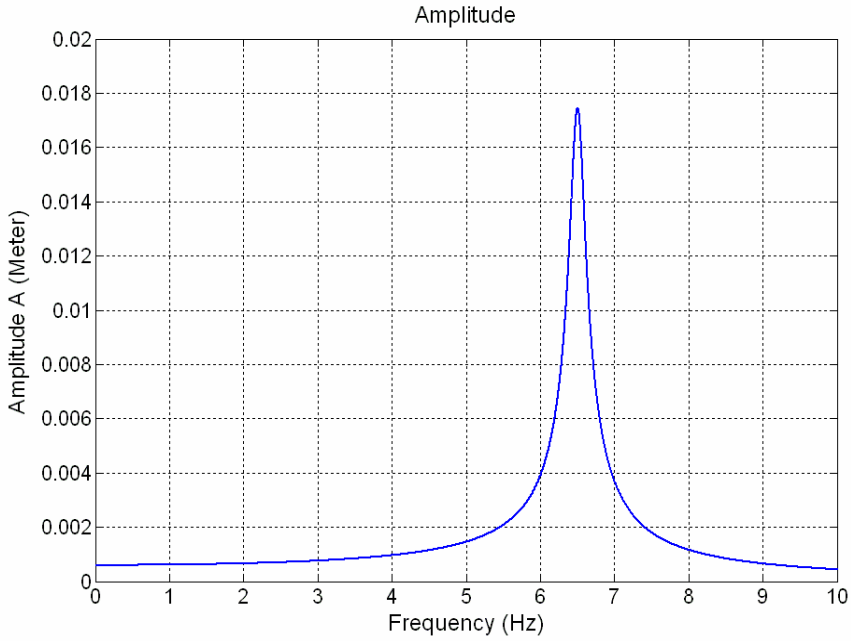
	Για κάθε αντικραδασμικό σύστημα	Σύνολο (4 αντικραδασμικά)
Κάθετη ελαστικότητα k_z (N / m)	418.000	1.672.000
Κάθετη απόσβεση C_z (N sec/m)	350	1.400

Πίνακας 2.5
Πίνακας τιμών ελαστικότητας και απόσβεσης των αντικραδασμικών υλικών.



εικόνα 2.22
αντικραδασμικά υλικά

Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζονται τα πλάτη ταλάντωσης του σώματος στο πεδίο των συχνοτήτων.



εικόνα 2.23
Πλάτος ταλάντωσης
SDOF (Εφαρμογής 1)

Κρίσιμη απόσβεση c_c	8.1780 N sec/m
Λόγος απόσβεσης ζ	0,017119
Στατική μετατόπιση Ao	0,59809 mm
Η συχνότητα συντονισμού ω_o	6,5079 Hz
Η συχνότητα συντονισμού με απόσβεση ω_d	6,5069 Hz

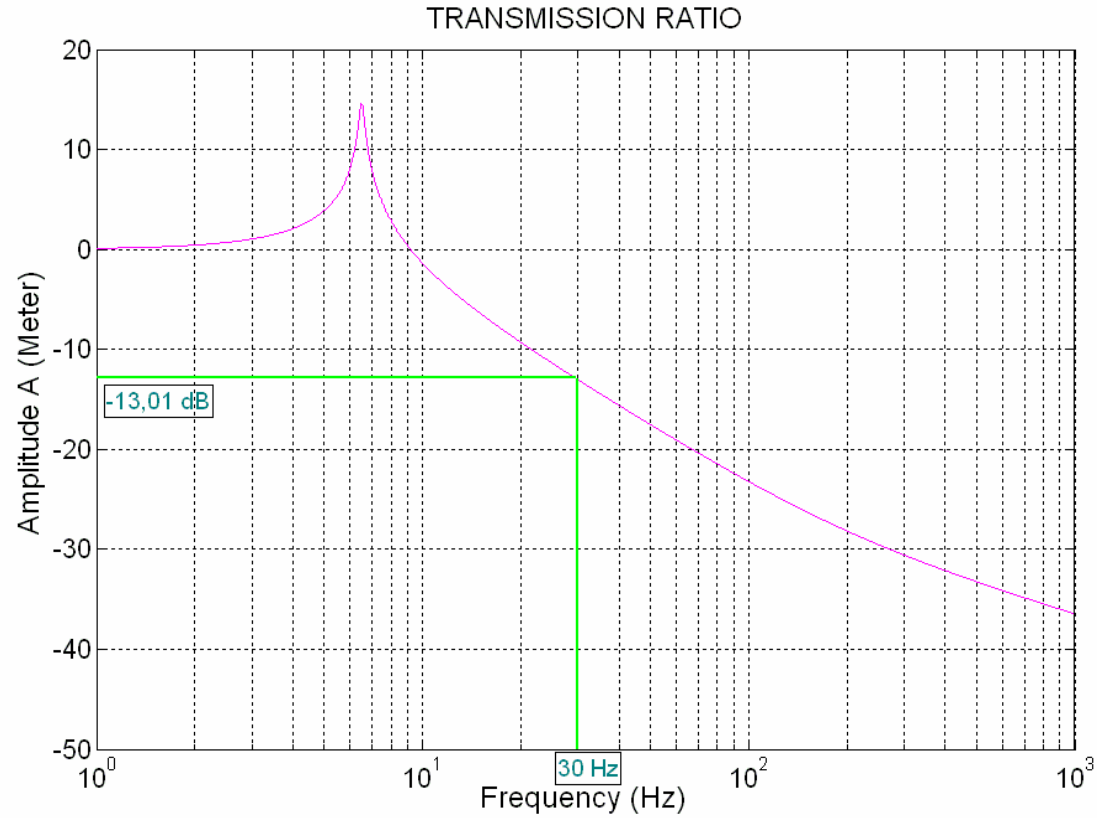
Για συντονισμό του συστήματος (ω_d)	Το πλάτος A	Transmission Ratio	
		Σύνολο	Για κάθε αντικραδασμικό
	1,7471 cm	14,65 dB	8,63 dB

Για την συχνότητα των 30 Hz	Το πλάτος A	Transmission Ratio	
		Σύνολο	Για κάθε αντικραδασμικό
	$29{,}525 \cdot 10^{-6}$ m	-13,01 dB	- 19,03 dB

Πίνακας 2.5
Πρώτου βαθμού ελευθέριας SDOF (Εφαρμογής 1)

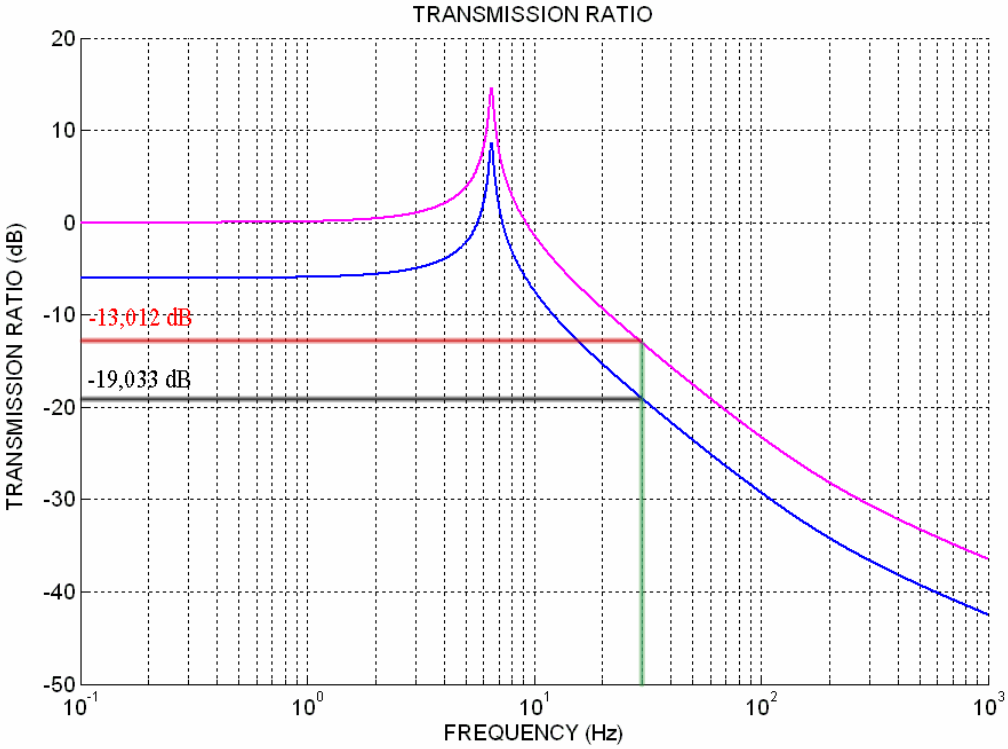
Αφού τέσσερα είναι τα αντικραδασμικά υλικά που έχουν τοποθετηθεί κάτω από την μηχανή τότε η μεταδιδόμενη δύναμη FTr για κάθε αντικραδασμικό σύστημα θα είναι το ένα τέταρτο της συνολικής μεταδιδόμενης δύναμης.

Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζονται οι κραδασμοί που προκύπτουν από το σύνολο των αντικραδασμικών συστημάτων.



εικόνα 2.24
Η μεταδιδόμενη δύναμη (TRANSMISSION RATIO) στο πεδίο των

συχνοτήτων για το μοντέλο εφαρμογής 1 SDOF



εικόνα 2.25

Η μεταδιδόμενη δύναμη (TRANSMISSION RATIO) στο πεδίο των συχνοτήτων για το μοντέλο εφαρμογής 1 SDOF
Με μπλε χρώμα είναι το Transmission Ratio για το κάθε αντικραδασμικό σύστημα και με μώβ είναι το Transmission Ratio στο σύνολο των αντικραδασμικών.

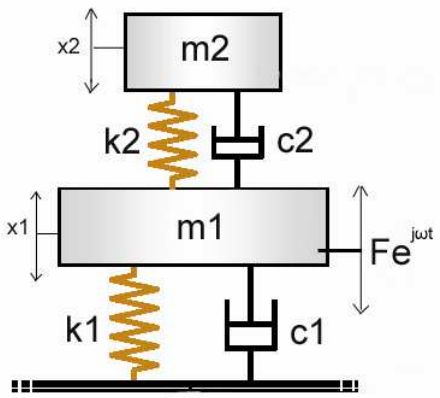
Κεφάλαιο 3ο

Συστήματα αρμονικής ταλάντωσης 2-βαθμών ελευθερίας (DDOF) ταλαντωτής με μάζα απορρόφησης

Κεφάλαιο 3^{ο} Συστήματα αρμονικής ταλάντωσης 2 – βαθμών ελευθερίας (DDOF) ταλαντωτής με μάζα απορρόφησης

3.1 Δεύτερος βαθμός ελευθέριας DDOF

Στον δεύτερο βαθμό ελευθέριας έχουμε δυο μάζες όπου η μάζα m_1 έχει μεγαλύτερο βάρος από ην μάζα m_2, επίσης στην μάζα m_1 εφαρμόζεται η εξωτερικής δύναμης $Fe^{j\omega t}$. Η μάζα m_1 ονομάζεται κύρια μάζα και η μάζα m_2 μάζα απορρόφησης.



Εικόνα 3.1
Δεύτερος βαθμός ελευθέριας DDOF

ΕΔΑΦΟΣ

Η εξίσωση κίνησης για τον δεύτερο βαθμό ελευθέριας είναι :

Για την μάζα 1: $$m_1 \frac{\partial^2 x_1}{\partial^2 t} + c_1 \frac{\partial x_1}{\partial t} + c_2 \frac{\partial x_1}{\partial t} - c_2 \frac{\partial x_2}{\partial t} + k_1 x_1 + k_2 x_1 - k_2 x_2 = F_o \cos \omega t$$

σχέση 3.1

Για την μάζα 2: $$m_2 \frac{\partial^2 x_2}{\partial^2 t} + c_2 \frac{\partial x_2}{\partial t} - c_2 \frac{\partial x_1}{\partial t} + k_2 x_2 - k_2 x_1 = 0$$

Και με την χρήση των μιγαδικών αριθμών:

Για την μάζα 1: $$m_1 \frac{\partial^2 z_1}{\partial^2 t} + c_1 \frac{\partial z_1}{\partial t} + c_2 \frac{\partial z_1}{\partial t} - c_2 \frac{\partial z_2}{\partial t} + k_1 z_1 + k_2 z_1 - k_2 z_2 = Fe^{j\omega t}$$

σχέση 3.2

Για την μάζα 2: $$m_2 \frac{\partial^2 z_2}{\partial^2 t} + c_2 \frac{\partial z_2}{\partial t} - c_2 \frac{\partial z_1}{\partial t} + k_2 z_2 - k_2 z_1 = 0$$

Λύνοντας το ομογενές σύστημα:

$$-\omega^2 m_1 Z_1 + (k_1 + k_2) z_1 - k_2 z_2 + j(C_1 + C_2) \cdot \omega \cdot z_1 - jC_2 \cdot \omega \cdot z_2 = Fe^{j\omega t}$$

σχέση 3.3

$$-\omega^2 m_2 \cdot z_2 + k_2 \cdot z_2 - k_2 \cdot z_1 + jC_2 \cdot \omega \cdot z_2 - jC_2 \cdot \omega \cdot z_1 = 0$$

$$(-\omega^2 \cdot m_1 + (k_1+k_2) + j(C_1 + C_2) \cdot \omega)z_1 - (k_2 + jC_2 \cdot \omega)z_2 = Fe^{j\omega t}$$

σχέση 3.4

$$(-\omega^2 \cdot m_2 + k_2 + jC_2 \cdot \omega)z_2 - (k_2 + jC_2 \cdot \omega)z_1 = 0$$

$$\left(-\omega^2 + \frac{(k_1+k_2)}{m_1} + j\frac{(C_1 + C_2)\omega}{m_1}\right)z_1 - \left(\frac{k_2}{m_1} + j\frac{C_2\omega}{m_1}\right)z_2 = \frac{F}{m_1}e^{j\omega t}$$

σχέση 3.5

$$\left(-\omega^2 + \frac{k_2}{m_2} + j\frac{C_2\omega}{m_2}\right)z_2 - \left(\frac{k_2}{m_2} + j\frac{C_2\omega}{m_2}\right)z_1 = 0$$

η λύση του συστήματος συνεχίζεται αντικαθιστώντας όπου:

$$\omega_1^{\,2} = \frac{k_1 + k_2}{m_1} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1}}$$ σχέση 3.6

$$\omega_2^{\,2} = \frac{k_2}{m_2} \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$$ σχέση 3.7

και

$$\zeta_1 = \frac{C_1 + C_2}{2 \cdot m_1 \cdot \omega_1}$$ σχέση 3.8

$$\zeta_2 = \frac{C_2}{2 \cdot m_1 \cdot \omega_1}$$ σχέση 3.9

$$\zeta_3 = \frac{C_2}{2 \cdot m_2 \cdot \omega_2}$$ σχέση 3.10

οι κρίσιμες αποσβέσεις του συστήματος είναι:

κρισιμη αποσβεση 1 $C_{1critical} = 2m_1\omega_1$ σχέση 3.11

κρισιμη αποσβεση 2 $C_{2critical} = 2m_2\omega_2$ σχέση 3.12

και εάν οι ταλαντώσεις είναι αποσβένουσες τότε:

$$\omega_{d1} = \omega_1\sqrt{1-\zeta_1^{\,2}}$$ σχέση 3.13

$$\omega_{d2} = \omega_2\sqrt{1-\zeta_3^{\,2}}$$ σχέση 3.14

σε περίπτωση που απόσβεση είναι C_1 και C_2 είναι μηδέν τότε θα ισχύει: $\omega_{d1} = \omega_1$ $\omega_{d2} = \omega_2$

τέλος καταλήγει:

$$\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_{d1}}\right)^2+j\frac{2\zeta_1\omega}{\omega_{d1}}\right)z_1-\left(\frac{k_2}{k_1+k_2}+j\frac{2\zeta_2\omega}{\omega_{d1}}\right)z_2=\frac{F}{k_1+k_2}e^{j\omega t}$$

σχέση 3.15

$$\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_{d2}}\right)^2+j\frac{2\zeta_3\omega}{\omega_{d2}}\right)z_2-\left(1+j\frac{2\zeta_3\omega}{\omega_{d2}}\right)z_1=0$$

με χρήση των πινάκων βγαίνουν οι μιγαδικοί αριθμοί z_1 και z_2 . Όποτε εάν οριστεί:

$$\mathrm{A}=\begin{bmatrix} 1-\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2+j\frac{2\zeta_1\omega}{\omega_1} & -\frac{k_2}{k_1+k_2}-j\frac{2\zeta_2\omega}{\omega_1} \\ -1-j\frac{2\zeta_3\omega}{\omega_2} & 1-\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2+j\frac{2\zeta_3\omega}{\omega_2} \end{bmatrix}$$

Η ορίζουσα του παραπάνω πίνακα δεν είναι μηδέν (για καμία τιμή που έχει φυσική σημασία) όποτε ο πίνακας A μπορεί να αναστραφεί και το ομογενές σύστημα γίνεται:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}=A'\begin{bmatrix} \frac{F}{k_1+k_2}e^{j\omega t} \\ 0 \end{bmatrix}$$ σχέση 3.16

Στο μέτρο των μιγαδικών αριθμών z_1 και z_2 αντιστοιχούν τα πλάτη ταλάντωσης x_1 (κύρια μάζα) και x_2 (μάζα απορρόφησης).

Στην περίπτωση του δεύτερου βαθμού ελευθέριας παρουσιάζονται δυο συντονισμοί του συστήματος αλλά με εμφανές μειωμένα πλάτη ταλάντωσης σε σχέση με το πλάτος ταλάντωσης του συντονισμού συχνότητα ω_d του πρώτου βαθμού ελευθέριας

Στον δεύτερο βαθμό ελευθέριας θα πρέπει να προσεχθεί ο λόγος αναλογίας:

$$\frac{\mathrm{m}_1}{\mathrm{m}_2}=\frac{\mathrm{k}_1}{\mathrm{k}_2}$$ σχέση 3.17

Εφόσον τηρηθεί ο λόγος αναλογίας τότε ισχύει: $\omega_{d1}\succ\omega_{d2}$ σχέση 3.18

επίσης $\omega_d=\omega_{d2}$

όπου ω_d είναι η συχνότητα συντονισμού με απόσβεση στον πρώτο βαθμό ελευθέριας (SDOF) όπου παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφαλαίο.

στην συχνότητα ω_{d2} εμφανίζεται μια απότομη μείωση του πλάτους ταλάντωσης. Αυτό το σημείο ονομάζεται αντισυντονισμός και συμβαίνει διότι σ' αυτήν συχνότητα οι δυο μάζες (κύρια και μάζα απορρόφησης) έχουν διάφορα φάσεως. (βλέπε 3.2 και 3.7)

Παράδειγμα 7
Σύγκριση συστημάτων ενός (SDOF) και δυο βαθμών ελευθέριας (DDOF)
(αρχείο Mat lab: EXTREME.m)

Σε πρώτο στάδιο εξετάζεται η περίπτωση του πρώτου βαθμού ελευθέριας σε μια κύρια μάζα όπου:

Κύρια μάζα
Μέτρο της εξαναγκασμένης ταλάντωσης στην κύρια μάζα: 100 N

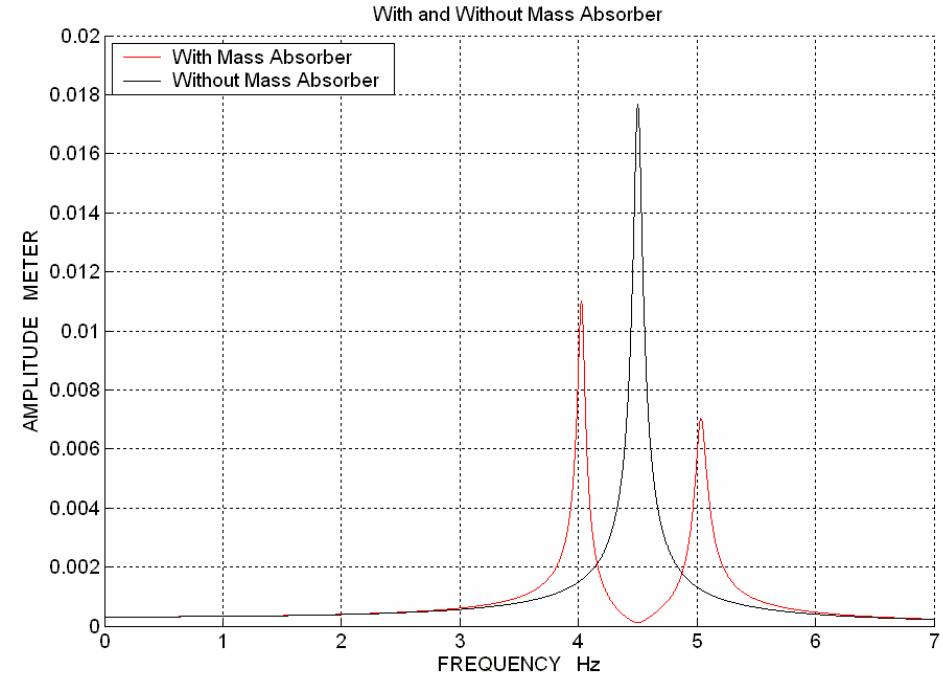
Βάρος κύριας μάζας: 400 Kgr
Συνολική ελαστικότητα κάτω από την κύρια μάζα: 320.000 N/m
Συνολική απόσβεση κάτω από την κύρια μάζα: 200 N sec/m

Το επόμενο στάδιο είναι να μετατραπεί η παραπάνω περίπτωση πρώτου βαθμού ελευθέριας σε δεύτερο βαθμό ελευθέριας τοποθετώντας μια μάζα απορρόφησης όπου θα είναι 20 φορές μικρότερη από την κύρια μάζα και φροντίζοντας να διατηρηθεί ο λόγος αναλογίας.

Μάζα απορρόφησης

Βάρος μάζας απορρόφησης: 20 Kgr
Ελαστικότητα ανάμεσα στην κύρια μάζα και την μάζα απορρόφησης : 16.000 N/m
Απόσβεση ανάμεσα στην κύρια μάζα και την μάζα απορρόφησης : 10 N sec/m

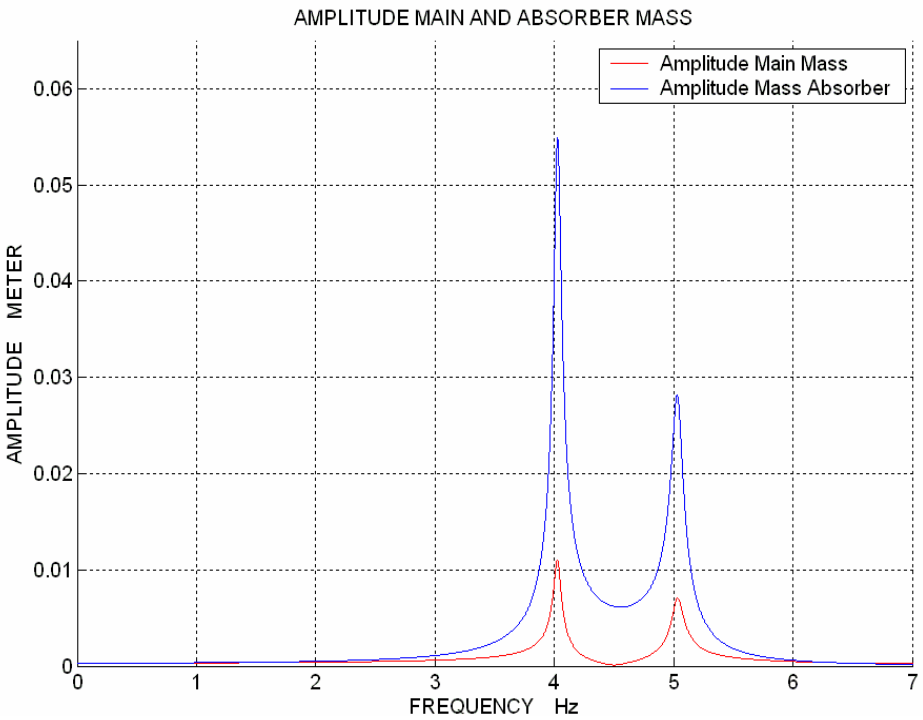
Έπειτα γίνεται σύγκριση του πρώτου με τον δεύτερο βαθμό ελευθέριας (με και χωρίς μάζα απορρόφησης).



εικόνα 3.2
Με μάζα απορρόφησης (κόκκινο χρώμα) και χωρίς μάζα απορρόφησης (μαύρο χρώμα)

ΧΩΡΙΣ ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ 1ου βαθμού ελευθέριας SDOF		
Μέγιστη μετατόπιση	1,77 cm	
Στατική μετατόπιση A_o	0,312 mm	
Συχνότητα συντονισμού με απόσβεση ω_d	28,2831 rad /sec	4,501 Hz
Κρίσιμη απόσβεση	22627 N sec/m	
Λόγος απόσβεσης ζ	$8{,}8388 \cdot 10^{-3}$	

Πίνακας 3.1
Χαρακτηριστικά συστήματος SDOF



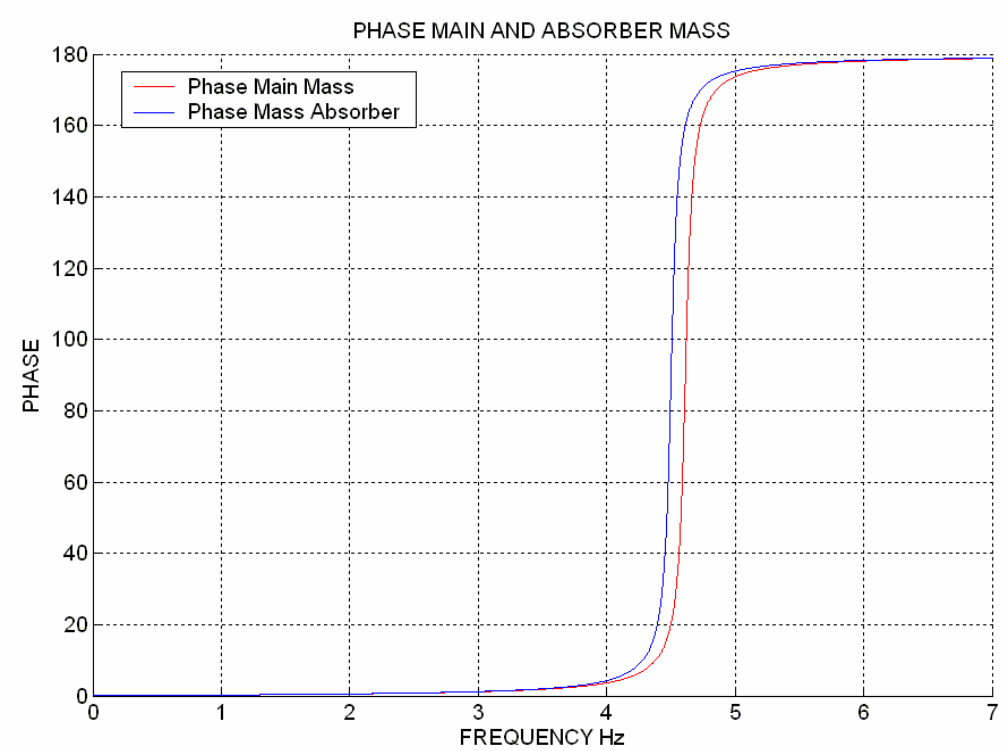
εικόνα 3.3
Πλάτη ταλάντωσης κύριας
Και μάζας απορρόφησης.

Με κόκκινο χρώμα είναι το πλάτος ταλάντωσης της κύριας μάζας μπλε χρώμα της μάζας απορρόφησης

	1ος συντονισμός		2ος συντονισμός		Μετατόπιση όταν ω_o
Κύρια μάζα	Συχνότητα συντονισμού με απόσβεση	Πλάτος μετατόπισης	Συχνότητα συντονισμού με απόσβεση	Πλάτος μετατόπισης	0,312 mm
	25,289 rad / sec	1,10 cm	31,629 rad / sec	0,7 cm	
	4,025 Hz		5,034 Hz		
	1ος συντονισμός		2ος συντονισμός		Μετατόπιση όταν ω_o
Μάζα απορρόφησης	Συχνότητα συντονισμού με απόσβεση	Πλάτος μετατόπισης	Συχνότητα συντονισμού με απόσβεση	Πλάτος μετατόπισης	0,312 mm
	25,302 rad / sec	5,49 cm	31,598 rad / sec	2,82 cm	
	4,027 Hz		5,029 Hz		

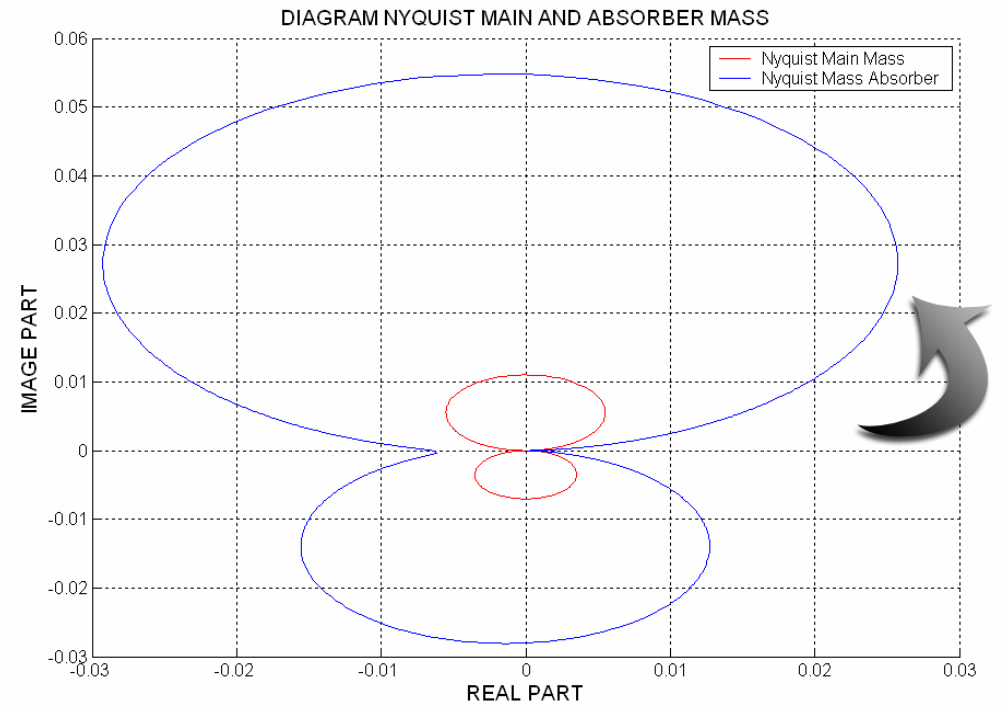
Πίνακας 3.2
Συχνότητες και πλάτη ταλάντωσης των συντονισμών του συστήματος

Παρακάτω παρουσιάζονται τα πλάτη ταλάντωσης, τα φασικά διαγράμματα και τα διαγράμματα Nyquist της κύριας και της μάζας απορρόφησης.



εικόνα 3.4

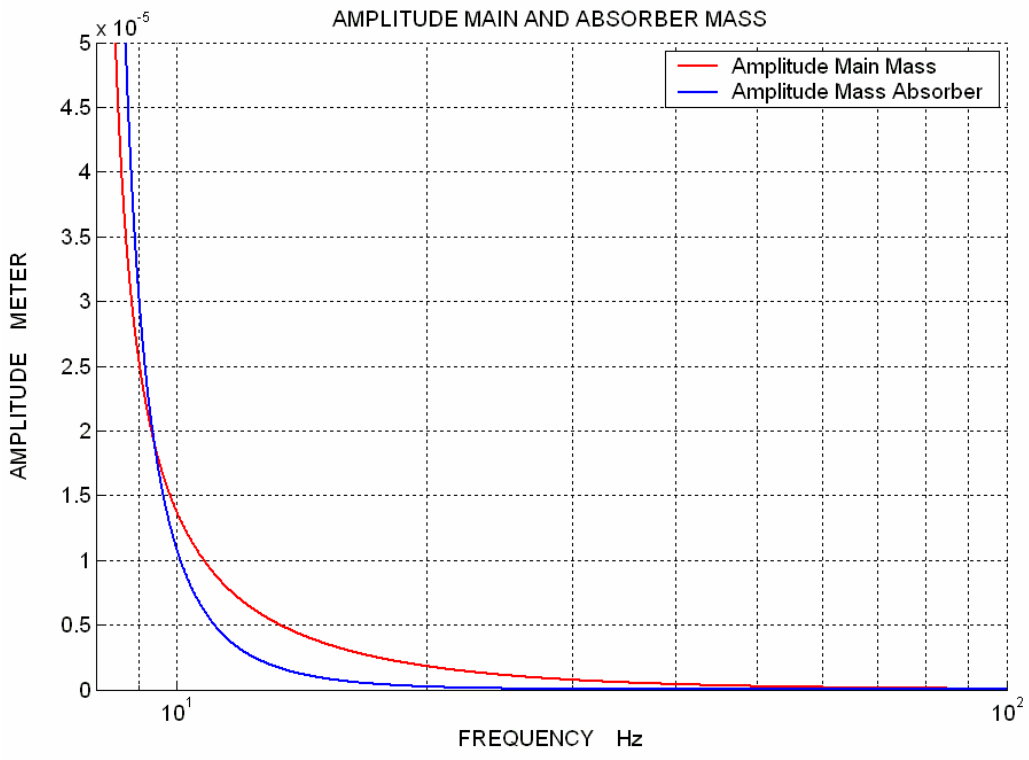
φασικά διαγράμματα της κύριας και της μάζας απορρόφησης
με κόκκινο χρώμα είναι η φάση της κύριας μάζας και με μπλε χρώμα της μάζας απορρόφησης



εικόνα 3.5

διαγράμματα Nyquist της κύριας και της μάζας απορρόφησης
με κόκκινο χρώμα είναι το διάγραμμα Nyquist της κύριας μάζας και με μπλε χρώμα της μάζας απορρόφησης

στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζονται τα πλάτη ταλάντωσης της κύριας και της μάζας απορρόφησης στις υψηλές συχνότητες.



εικόνα 3.6
πλάτη ταλάντωσης κύριας και μάζας απορρόφησης
μεγέθυνση της εικόνα 3.3 στις υψηλές συχνότητες (από 8 έως 100 Hz)

Παρατήρηση

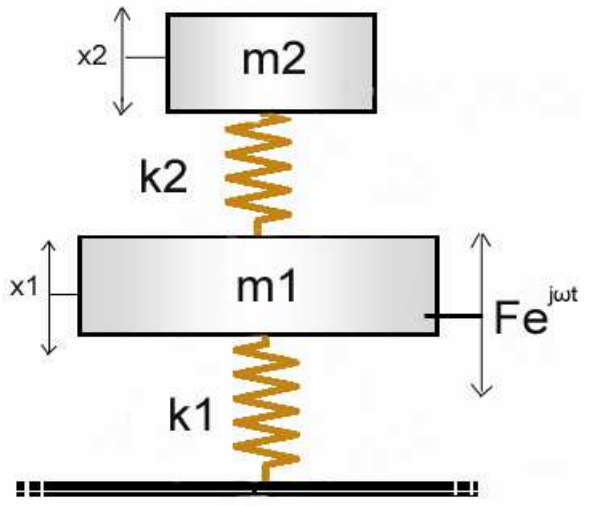
Στο παραπάνω διάγραμμα (εικόνα 3.6) παρατηρείται ότι μετά τον δεύτερο συντονισμό το πλάτος της κύριας μάζας είναι μεγαλύτερο από το πλάτος ταλάντωσης της μάζας απορρόφησης.

Αυτό γίνεται διότι η απόσβεση της κύριας μάζας είναι μεγαλύτερη από την απόσβεση της μάζας απορρόφησης και σύμφωνα με την σχέση 2.17 όσο αυξάνεται η απόσβεση τόσο αυξάνεται η αποσβένουσα δύναμη.

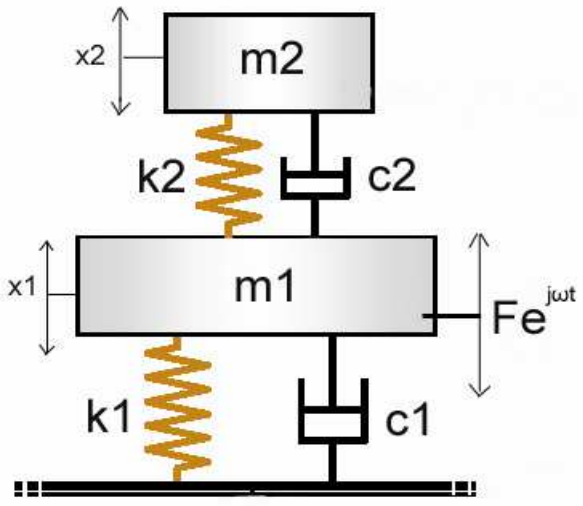
Παράδειγμα 8
Σύγκριση του DDOF με και χωρίς απόσβεση
(αρχείο Mat lab: MAIN_WITH_AND_WITHOUT_DAMP.m)

Στο παρακάτω παράδειγμα γίνεται σύγκριση του μοντέλου DDOF (με μάζα απορρόφησης) με και χωρίς απόσβεση.

Μάζες		Ελαστικότητες		Αποσβέσεις	
m_1 (Kgr)	m_2 (Kgr)	k_1 (N)	k_2 (N)	C_1 (N sec/m)	C_2 (N sec/m)
300	15	35000	1750	200	10



εικόνα 3.7.α
μοντέλο DSOF χωρίς αποσβέσεις

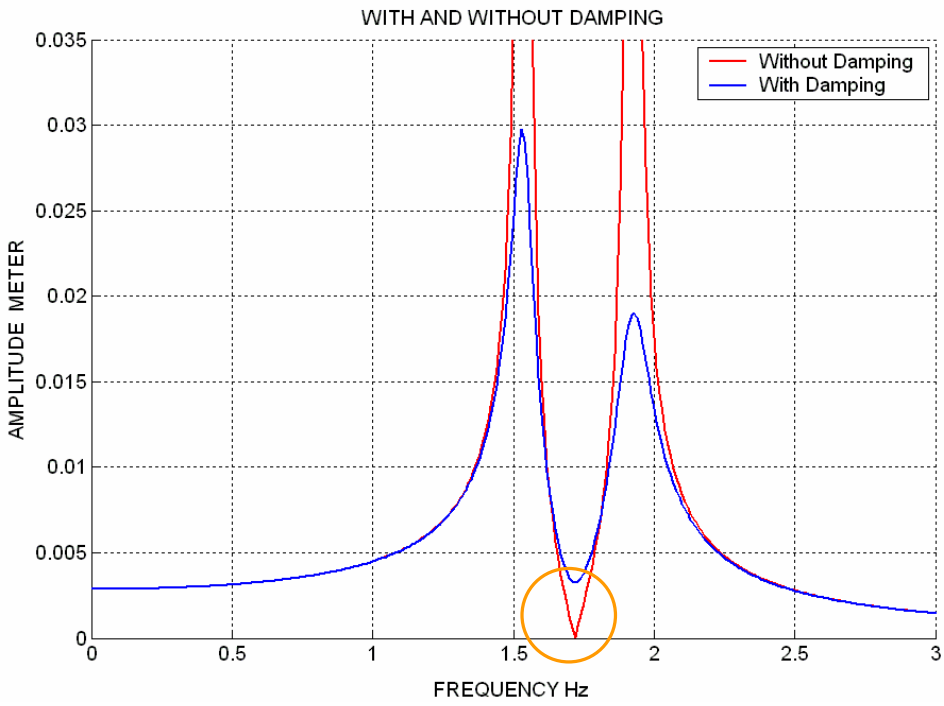


εικόνα 3.7.β
μοντέλο DSOF με αποσβέσεις

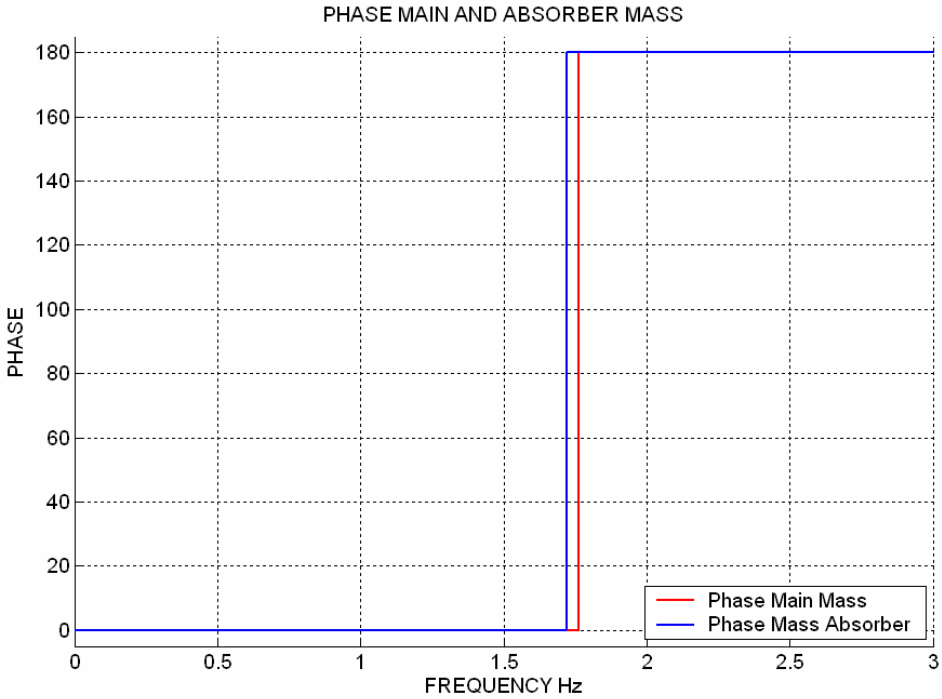
στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζονται τα πλάτη ταλάντωσης με και χωρίς την μάζα απορρόφησης.

Προσοχή

Το σημείο που είναι σε κύκλο είναι το σημείο του αντισυντονισμού.
Το φαινόμενο του αντισυντονισμού εμφανίζεται στην συγκεκριμένη συχνότητα διότι οι δυο μάζες έχουν την μεγαλύτερη διάφορα φάσεως μεταξύ τους.



εικόνα 3.8
διάγραμμα συχνοτικής απόκρισης συστήματος δεύτερου βαθμού ελευθέριας με και χωρίς απόσβεση
Δεύτερου βαθμού ελευθέριας με απόσβεση εικόνα 3.7.β (μπλε χρώμα) και χωρίς απόσβεση εικόνα 3.7.α (κόκκινο χρώμα)



εικόνα 3.9

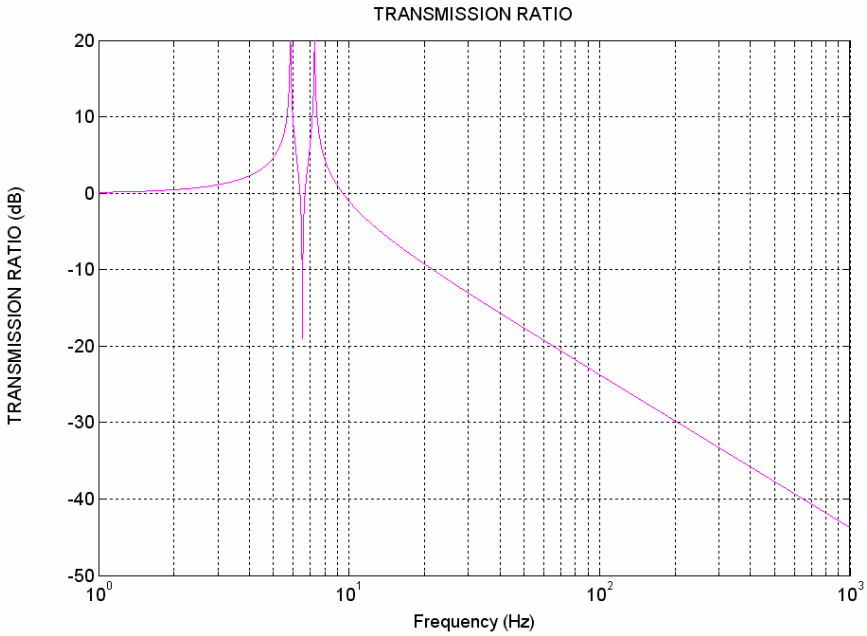
φασικά διαγράμματα συστήματος δεύτερου βαθμού ελευθέριας χωρίς απόσβεση της εικόνα 3.7.α
φασικό διάγραμμα της κύριας μάζας (κόκκινο χρώμα) φασικό διάγραμμα της μάζας απορρόφησης (μπλε χρώμα)

<u>Παρατήρηση</u>

Στην περίπτωση που το σύστημα DDOF δεν έχει απόσβεση τότε ο αντισυντονισμός είναι πιο έντονος και το πλάτος της ταλάντωσης είναι μηδέν. Αυτό συμβαίνει διότι στην συγκεκριμένη συχνότητα η διάφορα φάσεως μεταξύ των δυο μαζών (κύρια μάζα και μάζα απορρόφησης) είναι 180°.

βλέπε εικόνα 3.8 και εικόνα 3.9

Στην περίπτωση του δεύτερου βαθμού ελευθέριας χωρίς τις αποσβέσεις (εικόνα 3.7.α) οι κραδασμοί θα είναι οι εξής:



εικόνα 3.10
Transmission ratio μοντέλου DSOF χωρίς αποσβέσεις

Εφαρμογή 2 - DDOF (Δεύτερου βαθμού ελευθέριας)

Λαμβάνοντας το μοντέλο της πρώτης εφαρμογής όπου είναι ένας ανεμιστήρας βάρους m = 1000 Kgr και όταν είναι σε λειτουργία ταλαντώνεται με δύναμη Fo = 1000 N στην συχνότητα των 30 Hz . Στόχος της εφαρμογής είναι με την μέθοδο του δεύτερου βαθμού ελευθέριας να μειωθεί η μεταδιδόμενη δύναμη από την μηχανή στο έδαφος χρησιμοποιώντας αντικραδασμικά υλικά κάτω από την μηχανή. Ο κατασκευαστής του ανεμιστήρα μας επιτρέπει να βάλουμε βάρος πάνω στον ανεμιστήρα μέχρι και 50 Kgr (ως μάζα απορρόφησης).

Η επιλογή των αντικραδασμικών χαρακτηριστικών (ελαστικότητα k και απόσβεση c) θα πρέπει να γίνει με στόχο η μεταδιδόμενη δύναμη F_{Tr} να είναι το 5% της Fo στην συχνότητα των 30 Hz.

Η συνολική μεταδιδόμενη δύναμη θα πρέπει να είναι:

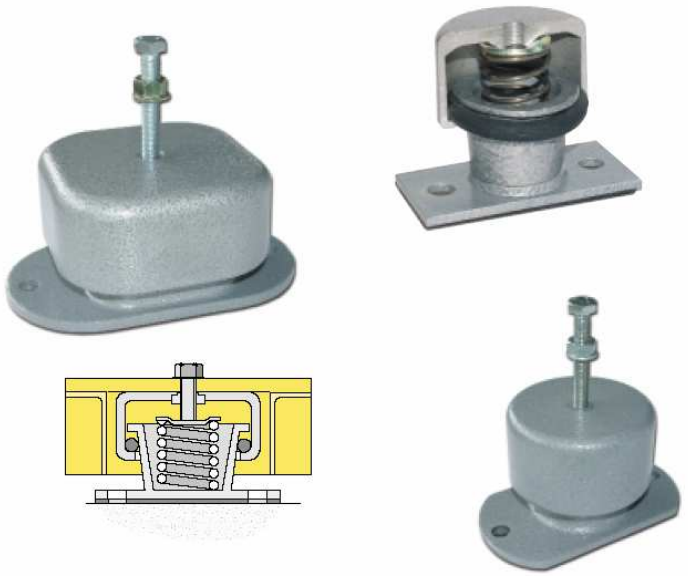
$$\mathrm{FTr} = 5\% \cdot \mathrm{Fo} \Rightarrow \mathrm{FTr} = 5\% \cdot 1000N \Rightarrow \mathrm{FTr} = 50N$$

και σε dB θα είναι:

$$F_{Tr}(dB) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{\mathrm{FTr}}{\mathrm{Fo}}\right) \Rightarrow 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{50\mathrm{N}}{1000\mathrm{N}}\right) \Rightarrow F_{Tr}(dB) = -13.01dB$$

Λύση

Μια καλή λύση για την επίτευξη του στόχου είναι να χρησιμοποιηθούν τέσσερα αντικραδασμικά υλικά κάτω από τον ανεμιστήρα με ελαστικότητα (k_1,k_2,k_3,k_4) και με απόσβεση (C_1,C_2,C_3,C_4).



εικόνα 3.11
αντικραδασμικά υλικά όπου εφαρμόζονται
κάτω από την κύρια μάζα

Προτεινόμενο μοντέλο: SM.LR 2100
της εταιρίας FARRAT

Κάθετη ελαστικότητα k_z 382.000 N / m
Κάθετη απόσβεση C_z 320,0 N sec/m

Συνολική οριζόντια ελαστικότητα
$k_{1,2,3,4} = 1.528.000 \ N/m$

Συνολική οριζόντια απόσβεση
$C_{1,2,3,4} = 1280$ N sec/m

Επίσης αλλά τέσσερα αντικραδασμικά ανάμεσα στον ανεμιστήρα και στην μάζα απορρόφησης με ελαστικότητα (k_5,k_6,k_7,k_8) και απόσβεση (C_5,C_6,C_7,C_8).

εικόνα 3.12

αντικραδασμικά υλικά όπου εφαρμόζονται πάνω από την κύρια μάζα

Προτεινόμενο μοντέλο: SM.CS 100 της εταιρίας AAC

Κάθετη ελαστικότητα	k_z	18.000 N / m
Κάθετη απόσβεση	C_z	15,0 N sec/m

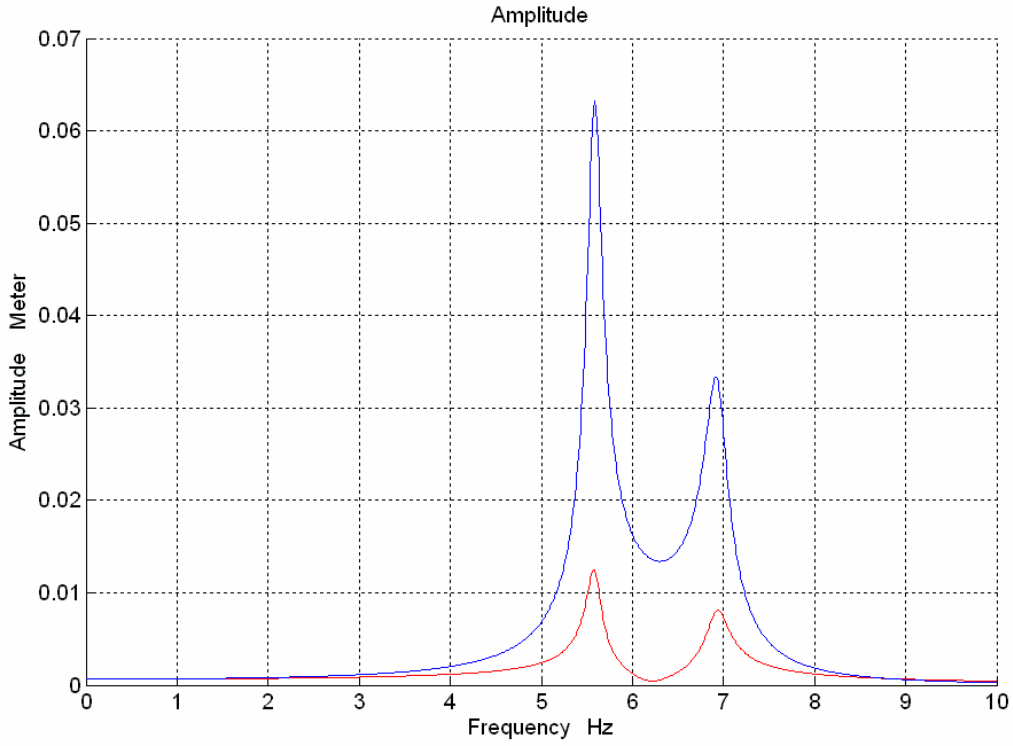
Συνολική οριζόντια ελαστικότητα

$$k_{5,6,7,8} = 72000 \ N/m$$

Συνολική οριζόντια απόσβεση

$$C_{5,6,7,8} = 60 \ \text{N sec/m}$$

τα πλάτη ταλάντωσης της κύριας μάζας και της μάζας απορρόφησης είναι:

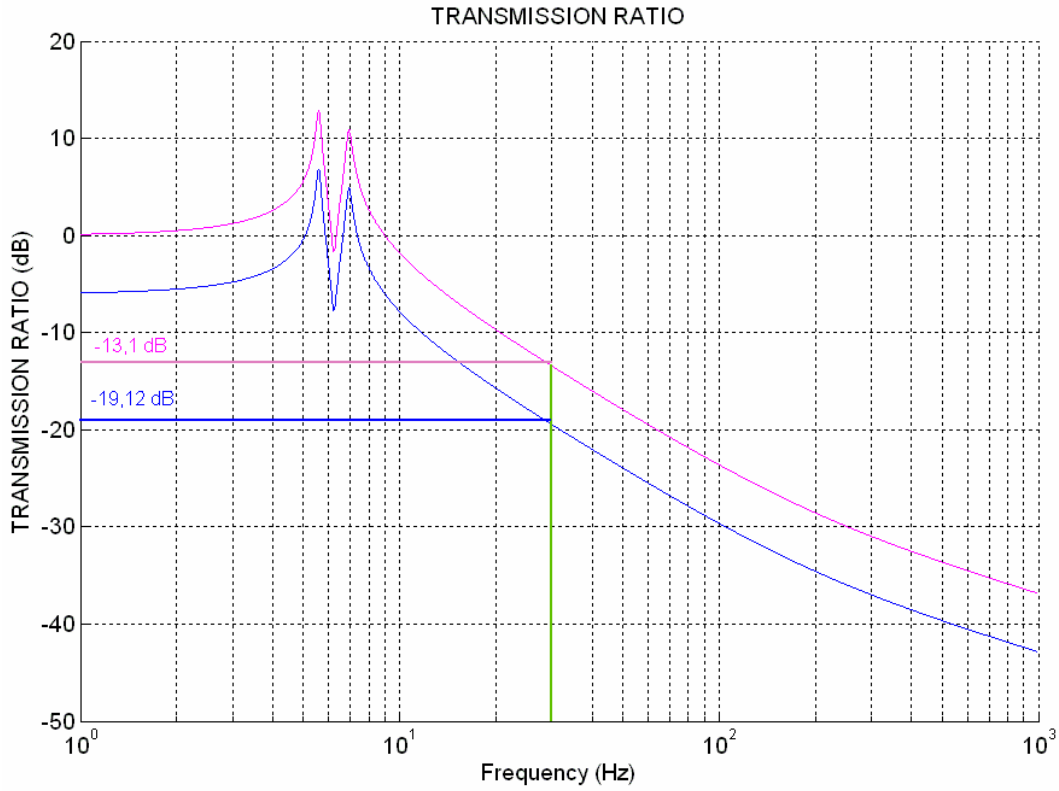


εικόνα 3.13

πλάτη ταλάντωσης της κύριας μάζας και της μάζας απορρόφησης

με κόκκινο χρώμα είναι το πλάτος ταλάντωσης της κύριας μάζας και με μπλε χρώμα της μάζας απορρόφησης

Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζεται το Transmissions Ratio στο συχνοτικό φάσμα.



εικόνα 3.13
Η μεταδιδόμενη δύναμη (TRANSMISSION RATIO) στο πεδίο των συχνοτήτων για το μοντέλο εφαρμογής 2 DSOF

Για την συχνότητα των 30 Hz	Πλάτος ταλάντωσης	Meter	$2.9465 \cdot 10^{-5}$
	Μεταδιδόμενη δύναμη (Σύνολο)	Newton	48,97
		dB	-13,10
	Μεταδιδόμενη δύναμη (Για κάθε αντικραδασμικό σύστημα)	Newton	12,24
		dB	-19,12

Κεφάλαιο 4ο

Αντικραδασμικά υλικά
Βασικές κατηγορίες, χαρακτηριστικά και ιδιότητες

Κεφάλαιο 4ο Αντικραδασμικά υλικά - Βασικές κατηγορίες, χαρακτηριστικά και ιδιότητες

4.1 Κατηγόριες αντικραδασμικών υλικών

Τα αντικραδασμικά υλικά μπορούν να χωριστούν σε τέσσερις βασικές κατηγόριες ανάλογα στο υλικό κατασκευής τους. Οι κατηγόριες αυτές είναι οι εξής:

1) Καουτσούκ (rubber)
2) Σπειροειδές ελατήριο (*coil spring*)
3) Αεριού (Air spring)
4) Φελλώδες υλικό (Cork)
5) Τσόχα (felt)

Ο κάθε κατασκευαστής αντικραδασμικών υλικών δίνει για κάθε μοντέλο αντικραδασμικου συστήματος τις ιδιότητες και τα και χαρακτηριστικά του. Έτσι ο μελετητής γνωρίζοντας τα χαρακτηριστικά του κάθε μοντέλου επιλέγει το κατάλληλο σύστημα για να φτάσει στο επιθυμητό σημείο.

4.2 Καουτσούκ (rubber)

Οι κυριότερες κατηγόριες καουτσούκ είναι:

- Φυσικό καουτσούκ (NR)
- Νεοπρένιο, συνθετικό καουτσούκ (CR)
- Ακρυλικό βουτάνιο (NBR)
- Πολυουρεθάνη (PUR)
- Σιλικόνη

εικόνα 4.1
αντικραδασμικά υλικά από σιλικόνη

εικόνα 4.2
αντικραδασμικά υλικά από καουτσούκ

4.3 Σπειροειδές ελατήριο (*coil spring*)

Η κατηγόρια αυτών των αντικραδασμικών είναι χοντρό σύρμα τυλιγμένο σε σπείρες. Αντεχουν σε δυσκολες καιρικες και σε υψηλες θερμοκρασιες. Ειναι καταληλλα σε εφαρμογη σε μηχανες που τρεχουν λαδια. Υπάρχουν πολλά είδη και χωρίζονται σε κατηγόριες ανάλογα με την σχεδίαση τους. Δυο βασικές είναι οι βασικές κατηγόριες των σπειροειδές:

- Κυλινδρικά
- Κωνοειδές

4.3.1 Κυλινδρικά

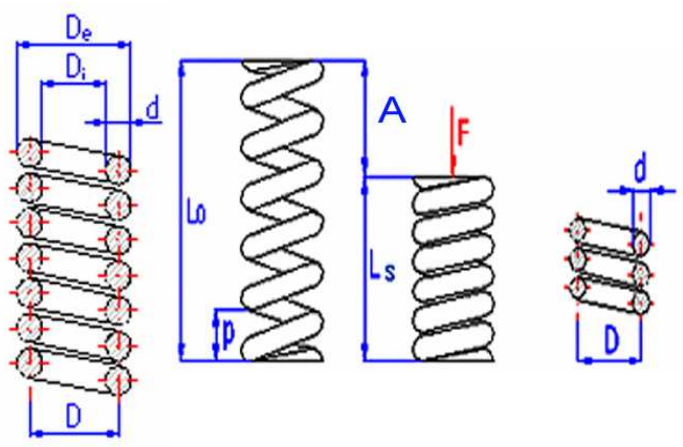
Το τύλιγμα των σπείρων γίνεται γύρω από τον ίδιο άξονα και όλες οι σπειρες έχουν την ίδια διαμετρο. Η ελαστικότητα αυτών αντικραδασμικών μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$k = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot n \cdot D^3}$$ σχέση 4.1

και η μετατόπιση: $$A = \frac{8 \cdot F \cdot n_c \cdot D^3}{G \cdot d^4}$$ σχέση 4.2

η στρεφόμενη ελαστικότητα είναι: $$k_\tau = K_s \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3}$$ σχέση 4.3

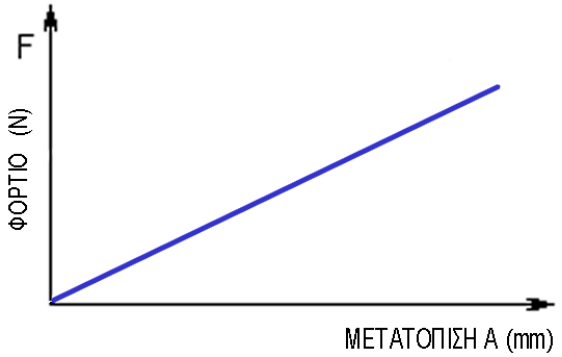
όπου: $$K_s = 1 + \frac{0.5}{c_i}$$ σχέση 4.4



εικόνα 4.3
κυλινδρικό ελατήριο

όπου: c_i είναι ο λόγος D/d
d είναι η διάμετρος του σύρματος (το πάχος)
D είναι η διάμετρος της σπείρας
F εξωτερική δύναμη
G σταθερά ελαστικότητας Young εξαρτάται από το υλικό κατασκευής.
k σταθερά ελαστικότητας
k_τ στρεφόμενη ελαστικοτητα
L_0 ύψος ελαστικού χωρίς φορτίο
L_S ύψος ελαστικού σε μέγιστη συμπίεση
p το ύψος μεταξύ των δυο σπείρων.
A μετατόπιση
n_c ο αριθμός των σπείρων

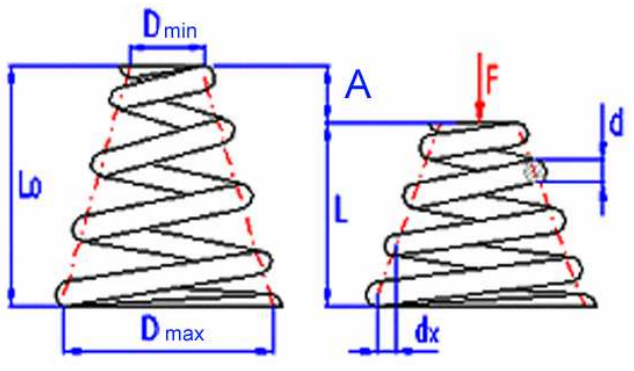
Τα κυλινδρικά σπειροειδές ελατήρια δουλεύουν γραμμικά και ακολουθούν πιστά τον νόμο του Hook.



εικόνα 4.4
ελαστικοτητα
κυλινδρικού ελαστικού
(νόμος Hook)

4.3.2 Κωνοειδές

Τα κωνοειδές ελατήρια έχουν την ίδια λογική σχεδίαση με τα κυλινδρικά, η μόνη διάφορα είναι ότι οι σπείρες δεν έχουν την ίδια διάμετρο, η βάση έχει μεγάλη διάμετρο και όσο πλησιάζει στην κορυφή η διάμετρος της σπείρα μικραίνει. Ο κατασκευαστής αυτών των αντικραδασμικών δίνει μια τιμή φορτίου f_c όπου μέχρι αυτή την τιμή η ελαστικότητα του αντικραδασμικου συστήματος είναι γραμμική και το σύστημα δουλεύει γραμμικά (ακολουθεί τον νόμο του Hook) όπως και τα κυλινδρικά (περιοχή I). Πάνω από την συχνότητα f_c το σύστημα δουλεύει μη γραμμικά (περιοχή II). Η δύναμη f_c υπολογίζετε::



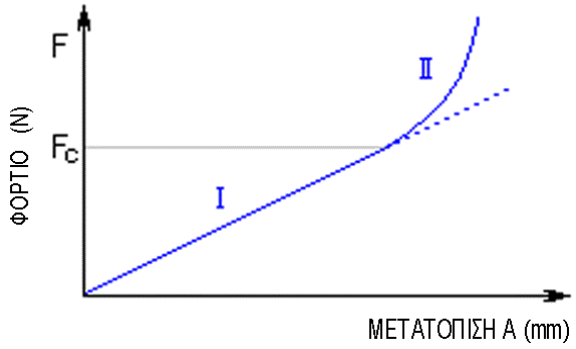
εικόνα 4.5
κωνοειδές ελατήριο

$$f_c = \frac{(L_O - L_S)\cdot G \cdot d^4}{8 \cdot n_c \cdot D_{\max}^3}$$ σχέση 4.5

οπου:

L_0 ύψος ελαστικού χωρίς φορτίο
L_S ύψος ελαστικού σε μέγιστη συμπίεση
G σταθερά ελαστικότητας Young εξαρτάται από το υλικό κατασκευής.
d είναι η διάμετρος του σύρματος (το πάχος)
n_c ο αριθμός των σπείρων

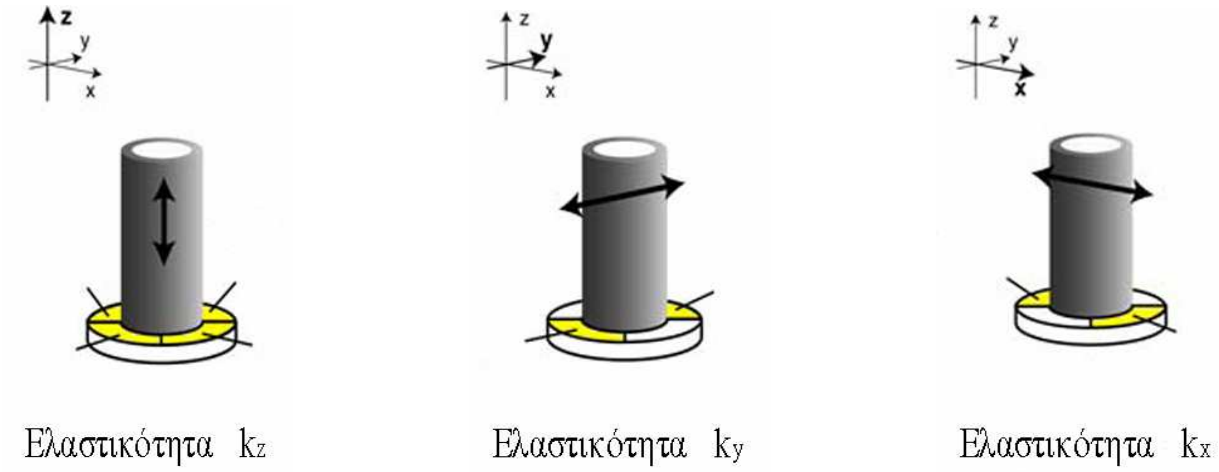
D_{min} είναι η διάμετρος της σπείρας στην κορυφή του αντικραδασμικού
D_{max} είναι η διάμετρος της σπείρας στην βάση του αντικραδασμικού
dx ολίσθηση της σπείρας



εικόνα 4.6
ελαστικότητα κωνοειδούς ελατηρίου

4.3.3 Ελαστικότητα για κάθε άξονα

Τα αντικραδασμικά έχουν διαφορετική συμπεριφορά για κάθε άξονα μετατόπισης. Η ελαστικότητα εκφράζετε με k_x k_y k_z για κάθε άξονα αντίστοιχα.



εικόνα 4.7
Ελαστικότητες για τους άξονες X, Y και Z

4.4 Αεριού (Air spring)

Το βασικό στοιχείο όπου στηρίζεται η λειτουργία των αντικραδασμικών είναι η πίεση που υφίσταται ο αέρας. Τα βασικά υλικά κατασκευής αυτών των αντικραδασμικών είναι το μέταλλο και το καουτσούκ. Δυο πλάκες μέταλλου (μια πάνω και μια κάτω) χωρίζονται με ένα κομμάτι καουτσούκ όπου μπαίνει το αέριο που επιθυμούμε και με την πίεση που ζητάμε.

Η ελαστικότητα αυτών των αντικραδασμικών μπορεί να ρυθμιστεί ανάλογα με το αέριο και την πίεση που εμπεριέχει. Με την παρακάτω σχέση μπορεί να υπολογιστεί η ελαστικότητα του κάθε συστήματος:

$$k = 10 \cdot p\ddot{u} \cdot \frac{dA_w}{dS} + c_a \cdot 10 \cdot (p\ddot{u} + pa) \cdot \frac{A_W^{\ 2}}{V}$$ σχέση 4.6

όπου:

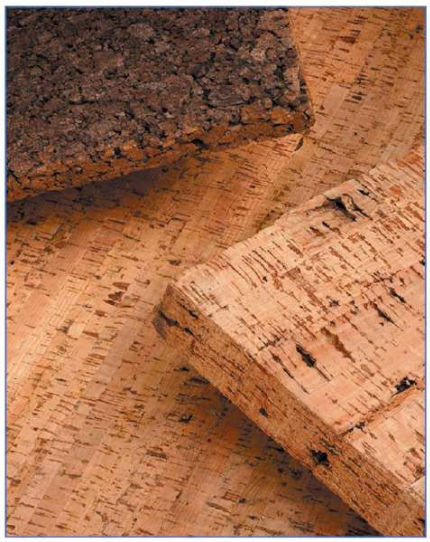
$p\ddot{u}$	η πίεση υπό φορτίο	$A_W^{\ 2}$	η επιφάνεια m^2
c_a	πυκνότητα του αέρα	pa	πίεση αέρα 1 bar
$\frac{dA_w}{dS}$	η μεταβολή της επιφάνεια m^2	V	ο όγκος m^3

εικόνα 4.8
αντικραδασμικο αεριού

Η φυσική συχνότητα συντονισμού είναι χαμηλή και δεν μεταβάλλεται με την αυξομείωση του βάρους φορτίου. Επίσης παρέχουν πολύ καλή πλευρική σταθερότητα. Αυτού του τύπου τα αντικραδασμικά είναι πολύ σταθερά στις καιρικές μεταβολές και πολύ αξιόπιστα σε μακροχρόνια χρήση.

4.5 Φελλώδες υλικό (Cork)

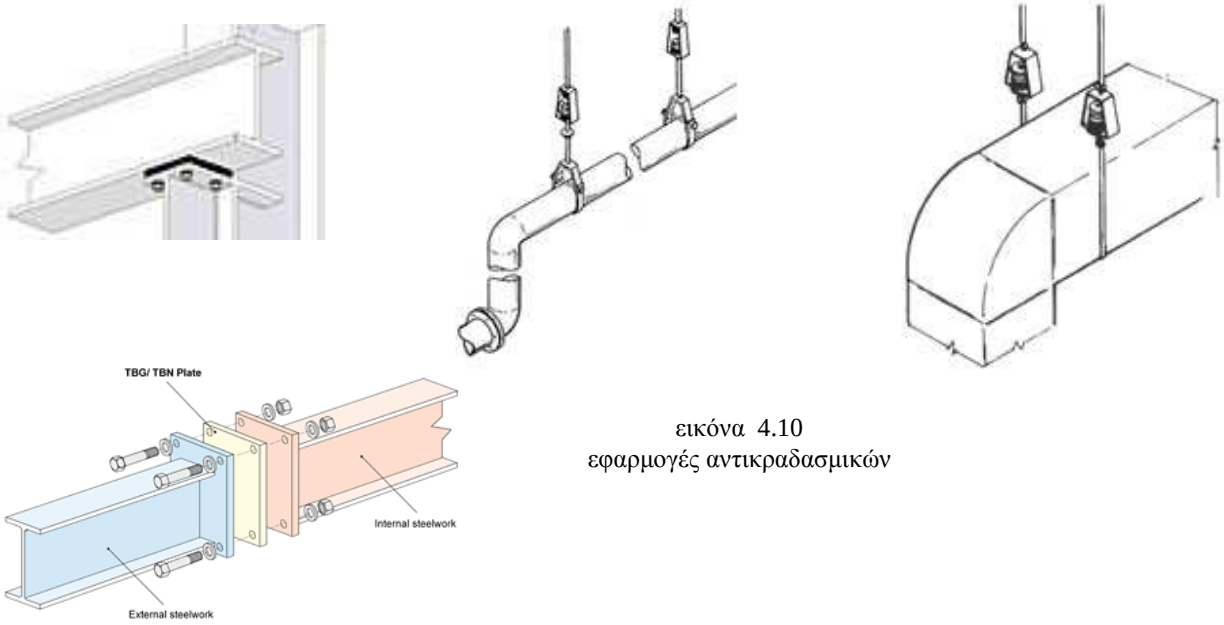
Ο φελλός είναι το παλαιότερο υλικό μόνωσης κραδασμών. Χρησιμοποιείται ως επιφανειακή μόνωσης όπου στρώνετε σαν χαλί και μπορεί να κοπεί σε κομμάτια έτσι ώστε να καλύψει ακόμα και ασύμμετρες επιφάνειες. Είναι εύκολο στην εφαρμογή του και έχει μικρό γραμμικό βάρος. Μπορεί να εφαρμοστείς ακόμη και σε οριζόντιες επιφάνειες π.χ. να επενδυθεί ένας τοίχος έτσι ώστε να απορροφάει τους κραδασμούς. Είναι ιδανικό σε εφαρμογές όπου το φορτίο είναι βαρύ. Είναι φθηνό αλλά θέλει προσοχή, μακριά από υγρασία διότι όταν ποτίζεται ο φελλός, μειώνετε ο χρόνος ζωής του και τέλος αλλοιώνονται οι ιδιότητες του.



εικόνα 4.9
φελλώδες υλικό

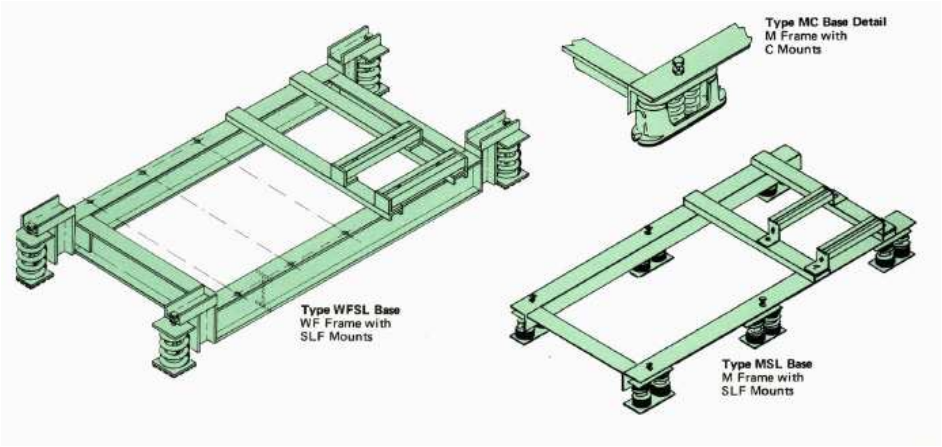
4.6 Άλλες εφαρμογές αντικραδασμικών υλικών

Στο εμπόριο υπάρχει μεγάλη ποικιλία αντικραδασμικών υλικών, σε διάφορα μεγέθη, χαρακτηριστικά και υλικό κατασκευής. Οι κατασκευάστριες εταιρίες κατασκευάζουν αντικραδασμικά υλικά σε διάφορα μοντέλα όπου το καθένα έχει ξεχωριστές δυνατότητες. Με τον συνδυασμό αυτών μπορεί κανείς να πετύχει το επιθυμητό αποτέλεσμα σε οποιαδήποτε εφαρμογή.



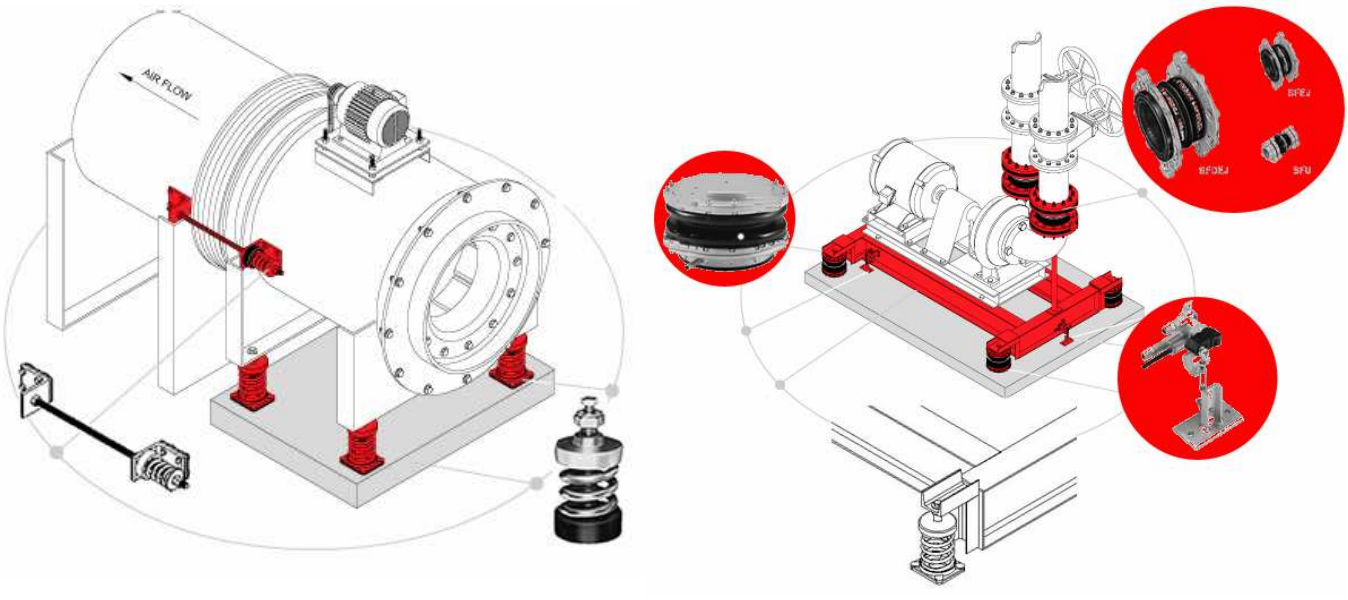
εικόνα 4.10
εφαρμογές αντικραδασμικών

Πολλές κατασκευάστριες εταιρίες κατασκευάζουν αντικραδασμικες βάσεις όπου μπορούν να προσαρμοστούν σε κάθε μηχανή ανάλογα με τις διαστάσεις και τις απαιτήσεις της κάθε εφαρμογής.

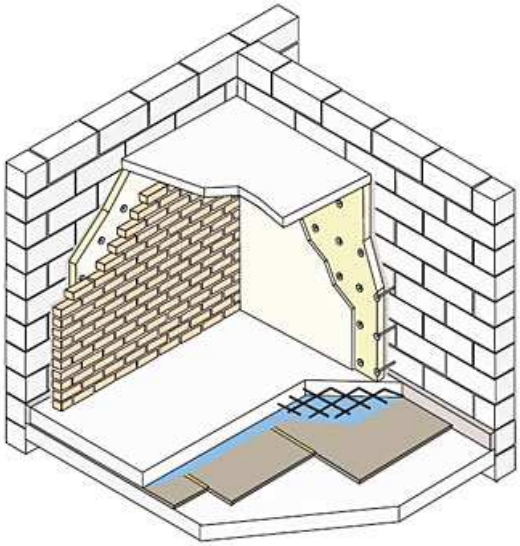


εικόνα 4.11
εφαρμογές αντικραδασμικών

Άλλες εφαρμογές παρουσιάζονται στις παρακάτω φωτογραφίες :



εικόνα 4.12
εφαρμογές αντικραδασμικών σε μηχανές



εικόνα 4.13
μόνωση δωματίου (δάπεδο, ταβάνι, τοίχους)

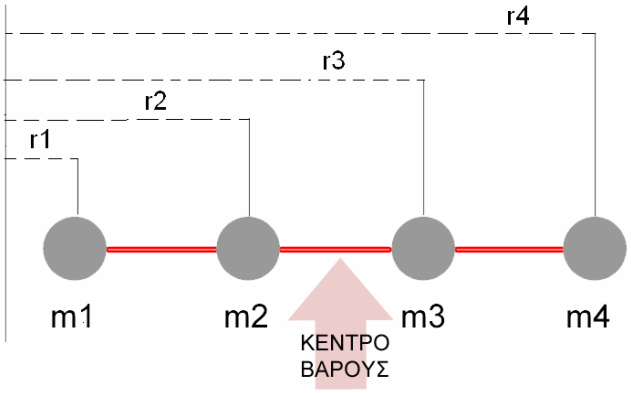
Κεφάλαιο 5ο

Μελέτη στερεών σωμάτων – ροπές αδράνειας

Κεφάλαιο 5^{ο} Μελέτη στερεών σωμάτων – ροπές αδράνειας

5.1 Κέντρο βάρους ομογενούς συστήματος

Σε πρώτο στάδιο παρουσιάζεται ένα μοντέλο με τέσσερις μάζες m_1, m_2, m_3, m_4, όπου είναι τοποθετημένες σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους και παραμένουν αμετακίνητες. Οι μάζες είναι τοποθετημένες σ' έναν άκαμπτο άξονα (παράδειγμα άξονας χ). Εφόσον οι μάζες m_1, m_2, m_3, m_4, έχουν το ίδιο βάρος ($m_1 = m_2 = m_3 = m_4$) τότε το μοντέλο λέγεται συμπαγές η ομογενές (έχει γραμμική πυκνότητα).



εικόνα 5.1
ομογενές σώμα
(ίδιο βάρος για κάθε μάζα)

Όταν το εξεταζόμενο σώμα χωριστεί σε Ν αριθμό σωματιδίων τότε η συνολική μάζα του σώματος θα είναι:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + ...m_N \quad \text{ή αλλιώς} \quad m = \sum_{i=1}^{N} m_i \quad \text{σχέση 5.1}$$

το κέντρο βάρους είναι το σημείο όπου ισορροπεί το σύστημα και υπολογίζεται:

$$(m_1 + m_2 + m_3 + ...m_N) \cdot r_{CM} = m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 + m_2 \cdot r_2 + ...m_N \cdot r_N$$

όπου: $m_1, m_2, m_3.....m_N$ είναι το βάρος κάθε σωματιδίου

$r_1, r_2, r_3.....r_N$ είναι η απόσταση κάθε σωματιδίου από το σημείο αναφοράς

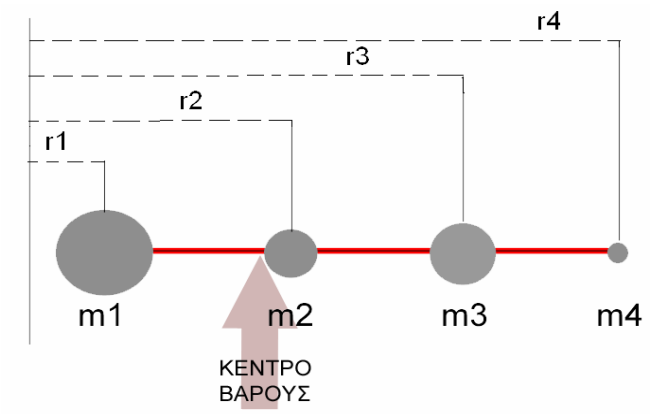
r_{CM} είναι η απόσταση του κέντρου βάρους από το σημείο αναφοράς

$$r_{CM} = \frac{m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 + m_2 \cdot r_2 + ...m_N \cdot r_N}{m_1 + m_2 + m_3 + ...m_N} \quad \text{ή αλλιώς} \quad r_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i r_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} \quad \text{σχέση 5.2}$$

5.2 Κέντρο βάρους μη ομογενές συστήματος

Όταν το σύστημα αποτελείται από μάζες του ίδιου βάρους σε ίδια απόσταση τότε εξορισμού γνωρίζει κανείς ότι το κέντρο βάρος του συστήματος είναι στο κέντρο.

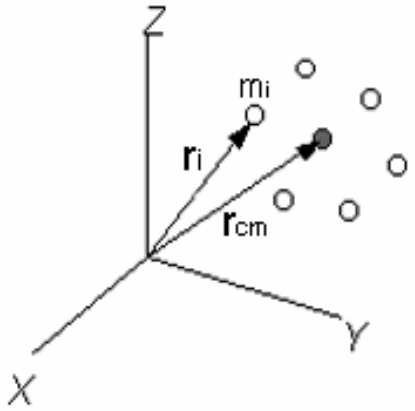
Στην φύση τα πιο πολλά σώματα δεν έχουν κατανεμημένο το ίδιο βάρος σ' όλο τους το σώμα και σ' αυτές τις περιπτώσεις το κέντρο βάρους μετατοπίζεται ανάλογα. Αυτά τα σώματα ονομάζονται μη ομογενές.



εικόνα 5.2
μη ομογενές σώμα
(δεν έχει το ίδιο βάρος κάθε μάζα)

5.3 Κέντρο βάρους σε τρισδιάστατο σώμα

Όταν έχουμε ένα τρισδιάστατο σώμα όπου έχει τρεις άξονες XYZ (μήκος, πλάτος, ύψος) και το σώμα αυτό αποτελείται από πολλές μάζες με αριθμό N τότε το κέντρο βάρους υπολογίζεται:



εικόνα 5.3
τρισδιάστατο σώμα

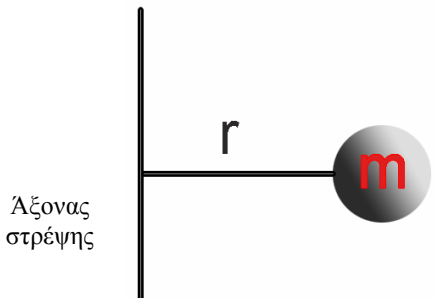
$$r_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i r_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}, \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}, \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i z_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} \right] \quad \text{σχέση 5.3}$$

όπου: N είναι ο αριθμός των σωματιδίων
m_i είναι η μάζα του σωματιδίου i
r_i είναι η απόσταση του σωματιδίου i από το σημείο αναφοράς
r_{cm} είναι η απόσταση του κέντρου βάρους από το σημείο αναφοράς

όταν οι N μάζες έχουν το ίδιο βάρος τότε το κέντρο βάρους του σώματος είναι στο μέσο του σώματος.

5.4 Αρχή της ροπής αδρανείας

Όταν ένα σωματίδιο μάζας m είναι σε απόσταση r από τον άξονα στρέψης τότε η ροπή αδράνειας θα είναι:



εικόνα 5.4
ροπή στρέψη

Η μονάδα μέτρησης της ροπής είναι kg m^2

$$I = m \cdot r^2 \qquad \text{σχέση 5.4}$$

Σ' ένα άκαμπτο σώμα το σημείο στρέψης είναι το κέντρο βάρους του σώματος.

Η ροπή αδρανείας σ' άκαμπτο τρισδιάστατο σώμα με περισσότερες μάζες όπως στην εικόνα 5.1 και 5.2 θα είναι:

$$I = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 \qquad \text{σχέση 5.5}$$

όπου: N είναι ο αριθμός των σωματιδίων
m_i είναι η μάζα του σωματιδίου i
r_i είναι η απόσταση του σωματιδίου i από τον άξονα στρέψης

5.5 Μελέτη ροπής σε στρεφόμενη ράβδο γραμμικής πυκνότητας

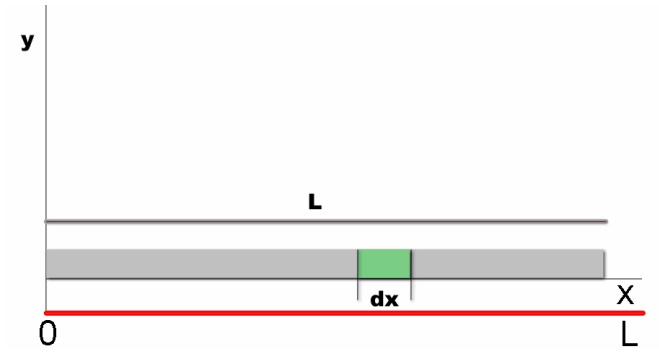
Λαμβάνοντας μια ράβδο γραμμικής πυκνότητας ρ (Kgr/m) και μήκους L τότε αυτή η ράβδος έχει συνολική μάζα.

$$m = \rho \cdot L \qquad \text{σχέση 5.6}$$

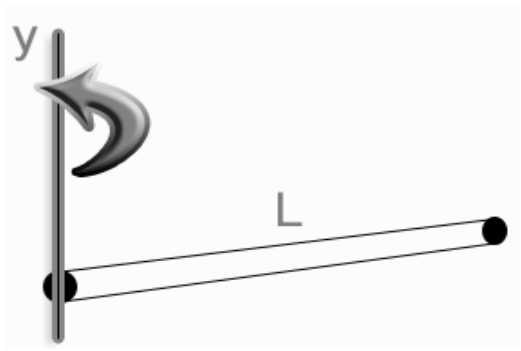
Χωρίζοντας την ράβδο σε ίσα διαστήματα dx (εικόνα 5.5.α και 5.6.α) όπου το κάθε κομμάτι dx έχει βάρος $dm = \rho\, dx$.

5.5.1 Στρέψη στο άκρο της ράβδου

Θεωρώντας ως άξονα στρέψης το αριστερό άκρο της ράβδου όπου είναι ο άξονας y (εικόνα 5.5.α και 5.5.β) τότε η ροπή αδράνειας υπολογίζεται:



εικόνα 5.5.α
μελέτη ροπής της ράβδου με
άξονα στρέψης το αριστερό άκρο



εικόνα 5.5.β
μελέτη ροπής της ράβδου
με άξονα στρέψης το αριστερό άκρο

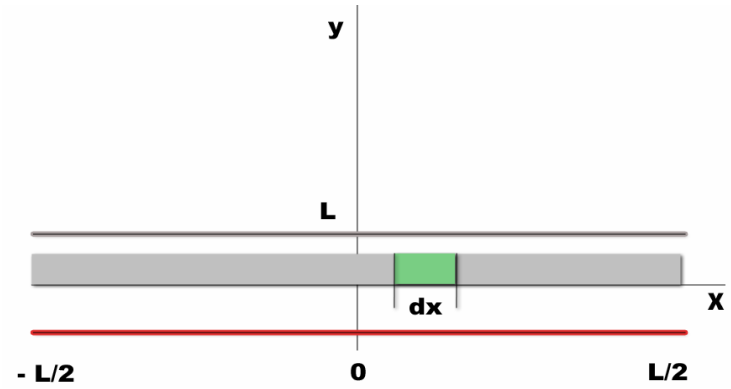
τα όρια της ολοκλήρωσης είναι από το 0 έως το L (διότι το ο άξονας στρέψης είναι το άκρο της ράβδου)

$$I_Y = \int_0^L r^2 dm = \int_0^L x^2(\rho \cdot dx) = \rho \int_0^L x^2 dx = \rho \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^L = \frac{1}{3}\rho \cdot L^3 = \frac{1}{3} m \cdot L^2$$

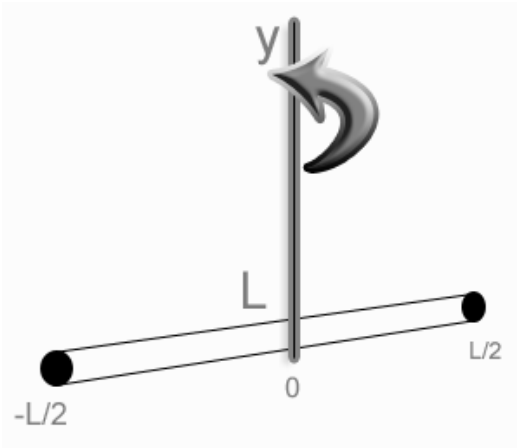
$$I_Y = \frac{1}{3} m \cdot L^2 \qquad \text{σχέση 5.7}$$

<u>5.5.2 Στρέψη στο μέσο της ράβδου</u>

Λαμβάνοντας την ίδια ράβδο και θεωρώντας ως άξονα στρέψης την μέση της ράβδου.



εικόνα 5.6.α
μελέτη ροπής της ράβδου
με άξονα στρέψης την μέση της ράβδου



εικόνα 5.6.β
μελέτη ροπής της ράβδου
με άξονα στρέψης την μέση της ράβδου

Σ' αυτή την περίπτωση τα όρια της ολοκλήρωσης είναι από το –L/2 έως το L/2 και η ροπή υπολογίζεται:

$$I_Y = \int_{-L/2}^{L/2} r^2 dm = \int_{-L/2}^{L/2} x^2(\rho \cdot dx) = \rho \int_{-L/2}^{L/2} x^2 dx = \frac{m}{L} \int_{-L/2}^{L/2} x^2 dx = \frac{m}{L} \frac{x^3}{3} \Bigg|_{-L/2}^{L/2} = \frac{m}{3L} \left[\frac{L^3}{8} - \frac{-L^3}{8} \right] = \frac{1}{12} m \cdot L^2$$

$$I_Y = \frac{1}{12} m \cdot L^2 \qquad \text{σχέση 5.8}$$

5.6 Μελέτη ροπής σε στρεφόμενο παραλληλεπίπεδο σώμα

Το παραλληλεπίπεδο σώμα είναι δυο διαστάσεων όπου Χ είναι το μήκος και Υ είναι το πλάτος. Τότε το εμβαδόν της επιφάνεια του σώματος θα είναι:

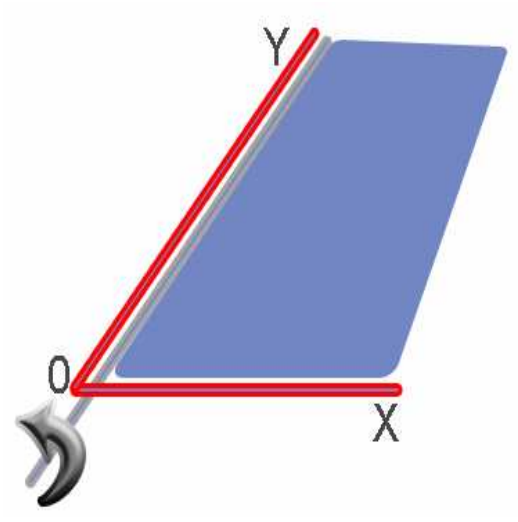
$$E = X \cdot Y \qquad \text{σχέση 5.9}$$

Όταν το παραλληλεπίπεδο σώμα έχει γραμμική πυκνότητα ρ (Kgr/m^2) τότε το βάρος του σώματος υπολογίζεται:

$$m = \rho \cdot \mathrm{X} \cdot \mathrm{Y} \Rightarrow m = \rho \cdot \mathrm{E} \qquad \text{σχέση 5.10}$$

5.6.1 Στρέψη στο άκρο του παραλληλεπίπεδου σώματος

Λαμβάνοντας το παραλληλεπίπεδο σώμα και θέτοντας ως άξονα στρέψης την πλευρά Υ τότε η ροπή στρέψεως θα είναι:



εικόνα 5.7
μελέτη ροπής με άξονα στρέψης στο άκρο
του παραλληλεπίπεδου σώματος

Άξονας
Στρέψεως

$$\mathrm{I}_Y = \iint X^2(\rho \cdot dx \cdot dy) = \rho\int_0^X \int_0^Y X^2 dxdy = \rho\int_0^X X^2 y dx = \rho\left[\frac{X^3 Y}{3}\right]_0^X = \rho\frac{XY}{3}x^2 = \frac{m}{3}X^2$$

$$\mathrm{I}_Y = \frac{1}{3}m \cdot X^2 \qquad \text{σχέση 5.11}$$

επίσης εάν ληφθεί ως άξονας στρέψης η πλευρά Χ του παραλληλεπίπεδου σώματος τότε η ροπή θα είναι:

$$\mathrm{I}_X = \frac{1}{3}m \cdot Y^2 \qquad \text{σχέση 5.12}$$

5.6.2 Στρέψη στην μέση του παραλληλεπίπεδου σώματος

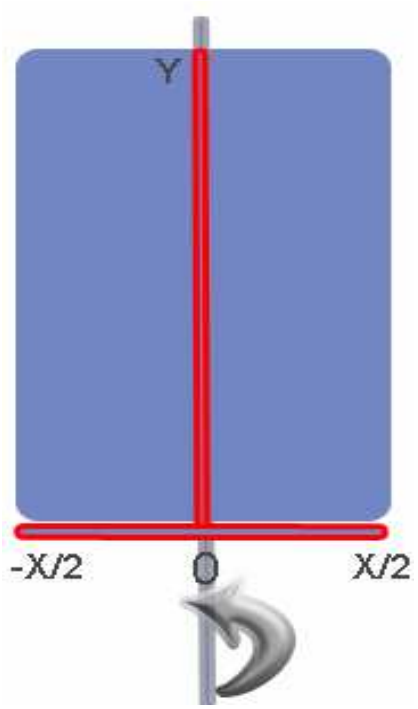
Λαμβάνοντας το ίδιο παραλληλεπίπεδο μοντέλο και θεωρώντας ως άξονα στρέψεως την μέση του παραλληλεπίπεδου μοντέλου ως προς τον άξονα Y τότε η ροπή αδρανείας θα είναι:

$$I_Y = \iint X^2(\rho \cdot dx \cdot dy) = \rho \int_{-X/2}^{X/2} \int_0^y X^2 dxdy = \rho \int_{-X/2}^{X/2} X^2 y dx = \rho \left[\frac{X^3 Y}{3} \right]_{-X/2}^{X/2} = \rho \frac{XY}{12} X^2 = \frac{m}{12} X^2$$

$$I_Y = \frac{1}{12} m \cdot X^2 \qquad \text{σχέση 5.13}$$

εάν ο άξονας στρέψης είναι η μέση του παραλληλεπίπεδου μοντέλου ως προς τον άξονα X τότε η ροπή θα είναι:

$$I_X = \frac{1}{12} m \cdot Y^2 \qquad \text{σχέση 5.14}$$

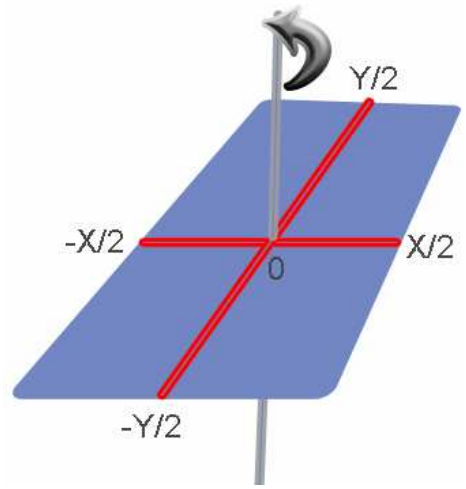


εικόνα 5.8
μελέτη ροπής I_Y με άξονα στρέψης
την μέση του παραλληλεπίπεδου σώματος

Άξονας
στρέψεως

5.6.3 Στρέψη στην μέση του παραλληλεπίπεδου σώματος με κάθετο άξονα στρέψεως

Λαμβάνοντας το παραλληλεπίπεδο σώμα και θέτοντας ως άξονα στρέψεως τον κάθετο άξονα στην μέση του σώματος τότε η ροπή θα είναι:



εικόνα 5.9
μελέτη ροπής Izz με άξονα στρέψης
την μέση του παραλληλεπίπεδου σώματος
(κάθετα)

$$I_{zz} = \int_{-X/2}^{X/2}\int_{-Y/2}^{Y/2} X^2 + Y^2 (\rho \cdot dxdy) = \rho \int_{-X/2}^{X/2} X^2 Y + X \frac{Y^3}{3}\Bigg|_{-Y/2}^{Y/2} dx = \rho \int_{-X/2}^{X/2} X^2 Y + X \frac{Y^3}{12} dx =$$

$$= \rho \frac{X^3}{3} Y + X \frac{Y^3}{12}\Bigg|_{-X/2}^{X/2} = \rho \left[\frac{X^3}{12} Y + X \frac{Y^3}{12} \right] = \frac{m}{12} (X^2 + Y^2)$$

Άρα

$$I_{zz} = \frac{1}{12} m \cdot (X^2 + Y^2) \qquad \text{σχέση 5.15}$$

5.7 Μελέτη ροπών αδρανείας σε τρισδιάστατο σώμα

Σε ένα τρισδιάστατο σύστημα έχουμε τρεις άξονες X, Y, Z (μήκος, πλάτος, ύψος). Όταν αυτό το τρισδιάστατο σώμα είναι ομογενές θα έχει γραμμική πυκνότητα ρ (Kgr/m^3) και όγκο V (m^3) όπου είναι:

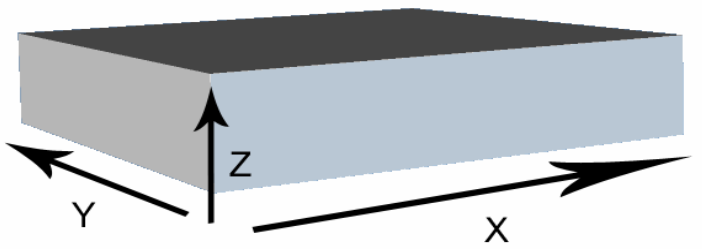
$$V = X \cdot Y \cdot Z \qquad \text{σχέση 5.16}$$

Η συνολική μάζα του σώματος θα είναι:

$$m = V \cdot \rho \qquad \text{σχέση 5.17}$$

Όποτε η ροπή του σώματος για του τρεις άξονες υπολογίζεται:

$$I = \int_V r^2 dm \qquad \text{σχέση 5.18}$$



εικόνα 5.10
τρισδιάστατο σώμα

Επειδή το σύστημα είναι τρισδιάστατο σ' αυτή την περίπτωση η ολοκλήρωση θα είναι τριπλή:

$$I = \iiint_V r^2(X,Y,Z)\rho(X,Y,Z)dxdydz \qquad \text{σχέση 5.19}$$

Όποτε οι ροπές του γραμμικού σώματος είναι:

I_{XX} = Η ροπή αδρανείας του σώματος με άξονα στρέψης τον παράλληλο άξονα XX
I_{XY} = Η ροπή αδρανείας του σώματος με άξονα στρέψης τον παράλληλο άξονα XY
I_{XZ} = Η ροπή αδρανείας του σώματος με άξονα στρέψης τον παράλληλο άξονα XZ

I_{YY} = Η ροπή αδρανείας του σώματος με άξονα στρέψης τον παράλληλο άξονα YY
I_{YX} = Η ροπή αδρανείας του σώματος με άξονα στρέψης τον παράλληλο άξονα YX
I_{YZ} = Η ροπή αδρανείας του σώματος με άξονα στρέψης τον παράλληλο άξονα YZ

I_{ZZ} = Η ροπή αδρανείας του σώματος με άξονα στρέψης τον παράλληλο άξονα ZZ
I_{ZX} = Η ροπή αδρανείας του σώματος με άξονα στρέψης τον παράλληλο άξονα ZX
I_{ZY} = Η ροπή αδρανείας του σώματος με άξονα στρέψης τον παράλληλο άξονα ZY

η ροπή υπολογίζεται σύμφωνα με τον πίνακα: $I = \begin{bmatrix} I_{XX} & I_{XY} & I_{XZ} \\ I_{YX} & I_{YY} & I_{YZ} \\ I_{ZX} & I_{ZY} & I_{ZZ} \end{bmatrix}$ σχέση 5.20

Όπου για τους άξονες I_{XX} I_{YY} I_{ZZ} ισχύει:

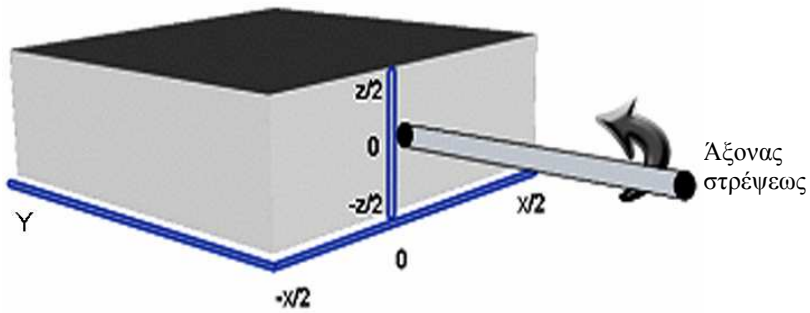
$$I_{XX} = \sum_{i=1}^{N} m_i(y_i^2 + z_i^2) \qquad I_{YY} = \sum_{i=1}^{N} m_i(x_i^2 + z_i^2) \qquad I_{ZZ} = \sum_{i=1}^{N} m_i(y_i^2 + x_i^2)$$

και για τους άξονες I_{XY} I_{YX} I_{XZ} I_{ZX} I_{YZ} I_{ZY} ισχύει:

$$I_{XY} = I_{YX} = -\sum_{i=1}^{N} m_i x_i y_i \qquad I_{XZ} = I_{ZX} = -\sum_{i=1}^{N} m_i x_i z_i \qquad I_{YZ} = I_{ZY} = -\sum_{i=1}^{N} m_i y_i z_i$$

5.7.1 Ροπές αδρανείας σε ομογενές τρισδιάστατο σώμα

Στο τρισδιάστατο ομογενές σώμα θέτοντας ως άξονα στρέψης τον άξονα Y και στο μέσο των αξόνων X και Z τότε η ροπή I_{YY} θα είναι:



εικόνα 5.11
ροπή σε τρισδιάστατο σώμα

$$I_{YY} = \int_{-X/2}^{X/2}\int_{-Z/2}^{Z/2}\int_0^Y X^2 + Z^2 (\rho \cdot dxdzdy) = \rho\int_{-X/2}^{X/2}\int_{-Z/2}^{Z/2} X^2Y + Z^2Y\Big|_0^Y dxdz =$$

$$= \rho\int_{-X/2}^{X/2} X^2Y + \frac{Z^3}{3}Y\Bigg|_{-Z/2}^{Z/2} dx = \rho\left[\frac{X^3}{3}Y + \frac{Z^3}{12}Y\right]\Bigg|_{-X/2}^{X/2} = \rho\left[\frac{X^3}{12}Y + \frac{Z^3}{12}Y\right] = \frac{m}{12}(X^2 + Z^2)$$

$$I_{YY} = \frac{1}{12} m \cdot (X^2 + Z^2) \qquad \text{σχέση 5.21}$$

για τις ροπές I_{XX}, I_{YY} ισχύει :

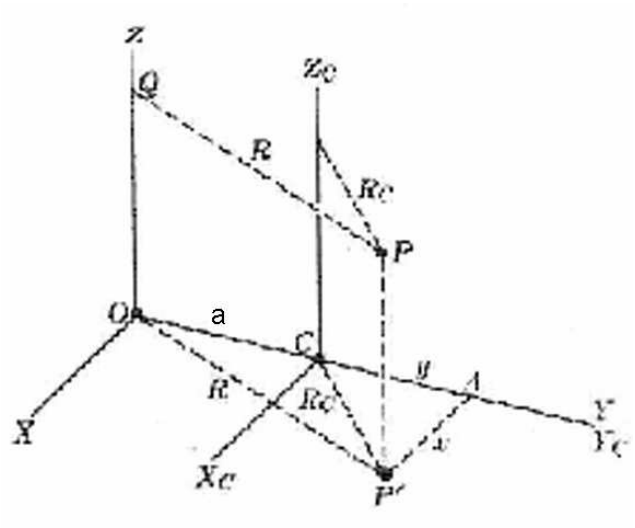
$$I_{XX} = \frac{1}{12} m \cdot (Y^2 + Z^2) \qquad \text{σχέση 5.22}$$

$$I_{ZZ} = \frac{1}{12} m \cdot (Y^2 + X^2) \qquad \text{σχέση 5.23}$$

ενώ για τις ροπές I_{XY}, I_{YX}, I_{XZ}, I_{ZX}, I_{YZ}, I_{ZY} ισχύει:

$$I_{XY} = I_{YX} = I_{XZ} = I_{ZX} = I_{YZ} = I_{ZY} = 0 \qquad \text{σχέση 5.24}$$

5.8 Θεώρημα Steiner (θεώρημα παράλληλων αξόνων)



εικόνα 5.12
μεταβολή του άξονα στρέψεως

Έστω Z ένας τυχαίος άξονας και ο Z_C άξονας είναι παράλληλος του Z και περνάει από το κέντρο μάζας του σώματος, που έχει μάζα m.

$$R_C^{\,2} = x^2 + y^2$$

$$R^2 = x^2 + (y + \mathrm{a})^2 =$$
$$= x^2 + \mathrm{y}^2 + 2ya + a^2 = R_C^{\,2} + 2\mathrm{ya} + \mathrm{a}^2$$

η ροπή αδρανείας ως προς τον άξονα Z είναι:

$$\mathrm{I_Z} = \sum \mathrm{m} \cdot \mathrm{R}^2 = \sum m \cdot (R_C^{\,2} + 2\mathrm{ya} + \mathrm{a}^2) = \sum m \cdot R_C^{\,2} + 2 \cdot a \sum \mathrm{m} \cdot \mathrm{y} + a^2 \sum \mathrm{m}$$

$$\sum m R_C^{\,2} = \mathrm{I_C} \qquad\qquad \sum m = m$$

όποτε:

$$I_Z = I_C + 2 \cdot a \sum m \cdot y + a^2 m \qquad y_{cm} = \frac{\sum my}{m_{total}} \Rightarrow \sum my = 0$$

επομένως : $I_Z = I_C + a^2 m$ σχέση 5.25

I_Z είναι η ροπή στον άξονα Z

Z_C είναι η ροπή στον άξονα Z_C

a είναι η απόσταση μετατόπισης του άξονα

Θεώρημα Steiner:

Η ροπή αδράνειας ενός σώματος ως προς τυχαίο άξονα Z ισούται με τη ροπή αδράνειας του σώματος ως προς άξονα Z_C παράλληλο στον Z που περνάει από το κέντρο μάζας του σώματος συν το γινόμενο της μάζας του σώματος επί το τετράγωνο της απόστασης των δύο αξόνων.

5.9 Ροπές αδρανείας σε μη ομογενές σώμα

Όπως παρουσιάστηκε στην παραπάνω παράγραφο 5.2 σε ένα μη ομογενές σώμα πολύ πιθανόν το κέντρο βάρους του σώματος να μην είναι στο κέντρο του σώματος και αυτό γίνεται λόγο της ανομοιογένειας του σώματος όσο αναφορά την κατανομή της μάζας. Σύμφωνα με το θεώρημα Steiner μπορούμε να βρούμε τις ροπές σε ένα μη ομογενές σώμα.

$$I_{XX} = \frac{1}{12} m_{total} \cdot (Y^2 + Z^2) + m \cdot (R_{CG,Y}{}^2 + R_{CG,Z}{}^2)$$ σχέση 5.26

$$I_{YY} = \frac{1}{12} m_{total} \cdot (X^2 + Z^2) + m \cdot (R_{CG,X}{}^2 + R_{CG,Z}{}^2)$$ σχέση 5.27

$$I_{ZZ} = \frac{1}{12} m_{total} \cdot (Y^2 + X^2) + m \cdot (R_{CG,Y}{}^2 + R_{CG,X}{}^2)$$ σχέση 5.28

$$I_{YX} = I_{XY} = 0 - m \cdot (R_{CG,X} \cdot R_{CG,Y})$$ σχέση 5.29

$$I_{ZX} = I_{XZ} = 0 - m \cdot (R_{CG,X} \cdot R_{CG,Z})$$ σχέση 5.30

$$I_{ZY} = I_{YZ} = 0 - m \cdot (R_{CG,Z} \cdot R_{CG,Y})$$ σχέση 5.31

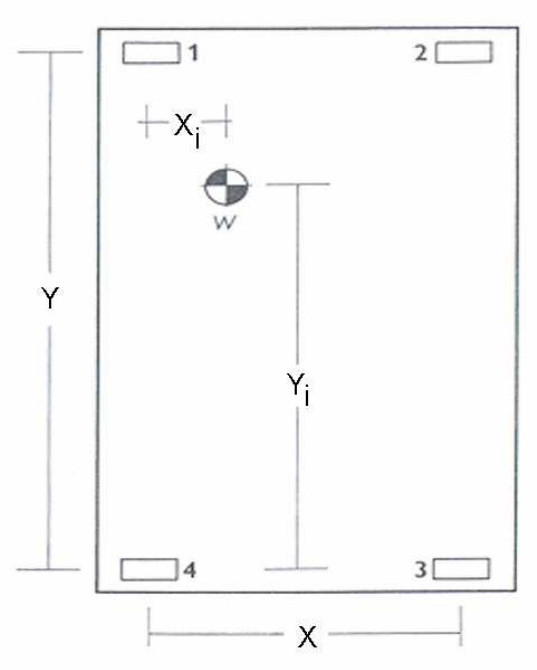
5.10 Μέθοδοι υπολογισμού τοπικού βάρους (Load distribution method)

Παρακάτω παρουσιάζονται κάποιες μέθοδοι όπου με την βοήθεια των σχεδίων κάτοψης του μοντέλου και γνωρίζοντας το βάρος και το κέντρο βάρους του σώματος δίνει σε συγκεκριμένα σημεία το βάρος.

5.10.1 Πρώτη μέθοδος

Η πρώτη μέθοδος είναι η πιο απλή μέθοδος και δίνει την δυνατότητα να βρει κάνεις το βάρος στα τέσσερα άκρα του σώματος 1,2,3,και 4. Το σημείο W είναι σημείο του κέντρου βαρους του σωματος και δινει την τιμη του βαρους. Οι αποστασεις X, Y, X_i, Y_i πρσοσδιοριζουν τα σημεια μελετης και το σημειο του κεντρου βαρους.

Οι παρακάτω σχέσεις δίνουν το βάρος σε κάθε σημείο:



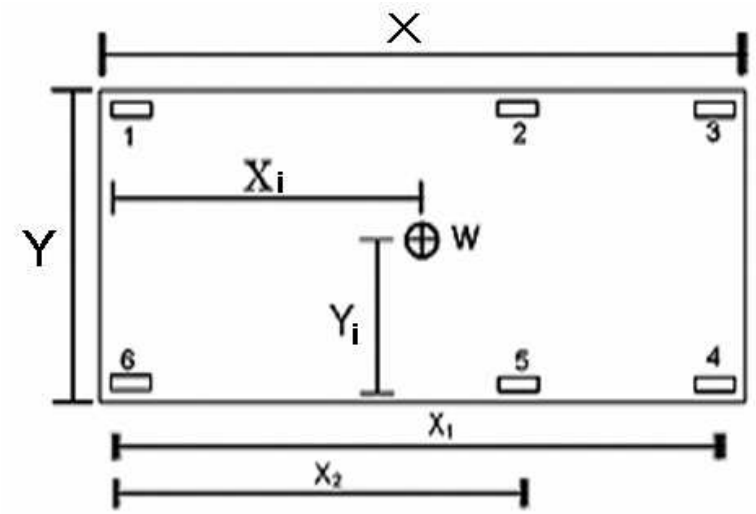
Σημείο 1 $W \times \frac{(X - X_i)}{X} \times \frac{Y_i}{Y}$ σχέση 5.32

Σημείο 2 $W \times \frac{X_i}{X} \times \frac{Y_i}{Y}$ σχέση 5.33

Σημείο 3 $W \times \frac{X_i}{X} \times \frac{(Y - Y_i)}{X}$ σχέση 5.34

Σημείο 4 $W \times \frac{(X - X_i)}{X} \times \frac{(Y - Y_i)}{Y}$ σχέση 5.35

εάν το σωμα είναι γραμμικο ως προς τον έναν από τους δυο αξωνες τοτε βρισκοντας την αποσταση X_2 (σημεια 2 και 5) το βαρος του σωματος μοιραζεται το ιδιο στα εξι σημεια.



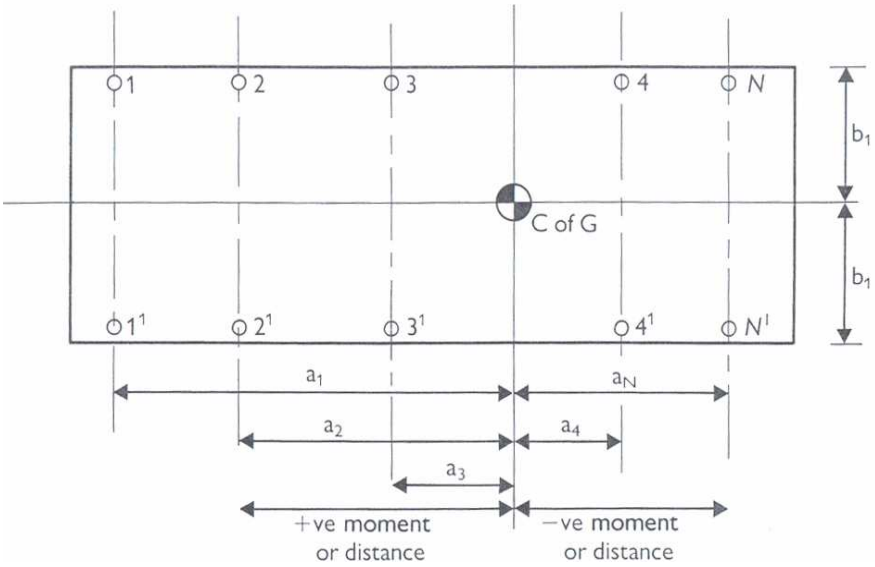
Εαν ισχύει: $Y_i = Y/2$

$x_2 = 3 \cdot X_i - x_1$ σχέση 5.36

εικόνα 5.14
1η μέθοδος με τα έξι σημεία

5.10.2 Δεύτερη μέθοδος

Η δεύτερη μέθοδος αφορά περιπτώσεις όπου το κέντρο βάρος του σώματος είναι στο κέντρο όσο αναφορά μόνο την μια διάσταση και δίνει πληροφορίες για το βάρος του σώματος σε N σημεία.



εικόνα 5.15
κάτοψη του μοντέλου
για την δεύτερη μέθοδο

Στο παραπάνω σχέδιο το σημείο του κέντρου βάρους είναι το σημείο C of G και σύμφωνα με αυτό το σημείο λαμβάνονται οι αποστάσεις των σημείων a_1,a_2,a_3 έως a_n .

Στην δεύτερη μέθοδο πολύ χρήσιμος ο παρακάτω πίνακας:

$\Sigma\eta\mu\varepsilon\acute{\iota}o$	a	a^2
1	$+a_1$	a_1^2
2	$+a_2$	a_2^2
3	$+a_3$	a_3^2
4	$-a_4$	a_4^2
...	...	...
...	...	...
N	$-a_n$	a_n^2
sum	$\sum a$	$\sum a^2$

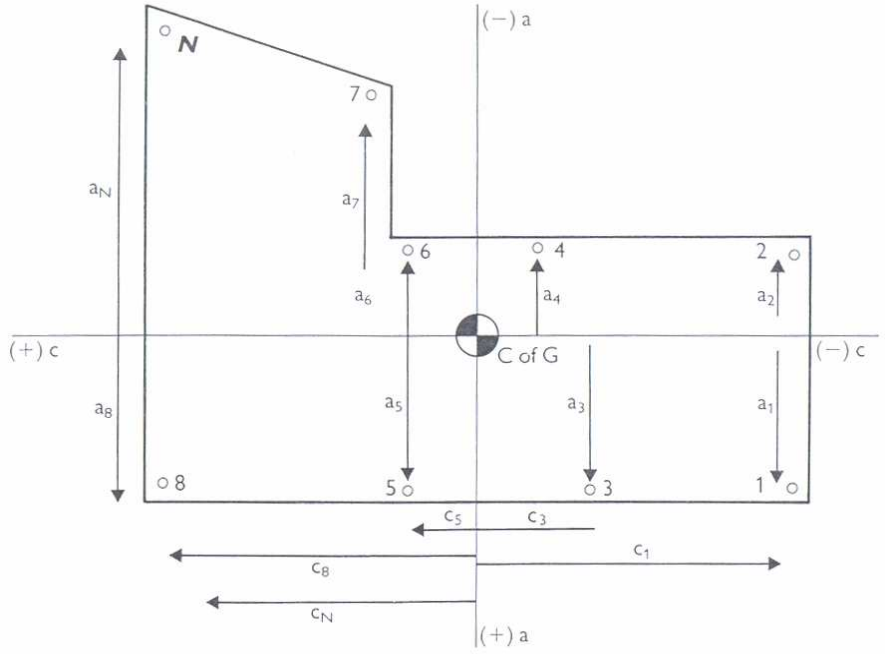
Για τον υπολογισμό του βάρους σε κάθε σημείο χρησιμοποιείται η παρακάτω σχέση:

$$P_n = \frac{1}{2N}\left[\frac{m\cdot(\sum\alpha^2 - \alpha_n\sum\alpha)}{\sum\alpha^2 - \frac{(\sum\alpha)^2}{\mathrm{N}}}\right] \qquad \text{σχέση 5.37}$$

όπου: P_n είναι το βάρος του n σημείου (P_1,P_2,P_3 … ,P_n)
N είναι ο συνολικός αριθμός των σημείων
a_n είναι η απόσταση του n σημείου από το κέντρο βάρους (a_1,a_2,a_3 … ,a_n)
m είναι το συνολικό βάρος του σώματος

5.10.3 Τρίτη μέθοδος

Η τρίτη μέθοδος αφορά τις περιπτώσεις όπου η βάση είναι ασύμμετρη (δηλ. το κέντρο βάρους έχει ασύμμετρες αποστάσεις και για τις δυο κατευθύνσεις)



εικόνα 5.16
κάτοψη του μοντέλου
για την τρίτη μέθοδο

Στην τρίτη μέθοδο χρησιμοποιείται ο παρακάτω πίνακας:

Σημείο	a	c	ac	a^2	c^2
1	$+a_1$	$-c_1$	$-a_1c_1$	α_1^2	c_1^2
2	$-a_2$	$-c_2$	a_2c_2	α_2^2	c_2^2
3	$+a_3$	$-c_3$	$-a_3c_3$	α_3^2	c_3^2
4	$-a_4$	$-c_4$	a_4c_4	α_4^2	c_4^2
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
N	$-a_n$	$+c_n$	$-a_nc_n$	a_n^2	c_n^2
Sum	$\sum a$	$\sum c$	$\sum ac$	$\sum a^2$	$\sum c^2$

Το βάρος σε κάθε σημείο υπολογίζεται σύμφωνα με τον παρακάτω αλγόριθμο:

$$B = \Sigma a^2 \Sigma c^2 - (\Sigma ac)^2 + (1/N)[2\Sigma a \Sigma c \Sigma ac - \Sigma a^2 (\Sigma c)^2 - \Sigma c^2 (\Sigma a)^2]$$

$$E = (\Sigma ac)^2 - \Sigma a^2 \Sigma c^2$$

$$F = \Sigma a \Sigma ac - \Sigma c^2 \Sigma c$$

$$G = \Sigma c^2 \Sigma a - \Sigma c \Sigma c$$

$$D = E/B$$

$$\beta_x = F/B$$

$$\beta_z = G/B$$

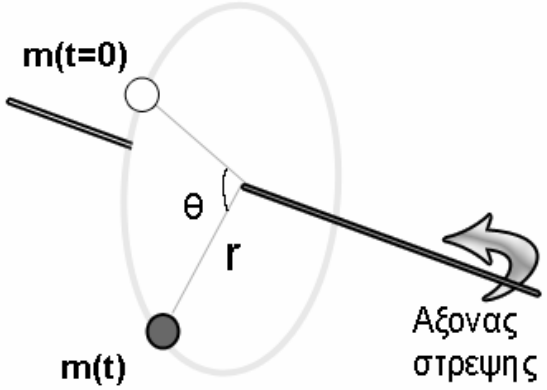
Χρησιμοποιώντας την σχέση: $P_n = (-m/N)[D - a_n\beta_z - c_n\beta_x]$ σχέση 5.38

όπου: P_n είναι το βάρος του νιοστού σημείου $(P_1, P_2, P_3 \ldots, P_n)$
N είναι ο συνολικός αριθμός των σημείων
a_n και c_n είναι η απόσταση του νιοστού σημείου από το κέντρο βάρους $(a_1, a_2, a_3 \ldots, a_n)$
m είναι το συνολικό βάρος του σώματος

5.11 Κινητική ενέργεια του άξονα στρέψης

Όταν έχουμε μια μάζα m όπου περιστρέφεται γύρω από τον άξονα στρέψης σε απόσταση r τότε αυτή η μάζα σε χρόνο t θα έχει διαγράψει μια γωνία θ. Η ταχύτητα περιστροφής του σωματιδίου U_k θα είναι:

$$U_k = \frac{d}{dt}(r\theta) = r\frac{d\theta}{dt} = r\omega$$ σχέση 5.39



εικόνα 5.17
κινητική ενέργεια
του σωματιδίου

Όπως παρουσιάστηκε και στην παράγραφο 1.6 η κινητική ενέργεια του κινουμένου σώματος θα είναι:

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$ σχέση 5.40

θυμίζοντας $I = mr^2$ και αντικαθιστώντας όπου v την ταχύτητα U_k :

$$E = \frac{1}{2} m U_k{}^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 \quad \text{σχέση 5.41}$$

άρα η κινητική ενέργεια του σωματιδίου μάζας m θα είναι: $E = \frac{1}{2} I \omega^2$ σχέση 5.42

όπου I είναι η ροπή αδρανείας και ω είναι η γωνιακή ταχύτητα γύρω από τον άξονα στρέψεως.

Κεφάλαιο 6ο

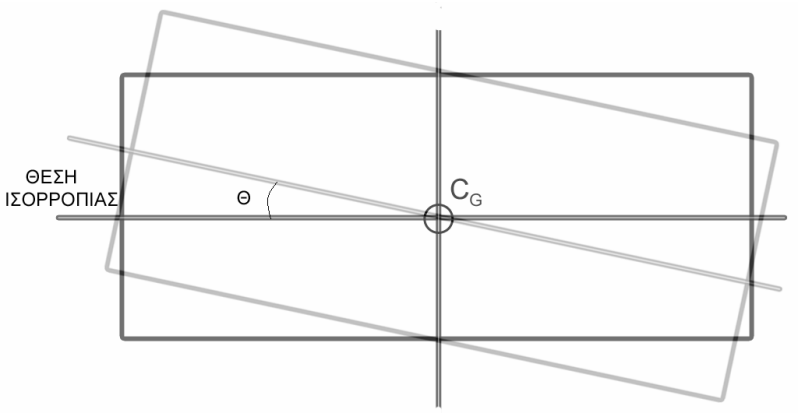
Ταλαντώσεις συστημάτων πολλών βαθμών ελευθερίας

Κεφάλαιο 6ο Ταλαντώσεις συστημάτων πολλών βαθμών ελευθερίας

6.1 Ταλάντωση παραλληλόγραμμου σώματος

Στο δεύτερο κεφαλαίο παρουσιάστηκε η ταλάντωση του άκαμπτου σώματος στον κάθετο άξονα όπου είναι και ο πρώτος βαθμός ελευθέριας.

Σ' αυτό το κεφαλαίο θα μελετηθεί ένας ακόμη τρόπος ταλάντωσης όπου το άκαμπτο σώμα περιστρέφεται γύρω από τον άξονα στρέψεως. Στην περίπτωση όπου το άκαμπτο σώμα είναι ομογενές τότε ο άξονας περιστροφής είναι το κέντρο του σώματος. Όταν το σώμα στρέφεται γύρω από τον άξονα του τότε σχηματίζεται μια γωνία μετατόπισης θ και δίνεται σε ακτίνια rad. Αυτή η γωνιακή μετατόπιση ονομάζεται γωνιακό πλάτος ταλάντωσης η αλλιώς γωνιακή μετατόπιση.



Εικόνα 6.1
Γωνιακή μετατόπιση παραλληλεπίπεδου σώματος

λαμβάνοντας ως μοντέλο το παραλληλεπίπεδο σώμα στην παράγραφο 5.6 όπου το σώμα είναι γραμμικής πυκνότητας και ο άξονας στρέψεως είναι το κέντρο του σώματος, τότε η ροπή θα είναι όπως μελετήθηκε στο αντίστοιχο κεφαλαίο:

$$I_{YY} = \frac{1}{12} m_{total} (x^2 + z^2)$$ σχέση 6.1

όπου: m_{total} είναι το συνολικό βάρος του σώματος
x είναι το μήκος του σώματος
z είναι το ύψος του σώματος

Για την κάθετη μετατόπιση του σώματος ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα ισχύει η σχέση 1.15 που παρουσιάζεται στο πρώτο κεφάλαιο, ενώ για την γωνιακή μετατόπιση ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα γίνεται:

$$\tau = I\ddot{\theta}$$ σχέση 6.2

όπου: τ είναι η δύναμη στρέψεως
$\ddot{\theta}$ είναι δεύτερη παραγωγός της γωνιακής μετατόπισης ή αλλιώς γωνιακή επιτάχυνση
I είναι η ροπή του σώματος I_{yy}

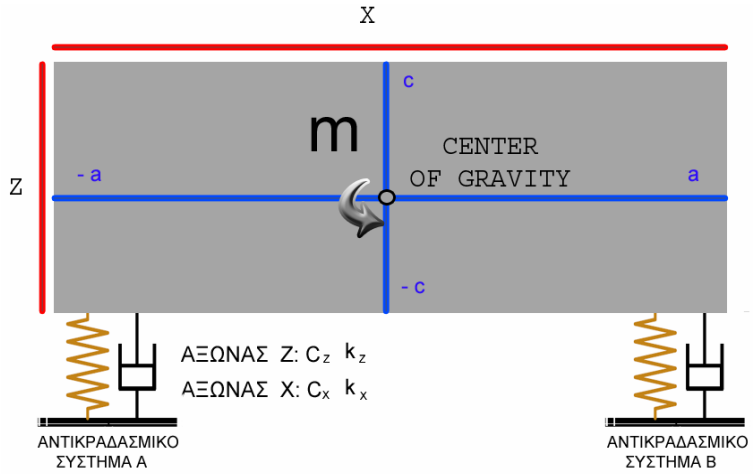
ΠΡΟΣΟΧΗ

Η γραμμική μετατόπιση x εκφράζεται σε μέτρα ενώ η γωνιακή μετατόπιση θ σε ακτίνια rad

Ο νόμος του Hook της σχέσης 2.3 γίνεται:

$$\tau = -k\theta \qquad \text{σχέση 6.3}$$

Παρακάτω στο παραλληλεπίπεδο ορίζονται αξονικές συντεταγμένες a (μήκος) και c (ύψος) με βάση το κέντρο του παραλληλεπίπεδου σώματος. (εικόνα 6.2)



Εικόνα 6.2
Παραλληλεπίπεδο σώμα με τους δυο τρόπους ταλάντωσης

<u>Για τον κάθετο άξονα z</u>

η ελαστικότητα και η απόσβεση του κάθε αντικραδασμικού συστήματος είναι:

C_z απόσβεση $\qquad$ k_z ελαστικότητα

<u>Για τον οριζόντιο άξονα x</u>

η ελαστικότητα και η απόσβεση του κάθε αντικραδασμικού συστήματος είναι:

C_x απόσβεση $\qquad$ k_x ελαστικότητα

Στην περίπτωση όπου η συνολική απόσβεση και η ελαστικότητα για τον κάθετο άξονα z και για τον οριζόντιο άξονα x είναι η ίδια και για τα δυο αντικραδασμικά συστήματα τότε η συνολική ελαστικότητα και απόσβεση θα είναι:

για την κάθετη μετατόπιση x

συνολική απόσβεση: $2C_z$
συνολική ελαστικότητα: $2k_z$

για την γραμμική μετατόπιση θ

η συνολική απόσβεση είναι: $a^2 \cdot 2Cz + c^2 \cdot 2Cx$
και η συνολική ελαστικότητα: $a^2 \cdot 2kz + c^2 \cdot 2kx$

η εξίσωση κίνησης και για τους δυο τρόπους ταλάντωσης είναι η εξής:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_{YY} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2C_z & 0 \\ 0 & a^2 \cdot 2C_z + c^2 \cdot 2C_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k_z & 0 \\ 0 & a^2 \cdot 2k_z + c^2 \cdot 2k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{σχέση 6.4}$$

τους πίνακες της παραπάνω εξίσωσης τους ορίζουμε με κεφαλαία ως εξής:

για την μάζα: $M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_{YY} \end{bmatrix}$ σχέση 6.5

και την ελαστικότητα $K = \begin{bmatrix} 2k_z & 0 \\ 0 & a^2 \cdot 2k_z + c^2 \cdot 2k_x \end{bmatrix}$ σχέση 6.6

για την απόσβεση $C = \begin{bmatrix} 2C_z & 0 \\ 0 & a^2 \cdot 2C_z + c^2 \cdot 2C_x \end{bmatrix}$ σχέση 6.7

με την γνωστή σχέση 2.5 βρίσκουμε τις δυο φυσικές ιδιοσυχνότητες για τους δυο τρόπους ταλάντωσης.

$$\Omega_o = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad \text{σχέση 6.8}$$

επομένως οι ιδιοσυχνότητες των δυο τρόπων ταλάντωσης θα είναι:

1° mode $\omega_o = \sqrt{\frac{2k_z}{m}}$ σχέση 6.9 2° mode $\omega_o = \sqrt{\frac{a^2 \cdot 2k_z + c^2 \cdot 2k_x}{J}}$ σχέση 6.10

οι λόγοι απόσβεσης θα είναι: $Z = \frac{C}{2M\Omega_o}$ σχέση 6.11

λόγο της απόσβεσης οι αποσβένουσες συχνότητες είναι: $\Omega_d = \Omega_o \sqrt{1 - Z^2}$ σχέση 6.12

εφαρμόζοντας μια εξωτερική δύναμη F τότε η σχέση 6.4 θα είναι:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2C_z & 0 \\ 0 & a^2 \cdot 2C_z + c^2 \cdot 2C_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k_z & 0 \\ 0 & a^2 \cdot 2k_z + c^2 \cdot 2k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ \tau \end{bmatrix} \quad \text{σχέση 6.13}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ

Στις παραπάνω σταθερές όπου αναφέρονται με κεφαλαία γράμματα ($M,C,K,Z,\Omega_o,\Omega_d$) είναι πίνακες.

Όπως σημειώθηκε και παραπάνω η γωνιακή μετατόπιση θ εκφράζεται σε ακτίνια. Για την μετατροπή των ακτινίων σε μοίρες θα χρησιμοποιηθεί η σχέση 1.9 που μελετήθηκε στο πρώτο κεφαλαίο.

Γνωρίζοντας την γωνιακή μετατόπισης θ και μετατρέποντας την από ακτίνια σε μοίρες μπορεί κανείς να υπολογίσει τα πλάτη ταλάντωσης στις άκρες του σώματος:

$$A = \tan \theta^o \cdot \alpha \quad \text{σχέση 6.14}$$

Παράδειγμα 9
Μελέτη ταλαντώσεων σε παραλληλόγραμμο σώμα δυο διαστάσεων.
(αρχείο Mat lab: parallelogram_amp.m)

Ως μοντέλο εφαρμογής χρησιμοποιείται το παραλληλεπίπεδο σώμα της εικόνας 6.2 όπου έχει γραμμική πυκνότητα και οι διαστάσεις είναι:

Μήκος X : 1 m Ύψος Z : 0,3 m

Το βάρος του μοντέλου είναι 100 Kgr και η εξαναγκασμένη δύναμη ταλάντωσης είναι 100 N.

Εφαρμόζοντας δυο αντικραδασμικά συστήματα κάτω από το σώμα όπου το καθένα έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

Η ελαστικότητα και απόσβεση για τον κάθετο στον άξονα Z είναι:

$$k_Z = 35000 \text{ N/m} \qquad C_Z = 80 \text{ N sec/m}$$

και για τον οριζόντιο άξονα X: $k_X = 26250$ N/m $C_X = 60$ N sec/m

ο πίνακας της μάζας (σχέση 6.5) θα είναι: $\mathrm{M} = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 9{,}0833 \end{bmatrix}$

ο πίνακας της ελαστικότητας (σχέση 6.6) θα είναι: $K = \begin{bmatrix} 70.000 & 0 \\ 0 & 18.681 \end{bmatrix}$

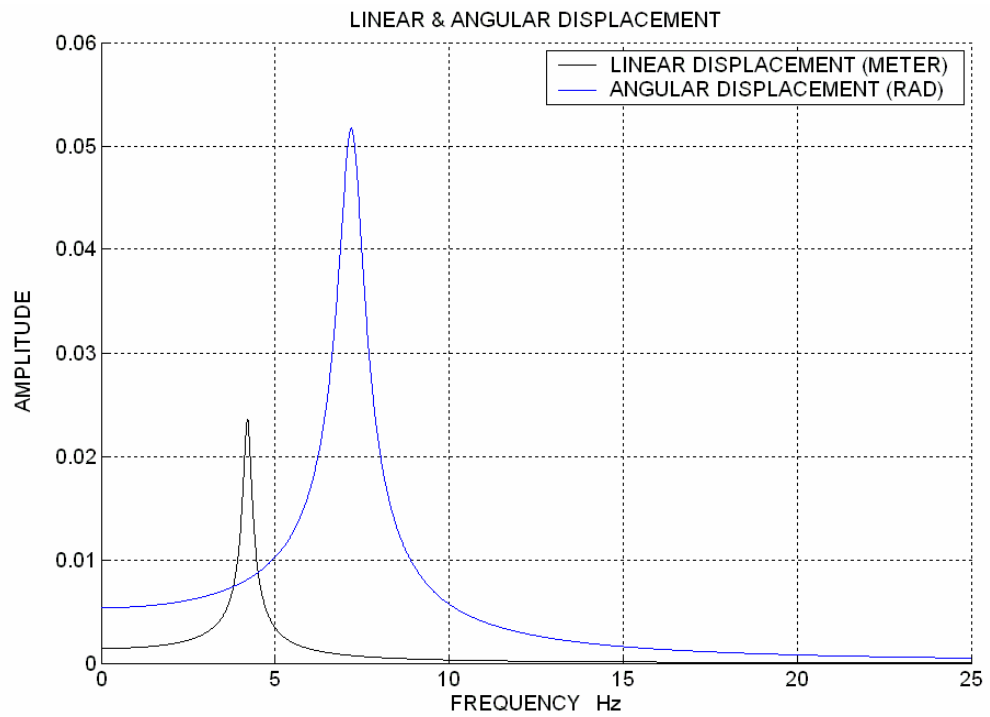
και της απόσβεσης (σχέση 6.7) θα είναι: $C = \begin{bmatrix} 160 & 0 \\ 0 & 42{,}7 \end{bmatrix}$

οπότε οι φυσικές και οι αποσβένουσες συχνότητες παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

	Φυσική συχνότητα	Αποσβένουσα συχνότητα
1ος τρόπος ταλάντωσης ή γραμμική μετατόπιση	4,2108 Hz	4,2089 Hz
2ος τρόπος ταλάντωσης ή γωνιακή μετατόπιση	7,2177 Hz	7,2080 Hz

Πίνακας 6.1
Συχνότητες της γωνιακής και της γραμμικής μετατόπισης

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αντίστοιχα πλάτη και για τους δυο τρόπους



Εικόνα 6.3
Γραμμική και γωνιακή μετατόπισης

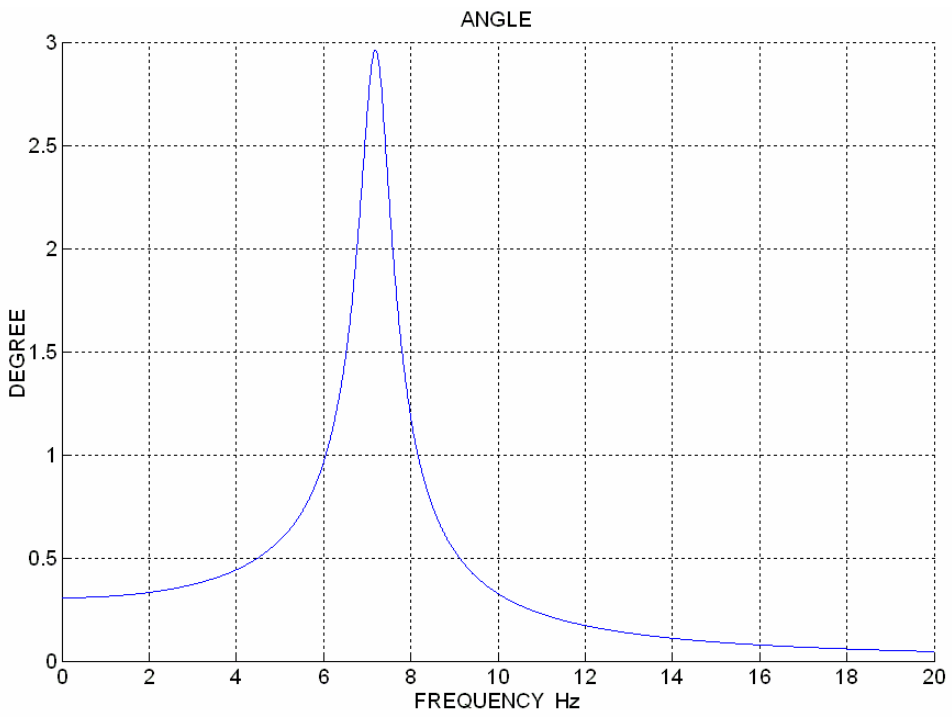
<u>Γραμμική μετατόπιση</u>

Για την γραμμική μετατόπιση το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης είναι 2,3616 cm

<u>Γωνιακή μετατόπιση</u>

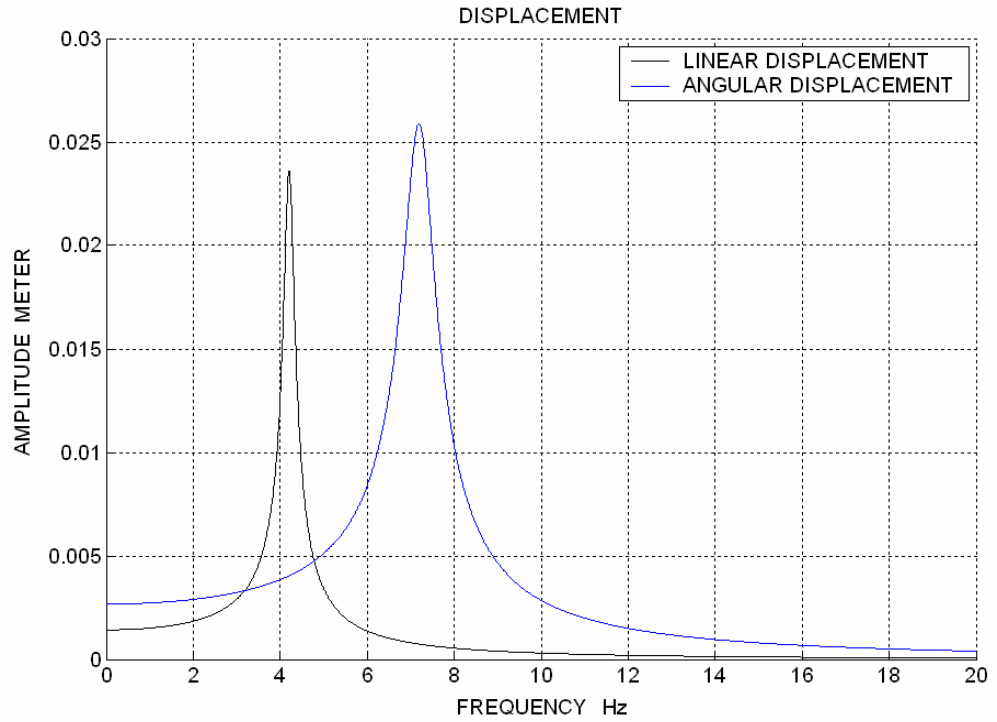
Για την γωνιακή μετατόπιση η μέγιστη γωνία κλίση σε ακτίνια είναι $5{,}1710 \cdot 10^{-2}$ rad και σε μοίρες $2{,}96^{o}$.

Για την στρεφόμενη κίνηση η γωνιακή μετατόπιση σε μοίρες για κάθε συχνότητα εμφανίζεται στο παρακάτω διάγραμμα:



Εικόνα 6.4
Γωνία μετατόπισης σε μοίρες

στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζονται τα πλάτη ταλάντωσης και των δυο κινήσεων (γραμμική και γωνιακή μετατόπιση).



Εικόνα 6.5
Πλάτη ταλάντωσης του παραλληλεπίπεδου σώματος

ΠΡΟΣΟΧΗ

Τα πλάτη της εικόνα 6.5 είναι για τα άκρα του σώματος.

Και για τους κραδασμούς έχουμε

η μέγιστη μεταδιδόμενη δύναμη για την γραμμική μετατόπιση (1° mode) είναι:

$F_{Trans_1} = 1656{,}1N$ και το Transmission Ratio σε dB 12,191 dB

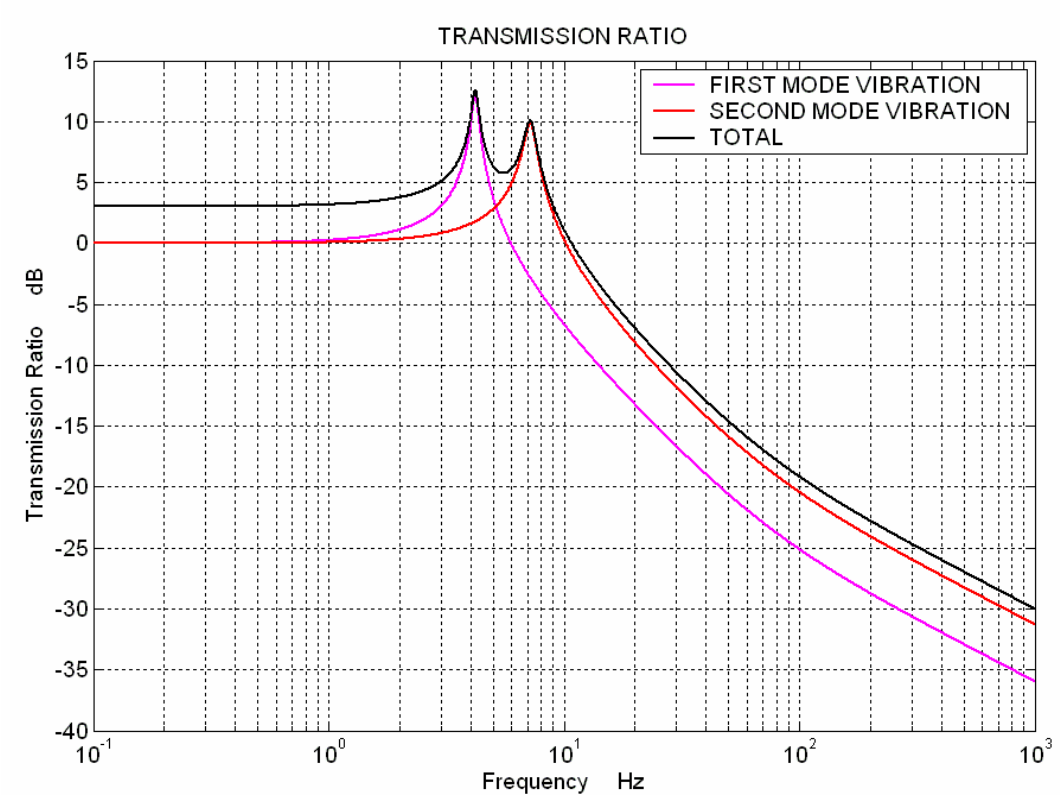
για την γωνιακή μετατόπιση (2° mode) είναι:

$F_{Trans_2} = 971{,}14N$ και το Transmission Ratio σε dB 9,873 dB

η συνολική μεταδιδόμενη δύναμη είναι το άθροισμα των δυο παραπάνω δυνάμεων, όποτε

$$F_{Total} = F_{Trans_1} + F_{Trans_2}$$

στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζονται για το συχνοτικό φάσμα από 0 έως 1000 Hz οι κραδασμοί που μεταδίδονται από το σώμα στο έδαφος.



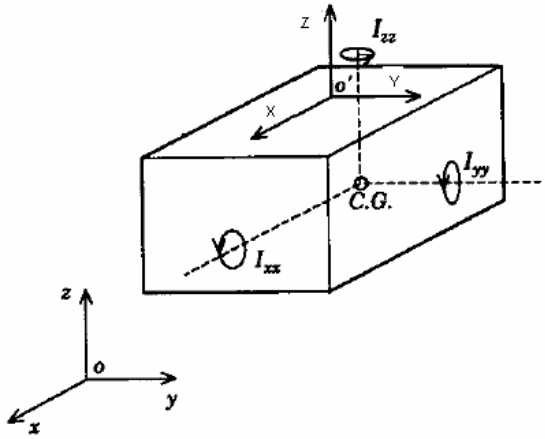
Εικόνα 6.6
Transmission Ratio παραλληλεπίπεδου σώματος
Με μοβ χρώμα είναι όταν το σώμα ταλαντώνεται κάθετα (γραμμική μετατόπιση), με πορτοκαλί είναι όταν στρέφεται γύρω από τον άξονα του (γωνιακή μετατόπιση) και με μαύρο είναι το συνολικό Transmission Ratio

6.2 Μελέτη ταλαντώσεων σε τρισδιάστατο σώμα γραμμικής πυκνότητας (6^{ου} DOF)

Σ' αυτή την παράγραφο θα μελετηθούν οι ταλαντώσεις του τρισδιάστατου γραμμικού σώματος με την μέθοδο των πολλαπλών βαθμών ελευθέριας (MDOF) και συγκεκριμένα οι βαθμοί θα είναι έξι.

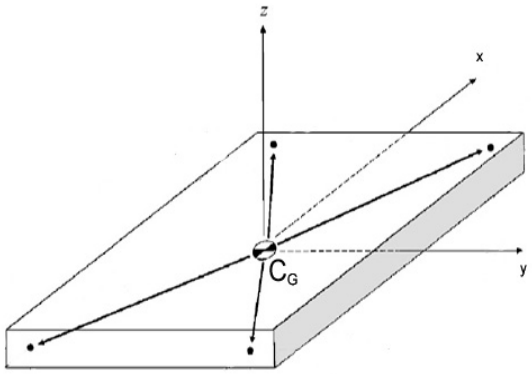
Οι διαστάσεις ενός τρισδιάστατου σώματος γραμμικής πυκνότητας (εικόνα 6.7.α και 6.7.β) ορίζονται:

Μήκος	άξονας x
Πλάτος	άξονας y
Ύψος	άξονας z



Εικόνα 6.7 α
Τρισδιάστατο σώμα Μήκος, πλάτος, ύψος

Στο γραμμικό τρισδιάστατο σώμα το κέντρο βάρος του σώματος θα είναι το κέντρο του σώματος.



Εικόνα 6.7 β
Τρισδιάστατο σώμα Μήκος, πλάτος, ύψος
Το κέντρο της βαρύτητας είναι στο κέντρο του σώματος.

6.2.1 Μετατοπίσεις γραμμικού σώματος

Η μέθοδος ονομάζεται 6^{ου} βαθμού ελευθέριας ονομάζεται έτσι διότι θα βγουν έξι διαφορετικές μετατοπίσεις. Οι τρεις μετατοπίσεις θα είναι γραμμικής μετατόπισης και οι άλλες τρεις γωνιακής μετατόπισης.

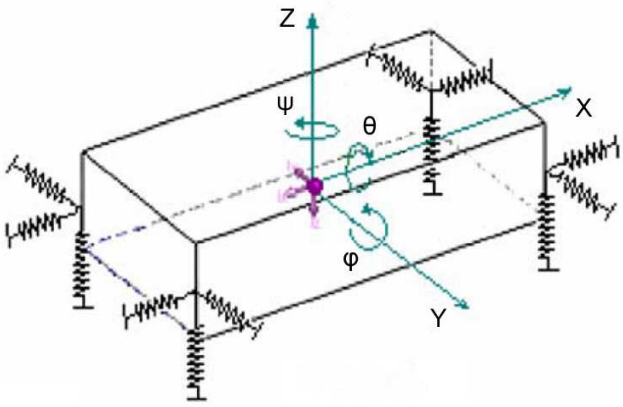
$$Q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \\ \varphi \\ \psi \end{bmatrix}$$

σχέση 6.15

x y z είναι οι γραμμικές μετατοπίσεις και υπολογίζονται σε μέτρα (meter)

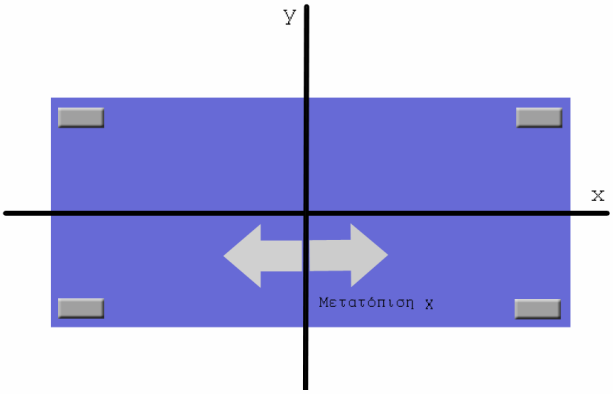
θ φ ψ είναι οι γωνιακές μετατοπίσεις και υπολογίζονται σε ακτίνια (rad)

Εικόνα 6.8
Τρισδιάστατο σώμα
Μετατοπίσεις γωνιακές και γραμμικές.

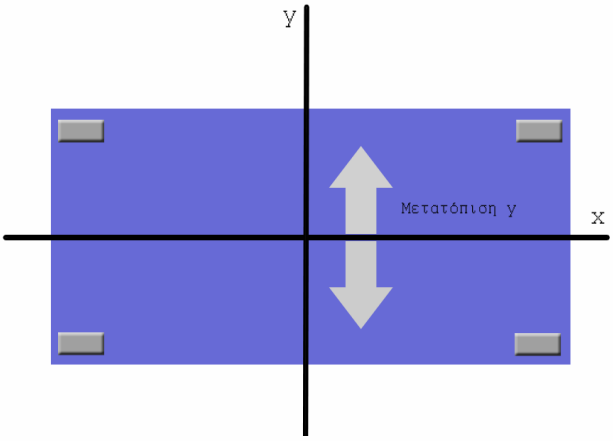


Το γραμμικό τρισδιάστατο σώμα όταν ταλαντώνεται θα εμφανίζονται 6 τρόποι ταλάντωσης.

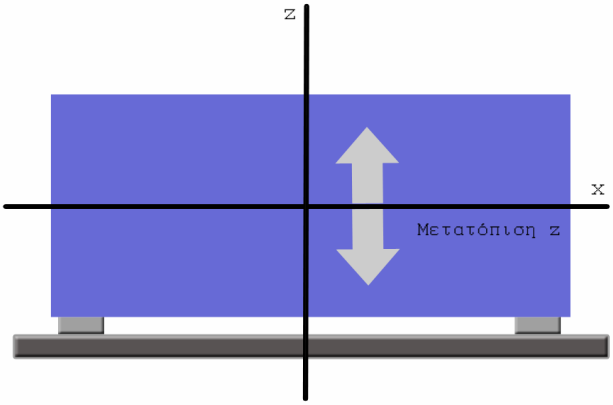
Οι τρεις τρόποι ταλάντωσης των γραμμικών μετατοπίσεων θα είναι οι εξής:



Εικόνα 6.9 α
Γραμμική μετατόπιση χ
Το σώμα μετατοπίζεται γραμμικά στον οριζόντιο άξονα χ και ο άξονας y είναι η θέση ισορροπίας

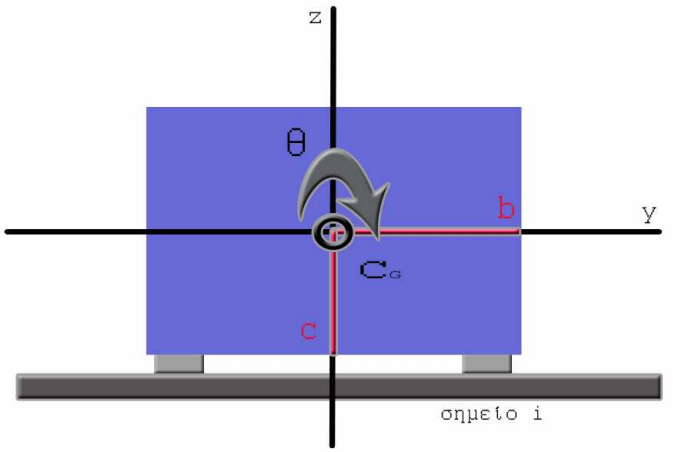


Εικόνα 6.9 β
Γραμμική μετατόπιση y
Το σώμα μετατοπίζεται γραμμικά στον οριζόντιο άξονα y και ο άξονας χ είναι η θέση ισορροπίας

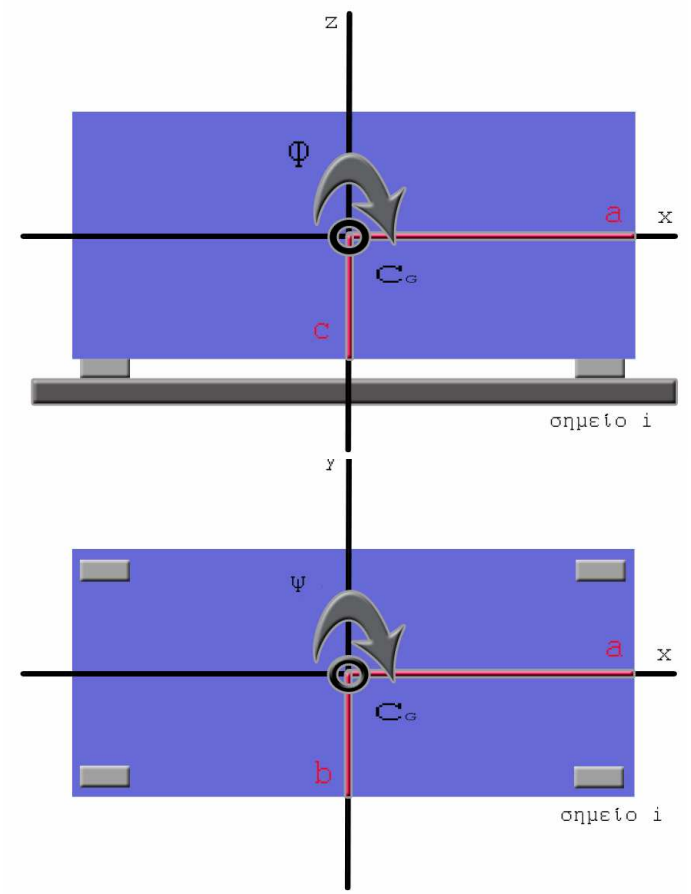


Εικόνα 6.9 γ
Γραμμική μετατόπιση z
Το σώμα μετατοπίζεται γραμμικά στον κάθετο άξονα z και ο άξονας χ είναι η θέση ισορροπίας

οι άλλοι τρεις τρόποι ταλάντωσης είναι γωνιακής μετατόπισης όπου το σώμα στρέφεται γύρω από το κέντ



Εικόνα 6.10 α
Γωνιακή μετατόπιση θ όπου το σώμα περιστρέφεται γύρω από τον άξονα χ

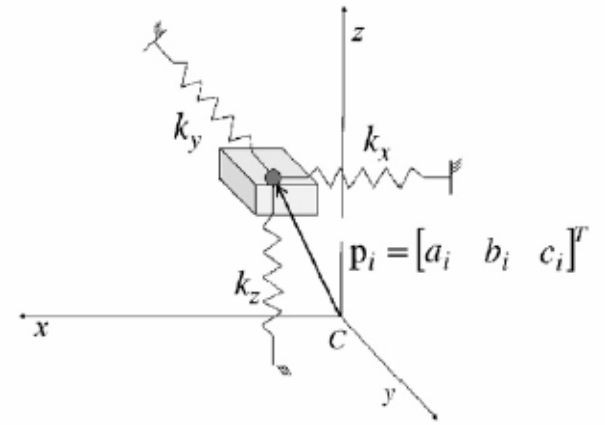


Εικόνα 6.10 β
Γωνιακή μετατόπιση φ όπου το σώμα περιστρέφεται γύρω από τον άξονα y

Εικόνα 6.10 γ
Γωνιακή μετατόπιση ψ όπου το σώμα περιστρέφεται γύρω από τον άξονα z

6.2.2 Προσδιορισμός της θέσης του αντικραδασμικου στο σώμα

Όπως παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφαλαίο η ελαστικότητα του αντικραδασμικου συστήματος δίνεται και για τις τρεις κατευθύνσεις.

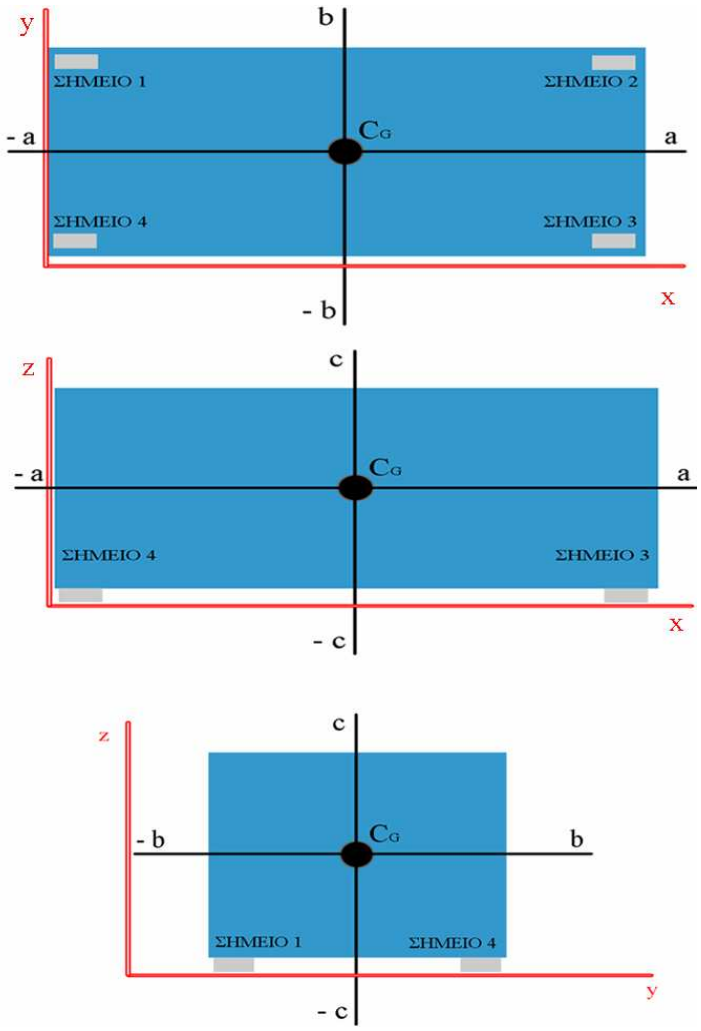


Εικόνα 6.11.α
Προσδιορισμός της θέσης του αντικραδασμικου στο σύστημα

k_x η ελαστικότητα στον οριζόντιο άξονα χ
k_y η ελαστικότητα στον οριζόντιο άξονα y
k_z η ελαστικότητα στον κάθετο άξονα z

Στο τρισδιάστατο σώμα το κάθε σημείο που έχει αντικραδασμικό σύστημα εκφράζεται: $p_i = [a_i \quad b_i \quad c_i]$

Όπου a_i b_i c_i είναι οι συντεταγμένες του σημείου p_i (i είναι ο αριθμός του αντικραδασμικού) από το κέντρο βάρους του σώματος.



Πιο συγκεκριμένα:

a_i είναι η απόσταση του κέντρου βάρους με το σημείο i ως προς τον οριζόντιο άξονα x

b_i είναι η απόσταση του κέντρου βάρους με το σημείο i ως προς τον οριζόντιο άξονα y

c_i είναι η απόσταση του κέντρου βάρους με το σημείο i ως προς τον κάθετο άξονα z

Εικόνα 6.11.β
Προσδιορισμός της θέσης του αντικραδασμικου στο σύστημα

6.2.3 Προσδιορισμός του πίνακα της μάζας

Η μάζα του τρισδιάστατου σώματος γραμμικής πυκνότητας εκφράζεται με τον παρακάτω πίνακα.

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mR_{CG,Z} & -mR_{CG,Y} \\ 0 & m & 0 & -mR_{CG,Z} & 0 & mR_{CG,X} \\ 0 & 0 & m & mR_{CG,Y} & -mR_{CG,X} & 0 \\ 0 & -mR_{CG,Z} & mR_{CG,Y} & I_{XX} & I_{XY} & I_{XZ} \\ mR_{CG,Z} & 0 & -mR_{CG,X} & I_{YX} & I_{YY} & I_{YZ} \\ -mR_{CG,Y} & mR_{CG,X} & 0 & I_{ZX} & I_{ZY} & I_{ZZ} \end{bmatrix} \quad \text{σχέση 6.16}$$

όπως και μελετήθηκε στο κεφαλαίο της ροπής όταν το σώμα είναι γραμμικής πυκνότητας τότε το κέντρο βάρους θα είναι το κέντρο του σώματος όποτε το σώμα θα περιστρέφεται γύρο από εκείνο το σημείο.

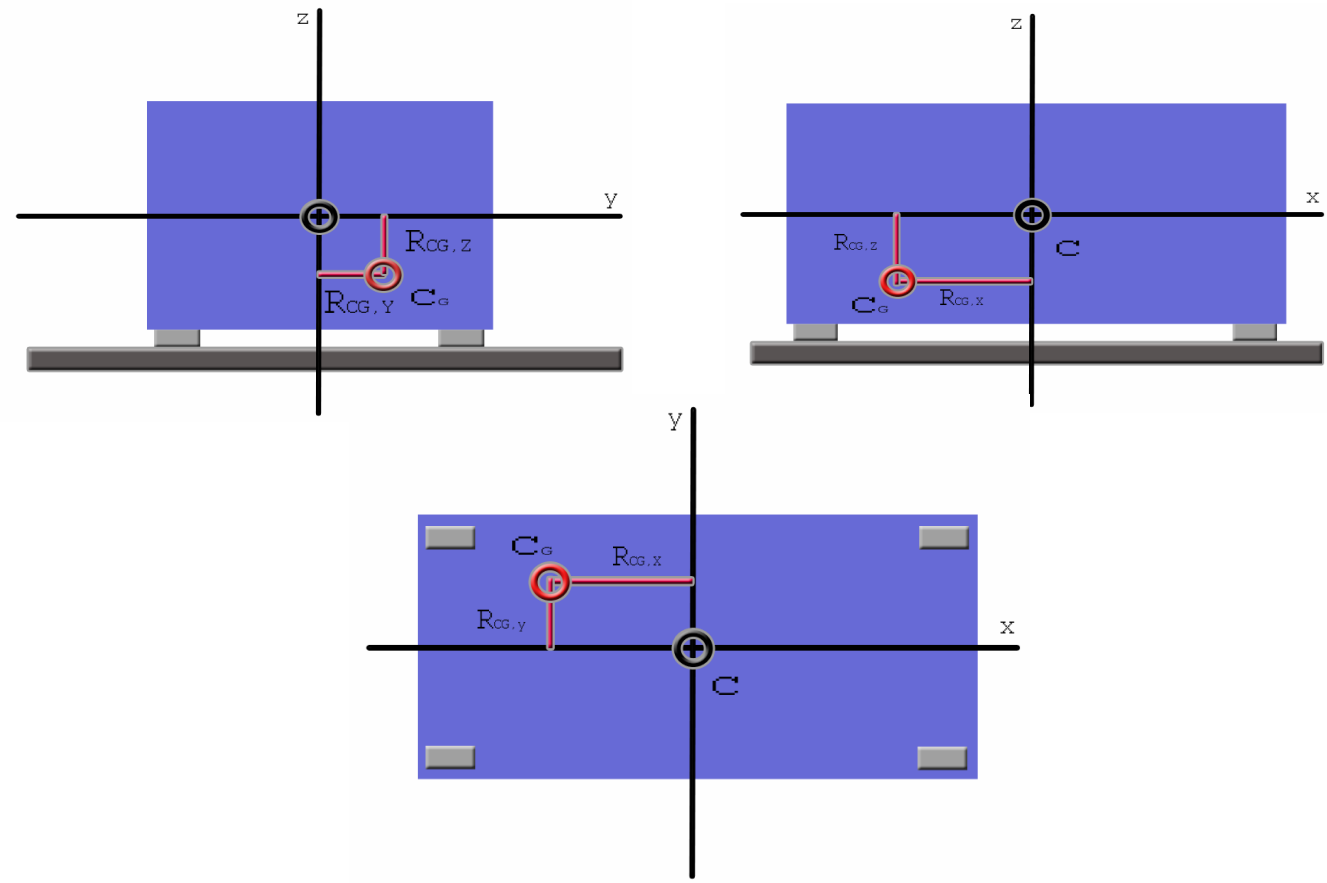
Σε αντίθετη περίπτωση που το σώμα είναι μη γραμμικής πυκνότητας τότε το κέντρο βάρους δεν θα είναι στην μέση. Όποτε σ’ αυτή την περίπτωση θα ισχύει:

$R_{CG,Z}$ είναι η απόσταση του κέντρου βάρους με το κέντρο του σώματος ως προς τον άξονα z

$R_{CG,Y}$ είναι η απόσταση του κέντρου βάρους με το κέντρο του σώματος ως προς τον άξονα y

$R_{CG,X}$ είναι η απόσταση του κέντρου βάρους με το κέντρο του σώματος ως προς τον άξονα x

προφανώς στο γραμμικό σώμα οι τιμές του $R_{CG,Z}$ $R_{CG,Y}$ $R_{CG,X}$ θα είναι μηδέν.



Εικόνα 6.12
Προσδιορισμός της θέσης του κέντρου βάρους σε σχέση με το κέντρο του σώματος

6.2.4 Προσδιορισμός του πίνακα της ελαστικότητας

Η ελαστικότητα K_i για το κάθε σημείο που έχει αντικραδασμικό σύστημα υπολογίζεται με την παρακάτω μέθοδο:

$$K_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -c_i & b_i \\ c_i & 0 & -a_i \\ -b_i & a_i & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & c_i & -b_i \\ 0 & 1 & 0 & -c_i & 0 & a_i \\ 0 & 0 & 1 & b_i & -a_i & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_i = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 & 0 & c_i k_x & -b_i k_x \\ 0 & k_y & 0 & -c_i k_y & 0 & a_i k_y \\ 0 & 0 & k_z & b_i k_z & -a_i k_z & 0 \\ 0 & -c_i k_y & b_i k_z & b_i^2 k_z + c_i^2 k_y & -a_i b_i k_z & -a_i c_i k_y \\ c_i k_x & 0 & -a_i k_Z & -a_i b_i k_z & a_i^2 k_z + c_i^2 k_x & -b_i c_i k_x \\ -b_i k_x & a_i k_y & 0 & -a_i c_i k_y & -b_i c_i k_x & a_i^2 k_y + b_i^2 k_x \end{bmatrix} \quad \text{σχέση 6.17}$$

Σύμφωνα με την συνολική ελαστικότητα του συστήματος και τις μετατοπίσεις (γωνιακές και γραμμικές) οι δυνάμεις επαναφοράς θα είναι:

$$KX = \underbrace{\begin{bmatrix} nk_x & 0 & 0 & 0 & k_x\sum_i c_i & -k_x\sum_i b_i \\ 0 & nk_y & 0 & -k_y\sum_i c_i & 0 & k_y\sum_i a_i \\ 0 & 0 & nk_z & k_z\sum_i b_i & -k_z\sum_i a_i & 0 \\ 0 & -k_y\sum_i c_i & k_z\sum_i b_i & k_z\sum_i (b_i)^2 + k_y\sum_i (c_i)^2 & -k_z\sum_i a_i b_i & -k_y\sum_i a_i c_i \\ k_x\sum_i c_i & 0 & -k_Z\sum_i a_i & -k_z\sum_i a_i b_i & k_z\sum_i (a_i)^2 + k_x\sum_i (c_i)^2 & -k_x\sum_i b_i c_i \\ -k_x\sum_i b_i & k_y\sum_i a_i & 0 & -k_y\sum_i a_i c_i & -k_x\sum_i b_i c_i & k_y\sum_i (a_i)^2 + k_x\sum_i (b_i)^2 \end{bmatrix}}_{K} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \\ \varphi \\ \psi \end{bmatrix}}_{Q} \quad \text{σχέση 6.18}$$

6.2.5 Προσδιορισμός του πίνακα της απόσβεσης

με τον ίδιο τρόπο υπολογίζεται και η απόσβεση για κάθε σημείο i. Όποτε ο πίνακας για την απόσβεση είναι:

$$C_i = \begin{bmatrix} C_x & 0 & 0 & 0 & c_i C_x & -b_i C_x \\ 0 & C_y & 0 & -c_i C_y & 0 & a_i C_y \\ 0 & 0 & C_z & b_i C_z & -a_i C_z & 0 \\ 0 & -c_i C_y & b_i C_z & b_i^2 C_z + c_i^2 C_y & -a_i b_i C_z & -a_i c_i C_y \\ c_i C_x & 0 & -a_i C_z & -a_i b_i C_z & a_i^2 C_z + c_i^2 C_x & -b_i c_i C_x \\ -b_i C_x & a_i C_y & 0 & -a_i c_i C_y & -b_i c_i C_x & a_i^2 C_y + b_i^2 C_x \end{bmatrix} \quad \text{σχέση 6.19}$$

και οι αποσβένουσες δυνάμεις:

$$C\dot{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} nC_x & 0 & 0 & 0 & C_x\sum_i c_i & -C_x\sum_i b_i \\ 0 & nC_y & 0 & -C_y\sum_i c_i & 0 & C_y\sum_i a_i \\ 0 & 0 & nC_z & C_z\sum_i b_i & -C_z\sum_i a_i & 0 \\ 0 & -C_y\sum_i c_i & C_z\sum_i b_i & C_z\sum_i (b_i)^2 + C_y\sum_i (c_i)^2 & -C_z\sum_i a_i b_i & -C_y\sum_i a_i c_i \\ C_x\sum_i c_i & 0 & -C_Z\sum_i a_i & -C_z\sum_i a_i b_i & C_z\sum_i (a_i)^2 + C_x\sum_i (c_i)^2 & -C_x\sum_i b_i c_i \\ -C_x\sum_i b_i & C_y\sum_i a_i & 0 & -C_y\sum_i a_i c_i & -C_x\sum_i b_i c_i & C_y\sum_i (a_i)^2 + C_x\sum_i (b_i)^2 \end{bmatrix}}_{C} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}}_{\dot{Q}} \quad \text{σχέση 6.20}$$

Στην συγκεκριμένη περίπτωση θα έχουμε 6 mode (τρόπους ταλάντωσης) όπου οι φυσικές συχνότητες αυτών των mode θα είναι:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{nk_x}{m}} \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{nk_y}{m}} \qquad \omega_3 = \sqrt{\frac{nk_z}{m}}$$

$$\omega_4 = \sqrt{\frac{k_z \sum_i (b_i)^2 + k_y \sum_i (c_i)^2}{I_{XX}}} \qquad \omega_5 = \sqrt{\frac{k_z \sum_i (a_i)^2 + k_x \sum_i (c_i)^2}{I_{YY}}} \qquad \omega_6 = \sqrt{\frac{k_y \sum_i (a_i)^2 + k_x \sum_i (b_i)^2}{I_{ZZ}}}$$

όπως στην περίπτωση του πρώτου βαθμού ελευθέριας έτσι και σ' αυτή την περίπτωση η εξίσωση κίνησης θα είναι:

$$M\ddot{Q} + C\dot{Q} + KQ = F$$

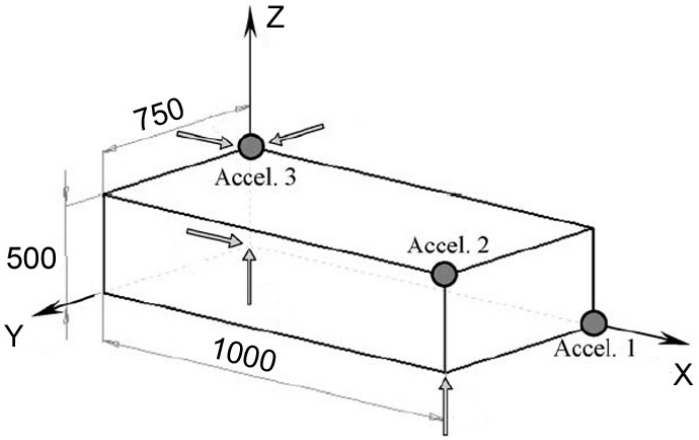
μετά την εύρεση των μετατοπίσεων (πίνακας Q σχέση 6.15) το επόμενο βήμα είναι η εύρεση των μεταδιδόμενων δυνάμεων για κάθε αντικραδασμικό σύστημα με τη γνωστή σχέση:

$$F_{Tri} = Q \cdot \sqrt{K_i^{\,2} + \omega^2 C_i^{\,2}}$$

<u>Εφαρμογή 3 Μελέτη ταλαντώσεων σε τρισδιάστατο γραμμικό σώμα (MDOF)</u>

Το μοντέλο της εφαρμογής είναι ο ανεμιστήρας που παρουσιάστηκε στην εφαρμογή 1, το βάρος του είναι m = 1000 Kgr όπου όταν είναι σε λειτουργία ταλαντώνεται με δύναμη Fo = 1000 N στην συχνότητα των 30 Hz . Σ' αυτή την εφαρμογή θα χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο 6^{ου} βαθμού ελευθέριας.

Σ' αυτή την εφαρμογή θα ληφθούν υπόψην οι διαστάσεις του σώματος όπου είναι:



Εικόνα 6.13
Διαστάσεις τρισδιάστατου σώματος

Μήκος:	1 meter
Πλάτος:	0,75 meter
Ύψος:	0,5 meter

Σε κάθε γωνία κάτω από το σώμα εφαρμόζεται και ένα αντικραδασμικό σύστημα.

Τα αντικραδασμικά που χρησιμοποιούνται είναι τα ίδια που χρησιμοιηθηκαν και στην εφαρμογή 1 (SM.LS 2300) της εταιρίας Farrat.

Ελαστικότητα: $k_z = 418.000$ N / m $k_x = 245.900$ N / m $k_y = 245.900$ N / m

Απόσβεση: $C_Z = 350,0$ N sec/m $C_x = 204,7$ N sec/m $C_y = 204,7$ N sec/m

Το σώμα λαμβάνεται ως ομογενές όποτε το κέντρο βάρους του σώματος είναι στο κέντρο του σώματος.

Οι ροπές του γραμμικού σώματος είναι:

$$I = \begin{bmatrix} I_{XX} & I_{XY} & I_{XZ} \\ I_{YX} & I_{YY} & I_{YZ} \\ I_{ZX} & I_{ZY} & I_{ZZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 67,708 & 0 & 0 \\ 0 & 104,166 & 0 \\ 0 & 0 & 130,208 \end{bmatrix}$$

και εφόσον $R_{CG,z}$ $R_{CG,y}$ $R_{CG,x}$ είναι μηδέν τότε ο πίνακας της μάζας γίνεται:

$$M = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 67,708 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 104,166 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 130,208 \end{bmatrix}$$

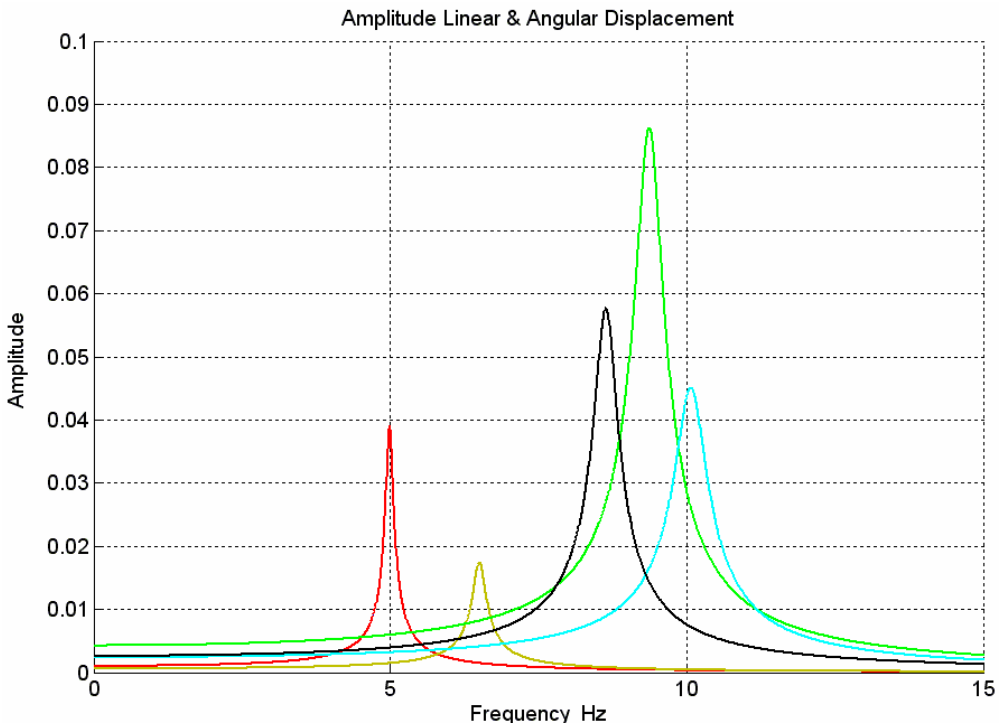
ο πίνακας της συνολικής ελαστικότητας θα είναι:

$$K = \begin{bmatrix} 983.600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 983.600 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.672.000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 235.130 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 418.000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 384.220 \end{bmatrix}$$

και για την συνολική απόσβεση θα ισχύει:

$$C = \begin{bmatrix} 816 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 816 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1400 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 196,88 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 350 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 318,75 \end{bmatrix}$$

Παρακάτω παρουσιάζονται σε γραφικά διαγράμματα τα πλάτη ταλάντωσης των γραμμικών και γωνιακών μετατοπίσεων του τρισδιάστατου γραμμικού σώματος.



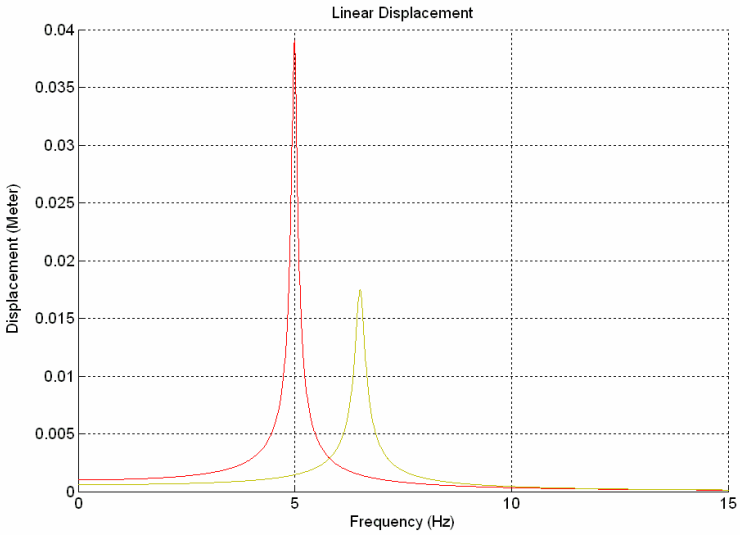
Εικόνα 6.14
Γραμμικές και γωνιακές μετατοπίσεις
με κόκκινο χρώμα είναι η γραμμική μετατόπιση x και y με κίτρινο είναι γραμμική μετατόπιση z,
με πράσινο χρώμα είναι η γωνιακή μετατόπιση θ, με κυανό η γωνιακή μετατόπιση φ και με μαύρο είναι η γωνιακή μετατόπιση ψ

		Φυσική συχνότητα συντονισμού f_o (H_z)	Πλάτος στατικής μετατόπισης		Μέγιστο πλάτος μετατόπισης	
			Meter	Rad	Meter	Rad
Γραμμική Μετατόπιση	x (κόκκινο)	4,99	$1,02 \cdot 10^{-3}$		$3,91 \cdot 10^{-2}$	
	y (κόκκινο)	4,99	$1,02 \cdot 10^{-3}$		$3,91 \cdot 10^{-2}$	
	z (κίτρινο)	6,51	$5,98 \cdot 10^{-4}$		$1,75 \cdot 10^{-2}$	
Γωνιακή Μετατόπιση	θ (πράσινο)	9,38		$4,25 \cdot 10^{-3}$		$8,62 \cdot 10^{-2}$
	φ (κυανό)	10,08		$2,39 \cdot 10^{-3}$		$4,51 \cdot 10^{-2}$
	ψ (μαύρο)	8,64		$2,60 \cdot 10^{-3}$		$5,78 \cdot 10^{-2}$

Πίνακας 6.2
Συχνότητες πλάτη γραμμικής και γωνιακής μετατόπισης

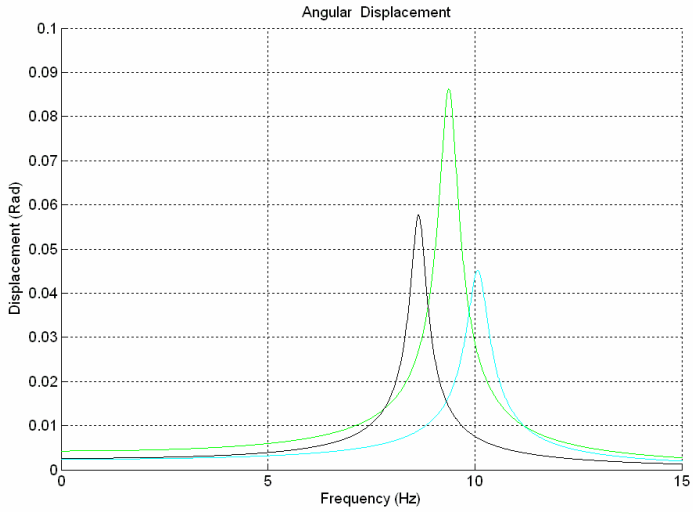
Η γραμμική μετατόπιση x και y έχουν την ίδια συχνότητα συντονισμού και το ίδιο πλάτος γιατί η απόσβεση και η ελαστικότητα για τους οριζόντιους άξονες x και y είναι ίδιοι.

Γραμμική μετατόπιση:

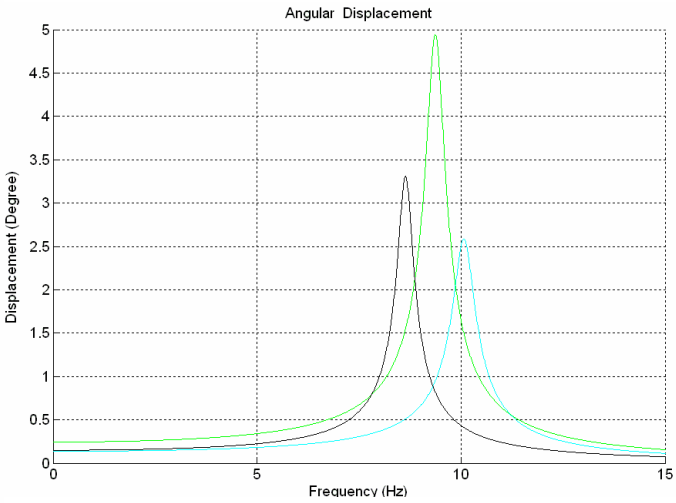


Εικόνα 6.15.α
Γραμμικές μετατοπίσεις (μετρα)
Με κόκκινο χρώμα είναι η γραμμικές οριζόντιες μετατοπίσεις x kai y και με κίτρινο είναι η κάθετη μετατόπιση z

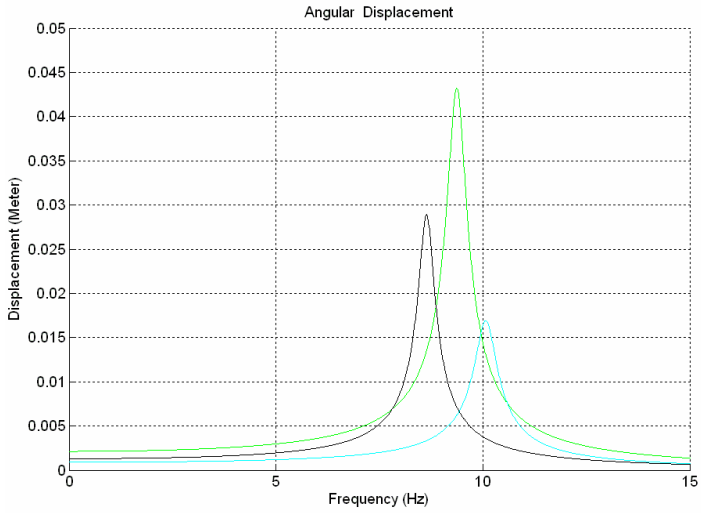
Γωνιακή μετατόπιση:



Εικόνα 6.15.β
Γραμμικές μετατοπίσεις (rad)



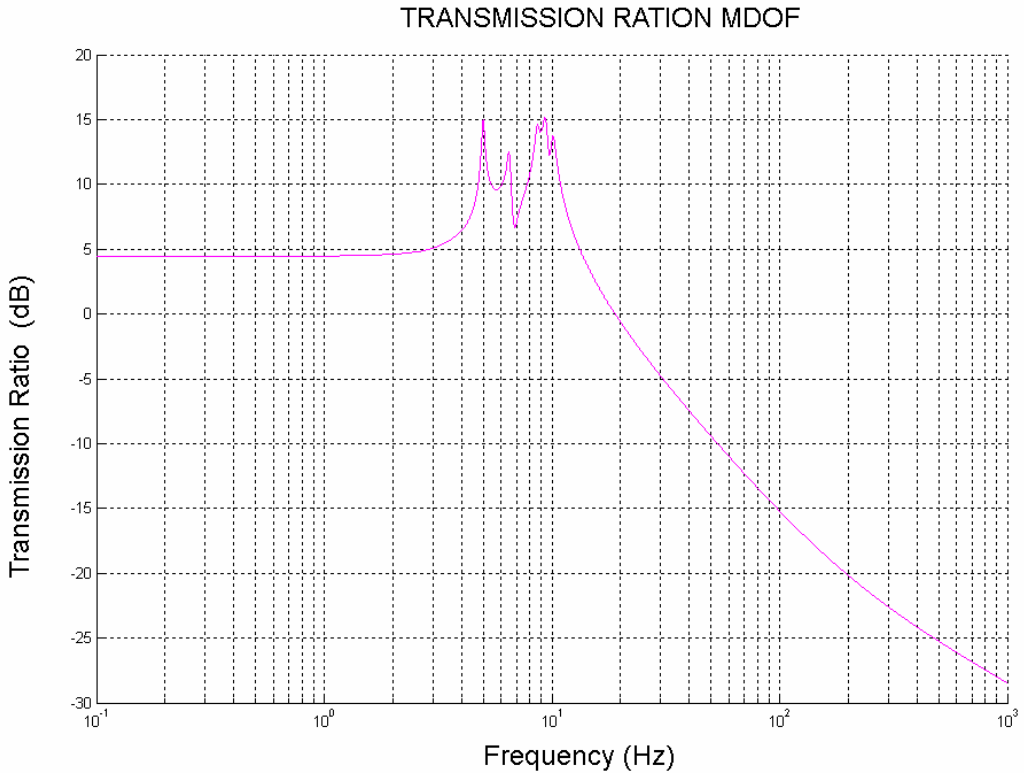
Εικόνα 6.15.γ
Γραμμικές μετατοπίσεις (μοίρες)



Εικόνα 6.15.δ
Γραμμικές μετατοπίσεις (μέτρα)

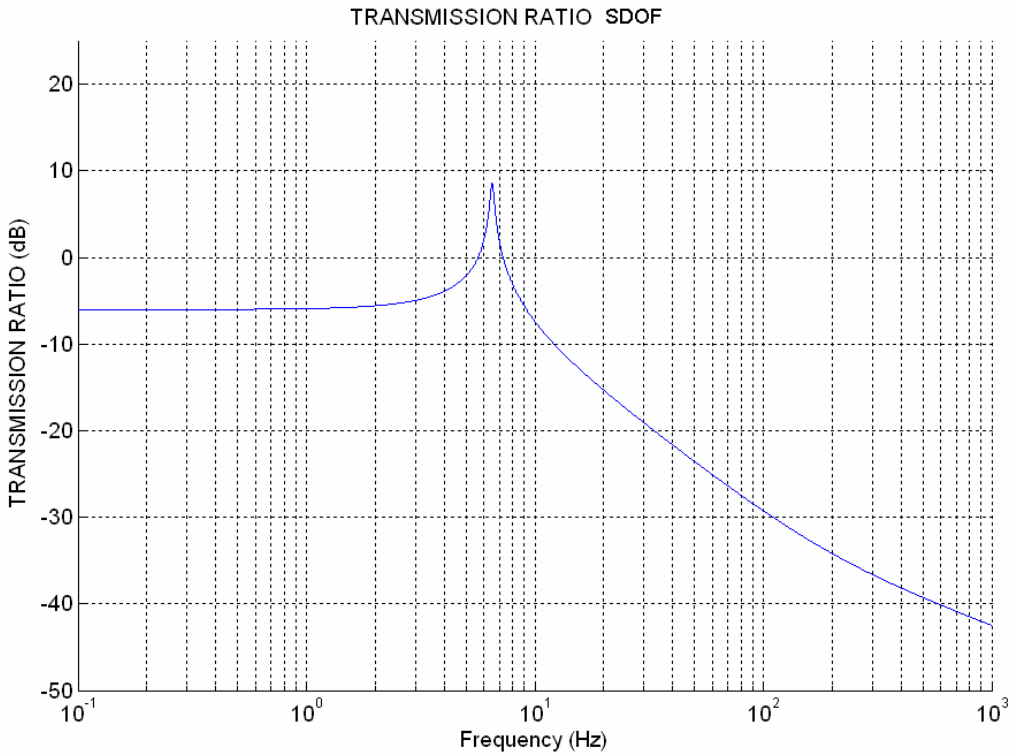
Με πράσινο είναι η γωνιακή μετατόπιση θ με κυανό η γωνιακή μετατόπιση φ και με μαύρο η γωνιακή μετατόπιση ψ

Παρακάτω παρουσιάζονται οι κραδασμοί σε κάθε σημείο που υπάρχει αντικραδασμικό σύστημα



Εικόνα 6.16.α
Transmission Ratio με την μέθοδο MDOF για κάθε σημείο όπου έχει αντικραδασμικό σύστημα

παρατηρώντας τις γραφικές παραστάσεις Εικόνα 6.16.α και Εικόνα 6.16.β και τις τιμές κραδασμών του πίνακα μπορεί κανείς να παρατηρήσει τις διάφορες στους υπολογισμούς κραδασμών μεταξύ των δυο μεθόδων (SDOF και MDOF).



Εικόνα 6.16.β
Transmission Ratio με την μέθοδο SDOF για κάθε σημείο όπου έχει αντικραδασμικό σύστημα.

	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ									
	1	2	5	10	20	30	40	80	120	160
SDOF	-5,92	-5,59	-2,15	-7,36	-15,26	-19,03	-21,58	-27,43	-30,59	-32,66
MDOF	4,46	4,61	15,00	13,4	-0,61	-4,75	-7,42	-13,37	-16,56	-18,63

	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ		
	250	500	1000
SDOF	-35,50	-39,24	-42,46
MDOF	-21,50	-25,21	-28,44

Πίνακας 6.3
Transmission Ratio γραμμικού σώματος με την μέθοδο SDOF και MDOF

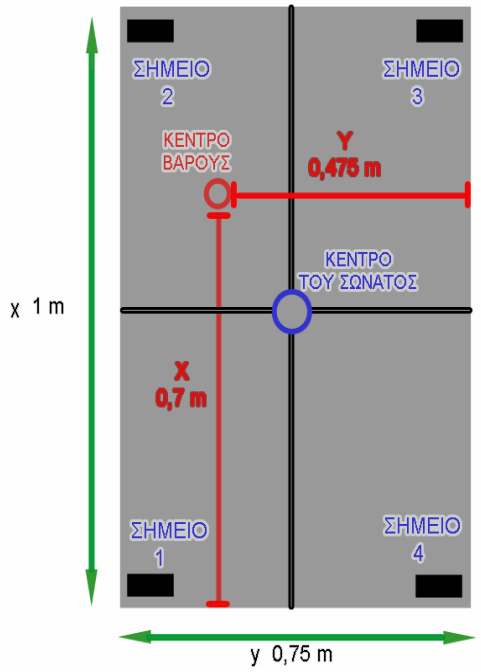
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Από την παραπάνω σύγκριση παρατηρείται αρκετά μεγάλη διάφορα στον υπολογισμό της μεταδιδόμενης δύναμης στην συχνότητα μελέτης (30 Hz). Αυτό γίνεται διότι με την απλή μέθοδο 1^{ου} βαθμού ελευθέριας (SDOF) υπολογίζεται η μεταδιδόμενη δύναμη από το σώμα στο έδαφος μόνο με την κάθετη μετατόπιση. Στην πραγματικότητα το σώμα δεν ταλαντώνεται μόνο κάθετα αλλά κάνει και άλλες κινήσεις, έτσι με την μέθοδο πολλαπλών βαθμών ελευθέριας (MDOF) δίνεται η δυνατότητα μελέτης πολλαπλών κινήσεων του σώματος πέραν της κάθετης ταλάντωσης. Η μέθοδος πολλαπλών βαθμών ελευθέριας εκφράζει περισσότερο την πραγματικότητα και έτσι πετυχαίνει κανείς μεγαλύτερη ακρίβεια στον υπολογισμό την μεταδιδόμενης δύναμης.

Η απλή μέθοδος χρησιμοποιείται ως πρώτη προσέγγιση και λόγω της περιορισμένης κατανόησης του φαινομένου. Προτιμότερο είναι να γίνεται η μελέτη με την μέθοδο πολλαπλών βαθμών ελευθέριας για να έχουμε καλύτερα αποτελέσματα και με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Εφαρμογή 4 Τρισδιάστατο μη ομογενές σώμα (MDOF)

Το μοντέλο της εφαρμογής έχει τις ίδιες διαστάσεις και βάρος με το μοντέλο της εφαρμογής 3 (γραμμικό σώμα). Το κέντρο βάρους του σώματος προσδιορίζεται στην εικόνα 6.17



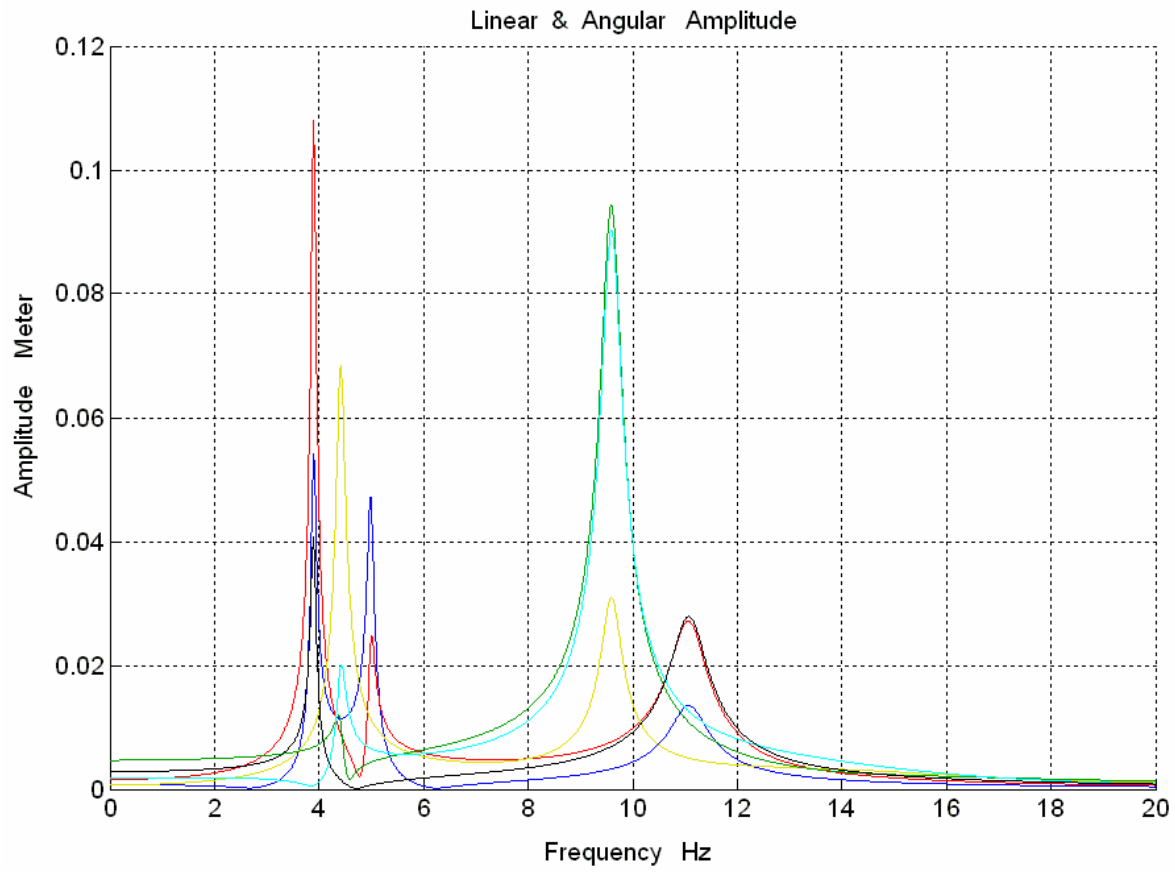
Οι διαστάσεις του σώματος είναι:

Μήκος: 1 meter
Πλάτος: 0,75 meter
Ύψος: 0,5 meter

Το σημείο του κέντρου βάρους για το οριζόντιο άξονα z είναι στο κέντρο.

εικόνα 6.17
προσδιορισμός του κέντρου βάρους

στο παρακάτω γράφημα παρουσιάζονται τα πλάτη ταλάντωσης γραμμικά και γωνιακά.

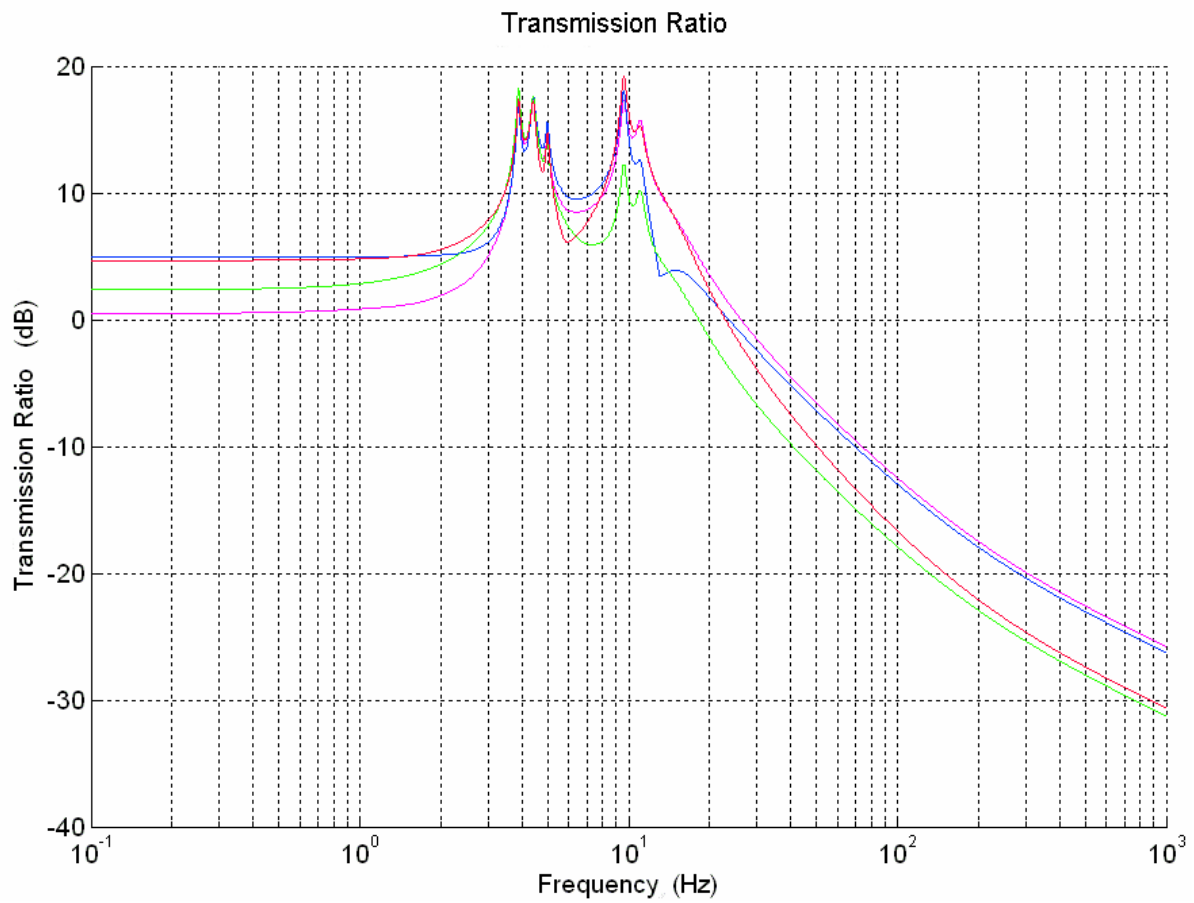


εικόνα 6.18
γραμμικά και γωνιακά πλάτη ταλάντωσης του μη ομογενές σώματος

		Μέγιστο πλάτος μετατόπισης						
		Meter	Rad	Μοίρες	Meter στα σημεία			
					1	2	3	4
Γραμμική Μετατόπιση	x (μπλε)	$5{,}42\cdot10^{-2}$						
	y (κόκκινο)	$1{,}08\cdot10^{-1}$						
	z (κίτρινο)	$6{,}84\cdot10^{-2}$						
Γωνιακή Μετατόπιση	θ (πράσινο)		$9.44\cdot10^{-2}$	5,41	$2{,}60\cdot10^{-2}$	$2{,}60\cdot10^{-2}$	$4{,}50\cdot10^{-2}$	$4{,}50\cdot10^{-2}$
	φ (κυανό)		$9.02\cdot10^{-2}$	5,17	$6{,}33\cdot10^{-2}$	$2{,}71\cdot10^{-2}$	$2{,}71\cdot10^{-2}$	$6{,}33\cdot10^{-2}$
	ψ (μαύρο)		$4.07\cdot10^{-2}$	2,33	$3{,}06\cdot10^{-2}$	$6{,}74\cdot10^{-3}$	$2{,}28\cdot10^{-2}$	$3{,}44\cdot10^{-2}$

Πίνακας 6.4
Transmission Ratio μη ομογενούς σώματος με την μέθοδο SDOF και MDOF

στην συνεχεία υπολογίστηκε το Transmission Ratio για κάθε σημείο. Με την βοήθεια του παρακάτω γραφήματος εικόνα 6.18 και του πίνακα με τις τιμές του Transmission Ratio μπορεί να δει κανείς τις διάφορες των κραδασμών σε κάθε σημείο.



εικόνα 6.18

Transmission Ratio του μη ομογενές σώματος

με κόκκινο χρώμα το σημείο 1, με πράσινο χρώμα το σημείο 2, με μπλε χρώμα το σημείο 3, με μοβ χρώμα το σημείο 4

		ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ Hz								
		1	2	5	10	20	30	40	80	120
TRANSMISSION RATIO dB	Σημείο 1 dB	4,80	5,52	14,66	16,37	2,32	- 3,90	- 7,45	-14,60	- 18,18
	Σημείο 2 dB	2,85	4,37	14,28	9,76	1,45	- 6,70	- 9,74	-16,04	- 18,28
	Σημείο 3 dB	4,96	5,10	15,55	14,45	1,79	- 2,40	- 5,12	- 11,14	- 14,33
	Σημείο 4 dB	0,84	1,90	14,38	15,01	3,51	- 1,51	- 4,44	- 10,63	- 13,86

		ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ Hz			
		160	250	500	1000
TRANSMISSION RATIO dB	Σημείο 1 dB	- 20,45	- 23,51	- 27,36	- 30,63
	Σημείο 2 dB	- 21,38	- 24,27	- 28,00	- 31,29
	Σημείο 3 dB	- 16,41	- 19,29	- 23,00	- 26,23
	Σημείο 4 dB	- 15,95	- 18,83	- 22,55	- 25,78

Πίνακας 6.5

Transmission Ratio μη ομογενούς σώματος στα σημεία 1, 2, 3 και 4 με την μέθοδο MDOF

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Στο σημείο 2 όπου είναι και πιο κοντά στο κέντρο βάρους του σώματος παρουσιάζεται ο χαμηλότερος λόγος Transmission Ratio και αυτό γίνεται διότι τα γωνιακά πλάτη ταλάντωσης για το σημείο 2 σε μέτρα είναι τα πιο μικρά σε σχέση με τα άλλα σημεία

Με την βοήθεια του σχεδιαγράμματος της εικόνας 6.16 και της μεθόδου εύρεσης υπολογισμού τοπικού βάρους (Load distribution method) παράγραφο 5.10.1 βρέθηκαν τα τοπικά βάρη για το μοντέλο όπου είναι:

Τοπικά βάρη (Kgr)	
Σημείο 1	190,00
Σημείο 2	443,33
Σημείο 3	256,66
Σημείο 4	110,00
Σύνολο	1000,00

Πίνακας 6.6
Τοπικά βάρη κάτω από τα 4 σημεία του σόματος

Σύμφωνα με τα τοπικά βάρη του σώματος υπολογίστηκαν οι ελαστικότητες και οι αποσβέσεις για κάθε αντικραδασμικό σύστημα έτσι ώστε το κάθε σημείο να συντονίζεται στην συχνότητα συντονισμού (για τον οριζόντιο άξονα x, y στα 4,99 Hz και για τον κάθετο άξονα z στα 6,51 Hz).

	Σημείο 1	Σημείο 2	Σημείο 3	Σημείο 4
kx (N/m)	186.884,0	436.059,4	252.450,8	108196,0
ky (N/m)	186.884,0	436.059,4	252.450,8	108196,0
kz (N/m)	317.680,0	741.247,8	429.135,5	183.920,0

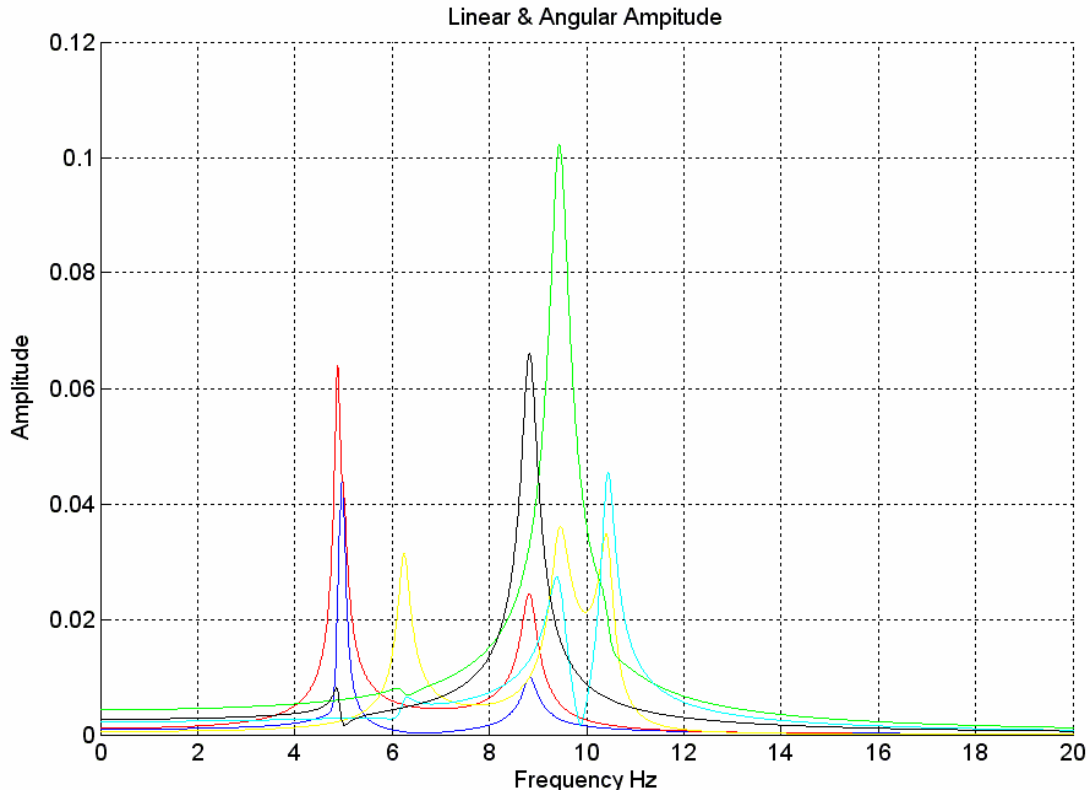
Πίνακας 6.7
Ελαστικότητες για τα 4 σημεία του σώματος

Αντίστοιχα η απόσβεση θα είναι:

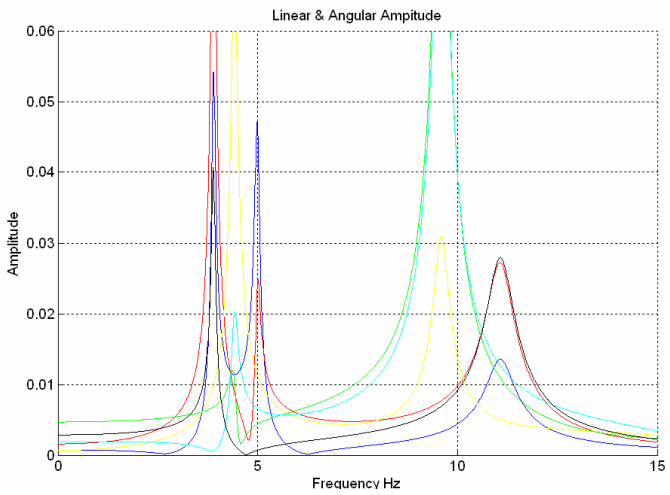
	Σημείο 1	Σημείο 2	Σημείο 3	Σημείο 4
Cx (N sec/m)	155,04	361,75	198,7	89.76
Cy (N sec/m)	155,04	361,75	198,7	89.76
Cz (N sec/m)	266,00	620,66	358,4	154,0

Πίνακας 6.8
Αποσβέσεις για τα 4 σημεία του σώματος

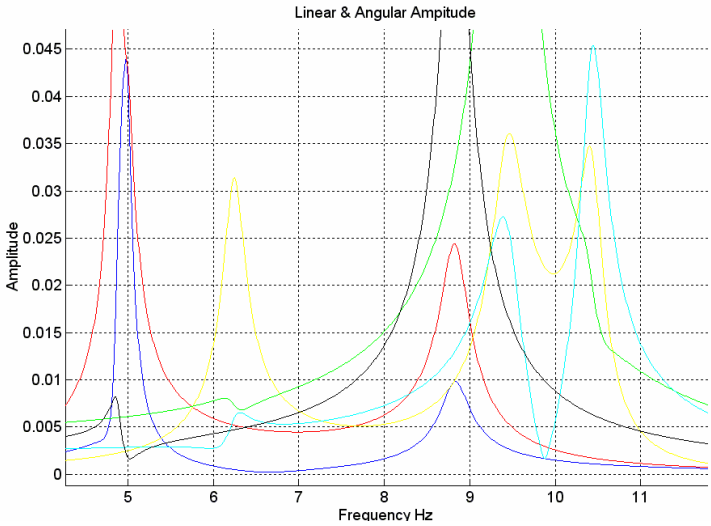
Για το σημείο 1 STA-5012-60 Για το σημείο 2 SM.LR 3900
Για το σημείο 3 SM.LR 2400 Για το σημείο 4 SM.CT 1000



εικόνα 6.23
γραμμικά και γωνιακά πλάτη ταλάντωσης του μη ομογενους σώματος με την μέθοδο της προσαρμογής των αντικραδασμικών

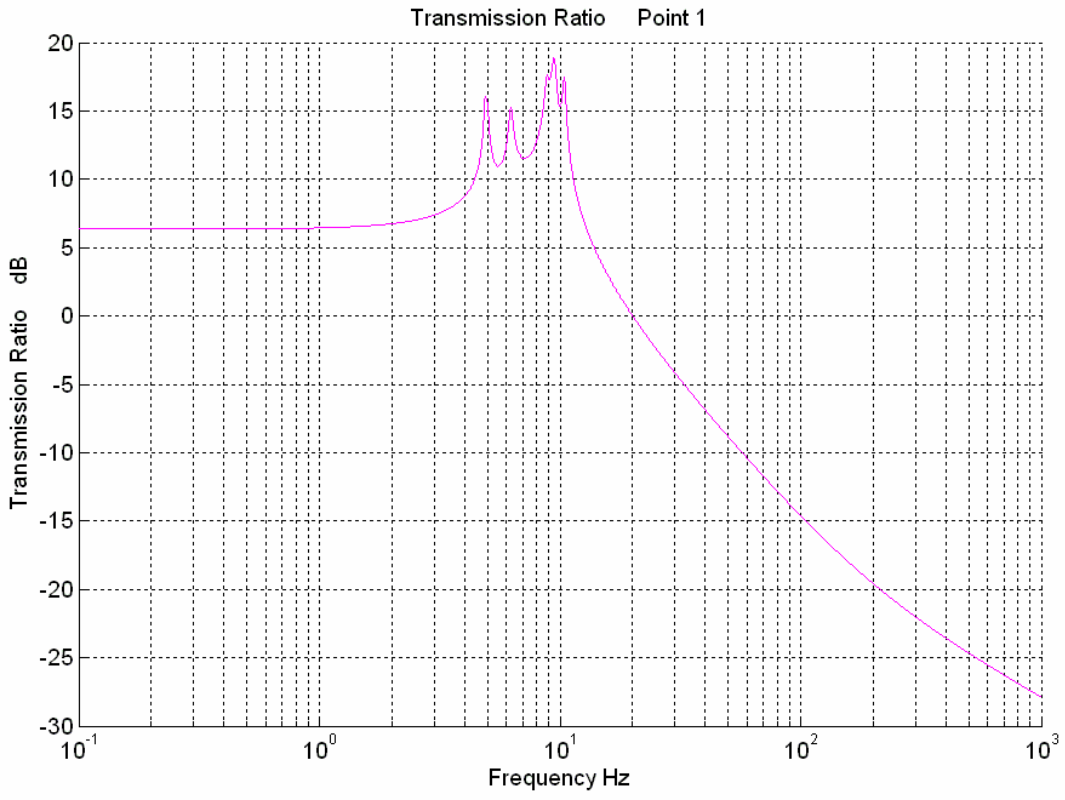


εικόνα 6.24.α
μεγέθυνση της εικόνας εικόνα 6.17

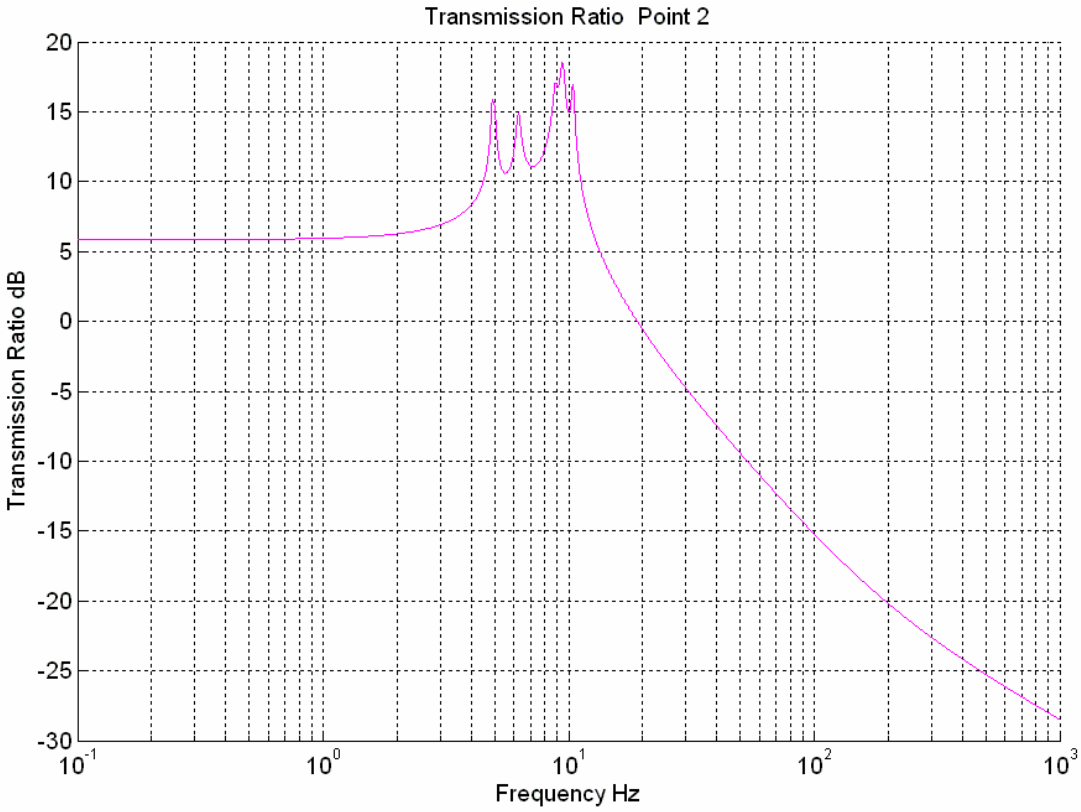


εικόνα 6.24.β
μεγέθυνση της εικόνας εικόνα 6.23

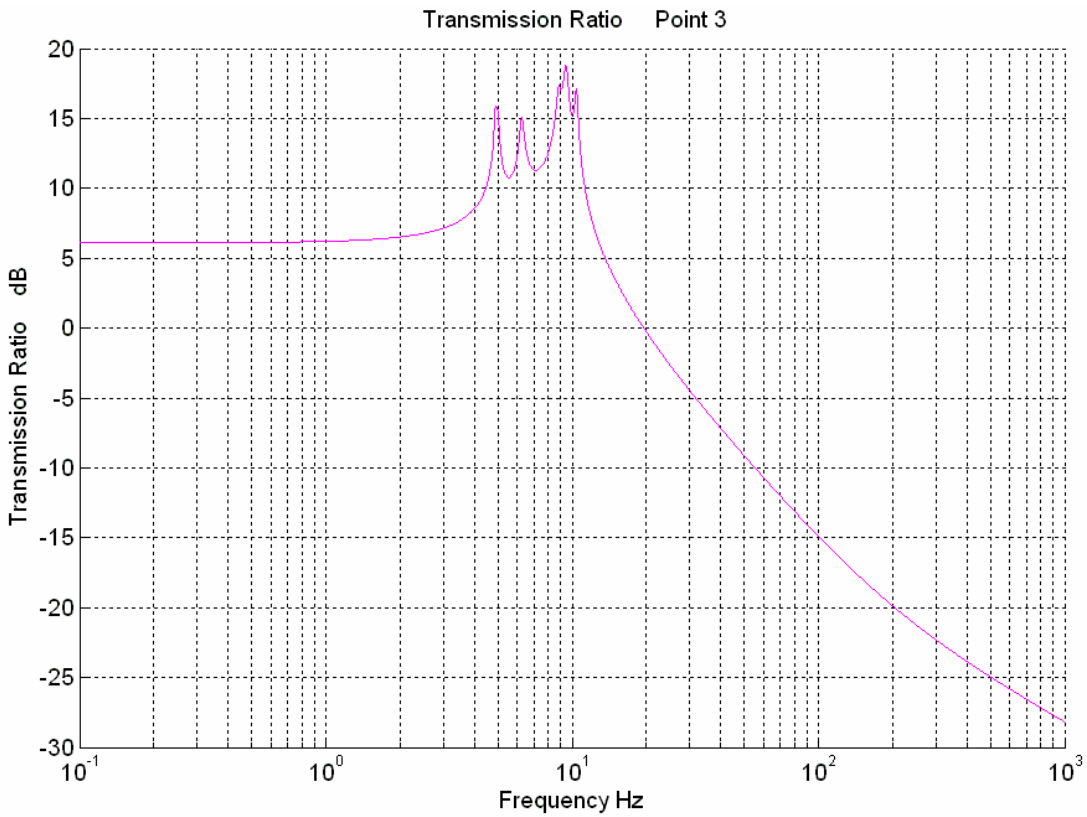
Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζετε το Transmission Ratio για κάθε σημείο του μη ομογενούς σώματος.



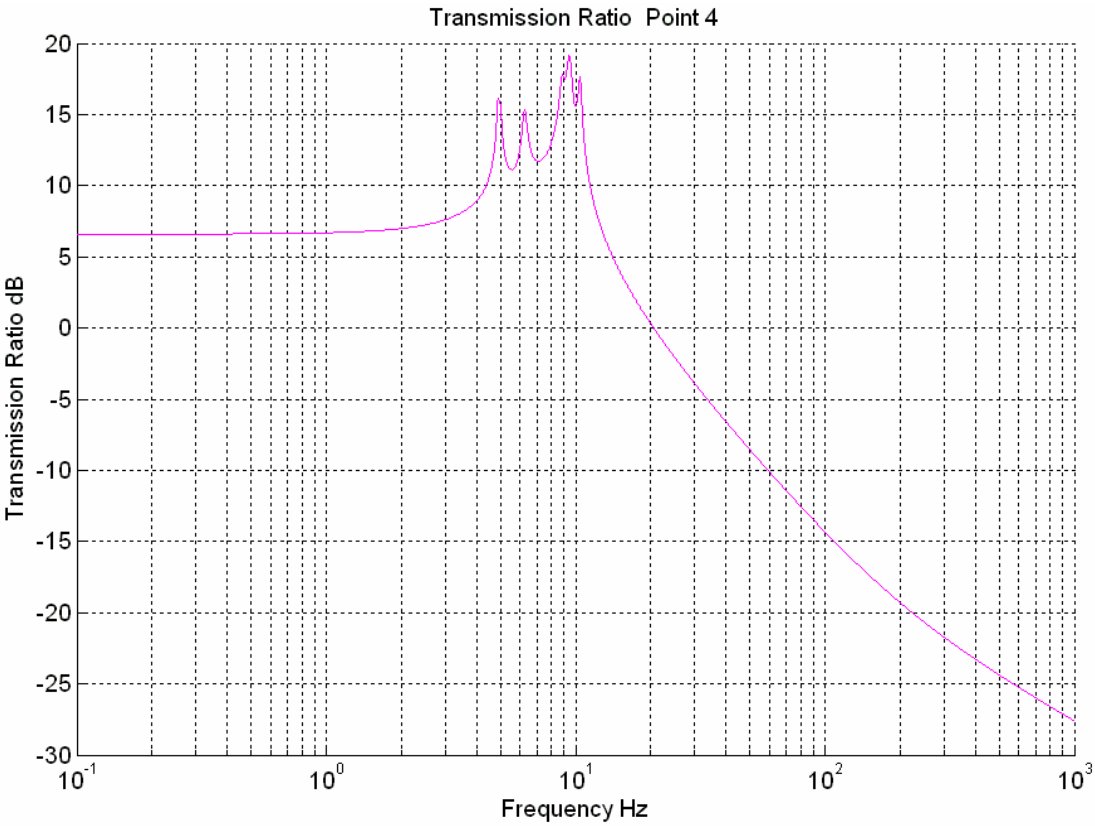
εικόνα 6.25
Transmission Ratio σημείο 1



εικόνα 6.26
Transmission Ratio σημείο 2



εικόνα 6.27
Transmission Ratio σημείο 3



εικόνα 6.28
Transmission Ratio σημείο 4

		ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ Hz								
		1	2	5	10	20	30	40	80	120
TRANSMISSION RATIO dB	Σημείο 1 dB	6,44	6,75	15,54	15,33	0,04	-4,75	-6,82	-12,79	-15,97
	Σημείο 2 dB	5,94	6,26	15,33	15,00	-0,56	-4,75	-7,42	-13,38	-16,57
	Σημείο 3 dB	6,21	6,52	15,42	15,24	-0,26	-4,44	-7,11	-13,08	-16,26
	Σημείο 4 dB	6,69	6,99	15,63	15,57	0,31	-3,86	-6,54	-12,50	-15,69

		ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ Hz			
		160	250	500	1000
TRANSMISSION RATIO dB	Σημείο 1 dB	-18,05	20,92	-24,64	-27,86
	Σημείο 2 dB	-18,65	-21,52	-25,24	-28,46
	Σημείο 3 dB	-18,34	-21,21	-24,92	-28,15
	Σημείο 4 dB	-17,76	-20,63	-24,35	-27,58

Πίνακας 6.9
Transmission Ratio μη ομογενούς σώματος στα σημεία 1, 2, 3 και 4 με την μέθοδο MDOF

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Με την προσαρμογή των αντικραδασμικών οι κραδασμοί για κάθε σημείο είναι σχεδόν οι ίδιοι για κάθε σημείο και είναι περίπου οι ίδιες τιμές με το γραμμικό σώμα. Αυτό γίνεται διότι με την προσαρμογή των αντικραδασμικών χαρακτηριστικών σύμφωνα με το βάρος για κάθε σημείο, το μη ομογενές σώμα συμπεριφέρεται σαν γραμμικό

Βλέπε εικόνα 6.24.α και εικόνα 6.24.β

τα πλάτη ταλάντωσης ομαλοποιούνται και το σώμα συμπεριφέρεται σαν γραμμικό.

Κεφάλαιο 7ο

Πειραματικό Μέρος
Σύγκριση μετρήσεων σε πραγματικό σύστημα με τα αποτελέσματα των υπολογισμών

Κεφάλαιο 7ο Πειραματικό Μέρος – Σύγκριση μετρήσεων σε πραγματικό σύστημα με τα αποτελέσματα των υπολογισμών

7.1 Παρουσίαση πραγματικού μοντέλου

Το μοντέλο όπου έγινε η μελέτη είναι το **climmaventa HCAN 0061**

Η μονάδα αυτή είναι εγκαταστημένη στην ταράτσα του studio. Η ανάγκη μόνωσης αυτής της μονάδας προέκυψε λόγω του ότι σχεδιαζόταν να εγκατασταθεί ακριβώς πάνω από το studio. Εάν εγκαθιστοταν η μονάδα χωρίς την αντικραδασμική μόνωση τότε την ώρα λειτουργίας της μονάδας οι κραδασμοί θα μεταφέρονταν στην ταράτσα με αποτέλεσμα να έχουμε αύξηση του θορύβου στο studio.

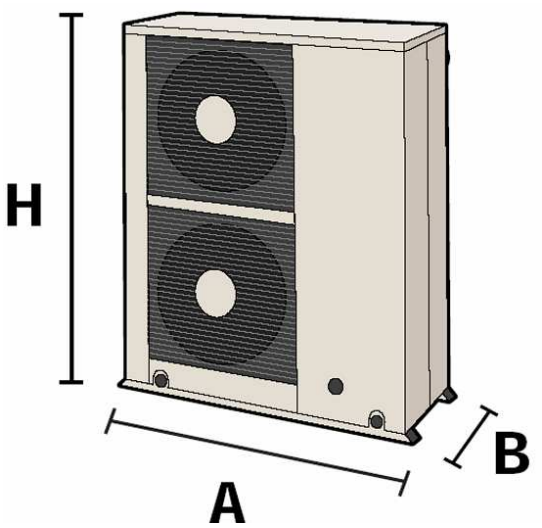
Με την εφαρμογή των αντικραδασμικών υλικών κάτω από την μονάδα μειώνονται οι κραδασμοί που μεταδίδονται από την μονάδα στην ταράτσα, επόμενος έχουμε μείωση του μεταδιδόμενου θορύβου στο studio.

Εικόνα 7.1.α
Πραγματικό μοντέλο

Εικόνα 7.1.β
Πραγματικό μοντέλο

7.2 Διαστάσεις πραγματικού μοντέλου

Οι διαστάσεις της μονάδας εμφανίζονται παρακάτω:

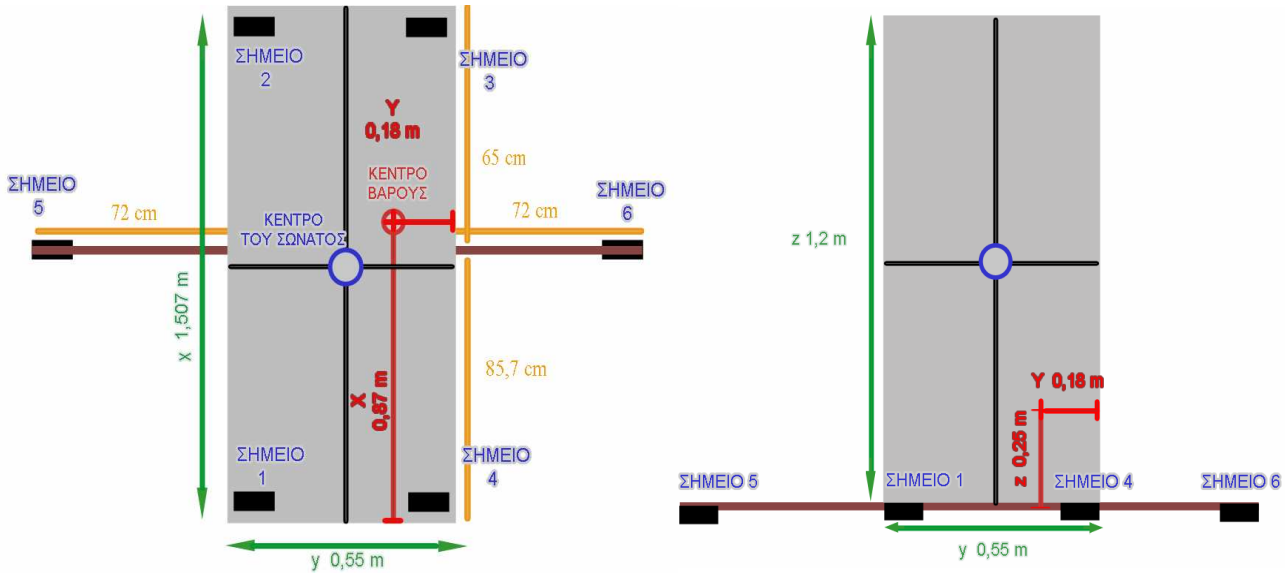


Εικόνα 7.2
Διαστάσεις του πραγματικού μοντέλου

ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)		ΒΑΡΟΣ (Kgr)
Α Μήκος	1507	228
Β Πλάτος	550	
Η Ύψος	1200	

Πίνακας 7.1
Διαστάσεις και βάρος πραγματικού μοντέλου

Με το παρακάτω σχεδιάγραμμα προσδιορίζεται το κέντρο βάρος του σώματος και οι θέσεις των αντικραδασμικών ελαστικών



Εικόνα 7.3
Διαστάσεις του πραγματικού μοντέλου

Στα σημεία 1 έως 6 είναι τα σημεία με τα αντικραδασμικά ελαστικά. Όλα τα αντικραδασμικά υλικά που χρησιμοποιούνται κάτω από την μηχανή είναι της εταιρίας Vibro.

7.3 Αντικραδασμικά υλικά

Ο τύπος και ο αριθμός των αντικραδασμικών που είναι τοποθετημένα σε κάθε σημείο είναι ο εξής:

	Vibro EM 2 (Άσπρο)	*Vibro* - EP Κόκκινο (12,5x12,5x2,5cm)
	Αριθμός ποσότητας	Αριθμός ποσότητας
Σημεία 1,2,3,4	1	1
Σημεία 5 και 6	-	2

Πίνακας 7.2
Διαστάσεις και βάρος πραγματικού μοντέλου

Οι ελαστικότητες των αντικραδασμικών είναι οι εξής:

Στα σημεία 1,2,3,4 έχει από μια στρώση *Vibro* - EP Κόκκινο (12,5x12,5x2,5cm) και ένα από ένα Vibro EM 2 (Άσπρο) όπου είναι συνδεμένα σε σειρά και συνολική ελαστικότητα για το κάθε σημείο (1,2,3,4) είναι 187.500 N/m

Στα σημεία 5 και 6 έχει μια διπλή στρώση από *Vibro* - EP Κόκκινο (12,5x12,5x2,5cm) και συνολική ελαστικότητα για το κάθε σημείο (5 και 6) είναι 250.000 N/m

7.4 Μετρήσεις

Πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις των κραδασμών πάνω και κάτω από το αντικραδασμικο σύστημα. Έγινε προσομοίωση για κάθε σημείο και με τις δυο μεθόδους (SDOF ΚΑΙ MDOF). Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με τις τιμές των μετρήσεων.

7.4.1 Εξοπλισμός

Για την πραγματοποίηση των μετρήσεων χρησιμοποιήθηκε ο εξής εξοπλισμός:

- Λογισμικό dBFA
- Symponie 01 dB
- Επιταχυντομεντρο
- Ηλεκτρονικός υπολογιστής

Κατά την ώρα των μετρήσεων η μονάδα ήταν σε λειτουργία

7.4.2 Σημεία μέτρησης και μελέτης

Τα σημεία που επιλέχθηκαν να γίνουν οι μετρήσεις είναι το σημείο 4 και 6. Σύμφωνα μ’ αυτά τα σημεία έγινε η προσομοίωση και με τις δυο μεθόδους (SDOF και MDOF)

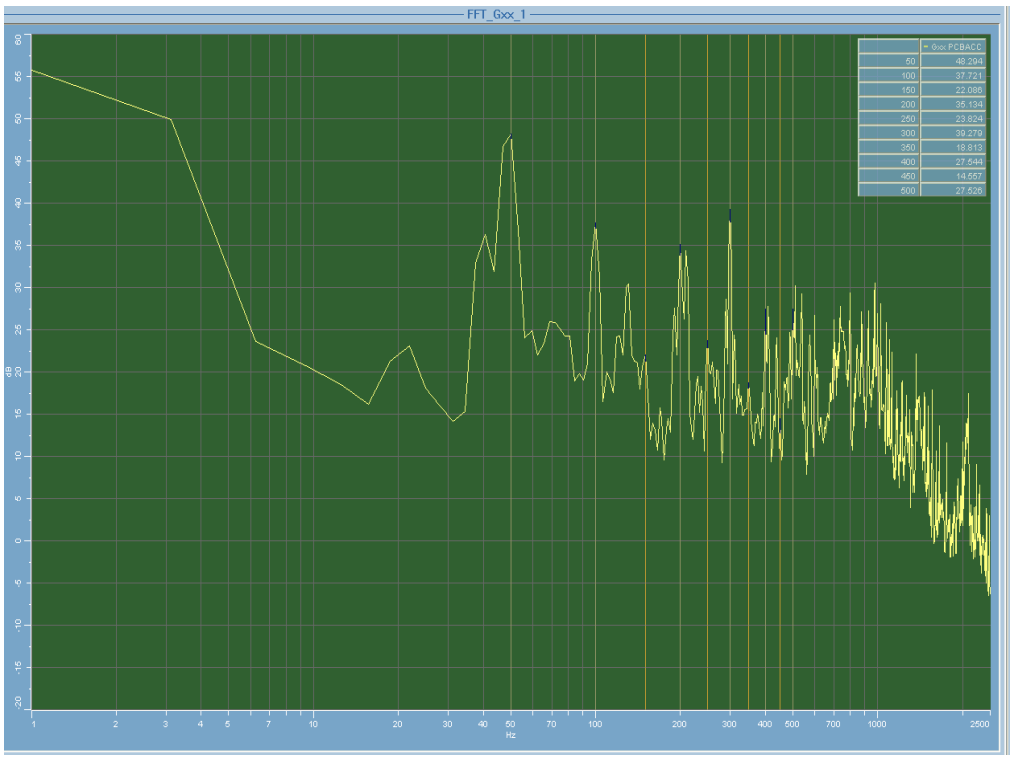
7.4.2.1 Σημείο μελέτης 4

Εικόνα 7.4
Μετρήσεις στο σημείο 4

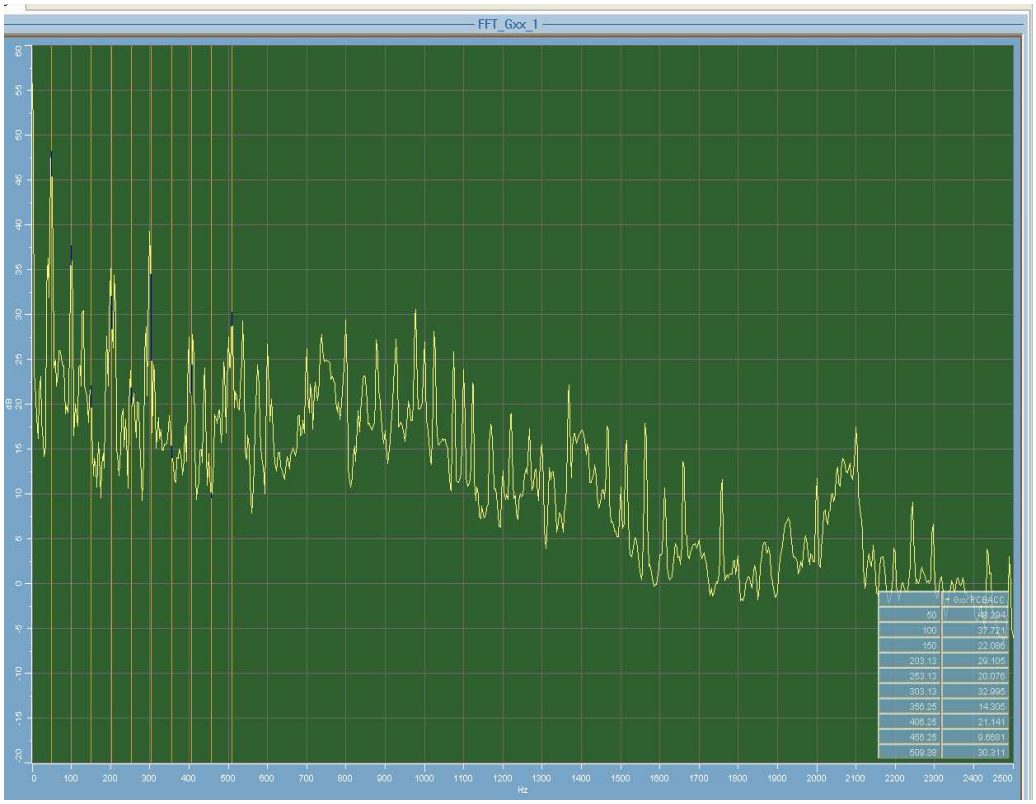
Τοποθετήθηκε το επιταχυνσόμετρο επάνω στο αντικραδασμικό σύστημα και έπειτα κάτω από το αντικραδασμικο.

Στα παρακάτω γραφήματα παρουσιάζονται οι μετρήσεις:

Πάνω στο αντικραδασμικο:

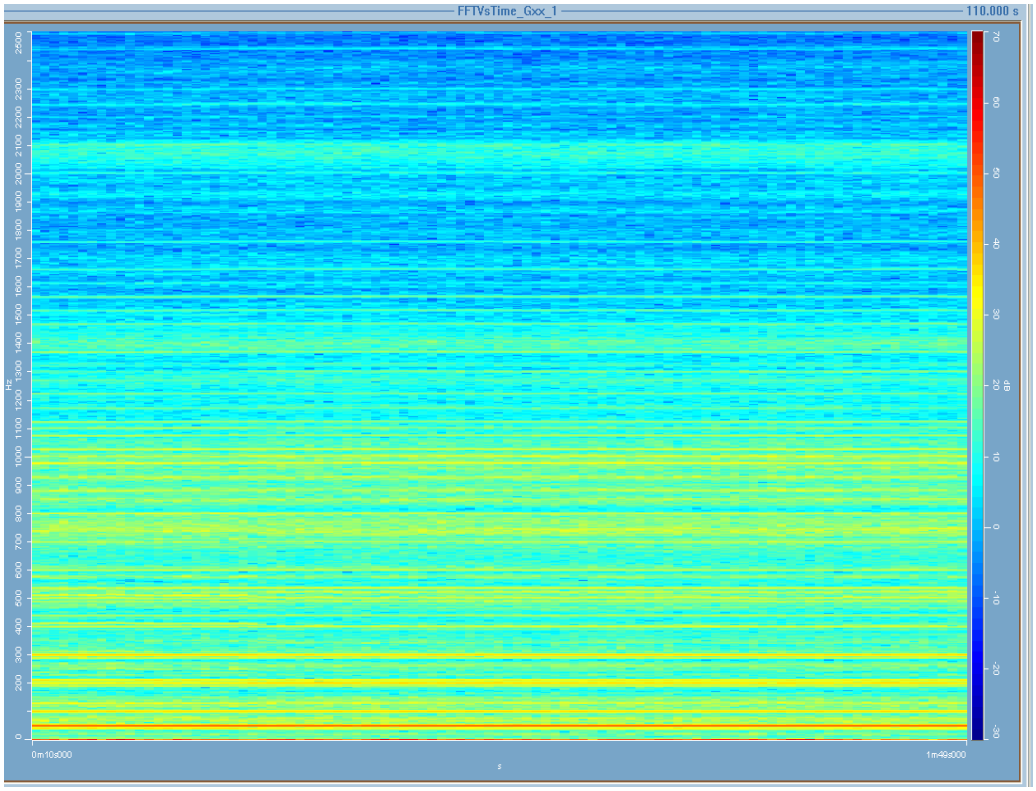


Εικόνα 7.5.α
Μετρήσεις πάνω στο Αντικραδασμικο Λογαριθμική κλίμακα (σημείο 4)



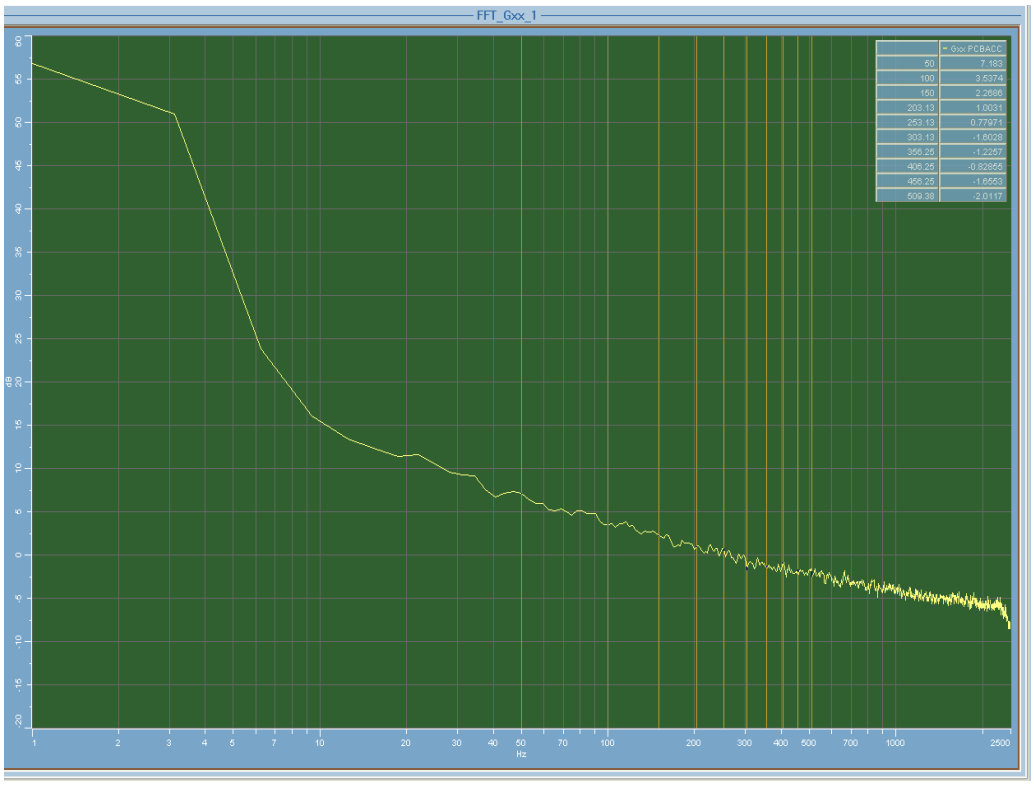
Εικόνα 7.5.β
Μετρήσεις πάνω στο αντικραδασμικο
Γραμμική κλίμακα
(σημείο 4)

και σε φασματογράφημα:



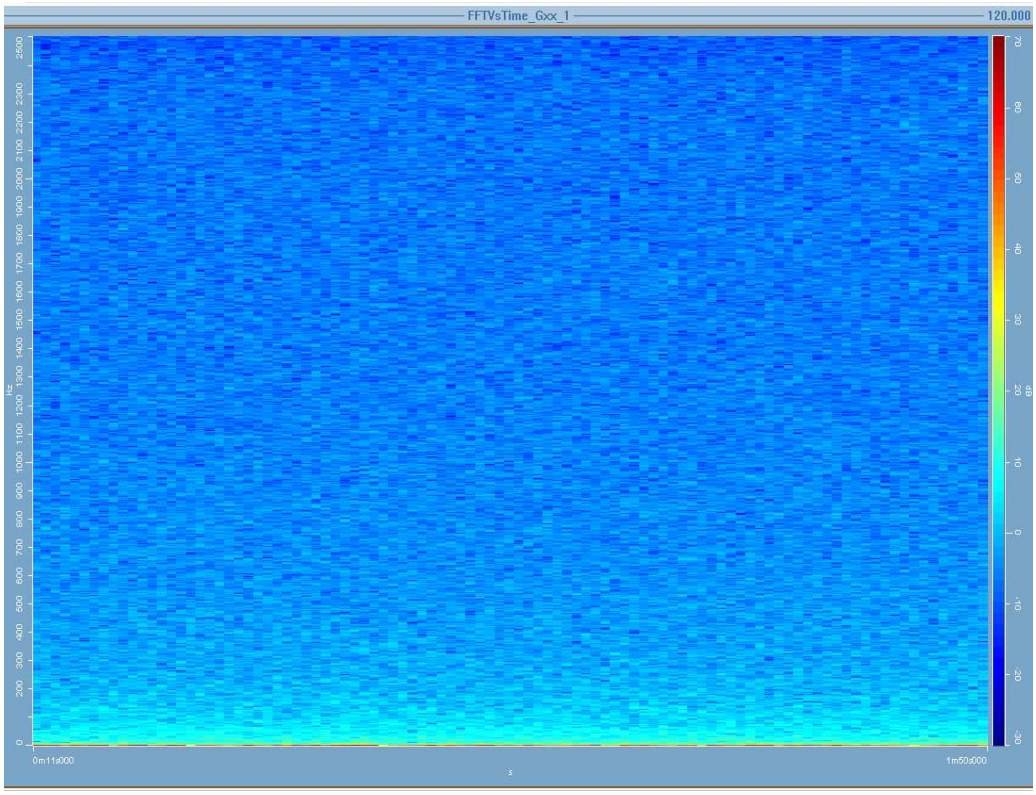
Εικόνα 7.5.γ
Μετρήσεις πάνω στο αντικραδασμικο.
Φασματογράφημα σε συνάρτηση του χρόνου
(σημείο 4)

Κάτω από το αντικραδασμικο :



Εικόνα 7.6.α
Μετρήσεις κάτω από το αντικραδασμικο (σημείο 4)

και σε φασματογράφημα:

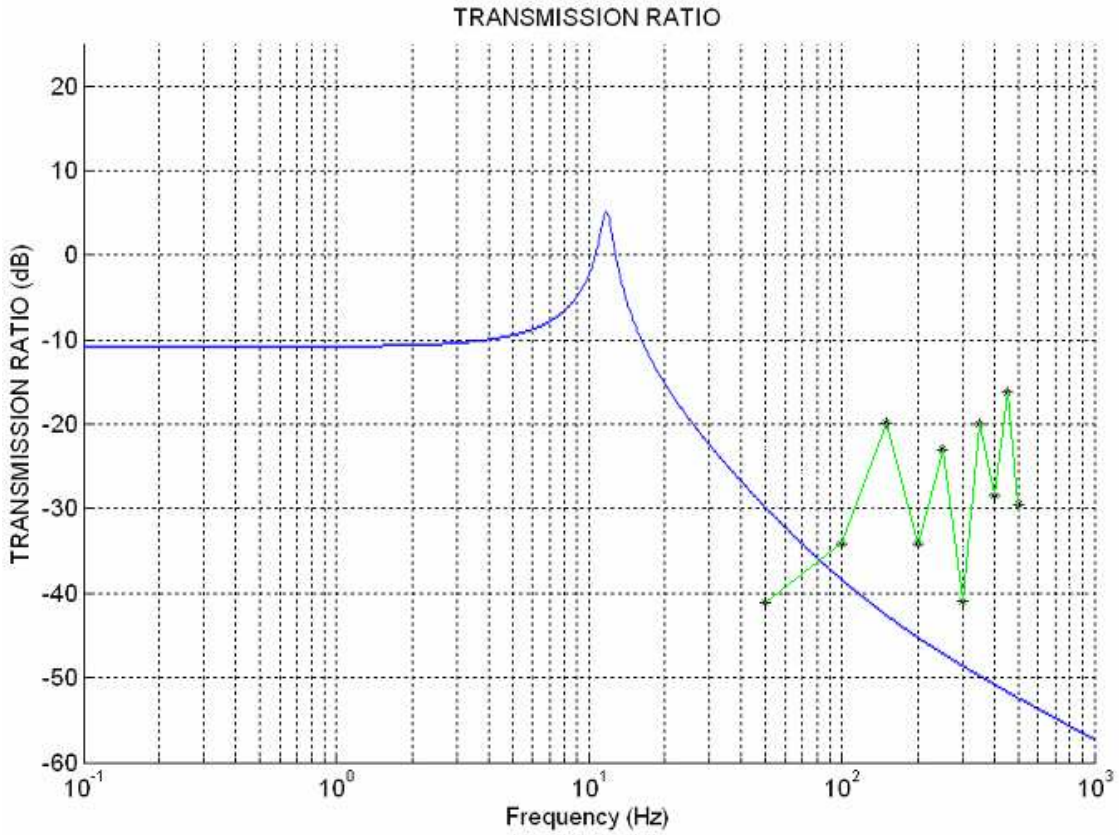


Εικόνα 7.6.β
Μετρήσεις κάτω από το αντικραδασμικο. Φασματογράφημα σε συνάρτηση του χρόνου (σημείο 4)

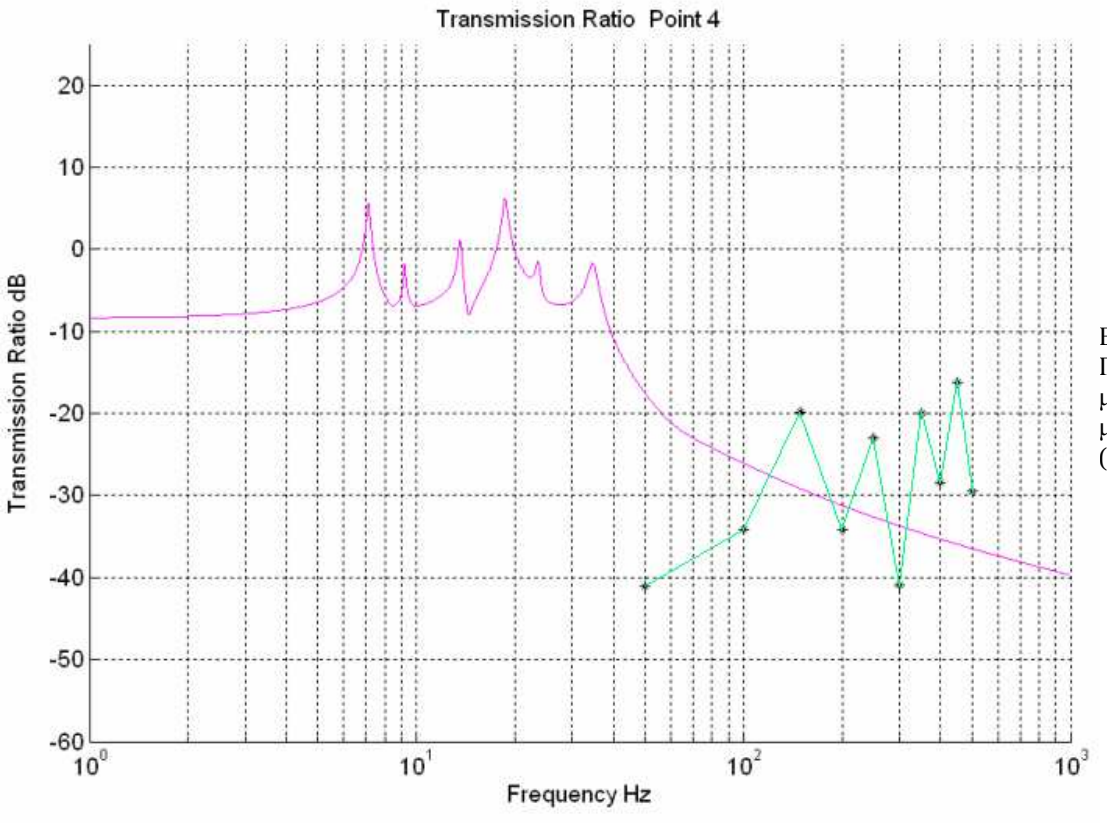
Συχνότητα (Hz)	Πάνω από το αντικραδασμικο dB	Κάτω από το αντικραδασμικο dB	Διάφορα
50	48,294	7,183	- 41,111
100	37,721	3,537	- 34,184
150	22,086	2,269	- 19,817
200	35,134	1,003	- 34,131
250	23,824	0,779	- 23,045
300	39,279	-1,603	- 40,882
350	18,813	-1,226	- 20,039
400	27,544	-0,829	- 28,373
450	14,557	-1,655	- 16,212
500	27,526	-2,012	- 29,538

Πίνακας 7.3
Μετρήσεις πάνω και κάτω από το αντικραδασμικο σύστημα (σημείο 4)

Με την μέθοδο του πρώτου βαθμού ελευθέριας (SDOF) και έπειτα με των πολλαπλών βαθμών ελευθέριας (MDOF) έγινε προσομοίωση του μοντέλου. Στα παρακάτω γραφήματα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης και με τις δυο μεθόδους.



Εικόνα 7.7.α
Προσομοίωση μοντέλου με την μέθοδο SDOF (σημείο 4)



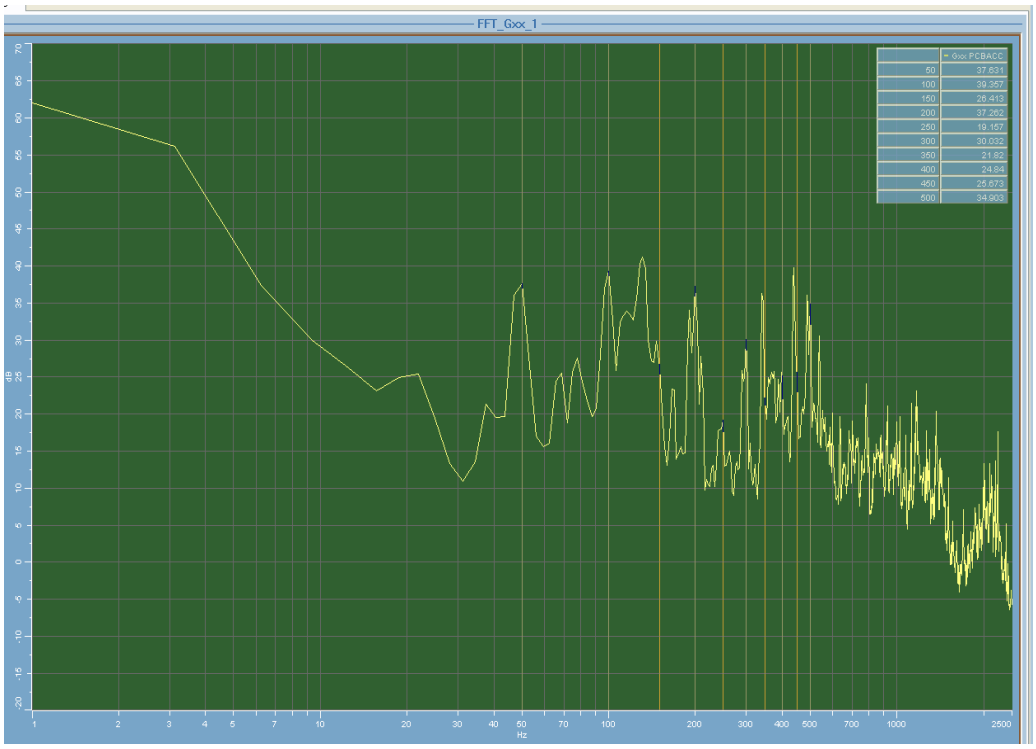
Εικόνα 7.7.β
Προσομοίωση μοντέλου με την μέθοδο MDOF (σημείο 4)

7.4.2.2 Σημείο μελέτης 6

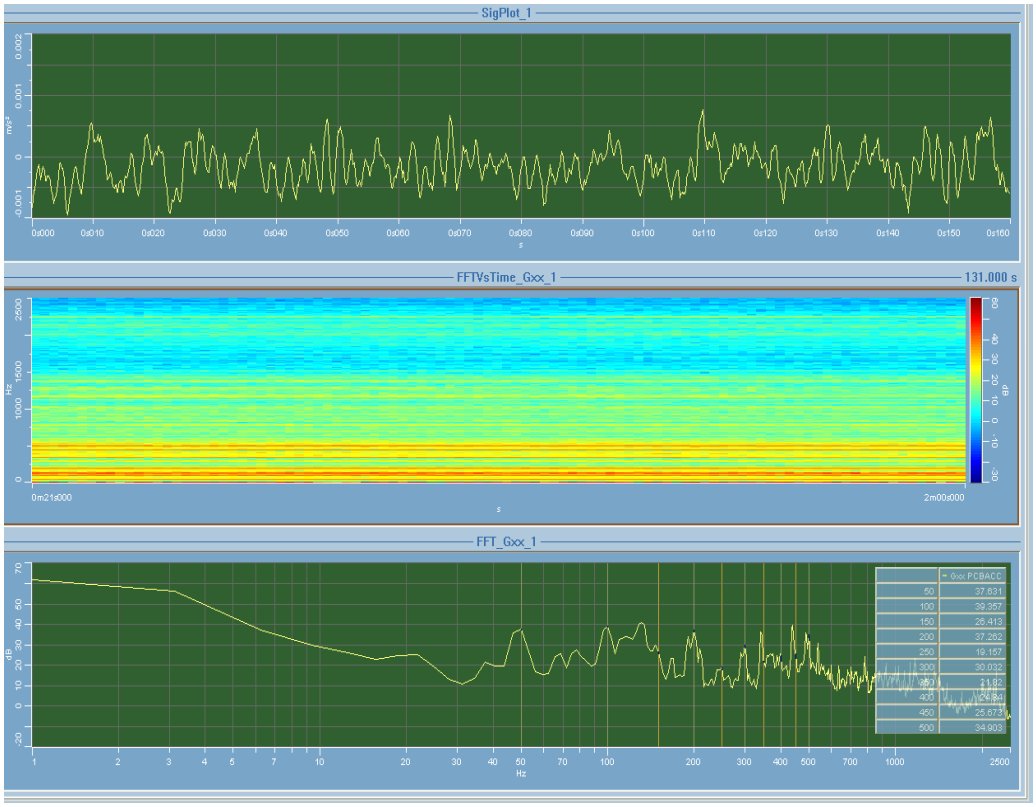
Μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν και στο ακριανό σιδερένιο στήριγμα (σημείο 6, βλέπε Εικόνα 7.3 και εικόνα 7.8), κάτω και πάνω από αυτό.

Εικόνα 7.8
Ακριανό σιδερένιο στήριγμα (σημειο 6)

πάνω στο αντικραδασμικο:

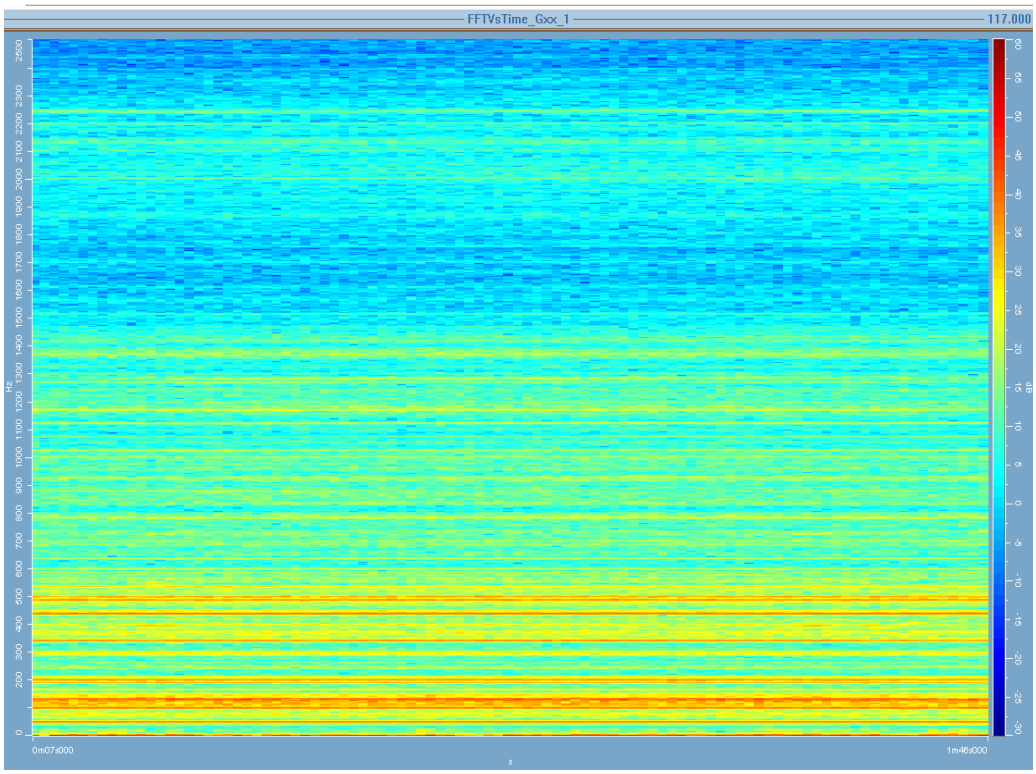


Εικόνα 7.9.α
Μετρήσεις πάνω στο ακριανό σιδερένιο στήριγμα (σημειο 6)



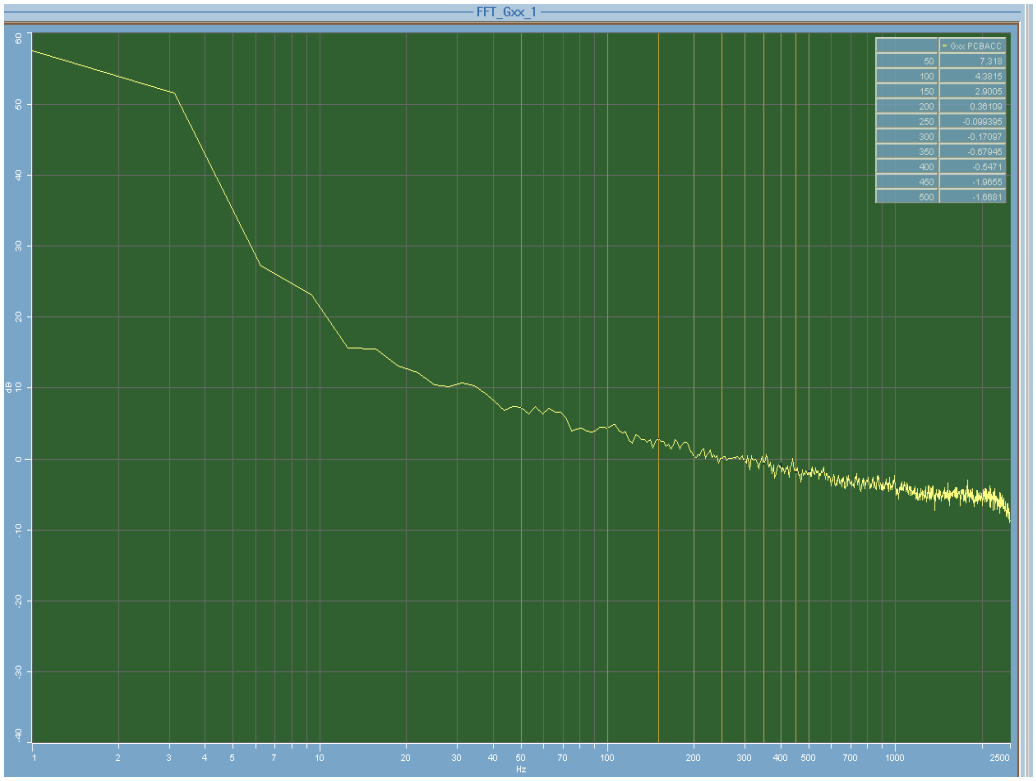
Εικόνα 7.9.β
Μετρήσεις πάνω στο ακριανό σιδερένιο στήριγμα (σημείο 6)

και σε φασματογράφημα:



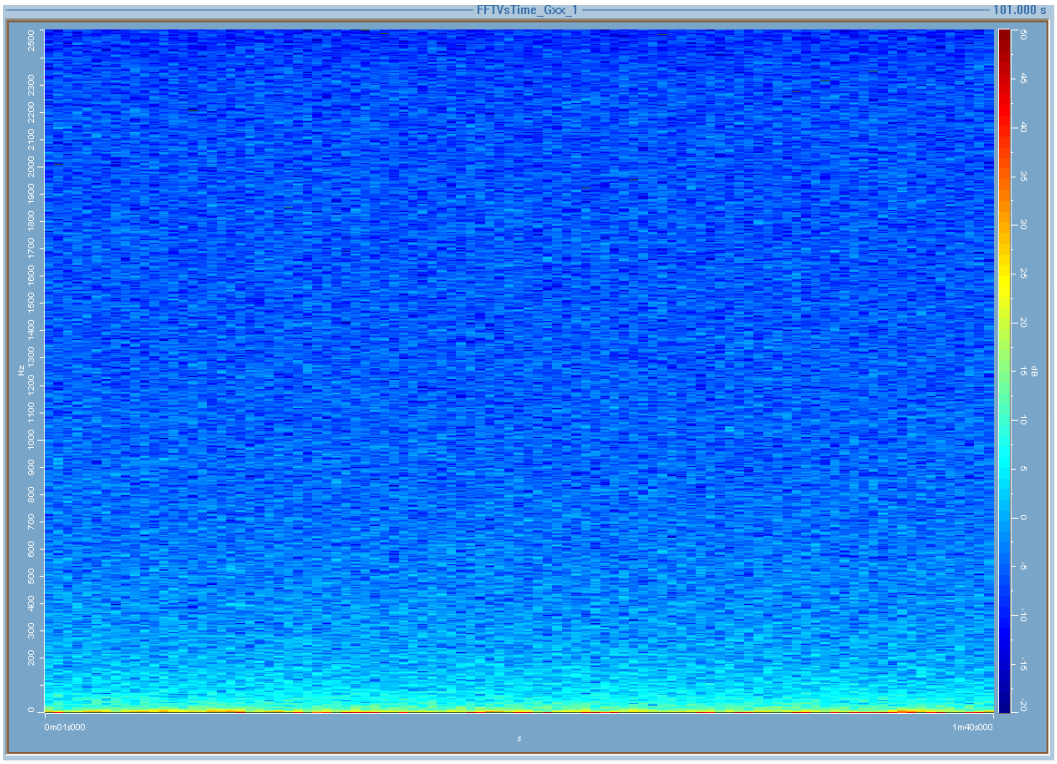
Εικόνα 7.9.γ
Μετρήσεις πάνω στο ακριανό σιδερένιο στήριγμα
Φασματογράφημα σε συνάρτηση του χρόνου
(σημείο 6)

Κάτω από το αντικραδασμικο:



Εικόνα 7.10.α
Μετρήσεις κάτω στο ακριανό σιδερένιο στήριγμα (σημειο 6)

και σε φασματογράφημα:

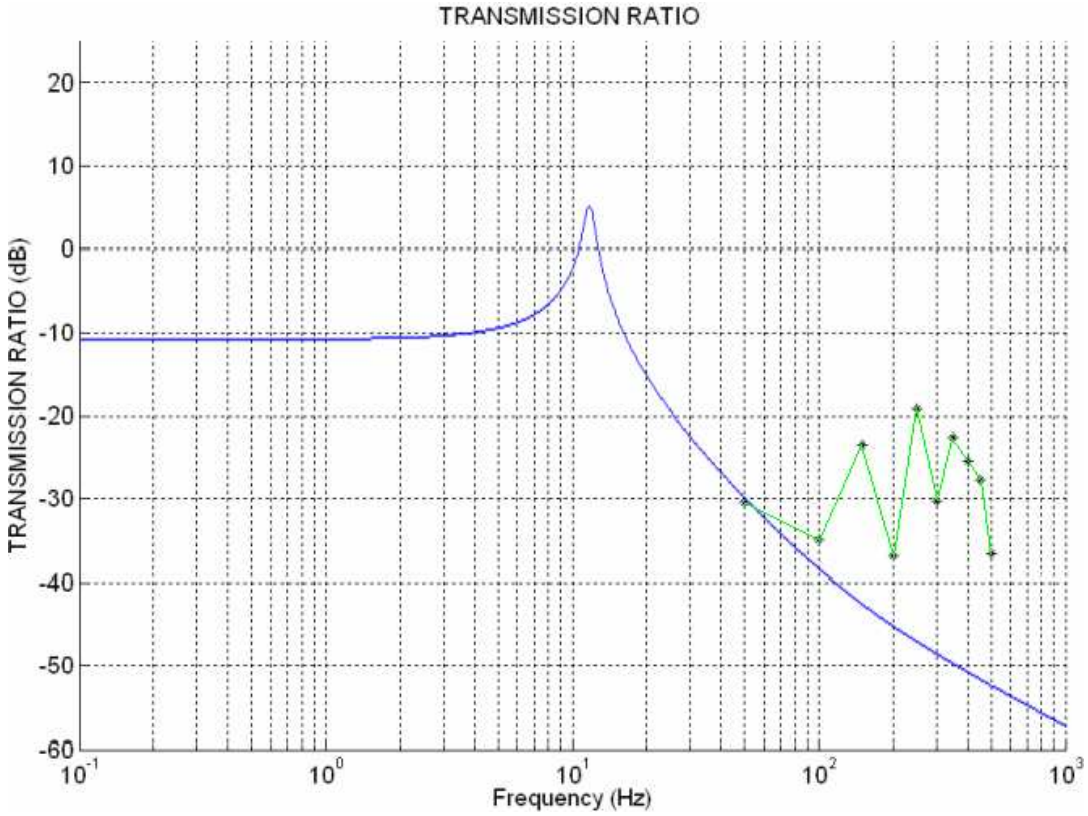


Εικόνα 7.10.β
Μετρήσεις κάτω στο ακριανό σιδερένιο στήριγμα.
Φασματογράφημα σε συνάρτηση του χρόνου (σημείο 6)

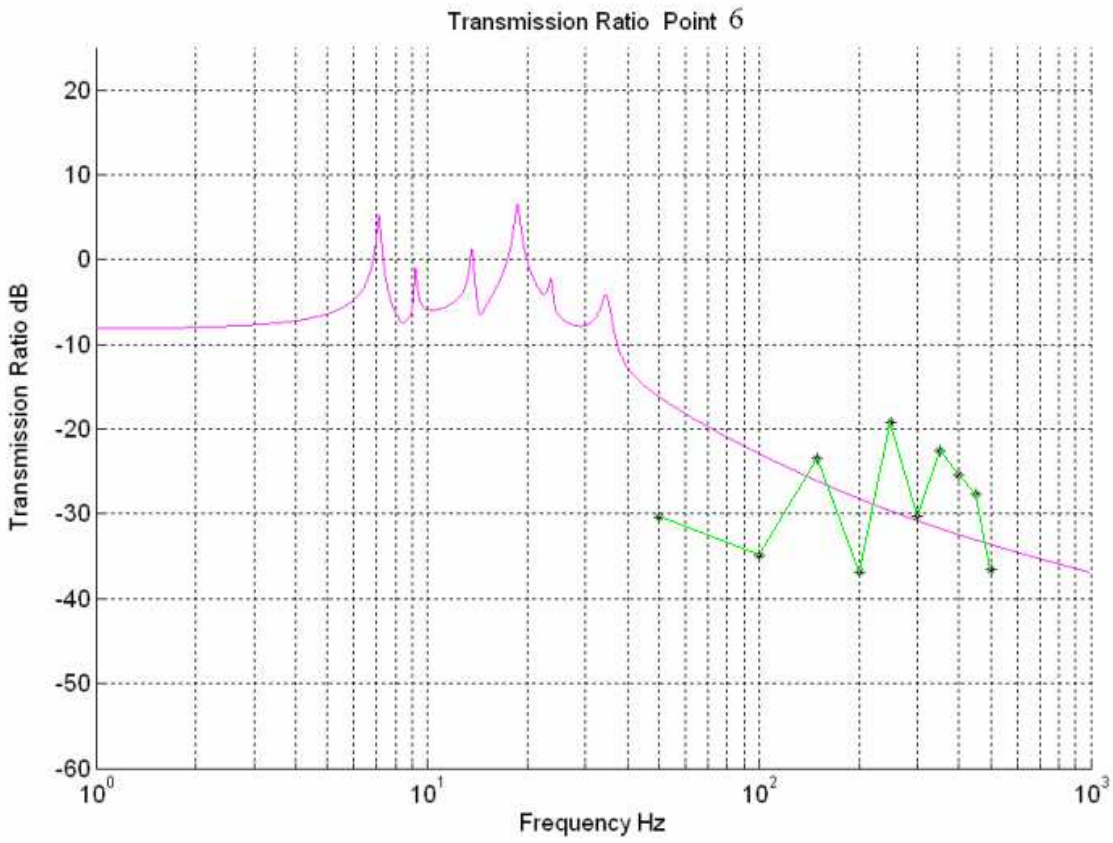
Συχνότητα (Hz)	Πάνω από το αντικραδασμικο dB	Κάτω από το αντικραδασμικο dB	Διάφορα
50	37,631	7,318	- 30,313
100	39,357	4,381	- 34,976
150	26,413	2,900	- 23,513
200	37,262	0,361	- 36,901
250	19,157	-0,099	-19,256
300	30,032	-0,170	- 30,202
350	21,820	-0,679	- 22,499
400	24,840	-0,547	- 25,387
450	25,673	-1,965	- 27,638
500	34,903	-1,668	- 36,571

Πίνακας 7.4
Μετρήσεις πάνω και κάτω από το αντικραδασμικο συστημα (σημείο 6)

Και σ’ αυτό το σημείο εφαρμόστηκαν οι δυο μέθοδοι προσομοίωσης

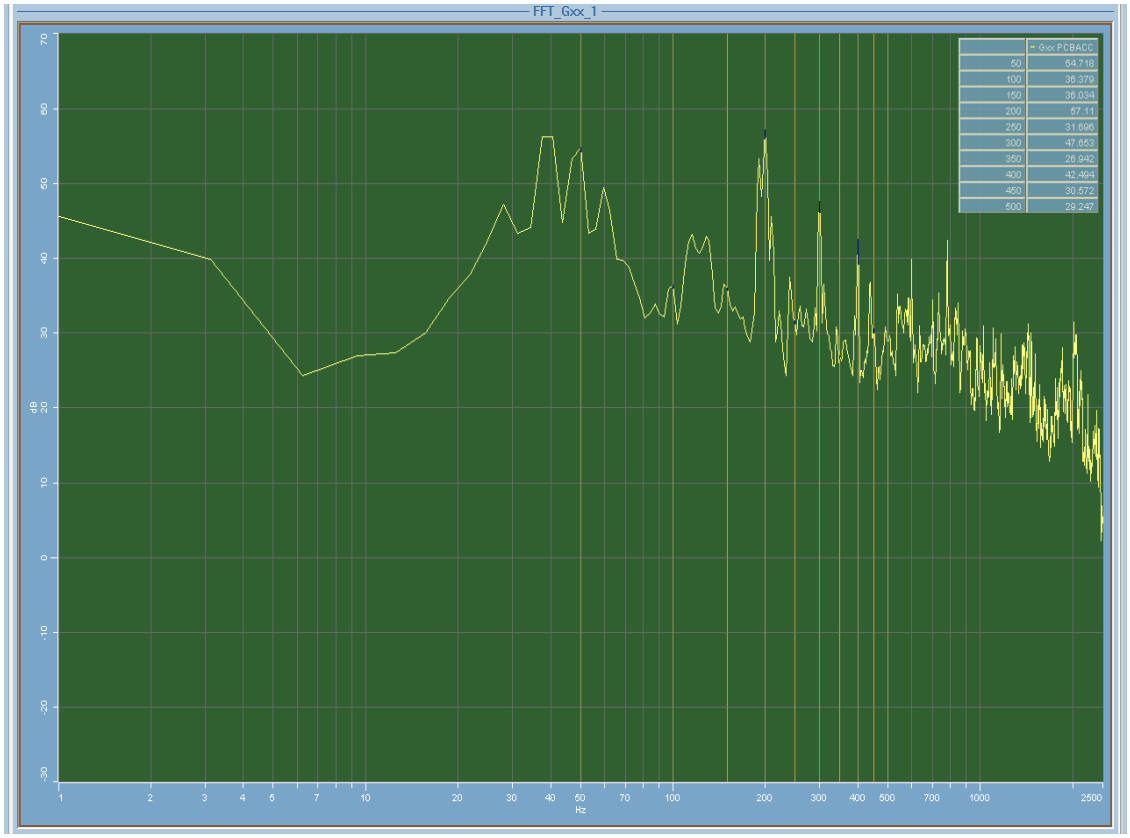


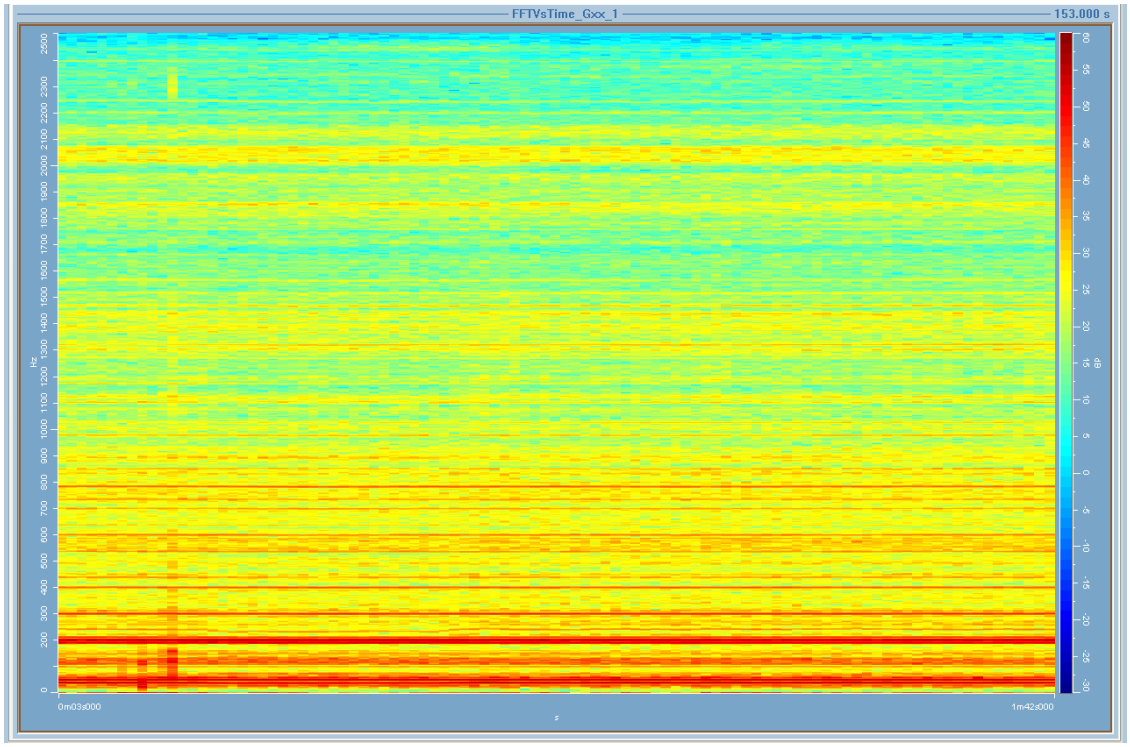
Εικόνα 7.11.α Προσομοίωση μοντέλου με την μέθοδο SDOF (σημειο 6)



Εικόνα 7.11.β Προσομοίωση μοντέλου με την μέθοδο MDOF (σημείο 6)

7.4.2.3 Σημείο μελέτης πάνω στο μέσο της κλιματικής μονάδας





Κεφάλαιο 8°

Συμπέρασματα - Προτάσεις για μελλοντική συνέχιση της εργασίας

Κεφάλαιο 8ο Συμπεράσματα – Προτάσεις για μελλοντική συνέχιση της εργασίας

8.1 Συμπεράσματα

Από τις μετρήσεις μπορεί κανείς να συμπεραίνει ότι η κλιματιστική μονάδα δουλεύει περίπου στην συχνότητα των 40 με 50. Αυτή η περιοχή συχνοτήτων είναι που πρέπει ληφθεί ως στόχος επίτευξης.

Πολλές φορές οι μηχανικοί στην καθημερινότητα χρειάζονται γρήγορες και απλές μεθόδους υπολογισμού κραδασμών. Έτσι μια καλή λύση είναι η μέθοδος πρώτου βαθμού ελευθέριας (SDOF). Η μέθοδος πρώτου βαθμού ελευθέριας είναι μια καλή προσέγγιση για τις χαμηλές συχνότητες. Γενικά στο θέμα των μονώσεων οι συχνότητες που πρέπει κανείς να προσέχει είναι οι χαμηλές, για δυο λόγους :

- Οι χαμηλές συχνότητες συνήθως έχουν την μεγαλύτερη ενέργεια
- Στις χαμηλές συχνότητες παρουσιάζονται τα φαινόμενα συντονισμού του συστήματος

Ένας γενικός κανόνας λέει ότι εάν έχουμε καλά αποτελέσματα στις χαμηλές συχνότητες τότε είναι σίγουρο ότι στις υψηλές θα έχουμε ακόμα καλύτερα αποτελέσματα. Αυτός ο κανόνας επαληθεύεται εάν προσέξει κανείς τα σχεδιαγράμματα του Transmission ratio που έχουν παρουσιαστεί στην μελέτη (όσο αυξάνεται η συχνότητα μειώνεται ο λόγος του Transmission ratio).

Έτσι εάν με την μέθοδο πρώτου βαθμού ελευθέριας πετύχουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα στην συχνότητα που είναι ο στόχος της μελέτης τότε και στην πραγματικότητα θα έχουμε πολύ καλά αποτελέσματα.

Ένα άλλο σημείο που αξίζει προσοχή είναι ότι όταν το κέντρο βάρους του σώματος είναι χαμηλά, κοντά στα αντικραδασμικά υλικά τότε τα πλάτη ταλάντωσης μειώνονται επομένως μειώνονται και οι κραδασμοί έτσι είναι και στην κλιματιστική που κάναμε προσομοίωσης των μεθόδων.

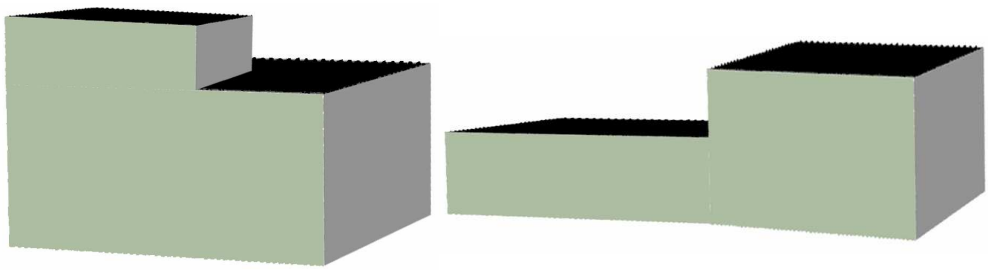
Το κέντρο βάρους της κλιματιστικής μονάδας είναι χαμηλά ως προς τον οριζόντιο άξονα Z, είναι πιο κάτω από το μέσο (βλέπε εικόνα 7.3). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η κλιματιστική μονάδα να είναι πιο σταθερή.

Με την μέθοδο MDOF μπορεί κανείς να πετύχει το επιθυμητό αποτέλεσμα όχι μόνο με την επιλογή ελαστικότητας και απόσβεσης αλλά μπορεί να χρησιμοποίηση και μια τρίτη παράμετρο όπου είναι η απόσταση των αντικραδασμικών από το κέντρο βάρους.

8.2 Περαιτέρω εξέλιξη της μελέτης

Σ' αυτή την μελέτη έγινε μια καλή αρχή όπου ανοίχτηκε ένα ενδιαφέρον κεφαλαίο των δονήσεων και των μεθόδων που μπορούν απορροφηθούν με τα αντικραδασμικο υλικά. Ο σκοπός αυτής μελέτης ήταν να φτάσει μέχρι αυτό το επίπεδο μελέτης και να γίνει εφαρμογή σε πραγματικό μοντέλο. Αυτή η μελέτη μπορεί ληφθεί ως μια καλή αρχική βάση όπου πάνω σ' αυτήν μπορεί κανείς να εξελίξει το θέμα σε μια πιο σύνθετη μελέτη. Σ' αυτό το σημείο δίνονται κάποιες ιδέες για περαιτέρω εξέλιξη της μελέτης.

Στην μελέτη παρουσιάστηκαν παραδείγματα και έγινε προσομοίωση της μεθόδου σε μοντέλα ορθογωνίων διαστάσεων, όπου είναι η πιο απλή περίπτωση μελέτης σε τρισδιάστατα μοντέλα (βλέπε εικόνα 5.10). Στην πραγματικότητα όλα τα μοντέλα δεν έχουν τόσο απλό γεωμετρικό χαρακτήρα αλλά είναι πιο περίπλοκα γεωμετρικά (βλέπε Εικόνα 7.12). Σ' αυτές τις περιπτώσεις θα πρέπει να γίνει μελέτη σύνθετων ροπών.



εικόνα 8.1
Μη παραλληλεπίπεδα σώματα

Μια καλή πρόταση για περαιτέρω εξελίξει της μελέτης αυτής είναι να γίνει μελέτη και εφαρμογή σε σώματα που έχουν πιο περίπλοκο σχεδιασμό (βλέπε εικόνα 8.1) από αυτόν που μέχρι στιγμής έχουμε μελετήσει. Αυτά τα σώματα έχουν πιο περίπλοκο υπολογισμό των ροπών.

Ένα άλλο σημείο αυτής της ερευνάς είναι ότι δόθηκε έμφαση σε μελέτη όπου έχει γίνει εφαρμογή μόνο κάθετων αντικραδασμικών. Με βάση αυτή την μελέτη υπάρχει η δυνατότητα εξέλιξης της μελέτης για αντικραδασμικά υλικά που είναι τοποθετημένα οριζόντια.

Μια άλλη καλή πρόταση είναι να σχεδιαστεί ένα λογισμικό πρόγραμμα όπου ο χρηστής μέσα από τα παράθυρα διάλογου να μπορεί να δίνει τις τιμές των δεδομένων που του ζητούνται και υπολογίζοντας σύμφωνα με τις μεθόδους που παρουσιάστηκαν τα πλάτη ταλάντωσης του άκαμπτου σώματος, τους κραδασμούς για κάθε σημείο που έχει αντικραδασμικο σύστημα και το Transmission Ratio.

Ο σχεδιασμός του λογισμικού θα μπορούσε να σχεδιαστεί με τις παρακάτω φάσεις:

1) Σε πρώτη φάση θα πρέπει να δίνετε το βάρος και οι διαστάσεις του σώματος
2) Το κέντρο βάρους του σώματος
3) Τα χαρακτηριστικά των αντικραδασμικών όπως ελαστικότητες και αποσβέσεις
4) Τις θέσεις των αντικραδασμικών σε σχέση με το κέντρο του σώματος
5) Το μέτρο της εξαναγκαζομενης δύναμης

Με βάση τα δεδομένα που θα δίνονται στο λογισμικό πρόγραμμα θα πρέπει να σχεδιαστούν αλγόριθμοι όπου θα υπολογίζουν τα παρακάτω:

- Τις ροπές του σώματος για σε ομογενές και μη ομογενές σώμα. (Βλέπε παρ. 4.7 και 4.9)

- Υπολογίζονται οι αποστάσεις του κέντρου βάρους από το κέντρο του σώματος σε όλους τους άξονες. (Βλέπε παρ. 6.2.3)

$$R_{CG,Z} \qquad R_{CG,Y} \qquad R_{CG,X}$$

- Δημιουργείτε ο πίνακας της μάζας σχέση 6.16

Σύμφωνα με τις αποστάσεις των αντικραδασμικών από το κέντρο βάρους και τα χαρακτηριστικά των αντικραδασμικών να υπολογίζονται οι πίνακες ελαστικότητας και απόσβεσης σχέση 6.17

Με εξίσωση κίνησης να βρίσκονται τα πλάτη ταλάντωσης και τέλος ο λόγος Transmission Ratio για κάθε συχνότητα.

Παράρτημα

Αντικραδασμικα υλικα

Παράρτημα
Αντικραδασμικά υλικά

Τύπος : Σπειροειδές ελατήριο (*coil spring*) Παθητικού τύπου
Κατασκευάστρια εταιρία: Masson www.mason-ind.com

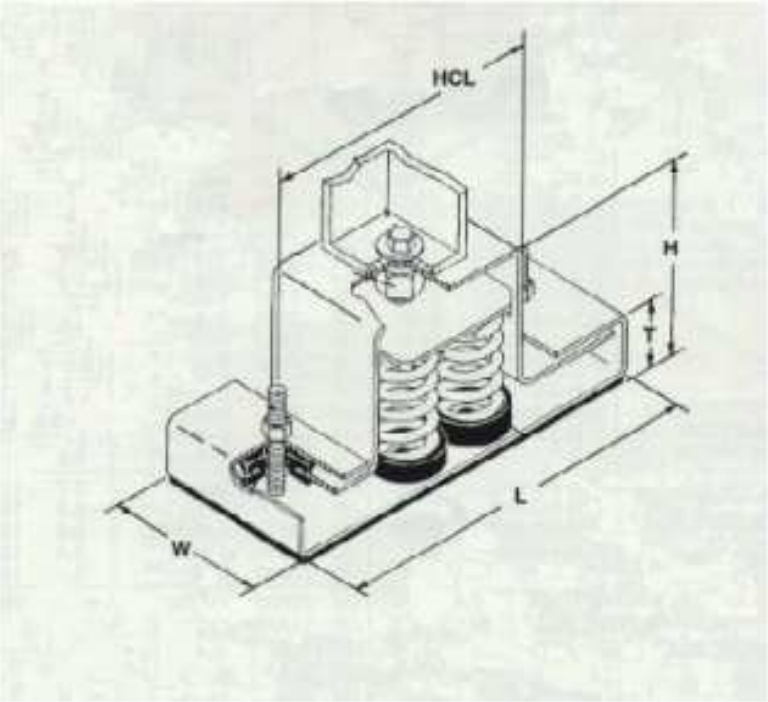
Χαρακτηριστικά της σειρά SLR:

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΜΕΓΙΣΤΟ ΦΟΡΤΙΟ			ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΜΕ ΜΕΓΙΣΤΟ ΦΟΡΤΙΟ		ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ					
						K_Z		K_X		K_Y	
	Lbs	N	Kgr	in	mm	Lib/in	N/m	Lib/in	N/m	Lib/in	N/m
SLR-A-45	45	200,2	20,4	1,60	40,6	28	4903	20	3502	25	4377
SLR-A-75	75	333,6	34,0	1,50	38,1	50	8755	36	6304	45	7879
SLR-A-125	125	556,0	56,7	1,33	33,7	94	16459	67	11732	84	14708
SLR-A-200	200	889,6	90,7	1,15	29,2	174	30467	124	21712	155	27140
SLR-A-310	310	1378,9	140,6	1,00	25,4	310	54281	221	38697	276	48328
SLR-A-400	400	1779,2	181,4	1,00	25,4	400	70040	286	50079	376	65838
SLR-A-510	510	2268,5	231,2	1,00	25,4	510	89301	364	63736	455	79670
SLR-A-625	625	2780,0	283,4	1,00	25,4	625	109438	446	78095	558	97708
SLR-2A-620	620	2757,8	281,1	1,00	25,4	620	108562	443	77569	492	86149
SLR-2A-800	800	3558,4	362,7	1,00	25,4	800	140080	571	99982	634	111013
SLR-2A-1020	1020	4537,0	462,5	1,00	25,4	1020	178602	729	136402	810	141831
SLR-2A-1250	1250	5560,0	566,8	1,00	25,4	1250	218875	893	156364	992	173700
SLR-4A-1240	1240	5515,5	562,2	1,00	25,4	1240	217124	886	155139	1181	206793
SLR-4A-1600	1600	7116,8	725,5	1,00	25,4	1600	280160	1143	200139	1524	279109
SLR-4A-2040	2040	9073,9	925,0	1,00	25,4	2040	357204	1457	255121	1943	340219
SLR-4A-2500	2500	11120,0	1133,5	1,00	25,4	2500	437750	1786	312729	2381	416913

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΑΠΟΣΒΕΣΗ					
	C_Z		C_X		C_Y	
	Lib in / sec	N sec/m	Lib in /sec	N sec/m	Lib in /sec	N sec/m
SLR-A-45	0,57	100	0,37	65	0,43	75
SLR-A-75	0,57	100	0,37	65	0,43	75
SLR-A-125	0,57	100	0,37	65	0,43	75
SLR-A-200	0,57	100	0,37	65	0,43	75
SLR-A-310	0,57	100	0,37	65	0,43	75
SLR-A-400	0,57	100	0,37	65	0,43	75
SLR-A-510	0,57	100	0,37	65	0,43	75
SLR-A-625	0,57	100	0,37	65	0,43	75
SLR-2A-620	0,8	140	0,46	80	0,54	95
SLR-2A-800	0,8	140	0,46	80	0,54	95
SLR-2A-1020	0,8	140	0,46	80	0,54	95
SLR-2A-1250	0,8	140	0,46	80	0,54	95
SLR-4A-1240	1,06	185	0,57	100	0,71	125
SLR-4A-1600	1,06	185	0,57	100	0,71	125
SLR-4A-2040	1,06	185	0,57	100	0,71	125

Χαρακτηριστικά της σειρά SLR:

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΧΡΩΜΑ	MEFA	
		ft^2	m^2
SLR-A-45	Μπλέ	27	2,5
SLR-A-75	Πορτοκαλί	27	2,5
SLR-A-125	Καφέ	27	2,5
SLR-A-200	Μαύρο	27	2,5
SLR-A-310	Κίτρινο	27	2,5
SLR-A-400	Πράσινο	27	2,5
SLR-A-510	Κόκκινο	27	2,5
SLR-A-635	Άσπρο	27	2,5
SLR-2A-620	Κίτρινο	33	3,1
SLR-2A-800	Πράσινο	33	3,1
SLR-2A-1020	Κόκκινο	33	3,1
SLR-2A-1250	Άσπρο	33	3,1
SLR-4A-1240	Κίτρινο	67	6,2
SLR-4A-1600	Πράσινο	67	6,2
SLR-4A-2040	Κόκκινο	67	6,2
SLR-4A-2500	Άσπρο	67	6,2



Εικόνα
Αντικραδασμικά σύστημα της σειράς SLR

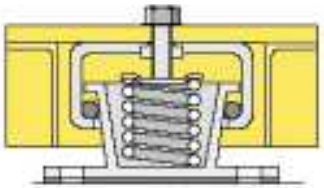
MEFA είναι ο δείκτης όπου δείχνει την μέγιστη επιτρεπόμενη επιφάνεια που μπορεί να καλύψει το κάθε αντικραδασμικό σύστημα για να είναι ασφαλείς η εγκατάσταση.

Για παράδειγμα έχουμε ένα μοντέλο όπου οι διαστάσεις και συνεπώς η επιφάνεια του είναι 1,83 x 3,05 = 5,58 m^2 (6 x 10 = 60 ft^2). Το βάρος του μοντέλου είναι 1814 Kgr (4000 lb). Εάν υποθέσουμε ότι κάτω από το μοντέλο θα βάλουμε 4 αντικραδασμικά SLR-2A-1020 με δείκτη MEFA 3,1 m^2 (33 ft^2) τότε η επιφάνεια που θα αντιστοιχεί σε κάθε αντικραδασμικό σύστημα θα είναι 5,58/4 = 1,395 m^2. αυτό σημαίνει ότι η εγκατάσταση είναι ασφαλής διότι είναι μικρότερη από τον αντίστοιχο δείκτη MEFA .

Διαστάσεις της σειρά SLR:

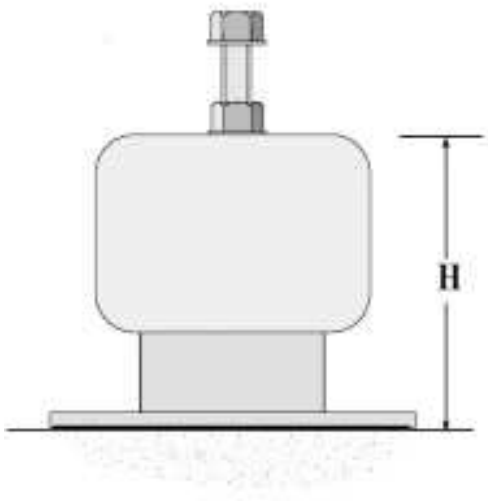
ΜΟΝΤΕΛΟ	ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ													
	H		L		T		W		BD		CS		HCL	
	inc	mm	inc	mm	inc	mm	inc	mm	inc	mm	inc	mm	inc	mm
SLR-A-45	5 1/8	130	8 3/4	222	1 5/8	41	2 ½	63,5	3/8	9,5	3/8	9,5	6	152,4
SLR-A-75	5 1/8	130	8 3/4	222	1 5/8	41	2 ½	63,5	3/8	9,5	3/8	9,5	6	152,4
SLR-A-125	5 1/8	130	8 3/4	222	1 5/8	41	2 ½	63,5	3/8	9,5	3/8	9,5	6	152,4
SLR-A-200	5 1/8	130	8 3/4	222	1 5/8	41	2 ½	63,5	3/8	9,5	3/8	9,5	6	152,4
SLR-A-310	5 1/8	130	8 3/4	222	1 5/8	41	2 ½	63,5	3/8	9,5	3/8	9,5	6	152,4
SLR-A-400	5 1/8	130	8 3/4	222	1 5/8	41	2 ½	63,5	3/8	9,5	3/8	9,5	6	152,4
SLR-A-510	5 1/8	130	8 3/4	222	1 5/8	41	2 ½	63,5	3/8	9,5	3/8	9,5	6	152,4
SLR-A-625	5 1/8	130	8 3/4	222	1 5/8	41	2 ½	63,5	3/8	9,5	3/8	9,5	6	152,4
SLR-2A-620	5 1/8	130	11 5/8	295	1 5/8	41	2 ½	63,5	3/8	9,5	3/8	9,5	8 ¾	222
SLR-2A-800	5 1/8	130	11 5/8	295	1 5/8	41	2 ½	63,5	3/8	9,5	3/8	9,5	8 ¾	222
SLR-2A-1020	5 1/8	130	11 5/8	295	1 5/8	41	2 ½	63,5	3/8	9,5	3/8	9,5	8 ¾	222
SLR-2A-1250	5 1/8	130	11 5/8	295	1 5/8	41	2 ½	63,5	3/8	9,5	3/8	9,5	8 ¾	222
SLR-4A-1240	5 1/8	130	11 5/8	295	1 3/4	44	4 ½	114,3	1/2	12,7	1/2	12,7	8	203,2
SLR-4A-1600	5 1/8	130	11 5/8	295	1 3/4	44	4 ½	114,3	1/2	12,7	1/2	12,7	8	203,2
SLR-4A-2040	5 1/8	130	11 5/8	295	1 3/4	44	4 ½	114,3	1/2	12,7	1/2	12,7	8	203,2
SLR-4A-2500	5 1/8	130	11 5/8	295	1 3/4	44	4 ½	114,3	1/2	12,7	1/2	12,7	8	203,2

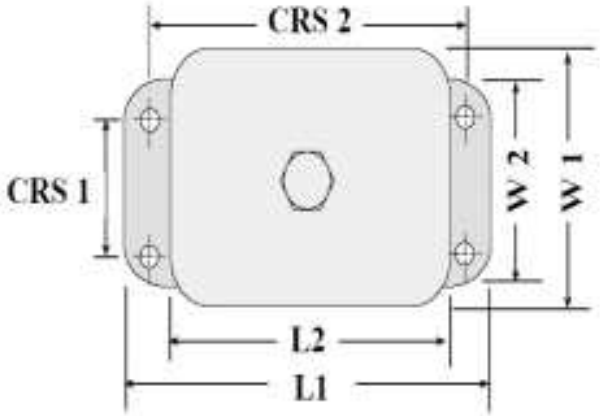
Τύπος : Σπειροειδές ελατήριο από αλουμίνιο (helical steel spring) Παθητικού τύπου
Κατασκευάστρια εταιρία: FARRAT www.farrat.com

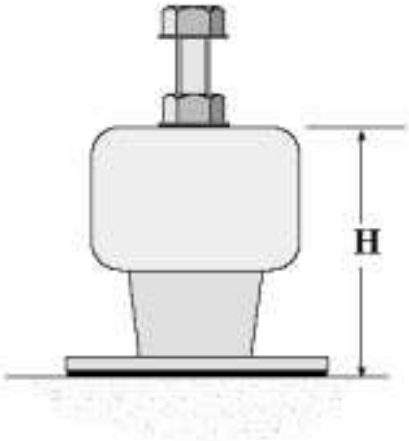


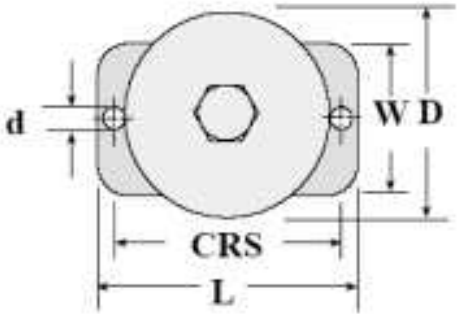
Σειρά αντικραδασμικών	ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ mm			
	W_1	W_2	L_1	L_2
MS	140	114	203	140
LS	208	171	270	208
LR	203	171	330	268
LRX	235	194	368	302

Σειρά αντικραδασμικών	ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ mm			Πλάτος ταλάντωσης H (mm)
	CRS_1	CRS_2	d	
MS	---	171	14	87
LS	133	231	14	124
LR	133	292	14	122
LRX	149	327	14	149









Σειρά αντικραδασμούς	Διαστάσεις mm					Μέγιστο πλάτος ταλάντωσης H (mm)
	D	L	W	CRS	d	
SM.CR	53	77	39	55	7,5	59,0
SM.CS	71	98	57	76	9,5	77,0
SM.CM	98	150	85	127	13,5	87,0
SM.CT	123	171	109	140	14,0	120,0
SM.CX	170	223	147	178	18,5	149,0
SM.CS-G	70	98	57	76	9,5	76,0
SM.CM-G	98	152	89	127	13,5	87,0
SM.CT-G	123	171	109	140	14,0	120,0
SM.CR-NB	53					50,0

*SM.CR-NB δεν έχει βάση

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ Μετατόπιση 12 mm Φυσική συχνότητα 4,5 Hz		ΜΕΣΑΙΟ ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ Μετατόπιση 20 mm Φυσική συχνότητα 3,6 Hz		ΜΕΓΙΣΤΟ ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ Μετατόπιση 25 mm Φυσική συχνότητα 3,2 Hz		ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ		
							ΚΑΘΕΤΗ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ K_Z	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ K_X	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ K_Y
	Kgr	N	Kgr	N	Kgr	N	N/m	N/m	N/m
SM.CR 11	3	29,4	4	39,2	5	49,0	2.000	1.200	1.200
SM.CR 20	5	49,0	7	68,6	9	88,2	4.000	2.400	2.400
SM.CR 30	7	68,7	11	107,8	14	137,2	6.000	3.500	3.500
SM.CR 50	11	107,9	18	176,4	23	225,4	9.000	5.300	5.300
SM.CR 60	14	137,3	22	215,6	27	264,6	11.000	6.500	6.500
SM.CR 75	17	166,8	27	264,6	34	333,2	14.000	8.100	8.100
SM.CS 100	23	225,6	36	352,8	45	441,4	18.000	10.500	10.500
SM.CS 150	34	333,5	55	539,0	68	667,1	27.000	15.900	15.900
SM.CS 200	45	441,4	73	715,4	91	891,8	36.000	22.200	22.200
SM.CS 250	57	559,2	91	891,8	114	1117,2	46.000	27.000	27.000
SM.CS 300	68	667,1	109	1068,2	136	1332,8	54.000	31.800	31.800
SM.CM 250	57	558,6	91	891,8	114	1117,2	46.000	27.000	27.000
SM.CM 350	80	784,8	127	1244,6	159	1460,2	64.000	37.600	37.600
SM.CM 450	102	999,6	164	1607,2	205	2009,0	82.000	48.200	48.200
SM.CM 550	125	1225,0	200	1960,0	250	2450,0	100.000	58.900	58.900
SM.CM 650	148	1450,4	236	2312,8	295	2891,0	118.000	69.400	69.400
SM.CM 750	170	1666,0	273	2675,4	341	3341,8	136.000	80.000	80.000
SM.CM 900	205	2009,0	327	3204,6	409	4012,3	164.000	96.400	96.400
SM.CT 300	68	666,4	109	1068,2	136	1332,8	54.000	29.000	29.000
SM.CT 400	91	891,8	145	1421,0	182	1783,6	73.000	41.000	41.000
SM.CT 500	114	1117,2	182	1783,6	227	2224,6	91.000	51.000	51.000
SM.CT 650	148	1450,4	236	2312,8	295	2795,8	118.000	69.200	69.200
SM.CT 900	205	2009,0	327	3204,6	409	4008,2	164.000	97.100	97.100
SM.CT 1000	227	2224,6	364	3567,2	455	4463,5	182.000	110.300	110.300
SM.CT 1150	261	2557,8	418	4096,4	523	5125,4	209.000	127.800	127.800
SM.CT 1250	284	2783,2	455	4459,0	568	5572,1	227.000	141.000	141.000
SM.CT 1320	300	2940,0	480	4704,0	600	5886,0	240.000	158.800	158.800
SM.CT 1400	318	3116,4	509	4988,2	636	6239,2	254.000	151.600	151.600
SM.CX 800	182	1783,6	291	2851,8	364	3567,2	146.000	85.100	85.100
SM.CX 1000	227	2224,6	364	3567,2	455	4459,0	182.000	107.100	107.100

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ Μετατόπιση 12 mm Φυσική συχνότητα 4,5 Hz		ΜΕΣΑΙΟ ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ Μετατόπιση 20 mm Φυσική συχνότητα 3,6 Hz		ΜΕΓΙΣΤΟ ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ Μετατόπιση 25 mm Φυσική συχνότητα 3,2 Hz		ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ		
							ΚΑΘΕΤΗ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ K_z	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ K_x	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ K_y
	Kgr	N	Kgr	N	Kgr	N	N/m	N/m	N/m
SM.CX 1200	273	2675,4	436	4272,8	545	5341,0	218.000	130.600	130.600
SM.CX 1400	318	3116,4	509	4988,2	336	3292,8	254.000	149.900	149.900
SM.CX 1600	364	3567,2	582	5703,6	727	7124,6	291.000	170.000	170.000
SM.CX 2000	455	4459,0	727	7124,6	909	8917,3	364.000	214.100	214.100
SM.CX 2200	500	4900,0	800	7840,0	1000	9810,0	400.000	235.300	235.300
SM.CX 2400	545	5341,0	873	8555,4	1091	10691,8	436.000	256.500	256.500
SM.CX 2600	591	5791,8	945	9261,0	1182	11583,6	473.000	270.100	270.100
SM.CX 2800	636	6232,8	1018	9976,4	1273	12475,4	509.000	299.400	299.400
SM.MS 500	114	1117,2	182	1783,6	227	2224,6	91.000	53.000	53.000
SM.MS 660	150	1470,0	240	2352,0	300	2943,0	120.000	70.600	70.600
SM.MS 750	170	1666,0	273	2675,4	341	3341,8	136.000	80.000	80.000
SM.MS 860	195	1911,0	317	3106,6	391	3831,8	156.000	91.800	91.800
SM.MS 1000	227	2224,6	364	3567,2	455	4459,0	180.000	105.900	105.900
SM.MS 1100	250	2450,0	400	3920,0	500	4900,0	200.000	117.600	117.600
SM.MS 1250	284	2783,2	455	4459,0	568	5566,4	228.000	134.100	134.100
SM.MS 1400	318	3116,4	509	4988,2	636	6232,8	256.000	150.600	150.600
SM.MS 1500	341	3341,8	545	5341,0	682	6683,6	272.000	157.700	157.700
SM.MS 1600	364	3567,2	582	5703,6	727	7124,6	291.000	171.300	171.300
SM.MS 1750	398	3900,4	636	6232,8	795	7791,0	320.000	188.200	188.200

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ Μετατόπιση 12 mm Φυσική συχνότητα 4,5 Hz		ΜΕΣΑΙΟ ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ Μετατόπιση 20 mm Φυσική συχνότητα 3,6 Hz		ΜΕΓΙΣΤΟ ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ Μετατόπιση 25 mm Φυσική συχνότητα 3,2 Hz		ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ		
							ΚΑΘΕΤΗ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ K_z	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ K_x	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ K_y
	Kgr	N	Kgr	N	Kgr	N	N/m	N/m	N/m
SM.LS 1200	273	2678,1	436	4272,8	545	5341,0	218.000	128.300	128.300
SM.LS 1400	318	3119,6	509	4988,2	636	6232,8	254.000	149.400	149.400
SM.LS 1600	364	3570,8	582	5703,6	727	7124,6	291.000	171.200	171.200
SM.LS 1800	409	4012,3	655	6419,0	818	8024,6	328.000	192.900	192.900
SM.LS 2000	455	4463,5	727	7124,6	909	8908,2	364.000	214.100	214.100
SM.LS 2300	523	5130,6	836	8192,8	1045	10241,0	418.000	245.900	245.900
SM.LS 2600	591	5797,7	945	9261,0	1182	11583,6	473.000	280.100	280.100
SM.LS 2900	659	6464,8	1055	10339,0	1318	12916,4	528.000	310.900	310.900
SM.LS 3200	727	7131,9	1164	11407,2	1455	14259,0	582.000	380.000	380.000
SM.LR 2100	477	4679,4	764	7487,2	955	9368,5	382.000	238.200	238.200
SM.LR 2400	545	5346,4	873	8555,4	1091	10691,8	436.000	266.000	266.000
SM.LR 2700	614	6023,3	982	9623,6	1227	12036,9	491.000	288.800	288.800
SM.LR 3000	682	6690,4	1091	10691,8	1364	13367,2	546.000	330.700	330.700
SM.LR 3300	750	7357,5	1200	11760,0	1500	14700,0	600.000	530.200	530.200
SM.LR 3600	818	8024,6	1309	12828,2	1636	16032,8	654.000	503.900	503.900
SM.LR 3900	886	8691,7	1418	13896,4	1773	17375,4	710.000	594.200	594.200
SM.LR 4200	955	9368,5	1527	14964,6	1909	18708,2	764.000	477.200	477.200
SM.LR 4500	1023	10035,6	1636	16032,8	2045	20041,0	818.000	740.100	740.100
SM.LR 4800	1091	10702,7	1745	17101,0	2182	21383,6	873.000	749.900	749.900
SM.LRX 3800	864	8475,8	1382	12936,0	1727	16924,6	691.000	405.600	405.600
SM.LRX 4560	1036	10163,2	1658	16248,4	2073	20315,4	829.000	488.100	488.100
SM.LRX 5120	1164	11418,8	1862	18247,6	2327	22804,6	931.000	517.500	517.500
SM.LRX 5400	1227	12036,9	1964	19247,2	2455	24059.0	982.000	601.000	601.000
SM.LRX 5900	1341	13155,2	2145	21021,0	2682	26283,6	1072.000	630.600	630.600
SM.LRX 6400	1455	14273,5	2327	22804,6	2909	28508,2	1164.000	684.700	684.700
SM.LRX 6900	1568	15382,1	2509	24588,2	3136	30732,8	1256.000	738.900	738.900
SM.LRX 7400	1682	16500,4	2691	26371,8	3364	32967,2	1346.000	791.000	791.000
SM.LRX 7900	1795	17608,9	2873	28155,4	3591	35191,8	1436.000	844.700	844.700
SM.LRX 8400	1909	18727,3	3055	29939,0	3818	37416,4	1528.000	898.800	898.800

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΑΠΟΣΒΕΣΗ		
	ΚΑΘΕΤΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ C_z	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗ C_x	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗ C_y
	N sec/m	N sec/m	N sec/m
SM.CR 11	4,5	2,7	2,7
SM.CR 20	5,1	3,0	3,0
SM.CR 30	7,2	4,4	4,4
SM.CR 50	8,5	5,2	5,2
SM.CR 60	10,0	6,2	6,2
SM.CR 75	12,5	7,8	7,8
SM.CS 100	15,0	10,2	10,2
SM.CS 150	23,2	16,0	16,0
SM.CS 200	30,8	21,2	21,2
SM.CS 250	42,5	29,5	29,5
SM.CS 300	49,2	32,1	32,1
SM.CM 250	42,5	29,5	29,5
SM.CM 350	57,8	32,5	32,5
SM.CM 450	66,5	47,9	47,9
SM.CM 550	78,0	54,5	54,5
SM.CM 650	102,0	67,1	67,1
SM.CM 750	110,0	66,7	66,7
SM.CM 900	136,0	97,8	97,8
SM.CT 300	49,2	32,1	32,1
SM.CT 400	60,2	35,9	35,9
SM.CT 500	72,4	45,0	45,0
SM.CT 650	102,0	62,9	62,9
SM.CT 900	136,0	97,8	97,8
SM.CT 1000	145,0	102,0	102,0
SM.CT 1150	175,0	120,5	120,5
SM.CT 1250	190,0	140,2	140,2
SM.CT 1320	200,0	135,0	135,0
SM.CT 1400	220,0	132,5	132,5
SM.CX 800	120,0	73,0	73,0
SM.CX 1000	145,0	102,0	102,0

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΑΠΟΣΒΕΣΗ		
	ΚΑΘΕΤΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ C_z	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗ C_x	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗ C_y
	N sec/m	N sec/m	N sec/m
SM.CX 1200	175,0	120,5	120,5
SM.CX 1400	220,0	132,5	132,5
SM.CX 1600	240,0	140,2	140,2
SM.CX 2000	310,5	190,5	190,5
SM.CX 2200	320,0	197,2	197,2
SM.CX 2400	360,0	210,0	210,0
SM.CX 2600	370,6	217,2	217,2
SM.CX 2800	390,0	230,1	230,1
SM.MS 500	72,4	45,0	45,0
SM.MS 660	90,0	62,2	62,2
SM.MS 750	110,0	66,7	66,7
SM.MS 860	130,0	78,1	78,1
SM.MS 1000	140,0	88,4	88,4
SM.MS 1100	160,0	95,1	95,1
SM.MS 1250	190,0	110,2	110,2
SM.MS 1400	200,0	117,2	117,2
SM.MS 1500	210,0	123,2	123,2
SM.MS 1600	240,0	140,2	140,2
SM.MS 1750	300,0	210,6	210,6
SM.LS 1200	175,0	100,3	100,3
SM.LS 1400	220,0	132,5	132,5
SM.LS 1600	240,0	140,2	140,2
SM.LS 1800	300,0	210,6	210,6
SM.LS 2000	310,0	190,5	190,5
SM.LS 2300	350,0	204,7	204,7
SM.LS 2600	360,0	210,0	210,0
SM.LS 2900	400,0	270,5	270,5
SM.LS 3200	410,0	283,1	283,1
SM.LR 2100	320,0	197,2	197,2
SM.LR 2400	360,0	210,0	210,0

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΑΠΟΣΒΕΣΗ		
	ΚΑΘΕΤΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ C_Z	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗ C_X	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗ C_Y
	N sec/m	N sec/m	N sec/m
SM.LR 2700	400,0	270,5	270,5
SM.LR 3000	440,0	310,0	310,0
SM.LR 3300	520,0	340,5	340,5
SM.LR 3600	540,0	390,1	390,1
SM.LR 3900	620,0	490,8	490,8
SM.LR 4200	680,0	390,8	390,8
SM.LR 4500	700,0	470,7	470,7
SM.LR 4800	730,0	485,1	485,1
SM.LRX 3800	660,0	375,2	375,2
SM.LRX 4560	710,0	420,4	420,4
SM.LRX 5120	770,0	465,8	465,8
SM.LRX 5400	810,0	590,0	590,0
SM.LRX 5900	850,0	550,2	550,2
SM.LRX 6400	890,0	572,2	572,2
SM.LRX 6900	940,0	660,3	660,3
SM.LRX 7400	1100,0	710,1	710,1
SM.LRX 7900	1180,0	740,2	740,2
SM.LRX 8400	1250,0	770,5	770,5

Τύπος : καουτσούκ (helical steel spring) Παθητικού τύπου
Κατασκευάστρια εταιρία: FARRAT www.farrat.com

ISOMAT

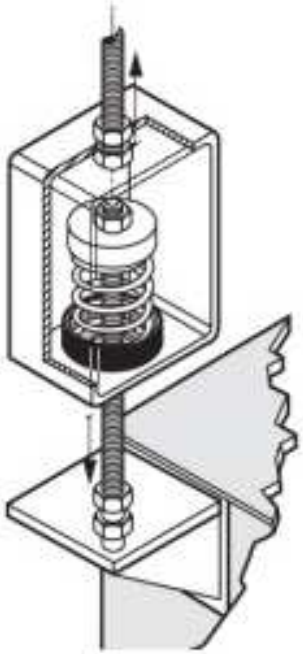
Είναι τρεις διαφορετικοί τύποι:

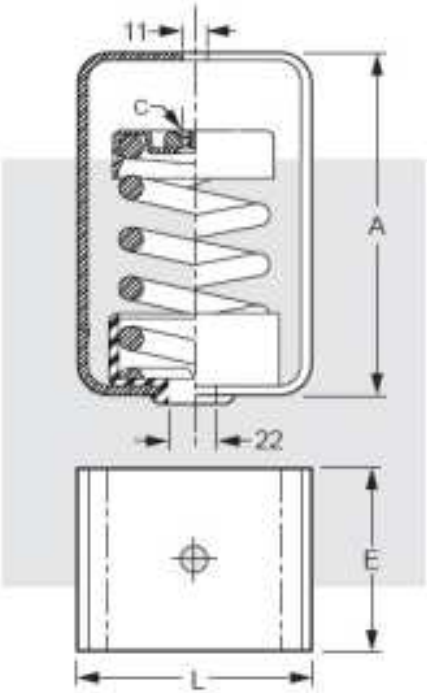
- **IM CR**
- **IM NR**
- **IM BR**

Οι θερμοκρασίες λειτουργίας είναι: -30 έως +120 °C

Μοντέλο	Πάχος (mm)	Σταθερά ελαστικότητας (N/mm^2)	Διαστασεις							Μετατόπιση (mm)	Λόγος Απόσβεσης $C/C_{critical}$	Κάθετη φυσική συχνότητα (Hz)
			Μήκος (mm)	150	200	250	325	500	500			
			Πλάτος (mm)	150	200	250	250	250	500			
			Επιφάνεια (mm^2)	22,5	40,0	62,5	81,25	125,0	250,0			
			ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ (KN)									
ISOMAT IM CR 40	25	2,7		6	10	16	21	33	66	2,4	0,05	10,2
	50	2,7								4,9		7,2
ISOMAT IM NR 45	25	3,7		8	14	21	27	42	84	2,3	0,01	10,5
	50	3,7								4,6		7,5
ISOMAT IM BR 40	25	3,0		7	12	19	24	38	75	2,5	0,1	10,0
	50	3,0								5,0		7,0
ISOMAT IM BR 50	25	3,7		8	15	23	30	47	94	2,5	0,1	9,7
	50	3,7								5,1		6,8
ISOMAT IM BR 70	25	6,0		20	36	56	73	113	225	3,8	0,1	9,3
	50	6,0								7,5		6,6

Τύπος : Σπειροειδές ελατήριο (Spring) Παθητικού τύπου
Κατασκευάστρια εταιρία: AAC (ADVANCED ANTIVIBRATION COMPONENTS)
www.vibrationmounts.com

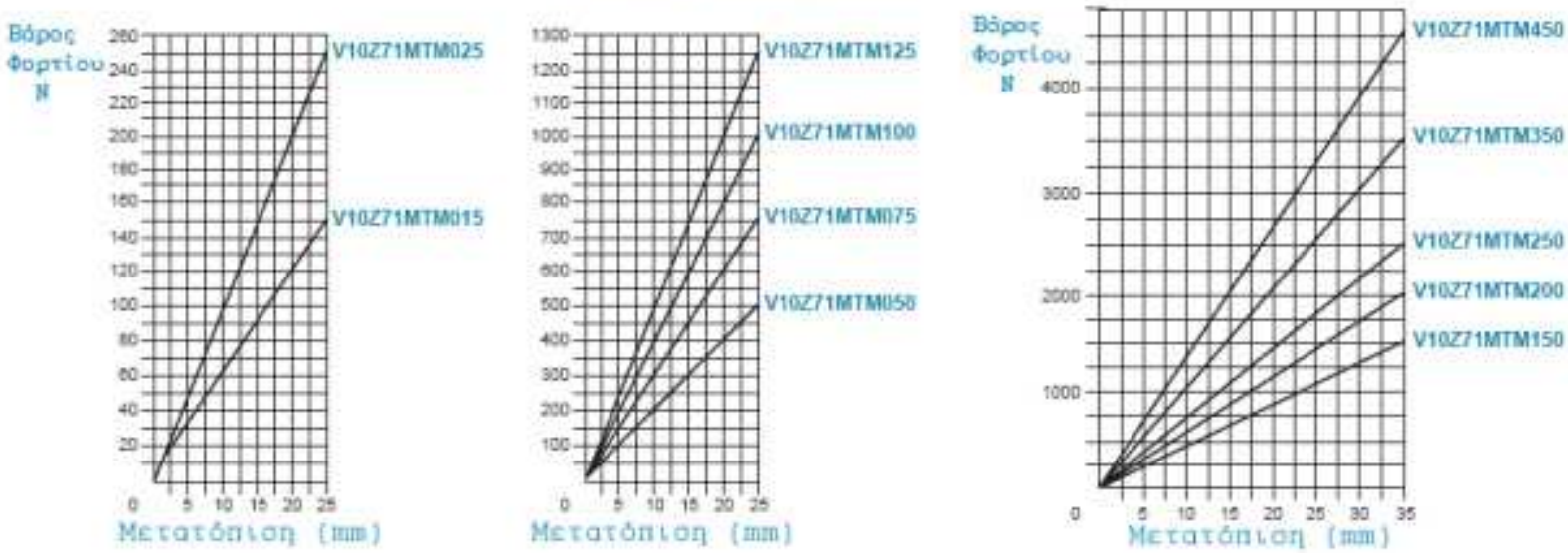




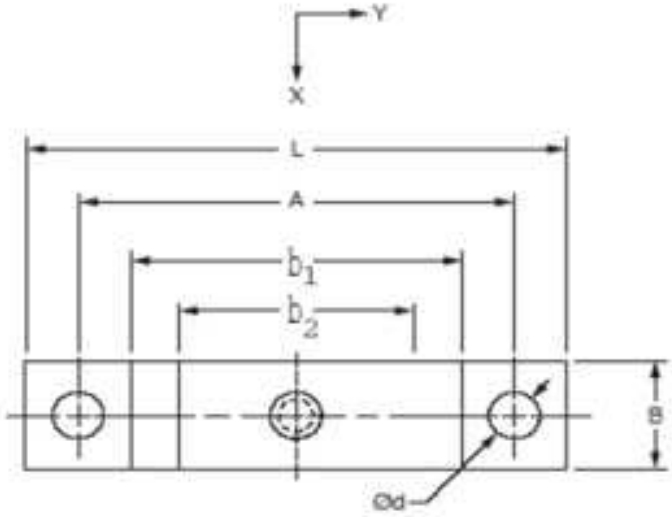
ΜΟΝΤΕΛΟ	A mm (in.)	E mm (in.)	L mm (in.)	ΜΕΓΙΣΤΟ		ΕΛΑΧΙΣΤΟ		ΠΡΟΣΩΡΙΝΗ ΑΠΟΔΕΚΤΗ ΥΠΕΡΦΟΡΤΩΣΗ (ποσοστό %)
				ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ N (lb.)	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ mm (in.)	ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ N (lb.)	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ mm (in.)	
V10Z71MTM015	100 (3,94)	55 (2,17)	60 (2,36)	150 (33,7)	25 (0,98)	60 (13,5)	10 (0,39)	10
V10Z71MTM025				250 (56,2)		100 (22,5)		
V10Z71MTM050			80 (3,15)	500 (112,4)		200 (45,0)		
V10Z71MTM075				750 (168,6)		300 (67,4)		
V10Z71MTM0100				1000 (224,8)		400 (89,9)		
V10Z71MTM0125				1250 (281,0)		500 (112,4)		
V10Z71MTM0150	150 (5,91)	80 (3,15)	100 (3,94)	1500 (337,2)	35 (1,38)	640 (143,9)	15 (0,59)	30
V10Z71MTM0200				2000 (449,6)		860 (193,3)		25
V10Z71MTM0250				2500 (562,0)		1070 (240,5)		20
V10Z71MTM0350				3500 (786,8)		1050 (236,0)		14
V10Z71MTM0450				4500 (1011,6)		1930 (433,9)		11

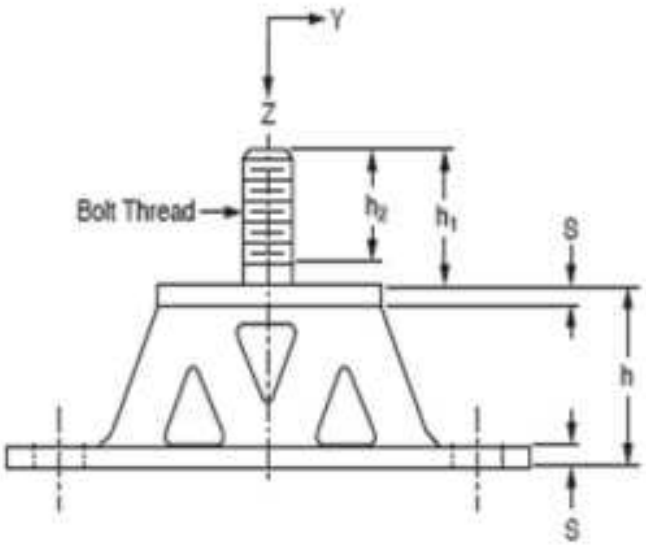
ΜΟΝΤΕΛΟ	ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ			ΑΠΟΣΒΕΣΗ			ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΟ ΕΥΡΟΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ
	N/m K_z	N/m K_x	N/m K_y	N sec/m C_z	N sec/m C_x	N sec/m C_y	
V10Z71MTM015	6.000	4.700	4.700	7,2	5,8	5,8	-90 °C Έως 200 °C -130 °F Έως 392 °F
V10Z71MTM025	10.000	7.200	7.200	12,1	9,7	9,7	
V10Z71MTM050	20.900	16.900	16.900	17,5	14,0	14,0	
V10Z71MTM075	30.200	27.300	27.300	20,0	16,2	16,2	
V10Z71MTM0100	40.100	36.200	36.200	34,0	27,0	27,0	
V10Z71MTM0125	50.000	46.400	46.400	38,2	30,6	30,6	
V10Z71MTM0150	42.800	34.200	34.200	34,0	27,2	27,2	
V10Z71MTM0200	57.100	46.200	46.200	36,0	28,8	28,8	
V10Z71MTM0250	71.400	60.100	60.100	45,2	36,2	36,2	
V10Z71MTM0350	100.000	86.200	86.200	62,5	52,0	52,0	
V10Z71MTM0450	128.600	103.600	103.600	70,8	56,6	56,6	

ΓΡΑΦΙΚΑ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΩΝ



Τύπος : καουτσούκ (Rubber) Παθητικού τύπου
Κατασκευάστρια εταιρία: AAC (ADVANCED ANTIVIBRATION COMPONENTS) www.vibrationmounts.com





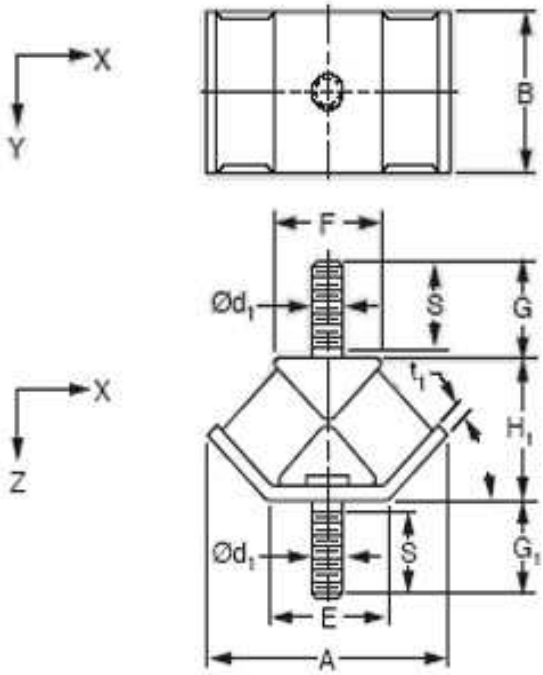
Χαρακτηριστικά της σειρά V - STYLE:

Διαστάσεις:

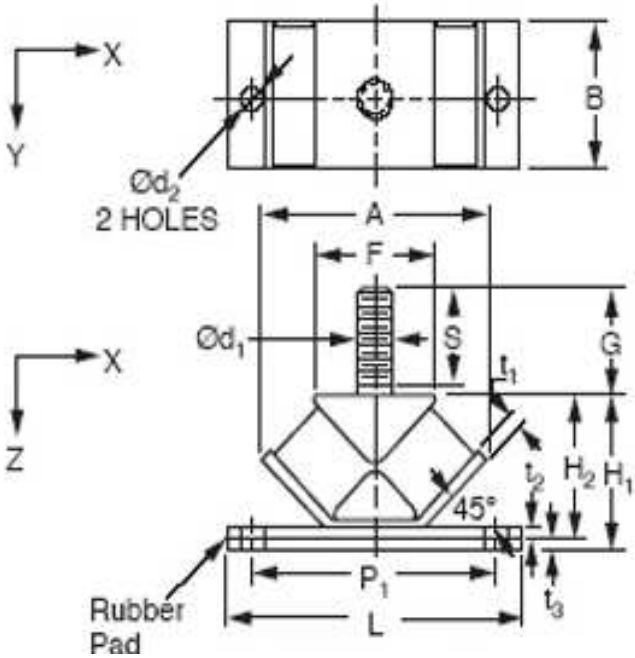
ΜΟΝΤΕΛΟ	mm (inc)	mm (inc)	mm (inc)	mm (inc)	mm (inc)	mm (inc)	mm (inc)	mm (inc)	mm (inc)	mm (inc)
V10Z46MKD040	125 (4,90)	104 (4,10)	30 (1,20)	80 (3,10)	55 (2,20)	4,5 (0,18)	40 (1,60)	29 (1,14)	25 (0,98)	11 (0,43)
V10Z46MKD045	160 (6,30)	130 (5,10)	35 (1,40)	100 (3,90)	70 (2,80)	4,5 (0,18)	45 (1,80)	34 (1,34)	32 (1,26)	14 (0,55)
V10Z46MKD055	210 (8,30)	170 (6,70)	40 (1,60)	130 (5,10)	90 (3,50)	6 (0,24)	55 (2,20)	54 (2,13)	50 (2,00)	17 (0,67)
V10Z46MKD065	245 (9,60)	205 (8,10)	50 (2,00)	165 (6,50)	115 (4,50)	9 (0,35)	65 (2,60)	52 (2,05)	50 (2,00)	20 (0,79)

Δεδομένα :

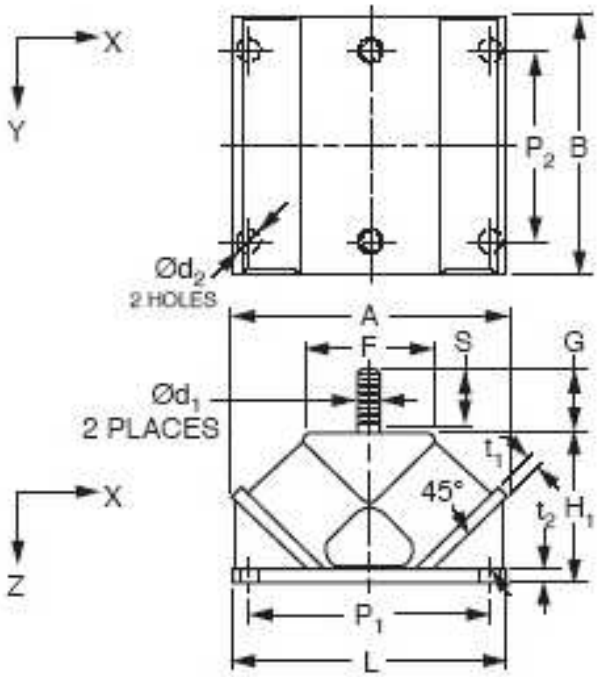
ΜΟΝΤΕΛΟ	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ N (Lib)	ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΟ ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ			ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ			ΑΠΟΣΒΕΣΗ		
		Z N (Lib)	X N (Lib)	Y N (Lib)	Kz N/m	Kx N/m	Ky N/m	Cz N sec/m	Cx N sec/m	Cy N sec/m
V10Z46MKD040	147,2 - 343,4 (33,1 - 77,2)	686,5 (154,3)	117,7 (26,5)	137,3 (30,9)	196.100	33.300	39.200	300	200	260
V10Z46MKD045	294,4 - 490,2 (66,2 - 110,2)	980,7 (220,5)	215,7 (48,5)	196,1 (44,1)	245.200	53.900	49.000	300	200	260
V10Z46MKD055	490,3 - 882,6 (110,2 - 198,4)	1716,2 (385,8)	441,3 (99,2)	343,2 (77,2)	284.400	71.100	56.900	300	200	260
V10Z46MKD065	490,2 - 1225,8 (176,4 - 275,6)	2451,7 (551,2)	441,3 (99,2)	392,3 (88,2)	362.800	68.900	58.000	300	200	260



Εικόνα 1



Εικόνα 2



Εικόνα 3

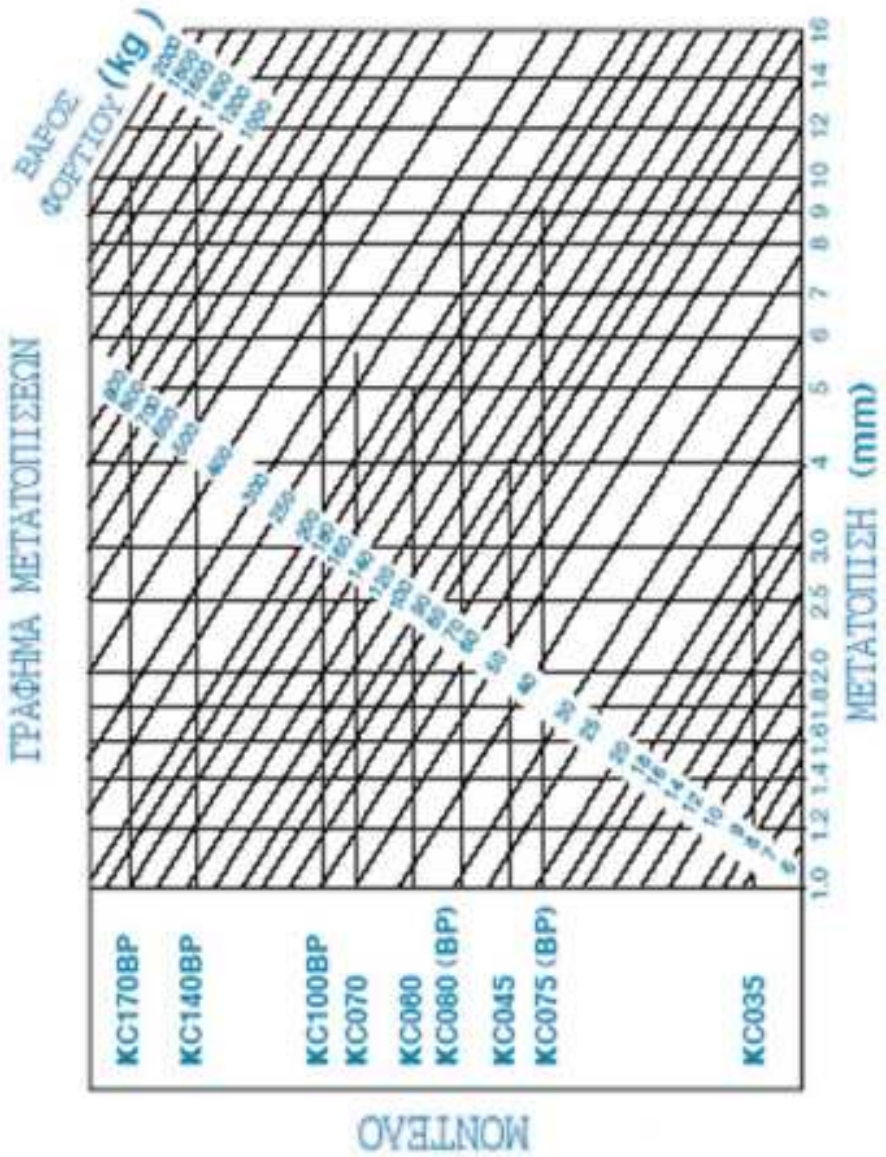
Διαστάσεις:

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΕΙΚΟΝΑ	A	B	E	F	G	G_1	S	t_1
V10Z45MKC035	1	60,0 (2,4)	30,0 (1,2)	30,0 (1,2)	26,0 (1,0)	31,0 (1,2)	29,0 (1,1)	25,0 (1,0)	4,5 (0,18)
V10Z45MKC045		82,0 (3,2)	50,0 (2,0)	40,0 (1,6)	40,0 (1,6)	35,0 (1,4)	34,0 (1,3)	32,0 (1,3)	4,5 (0,18)
V10Z45MKC060		108,0 (4,3)	70,0 (2,8)	45,0 (1,8)	56,0 (2,2)	45,0 (1,8)	43,5 (1,7)	40,0 (1,6)	6,0 (0,24)
V10Z45MKC070		124,0 (4,9)	90,0 (3,5)	55,0 (2,2)	65,0 (2,6)	52,0 (2,0)	52,0 (2,0)	50,0 (2,0)	8,0 (0,32)
V10Z45MKC075		135,0 (5,3)	70,0 (2,8)	76,0 (3,0)	56,0 (2,2)	45,0 (1,8)	43,5 (1,7)	40,0 (1,6)	6,0 (0,24)
V10Z45MKC080		148,0 (5,8)	90,0 (3,5)	76,0 (3,0)	65,0 (2,6)	52,0 (2,0)	52,0 (2,0)	50,0 (2,0)	8,0 (0,32)
V10Z45MKC075BP	2	135,0 (5,3)	70,0 (2,8)		56,0 (2,2)	45,0 (1,8)		40,0 (1,6)	6,0 (0,24)
V10Z45MKC080BP		148,0 (5,8)	90,0 (3,5)		65,0 (2,6)	51,5 (2,0)		50,0 (2,0)	8,0 (0,32)
V10Z45MKC100BP		180,0 (7,1)	110,0 (4,3)		100,0 (3,9)	57,0 (2,2)		46,0 (1,8)	8,0 (0,32)
V10Z45MKC140BP	3	250,0 (9,8)	240,0 (9,5)		127,0 (5,0)	56,0 (2,2)		46,0 (1,8)	12,0 (0,47)
V10Z45MKC170BP		288,0 (11,3)	180,0 (7,1)		184,0 (7,2)	56,0 (2,2)		46,0 (1,8)	12,0 (0,47)

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΕΙΚΟΝΑ	L	P_1	P_2	H_1	H_2	d_2	t_2	t_3
V10Z45MKC035	1				35,0 (1,4)				
V10Z45MKC045					45,0 (1,8)				
V10Z45MKC060					60,0 (2,4)				
V10Z45MKC070					70,0 (2,8)				
V10Z45MKC075					73,0 (2,9)				
V10Z45MKC080					80,0 (3,1)				
V10Z45MKC075BP	2	170,0 (6,7)	140,0 (5,5)		85,0 (3,3)	79,0 (3,1)	14,0 (0,55)	6 (0,24)	6 (0,24)
V10Z45MKC080BP		180,0 (7,1)	150,0 (5,9)		94,0 (3,7)	88,0 (3,4)	14,0 (0,55)	8 (0,32)	6 (0,24)
V10Z45MKC100BP		240,0 (9,5)	200,0 (7,9)		114,0 (4,7)	108,0 (4,3)	18,0 (0,71)	8 (0,32)	6 (0,24)
V10Z45MKC140BP	3	250,0 (9,8)	220,0 (8,7)	175,0 (6,9)	140,0 (5,5)		18,0 x 2,0 (0,71 x 0,08)	12 (0,47)	6 (0,24)
V10Z45MKC170BP		300,0 (11,8)	252,0 (9,9)	100,0 (3,9)	170,0 (6,7)		22,0 x 2,0 (0,87 x ,008)	12 (0,47)	

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ			ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΟ ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ								
				Z			X			Y		
	Kg	N	Lib	Kg	N	Lib	Kg	N	Lib	Kg	N	Lib
KC035	4,0 έως 10,0	39,2 έως 98,1	9,0 έως 22,0	20,0	196,1	44,0	13,0	127,5	28,0	5,0	49,0	11,0
KC045	25,0 έως 45,0	245,2 έως 441,3	55,0 έως 99,0	90,0	883,0	198,4	55,0	539,4	121,0	25,0	245,2	55,0
KC060	30,0 έως 95,0	294,2 έως 931,6	66,0 έως 209,0	185,0	1.814,2	407,8	65,0	637,4	143,0	30,0	294,2	66,0
KC070	50,0 έως 150,0	490,3 έως 1.471,0	110,0 έως 330,0	290,0	2.844,0	639,3	110,0	1.078,7	242,0	55,0	539,4	121,0
KC075	30,0 έως 90,0	294,2 έως 882,6	66,0 έως 198,0	170,0	1.667,1	374,8	105,0	1.029,7	231,0	40,0	392,3	88,0
KC080	35,0 έως 135,0	343,2 έως 1.323,9	77,0 έως 297,0	260,0	2.549,8	573,2	155,0	1.520,0	341,0	60,0	588,4	132,0
KC075BP	30,0 έως 90,0	294,2 έως 882,6	66,0 έως 198,0	170,0	1.667,1	374,8	105,0	1.029,7	231,0	40,0	392,3	88,0
KC080BP	35,0 έως 135,0	343,2 έως 1323,9	77,0 έως 297,0	260,0	2.549,7	573,2	155,0	1.520,0	341,0	60,0	588,4	132,0
KC100BP	100,0 έως 300,0	980,7 έως 2.942,0	220,0 έως 660,0	600,0	5.884,0	1.322,8	260,0	2.549,7	572,0	120,0	1.176,8	264,0
KC140BP	300,0 έως 650,0	2.942,0 έως 6.374,3	660,0 έως 1.430,0	1.300,0	12.748,6	2.866,0	550,0	5.393,7	1.210,0	250,0	2.451,7	550,0
KC170BP	500,0 έως 900,0	4.903,3 έως 8.826,0	1.100,0 έως 1.980,0	1.750,0	17.161,6	3.858,0	650,0	6.374,3	1.430,0	280,0	2.745,9	616,0

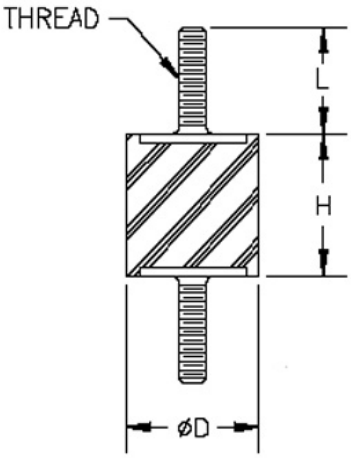
ΜΟΝΤΕΛΟ	ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ										
	K_Z			K_X				K_Y			
	Kg / cm	N / m	Lib / in	K_X / K_Z	Kg / cm	N / m	Lib / in	K_Y / K_Z	Kg / cm	N / m	Lib / in
KC035	75	73.542,0	420	0,72	54,0	52.950,2	302,4	0,33	24,7	24.268,9	138,6
KC045	235	230.431,6	1.316	0,64	1.50,4	147.469,2	842,2	0,27	63,4	62.213,0	355,3
KC060	380	372.612,8	2.128	0,65	2.47,0	242.198,3	1.383,2	0,28	106,4	104.324,6	595,8
KC070	510	500.085,6	2.856	0,66	3.36,6	330.063,5	1.885,0	0,29	147,9	145.017,8	828,2
KC075	170	166.695,2	952	0,71	120,7	118.350,1	675,9	0,31	52,7	51.672,0	295,1
KC080	300	294.168,0	1.680	0,72	216,0	211.801,0	1.209,6	0,30	90,0	88.250,4	504,0
KC075BP	170	166.695,2	952	0,71	120,7	118.350,1	675,9	0,31	52,7	51.672,0	295,1
KC080BP	300	294.168,0	1.680	0,72	216,0	211.801,0	1.209,6	0,30	90,0	88.250,4	504,0
KC100BP	600	588.336,0	3.360	0,82	492,0	482.435,5	2.755,2	0,27	162,0	158.850,7	907,2
KC140BP	1.300	1.274.728,0	7.280	0,88	1.144,0	1.100.760,6	6.406,4	0,31	403,0	395.165,7	2256,8
KC170BP	1.700	1.666.952,0	9.520	0,87	1.479,0	1.450.248,2	8.282,4	0,27	459,0	450.077,0	2570,4

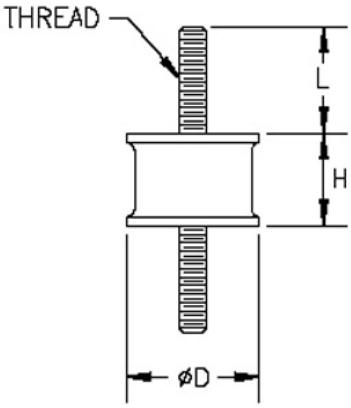

ΓΡΑΦΗΜΑ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΩΝ
ΒΑΡΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ (kg)
KC170BP
KC140BP
KC100BP
KC070
KC060
KC060 (BP)
KC045
KC075 (BP)
KC035
1.0 1.2 1.4 1.6 1.8 2.0 2.5 3.0 4 5 6 7 8 9 10 12 14 16
ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ (mm)
MONTEAO

Κατασκευάστρια εταιρία: QONTROL DEVICE

Τύπος : Παθητικού τύπου

www.qontroldevices.com





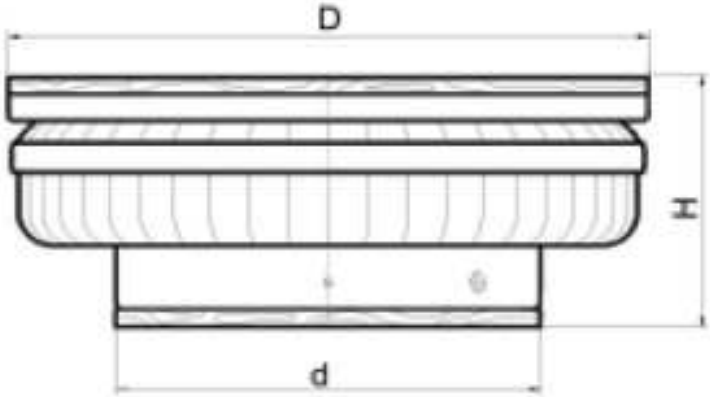
Μοντέλο	Διαστασεις in (cm)				Βάρος φορτίου lbs (N)		Ελαστικοτητα (lbs/in)	
	D	H	L	Thread	Κάθετα	Οριζόντια	Κάθετα	Οριζόντια
STA-3015-50	1,00 (2,54)	0,75 (1,91)	0,50 (1,27)	1/4-20	45 (200,16)	10 (44,48)	450 (78.795)	100 (17.510)
STA-3020-40	1,00 (2,54)	0,75 (1,91)	0,62 (1,57)	5/16-18	30 (133,44)	7 (31,14)	300 (52.530)	70 (12.257)
STA-3020-60	1,00 (2,54)	0,75 (1,91)	0,62 (1,57)	5/16-18	70 (311,36)	15 (66,72)	700 (122.570)	150 (26.265)
STA-3028-50	1,00 (2,54)	1,00 (2,54)	0,56 (1,42)	5/16-18	40 (177,92)	10 (44,48)	300 (52.530)	70 (12.257)
STA-3502-60	1,19 (3,02)	0,62 (1,57)	0,50 (1,27)	M8	140 (622,72)	25 (111,20)	1900 (332.690)	350 (61.285)
STA-3512-43	1,18 (3,02)	1,00 (2,54)	0,62 0,87 (1,57 2,21)	M8	50 (222,40)	12 (53,38)	400 (70.040)	90 (15.759)
STA-4020-45	1,37 (3,48)	1,50 (3,81)	0,62 (1,59)	5/16-18	65 (289,12)	13 (57,82)	300 (52.530)	65 (11.381,5)
STA-4508-50	1,50 (3,81)	1,00 (2,54)	0,62 1,06 (1,59 2,70)	5/16-18	100 (444,80)	24 (106,75)	800 (140.080)	180 (31.518)
STA-4705-60	1,56 (3,96)	0,87 (2,22)	0,87 (2,21)	M8	150 (667,20)	30 (133,44)	1.500 (262.650)	320 (102.400)
STA-5012-60	2,00 (5,08)	1,06 (2,70)	1,25 (3,17)	M10	220 (978,56)	45 (200,16)	1.800 (315.180)	370 (64.787)
STA-7012-60	3,00 (7,62)	1,62 (4,13)	2,00 (5,08)	M12	520 (2312,96)	110 (489,3)	2.700 (472.770)	570 (99.807)

Schiller GmbH

Κατασκευάστρια εταιρία: AAC (ADVANCED ANTIVIBRATION COMPONENTS)

Τύπος : Αεριού (Air spring) Παθητικού τύπου
Μοντέλο: GRB 780

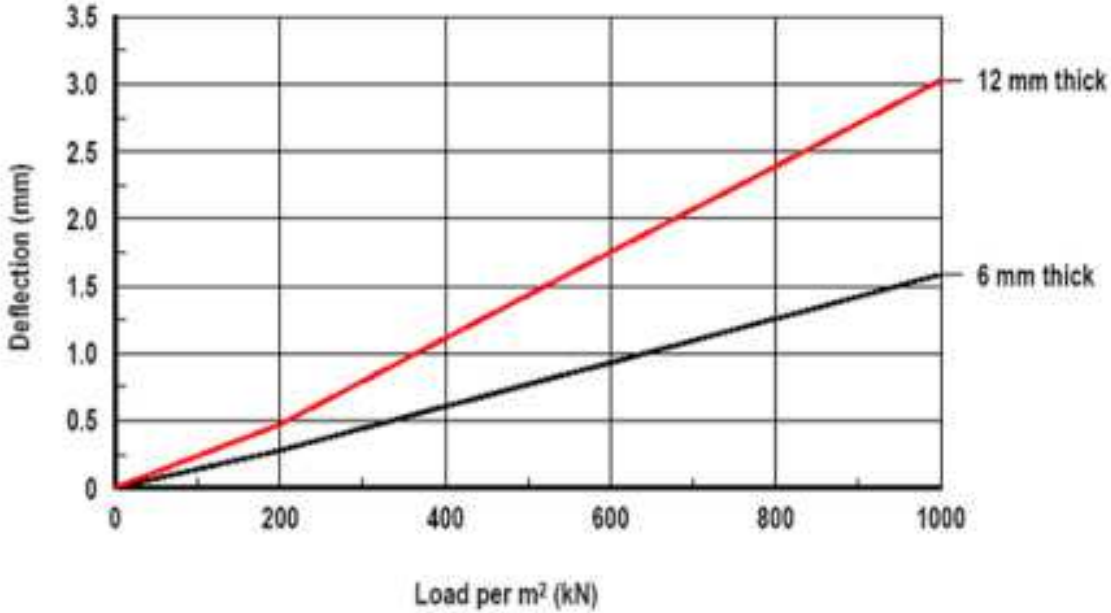
www.itbona.com



ΠΙΕΣΗ (bar)	Βάρος φορτίου (KN)	ΚΑΘΕΤΗ			ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ		
		ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ Kz N/mm	ΑΠΟΣΒΕΣΗ Cz N sec/mm	ΦΥΣΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ Hz	ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ Kx ΚΑΙ Ky N/mm	ΑΠΟΣΒΕΣΗ Cx ΚΑΙ Cy N sec/mm	ΦΥΣΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ Hz
2	26	290	0,3	1,7	175	1,3	0,2
4	52	435	0,3	1,5	235	1,1	0,2
5	65	500	0,3	1,4	250	1,0	0,2
6	78	600	0,3	1,4	260	0,9	0,2
7,5	98	690	0,3	1,3	265	0,8	0,2

Κατασκευάστρια εταιρία: CHRISTIE & GREY
www.christiegrey.com

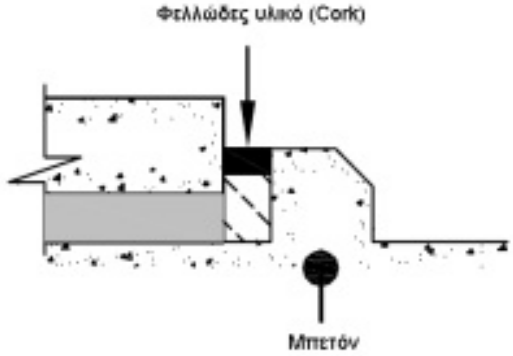
Τύπος : Φελλού (Cork) Παθητικού τύπου



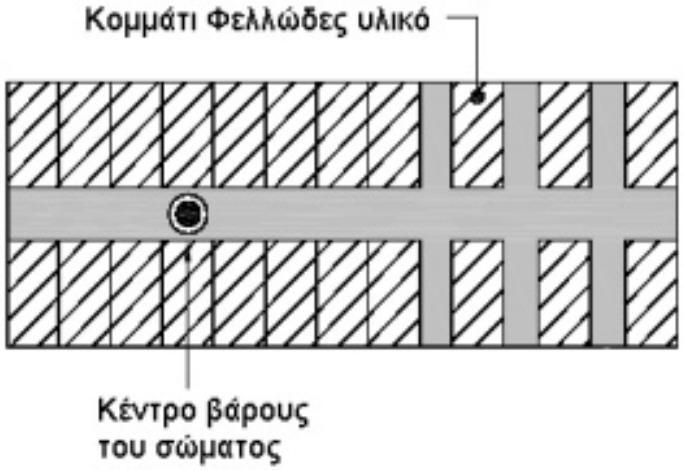
- Το επιτρεπόμενο εύρος θερμοκρασιών είναι από -40°C έως 100°C.
- Η γραμμική πυκνότητα είναι 675 Kgr / m^3.
- Μπορεί να κοπεί σε μικρότερα κομμάτια και ανάλογα με τις διαστάσεις που απαιτούνται για την κάλυψη της επιφάνειας.
- Υπάρχουν δυο μοντέλα:

  1) πάχος 12 mm με ελαστικότητα 830.000 N/m^2 και με στατική μετατόπιση 2,5 mm
  2) πάχος 6 mm με ελαστικότητα 950.000 N/m^2 και με στατική μετατόπιση 1,5 mm

- Εάν χρειαστεί μπορεί να γίνει συνδυασμός των δυο μοντέλων π.χ. εάν χρησιμοποιηθεί μια στρώση με 12 mm και άλλη μια στρώση με 6 mm μπορούμε να έχουμε αντικραδασμική στρώση φελλού με πάχος 18 mm



- Δίνει την δυνατότητα να κοπεί σε μικρά κομμάτια έτσι ώστε να καλύψει μικρές επιφάνειες και γωνίες



- Κατανέμονται τα κομμάτια ανάλογα με το κέντρο βάρος της μηχανής. Φυσικά εκεί που έχει μεγαλύτερο βάρος χρειάζεται μεγαλύτερη ελαστικότητα ανά τετραγωνική επιφάνεια.

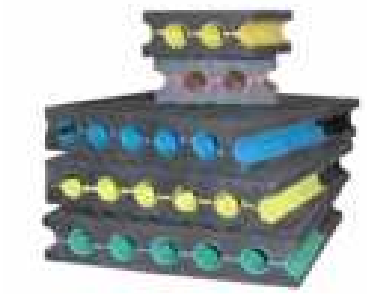
	Διαστάσεις του κάθε κομματιού Μήκος x Πλάτος x Ύψος (mm)	Γραμμική πυκνότητα (Kgr/m^3)	Μέγιστο επιτρεπόμενο φορτίο (Kgr/m^3)	Μέγιστο φορτίο (Kgr/κομμάτι) Αντίστοιχη στατική μετατόπιση 1 mm
STD	915 x 610 x 50	190 - 200	10750	6000
HD 1	915 x 610 x 50	250 - 260	38000	21204
HD 2	1000 x 500 x 50	180 - 200	10750	5375
LD	1000 x 500 x 50	110 - 130	5000	2500

Ελληνική εταιρία VIBRO
www.vibro.gr

ANTIVIBRATION ELASTIC PAD (EP)
Rubber (καουτσούκ)

Βγαίνουν πέντε διαφορετικά μοντέλα:

- Μπλέ
- Κόκκινο
- Γκρι
- Πράσινο
- Κίτρινο

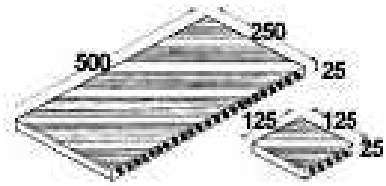


Διακρίνονται σε τρεις βασικές κατηγόριες:

Μαλακά (Κόκκινο και Κίτρινο)

Μέτρια (Μπλε και Πράσινο)

Σκληρά (Γκρι)



Οι διαστάσεις των μοντέλων είναι:

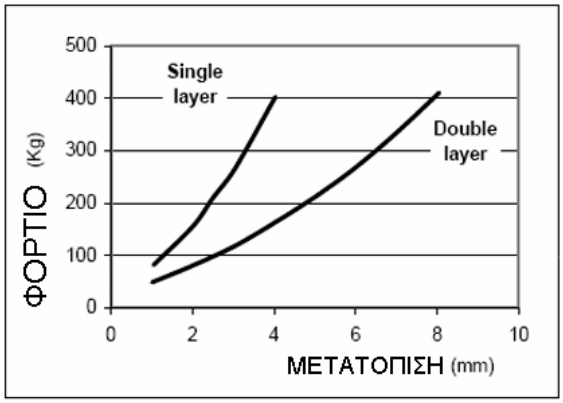
Διαστάσεις (cm)	50 x 25 x 2,5 12,5 x 12,5 x 2,5 6 x 6 x 2,5

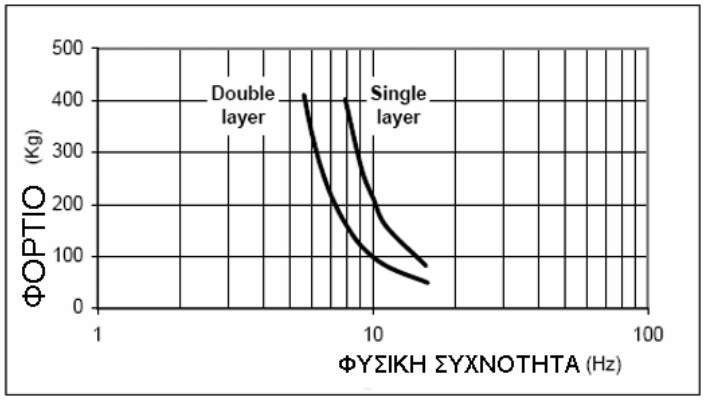
Μοντέλο	Διαστάσεις	Ευρως φορτιου				Ελαστικοτητα	
		Μέγιστο φορτίο για κάθε κομμάτι		Χακτηριστικό φορτίο		Μονή στρώση	Διπλή στρώση
Vibro – EP	cm	Kp	N	Kp/cm^2	N/cm^2	N/mm	N/mm
Γκρι	50 x 25 12,5 x 12,5	3500 350	35.000 3.500	2 - 3 2 - 2,5	20 - 30 20 - 25	2000	1000
Μπλέ και Πράσινο	50 x 25 12,5 x 12,5	2500 250	25.000 2.500	1,5 - 2 1 - 2	15 - 20 10 - 20	1000	500
Κόκκινο και Κιτρινο	50 x 25 12,5 x 12,5	1800 180	18.000 1.800	1 - 1,5 1 - 1,2	10 - 15 10 - 12	500	250

Προσοχή αυτή η κατασκευάστρια εταιρία δίνει κατά προσέγγιση 1 Kp = 10 N.

Τα παρακάτω διαγράμματα δίνουν κάποια βασικά στοιχεία για τα αντικραδασμικά ΕΡ μπλε και γκρι.

Vibro - ΕΡ Μπλέ (12,5x12,5x2,5cm)





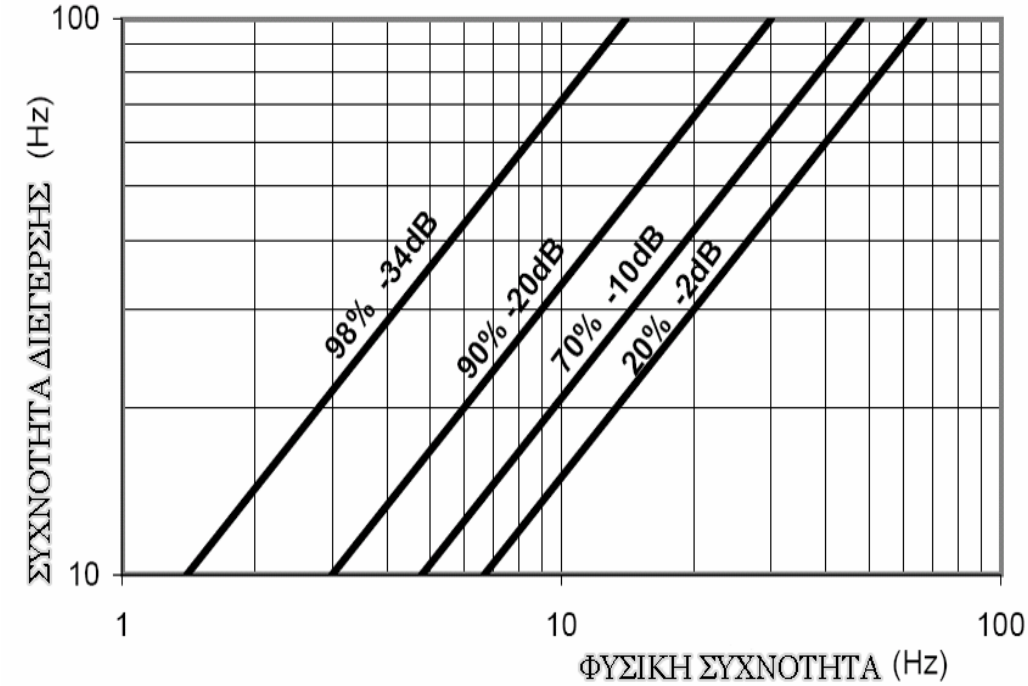
Μετατόπιση ανάλογα με το φορτίο

Φυσική συχνότητα ανάλογα με το φορτίο

η ελαστικοτητα του μπλε είναι 1000 N/mm με ένα ελαστικό στρώμα και 500 N/mm για διπλό ελαστικό στρώμα

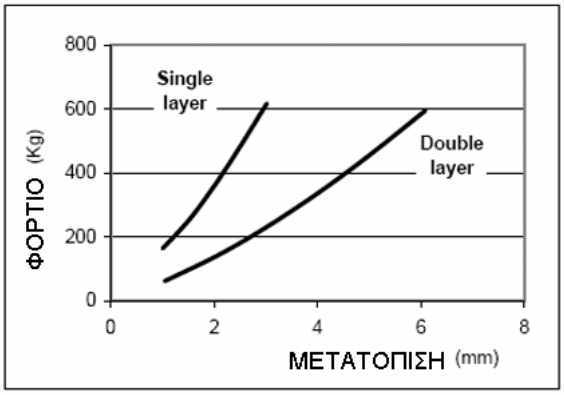
Vibro - ΕΡ Μπλέ (12,5x12,5x2,5cm)

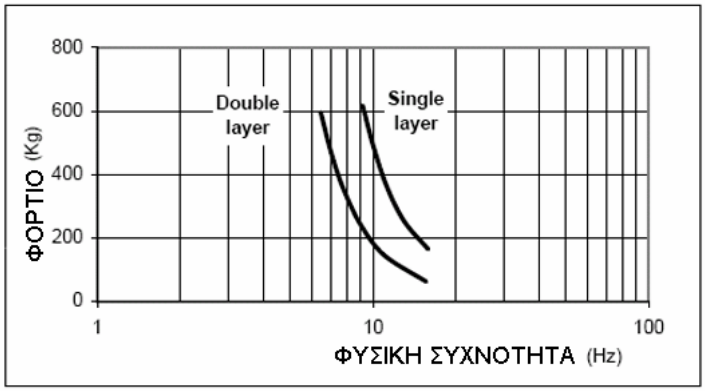
Το παρακάτω διάγραμμα δείχνει το Transmission Ratio



ποσοστά μείωσης μεταδιδόμενης ενέργειας (Transmission ratio) για το ΕΡ Μπλέ

Vibro - EP Γκρι (12,5x12,5x2,5cm)





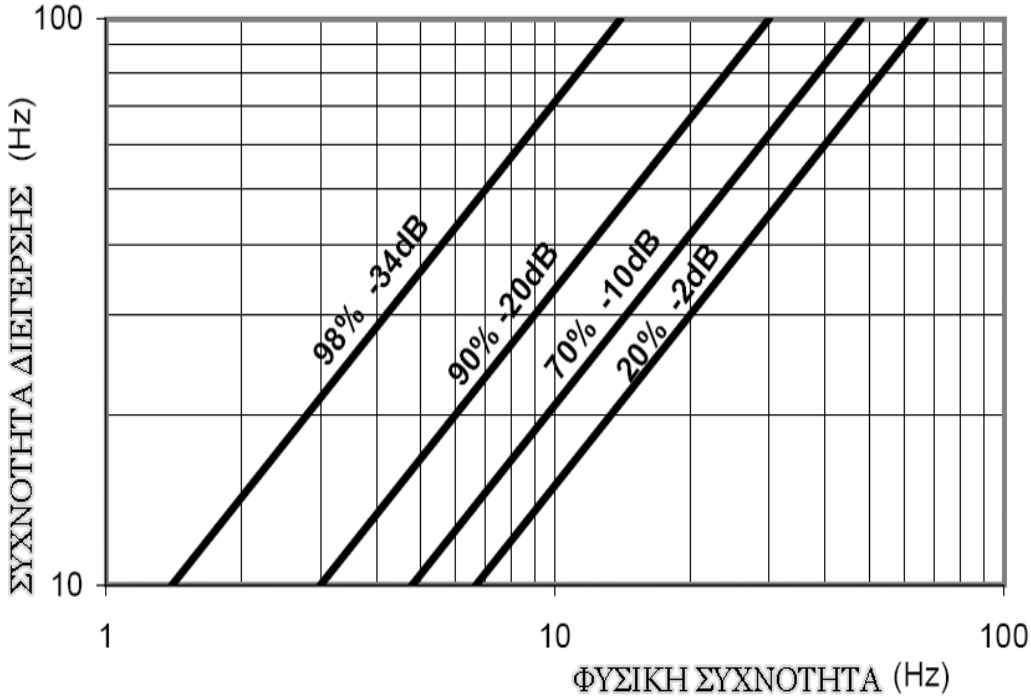
Μετατόπιση ανάλογα με το φορτίο

Φυσική συχνότητα ανάλογα με το φορτίο

η ελαστικοτητα του μπλε είναι 2000 N/mm με ένα ελαστικό στρώμα και 1000 N/mm για διπλό ελαστικό στρώμα

Vibro - EP Γκρι (12,5x12,5x2,5cm)

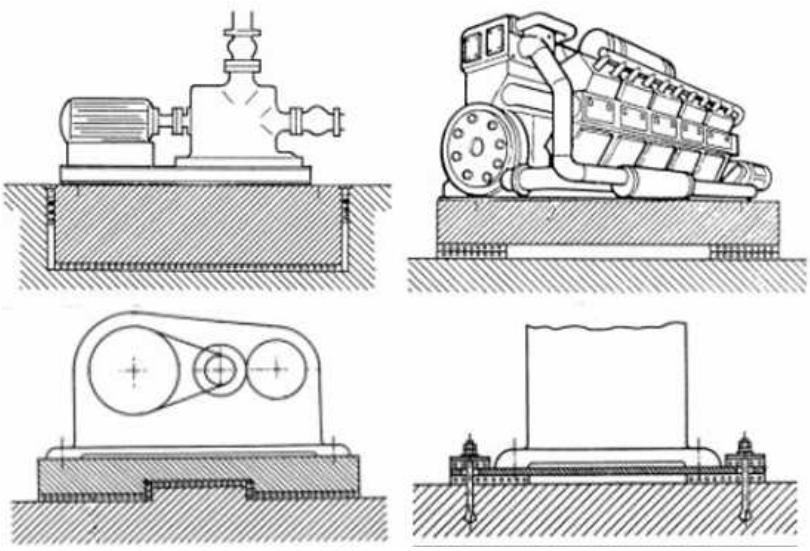
Το παρακάτω διάγραμμα δείχνει το Transmission Ratio



ποσοστά μείωσης μεταδιδόμενης ενέργειας (Transmission ratio)

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΑΝΤΙΚΡΑΔΑΣΜΙΚΩΝ ΕΡ

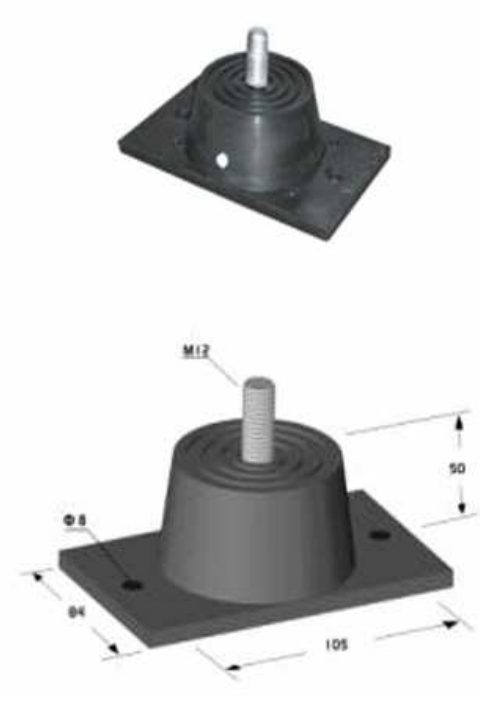
Στούντιο, βιομηχανικά πατώματα, ανελκυστήρες, μηχανές εκτύπωσης, ευαίσθητα όργανα, συμπιεστές αέρα, μονάδες κλιματισμού.



Εφαρμογή των αντικραδασμικών Ελαστικών ΕΡ

Αντικραδασμικά ΕΜ 2 και ΕΜ 3

Αντικραδασμικό σύστημα ΕΜ 2

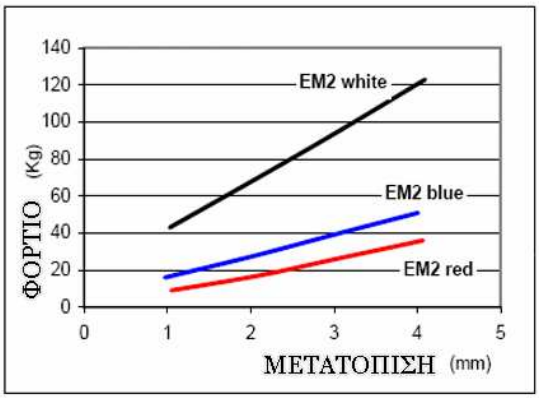


Αντικραδασμικό σύστημα ΕΜ 3

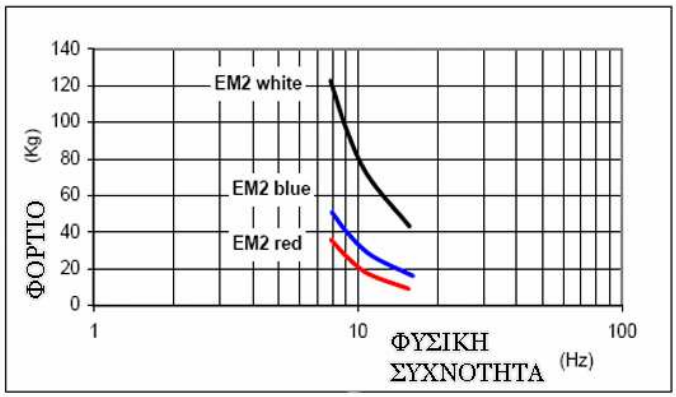
ΤΥΠΟΣ	ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΟ ΦΟΡΤΙΟ		ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
	Kp	N	N/mm
Vibro – **EM 2 (Κόκκινο)**	10 - 40	100 - 400	100
Vibro – **EM 2 (Μπλέ)**	18 - 50	180 - 500	125 - 180
Vibro – **EM 2 (Άσπρο)**	42 - 122	420 - 1220	300 - 420
Vibro – **EM 3 (Μπλέ)**	100-250	1000 - 2500	
Vibro – **EM 3 (Άσπρο)**	200-350	2000 - 3500	

Στατική μετατόπιση: 4 mm υπό μέγιστο φορτίο.

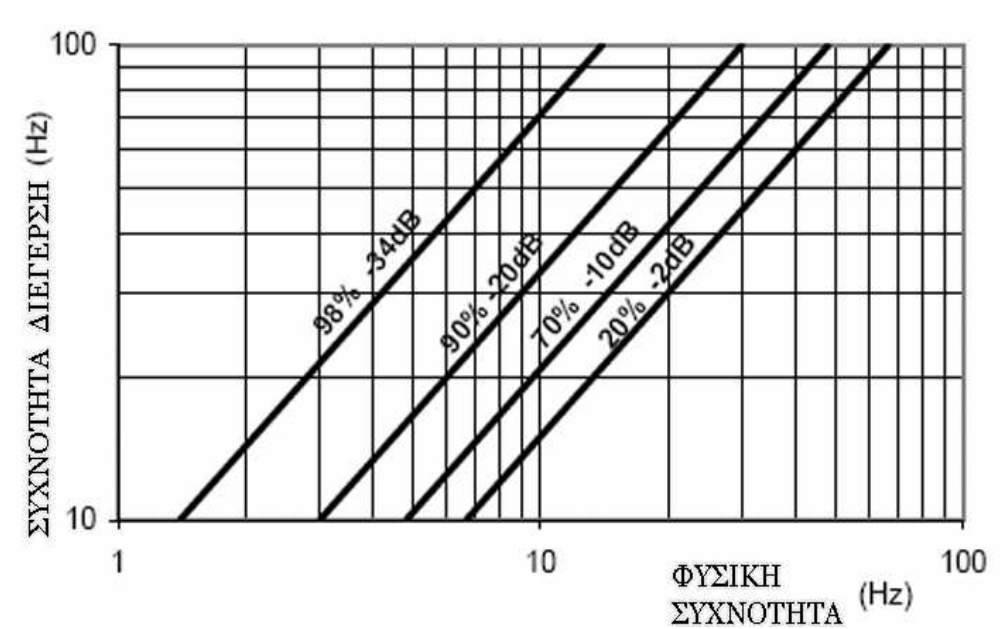
Τεχνικά χαρακτηριστικά για το **EM 2**



Μετατόπιση ανάλογα
με το φορτίο

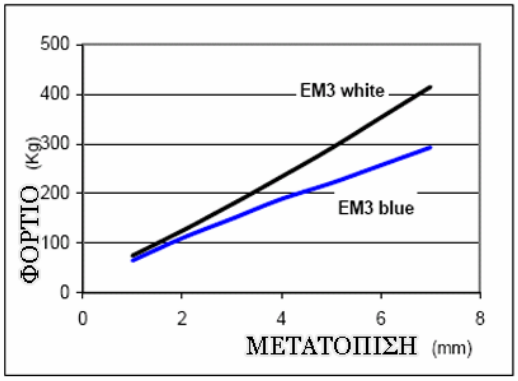


Φυσική συχνότητα ανάλογα
με το φορτίο

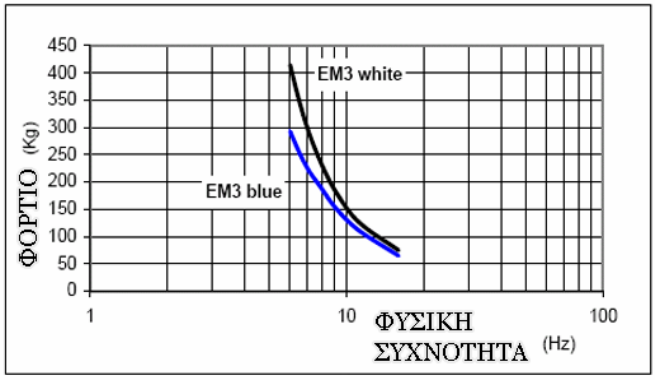


ποσοστά μείωσης μεταδιδόμενης ενέργειας (Transmission ratio) για το EM 2

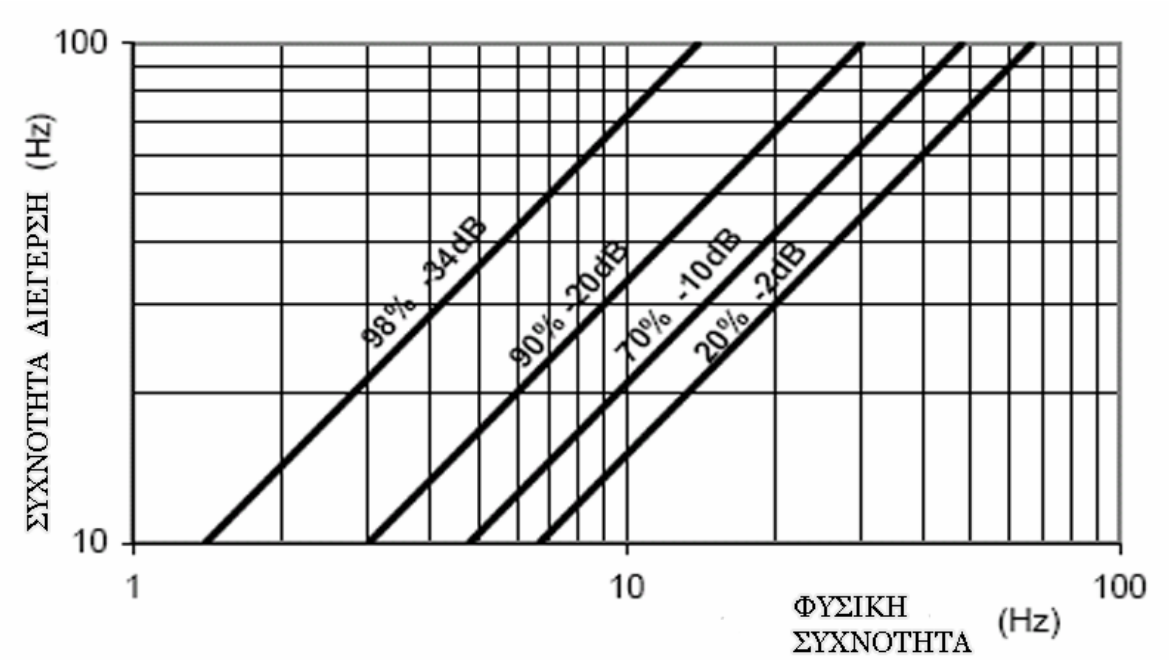
Τεχνικά χαρακτηριστικά για το **EM 3**



Μετατόπιση ανάλογα
με το φορτίο



Φυσική συχνότητα ανάλογα
με το φορτίο



ποσοστά μείωσης μεταδιδόμενης ενέργειας (Transmission ratio) για το EM 3

Παράρτημα

Αρχεία Matlab

αρχείο Mat lab: talantoseis.m

```
function talantoseis(A1,A2,freq1,freq2,ph1,ph2,dur)

%ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΙΣ ΔΥΟ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ
%ΕΧΟΥΝ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟ ΠΛΑΤΟΣ, ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΦΑΣΗ

%A1 ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ x1
%A2 ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ x2

%freq1 ΕΙΝΑΙ Η ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ Hz ΤΟΥ ΠΡΩΤΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ x1
%freq2 ΕΙΝΑΙ Η ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ Hz ΤΟΥ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ x2

%ph1 ΕΙΝΑΙ Η ΦΑΣΗ ΤΟΥ ΠΡΩΤΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ x1 ΣΕ ΜΟΙΡΕΣ (0-360)
%ph2 ΕΙΝΑΙ Η ΦΑΣΗ ΤΟΥ ΔΕΤΕΡΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ x2 ΣΕ ΜΟΙΡΕΣ (0-360)

%dur ΕΙΝΑΙ Η ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΣΕ sec

v1 = 2*pi*freq1;                %ΜΕΤΑΤΡΕΠΕΙ ΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ freq1 ΑΠΟ Hz ΣΕ (rad/sec)
v2 = 2*pi*freq2;                %ΜΕΤΑΤΡΕΠΕΙ ΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ freq2 ΑΠΟ Hz ΣΕ (rad/sec)

t = 0:0.001:dur;                %ΔΙΜΙΟΥΡΓΕΙΑ ΤΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΠΕΔΙΟ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

fasi1 = (ph1*pi/180);           %ΜΕΤΑΤΡΕΠΕΙ ΤΙΣ ΜΟΙΡΕΣ ΣΕ ΑΚΤΙΝΙΑ ΓΙΑ ΤΟΝ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ x1
fasi2 = (ph2*pi/180);           %ΜΕΤΑΤΡΕΠΕΙ ΤΙΣ ΜΟΙΡΕΣ ΣΕ ΑΚΤΙΝΙΑ ΓΙΑ ΤΟΝ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ x2

%*****************************************************************************
z1 = A1*cos(v1.*t+fasi1)+j*A1*sin(v1.*t+fasi1);   %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ x1
z2 = A2*cos(v2.*t+fasi2)+j*A2*sin(v2.*t+fasi2);   %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ x2

%*****************************************************************************
vel1 = j.*v1.*z1;               %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ x1
vel2 = j.*v2.*z2;               %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ x2

%*****************************************************************************
acc1 = -(v1.^2).*(z1);          %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ x1
acc2 = -(v2.^2).*(z2);          %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ x2

%*****************************************************************************
                                %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΟ ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΤΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ
figure(1)
hold on
grid on
plot(t,imag(z1),'r')
xlabel('Time  sec')
ylabel('Displacement   meter')

%*****************************************************************************
figure(2)                       %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΣΤΟ ΙΔΙΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
hold on                         %ΤΩΝ ΔΥΟ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ x1 ΚΑΙ x2
grid on
plot(t,real(z1),'r')            %ΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ x1 ΜΕ ΚΟΚΚΙΝΟ ΧΡΩΜΑ

plot(t,real(z2),'b')            %ΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ x2 ΜΕ ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ
legend('Oscil 1','Oscil 2')
xlabel('Time   sec')
ylabel('Displacement   meter')
%*****************************************************************************
figure(3)                       %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΣΤΟ ΙΔΙΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ
hold on                         %ΚΑΙ ΤΟ ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
grid on
plot(t,real(z1),'r')            %ΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΜΕ ΚΟΚΚΙΝΟ ΧΡΩΜΑ

plot(t,imag(z1),'b')            %ΤΟ ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΜΕ ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ
legend('Real','Image')          %ΥΠΟΜΝΗΜΑ
xlabel('Time   sec')
ylabel('Displacement   meter')
title('Real and Imaginary part')
```

```
%*************************************************************************
figure(4)
hold on
grid on
plot(t,real(z1),'r')                %ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ
plot(t,real(vel1),'b')              %ΤΑΧΥΤΗΤΑ
plot(t,real(acc1),'c')              %ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ
legend('Displacement','Velocity','Acceleration')       %ΥΠΟΜΝΗΜΑ
title('Real part  Displacement Velocity Acceleration')

%*************************************************************************
figure(5)
hold on
grid on
plot(t,imag(z1),'r')                %ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ
plot(t,imag(vel1),'b')              %ΤΑΧΥΤΗΤΑ
plot(t,imag(acc1),'c')              %ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ
legend('Displacement','Velocity','Acceleration')       %ΥΠΟΜΝΗΜΑ
title('Imaginary part Displacement Velocity Acceleration')
```

αρχείο Mat lab: undamped.m

```
function undamped(k,m,F,fstart,fstep,fend)
%*************************************************************************
%ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΧΩΡΙΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c
%ΔΙΝΩΝΤΑΣ ΤΗΝ ΤΙΜΗ ΤΗΣ ΕΛΣΤΗΚΟΤΗΤΑΣ k ΤΗΝ ΜΑΖΑ ΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ m
%ΤΟ ΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ F
%ΓΙΑ ΤΟ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΤΗΝ ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ
%fstart   ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ
%fstep    ΒΗΜΑ ΑΥΞΗΣΗΣ ΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ
%fend     ΤΕΛΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

%ΔΙΝΕΙ ΤΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ ΤΟΥ ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΤΗΣ ΦΑΣΕΩΣ
%ΚΑΙ ΤΟΥ TRANSMISSION RATIO ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΩΤΗΤΩΝ
%*************************************************************************
format short e
freq = fstart:fstep:fend;
```

```
v = 2*pi.*freq;                          %ΜΕΤΑΤΡΕΠΕΙ ΤΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑ ΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ FREQUENCY HZ ΣΕ rad/sec
vo = sqrt(k/m);                          % Η ΦΥΣΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΗΤΑ
fnatural = vo/(2*pi);

n = F/m;
A = n./((vo^2)-(v.^2));                  %ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ
Aabs = abs(A);                           %ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ
megistoamp = max(Aabs);
Ao = Aabs(1);
%*****************************************************************************
phase = ((vo^2-v.^2).*Aabs)/n;           %ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΦΑΣΗΣ
m = acos(phase);
r = real(m);
ph = r*180/pi;

Ftr = k.*abs(A);                         %Η ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ Transmitted Force
trans = 10.*(log10(Ftr./F));             %TRANSMISSION RATIO ΣΕ dB

disp 'Η ΦΥΣΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ωο ΣΕ rad/sec'
vo
disp 'Η ΦΥΣΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ Hz'
fnatural
disp 'Η ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΕ ΜΕΤΡΑ ΟΤΑΝ Η ΟΔΗΓΟΥΜΕΝΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ω ΕΙΝΑΙ ΜΗΔΕΝ'
Ao
disp 'ΤΟ ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΣΕ ΜΕΤΡΑ'
megistoamp

%*****************************************************************************
figure(1)                        %ΠΡΩΤΗ ΕΙΚΟΝΑ- ΓΡΑΦΗΜΑ ΟΠΟΥ ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΕΙ ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ
                                 %ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ
plot(freq,Aabs,'b')
grid on
xlabel('FREQUENCY Hz')
ylabel('AMPLITUDE    METER')
axis([0 1.5 0 10])
%*****************************************************************************
figure(2)                        %ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΙΚΟΝΑ- ΓΡΑΦΗΜΑ ΟΠΟΥ ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΕΙ ΤΗΝ ΦΑΣΗ ΣΕ
                                 %ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ
plot(freq,ph,'r')
grid on
xlabel('FREQUENCY Hz')
ylabel('PHASE')
axis([0 1.5 0 180])
%*****************************************************************************


figure(3)                         %ΤΡΙΤΗ ΕΙΚΟΝΑ- ΓΡΑΦΗΜΑ ΟΠΟΥ ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΕΙ ΤΟ ΛΟΓΟ
                                  %Transmission Ratio ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ
semilogx(freq,trans,'k')
grid on
xlabel('FREQUENCY Hz')
ylabel('TRANSMISSION RATIO dB')
axis([10^-1 1000 -60 30])
```

αρχείο Mat lab: fthinousa_talantosi.m

```
function fthinousa_talantosi(k,c1,c2,c3,c4,m,Xo,VELo,time)
%ΔΙΝΟΝΤΑΣ ΤΗΝ ΣΤΑΘΕΡΗ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ k ΜΑΖΑ m ΚΑΙ ΤΙΣ
%4 ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΑΠΟΣΒΕΣΕΙΣ c1, c2, c3, c4
%ΣΧΕΔΙΑΖΕΤΑΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ time.
%Η ΑΡΧΙΚΗ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ Xo
%Η ΑΡΧΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ VELo

%format short e
format bank
t = 0:0.01:time;
%**************k  c1*****************************************************
omega = sqrt(k/m);              %frequency (rad/sec)

Ccritical = 2*m*omega;          %ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ
%*********************************************************************
a1 = c1/(2*m);                  %ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c1
a2 = c2/(2*m);                  %ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c2
a3 = c3/(2*m);                  %ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c3
a4 = c4/(2*m);                  %ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c4
%**********************************************************************
zeta1 = c1/Ccritical;           %ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c1
zeta2 = c2/Ccritical;           %ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c2
zeta3 = c3/Ccritical;           %ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c3
zeta4 = c4/Ccritical;           %ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c4
%**********************************************************************
                        %ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ (rad/sec)
omegad1 = omega*(sqrt(1-(zeta1^2)));            %ΓΙΑ c1
omegad2 = omega*(sqrt(1-(zeta2^2)));            %ΓΙΑ c2
omegad3 = omega*(sqrt(1-(zeta3^2)));            %ΓΙΑ c3
omegad4 = omega*(sqrt(1-(zeta4^2)));            %ΓΙΑ c4
%**********************************************************************
                        %frequency (Hz)
fomegad1 = omegad1/(2*pi);      %damped natural frequency (Hz)
fomegad2 = omegad2/(2*pi);      %damped natural frequency (Hz)
fomegad3 = omegad3/(2*pi);      %damped natural frequency (Hz)
fomegad4 = omegad4/(2*pi);      %damped natural frequency (Hz)
%*****************************************************************
period1 = 1/fomegad1;   %ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c1
period2 = 1/fomegad2;   %ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c2
period3 = 1/fomegad3;   %ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c3
period4 = 1/fomegad4;   %ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c4
%****************************************************************
A1 = Xo*cos(omegad1.*t);
B1 = ((VELo+a1*Xo)/omegad1)*sin(omegad1.*t);
x1 = exp(-a1.*t).*(A1+B1);

A2 = Xo*cos(omegad2.*t);
B2 = ((VELo+a2*Xo)/omegad2)*sin(omegad2.*t);
x2 = exp(-a2.*t).*(A2+B2);

A3 = Xo*cos(omegad3.*t);
B3 = ((VELo+a3*Xo)/omegad3)*sin(omegad3.*t);
x3 = exp(-a3.*t).*(A3+B3);

A4 = Xo*cos(omegad4.*t);
B4 = ((VELo+a4*Xo)/omegad4)*sin(omegad4.*t);
x4 = exp(-a4.*t).*(A4+B4);

%*******************************************************************
```

```
disp 'ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ'
Ccritical
disp 'ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c1'
a1
disp 'ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c2'
a2
disp 'ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c3'
a3
disp 'ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c4'
a4
%*********************************************************************
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ζ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c1'
zeta1
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ζ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c2'
zeta2
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ζ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c3'
zeta3
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ζ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c4'
zeta4
%*********************************************************************
disp 'ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c1'
period1
disp 'ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c2'
period2
disp 'ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c3'
period3
disp 'ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c4'
period4
%*********************************************************************
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c1'
fomegad1
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c2'
fomegad2
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c3'
fomegad3
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ c4'
fomegad4
%*********************************************************************


figure(1)
hold on                         %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΙΣ ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΙΔΙΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ
grid on                         %ΕΦΑΡΜΟΖΕΙ ΠΛΕΓΜΑ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ
plot(t,x1,'r')                  %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ c1
plot(t,x2,'b')                  %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ c2
plot(t,x3,'m')                  %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ c3
plot(t,x4,'k')                  %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ c4
legend('c1','c2','c3','c4')     %ΥΠΟΜΝΗΜΑ
xlabel('Time    sec')           %ΔΙΝΕΙ ΤΗΝ ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΣΤΟ ΑΞΩΝΑ X
ylabel('Amplitude  Meter')      %ΔΙΝΕΙ ΤΗΝ ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΣΤΟ ΑΞΩΝΑ Y
%axis([0 2 -0.01 0.01])

figure(2)

plot(t,x1,'r')                  %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ c1
xlabel('Time    sec')           %ΔΙΝΕΙ ΤΗΝ ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΣΤΟ ΑΞΩΝΑ X
ylabel('Amplitude  Meter')      %ΔΙΝΕΙ ΤΗΝ ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΣΤΟ ΑΞΩΝΑ Y
```

αρχείο Mat lab: pre.m

```
function pre(k1,k2,k3,k4,k5,c1,c2,c3,c4,c5,m,Fo,fstart,fstep,fend)
%k1 Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΠΡΩΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ
%k2 Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ
%k3 Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΤΡΙΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ
%k4 Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΤΕΤΑΡΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ
%k5 Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΠΕΜΠΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

%c1 Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΤΗΣ ΠΡΩΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ
%c2 Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΤΗΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ
%c3 Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΤΗΣ ΤΡΙΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ
%c4 Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΤΗΣ ΤΕΤΑΡΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ
%c5 Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΤΗΣ ΠΕΜΠΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

%m ΕΙΝΑΙ Η ΜΑΖΑ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ
%Fo ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ
%fstart ΕΙΝΑΙ Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΤΟΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ
%fstep ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΒΗΜΑ ΤΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ
%fend ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΤΕΛΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΤΟΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

f = fstart:fstep:fend;          %ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑ (Hz)
v = 2*pi.*f;                    %ΜΕΤΑΤΡΕΠΕΙ ΤΟ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑ ΑΠΟ Hz ΣΕ rad/sec
%ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ
[omega1,omegad1,fomega1,fomegad1,ccritical1,zeta1,x1,megistoamp1,amp1vo,ph1,frequp1,freqdown1,BW1,r_conj_num1,i_conj_nu
m1] = first(k1,c1,m,Fo,v);
%ΔΕΥΤΕΡΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ
[omega2,omegad2,fomega2,fomegad2,ccritical2,zeta2,x2,megistoamp2,amp2vo,ph2,frequp2,freqdown2,BW2,r_conj_num2,i_conj_nu
m2] = second(k2,c2,m,Fo,v);
%ΤΡΙΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ
[omega3,omegad3,fomega3,fomegad3,ccritical3,zeta3,x3,megistoamp3,amp3vo,ph3,frequp3,freqdown3,BW3,r_conj_num3,i_conj_nu
m3] = third(k3,c3,m,Fo,v);
%ΤΕΤΑΡΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ
[omega4,omegad4,fomega4,fomegad4,ccritical4,zeta4,x4,megistoamp4,amp4vo,ph4,frequp4,freqdown4,BW4,r_conj_num4,i_conj_nu
m4] = fourth(k4,c4,m,Fo,v);
%ΠΕΜΠΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ
[omega5,omegad5,fomega5,fomegad5,ccritical5,zeta5,x5,megistoamp5,amp5vo,ph5,frequp5,freqdown5,BW5,r_conj_num5,i_conj_nu
m5] = fifth(k5,c5,m,Fo,v);
%*****************************************************************************
%*****************************************************************************
disp '*********************************************************************'
disp 'ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ'
disp 'ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΣΕ RAD/SEC'
omega1
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ RAD/SEC'
omegad1
disp 'ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΣΕ HZ'
fomega1
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ HZ'
fomegad1
disp 'ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ'
ccritical1
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ζ'
zeta1
disp 'Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ METER'
megistoamp1
disp 'Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΟΤΑΝ ω=0'
amp1vo
disp 'ΑΝΩ ΣΥΧΝΩΤΗΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f2'
frequp1
disp 'ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f1'
```

```
freqdown1
disp 'ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΕΥΡΩΣ'
BW1
%*****************************************************************************
disp '*****************************************************************'
disp 'ΔΕΥΤΕΡΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ'
disp 'ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΣΕ RAD/SEC'
omega2
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ RAD/SEC'
omegad2
disp 'ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΣΕ HZ'
fomega2
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ HZ'
fomegad2
disp 'ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ'
ccritical2
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ζ'
zeta2
disp 'Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ METER'
megistoamp2
disp 'Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΟΤΑΝ ω=0'
amp2vo
disp 'ΑΝΩ ΣΥΧΝΩΤΗΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f2'
frequp2
disp 'ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f1'
freqdown2
disp 'ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΕΥΡΩΣ'
BW2
%*****************************************************************************
disp '*****************************************************************'
disp 'ΤΡΙΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ'
disp 'ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΣΕ RAD/SEC'
omega3
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ RAD/SEC'
omegad3
disp 'ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΣΕ HZ'
fomega3

disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ HZ'
fomegad3
disp 'ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ'
ccritical3
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ζ'
zeta3
disp 'Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ METER'
megistoamp3
disp 'Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΟΤΑΝ ω=0'
amp3vo
disp 'ΑΝΩ ΣΥΧΝΩΤΗΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f2'
frequp3
disp 'ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f1'
freqdown3
disp 'ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΕΥΡΩΣ'
BW3
%*****************************************************************************
disp '*****************************************************************'
disp 'ΤΕΤΑΡΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ'
disp 'ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΣΕ RAD/SEC'
omega4
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ RAD/SEC'
omegad4
```

```
disp 'ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΣΕ HZ'
fomega4
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ HZ'
fomegad4
disp 'ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ'
ccritical4
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ζ'
zeta4
disp 'Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ METER'
megistoamp4
disp 'Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΟΤΑΝ ω=0'
amp4vo
disp 'ΑΝΩ ΣΥΧΝΩΤΗΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f2'
frequp4
disp 'ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f1'
freqdown4
disp 'ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΕΥΡΩΣ'
BW4
%*************************************************************************
disp '*********************************************************************'
disp 'ΠΕΜΠΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ'
disp 'ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΣΕ RAD/SEC'
omega5
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ RAD/SEC'
omegad5
disp 'ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΣΕ HZ'
fomega5
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ HZ'
fomegad5
disp 'ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ'
ccritical5
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ζ'
zeta5
disp 'Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ METER'
megistoamp5
disp 'Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΟΤΑΝ ω=0'
amp5vo

disp 'ΑΝΩ ΣΥΧΝΩΤΗΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f2'
frequp5
disp 'ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f1'
freqdown5
disp 'ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΕΥΡΩΣ'
BW5


figure(1)           %ΕΙΚΟΝΑ ΠΡΩΤΗ
                    %ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΣΤΟ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ
hold on             %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΙΣ ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΙΔΙΟ ΓΡΑΦΗΜΑ
grid on             %ΔΙΜΙΟΥΡΓΕΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΜΕ ΠΛΕΓΜΑ ΓΙΑ ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΑΝΑΓΝΩΣΗ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
plot(f,x1,'b')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,x2,'r')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΕΥΤΕΡΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΚΟΚΚΙΝΟ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,x3,'g')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΡΙΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΠΡΑΣΙΝΟ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,x4,'m')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΕΤΑΡΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΩΒ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,x5,'k')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΜΠΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΑΥΡΟ ΧΡΩΜΑ'
title('Amplitude')                  %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
xlabel('Frequency (Hz)')            %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ x
ylabel('Amplitude A (Meter)')       %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ y
legend('k1','k2','k3','k4','k5')    ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
%legend('c1','c2','c3','c4','c5')   %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ
axis([0 2 0 0.1])                   %ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
```

```
figure(2)           %ΕΙΚΟΝΑ ΔΕΥΤΕΡΗ
                    %ΣΤΑΤΙΚΗ ΜΕΤΑΟΠΙΣΗ Ao - ΚΑΝΕΙ ZOOM ΣΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ω = 0
hold on             %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΙΣ ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΙΔΙΟ ΓΡΑΦΗΜΑ
grid on                     %ΔΙΜΙΟΥΡΓΕΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΜΕ ΠΛΕΓΜΑ
plot(f,x1,'b')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,x2,'r')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΕΥΤΕΡΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΚΟΚΚΙΝΟ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,x3,'g')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΡΙΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΠΡΑΣΙΝΟ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,x4,'m')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΕΤΑΡΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΩΒ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,x5,'k')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΜΠΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΑΥΡΟ ΧΡΩΜΑ'
title('Amplitude Ao')               %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
xlabel('Frequency (Hz)')            %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ x
ylabel('Amplitude A (Meter)')       %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ y
legend('k1','k2','k3','k4','k5')    %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
%legend('c1','c2','c3','c4','c5')   %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ
axis([0 0.75 0 0.01])               %ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ


figure(3)           %ΕΙΚΟΝΑ ΤΡΙΤΗ
                    %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΗΝ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΦΑΣΕΩΣ ΣΤΟ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ
hold on             %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΙΣ ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΙΔΙΟ ΓΡΑΦΗΜΑ
grid on             %ΔΙΜΙΟΥΡΓΕΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΜΕ ΠΛΕΓΜΑ ΓΙΑ ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΑΝΑΓΝΩΣΗ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
plot(f,ph1,'b')             %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,ph2,'r')             %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΕΥΤΕΡΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΚΟΚΚΙΝΟ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,ph3,'g')             %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΡΙΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΠΡΑΣΙΝΟ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,ph4,'m')             %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΕΤΑΡΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΩΒ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,ph5,'k')             %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΜΠΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΑΥΡΟ ΧΡΩΜΑ'
title('Phase')                      %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
xlabel('Frequency (Hz)')            %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ x
ylabel('Phase (Degree)')            %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ y
legend('k1','k2','k3','k4','k5')    %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
%legend('c1','c2','c3','c4','c5')   %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ
axis([0 2 0 180])                   %ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ


figure(4)           %ΕΙΚΟΝΑ ΤΕΤΑΡΤΗ
                    %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ NYQUIST
hold on             %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΙΣ ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΙΔΙΟ ΓΡΑΦΗΜΑ
grid on             %ΔΙΜΙΟΥΡΓΕΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΜΕ ΠΛΕΓΜΑ

plot(r_conj_num1,i_conj_num1,'b')   %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ'
plot(r_conj_num2,i_conj_num2,'r')   %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΕΥΤΕΡΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΚΟΚΚΙΝΟ ΧΡΩΜΑ'
plot(r_conj_num3,i_conj_num3,'g')   %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΡΙΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΠΡΑΣΙΝΟ ΧΡΩΜΑ'
plot(r_conj_num4,i_conj_num4,'m')   %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΕΤΑΡΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΩΒ ΧΡΩΜΑ'
plot(r_conj_num5,i_conj_num5,'k')   %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΜΠΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΑΥΡΟ ΧΡΩΜΑ'
title('Diagram Nyquist')            %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
xlabel('Real Part')                 %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ x
ylabel('Image Part')                %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ y
legend('k1','k2','k3','k4','k5')    %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
%legend('c1','c2','c3','c4','c5')   %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ
axis([-0.05 0.05 0 0.08])           %ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ


figure(5)           %ΕΙΚΟΝΑ ΠΕΜΠΤΗ
                    %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΣΤΙΣ ΥΨΗΛΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ
hold on             %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΙΣ ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΙΔΙΟ ΓΡΑΦΗΜΑ
grid on             %ΔΙΜΙΟΥΡΓΕΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΜΕ ΠΛΕΓΜΑ ΓΙΑ ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΑΝΑΓΝΩΣΗ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
plot(f,x1,'b')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,x2,'r')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΕΥΤΕΡΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΚΟΚΚΙΝΟ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,x3,'g')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΡΙΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΠΡΑΣΙΝΟ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,x4,'m')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΕΤΑΡΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΩΒ ΧΡΩΜΑ'
plot(f,x5,'k')              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΜΠΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΑΥΡΟ ΧΡΩΜΑ'
```

```
title('Amplitude')                          %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
xlabel('Frequency (Hz)')                    %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ x
ylabel('Amplitude A (Meter)')               %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ y
legend('k1','k2','k3','k4','k5')            %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
%legend('c1','c2','c3','c4','c5')           %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ
axis([0.001 500 0.0000001 0.00001])         %ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ


%ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ

function
[omega1,omegad1,fomega1,fomegad1,ccritical1,zeta1,x1,megistoamp1,amp1vo,ph1,frequp1,freqdown1,BW1,r_conj_num1,i_conj_nu
m1] = first(k1,c1,m,Fo,v)

format short e
%*****************************************************************************
%**************k1  c1*********************************************************
omega1 = sqrt(k1/m);                        %frequency (rad/sec)

ccritical1 = 2*m*omega1;                    %ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ
zeta1 = c1/ccritical1;

omegad1 = omega1*(sqrt(1-(zeta1^2)));       %damped natural frequency (rad/sec)

fomega1 = omega1/(2*pi);                    %frequency (Hz)
fomegad1 = omegad1/(2*pi);                  %damped natural frequency (Hz)

%*****************************************************************************
a1 = (1-((v./omegad1).^2));                 %ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
b1 = j*((2*zeta1.*v)./omegad1);             %ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

z1abs = abs(a1+b1);
z1 = a1+b1;
ph1 = angle(z1)*180/pi;
oson1 = (Fo/k1);                            %ΛΟΓΟΣ ΤΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
x1 = (oson1./z1abs);                        %ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

amp1vo = x1(1);                             %ΣΤΑΤΙΚΗ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΟΤΑΝ ωο=0
megistoamp1 = max(x1);                      %ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ
misomaxamp1 = max(x1)/2;                    %ΤΟ ΜΙΣΟ ΤΟΥ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ
%*****************************************************************************

[I1,J1] = find(x1 >= misomaxamp1);          %ΕΥΡΕΣΗ ΤΩΝ ΔΥΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ
                                            %f1(ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ) ΚΑΙ f2 (ΠΑΝΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)
poi = 2*pi;
n1 = J1(1);
freqdown1 = (v(n1)/poi);                    %ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f1     (ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)

m1 = J1(length(J1));                         %ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f2     (ΠΑΝΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)
frequp1 = (v(m1)/poi);

BW1 = frequp1-freqdown1;                    %ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΕΥΡΩΣ
%*****************************************************************************
                    %ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ NYQUIST
conj_num1 = x1.*exp(j.*angle(z1));
r_conj_num1 = real(conj_num1);              %ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
i_conj_num1 = imag(conj_num1);              %ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
```

```
%ΔΕΥΤΕΡΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ

function
[omega2,omegad2,fomega2,fomegad2,ccritical2,zeta2,x2,megistoamp2,amp2vo,ph2,frequp2,freqdown2,BW2,r_conj_num2,i_conj_nu
m2] = second(k2,c2,m,Fo,v)

format short e
%*****************************************************************************
%**************k2  c2*********************************************************
omega2 = sqrt(k2/m);                    %frequency (rad/sec)

ccritical2 = 2*m*omega2;                %ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ
zeta2 = c2/ccritical2;

omegad2 = omega2*(sqrt(1-(zeta2^2)));   %damped natural frequency (rad/sec)

fomega2 = omega2/(2*pi);                %frequency (Hz)
fomegad2 = omegad2/(2*pi);              %damped natural frequency (Hz)

%*****************************************************************************
a2 = (1-((v./omegad2).^2));             %ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
b2 = j*((2*zeta2.*v)./omegad2);         %ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

z2abs = abs(a2+b2);
z2 = a2+b2;
ph2 = angle(z2)*180/pi;
oson2 = (Fo/k2);                        %ΛΟΓΟΣ ΤΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
x2 = (oson2./z2abs);                    %ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

amp2vo = x2(1);                         %ΣΤΑΤΙΚΗ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΟΤΑΝ ωο=0
megistoamp2 = max(x2);                  %ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

misomaxamp2 = max(x2)/2;                %ΤΟ ΜΙΣΟ ΤΟΥ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ
%*****************************************************************************
[I2,J2] = find(x2 >= misomaxamp2);      %ΕΥΡΕΣΗ ΤΩΝ ΔΥΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ
                                        %f1(ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ) ΚΑΙ f2 (ΠΑΝΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)
poi = 2*pi;
n2 = J2(1);
freqdown2 = (v(n2)/poi);                %ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f1     (ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)

m2 = J2(length(J2));                    %ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f2     (ΠΑΝΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)
frequp2 = (v(m2)/poi);

BW2 = frequp2-freqdown2;                %ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΕΥΡΩΣ
%*****************************************************************************
          %ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ NYQUIST
conj_num2 = x2.*exp(j.*angle(z2));
r_conj_num2 = real(conj_num2);          %ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
i_conj_num2 = imag(conj_num2);          %ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
```

```
%ΤΡΙΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ


function
[omega3,omegad3,fomega3,fomegad3,ccritical3,zeta3,x3,megistoamp3,amp3vo,ph3,frequp3,freqdown3,BW3,r_conj_num3,i_conj_nu
m3] = third(k3,c3,m,Fo,v)

format short e
%*****************************************************************************
%**************k3  c3*********************************************************
omega3 = sqrt(k3/m);                    %frequency (rad/sec)

ccritical3 = 2*m*omega3;                %ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ
zeta3 = (c3/ccritical3);

omegad3 = omega3*(sqrt(1-(zeta3^2)));   %damped natural frequency (rad/sec)

fomega3 = omega3/(2*pi);                %frequency (Hz)
fomegad3 = omegad3/(2*pi);              %damped natural frequency (Hz)

%*****************************************************************************
a3 = (1-((v./omegad3).^2));             %ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
b3 = j*((2*zeta3.*v)./omegad3);         %ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

z3abs = abs(a3+b3);
z3 = a3+b3;
ph3 = angle(z3)*180/pi;
oson3 = (Fo/k3);                        %ΛΟΓΟΣ ΤΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
x3 = (oson3./z3abs);                    %ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

amp3vo = x3(1);                         %ΣΤΑΤΙΚΗ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΟΤΑΝ ωο=0
megistoamp3 = max(x3);                  %ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

misomaxamp3 = max(x3)/2;                %ΤΟ ΜΙΣΟ ΤΟΥ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ
%*****************************************************************************
[I3,J3] = find(x3 >= misomaxamp3);      %ΕΥΡΕΣΗ ΤΩΝ ΔΥΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ
                                        %f1(ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ) ΚΑΙ f2 (ΠΑΝΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)
poi = 2*pi;
n3 = J3(1);
freqdown3 = (v(n3)/poi);                %ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f1     (ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)

m3 = J3(length(J3));                    %ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f2     (ΠΑΝΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)
frequp3 = (v(m3)/poi);

BW3 = frequp3-freqdown3;                %ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΕΥΡΩΣ
%*****************************************************************************
                    %ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ NYQUIST
conj_num3 = x3.*exp(j.*angle(z3));
r_conj_num3 = real(conj_num3);          %ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
i_conj_num3 = imag(conj_num3);          %ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
```

```
%ΤΕΤΑΡΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ

function
[omega4,omegad4,fomega4,fomegad4,ccritical4,zeta4,x4,megistoamp4,amp4vo,ph4,frequp4,freqdown4,BW4,r_conj_num4,i_conj_nu
m4] = fourth(k4,c4,m,Fo,v)

format short e
%*****************************************************************************
%**************k4  c4*********************************************************
omega4 = sqrt(k4/m);                    %frequency (rad/sec)

ccritical4 = 2*m*omega4;                %ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ
zeta4 = (c4/ccritical4);

omegad4 = omega4*(sqrt(1-(zeta4^2)));   %damped natural frequency (rad/sec)

fomega4 = omega4/(2*pi);                %frequency (Hz)
fomegad4 = omegad4/(2*pi);              %damped natural frequency (Hz)

%*****************************************************************************
a4 = (1-((v./omegad4).^2));             %ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
b4 = j*((2*zeta4.*v)./omegad4);         %ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

z4abs= abs(a4+b4);
z4 = a4+b4;
ph4 = angle(z4)*180/pi;
oson4 = (Fo/k4);                        %ΛΟΓΟΣ ΤΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
x4 = (oson4./z4abs);                    %ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

amp4vo = x4(1);                         %ΣΤΑΤΙΚΗ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΟΤΑΝ ωο=0
megistoamp4 = max(x4);                  %ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

misomaxamp4 = max(x4)/2;                %ΤΟ ΜΙΣΟ ΤΟΥ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ
%*****************************************************************************
[I4,J4] = find(x4 >= misomaxamp4);      %ΕΥΡΕΣΗ ΤΩΝ ΔΥΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ
                                        %f1(ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ) ΚΑΙ f2 (ΠΑΝΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)
poi = 2*pi;
n4 = J4(1);
freqdown4 = (v(n4)/poi);                %ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f1     (ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)

m4 = J4(length(J4));                    %ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f2     (ΠΑΝΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)
frequp4 = (v(m4)/poi);

BW4 = frequp4-freqdown4;                %ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΕΥΡΩΣ
%*****************************************************************************
                    %ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ NYQUIST
conj_num4 = x4.*exp(j.*angle(z4));
r_conj_num4 = real(conj_num4);          %ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
i_conj_num4 = imag(conj_num4);          %ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
```

```
%ΠΕΜΠΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ

function
[omega5,omegad5,fomega5,fomegad5,ccritical5,zeta5,x5,megistoamp5,amp5vo,ph5,frequp5,freqdown5,BW5,r_conj_num5,i_conj_nu
m5] = fifth(k5,c5,m,Fo,v)

format short e
%*************************************************************************
%**************k5  c5*****************************************************
omega5 = sqrt(k5/m);                    %frequency (rad/sec)

ccritical5 = (2*m*omega5);              %ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ
zeta5 = (c5/ccritical5);

omegad5 = omega5*(sqrt(1-(zeta5^2)));   %damped natural frequency (rad/sec)

fomega5 = omega5/(2*pi);                %frequency (Hz)
fomegad5 = omegad5/(2*pi);              %damped natural frequency (Hz)

%*************************************************************************
a5 = (1-((v./omegad5).^2));             %ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
b5 = j*((2*zeta5.*v)./omegad5);         %ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

z5abs = abs(a5+b5);
z5 = a5+b5;
ph5 = angle(z5)*180/pi;
oson5 = (Fo/k5);                        %ΛΟΓΟΣ ΤΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
x5 = (oson5./z5abs);                    %ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

amp5vo = x5(1);                         %ΣΤΑΤΙΚΗ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΟΤΑΝ ωο=0
megistoamp5 = max(x5);                  %ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

misomaxamp5 = max(x5)/2;                %ΤΟ ΜΙΣΟ ΤΟΥ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ
%*************************************************************************
[I5,J5] = find(x5 >= misomaxamp5);      %ΕΥΡΕΣΗ ΤΩΝ ΔΥΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ
                                        %f1(ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ) ΚΑΙ f2 (ΠΑΝΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)
poi = 2*pi;
n5 = J5(1);
freqdown5 = (v(n5)/poi);                %ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f1     (ΚΑΤΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)

m5 = J5(length(J5));                    %ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f2     (ΠΑΝΩ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ)
frequp5 = (v(m5)/poi);

BW5 = frequp5-freqdown5;                %ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΕΥΡΩΣ
%*************************************************************************
%ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ NYQUIST
conj_num5 = x5.*exp(j.*angle(z5));
r_conj_num5 = real(conj_num5);          %ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
i_conj_num5 = imag(conj_num5);          %ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
```

αρχείο Mat lab: SDOF

```
function SDOF(antivibration_num,k,c,m,Fo,fstart,fstep,fend,FREQFIND)
%antivibration_num:  Ο ΑΡΙΘΜΟΣ ΤΩΝ ΑΝΤΙΚΡΑΔΑΣΜΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
%k:     Η ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
%c:     Η ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ
%m:    ΤΟ ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΒΑΡΟΣ ΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ
%Fo:   Η ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ

%fstart:       ΑΡΧΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ
%fstep         ΒΗΜΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ
%fend          ΤΕΛΟΣ ΤΟΥ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ
%FREQFIND      ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΟΠΟΥ ΜΕΛΕΤΑΜΕ ΘΑ ΔΩΣΕΙ ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΚΑΙ
%                ΚΑΙ ΤΗΝ ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ

format short e
freq = fstart:fstep:fend;                  %ΔΙΜΙΟΥΡΓΕΙΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΦΑΣΜΑ
v = 2*pi.*freq;                            %ΜΕΤΑΤΡΕΠΕΙ ΤΑ HZ ΣΕ RAD/SEC

%*****************************************************************************

omega = sqrt(k/m);                         %frequency (rad/sec)
omegad = omega/sqrt(1-(1/2*(c/omega)^2));      %damped natural frequency (rad/sec)

ccritical = 2*m*omega;                     %ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ
zeta = c/ccritical;                        %ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ

omegad = omega*(sqrt(1-(zeta^2)));         %damped natural frequency (rad/sec)

fomega = omega/(2*pi);                     %frequency (Hz)
fomegad = omegad/(2*pi);                   %damped natural frequency (Hz)

%*****************************************************************************
a = (1-((v./omegad).^2));                  %ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
b = j*((2*zeta.*v)./omegad);               %ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

zabs = abs(a+b);

ampvo = (Fo/k);                            %ΛΟΓΟΣ ΤΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
                                           %(ΣΤΑΤΙΚΗ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ Ao)
fsearch = fstart:fstep:FREQFIND;           %ΔΙΜΙΟΥΡΓΕΙΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ ΑΠΟ ΜΗΔΕΝ HZ ΕΩΣ ΤΗ

p = length(fsearch);

amp = (ampvo./zabs);                       %ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

amp30hz = amp(p);
megistoamp = max(amp);                     %ΤΟ ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

Ftrans = amp.*(sqrt((k^2)+(v.^2)*(c^2)));     %ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ

Ftransi = amp.*(sqrt(((k/antivibration_num)^2)+(v.^2)*((c/antivibration_num)^2)));     %Ftransmitted FORCE

megistFtrans = max(Ftrans);
Ftranslog = 10*(log10(Ftrans/Fo));
megistFtransLOG = max(Ftranslog);
Ftranslog30 = Ftranslog(p);

megistFtransi = max(Ftransi);
Ftranslogi = 10*(log10(Ftransi/Fo));
megistFtransLOGi = max(Ftranslogi);
```

```
Ftranslog30i = Ftranslogi(p);
figure(1)                   %ΕΙΚΟΝΑ ΠΡΩΤΗ
                            %ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΣΤΟ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ
plot(freq,amp)              %ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ'
grid on                     %ΔΙΜΙΟΥΡΓΕΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΜΕ ΤΟ ΠΛΕΓΜΑ ΓΙΑ ΚΑΛΥΤΕΡΗ
                            %ΑΝΑΓΝΩΣΗ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ

title('Amplitude')                  %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
xlabel('Frequency (Hz)')            %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ x
ylabel('Amplitude A (Meter)')       %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ y
axis([0 10 0 0.002])                %ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
%*****************************************************************************************

figure(2)                   %ΕΙΚΟΝΑ ΔΕΥΤΕΡΗ
                            %ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΟ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ
hold on
semilogx(freq,Ftranslog,'m')        %ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ'
semilogx(freq,Ftranslogi,'b')       %ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ'
grid on                             %ΔΙΜΙΟΥΡΓΕΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΜΕ ΤΟ ΠΛΕΓΜΑ ΓΙΑ ΚΑΛΥΤΕΡΗ
                                    %ΑΝΑΓΝΩΣΗ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
title('TRANSMISSION RATIO')                 %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
xlabel('Frequency (Hz)')                    %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ x
ylabel('TRANSMISSION RATIO (dB)')           %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ y
%axis([10e-001 1000 -50 20])                %ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ

disp '*********************************************************************'
disp 'SDOF'
disp 'ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΣΕ RAD/SEC'
omega
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ RAD/SEC'
omegad
disp 'ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΣΕ HZ'
fomega
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ HZ'
fomegad
disp 'ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ'
ccritical
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ζ'
zeta
disp 'ΣΤΑΤΙΚΗ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ'
ampvo
disp 'ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΣΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ'
megistoamp
disp 'ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΣΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΠΟΥ ΖΗΤΑΜΕ'
amp30hz
disp 'Η ΜΕΓΙΣΤΗ ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΝΙΟΥΤΟΝ'
megistFtrans
disp 'Η ΜΕΓΙΣΤΗ ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ dB'
megistFtransLOG
disp 'Η ΜΕΓΙΣΤΗ ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΠΟΥ ΖΗΤΑΜΕ dB'
Ftranslog30
disp 'Η ΜΕΓΙΣΤΗ ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΝΙΟΥΤΟΝ ΓΙΑ ΚΑΘΕ
ΑΝΤΙΚΡΑΔΑΣΜΙΚΟ'
megistFtransi
disp 'Η ΜΕΓΙΣΤΗ ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ dB ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΑΝΤΙΚΡΑΔΑΣΜΙΚΟ'
megistFtransLOGi
disp 'Η ΜΕΓΙΣΤΗ ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΠΟΥ ΖΗΤΑΜΕ dB ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΑΝΤΙΚΡΑΔΑΣΜΙΚΟ'
Ftranslog30i
```

αρχείο Mat lab: EXTREME

```
function EXTREME(k1,k2,c1,c2,m1,m2,Fo,fstart,fend)

%k1 ΕΙΝΑΙ Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΤΩ ΑΠΟ ΤΗΝ ΚΥΡΙΑ ΜΑΖΑ
%k2 ΕΙΝΑΙ Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΗΝ ΚΥΡΙΑ ΜΑΖΑ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ

%c1 ΕΙΝΑΙ Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΚΑΤΩ ΑΠΟ ΤΗΝ ΚΥΡΙΑ ΜΑΖΑ
%c2 ΕΙΝΑΙ Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΗΝ ΚΥΡΙΑ ΜΑΖΑ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ

%m1 ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΒΑΡΟΣ ΤΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΜΑΖΑΣ
%m2 ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΒΑΡΟΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ

%Fo ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΕΞΑΝΑΓΚΖΟΜΕΝΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ

%fstart ΕΙΝΑΙ Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ
%fend ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΤΕΛΟΣ ΤΟΥ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ

freq = fstart:0.001:fend;       %ΔΙΑΝΥΣΜΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΥΧΝΟΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

[omega1,omegad1,fomega1,fomegad1,ccritical1,zeta1,x1_abs,megistoamp1,amp1vo] =
SDOF_ONE_MASS_with_damp(k1,c1,m1,Fo,freq);                    %ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

[AMP1,AMP2,AMP1o,AMP2o,Ccritical1,Ccritical2,zita1,zita2,zita3,angular_velocity1,angular_velocity2,angular_velocity_d1,angular
_velocity_d2,damp_freq1,damp_freq2,phase1,phase2,i_main,r_main,i_ABSORBER,r_ABSORBER] =
DSOF_DUAL_MASS_with_damp(k1,k2,c1,c2,m1,m2,Fo,freq);          %ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ


%ΧΩΡΙΣ ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ
disp 'ΧΩΡΙΣ ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ'
disp 'ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ'
megistoamp1
disp 'ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ ΟΤΑΝ ω = 0'
amp1vo
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ rad/sec'
omegad1
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΕ Hz'
fomegad1
disp 'ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ'
ccritical1
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ'
zeta1

%ΜΕ ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ
disp 'ΜΕ ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ'
disp 'ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΑΖΑ 1 ΟΤΑΝ ω = 0'
AMP1o
disp 'ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΑΖΑ 2 ΟΤΑΝ ω = 0'
AMP2o


disp 'ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ 1'
Ccritical1
disp 'ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ 2'
Ccritical2
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 1'
zita1
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 2'
zita2
```

```
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 3'
zita3

disp 'ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ω1 = sqrt((k1+k2)/m1) rad/sec'
angular_velocity1

disp 'ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ω2 = sqrt(k2/m2) rad/sec'
angular_velocity2

disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ωd1 rad/sec'
angular_velocity_d1

disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ωd2 rad/sec'
angular_velocity_d2

disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ fd1 Hz'
damp_freq1

disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ fd2 Hz'
damp_freq2



%*************************************************************************
figure(1)                    %ΠΛΑΤΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΜΕ ΚΑΙ ΧΩΡΙΣ ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ
grid on
hold on
plot(freq,AMP1,'r')          %ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΤΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΜΑΖΑΣ ΣΤΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟ ΒΑΘΜΟ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ
plot(freq,x1_abs,'k')        %ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΤΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΜΑΖΑΣ ΣΤΟΝ ΠΡΩΤΟ ΒΑΘΜΟ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ
title('With and Without Mass Absorber')
legend('With Mass Absorber','Without Mass Absorber')        %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ
xlabel('FREQUENCY   Hz')                                    %ΟΝΟΜΑΣΙΑ Χ ΑΞΩΝΑ
ylabel('AMPLITUDE   METER')                                 %ΟΝΟΜΑΣΙΑ Υ ΑΞΩΝΑ
%axis([0 7 0 0.02])                        %ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
%*************************************************************************
figure(2)                    %ΠΛΑΤΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΟΡΡΟΦΟΥΣΑΣ ΜΑΖΑ
hold on
grid on
plot(freq,AMP1,'r')          %ΠΛΑΤΟΣ ΚΥΡΙΑΣ ΜΑΖΑ
plot(freq,AMP2,'b')          %ΠΛΑΤΟΣ ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ
title('AMPLITUDE MAIN AND ABSORBER MASS')
legend('Amplitude Main Mass','Amplitude Mass Absorber')   %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ
xlabel('FREQUENCY    Hz')                   %ΟΝΟΜΑΣΙΑ Χ ΑΞΩΝΑ
ylabel('AMPLITUDE    METER)                 %ΟΝΟΜΑΣΙΑ Υ ΑΞΩΝΑ
%axis([0 7 0 0.065])                        %ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
%*************************************************************************
figure(3)                    %ΦΑΣΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΚΥΡΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΟΡΡΟΦΟΥΣΑΣ ΜΑΖΑ
hold on
grid on
plot(freq,phase1,'r')                   %ΦΑΣΗ ΚΥΡΙΑΣ ΜΑΖΑ
plot(freq,phase2,'b')                   %ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ
title('PHASE MAIN AND ABSORBER MASS')
legend('Phase Main Mass','Phase Mass Absorber')     %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ
xlabel('FREQUENCY Hz')                              %ΟΝΟΜΑΣΙΑ Χ ΑΞΩΝΑ
ylabel('PHASE')                                     %ΟΝΟΜΑΣΙΑ Υ ΑΞΩΝΑ
%axis([1 2 -10 190])                                %ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
%*************************************************************************
figure(4)            %ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ NYQUIST ΚΥΡΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΟΡΡΟΦΟΥΣΑΣ ΜΑΖΑ
hold on
grid on
plot(r_main,i_main,'r')                         %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ NYQUIST ΚΥΡΙΑΣ ΜΑΖΑ
```

```
plot(r_ABSORBER,i_ABSORBER,'b')        %ΣΧΕΔΙΑΖΕΙ ΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ NYQUIST ΜΑΖΑΣ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ
title('DIAGRAM NYQUIST MAIN AND ABSORBER MASS')
legend('Nyquist Main Mass','Nyquist Mass Absorber')          %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ
xlabel('REAL PART')                                          %ΟΝΟΜΑΣΙΑ Χ ΑΞΩΝΑ
ylabel('IMAGE PART')                                         %ΟΝΟΜΑΣΙΑ Υ ΑΞΩΝΑ
%*************************************************************************
figure(5)            %ΠΛΑΤΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΜΕ ΚΑΙ ΧΩΡΙΣ ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ
grid on
hold on
plot(freq,AMP1,'r')          %ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΤΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΜΑΖΑΣ ΣΤΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟ ΒΑΘΜΟ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ
plot(freq,x1_abs,'k')        %ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΤΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΜΑΖΑΣ ΣΤΟΝ ΠΡΩΤΟ ΒΑΘΜΟ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ
title('With and Without Mass Absorber')
legend('With Mass Absorber','Without Mass Absorber')   %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ
xlabel('FREQUENCY   Hz')          %ΟΝΟΜΑΣΙΑ Χ ΑΞΩΝΑ
ylabel('AMPLITUDE   METER')    %ΟΝΟΜΑΣΙΑ Υ ΑΞΩΝΑ
axis([8 100 0 0.00005])              %ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
%*************************************************************************
figure(6)            %ΠΛΑΤΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΚΑΙ ΜΑΖΑΣ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ
hold on
grid on
plot(freq,AMP1,'r')          %ΠΛΑΤΟΣ ΚΥΡΙΑΣ ΜΑΖΑ
plot(freq,AMP2,'b')          %ΠΛΑΤΟΣ ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ
title('AMPLITUDE MAIN AND ABSORBER MASS')
legend('Amplitude Main Mass','Amplitude Mass Absorber')   %ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΟΤΑΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ΑΠΟΣΒΕΣΗ
xlabel('FREQUENCY    Hz')                  %ΟΝΟΜΑΣΙΑ Χ ΑΞΩΝΑ
ylabel('AMPLITUDE    METER')               %ΟΝΟΜΑΣΙΑ Υ ΑΞΩΝΑ
axis([8 100 0 0.00005])                    %ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
```

```
% ΠΡΩΤΟΥ  ΒΑΘΜΟΥ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ (SDOF)
SDOF_DUAL_MASS_with_damp


function [omega1,omegad1,fomega1,fomegad1,ccritical1,zeta1,x1_abs,megistoamp1,amp1vo] =
SDOF_ONE_MASS_with_damp(k1,c1,m,Fo,freq)

format short e
v = 2*pi*freq;
%*************************************************************************
%*************************************************************************
%F = Fo*cos(v)+j*Fo*sin(v);                    %ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ

%**************k1  c1*****************************************************
omega1 = sqrt(k1/m);                           %frequency (rad/sec)
%omegad = omega/sqrt(1-(1/2*(c/omega)^2))      %damped natural frequency (rad/sec)

ccritical1 = 2*m*omega1;                       %ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ
zeta1 = c1/ccritical1;

omegad1 = omega1*(sqrt(1-(zeta1^2)));          %damped natural frequency (rad/sec)

fomega1 = omega1/(2*pi);                       %frequency (Hz)
fomegad1 = omegad1/(2*pi);                     %damped natural frequency (Hz)
```

```
%*************************************************************************
a1 = (1-((v./omegad1).^2));            %ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
b1 = j*((2*zeta1.*v)./omegad1);     %ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

%z1abs = abs(a1+b1);
oson1 = (Fo/k1);                          %ΛΟΓΟΣ ΤΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
x1 = oson1./(a1+b1);                    %ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ
x1_abs = abs(x1);
amp1vo = x1_abs(1);                    %ΣΤΑΤΙΚΗ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΟΤΑΝ ωο=0
megistoamp1 = max(x1_abs);          %ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ
```

```
% ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ (DSOF)
DDOF_DUAL_MASS_with_damp

function
[AMP1,AMP2,AMP1o,AMP2o,Ccritical1,Ccritical2,zita1,zita2,zita3,angular_velocity1,angular_velocity2,angular_velocity_d1,angular
_velocity_d2,damp_freq1,damp_freq2,phase1,phase2,i_main,r_main,i_ABSORBER,r_ABSORBER] =
DDOF_DUAL_MASS_with_damp(k1,k2,c1,c2,m1,m2,Fo,freq)

format short e
%*************************************************************************

v = 2*pi.*freq;     %ΜΕΤΑΤΡΕΠΕΙ ΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ freq ΑΠΟ HZ ΣΕ RAD/SEC

i = 1:1:length(v);

%F = (Fo/(k1+k2))*cos(v)+j*(Fo/(k1+k2))*sin(v);          %ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ
%*************************************************************************
angular_velocity1 = sqrt((k1+k2)/m1);       %ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ 1 (rad/sec)
angular_velocity2 = sqrt(k2/m2);            %ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ 2 (rad/sec)

c = c1+c2;
Ccritical1 = 2*m1*angular_velocity1;
Ccritical2 = 2*m2*angular_velocity2;

zita1 = c/Ccritical1;        %ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 1
zita2 = c2/Ccritical1;       %ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 2
zita3 = c2/Ccritical2;       %ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 3

angular_velocity_d1 = angular_velocity1*(sqrt(1-(zita1^2)));        %damped natural frequency (rad/sec)
angular_velocity_d2 = angular_velocity2*(sqrt(1-(zita3^2)));        %damped natural frequency (rad/sec)

damp_freq1 = angular_velocity_d1/(2*pi);
damp_freq2 = angular_velocity_d2/(2*pi);

A = (1-(v/angular_velocity_d1).^2)+j*((2*zita1.*v)/angular_velocity_d1);
B = -(k2/(k1+k2))-j*((2*zita2.*v)/angular_velocity1);
C = -1-j*((2*zita3.*v)/angular_velocity_d2);
D = (1-(v/angular_velocity_d2).^2)+j*((2*zita3.*v)/angular_velocity_d2);
```

```
%ΒΡΟΓΧΟΣ ΟΠΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΜΙΑ ΘΕΣΗ i
for i = 1:1:length(v)
   EKSOTERIKI_DYNAMI = [Fo/(k1+k2); 0;];
   PINK = [A(i) B(i); C(i) D(i);];
   L(:,i) = inv(PINK)*EKSOTERIKI_DYNAMI;
end

Z1 = L(1,:);
Z2 = L(2,:);
%ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΑΖΑ Μ1 (ΚΥΡΙΩΣ ΜΑΖΑ)
AMP1 = abs(Z1);     %ΑΠΟ ΤΟΝ ΜΙΓΑΔΙΚΟ Z1 ΒΓΑΖΕΙ ΤΟ ΜΕΤΡΟ
AMP1o = AMP1(1);    %Η ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤ ω = 0

%ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΑΖΑ Μ2 (ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ)
AMP2 = abs(Z2);     %ΑΠΟ ΤΟΝ ΜΙΓΑΔΙΚΟ Z2 ΒΓΑΖΕΙ ΤΟ ΜΕΤΡΟ
AMP2o = AMP2(1);    %Η ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤ ω = 0

%ΦΑΣΗ
phase1 = (angle(A)*180)/pi;
phase2 = (angle(D)*180)/pi;


%ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ NYQUIST
%*************************************************************
%ΚΥΡΙΑ ΜΑΖΑ
comp_mun_main = AMP1.*exp(j*-angle(Z2-Z1));
r_main = real(comp_mun_main);              %ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
i_main = imag(comp_mun_main);              %ΦΑΝΤΑΣΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
%*************************************************************
%ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ
comp_mun_ABSORBER = AMP2.*exp(j*-angle(Z2-Z1));
r_ABSORBER = real(comp_mun_ABSORBER);      %ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
i_ABSORBER = imag(comp_mun_ABSORBER);      %ΦΑΝΤΑΣΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

%*********************************************************
```

αρχείο Mat lab: MAIN_WITH_AND_WITHOUT_DAMP

```
function MAIN_WITH_AND_WITHOUT_DAMP(k1,k2,c1,c2,m1,m2,Fo,fstart,fstep,fend)

%Μ1 ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΒΑΡΟΣ ΤΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΜΑΖΑΣ
%Μ2 ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΒΑΡΟΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ

%ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
%Κ1 ΕΙΝΑΙ Η ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΗΝ ΚΥΡΙΑ ΜΑΖΑ ΚΑΙ ΤΟ ΕΔΑΦΟΣ
%Κ2 ΕΙΝΑΙ Η ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΗΝ ΚΥΡΙΑ ΜΑΖΑ ΚΑΙ ΤΗΝ ΜΑΖΑ
%ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ

%ΑΠΟΣΒΕΣΗ
%C1 ΕΙΝΑΙ Η ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΗΝ ΚΥΡΙΑ ΜΑΖΑ ΚΑΙ ΤΟ ΕΔΑΦΟΣ
%C2 ΕΙΝΑΙ Η ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΗΝ ΚΥΡΙΑ ΜΑΖΑ ΚΑΙ ΤΗΝ ΜΑΖΑ
```

```
%ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ

%ΔΙΝΟΝΤΑΣ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ, ΤΗΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΚΑΙ ΤΙΣ ΜΑΖΕΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ
%ΒΓΑΖΕΙ ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΠΛΑΤΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΜΕ ΚΑΙ ΧΩΡΙΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗ

format short e
freq = fstart:fstep:fend;

%ΧΩΡΙΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗ
[AMPLITUDE_UNDAMPING] = DSOF_COMP_DUAL_MASS_without_damp(k1,k2,m1,m2,Fo,freq)
[AMPLITUDE_WITH_DAMPING] = DSOF_COMP_DUAL_MASS_with_damp(k1,k2,c1,c2,m1,m2,Fo,freq);

figure(1)
hold on
grid on
plot(freq,AMPLITUDE_UNDAMPING,'r')
plot(freq,AMPLITUDE_WITH_DAMPING,'b')
title('WITH AND WITHOUT DAMPING')

legend('Without Damping','With Damping')
xlabel('FREQUENCY Hz')
ylabel('AMPLITUDE  METER')
%axis([0 4 0 0.03])
```

AMPLITUDE_UNDAMPING

```
function [AMPLITUDE_UNDAMPING] = DSOF_COMP_DUAL_MASS_without_damp(k1,k2,m1,m2,Fo,freq)

format short e

v = 2*pi.*freq;     %ΜΕΤΑΤΡΕΠΕΙ ΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ freq ΑΠΟ HZ ΣΕ RAD/SEC

i = 1:1:length(v);

%F = Fo*cos(v)+j*Fo*sin(v);          %ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ

%O = zeros(1,length(v));
FORCE = (Fo/(k1+k2));       %ΤΟ ΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
%FORCE = (Fo/(m1*vo1));

vo1 = sqrt((k1+k2)/m1);    %ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ M1 (RAD/SEC)
vo2 = sqrt(k2/m2);             %ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ M2 (RAD/SEC)

freq1 = (vo1/(2*pi));          %ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ M1 (RAD/SEC)
freq2 = (vo2/(2*pi));          %ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ M2 (RAD/SEC)

%*************************************************************
A = (1-((v/vo1).^2));
B = -(k2/(k1+k2));
G = -1;
D = (1-((v/vo2).^2));
%*************************************************************

%A = (vo1^2-(v.^2))
%B = (vo2^2-(v.^2));

%ΒΡΟΓΧΟΣ ΟΠΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΜΙΑ ΘΕΣΗ i
for i = 1:1:length(v)
```

```
   DYN = [FORCE; 0;];
   N = [A(i) B; G D(i);];
   P(:,i) = inv(N)*DYN;
end

% Ο ΠΙΝΑΚΑΣ P(:,i) ΕΧΕΙ ΔΥΟ ΓΡΑΜΜΕΣ ΚΑΙ i ΣΤΥΛΕΣ

% ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΓΡΑΜΜΗ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ P(1,:) ΕΜΠΕΡΙΕΧΕΙ
% ΤΟΝ ΜΙΓΑΔΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ ΓΙΑ ΤΟ Z1

% ΣΤΗΝ ΔΕΥΤΕΡΗ ΓΡΑΜΜΗ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ P(1,:) ΕΜΠΕΡΙΕΧΕΙ
% ΤΟΝ ΜΙΓΑΔΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ ΓΙΑ ΤΟ Z2

Z1 = P(1,:);
%Z2 = P(2,:);

%ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΑΖΑ M1 (ΚΥΡΙΩΣ ΜΑΖΑ)
AMPLITUDE_UNDAMPING = abs(Z1);      %ΑΠΟ ΤΟΝ ΜΙΓΑΔΙΚΟ Z1 ΒΓΑΖΕΙ ΤΟ ΜΕΤΡΟ


AMPLITUDE_WITH_DAMPING

function [AMPLITUDE_WITH_DAMPING] = DSOF_COMP_DUAL_MASS_with_damp(k1,k2,c1,c2,m1,m2,Fo,freq)

format short e
%*****************************************************************************
v = 2*pi.*freq;     %ΜΕΤΑΤΡΕΠΕΙ ΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ freq ΑΠΟ HZ ΣΕ RAD/SEC

i = 1:1:length(v);

F = (Fo/(k1+k2))*cos(v)+j*(Fo/(k1+k2))*sin(v);          %ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ
%*****************************************************************************
angular_velocity1 = sqrt((k1+k2)/m1);       %ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ 1 (rad/sec)
angular_velocity2 = sqrt(k2/m2);            %ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ 2 (rad/sec)

c = c1+c2;
zita1 = (c/(2*m1*angular_velocity1));        %ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 1
zita2 = (c2/(2*m1*angular_velocity1));       %ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 2
zita3 = (c2/(2*m2*angular_velocity2));       %ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 3

angular_velocity_d1 = angular_velocity1*(sqrt(1-(zita1^2)));        %damped natural frequency (rad/sec)
angular_velocity_d2 = angular_velocity2*(sqrt(1-(zita3^2)));        %damped natural frequency (rad/sec)

damp_freq1 = angular_velocity_d1/(2*pi);
damp_freq2 = angular_velocity_d2/(2*pi);

A = (1-(v/angular_velocity_d1).^2)+j*((2*zita1.*v)/angular_velocity_d1);
B = -(k2/(k1+k2))-j*((2*zita2.*v)/angular_velocity1);
C = -1-j*((2*zita3.*v)/angular_velocity_d2);
D = (1-(v/angular_velocity_d2).^2)+j*((2*zita3.*v)/angular_velocity_d2);


%ΒΡΟΓΧΟΣ ΟΠΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΜΙΑ ΘΕΣΗ i
for i = 1:1:length(v)
   EKSOTERIKI_DYNAMI = [F(i); 0;];
   PINK = [A(i) B(i); C(i) D(i);];
   L(:,i) = inv(PINK)*EKSOTERIKI_DYNAMI;
end

Z1 = L(1,:);
```

```
%Z2 = L(2,:);

%ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΑΖΑ Μ1 (ΚΥΡΙΩΣ ΜΑΖΑ)
AMPLITUDE_WITH_DAMPING = abs(Z1);     %ΑΠΟ ΤΟΝ ΜΙΓΑΔΙΚΟ Z1 ΒΓΑΖΕΙ ΤΟ ΜΕΤΡΟ
AMP1o_AMPLITUDE_WITH_DAMPING = AMPLITUDE_WITH_DAMPING(1);

%ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΑΖΑ Μ2 (ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ)
%AMP2 = abs(Z2);     %ΑΠΟ ΤΟΝ ΜΙΓΑΔΙΚΟ Z2 ΒΓΑΖΕΙ ΤΟ ΜΕΤΡΟ
%AMP2o = AMP2(1);
```

αρχείο Mat lab: DDOF_DUAL_MASS_with_damp_TRANSMISSION

```
function DDOF_DUAL_MASS_with_damp_TRANSMISSION(NUM_ANTIVIB,k1,k2,c1,c2,m1,m2,Fo,fstart,fend,FREQFIND)

%ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ:          ΤΟ TRANSMISSION RATIO
%NUM_ANTIVIB:         Ο ΑΡΙΘΜΟΣ ΤΩΝ ΑΝΤΙΚΡΑΔΑΣΜΙΚΩΝ
%k1:                  ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
%k2:                  ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
%c1:                  ΑΠΟΣΒΕΣΗ
%c2:                  ΑΠΟΣΒΕΣΗ
%m1:                  ΚΥΡΙΑ ΜΑΖΑ
%m2:                  ΜΑΖΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ
%Fo:                  ΜΕΤΡΟ ΕΞΑΝΑΓΚΑΖΟΜΕΝΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ
%fstart:              ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΣΥΧΟΤΙΚΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ
%fend :               ΤΕΛΟΣ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ
%FREQFIND:            ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΜΕΛΕΤΗΣ

format short e
%*************************************************************************
freq = fstart:0.01:fend;

v = 2*pi.*freq;     %ΜΕΤΑΤΡΕΠΕΙ ΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ freq ΑΠΟ HZ ΣΕ RAD/SEC

i = 1:1:length(v);

F = (Fo/(k1+k2))*cos(v)+j*(Fo/(k1+k2))*sin(v);          %ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ
%*************************************************************************
angular_velocity1 = sqrt((k1+k2)/m1);          %ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ 1 (rad/sec)
angular_velocity2 = sqrt(k2/m2);               %ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ 2 (rad/sec)

Ccritical_1 = 2*m1*angular_velocity1;      %ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ 1
Ccritical_2 = 2*m2*angular_velocity2;      %ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ 2

c = c1+c2;
zita1 = c/Ccritical_1;        %ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 1
zita2 = c2/Ccritical_1;       %ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 2
zita3 = c2/Ccritical_2;       %ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 3

angular_velocity_d1 = angular_velocity1*(sqrt(1-(zita1^2)));       %damped natural frequency (rad/sec)
angular_velocity_d2 = angular_velocity2*(sqrt(1-(zita3^2)));       %damped natural frequency (rad/sec)

damp_freq1 = angular_velocity_d1/(2*pi);
damp_freq2 = angular_velocity_d2/(2*pi);

A = (1-(v/angular_velocity_d1).^2)+j*((2*zita1.*v)/angular_velocity_d1);
B = -(k2/(k1+k2))-j*((2*zita2.*v)/angular_velocity1);
C = -1-j*((2*zita3.*v)/angular_velocity_d2);
D = (1-(v/angular_velocity_d2).^2)+j*((2*zita3.*v)/angular_velocity_d2);
```

```
%ΒΡΟΓΧΟΣ ΟΠΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΜΙΑ ΘΕΣΗ i
for i = 1:1:length(v)
   EKSOTERIKI_DYNAMI = [F(i); 0;];
   PINK = [A(i) B(i); C(i) D(i);];
   L(:,i) = inv(PINK)*EKSOTERIKI_DYNAMI;
end

Z1 = L(1,:);
Z2 = L(2,:);

%ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΑΖΑ Μ1 (ΚΥΡΙΩΣ ΜΑΖΑ)
AMP1 = abs(Z1);     %ΑΠΟ ΤΟΝ ΜΙΓΑΔΙΚΟ Z1 ΒΓΑΖΕΙ ΤΟ ΜΕΤΡΟ
AMP1o = AMP1(1);

%ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΑΖΑ Μ2 (ΜΑΖΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ)
AMP2 = abs(Z2);     %ΑΠΟ ΤΟΝ ΜΙΓΑΔΙΚΟ Z2 ΒΓΑΖΕΙ ΤΟ ΜΕΤΡΟ
AMP2o = AMP2(1);

fsearch = fstart:0.01:FREQFIND;        %ΔΙΜΙΟΥΡΓΕΙΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ ΑΠΟ ΜΗΔΕΝ ΗΖ ΕΩΣ ΤΗ

p = length(fsearch);
SWRT = sqrt((k1^2)+((v.^2)*(c1^2)));
Ftrans = AMP1.*SWRT;            %Ftransmitted FORCE
Ftransi = Ftrans/NUM_ANTIVIB;

megistFtrans = max(Ftrans);
Ftranslog = 10*(log10(Ftrans/Fo));
Ftranslogi = 10*(log10(Ftransi/Fo));
megistFtransLOG = max(Ftranslog);
megistFtransLOGi = max(Ftranslogi);

AMPLITUDE_30HZ = AMP1(p);
Ftrans_freq = Ftrans(p);
Ftranslog_freq = Ftranslog(p);

Ftransi_freq = Ftransi(p);
Ftranslogi_freq = Ftranslogi(p);


%*************************************************************************
disp 'ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ 1'
Ccritical_1
disp 'ΚΡΙΣΙΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ 2'
Ccritical_2
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 1'
zita1
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 2'
zita2
disp 'ΛΟΓΟΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ 3'
zita3
disp 'ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ω1 ΣΕ RAD/SEC'
angular_velocity1
disp 'ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ω2 ΣΕ RAD/SEC'
angular_velocity2
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ωd1 ΣΕ RAD/SEC'
angular_velocity_d1
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ωd2 ΣΕ RAD/SEC'
angular_velocity_d2
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ωd1 ΣΕ Hz'
damp_freq1
```

```
disp 'ΑΠΟΣΒΕΝΟΥΣΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ωd2 ΣΕ Hz'
damp_freq2
disp 'ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΣΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΤΩΝ 30 Hz'
AMPLITUDE_30HZ
disp 'Η ΜΕΓΙΣΤΗ ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ'
megistFtrans
disp 'Η ΜΕΓΙΣΤΗ ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΑ 30 Hz'
Ftrans_freq
disp 'TRANSMISSION RATIO ΣΤΗΝ ΤΩΝ 30 Hz'
Ftranslog_freq

disp 'ΓΙΑ ΤΟ ΚΑΘΕ ΑΝΤΙΚΡΑΔΑΣΜΙΚΟ'
disp 'Η ΜΕΓΙΣΤΗ ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ'
megistFtransLOGi
disp 'Η ΜΕΓΙΣΤΗ ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΑ 30 Hz'
Ftransi_freq
disp 'TRANSMISSION RATIO ΣΤΗΝ ΤΩΝ 30 Hz'
Ftranslogi_freq

%*************************************************************************
figure(1)           %ΕΙΚΟΝΑ ΠΡΩΤΗ
                    %ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΟ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ
hold on
grid on                     %ΔΙΜΙΟΥΡΓΕΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΜΕ ΤΟ ΠΛΕΓΜΑ ΓΙΑ ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΑΝΑΓΝΩΣΗ ΤΟΥ
ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
plot(freq,Ftranslog,'m')        %ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ'
plot(freq,Ftranslogi,'b')       %ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ'
title('TRANSMISSION RATIO')             %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
xlabel('Frequency (Hz)')                %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ x
ylabel('TRANSMISSION RATIO (dB)')       %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ y
axis([10e-001 1000 -50 20])             %ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ


figure(2)           %ΕΙΚΟΝΑ ΠΡΩΤΗ
                    %ΜΕΤΑΔΙΔΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΟ ΣΥΧΝΟΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ
hold on
grid on                         %ΔΙΜΙΟΥΡΓΕΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΜΕ ΤΟ ΠΛΕΓΜΑ ΓΙΑ ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΑΝΑΓΝΩΣΗ ΤΟΥ
ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
plot(freq,AMP1,'r')             %ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ'
plot(freq,AMP2,'b')             %ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'ΜΠΛΕ ΧΡΩΜΑ'
title('Amplitude')              %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ
xlabel('Frequency   Hz')        %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ x
ylabel('Amplitude    Meter')    %ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΞΩΝΑ y




function parallelogram_amp(mass,X,Z,kz,kx,cz,cx,Fo,fstart,fstep,fend)

format short e
freq = fstart:fstep:fend;           %DIMIOYRGEIA SYXNOTIKOY DIANYSMATOS Hz
V = 2*pi*freq;                      %DIMIOYRGEIA SYXNOTIKOY DIANYSMATOS AP Hz SE RAD/sc

FORCE = Fo*cos(V)+j*Fo*sin(V);      %EKSANAGASMENI DYNAMH
J = (mass/12)*((Z^2)+(X^2));        %YPOLOGISMOS THS ROPHS
```

```
a = X/2;
c = Z/2;

M = [mass 0; 0 J;]                  %PINAKAS MAZAS KAI ROPHS
M
K = [kz 0; 0 (a^2)*kz+(c^2)*kx;]              %PINAKAS TIMON ELASTIKOTHTAS
K
C = [cz 0; 0 (a^2)*cz+(c^2)*cx;]              %PINAKAS TIMON APOSVESIS
C
Vo = sqrt(K/M);                               %PINAKAS FYSIKON SYXNOTHTON SE RAD/SEC
natural_FREQ = Vo/(2*pi);                     %PINAKAS FYSIKON SYXNOTHTON SE Hz
Ccritical = 2*M*Vo;                 %PINAKAS TIMON KRISIMIS APOSVESIS

ZITA = C/Ccritical;                 %PINAKAS LOGOS APOSVESIS
I = eye(2);                         %MODADIAIOS PINAKAS DIASTASEON 2X2

Vd = Vo*sqrt(I-(ZITA^2));           %PINAKAS APOSVENOUSAS SYXNOTHTAS
damped_FREQ = Vd/(2*pi);

for i = 1:1:length(V);
   inms(:,i) = inv(I-([V(i) 0; 0 V(i);]/Vd)^2+j*2*ZITA*([V(i) 0; 0 V(i);]/Vd))*[FORCE(i)/kz; FORCE(i)/((a^2)*kz+(c^2)*kx);];
end

gramiki_metap = abs(inms(1,:));                 %GRAMMIKI METATOPISI SE METRA
radgoniaki_metap = abs(inms(2,:));              %GONIAKI METATOPISI SE RAD
gonia_moires = (360*radgoniaki_metap)/(2*pi);   %GONIAKI METATOPISI SE MOIRES

ampgoniaki = tan(radgoniaki_metap)*a;       %GONIAKI METATOPISI STA AKRA TOY SOMATOS SE METRA

natural_FREQ_MODE1 = natural_FREQ(1,1);
natural_FREQ_MODE2 = natural_FREQ(2,2);
damped_FREQ_MODE1 = damped_FREQ(1,1);
damped_FREQ_MODE2 = damped_FREQ(2,2);
MEGISTO_GRAMMIKO_AMP = max(gramiki_metap);      %MEGISTO GRAMMIKO PLATOS SE METRA
MEGISTI_GONIA_rad = max(radgoniaki_metap);      %MEGISTI GONIAKI METATOPISI SE RAD
MEGISTI_GONIA_moires = max(gonia_moires);       %MEGISTI GONIAKI METATOPISI SE MOIRES
MEGISTO_GONIAKO_AMP = max(ampgoniaki);          %MEGISTI GONIAKI METATOPISI STA AKRA TOY SOMATOS
SE METRA
%*************************************************************************
disp 'MEGISTO GRAMMIKO PLATOS'
MEGISTO_GRAMMIKO_AMP

disp 'MEGISTI GONIAKI METATOPISI SE RAD'
MEGISTI_GONIA_rad

disp 'MEGISTI GONIAKI METATOPISI SE MOIRES'
MEGISTI_GONIA_moires

disp 'MEGISTI GONIAKI METATOPISI STA AKRA TOY SOMATOS SE METRA '
MEGISTO_GONIAKO_AMP

disp 'FYSIKH SYXNOTHTA TALANTOSIS TOY 1ou MODE'
natural_FREQ_MODE1

disp 'FYSIKH SYXNOTHTA TALANTOSIS TOY 2ou MODE'
natural_FREQ_MODE2

disp 'APOSVENOUSA SYXNOTHTA TALANTOSIS TOY 1ou MODE'
damped_FREQ_MODE1

disp 'APOSVENOUSA SYXNOTHTA TALANTOSIS TOY 2ou MODE'
```

damped_FREQ_MODE2

```
%*************************************************************************
figure(1)
grid on
hold on
plot(freq,gramiki_metap, 'k')
plot(freq,ampgoniaki, 'b')
axis([0 20 0 0.03])
title('DISPLACEMENT')
legend('LINEAR DISPLACEMENT','ANGULAR DISPLACEMENT')
xlabel('FREQUENCY   Hz')
ylabel('AMPLITUDE  METER')

figure(2)
grid on
hold on
plot(freq,gonia_moires, 'b')
axis([0 20 0 3])
title('ANGLE')
xlabel('FREQUENCY  Hz')
ylabel('DEGREE')
```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1]. William T. Thomson, "Theory of vibration with applications", Taylor & Francis, Fourth Edition, 1993

[2]. David A. Bies And Colin H. Hansen, "Engineering Noise Control Theory And Practice", Spon Press, Third Edition, 2003

[3]. Iain G. Main, "Vibrations and Waves in Physics", Cambridge University Press, Third Edition, 1993

[4]. István L. Vér, Leo Leroy Beranek, "Noise and Vibration Control Engineering: Principles and Applications", John Wiley & Sons, Second Edition, 2005

[5]. A.P. French, "Vibrations and Waves", CRC Press, 1971

[6]. Lawrence E. Kinsler, Austin R. Frey, Alan B. Coppens, James V. Sanders, "Fundamentals of Acoustics", Fourth Edition,Wiley, 2000

[7]. Ahmed A. Shabana, "Vibration of Discrete and Continuous Systems", Springer, 1997

[8]. Allan Frey (editor), "Noise Control in Building Services", Pergamon Press, 1st edition (July 1987)

[9]. Δημήτρης Σκαρλάτος, "Εφαρμοσμένη Ακουστική", Φιλομάθεια, Δεύτερη έκδοση 2005

[10]. Δρ. Νεκτάριου Παπαδογιάννη, "Φυσική κυματική", Μουσικής τεχνολογίας και ακουστικής Τ.Ε.Ι. Κρήτης, 2000

[11]. Δρ. Σπυρίδων Κουζούπη, " Μηχανική ΙΙ ", Μουσικής τεχνολογίας και ακουστικής Τ.Ε.Ι. Κρήτης, 2004

[12]. Seon J. Jang, Yong J. Choi, "Geometrical design method of multi-degree-of-freedom dynamic vibration absorbers", Journal of Sound and Vibration 303 (2007) p. (343–356)

INTERNET

users.kil.sch.gr/ekoltsakis/stud/typologio.swf
http://home.earthlink.net/%7Ebazillion/intro.html
http://en.wikipedia.org/wiki/Radians
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hframe.html
http://64.233.183.104/search?q=cache:Zaf9nCWoweoJ:physlab.phys.uoa.gr/f1/2005-06/a-appendix.pdf+%CE%98%CE%95%CE%A9%CE%A1%CE%97%CE%9C%CE%91+STEINER&hl=el&ct=clnk&cd=16&lr=lang_el&client=pub-client

http://www.physics.upatras.gr/laserlab/FYE/EAPdownload/5d.pdf

http://64.233.183.104/search?q=cache:gNe-_JowxU8J:www.physics.upatras.gr/laserlab/FYE/EAPdownload/5d.pdf+%CE%98%CE%95%CE%A9%CE%A1%CE%97%CE%9C%CE%91+STEINER&hl=el&ct=clnk&cd=18&lr=lang_el&client=pub-client

http://www.mitcalc.com/doc/springs/help/en/springs.htm

http://home.earthlink.net/%7Ebazillion/design.html#math

http://en.wikipedia.org/wiki/Damping
http://en.wikipedia.org/wiki/Stiffness
http://en.wikipedia.org/wiki/Hooke%27s_law

http://en.wikipedia.org/wiki/Moment_of_inertia
http://en.wikipedia.org/wiki/Parallel_axis_theorem

http://www.assocspring.co.uk/
http://www.itbona.com/ITBONA/CFM-Schiller/airsprings.htm
http://www.novibes.com/vibration/techdata/technica.asp
http://www.farrat.com/pdf/cat_207_spring_mounts.pdf
http://www.itbona.com/private/PDF/GRB%20780%20E.pdf
http://www.christiegrey.com/data_sheets/cg_installation_cork_materials.pdf
http://www.christiegrey.com/leaflets/cg_nbc_leaflet.pdf
http://www.qontroldevices.com/
http://www.mason-industries.com/masonind/private/files/pdf/slr220.pdf
http://www.mason-industries.com/masonind/downloads/submittal.cfm
http://www.farrat.com/isomat.html
http://www.farrat.com/sm_mounts.html
http://www.vibrationmounts.com/
http://www.vibrationmounts.com/V100/HTML/VM04002.html
http://www.vibrationmounts.com/V100/HTML/VM02018.html
http://www.acoustiquepn.ca/english/isolanting_antivibrations.htm
http://www.mason-industries.com/masonind/private/overview/base_over.cfm
http://www.mason-industries.com/masonind/hvac/appDetails.cfm?appID=5