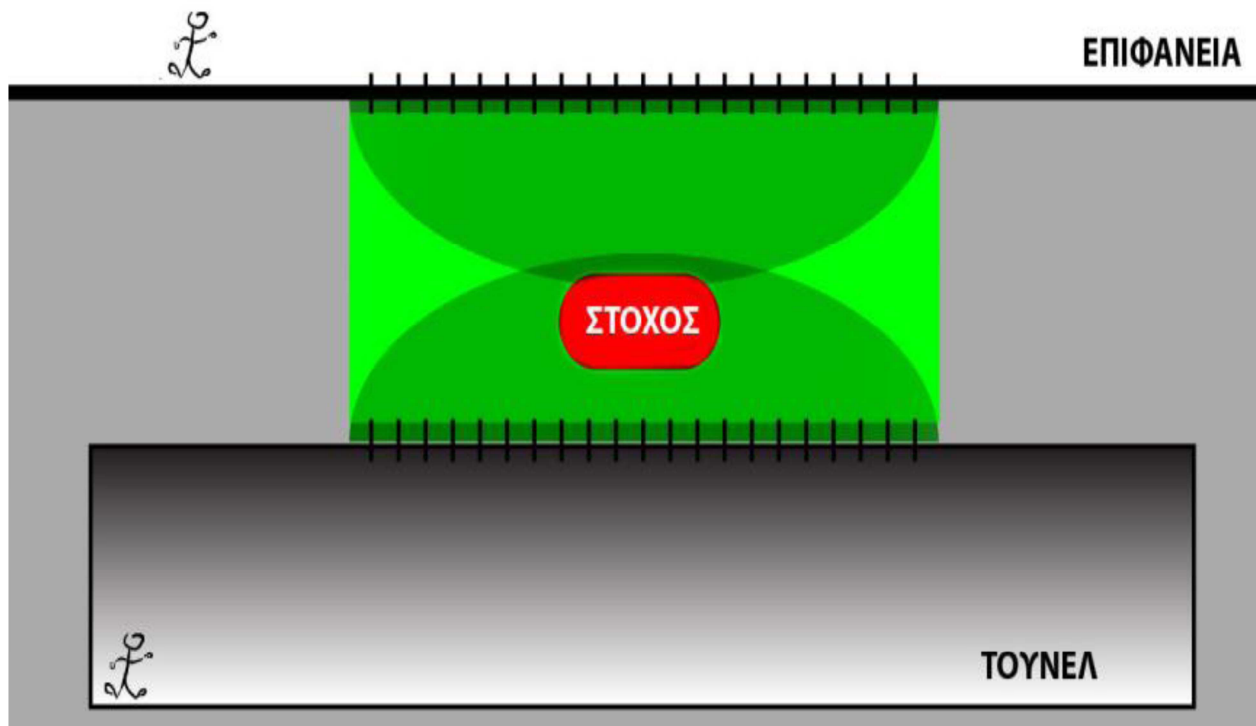




Τ.Ε.Ι. Κρήτης
Τμήμα Φυσικών Πόρων & Περιβάλλοντος



ΓΕΩΦΥΣΙΚΗ ΔΙΑΣΚΟΠΗΣΗ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΕΥΘΕΡΝΑ ΜΕ ΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗ
ΕΙΔΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΗΛΕΚΤΡΩΔΙΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗ ΓΕΩΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΑ



Πατουλίδου Άννα
Σουραϊλίδης Αβραάμ

Επιβλέπων καθηγητής
Παντελής Σουπιός

Χανιά
2014
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περιεχόμενα

ABSTRACT	4
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	4
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1-ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	5
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2-ΓΕΩΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΔΙΑΣΚΟΠΗΣΗ	6
2.1 ΕΙΔΙΚΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ	6
2.2 ΦΑΙΝΟΜΕΝΗ ΕΙΔΙΚΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ	8
ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΑΚΗ ΠΗΓΗ.....	8
ΧΡΗΣΗ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΔΙΩΝ	9
2.3 ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ ΗΛΕΚΤΡΟΔΙΩΝ	10
2.4 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΡΕΥΝΑΣ.....	12
ΒΥΘΟΣΚΟΠΗΣΗ	12
ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	13
ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΑ.....	14
ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΓΕΩΤΡΗΣΕΩΝ	16
2.5 ΠΙΘΑΝΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ	18
2.6 ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ	18
ΕΥΘΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑ	19
ΙΑΚΩΒΙΑΝΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ	27
ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ.....	28
ΧΡΗΣΗ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	32
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ LANGRAGNIAN.....	33
2.7 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΟΥ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ	35
2.8 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ.....	36
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - ΕΠΙΛΟΓΗ ΠΕΡΙΟΧΗΣ ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΝΤΟΣ.....	37
3.1 ΠΕΡΙΟΧΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΔΙΑΣΚΟΠΗΣΗΣ.....	37
3.2 ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΕΥΘΕΡΝΑ.....	43
3.3 ΤΑ ΜΝΗΜΕΙΑ ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ	51
3.3.1 ΜΙΚΡΟ ΒΑΛΑΝΕΙΟ.....	51
3.3.2 ΕΛΛΗΝΙΣΤΙΚΗ ΓΕΦΥΡΑ	51
3.3.3 ΟΙΚΙΑ 2	51
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4-ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΕΔΙΟΥ	53
4.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΗΡΑΓΓΑΣ.....	53
4.2 ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ ΗΛΕΚΤΟΔΙΩΝ	55
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 - ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ.....	60
5.1 ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΜΕ ΤΟΝ ΒΑΣΙΚΟ ΚΩΔΙΚΑ '2DINVCODE'	60

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	66
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	67

ABSTRACT

This thesis negotiates the using of special electrode assemblies in the application of geophysical survey in Pyrgos on the island of Crete and specifically at the archaeological site of Elefterna located at SE of the city of Rethymno. During the geophysical survey, electrodes were installed in special array. Specifically, a series of electrodes were installed into and along a tunnel which possibly used for water transfer from a spring to a underground tank, and the rest of the electrodes were deployed on the ground surface parallel to the others. The location of each electrode was determined using a high accuracy GPS system. After all, geoelectrical measurements were collected from tunnel to surface in order to depict the underground (between tunnel and ground surface) geological (changes in lithology) and geotechnical (fractures, joins) characteristics.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία διαπραγματεύεται τη χρήση ειδικών διατάξεων ηλεκτροδίων κατά την εφαρμογή γεωηλεκτρικών διασκοπήσεων στην περιοχή Πυργίου στο νησί της Κρήτης και συγκεκριμένα στον αρχαιολογικό χώρο της Ελεύθερνας που βρίσκεται ΝΑ της πόλης του Ρεθύμνου. Κατά την πραγματοποίηση των λήψεων των δεδομένων για την υλοποίηση της συγκεκριμένης διπλωματικής τοποθετήσαμε μια σειρά ηλεκτροδίων στην επιφάνεια του εδάφους και μια ακόμα σειρά ηλεκτροδίων στο εσωτερικό της γης, κατά μήκος μιας σήραγγας. Στόχος ήταν ο προσδιορισμός της γεωηλεκτρικής δομής προσδιορίζοντας γεωλογικά και γεωτεχνικά χαρακτηριστικά (διαρρήξεις) της οροφής της σήραγγας (υπερκείμενοι σχηματισμοί). Η χωροθέτηση όλων των σημείων των ηλεκτροδίων έγινε με τη χρήση κατάλληλων δεικτών GPS για την αύξηση της ακρίβειας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1- ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Οι μετρήσεις με ηλεκτρόδια μόνο στην επιφάνεια του εδάφους έχουν υψηλή διακριτική ικανότητα κοντά στα ηλεκτρόδια, η οποία και μειώνεται όσο αυξάνεται το βάθος. Το πρόβλημα μπορεί να διορθωθεί με ηλεκτρόδια τοποθετημένα μέσα σε γεωτρήσεις βελτιώνοντας με τον τρόπο αυτό την διακριτική ικανότητα. Ωστόσο για να προκύψουν ικανοποιητικές μετρήσεις καθίσταται απαραίτητη η εγκατάσταση πολλών γεωτρήσεων σε μικρή μεταξύ τους απόσταση. Ένας εναλλακτικός τρόπος χρήσης ηλεκτροδίων μέσα στη γη, εκτός από τη χρήση ηλεκτροδίων μέσα σε γεωτρήσεις, είναι η υπόγεια εγκατάσταση ηλεκτροδίων είτε μέσα σε σήραγγα ή φυσικά έγκοιλα μέσα στη γη έτσι ώστε να τοποθετούνται τα ηλεκτρόδια πλησιέστερα στον στόχο.

Με τη χρήση ηλεκτροδίων στην επιφάνεια και σε υπάρχουσες δομές τεχνητές (σήραγγα, οριζόντια γεώτρηση) ή φυσικές (σπήλαιο) υπάρχει η δυνατότητα διασκόπησης του υπεδάφους με αποτελεσματικό τρόπο αυξάνοντας την διακριτική ικανότητα των παραγόμενων γεωηλεκτρικών εικόνων. Τέτοιοι τύποι μετρήσεων αναφέρονται στην διεθνή βιβλιογραφία από τους Sasaki and Matsuo (1990) με τη χρήση ηλεκτροδίων μέσα σε σήραγγα σε μεγάλο βάθος, για τον εντοπισμό μεταλλευμάτων και θραυσιγενών ζωνών. Οι Danielsen και Dahlin (2010) πραγματοποίησαν γεωτεχνική μελέτη με τη χρήση ηλεκτροδίων μέσα σε μικρές τεχνητά κατασκευασμένες οριζόντιες σήραγγες, όπου μελετάται η τεκτονική κατάσταση των πετρωμάτων μπροστά από το μέτωπο διάνοιξης της σήραγγας. Επιπλέον, οι Lile κ.α. (1994) συμπέραναν ότι ισχυρά τεκτονισμένες ζώνες, οι οποίες μπορεί να δημιουργήσουν προβλήματα κατά την διάνοιξη σήραγγας, μπορούν να εντοπισθούν με ηλεκτρόδια στον πυθμένα της θάλασσας και μέσα σε σήραγγα. Μία επιπλέον εφαρμογή με τη χρήση ηλεκτροδίων μέσα σε σήραγγα πραγματοποιήθηκε από τους Van Schoor και Binley (2010), για τον εντοπισμό διακοπτόμενων μεταλλευτικών γεωλογικών δομών από έγκοιλα. Στην περίπτωση τους δεν χρησιμοποιήθηκαν ηλεκτρόδια στην επιφάνεια αλλά μεταξύ σηράγγων.

Ένα βασικό πλεονέκτημα των συγκεκριμένων μετρήσεων είναι η αύξηση της ευαισθησίας της διάταξης στο εσωτερικό της γης και κοντά στην οροφή της σήραγγας. Με τον τρόπο αυτό αυξάνεται η διακριτική ικανότητα της μεθόδου στο εσωτερικό του εδάφους και θεωρητικά καθίσταται πιο εύκολος ο εντοπισμός του στόχου σε μεγαλύτερο βάθος, κάτι που ενδεχομένως δεν είναι εφικτό όταν χρησιμοποιούνται μόνο επιφανειακά ηλεκτρόδια.

Η παρούσα εργασία είναι μέρος της διδακτορική διατριβής του Διδάκτορα ΑΠΘ, Κλεάνθη Συμιρδάνη. Οι συγγραφείς (κα. Α. Πατουλίδου και Α. Σουραϊλίδης) συμμετείχαν στις μετρήσεις υπαίθρου που πραγματοποιήθηκαν στην Αρχαία Ελεύθερνα και ως εκ τούτου έκαναν χρήση και των δεδομένων υπαίθρου με τη άδεια του Δρ. Κλεάνθη Συμιρδάνη και αφού ολοκλήρωσε και έλαβε το τίτλο του διδάκτορα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2-ΓΕΩΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΔΙΑΣΚΟΠΗΣΗ

Η ηλεκτρική μέθοδος διασκόπησης είναι από τις περισσότερο διαδεδομένες γεωφυσικές μεθόδους και σκοπό έχει τη μέτρηση της διαφοράς δυναμικού που προκαλείται από την εισαγωγή ηλεκτρικού ρεύματος μέσα στη γη. Η μετρούμενη διαφορά δυναμικού αντικατοπτρίζει την δυσκολία με την οποία το ηλεκτρικό ρεύμα ρέει μέσα στο υπέδαφος, δίνοντας έτσι μια ένδειξη για την ηλεκτρική αντίσταση του εδάφους. Με τον τρόπο αυτό προσδιορίζονται οι ηλεκτρικές ιδιότητες του εδάφους και έμμεσα καθορίζονται οι δομές ενδιαφέροντος του υπεδάφους μιας και διαφορετικοί γεωλογικοί σχηματισμοί παρουσιάζουν και διαφορετικές ηλεκτρικές αντιστάσεις.

Οι ηλεκτρικές γεωφυσικές διασκοπήσεις έχουν εφαρμοσθεί με επιτυχία για την επίλυση πολλών γεωλογικών προβλημάτων, όπως π.χ. χαρτογράφηση γεωλογικών στρωμάτων (Griffiths και Barker 1993), εντοπισμό υδροφόρων στρωμάτων (Olayinka 1990), ανίχνευση γεωθερμικών πεδίων (Wright et al. 1985), εντοπισμός ρυπασμένων υπογείων υδάτων και διαρροών αποβλήτων, εύρεση στόχων αρχαιολογικού ενδιαφέροντος (Aitken 1974, Tsokas και Roka 1987, Szymanski και Dittmer 1993, Papadopoulos et al. 2006b), στην εύρεση του βάθους του μητρικού πετρώματος σε τοποθεσίες έργων υποδομής (Dahlin 1993).

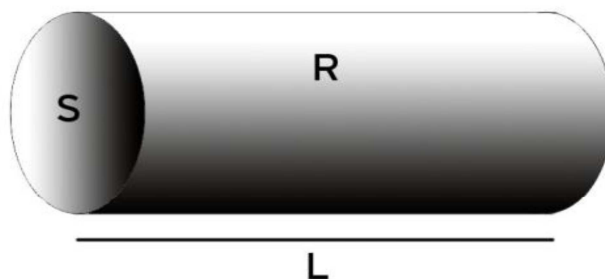
2.1 ΕΙΔΙΚΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ

Η κύρια παράμετρος που υπολογίζεται κατά την ηλεκτρική μέθοδο διασκόπησης είναι η ειδική ηλεκτρική αντίσταση. Η ειδική ηλεκτρική αντίσταση (ρ) εκφράζει τη δυσκολία με την οποία ένα υλικό συγκεκριμένων διαστάσεων άγει το ηλεκτρικό ρεύμα. Έστω σώμα κυλινδρικού σχήματος μήκους L και εμβαδού διατομής S με αντίσταση R (Σχήμα 2.1). Η ειδική ηλεκτρική αντίσταση του υλικού δίνεται από τη σχέση,

$$\rho = R \frac{S}{L} \quad (1)$$

όπου

- R τιμή αντίστασης (ohm)
- L μήκος σε μέτρα (m)
- S εμβαδό της διατομής σε τετραγωνικά μέτρα (m²)
- ρ ειδική ηλεκτρική αντίσταση (ohm-m)



Σχήμα 2.1 Ειδική ηλεκτρική αντίσταση κυλίνδρου μήκους L , διατομής S και ηλεκτρικής αντίστασης R .

Η αντίσταση, 'ρ', εξαρτάται γενικά από τις υδρογεωλογικές συνθήκες της περιοχής μελέτης, τη χημική σύσταση του νερού και τη συγκέντρωση των διαλυμένων ιόντων σε αυτό, το μέγεθος των πόρων των σχηματισμών, τις πιθανές διαρρήξεις και διακλάσεις, τη θερμοκρασία και την πίεση. Οι παράγοντες που επηρεάζουν και κατά συνέπεια ρυθμίζουν την ηλεκτρολυτική αγωγή, άρα και την αντίσταση του υπεδάφους είναι ευμετάβλητοι αφού εξαρτώνται από το ποσοστό και τη σύσταση του νερού που κυκλοφορεί στο πορώδες (πρωτογενές ή δευτερογενές) των πετρωμάτων του υπεδάφους.

Το πλήθος των παραγόντων, αλλά και η συχνή μεταβολή κάποιων από αυτούς, έχει ως αποτέλεσμα σημαντικές διακυμάνσεις στις τιμές της ηλεκτρικής αντίστασης, ακόμα και μέσα στον ίδιο γεωλογικό σχηματισμό ανάλογα με τις επικρατούσες συνθήκες. Τα ιζηματογενή πετρώματα, τα οποία έχουν μεγαλύτερο πορώδες και ενδεχομένως φιλοξενούν υψηλότερο ποσοστό νερού, έχουν γενικά σχετικά χαμηλές αντιστάσεις. Τα συμπαγή πετρώματα έχουν ενδιάμεσες και μεγαλύτερες τιμές αντιστάσεων και η τελική τους τιμή εξαρτάται από τον βαθμό καταπόνησης τους (τεκτονισμός, αποσάθρωση κλπ) και το νερό που περιέχουν στο πρωτογενές αλλά και στο δευτερογενές πορώδες τους (Πίνακας 2.1).

ΥΛΙΚΟ	ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ
ΑΕΡΑΣ	Άπειρη
ΣΙΔΗΡΟΠΥΡΙΤΗΣ	3×10^{-1}
ΓΑΛΗΝΙΤΗΣ	2×10^{-3}
ΧΑΛΑΖΙΑΣ	4×10^{10} έως 2×10^{14}
ΑΣΒΕΣΤΙΤΗΣ	1×10^{12} έως 1×10^{13}
ΓΡΑΝΙΤΗΣ	100 έως 1×10^6
ΓΑΒΡΟΣ	1×10^3 έως 1×10^6
ΑΣΒΕΣΤΟΛΙΘΟΣ	50 έως 1×10^7
ΨΑΜΜΙΤΗΣ	1 έως 1×10^8
ΣΧΙΣΤΟΛΙΘΟΙ	20 έως 1×10^3
ΔΟΛΟΜΙΤΗΣ	100 έως 10^4
ΑΜΜΟΣ	1 έως 1.000
ΑΡΓΙΛΟΣ	1 έως 100
ΥΠΟΓΕΙΟ ΝΕΡΟ	0.5 έως 300
ΘΑΛΑΣΣΙΝΟ ΝΕΡΟ	0.2

Πίνακας 2,1 Τυπικές τιμές αντιστάσεων υλικών (Telford et al. 1990).

2.2 ΦΑΙΝΟΜΕΝΗ ΕΙΔΙΚΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΑΚΗ ΠΗΓΗ

Η ροή του ηλεκτρικού ρεύματος στο εσωτερικό της γης καθορίζεται από το νόμο του Ohm

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2)$$

όπου,

- J είναι η πυκνότητα του ρεύματος (Amp/m²)
- σ είναι η αγωγιμότητα (1/ρ) (Siemens/m)
- E είναι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου (V/m)

Ως ένταση ηλεκτρικού πεδίου ορίζεται η βαθμίδα του δυναμικού V

$$\vec{E} = -\nabla V \quad (3)$$

Η απόκλιση της πυκνότητας ρεύματος J είναι μηδέν, όταν δεν υπάρχουν πηγές στο χώρο κάτι που ισχύει γενικά για τη γη, δηλαδή,

$$\nabla J = 0 \quad (4)$$

Από τις σχέσεις (1.3) και (1.4) προκύπτει ότι,

$$\nabla(-\sigma \nabla V) = 0 \quad (5)$$

η οποία μπορεί να εκφρασθεί ως,

$$\nabla \sigma \nabla V + \sigma \nabla^2 V = 0 \quad (6)$$

Η σχέση (1.6) είναι η εξίσωση Poisson που δείχνει την ροή ηλεκτρικού ρεύματος σε ανομοιογενή γη. Σε περίπτωση ομογενούς γης το πρώτο μέρος της σχέσης (6) είναι μηδενικό καθώς $\nabla \sigma = 0$, οπότε στην περίπτωση αυτή καταλήγουμε στην εξίσωση Laplace,

$$\nabla^2 V = 0 \quad (7)$$

Εύκολα αποδεικνύεται στην ιδανική περίπτωση που υπάρχει ένα ηλεκτρόδιο στην επιφάνεια της γης (Σχήμα 2.2), το δυναμικό σε απόσταση r δίνεται από την σχέση,

$$V = \pm \frac{\rho I}{2\pi r} \quad (8)$$

Ανάλογα με την πολικότητα του ηλεκτροδίου, στην παραπάνω σχέση

- I είναι η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος,
- r η απόσταση από την πηγή.



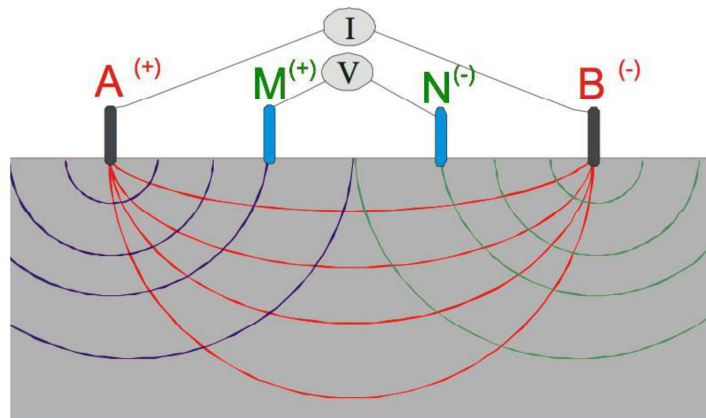
Σχήμα 2.2. Διάδοση ρεύματος από σημειακή πηγή στην επιφάνεια του εδάφους.

ΧΡΗΣΗ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΔΙΩΝ

Η διαφορά δυναμικού V_{MN} , που θα μετρηθεί μεταξύ των ηλεκτροδίων δυναμικού M και N εξαιτίας του ρεύματος, I , που εισάγεται στο έδαφος από τα ηλεκτρόδια A και B , προκύπτει από τη σχέση (8) και είναι,

$$\Delta V_{MN} = V_M - V_N = \frac{Ip}{2\pi} \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{AN} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{BN} \right) \quad (9)$$

όπου AM , AN είναι οι αποστάσεις των ηλεκτροδίων δυναμικού M και N από τον θετικό ηλεκτρικό πόλο A και B , BM , BN οι αντίστοιχες αποστάσεις από τον αρνητικό ηλεκτρικό πόλο B (Σχήμα 2.3).



Σχήμα 2.3 Βασική διάταξη τεσσάρων ηλεκτροδίων για τη λήψη των γεωηλεκτρικών μετρήσεων.

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι

$$\rho = K \frac{\Delta V_{MN}}{I} \quad (10)$$

Από τη σχέση (10), φαίνεται ότι η ειδική ηλεκτρική αντίσταση του εδάφους εξαρτάται από την διαφορά δυναμικού που προκαλεί η ροή του ηλεκτρικού ρεύματος μέσα σε ένα συγκεκριμένο μέσο και από την γεωμετρική θέση που διατάσσονται τα τέσσερα ηλεκτρόδια στον χώρο.

Η εξάρτηση αυτής της τιμής της αντίστασης σε σχέση με την γεωμετρική θέση των ηλεκτροδίων εκφράζεται με τον γεωμετρικό παράγοντα

$$K = \left(\frac{2\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{AN} - \frac{1}{BM} + \frac{1}{BN}} \right) \quad (11)$$

Στην περίπτωση που το μέσο είναι ομογενές, ο πολλαπλασιασμός του γεωμετρικού παράγοντα K με την τιμή του λόγου $\Delta VMN/I$, θα είναι σταθερός και θα ισούται με την τιμή της πραγματικής αντίστασης του μέσου.

Στην περίπτωση ανομοιογενούς υλικού, όπως συμβαίνει κατά κανόνα σε πραγματικές συνθήκες, η ποσότητα που υπολογίζεται από τη σχέση (1.10) δεν είναι η πραγματική ειδική αντίσταση του υπεδάφους, αλλά μια φυσική ποσότητα η οποία ονομάζεται ‘φαινόμενη ειδική ηλεκτρική αντίσταση’ (‘ρα’) η οποία αντικατοπτρίζει την ανομοιογένεια του υλικού (Clark, 1990). Η τιμή της δεν είναι σταθερή, όπως συμβαίνει στην περίπτωση ομογενούς γης, αλλά εξαρτάται από τις θέσεις των ηλεκτροδίων και τις μεταξύ τους αποστάσεις. Η εξάρτηση αυτή είναι και ο λόγος για τον οποίο ονομάζεται φαινόμενη αντίσταση, αφού μπορεί να θεωρηθεί σαν ένας σταθμισμένος όρος των πραγματικών τιμών της αντίστασης του ανομοιογενούς εδάφους σε διαφορετικά βάθη και θα αντιπροσώπευε την πραγματική τιμή αντίστασης του εδάφους εφόσον αυτό ήταν ομογενές. Ο καθορισμός της πραγματικής αντίστασης από τις τιμές της φαινόμενης αντίστασης είναι η λύση του αντιστρόφου προβλήματος, για το οποίο θα γίνει λόγος παρακάτω.

Από την εξίσωση (9) φαίνεται ότι ακόμα και εάν αλλαχθούν αμοιβαία οι θέσεις των ηλεκτροδίων A, B με τις θέσεις των δυναμικών M, N , η τιμή του γεωμετρικού παράγοντα K θα παραμείνει η ίδια. Έτσι για ομογενή γη η διαφορά δυναμικού ΔVMN που θα μετρηθεί δεν θα μεταβληθεί, εφόσον η ένταση του ρεύματος παραμείνει σταθερή. Σύμφωνα με τον Parasnis (1986) αυτό αποτελεί μία ειδική περίπτωση του θεωρήματος της αντιμετάθεσης του Helmholtz, το οποίο ισχύει και στην περίπτωση ανομοιογενούς γης.

2.3 ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ ΗΛΕΚΤΡΟΔΙΩΝ

Ο τρόπος με τον οποίο διατάσσονται τα ηλεκτρόδια ρεύματος και δυναμικού στον χώρο για την μέτρηση της φαινόμενης αντίστασης ονομάζεται ‘ηλεκτρική διάταξη’. Θεωρητικά υπάρχουν πολλοί τρόποι με τους οποίους τα τέσσερα ηλεκτρόδια μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους για την πραγματοποίηση της μέτρησης. Για λόγους απλότητας και ευκολίας τόσο στην πρακτική εφαρμογή όσο και στην ερμηνεία των δεδομένων, χρησιμοποιούνται κυρίως γραμμικές διατάξεις στις οποίες τα ηλεκτρόδια τοποθετούνται πάνω σε μία νοητή γραμμή με καθορισμένες μεταξύ τους αποστάσεις.

Η χρήση μιας συγκεκριμένης διάταξης για την διασκόπηση μίας συγκεκριμένης περιοχής εξαρτάται από τις ιδιαίτερες απαιτήσεις της έρευνας, το είδος των στόχων που αναζητούνται, το μέγιστο βάθος των υπό εξέταση δομών, τη μέγιστη επιθυμητή κατακόρυφη και οριζόντια ανάλυση, τη διαφορετική ευαισθησία που επιδεικνύει κάθε διάταξη στα διαφορετικά

περιβάλλοντα, το λόγο σήματος προς θόρυβο της κάθε διάταξης και την δυνατότητα πρόσβασης και τοποθέτησης ηλεκτροδίων στις επιθυμητές θέσεις (π.χ. στην οροφή μίας σήραγγας). Ο λόγος σήματος προς θόρυβο συνδέεται άμεσα με τον γεωμετρικό παράγοντα καθώς οι τιμές του K αντανακλούν το εύρος των διαφορών δυναμικού που μπορούν να μετρηθούν με μία συγκεκριμένη διάταξη. Μικρές τιμές K σημαίνει μεγάλες τιμές δυναμικού άρα και καλός λόγος σήματος προς θόρυβο. Σύμφωνα με τα παραπάνω, από τα βασικά χαρακτηριστικά των διατάξεων είναι ο γεωμετρικός παράγοντας, ο οποίος σχετίζεται μονοσήμαντα με τις αποστάσεις μεταξύ των ηλεκτροδίων.

Οι επιφανειακές διατάξεις είναι οι πιο απλές διατάξεις με ηλεκτρόδια τοποθετημένα πάνω στην επιφάνεια του εδάφους (Σχήμα 2.4).



Σχήμα 2.4 Βασικές επιφανειακές διατάξεις ηλεκτροδίων (τροποποιήθηκε από Tsourlos, 1995).

- Διάταξη **Wenner**. Τα ηλεκτρόδια δυναμικού M, N τοποθετούνται μεταξύ των ηλεκτροδίων A, B. Οι αποστάσεις μεταξύ των ηλεκτροδίων είναι ίσες με α . Ο γεωμετρικός παράγοντας καθορίζεται από τη σχέση

$$K = \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{2\alpha} - \frac{1}{2\alpha} + \frac{1}{\alpha} \right) \quad (12)$$

και η φαινόμενη αντίσταση δίνεται από τη σχέση

$$\rho_{\alpha} = 2\pi\alpha \frac{\Delta V}{I} \quad (13)$$

- Διάταξη **Schlumberger**. Τα ηλεκτρόδια ρεύματος είναι τοποθετημένα σε απόσταση μεγαλύτερη από την απόσταση των ηλεκτροδίων δυναμικού. Έστω $2L$ η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος, η απόσταση ηλεκτροδίων δυναμικού είναι $2a$ και ισχύει $L \gg a$ (στην πράξη $L > 10a$). Στην περίπτωση αυτή, η φαινόμενη αντίσταση είναι

$$\rho_{\alpha} = \frac{\pi L^2}{2a} \cdot \frac{\Delta V}{I} \quad (14)$$

- Διάταξη **Διπόλου-Διπόλου**. Τα ηλεκτρόδια ρεύματος είναι απομακρυσμένα από τα ηλεκτρόδια δυναμικού. Τα δύο δίπολα έχουν σταθερή απόσταση και ίση με a ($AB=MN=a$), ενώ η απόσταση μεταξύ τους είναι na . Η φαινόμενη αντίσταση για αυτή τη διάταξη είναι

$$\rho_{\alpha} = -\pi n(n+1)(n+2)a \cdot \frac{\Delta V}{I} \quad (15)$$

- Διάταξη **Πόλου-Πόλου**. Τα ηλεκτρόδια δυναμικού βρίσκονται μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος, αλλά ένα από τα ηλεκτρόδια ρεύματος, συνήθως το Β, είναι τοποθετημένο σε απόσταση πολύ μεγαλύτερη από τα υπόλοιπα τρία ηλεκτρόδια. Έτσι, οι αποστάσεις ΒΜ και ΒΝ θεωρούνται άπειρες και συνεπώς οι όροι $1/BM$ και $1/BN$ είναι πρακτικά μηδέν. Αν η απόσταση ΜΝ είναι ίση με a και η απόσταση ΑΜ είναι ίση με na , τότε η φαινόμενη αντίσταση δίνεται από τη σχέση

$$\rho_{\alpha} = 2\pi n(n+1)a \cdot \frac{\Delta V}{I} \quad (16)$$

- Διάταξη **Πόλου-Πόλου**. Η διάταξη αυτή λαμβάνεται με μετακίνηση εκτός από το ηλεκτρόδιο ρεύματος Β και ενός από τα ηλεκτρόδια δυναμικού, έστω Ν, σε άπειρη απόσταση από τα υπόλοιπα ηλεκτρόδια Α, Μ. Σε αυτή τη διάταξη η φαινόμενη αντίσταση δίνεται από τη σχέση:

$$\rho_{\alpha} = 2\pi a \cdot \frac{\Delta V}{I} \quad (17)$$

2.4 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΡΕΥΝΑΣ

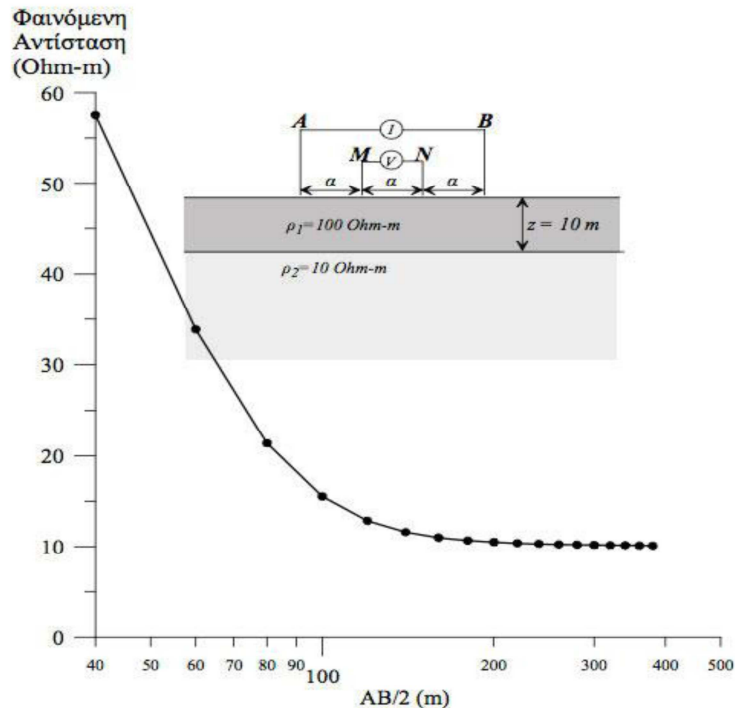
Οι συνηθέστερα χρησιμοποιούμενες τεχνικές μέτρησης για την συλλογή δεδομένων ηλεκτρικής αντίστασης είναι η ηλεκτρική βυθοσκόπηση, η οριζοντιογραφία, η τομογραφία και οι μετρήσεις μεταξύ γεωτρήσεων.

ΒΥΘΟΣΚΟΠΗΣΗ

Με τη μέθοδο βυθοσκόπησης καθορίζεται η κατανομή της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης με το βάθος, θεωρώντας ότι το υπέδαφος έχει οριζόντια στρωματογραφία (μονοδιάστατη διασκόπηση) (Σχήμα 2.5). Για την εφαρμογή της μεθόδου αυτής χρησιμοποιείται σήμερα σχεδόν αποκλειστικά η διάταξη Schlumberger. Λαμβάνεται μία σειρά μετρήσεων με συνεχώς αυξανόμενες τις αποστάσεις των ηλεκτροδίων ρεύματος σε σχέση με ένα σταθερό κέντρο, ενώ τα ηλεκτρόδια δυναμικού είναι σταθερά. Καθώς αυξάνεται η απόσταση των ηλεκτροδίων ρεύματος, αυξάνεται και το βάθος διείσδυσης του ρεύματος, οπότε

λαμβάνονται πληροφορίες για την κατακόρυφη κατανομή της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης σε μία στήλη κάτω από το κέντρο της διάταξης. Βασικό πεδίο εφαρμογής της μεθόδου αυτής αποτελεί η έρευνα για τον εντοπισμό υδροφόρων σχηματισμών.

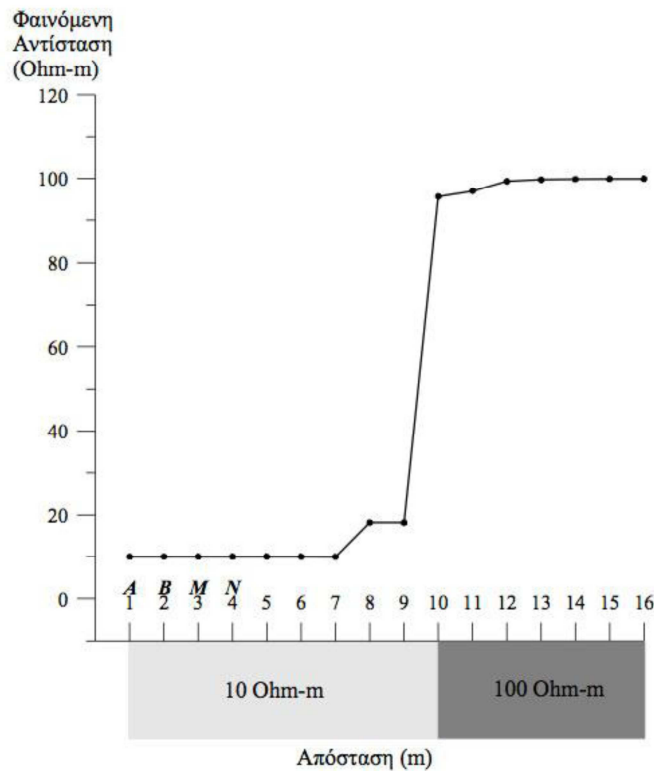
Οι φαινόμενες αντιστάσεις χαρτογραφούνται σε συνάρτηση με την απόσταση των ηλεκτροδίων σε λογαριθμικό χαρτί. Μία αρχική ποσοτική ερμηνεία γίνεται μέσω της ταύτισης των πειραματικών δεδομένων με θεωρητικές καμπύλες δύο ή τριών οριζοντίων στρωμάτων (Telford 1990, Reynolds 1997, Musset και Khan 2000).



Σχήμα 2.5 Εφαρμογή μεθόδου βυθοσκόπησης (Παπαδόπουλος, 2007).

ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΓΡΑΦΙΑ

Με τη μέθοδο της οριζοντιογραφίας εντοπίζονται πλευρικές μεταβολές της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης (Σχήμα 2.6). Στην περίπτωση αυτή, οι αποστάσεις των ηλεκτροδίων παραμένουν σταθερές και λαμβάνεται μία σειρά μετρήσεων με πλευρική μετακίνηση της διάταξης των ηλεκτροδίων με σταθερό βήμα. Έτσι, χαρτογραφούνται οι μεταβολές της αντίστασης σε σταθερό βάθος σε μία έκταση ή ευθεία και εντοπίζονται οι δομές που παρουσιάζουν διαφορετική αντίσταση με το περιβάλλον τους. Οι διατάξεις που χρησιμοποιούνται είναι: Wenner, διπόλου-διπόλου και πόλου-διπόλου. Η τεχνική αυτή εφαρμόζεται στον εντοπισμό ρηγμάτων ενώ αποτελεί κλασσική μέθοδο χαρτογράφησης των αρχαιολογικών χώρων για τον εντοπισμό θαμμένων αρχαιοτήτων. Γενικά το σχήμα της παραγόμενης ανωμαλίας εξαρτάται από την γεωμετρία της διάταξης, τα χαρακτηριστικά της θαμμένης δομής και την αντίθεση αντίστασης του σώματος με τον περιβάλλοντα χώρο.



Σχήμα 2.6 Μέθοδος οριζοντιογραφίας για τον εντοπισμό πλευρικής μεταβολής της φαινόμενης αντίστασης (Παπαδόπουλος, 2007).

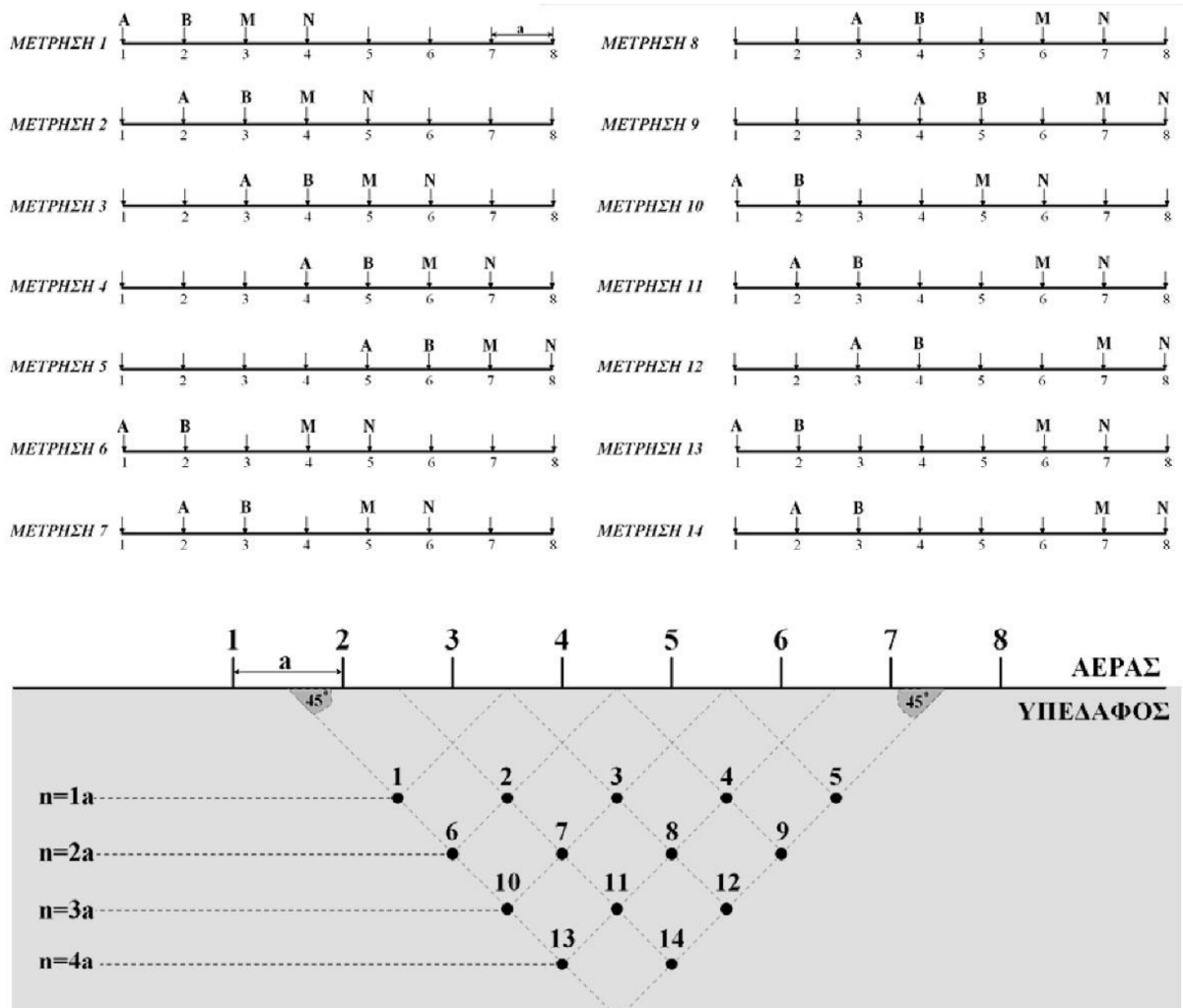
ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΑ

Ο συνδυασμός της μεθόδου βυθοσκόπησης και της οριζοντιογραφίας είναι η ηλεκτρική τομογραφία. Η συγκεκριμένη μέθοδος παρέχει τη δυνατότητα λήψης πληροφοριών τόσο για την πλευρική, όσο και για την κατακόρυφη μεταβολή της αντίστασης (δισδιάστατη διασκόπηση).

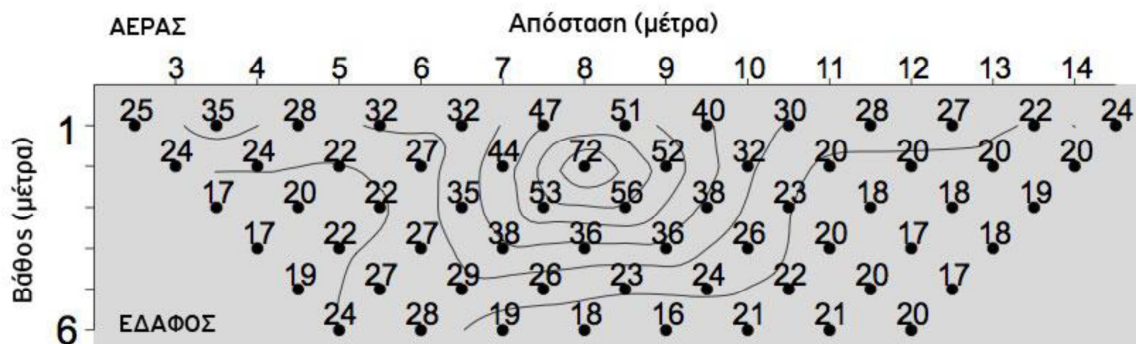
Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά της μεθόδου είναι ότι λαμβάνεται μεγάλος αριθμός μετρήσεων που περιέχουν χρήσιμη πληροφορία. Με τον τρόπο αυτό αυξάνεται η διακριτική ικανότητα και η χωρική ανάλυση της γεωηλεκτρικής μεθόδου. Ο αυξημένος αριθμός μετρήσεων καθιστά ιδιαίτερα χρονοβόρα την χειροκίνητη επιλογή των ηλεκτροδίων ρεύματος και δυναμικού και γι' αυτό χρησιμοποιούνται συστήματα αυτοματοποιημένων πολυπλεκτών.

Στο Σχήμα 2.7 απεικονίζεται ο τρόπος διεξαγωγής μιας δισδιάστατης διασκόπησης με τη διάταξη διπόλου-διπόλου για μία διάταξη 8 ηλεκτροδίων, καθώς και η απεικόνιση των δεδομένων σε δύο διαστάσεις. Κάθε τιμή της αντίστασης θεωρείται ότι τοποθετείται στο σημείο τομής δύο ευθειών που έχουν ως αρχή το κέντρο των διπόλων AB και MN αντίστοιχα και σχηματίζουν γωνία 45ο με το οριζόντιο επίπεδο. Πρόδρομος της ηλεκτρικής τομογραφίας είναι η μέθοδος της «ψευδοτομής» (Hallof, 1957) (Σχήμα 8), όπου τα δεδομένα απεικονίζονται σαν κατακόρυφες τομές του εδάφους με τη μορφή καμπύλων ίσης φαινόμενης αντίστασης. Η μέθοδος αυτή έχει χρησιμοποιηθεί εκτεταμένα στη χαρτογράφηση μεταλλευμάτων (Edwards 1977). Στην διαδικασία της «ψευδοτομής» μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορες διατάξεις ηλεκτροδίων (διπόλου-διπόλου, Wenner, πόλου-

πόλου). Η ηλεκτρική τομογραφία όμως είναι πιο γενικευμένος όρος που περιλαμβάνει και μετρήσεις με μη συμβατικές διατάξεις, καθώς επίσης και μετρήσεις που λαμβάνονται με ηλεκτροδία σε γεωτρήσεις (Shima 1992) ή σήραγγα (Sasaki 1990).



Σχήμα 2.7 Σχηματική απεικόνιση ηλεκτρικής τομογραφίας με τη διάταξη διπόλου-διπόλου για διάταξη 8 ηλεκτροδίων και μέγιστη απόσταση μεταξύ των διπόλων $n=4$ (Tsourlos, 1995).



Σχήμα 2.8 «Ψευδοτομή» με καμπύλες ίσης φαινόμενης αντίστασης (Tsourlos, 1995).

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΓΕΩΤΡΗΣΕΩΝ

Ένας από τους σημαντικότερους περιορισμούς των ηλεκτρικών διασκοπήσεων κατά μήκος της επιφάνειας του εδάφους είναι η μείωση της διακριτικής ικανότητας των παραγόμενων εικόνων με το βάθος. Θεωρητικά, ο μόνος τρόπος να βελτιωθεί η ανάλυση σε μεγάλο βάθος είναι να τοποθετηθούν οι αισθητήρες (δηλαδή τα ηλεκτρόδια) πιο κοντά στις δομές που θέλουμε να εξετάσουμε. Αυτό δεν είναι πάντα εφικτό, αλλά όταν υπάρχουν γεωτρήσεις, οι διασκοπήσεις μεταξύ γεωτρήσεων μπορούν να δώσουν περισσότερο ακριβή αποτελέσματα από τις επιφανειακές διασκοπήσεις (Loke 2001, Bing και Greenhalgh 2000).

Στον Πίνακα 2.2 παρουσιάζονται όλοι οι ανεξάρτητοι συνδυασμοί 2, 3 και 4 ηλεκτροδίων (ρεύματος A, B και δυναμικού M, N), καθώς και στα σχήματα Σχήμα 9, Σχήμα 10 και Σχήμα 11 γίνεται γραφική απεικόνιση αυτών.

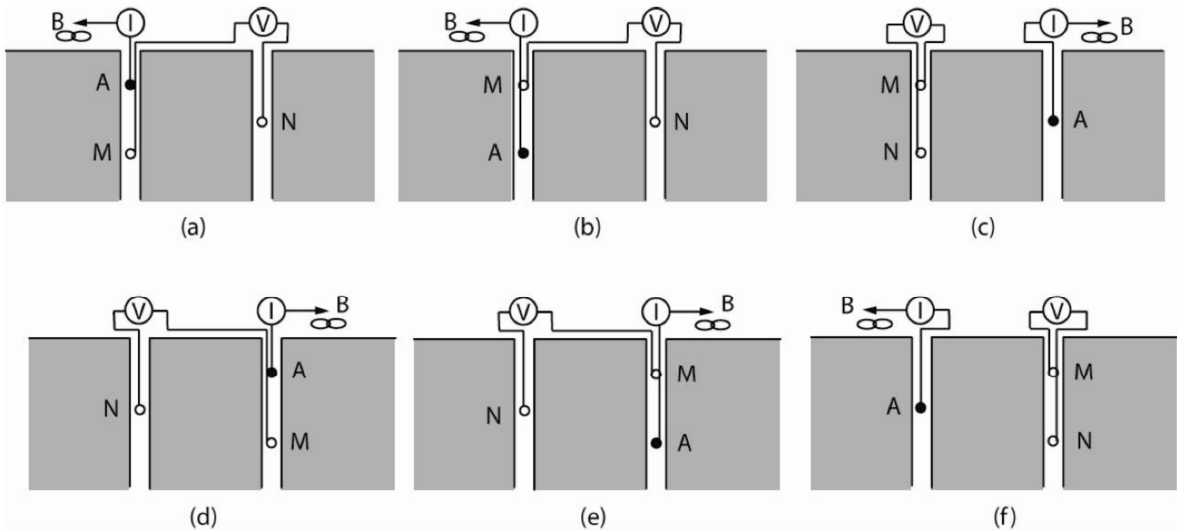
Διάταξη Ηλεκτροδίων	Σύνολο Δυνατών Διατάξεων	Σύνολο Ανεξάρτητων Διατάξεων	Ανεξάρτητες Διατάξεις	ρ_a διατάξεις με αδυναμία μέτρησης
Πόλου-Πόλου	2	1	A-M	
Πόλου-Διπόλου	12	6	AM-N, MA-N, MN-A, N-AM, N-MA, A-MN	A-MN, MN-A
Διπόλου-Πόλου	12	6	AM-B, MA-B, AB-M, B-AM, B-MA, M-AB	AB-M, M-AB
Διπόλου-Διπόλου	24	3	AM-BN, AM-NB, AB-MN	AB-MN, MN-AB

Ισοδύναμη Διάταξη: Πόλου-Διπόλου: AM-N, MA-N και MN-A= Διπόλου-Πόλου: MA-B, AM-B και AB-M

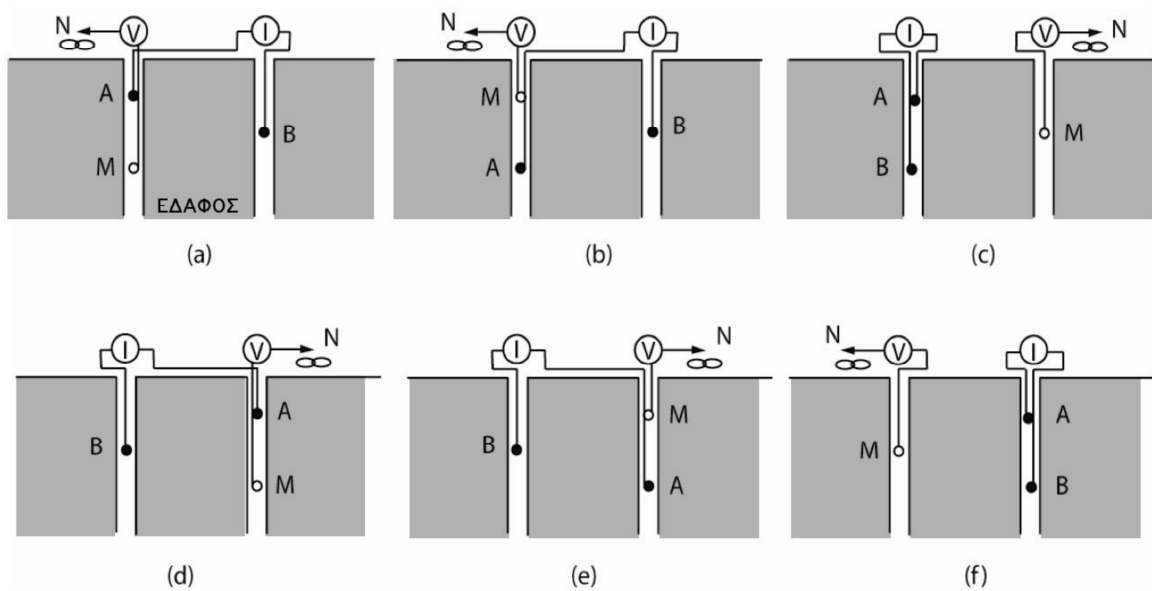
Πίνακας 2.2 Πιθανοί συνδυασμοί ηλεκτροδίων για μετρήσεις μεταξύ γεωτρήσεων (Bing και Greenhalgh, 2000).

Οι Bing και Greenhalgh (2000) έχουν αποδείξει ότι οι ανεξάρτητες διατάξεις μεταξύ γεωτρήσεων έχουν διαφορετικές εικόνες ευαισθησίας και επομένως δίνουν διαφορετικές ηλεκτρικές εικόνες του υπεδάφους. Για παράδειγμα, επιλέγοντας δύο ή τρεις αποστάσεις μεταξύ των ηλεκτροδίων A και M (ή M και A) στις διατάξεις AM-N (MA-N), AM-B (MA-B) και AM-BN (MA-BN) και μετακινώντας τα υπόλοιπα ηλεκτρόδια της άλλης γεώτρησης από πάνω προς τα κάτω, μπορούμε να πετύχουμε διαφορετικές οριζόντιες ευαισθησίες, ώστε να συλλέξουμε πληροφορίες σχετικά με τις φυσικές αλλαγές στην περιοχή μεταξύ των δύο γεωτρήσεων.

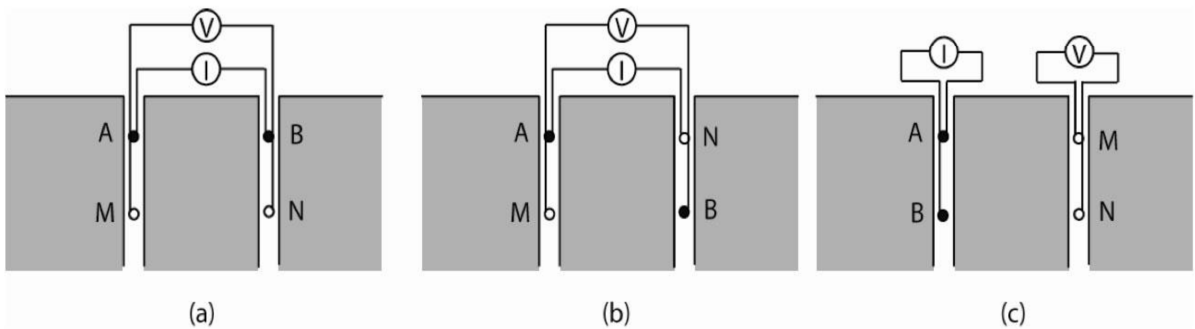
Ωστόσο, πρέπει να επισημανθεί ότι οι ακόλουθες έξι διατάξεις: A-MN, MN-A, AB-M, M-AB, AB-MN και MN-AB έχουν για κάποιες θέσεις μέτρησης πρόβλημα αοριστίας με τον υπολογισμό της φαινόμενης αντίστασης (προκύπτει μηδενική τιμή στο δυναμικό για ομογενή γη και ο γεωμετρικός παράγοντας δεν ορίζεται).



Σχήμα 2.9 Συνδυασμοί ηλεκτροδίων πόλου-διπόλου μέσα σε γεωτρήσεις (Bing και Greenhalgh, 2000).



Σχήμα 2.10 Συνδυασμοί ηλεκτροδίων διπόλου-πόλου μέσα σε γεωτρήσεις (Bing και Greenhalgh, 2000).



Σχήμα 2.11 Συνδυασμοί ηλεκτροδίων διπόλου-διπόλου μέσα σε γεωτρήσεις (Bing και Greenhalgh, 2000).

2.5 ΠΙΘΑΝΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Η ποιότητα των δεδομένων της αντίστασης που συλλέγονται σε μία περιοχή εξαρτάται από την αξιοπιστία του οργάνου μέτρησης της αντίστασης, αλλά και από μία σειρά άλλων παραγόντων που «μολύνουν» με θόρυβο τα δεδομένα (Tsourlos, 1995). Ένας από τους παράγοντες που προκαλούν θόρυβο στα δεδομένα της φαινόμενης αντίστασης μπορεί να είναι η εσφαλμένη τοποθέτηση των ηλεκτροδίων, καθώς ο λανθασμένος υπολογισμός του γεωμετρικού παράγοντα θα επηρεάσει και τις τιμές της φαινόμενης αντίστασης. Επιπλέον σφάλματα στις μετρήσεις του δυναμικού μπορούν να προκληθούν από πολλούς παράγοντες, όπως κακή επαφή ή/και υψηλές αντιστάσεις επαφής των ηλεκτροδίων με το έδαφος, κακής ποιότητας ή κατεστραμμένα καλώδια, εξωγενή περιβαλλοντικό θόρυβο (τελλουρικά ρεύματα και ηλεκτροφόρα καλώδια). Κάποιοι από τους προαναφερθέντες λόγους μπορεί να είναι εντελώς τυχαίοι, οπότε τα σφάλματα στις μετρήσεις του δυναμικού ενδέχεται να μην παρουσιάζουν μία συγκεκριμένη κατανομή.

Ένας επιπλέον παράγοντας μπορεί να είναι η ηλεκτρομαγνητική σύζευξη. Όταν ένας πομπός ρεύματος αλλάξει ή διακοπεί η λειτουργία του τότε εμφανίζεται το φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής μεταξύ των καλωδίων που εκπέμπουν και λαμβάνουν το σήμα. Η σύζευξη αυξάνεται με την συχνότητα, την διάταξη των ηλεκτροδίων, το μήκος των καλωδίων και την αγωγιμότητα του εδάφους. Οι διατάξεις που χρησιμοποιούν διαφορετικά καλώδια για την εκπομπή και την λήψη του σήματος επηρεάζονται λιγότερο από το φαινόμενο (π.χ. διπόλου-διπόλου και πόλου-διπόλου).

Οι έντονες τοπογραφικές μεταβολές μπορούν να προκαλέσουν διασπορά ή συγκέντρωση των γραμμών ρεύματος, με αποτέλεσμα να δημιουργούνται πλασματικά περιοχές χαμηλής και υψηλής αντίστασης αντίστοιχα. Έτσι, περιοχές με κλίση μεγαλύτερη των 10ο μπορεί να προκαλέσουν σημαντικά σφάλματα στις μετρήσεις. Η επίδραση της τοπογραφίας στο βαθμό που αυτό είναι εφικτό, μπορεί να μοντελοποιηθεί και να ληφθεί υπόψη κατά την επεξεργασία των δεδομένων (Tsourlos et al. 1999, Loke 2001, Yi et al. 2001).

Η πόλωση που παρατηρείται στα ηλεκτρόδια ρεύματος μπορεί σε ορισμένες περιπτώσεις να προκαλέσει μία ανώμαλη μέτρηση δυναμικού, όταν τα ίδια ηλεκτρόδια ρεύματος χρησιμοποιηθούν αμέσως μετά ως ηλεκτρόδια δυναμικού. Το φαινόμενο αυτό εντοπίζεται κυρίως στις μετρήσεις της αντίστασης που πραγματοποιούνται με ένα αυτοματοποιημένο σύστημα καταγραφής. Για να αντιμετωπισθεί αυτό το πρόβλημα θα πρέπει ο σχεδιασμός της διάταξης που θα μετρηθεί με το πολυπλεκτικό όργανο μέτρησης της αντίστασης να είναι τέτοιος ώστε έτσι να αποφεύγεται να μετριέται το δυναμικό σε ένα ηλεκτρόδιο, το οποίο αμέσως προηγουμένως είχε χρησιμοποιηθεί για να εισάγει ηλεκτρικό ρεύμα στο υπέδαφος (Dahlin, 2001).

2.6 ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Η ερμηνεία των μετρήσεων πραγματοποιείται με την επίλυση του αντιστρόφου ηλεκτρικού προβλήματος είτε με τη χρήση προσεγγιστικών μεθόδων π.χ. μέθοδος Bristow , μέθοδος Zhody-Barker (Zhody 1989, Barker 1989), μέθοδος οπισθοπροβολής (Tsourlos et al.1993), είτε με τη χρήση υπαρχόντων μη γραμμικών τεχνικών αντιστροφής (π.χ. Tripp et al.1984)

που προσαρμόζονται στο πρόβλημα της ηλεκτρικής τομογραφίας (Shima, 1992, Tsourlos et al., 1995).

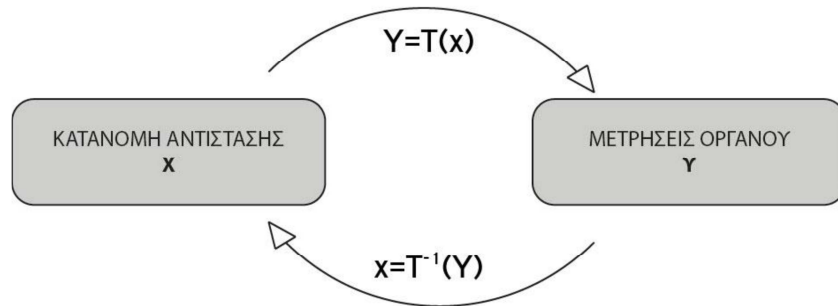
Η πλέον δημοφιλής τεχνική για την αναπαράσταση της πραγματικής εικόνας της ηλεκτρικής αντίστασης του υπεδάφους είναι αυτή της αντιστροφής. Σκοπός της αντιστροφής είναι να βρεθεί ένα μοντέλο αντίστασης η απόκριση του οποίου (συνθετικές φαινόμενες αντιστάσεις) να είναι όσο το δυνατό πιο κοντά στις πραγματικές φαινόμενες τιμές. Απαραίτητη προϋπόθεση γι' αυτό είναι αρχικά η επίλυση του ευθέος προβλήματος, δηλαδή η εύρεση των συνθετικών φαινόμενων αντιστάσεων με γνωστή την κατανομή των πραγματικών αντιστάσεων.

Συγκεκριμένα, έστω ότι μεταβλητή x δίνει την κατανομή των πραγματικών τιμών της αντίστασης και με y συμβολίζονται οι πραγματικές φαινόμενες μετρήσεις. Τότε η επίλυση του ευθέος προβλήματος αφορά την εύρεση του μετασχηματισμού T (γραμμικού ή μη-γραμμικού), που συνδέει τη γνωστή κατανομή της αντίστασης x με τις άγνωστες μετρήσεις y .

$$y = T(x) \quad (18)$$

Η επίλυση του αντίστροφου προβλήματος αφορά την εύρεση του αντίστροφου μετασχηματισμού T^{-1} που συνδέει το γνωστό διάνυσμα των μετρήσεων y με την άγνωστη κατανομή της αντίστασης x (Σχήμα 1.12).

$$x = T^{-1}(y) \quad (19)$$



Σχήμα 2.12 Σχηματική αναπαράσταση του ευθέος και αντίστροφου προβλήματος.

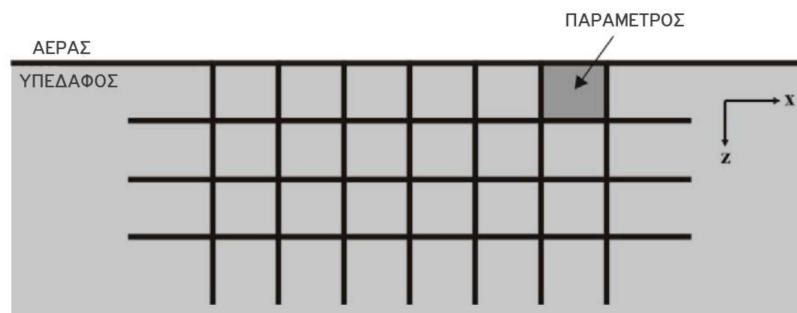
ΕΥΘΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Κατά την επίλυση του ευθέος προβλήματος υπολογίζεται η φαινόμενη αντίσταση που θα προέκυπτε από την διεξαγωγή μίας γεωφυσικής έρευνας αν ήταν γνωστή η πραγματική κατανομή της αντίστασης του υπεδάφους και ο τρόπος λήψης των μετρήσεων (διάταξη ηλεκτροδίων). Για τον υπολογισμό των τιμών αυτών υπάρχουν δύο μέθοδοι:

- **Αναλυτικές Μέθοδοι.** Βασίζονται στην επίλυση των εξισώσεων που περιγράφουν το πεδίο. Είναι οι πιο ακριβείς, αλλά περιορίζονται στην επίλυση μόνο απλών δομών και μοντέλων, όπως σφαιρικές ή κυλινδρικές (Cook και Van Nostrand, 1966), δύο οριζοντίων ή κατακόρυφων στρωμάτων (Telford, 1990), κλπ.
- **Αριθμητικές μέθοδοι.** Αποτελούν μαθηματικές διαδικασίες που βασίζονται σε αριθμητικούς χειρισμούς που διεξάγονται πρακτικά μόνο με ηλεκτρονικό υπολογιστή. Στις μεθόδους αυτές πρέπει να βρεθεί ένας τρόπος έκφρασης της λύσης των εξισώσεων συνεχούς πεδίου με έναν πεπερασμένο αριθμό διακριτών σημείων.

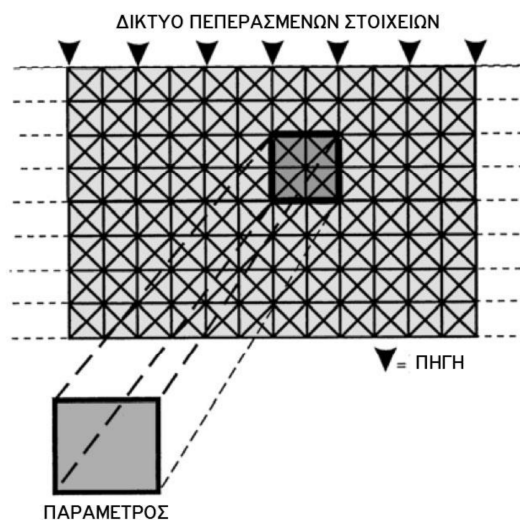
Οι αριθμητικές μέθοδοι με την σειρά τους χωρίζονται στις εξής υποκατηγορίες:

1. **Μέθοδοι ολοκληρωτικών εξισώσεων.** Η λύση αυτών, βρίσκεται στην επιφάνεια γεωηλεκτρικών ασυνεχειών και οι αριθμητικοί υπολογισμοί βασίζονται στη χρήση των συναρτήσεων του Green. Ουσιαστικά, υποτίθεται ότι η ύπαρξη μιας δομής διαφορετικής αντίστασης από το περιβάλλον είναι ισοδύναμη με μια κατανομή στοιχειωδών ηλεκτροστατικών πηγών στην επιφάνειά του.
2. **Διαφορικές μέθοδοι.** Η προς επίλυση περιοχή διακριτοποιείται σε μικρότερα τμήματα και περιορίζεται με την εισαγωγή τεχνητών ορίων. Η λύση υπολογίζεται για κάθε ένα διακριτό τμήμα της περιοχής μελέτης. Έτσι, μια διαφορετική τιμή αντίστασης μπορεί να δοθεί σε κάθε ένα διακριτό τμήμα και συνεπώς οι διαφορικές μέθοδοι μπορούν να επιλύσουν οποιαδήποτε κατανομή αντίστασης, ανεξάρτητα από την πολυπλοκότητα αυτής της κατανομής. Οι γνωστότερες τεχνικές των διαφορικών μεθόδων είναι οι μέθοδοι των πεπερασμένων στοιχείων και των πεπερασμένων διαφορών. Αυτές υποδιαιρούν το υπέδαφος σε κελιά διαφορετικής αντίστασης (παράμετροι). Η τιμή της αντίστασης σε κάθε κελί θεωρείται σταθερή (Σχήμα 2.13).



Σχήμα 2.13 Διακριτοποίηση του ημιχώρου σε παραμέτρους διαφορετικής αντίστασης (Tsourlos, 1995).

Η διαφορά των δύο αυτών τεχνικών βασίζεται στο ότι η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών (Dey και Morrison 1979a,b) χωρίζει το υπέδαφος σε ένα μεγάλο αριθμό ορθογωνίων κελιών, ενώ στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Coggon 1971, Silvester και Ferrari 1990) χρησιμοποιούνται τριγωνικά στοιχεία (Σχήμα 2.14).



Σχήμα 2.14 Κάθε παράμετρος χωρίζεται σε τριγωνικά στοιχεία (elements) στις κορυφές (nodes) των οποίων υπολογίζεται το δυναμικό (Tsourlos, 1995).

Όλες οι μέθοδοι μπορούν να ανταποκριθούν στην επίλυση δικτύων που περιέχουν στοιχεία με ποικίλα μεγέθη. Όμως μόνο η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να επιλύσει περιορισμένες δομές ακανόνιστου σχήματος. Αυτό το πλεονέκτημα είναι πολύ σημαντικό όταν πρέπει να επιλύσουμε κατανομές αντίστασης, σε περιοχές με τοπογραφία, διότι η αντίσταση είναι ευαίσθητη σε τοπογραφικές διακυμάνσεις. Με τη χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων το δίκτυο των στοιχείων μπορεί να προσαρμοστεί στην τοπική γεωμορφολογία, δίνοντας έτσι τη δυνατότητα εντοπισμού και απομόνωσης του ψευδοθορύβου που οφείλεται στις τοπογραφικές μεταβολές.

Στη συγκεκριμένη διατριβή έχει επιλεγθεί η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων για την επίλυση του ευθέως προβλήματος, ενώ η μοντελοποίηση του υπεδάφους ακολουθεί μοντέλο δύο και μισό διαστάσεων (2.5D) (Tsourlos et al., 1999). Η τεχνική αυτή της επίλυσης του ευθέως προβλήματος αναζητά μια λύση της διαφορικής εξίσωσης Poisson που διέπει τη ροή του ηλεκτρικού ρεύματος στο υπέδαφος,

$$\nabla \cdot (-\sigma \nabla V) = \nabla J \quad (20)$$

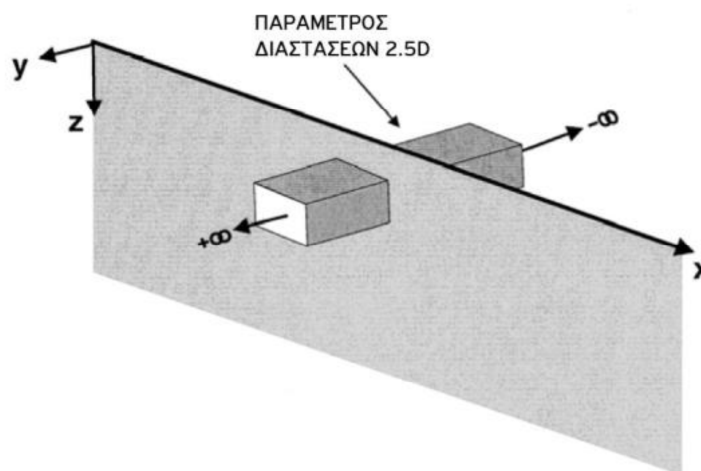
όπου

- σ αγωγιμότητα
- V δυναμικό
- J πυκνότητα ρεύματος

Ο όρος ∇J της σχέσης (20) περιγράφει τις πηγές ρεύματος και στη συγκεκριμένη περίπτωση μπορεί να αντικατασταθεί από μια συνάρτηση Dirac (δ) και μία σημειακή πηγή ρεύματος I . Εάν x_s, y_s, z_s είναι οι συντεταγμένες της πηγής, τότε η εξίσωση (20) γίνεται,

$$\nabla \cdot (-\sigma \nabla V) = I \delta_{(x)} \delta_{(y)} \delta_{(z)} \quad (21)$$

Στο μοντέλο 2.5 διαστάσεων, το ρεύμα διαδίδεται στο χώρο (σε 3 διαστάσεις), ενώ η μεταβολή της αντίστασης θεωρείται ότι είναι δύο διαστάσεων (παραμένει σταθερή στην τρίτη διάσταση) (Σχήμα 2.15). Διαφορετικά, οι μετρούμενες τιμές ανταποκρίνονται σε ένα τριών διαστάσεων ημιχώρο, στον οποίο η αντίσταση μπορεί να μεταβάλλεται μόνο κατά τις δύο διαστάσεις, ενώ παραμένει σταθερή κατά τη διεύθυνση της τρίτης διάστασης.



Σχήμα 2.15 Παράμετρος 2.5 διαστάσεων (Tsourlos, 1995).

Το πλεονέκτημα της προσέγγισης αυτής των 2.5 διαστάσεων είναι ότι αποτελεί μια ρεαλιστική απεικόνιση της κατανομής των αντιστάσεων, περιλαμβάνοντας μια πλήρη, τριών διαστάσεων κατανομή των δυναμικών, με τη χρήση γεωμετρίας δύο διαστάσεων. Με αυτόν τον τρόπο, μειώνονται οι δυσκολίες επίλυσης του προβλήματος (όπως χρόνος υπολογισμού και απαιτήσεις υπολογιστικής μνήμης) σε σύγκριση με τις δυσκολίες που θα αντιμετωπίζαμε αν χρησιμοποιούσαμε μια προσέγγιση τριών διαστάσεων.

Για να ληφθεί υπόψη η μεταβλητότητα και των τριών συντεταγμένων, η διαφορά δυναμικού μετασχηματίζεται κατά Fourier ως προς τη διεύθυνση y και το μετασχηματισμένο δυναμικό δίνεται ως:

$$\tilde{V}(x, k, z) = \int_0^{\infty} V(x, y, z) \cos(ky) dy \quad (22)$$

οπότε η σχέση (21) γίνεται

$$\nabla \cdot (-\sigma_{(x,z)} \nabla V_{(x,k,z)}) = I \delta(x) \delta(z) \quad (23)$$

Η βασική ιδέα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η υποδιαίρεση της περιοχής μελέτης σε τριγωνικές υποπεριοχές (στοιχεία), όπου η άγνωστη τιμή δυναμικού V προσεγγίζεται από απλές συναρτήσεις παρεμβολής (shape ή trial functions) που εφαρμόζονται σε συγκεκριμένα σημεία του στοιχείου, τα οποία ονομάζονται 'κόμβοι' (Σχήμα 2.16). Κάθε ένα από τα τριγωνικά αυτά στοιχεία (κάθε στοιχείο έχει τρεις κόμβους στις κορυφές του) αντιπροσωπεύει μια ομογενή και ισότροπη περιοχή του υπεδάφους με σταθερή τιμή αντίστασης. Η προσεγγιστική τιμή του δυναμικού V' δίνεται από την σχέση,

$$V' = \sum_{i=1}^N n_i a_i \quad i=1,2, \dots, N \quad (24)$$

όπου

- a_i δυναμικό στους τρεις κόμβους
- n_i συναρτήσεις παρεμβολής, οι οποίες για ένα τριγωνικό στοιχείο έχουν την παρακάτω μορφή.

$$n_j = \frac{A_j B_j C_j z}{2\Delta}, \quad j=1, 2, 3,$$

$$A_j = x_k z_m - x_m x_k$$

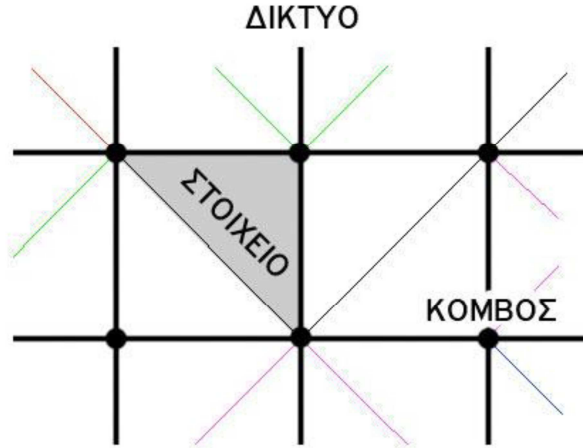
$$B_j = z_k - z_m$$

$$C_j = x_m - x_k$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & z_3 \end{bmatrix}$$

$$j, k, m = 1, 2, 3 \quad (25)$$

όπου Δ είναι το εμβαδό της περιοχής του στοιχείου.



Σχήμα 2.16 Στοιχεία (elements) και κόμβοι (nodes) συνθέτουν το δίκτυο των πεπερασμένων στοιχείων (FEM).

Σύμφωνα με παραδοχές που έχουν γίνει κατά τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (ομογενή και ισότροπα στοιχεία), η αρχική σχέση (1.21) για κάθε ένα στοιχείο γίνεται:

$$-\sigma \nabla^2 \tilde{V} = f \quad (26)$$

όπου η συνάρτηση f είναι $I\delta(x)\delta(z)$ ή μηδέν, ανάλογα με το αν το συγκεκριμένο στοιχείο διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα ή όχι. Στη συνέχεια ορίζεται ένα κριτήριο βελτιστοποίησης προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί η διαφορά μεταξύ του προσεγγιστικού και του «πραγματικού» δυναμικού. Το πιο διαδεδομένο και γενικό κριτήριο που χρησιμοποιείται στην ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων είναι το κριτήριο Galerkin του σταθμισμένου σφάλματος (Burnett, 1989), σύμφωνα με το οποίο το σφάλμα μεταξύ προσεγγιστικού και «πραγματικού» δυναμικού πρέπει να είναι ορθογώνιο προς τις συναρτήσεις παρεμβολής για κάθε στοιχείο.

Τα πλεονεκτήματα της εφαρμογής του κριτηρίου Galerkin είναι πολύ σημαντικά, καθώς το πρόβλημα επίλυσης της αρχικής διαφορικής εξίσωσης (2.20), της οποίας η αναλυτική λύση είναι πολύ δύσκολο να βρεθεί, μετασχηματίζεται σε ένα ισοδύναμο σύστημα γραμμικών εξισώσεων, το οποίο μπορεί να λυθεί με συγκεκριμένες αριθμητικές μεθόδους. Έτσι, λαμβάνοντας υπόψη το κριτήριο ελαχιστοποίησης Galerkin, η σχέση (1.26) γίνεται για κάποιο σημείο e

$$-\sigma \iint e \left[\frac{\theta^2 \tilde{V}}{\theta^2 x} n_i + \frac{\theta^2 \tilde{V}}{\theta^2 z} n_i \right] dx dz + \sigma \iint e k^2 \tilde{V} n_i dx dz - \iint e f n_i dx dz = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (27)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (1.24) στην σχέση (1.27) και ολοκληρώνοντας κατά μέρη προκύπτει

$$\sum_j^N \sigma_e \iint_e \left(\frac{\theta n_i}{\theta_x} \frac{\theta n_i}{\theta_x} + k^2 n_j n_i + \frac{\theta n_i}{\theta_z} \frac{\theta n_i}{\theta_z} \right) dx dz - \iint_e f n_i dx dz = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (28)$$

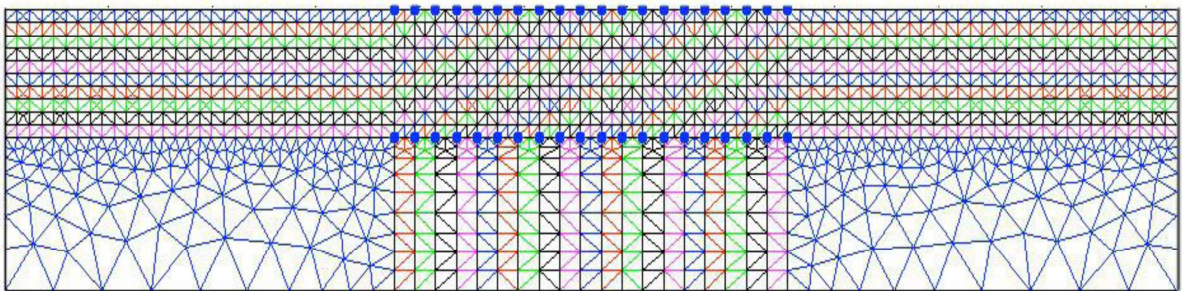
Υπολογίζοντας τα παραπάνω ολοκληρώματα με αναλυτικό τρόπο προκύπτει, με τη μορφή πινάκων, η σχέση που περιγράφει το κάθε σημείο για το 2.5 διαστάσεων γεωηλεκτρικό πρόβλημα,

$$\frac{\sigma_e}{4\Delta} \left(\begin{bmatrix} B_1B_1 + C_1C_1 & B_1B_2 + C_1C_2 & B_1B_3 + C_1C_3 \\ B_2B_1 + C_2C_1 & B_2B_2 + C_2C_2 & B_2B_3 + C_2C_3 \\ B_3B_1 + C_3C_1 & B_3B_2 + C_3C_2 & B_3B_3 + C_3C_3 \end{bmatrix} + \frac{\sigma_{ek}2\Delta}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Τα στοιχεία του συνολικού διανύσματος φορτίου F στο δεξιό σκέλος της εξίσωσης (29) είναι μηδέν όταν καμία πηγή ηλεκτρικού ρεύματος δεν συμπίπτει με κάποιους από του κόμβους του στοιχείου, αλλιώς θα έχουν τιμή $2I$, όπου I είναι η τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος. Εφόσον τα στοιχεία είναι κομμάτι ενός πλέγματος (Σχήμα 2.17) και έχουν κοινούς κόμβους, οι εξισώσεις που περιγράφουν κάθε ένα στοιχείο μπορούν να ενωθούν σε ένα μοναδικό σύνολο γραμμικών εξισώσεων. Το συνολικό γραμμικό σύστημα που προκύπτει θα έχει τη μορφή

$$K=A \cdot F \quad (30)$$

όπου ο πίνακας K περιέχει τους όρους δυσκαμψίας (όροι που σχετίζονται με τις συντεταγμένες των κόμβων) και είναι συμμετρικός, ταινιωτός και αραιός (με πολλά μηδενικά), το διάνυσμα A περιέχει τα άγνωστα δυναμικά των κόμβων και το διάνυσμα F περιλαμβάνει τις πηγές ρεύματος και τους όρους των ορίων. Μετά τη δημιουργία του συνολικού γραμμικού συστήματος (σχέση 30) πρέπει να εφαρμοσθούν οι οριακές συνθήκες (BC) Neumann και Dirichlet.



Σχήμα 2.17 Πλέγμα (mesh) διακριτοποίησης του ημιχώρου που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διατριβή.

Οριακές συνθήκες Neumann. Στη διαχωριστική επιφάνεια αέρα-εδάφους δεν υπάρχει ροή ηλεκτρικού ρεύματος κάθετη στο όριο.

Ομογενείς οριακές συνθήκες Dirichlet. Η τιμή του δυναμικού στις οριακές επιφάνειες (πλευρές και βάση) είναι μηδέν.

Οι οριακές συνθήκες Neumann εφαρμόζονται αυτόματα μέσω των στοιχειωδών γραμμικών εξισώσεων (σχέση 29), ενώ οι ομογενείς οριακές συνθήκες Dirichlet εφαρμόζονται με τη μορφή περιορισμών στο συνολικό γραμμικό σύστημα (σχέση 30).

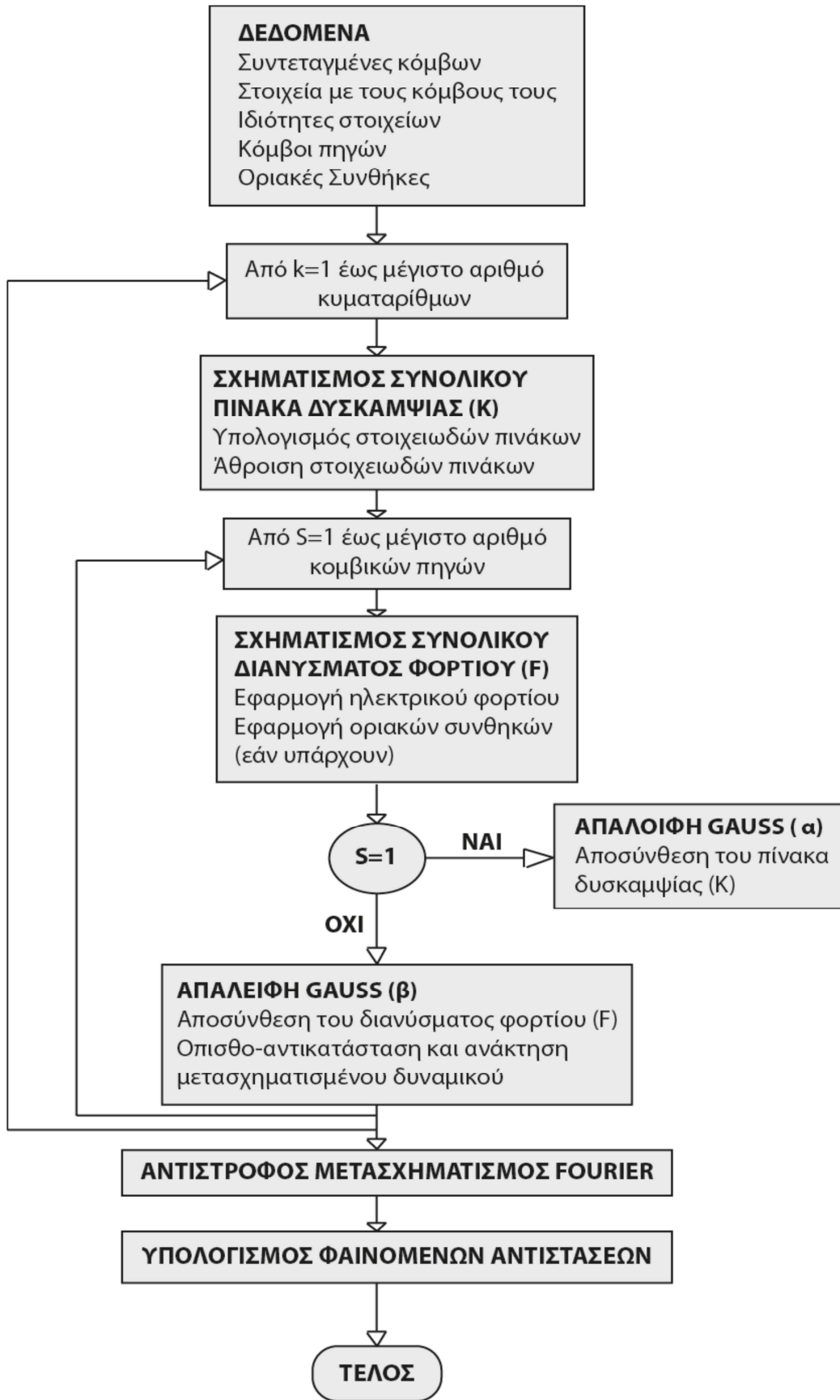
Στη συνέχεια, μετά την εφαρμογή των οριακών συνθηκών, το σύστημα που προκύπτει μπορεί να λυθεί με τη βοήθεια τυποποιημένων μεθόδων, οι οποίες είναι γνωστές για την καλύτερη εφαρμογή τους σε αραιά και με πολλά μηδενικά συστήματα. Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε είναι η χρήση της μεθόδου απαλοιφής του Gauss, δίνοντας το μετασχηματισμένο δυναμικό για τις καθορισμένες τιμές του K . Εφόσον λυθεί η εξίσωση (30)

για k κυματαριθμούς, το συνολικό δυναμικό ανακτάται με τη χρήση του αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier.

$$V_{(x,y,z)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \tilde{V}_{(x,k,z)} \cos(ky) dk \quad (31)$$

Επομένως, εάν το μετασχηματισμένο δυναμικό υπολογισθεί για αρκετές τιμές k , το δυναμικό $V(x,y,z)$ μπορεί να ληφθεί ολοκληρώνοντας αριθμητικά την εξίσωση (31). Εφόσον τα δυναμικά των κόμβων είναι γνωστά, οι διαφορές δυναμικού μεταξύ δύο σημείων και οι αντίστοιχες φαινόμενες αντιστάσεις είναι εύκολο να υπολογισθούν.

Στο Σχήμα 2.18 φαίνεται ένα διάγραμμα ροής του αλγορίθμου 2.5 διαστάσεων των πεπερασμένων στοιχείων που περιγράφηκε παραπάνω.



Σχήμα 2.18 Διάγραμμα ροής αλγορίθμου 2.5 διαστάσεων του ευθέως προβλήματος (Tsourlos, 1995).

ΙΑΚΩΒΙΑΝΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ

Το πρόβλημα της αντιστροφής περιλαμβάνει τον υπολογισμό της κατανομής της αντίστασης που παράγεται από ένα σύνολο συνθετικών δεδομένων που προσομοιάζουν όσο το δυνατό περισσότερο τις πραγματικές συνθήκες. Η κατανομή της αντίστασης αποτυπώνεται ως σύνολο ομογενών παραμέτρων, όπου η τιμή της αντίστασης μιας παραμέτρου μπορεί να μεταβάλλεται ανεξάρτητα από τις τιμές αντίστασης των άλλων ομογενών παραμέτρων του μοντέλου. Στις περισσότερες μεθόδους αντιστροφής είναι απαραίτητη η χρήση ενός πίνακα που ονομάζεται 'Ιακωβιανός πίνακας' (J) και ο οποίος συνδέει τις μεταβολές των ανωτέρων παραμέτρων με τις μεταβολές των ιδιοτήτων των παρατηρούμενων δεδομένων.

Έστω 'n' ο αριθμός των στοιχείων του διανύσματος 'ρ' της παραμέτρου του προβλήματος (ειδική αντίσταση) και 'm' ο αριθμός των στοιχείων του διανύσματος 'd' των φαινόμενων αντιστάσεων, τότε ο Ιακωβιανός πίνακας έχει διαστάσεις $m \times n$ και το i, j στοιχείο του J (J_{ij}) δίνεται από τη σχέση

$$I_{ij} = \frac{\partial d_i}{\partial p_j} \quad (32)$$

όπου d_i είναι η ειδική ηλεκτρική αντίσταση της παραμέτρου p_j . Ο Ιακωβιανός πίνακας είναι γνωστός και ως 'πίνακας ευαισθησίας', αφού εκφράζει την ευαισθησία της μέτρησης (i) της φαινόμενης αντίστασης σε μικρές μεταβολές των πραγματικών αντιστάσεων μιας παραμέτρου (j) του μοντέλου. Εάν τα παρατηρούμενα δεδομένα είναι φαινόμενες αντιστάσεις ρ_{ai} , τότε η εξίσωση (32) μπορεί να γραφεί ως

$$I_{ij} = \frac{\partial \rho_{ai}}{\partial p_j} = - \frac{\partial \rho_{ai}}{\partial p_j} = \frac{2\pi}{KI} \frac{\partial \Delta V_i}{\partial p_j} \quad (33)$$

Στην εξίσωση (33), ο γεωμετρικός παράγοντας K και η ένταση του ρεύματος I που εισάγεται στη γη είναι γνωστές ποσότητες, οπότε ο Ιακωβιανός πίνακας μπορεί να βρεθεί με τον υπολογισμό του ρυθμού μεταβολής του δυναμικού προς τη μεταβολή της αγωγιμότητας $\partial \Delta V_i / \partial \sigma$.

Είναι προφανές ότι ο υπολογισμός του Ιακωβιανού πίνακα συνδέεται άμεσα με την επίλυση του ευθέως προβλήματος. Όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, τότε κάθε παράμετρος συνήθως αποτελείται από περισσότερα τριγωνικά υποστοιχεία. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του Ιακωβιανού πίνακα ονομάζεται 'τεχνική συζυγούς εξίσωσης' (McGillivray και Oldenburg, 1990) και ενσωματώθηκε στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων έτσι ώστε να υπολογιστεί ο Ιακωβιανός πίνακας ή πίνακας ευαισθησίας J (Tsourlos, 1995).

Μετά από υπολογισμούς μετασχηματισμού μπορεί να αποδειχθεί ότι για την περίπτωση του ηλεκτρικού προβλήματος, η ευαισθησία αποτελεί μια συνάρτηση της αρχικής διαφορικής εξίσωσης και των συζυγών συναρτήσεων Green. Εφόσον η λύση του ηλεκτρικού προβλήματος είναι αυτοσυζυγής, η ίδια η λύση του ευθέως προβλήματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση τόσο των αρχικών όσο και των συζυγών συναρτήσεων. Οι McGillivray και Oldenburg (1990) εξήγησαν την γενικευμένη μορφή της ευαισθησίας του αντίστοιχου μετασχηματισμένου δυναμικού για την περίπτωση του 2.5 διαστάσεων

ηλεκτρικού προβλήματος. Η τελική εξίσωση που δίνει την ευαισθησία του μετασχηματισμένου δυναμικού παίρνει τελικά τη μορφή

$$\frac{\partial V_0}{\partial \sigma_j} = \int_D [k^2 \psi_j V V' + \psi_j \frac{\partial V'}{\partial x} \frac{\partial V'}{\partial x} + \psi_j \frac{\partial V'}{\partial z} \frac{\partial V'}{\partial z}] dx dz \quad (34)$$

όπου $\partial V_0 / \partial \sigma_j$ είναι η μερική παράγωγος της μέτρησης του μετασχηματισμένου δυναμικού ως προς την παράμετρο j , V και V' είναι τα μετασχηματισμένα δυναμικά λόγω πηγής ρεύματος στο (x,z) και το ψ_j είναι το 1 όταν οι συντεταγμένες (x,z) βρίσκονται μέσα στα όρια της παραμέτρου j , αλλιώς είναι μηδέν (0).

Με τη χρήση της σχέσης (34) το πρόβλημα μπορεί να διατυπωθεί μέσα στα πλαίσια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Υποθέτοντας ότι αναζητάται η ευαισθησία του μετασχηματισμένου δυναμικού (στον κόμβο 'n' εξαιτίας της πηγής που βρίσκεται στον κόμβο 'm') ως συνάρτηση της διαταραχής της αγωγιμότητας του στοιχείου 'e', τότε η εξίσωση (34) γίνεται

$$\frac{\partial V_{nm}}{\partial \sigma^{(e)}} = \int_{\Delta^{(e)}} [k^2 V_n^{(e)} V_m^{(e)} + \psi_j \frac{\partial V_n^{(e)}}{\partial x} \frac{\partial V_m^{(e)}}{\partial x} + \psi_j \frac{\partial V_n^{(e)}}{\partial z} \frac{\partial V_m^{(e)}}{\partial z}] \quad (35)$$

όπου V_{nm} είναι το δυναμικό 'n' λόγω της πηγής του ηλεκτρικού ρεύματος στο 'm' και $V_m^{(e)}$, $V_n^{(e)}$ είναι το δυναμικό στους κόμβους του στοιχείου e εξαιτίας των πηγών στους κόμβους m, n αντίστοιχα. Λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις (34) και (35) και χρησιμοποιώντας τις αριθμητικές τριγωνικές συναρτήσεις παρεμβολής (σχέση 24), το ολοκλήρωμα του δεξιού σκέλους της σχέσης (35) παίρνει τη μορφή

$$\frac{\partial V_{nm}}{\partial \sigma^{(e)}} = K^2 \Delta^{(e)} \frac{\sum_{j=1}^3 a_{jm}^{(e)} \sum_{j=1}^3 a_{jn}^{(e)} a_{1m}^{(e)} a_{1n}^{(e)} a_{2m}^{(e)} a_{2n}^{(e)} a_{3m}^{(e)} a_{3n}^{(e)}}{12} + \frac{\sum_{j=1}^3 a_{jm}^{(e)} B_j^{(e)} \sum_{j=1}^3 a_{jn}^{(e)} B_j^{(e)} \sum_{j=1}^3 a_{jm}^{(e)} C_j^{(e)} \sum_{j=1}^3 a_{jn}^{(e)} C_j^{(e)}}{4 \Delta^{(e)}} \quad (36)$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (36) μπορεί να υπολογισθεί η ευαισθησία οποιασδήποτε μέτρησης δυναμικού που προήλθε από τη διαταραχή της αγωγιμότητας οποιουδήποτε στοιχείου. Παρατηρείται ότι η ευαισθησία είναι ουσιαστικά μία συνάρτηση των συντεταγμένων των κόμβων και των μετασχηματισμένων δυναμικών των κόμβων του στοιχείου εξαιτίας των πηγών στις θέσεις του πομπού και του δέκτη. Εφόσον είναι γνωστές οι μερικές παράγωγοι του μετασχηματισμένου δυναμικού σε συνάρτηση με τις μεταβολές στην αγωγιμότητα του κάθε στοιχείου, η παράγωγος του μετασχηματισμένου δυναμικού για κάθε παράμετρο p υπολογίζεται προσθέτοντας τις επιμέρους μερικές παραγώγους του κάθε στοιχείου που ανήκει στη συγκεκριμένη παράμετρο

$$\frac{\partial V}{\partial \sigma_p} = \sum_{i=1}^q \frac{\partial V}{\partial \sigma_i} \quad (37)$$

όπου $i=1,2,\dots,q$ είναι ο αριθμός των τριγωνικών στοιχείων που απαρτίζουν την περιοχή κάθε παραμέτρου. Επομένως, οι μερικές παράγωγοι του συνολικού δυναμικού ανακτώνται με την εφαρμογή του αντιστρόφου μετασχηματισμού Fourier με τον τρόπο που περιγράφηκε προηγουμένως. Τέλος, τα στοιχεία του Ιακωβιανού πίνακα μπορούν να υπολογισθούν με βάση τη σχέση (33).

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Η επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος είναι ακριβώς η αντίστροφη διαδικασία από αυτή του ευθέος προβλήματος που περιγράφηκε παραπάνω. Δηλαδή, μετρώντας τη φαινόμενη αντίσταση που προκύπτει από μία γεωφυσική έρευνα να προσδιοριστεί η κατανομή της αντίστασης του υπεδάφους.

Η δυσκολία των αντίστροφων προβλημάτων μπορεί να συνοψιστεί στους παρακάτω παράγοντες:

Ύπαρξη Λύσης. Είναι δυνατόν να μην υπάρχει κανένα μοντέλο που να επαληθεύει πλήρως τα δεδομένα. Αυτό μπορεί να οφείλεται στην προσεγγιστική λύση για την εύρεση του μοντέλου, στην ύπαρξη θορύβου στα δεδομένα και στο σφάλμα του μοντέλου.

Μοναδικότητα. Εάν υπάρχει λύση, αυτή μπορεί να μην είναι και η μοναδική.

Αστάθεια - Κακώς ορισμένο πρόβλημα. Η διαδικασία επίλυσης των εξισώσεων σε ένα αντίστροφο πρόβλημα, είναι εξαιρετικά ασταθής, με αποτέλεσμα μια μικρή αλλαγή στα δεδομένα (που μπορεί να οφείλεται π.χ. στο θόρυβο) μπορεί να προκαλέσει τεράστιες αλλαγές στη λύση του εκτιμώμενου μοντέλου.

Οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται συνήθως για την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος είναι: η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων (Lines και Treitel 1984), η μέθοδος των ιδιαιζουσών τιμών (Lawson και Hanson 1974), η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων με απόσβεση και η μέθοδος της εξομαλυσμένης αντιστροφής (Tikhonov και Glasko 1965, Constable et al 1987).

Με τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής Occam (Constable et al. 1987), το αντίστροφο πρόβλημα αντιμετωπίζεται συντηρητικά, δηλαδή αναζητούμε ένα μοντέλο το οποίο θα είναι πιο εξομαλυσμένο, δηλαδή θα ερμηνεύει τα δεδομένα με τον απλούστερο δυνατό τρόπο. Το αποτέλεσμα της εξομαλυσμένης αντιστροφής δεν θα είναι απαραίτητα η καλύτερη λύση, αλλά σίγουρα θα αποτελεί μια απλοποιημένη και λογική αναπαράσταση της πραγματικότητας (Tsourlos 1995). Συγχρόνως, η εξαναγκασμένη εξομάλυνση εγγυάται σταθερότητα κατά τη διαδικασία της αντιστροφής και την εξαγωγή ενός τελικού μοντέλου, που η μορφή ή η φύση της εξομάλυνσης του δεν θα έχει επιλεγεί αυθαίρετα, αλλά θα έχει καθοριστεί από τον χρήστη (Constable et al. 1987).

Έστω ότι η κατανομή της αντίστασης δίνεται από ένα διάνυσμα x που έχει N παραμέτρους $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ και οι M μετρήσεις συμβολίζονται με ένα διάνυσμα y , τότε η γενική μορφή της εξίσωσης του ευθέος προβλήματος (σχέση 18) που πρέπει να αντιστραφεί είναι

$$f(x) = y \quad (38)$$

Λόγω της μη γραμμικότητας της συνάρτησης f , η παραπάνω εξίσωση δεν μπορεί να λυθεί με απ' ευθείας αντιστροφή. Όμως, οι τεχνικές αντιστροφής μπορούν να χειριστούν ένα μη γραμμικό πρόβλημα αναγάγοντάς το σε μια επαναληπτική διαδικασία επίλυσης των επιμέρους γραμμικών προβλημάτων. Ένας τυπικός αλγόριθμος επίλυσης του μη γραμμικού αντιστρόφου ηλεκτρικού προβλήματος ξεκινάει υποθέτοντας ένα αρχικό γραμμικό μοντέλο αντίστασης x_0 , το οποίο συνεχώς βελτιώνεται μέσα από μία επαναληπτική διαδικασία, έως ότου οι συνθετικές φαινόμενες αντιστάσεις $f(x_{\text{τρέχον}})$, δηλαδή τα δεδομένα που ανταποκρίνονται στο τρέχον ηλεκτρικό μοντέλο, να προσεγγίζουν τις μετρήσεις y . Θεωρώντας μια πολύ μικρή μεταβολή της αντίστασης dx , η συνάρτηση $f(x)$ μπορεί να αναπτυχθεί χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα Taylor

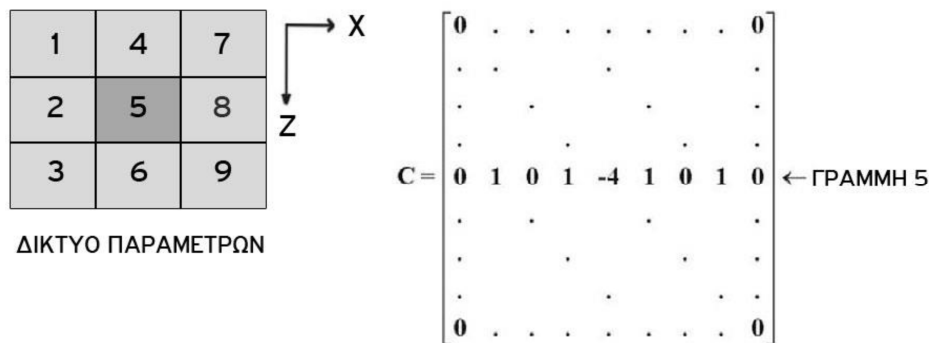
$$f(x_i + dx_i) = f(x_i) + \frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} dx_i + 0((dx_i)^2) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (39)$$

όπου N είναι ο αριθμός των παραμέτρων του διανύσματος κατανομής της αντίστασης, $O((dx)^2)$ είναι οι όροι μεγαλύτερης τάξης, οι οποίοι μπορούν να αγνοηθούν εφ' όσον η μεταβολή dx είναι πολύ μικρή σε σχέση με το x και ο $m \times n$ πίνακας των πρώτων όρων $\frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i}$ ισούται με τον Ιακωβιανό πίνακα J . Επομένως, η εξίσωση (1.39) μπορεί να εκφραστεί με τη μορφή

$$(x + dx) \approx f(x) + Jdx \quad (40)$$

Λόγω του ότι η σχέση (40) είναι προσεγγιστική (επειδή παραλείπονται οι όροι ανώτερης τάξης), η επίλυσή της γίνεται ακολουθώντας επαναληπτική διαδικασία, θεωρώντας κάθε νέο μοντέλο $(x+dx)$ ως αρχικό στην επόμενη επανάληψη.

Έχοντας προκαθορίσει τα κριτήρια τερματισμού για την εύρεση της βέλτιστης λύσης του dx από την εξίσωση (40) και γνωρίζοντας όλα τα υπόλοιπα στοιχεία της εξίσωσης, μπορεί τώρα να καθοριστεί μια επαναληπτική διαδικασία επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος.



Σχήμα 2.19 Μοντέλο 9 παραμέτρων και πίνακας εξομάλυνσης C (Tsourlos, 1995).

Ορίζεται ο πίνακας εξομάλυνσης C μεταξύ των παραμέτρων (Σχήμα 2.19) και ζητείται η ελαχιστοποίηση του λάθους dy σε συνδυασμό με τη μέγιστη εξομάλυνση

$$\begin{aligned} S &= (Wady)^T (Wady) \rightarrow 0 \\ dR &= (Cdx)^T (Cdx) \rightarrow \text{μέγιστη} \end{aligned} \quad (41)$$

όπου

- $dy=y-f(x)$
- Wd είναι ο πίνακας στατιστικών βαρών των δεδομένων
- C είναι ο πίνακας εξομάλυνσης
- dx είναι το διάνυσμα διόρθωσης των αντιστάσεων του μοντέλου και
- dy είναι η διαφορά μεταξύ των μετρήσεων y και των συνθετικών φαινομένων αντιστάσεων $f(x)$.

Συγκεκριμένα, με γνωστό ένα σύνολο μετρήσεων d_i

- Προσδιορίζονται οι παράμετροι του μοντέλου
- Παράγεται ο πίνακας C που περιγράφει τον τρόπο εξομάλυνσης του μοντέλου.
- Προσδιορίζεται ο πίνακας στατιστικών βαρών W που είναι ένας διαγώνιος πίνακας, ο οποίος περιγράφει το σφάλμα των μετρήσεων.

- Προσδιορίζεται μία αρχική εκτίμηση της κατανομής της αντίστασης X_0 και υπολογίζεται η απόκριση του μοντέλου $f(X_0)$.
- Υπολογίζεται ο Ιακωβιανός πίνακας J_0 που αντιστοιχεί στην κατανομή αντιστάσεων X_0 .
- Ορίζεται η αρχική τιμή μ_0 του πολλαπλασιαστή Lagrangian, με τον οποίο ελέγχεται η εξομάλυνση του μοντέλου αντιστροφής. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του πολλαπλασιαστή Lagrangian, τόσο πιο εξομαλυμένο είναι το μοντέλο αντιστροφής.
- Ορίζονται τα κριτήρια τερματισμού της επαναληπτικής διαδικασίας.

Βήματα Αλγορίθμου

Στην k επανάληψη, το διάνυσμα διόρθωσης των αντιστάσεων του μοντέλου dX_k δίνεται ως

$$X_{k+1} = X_k + dX_k + [(W_d J_k)^T W_d J_k + \mu_k C^T C]^{-1} (W_d J_k)^T W_d dy_k \quad (42)$$

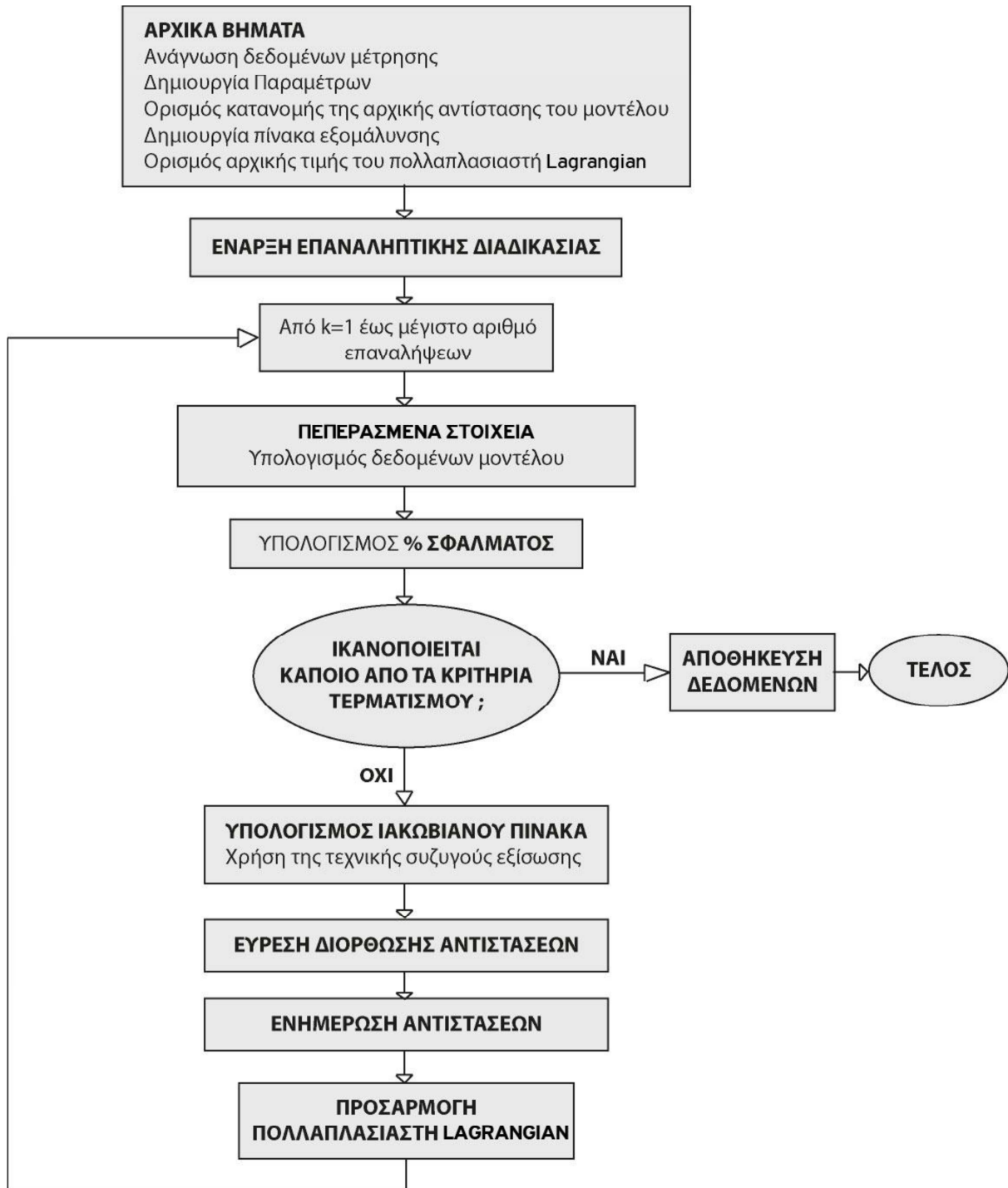
όπου

- J_k είναι η εκτίμηση του Ιακωβιανού πίνακα που αντιστοιχεί στην κατανομή των αντιστάσεων
- μ_k είναι ο πολλαπλασιαστής Lagrangian για την k επανάληψη,
- C είναι ο πίνακας εξομάλυνσης,
- W_d είναι ο πίνακας στατιστικών βαρών και
- T σημαίνει ανάστροφος μετασχηματισμός και όπου

$$dy_k = y - (x_k) \quad (43)$$

- Ορίζονται οι νέες εκτιμήσεις των αντιστάσεων από X_k σε $X_{k+1} = X_k + dX_k$ και υπολογίζεται, μέσω της επίλυσης του ευθέως προβλήματος, η νέα απόκριση του μοντέλου $F(x_{k+1})$.
- Εάν ικανοποιείται ένα από τα κριτήρια τερματισμού, η διαδικασία τελειώνει, αλλιώς υπολογίζεται η νέα εκτίμηση του Ιακωβιανού πίνακα J_{k+1} και η διαδικασία επαναλαμβάνεται (επιστροφή στο 1^ο βήμα).

Στο Σχήμα 2.20 φαίνεται ένα διάγραμμα ροής που περιγράφει τον αλγόριθμο επίλυσης δισδιάστατου αντίστροφου ηλεκτρικού προβλήματος.



Σχήμα 2.20 Διάγραμμα ροής αλγορίθμου επίλυσης του αντιστρόφου γεωηλεκτρικού προβλήματος (Tsourlos, 1995).

ΧΡΗΣΗ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Στις μεθόδους αντιστροφής των γεωηλεκτρικών δεδομένων είναι συχνή η χρήση λογαριθμικής κλίμακας των φαινομένων και πραγματικών αντιστάσεων. Οι λόγοι είναι:

α) Η χρήση λογαρίθμων υποχρεώνει τις παραμέτρους να παίρνουν μόνο θετικές τιμές και αποφεύγονται έτσι μη ρεαλιστικές λύσεις του αντιστρόφου προβλήματος, που θα περιέχουν αρνητικές αντιστάσεις .

β) Λόγω του μεγάλου δυναμικού εύρους των τιμών που μπορεί να έχουν οι τιμές των ηλεκτρικών αντιστάσεων των παραμέτρων, η χρήση λογαρίθμων μπορεί να επιταχύνει το ρυθμό σύγκλισης της επαναληπτικής διαδικασίας .

Το τετράγωνο του σφάλματος των ελαχίστων τετραγώνων, στην περίπτωση χρήσης λογαρίθμων γίνεται $q' = dy' T dy'$, όπου $dy' = \ln(y) - \ln(f(x))$. Το διάνυσμα των παραμέτρων x γίνεται p_i , όπου $p_i = e x_i$ και $i = 1, 2, \dots, n$. Η λύση του συστήματος είναι

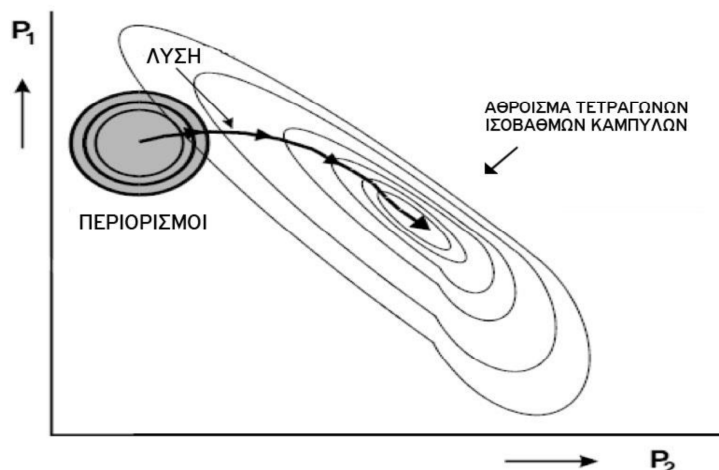
$$dp = (J'^T J')^{-1} J'^T dy' \quad (44)$$

όπου ο J' έχει στοιχεία $J'_{ij} = \frac{\partial \ln y_i}{\partial p_j}$ (Tsourlos, 1995) και οι νέες εκτιμήσεις των αντιστάσεων, στην k επανάληψη, δίνονται από τη σχέση

$$x_{k+1} = x_k + dp_k \quad (45)$$

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ LANGRAGNIAN

Για την επίλυση της σχέσης (42) είναι απαραίτητη η εύρεση μιας τιμής για τον συντελεστή Lagrangian. Γενικότερα η εύρεση αυτού του πολλαπλασιαστή είναι ένα πρόβλημα προς επίλυση σε κάθε εξομαλυμένη αντιστροφή. Μεγάλες τιμές οδηγούν σε υπερβολικά εξομαλυμένα μοντέλα, ενώ μικρές τιμές οδηγούν σε αστάθεια της λύσης. Η συνηθέστερη μέθοδος που ακολουθείται είναι η αρχική χρήση μιας μεγάλης τιμής, για να αποτραπεί η αστάθεια και όσο η λύση πλησιάζει την πραγματική, να ελαττώνεται ο πολλαπλασιαστής. Μία γεωμετρική αναπαράσταση της τεχνικής αυτής (Σχήμα 21), έγινε από τους Box και Kanemasu (1972). Η λύση αυτή συνήθως απαιτεί ένα πλήθος δοκιμών, καθώς δεν είναι δυνατή η εξαρχής γνώση της αρχικής τιμής. Ο Tsourlos (1995) προτείνει κάποια αρχική εμπειρική τιμή ανάλογα με το επιθυμητό επίπεδο εξομάλυνσης και σταδιακή ελάττωση σε κάθε νέα επανάληψη.



Σχήμα 2.21 Αναπαράσταση λύσης ελαχίστων τετραγώνων δύο παραμέτρων P_1 και P_2 (Box και Kanemasu, 1972).

Έχουν προταθεί και άλλες μέθοδοι εύρεσης του συντελεστή Lagrangian που βασίζονται σε ανάλυση των ιδιοτιμών του αντίστροφου πίνακα με τη βοήθεια της ανάλυσης SVD. Οι

τεχνικές αυτές εξασφαλίζουν μία μαθηματική λύση και δεν απαιτείται αρχική εμπειρική τιμή .

Οι Yi et al. (2003) πρότειναν τη μέθοδο της ενεργού εξισορρόπησης με περιορισμούς (Active Constrained Balancing, ACB) με την εύρεση διαφορικού πολλαπλασιαστή για κάθε παράμετρο, βασιζόμενοι σε μελέτη του πίνακα ανάλυσης του μοντέλου. Η μέθοδος αυτή βρίσκει πολύ καλή εφαρμογή σε όλα τα είδη μετρήσεων. Στην παρούσα διατριβή ακολουθήθηκε η μέθοδος αυτή καθώς από τις δοκιμές φαίνεται να έχει τα καλύτερα αποτελέσματα .

Ειδικότερα ως πίνακας ανάλυσης (resolution matrix) του μοντέλου R ορίζεται

$$R = J^+ J \quad (46)$$

όπου J^+ είναι ο ψευδοαντίστροφος

$$J^+ = [J^T J + \mu C^T C]^{-1} J^T \quad (47)$$

Ο πίνακας ανάλυσης δείχνει πόσο καλά είναι προσδιορισμένη μία παράμετρος. Αν μία παράμετρος είναι τέλεια προσδιορισμένη, πρέπει η αντίστοιχη τιμή του πίνακα ανάλυσης να έχει την τιμή 1 για την παράμετρο αυτή ($R_{ii}=1$) και μηδέν (0) σε όλες τις άλλες θέσεις. Αντίθετα, αν μία παράμετρος δεν είναι καλά προσδιορισμένη, η αντίστοιχη γραμμή του πίνακα ανάλυσης θα έχει τιμές σε όλες τις θέσεις χωρίς να παίρνει την τιμή 1 στην αντίστοιχη θέση (R_{ii}). Για παράδειγμα σε σύστημα 5 παραμέτρων ο πίνακας R θα έχει την μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.22).

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0.2 & 0.1 & 0.42 & 0.19 & 0.09 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Σχήμα 2.22 Πίνακας ανάλυσης μοντέλου 5 παραμέτρων.

Γενικά το άθροισμα των στοιχείων κάθε γραμμής του πίνακα ανάλυσης πρέπει να είναι ίσο με 1. Οι Yi et al. (2003) θεωρούν ότι μια καλά προσδιορισμένη παράμετρος χρειάζεται μικρή τιμή του

πολλαπλασιαστή, ενώ αντίθετα μια όχι καλά προσδιορισμένη παράμετρος απαιτεί μεγάλη τιμή του πολλαπλασιαστή, έτσι ώστε η αυξημένη εξομάλυνση να απαγορεύει στην παράμετρο να πάρει υψηλές τιμές. Η ποσοτικοποίηση της παραπάνω έκφρασης γίνεται με τη συνάρτηση διασποράς Backus-Gilbert (Menke, 1984), η οποία υπολογίζει την πλευρική κατανομή των γραμμών του πίνακα ανάλυσης. Μεγάλη τιμή της συνάρτησης διασποράς σημαίνει ότι η παράμετρος είναι φτωχά προσδιορισμένη και το αντίστροφο. Ο υπολογισμός της συνάρτησης διασποράς για την i παράμετρο γίνεται ως εξής

$$SP_i = \sum_j^N (W_d (1 - S_{ij}) R_{ij})^2 \quad (48)$$

όπου N ο αριθμός των παραμέτρων, W_d ο πίνακας στατιστικών βαρών, που υπολογίζεται από τις πλευρικές χωρικές αποστάσεις της παραμέτρου i με όλες τις υπόλοιπες j . Ο πίνακας S χρησιμοποιείται ώστε στον υπολογισμό να λαμβάνεται υπόψη και ο πίνακας συνάφειας. Το στοιχείο S_{ij} είναι 1 όταν το αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα συνάφειας C_{ij} είναι μη μηδενικό και μηδέν (0) σε όλες τις άλλες θέσεις.

Η διαδικασία υπολογισμού του διαγώνιου πίνακα ‘ μ ’ γίνεται με ένα αρχικό υπολογισμό του πίνακα ανάλυσης μοντέλου με κάποιο μικρό αρχικά πολλαπλασιαστή Lagrangian (συνήθως 0.01). Στη συνέχεια μετατρέπεται η συνάρτηση διασποράς σε μεταβαλλόμενο πολλαπλασιαστή μεταξύ δύο προαποφασισμένων ορίων (μ_{\min} και μ_{\max}), σε λογαριθμική κλίμακα σύμφωνα με τον παρακάτω αλγόριθμο (Yi et al. 2003)

$$\log(\mu_i) = \log(\mu_{\min}) + \frac{\log(\mu_{\max}) - \log(\mu_{\min})}{\log(SP_{\max}) - \log(SP_{\min})} (\log(SP_i) - \log(SP_{\min})) \quad (49)$$

όπου μ_i είναι ο πολλαπλασιαστής της παραμέτρου i , SP_i είναι η συνάρτηση διασποράς της παραμέτρου i , μ_{\min} και μ_{\max} τα κάτω και άνω όρια των πολλαπλασιαστών (ενδεικτικές τιμές 0.01 και 0.5) και SP_{\min} , SP_{\max} το ελάχιστο και μέγιστο της συνάρτησης διασποράς, αντίστοιχα.

2.7 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΟΥ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Κάθε επαναληπτικός αλγόριθμος αντιστροφής τερματίζεται με βάση κάποια προκαθορισμένα κριτήρια σύγκλισης και τερματισμού. Τα κριτήρια αυτά αναφέρονται παρακάτω και στηρίζονται στην έκφραση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος RMS μεταξύ των πραγματικών και των συνθετικών δεδομένων, το οποίο υπολογίζεται κάθε φορά που βρίσκεται το βελτιωμένο μοντέλο αντίστασης και είναι

$$\%RMS_{error} = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{(d_i^{obs} - d_i^{calc})^2}{(d_i^{obs})^2}} \quad (50)$$

όπου m είναι ο αριθμός των μετρήσεων, d_i^{obs} είναι ο παρατηρούμενος λογάριθμος της i μέτρησης και d_i^{calc} είναι ο υπολογιζόμενος λογάριθμος της i μέτρησης. Η αντιστροφή θα τερματιστεί αν ισχύει ένα από τα παρακάτω κριτήρια:

Απόκλιση. Ο αλγόριθμος τερματίζεται αν το RMS αυξηθεί με την πρόοδο των επαναλήψεων. Το φαινόμενο αυτό παρουσιάζεται σχετικά σπάνια, κυρίως σε περιπτώσεις που ο θόρυβος των δεδομένων είναι πολύ μεγάλος ή όταν η αρχική επιλογή του συντελεστή εξομάλυνσης δεν ήταν η βέλτιστη δυνατή (πολύ μικρή τιμή).

Μικρός ρυθμός σύγκλισης. Ο αλγόριθμος τερματίζεται αν ο ρυθμός μεταβολής του RMS είναι μικρός μεταξύ διαδοχικών επαναλήψεων (π.χ. λιγότερο από 5%). Στην περίπτωση αυτή, οι μεταβολές του μοντέλου προσπαθούν να ερμηνεύσουν μικρής τάξης μεταβολές των δεδομένων, που συνήθως αντιστοιχούν σε θόρυβο και υπάρχει κίνδυνος να αρχίσουν τα δεδομένα να ερμηνεύουν το θόρυβο. Αυτό μπορεί να συμβεί ακόμα και όταν ο ρυθμός σύγκλισης είναι μεγάλος.

Σφάλμα σύγκλισης μικρότερο από το σφάλμα των δεδομένων. Αυτό το κριτήριο ενεργοποιείται όταν είναι διαθέσιμα τα σφάλματα των δεδομένων. Εάν το σφάλμα της

αντιστροφής είναι μικρότερο από τα τυπικά σφάλματα των δεδομένων, τότε οι μεταβολές του μοντέλου έχουν ερμηνεύσει μεταβολές των δεδομένων που αντιστοιχούν σε θόρυβο. Για να μη συμβεί αυτό, η διαδικασία της αντιστροφής τερματίζεται και η αντίσταση που υπολογίστηκε από την προηγούμενη επανάληψη υιοθετείται ως το τελικό μοντέλο.

Ολοκλήρωση του αριθμού των επαναλήψεων. Ο αλγόριθμος τερματίζεται όταν ο προκαθορισμένος μέγιστος αριθμός των επαναλήψεων έχει ολοκληρωθεί. Στην παρούσα διατριβή ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων έχει ορισθεί σε 6.

2.8 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ

Για την ποιοτική εκτίμηση του πόσο καλά ορισμένες είναι οι παράμετροι έγινε χρήση του πίνακα ευκρίνειας και του Ιακωβιανού πίνακα.

- Πίνακας Ευκρίνειας (Resolution Matrix)

Σύμφωνα με τη σχέση (46) χρησιμοποιείται η διαγώνιος του πίνακα ευκρίνειας (κάθε τιμή της διαγωνίου αντιστοιχεί και σε μία παράμετρο) για να προσδιορισθεί η παράμετρος j σύμφωνα με τη σχέση

$$R = (J_{ij}^T J_{ij} + C)^{-1} J_{ij}^T J_{ij} \quad (51)$$

όπου

- J_{ij} είναι η τιμή ευαισθησίας σε λογάριθμο της i μέτρησης σε μία μικρή αλλαγή μεταβολής στην αντίσταση της j παραμέτρου
- C είναι ο πίνακας που περιέχει τους συντελεστές απόσβεσης, τους περιορισμούς και τα χωρικά φίλτρα που σταθεροποιούν την διαδικασία αντιστροφής

Οι παράμετροι που είναι πολύ καλά προσδιορισμένες έχουν τιμή διαγωνίων στοιχείων του R που πλησιάζει το 1, και όσο μειώνεται η ποιότητα της παραμέτρου η τιμή αυτή πλησιάζει την τιμή μηδέν (0).

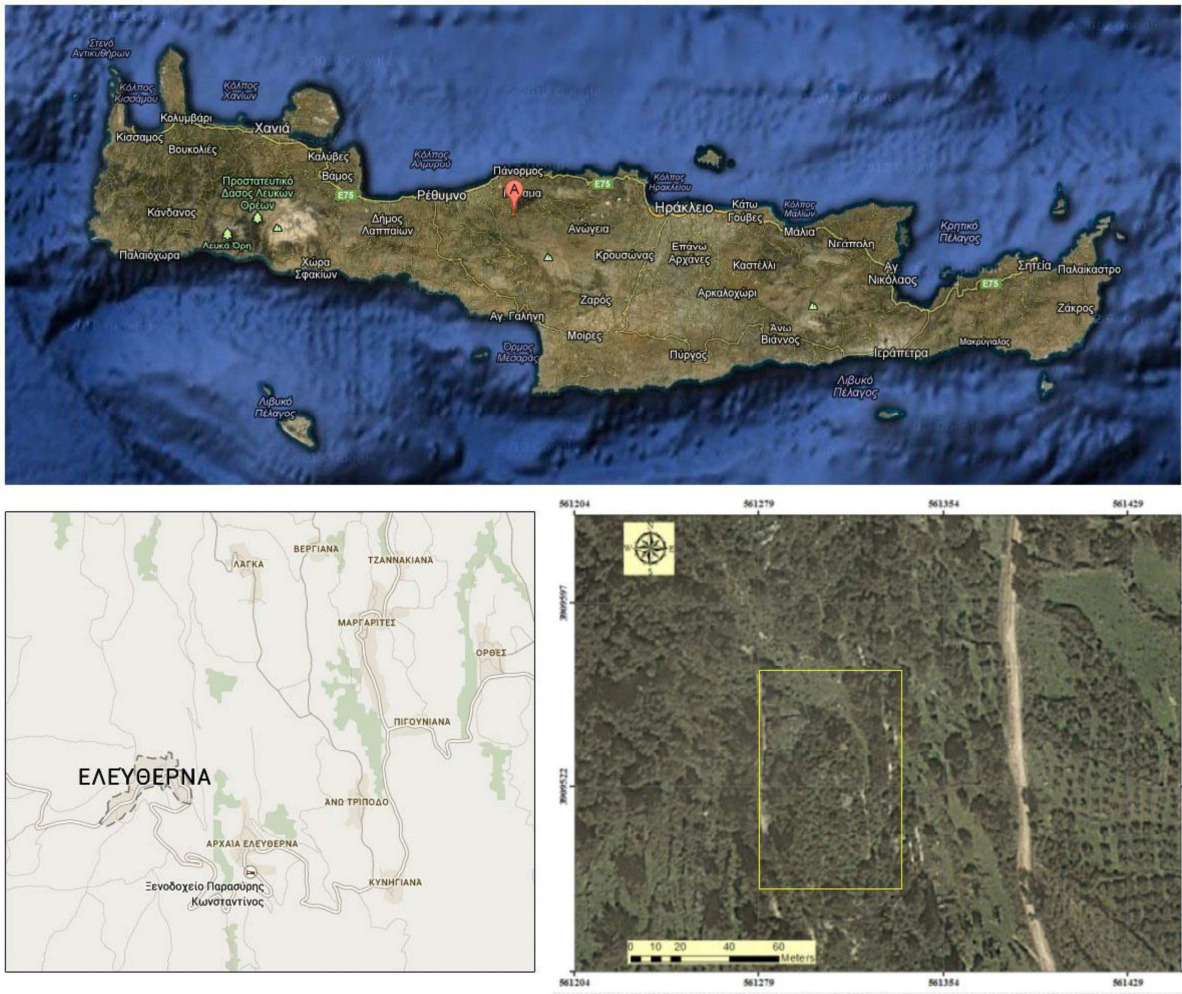
- Μέτρο στήλης Ιακωβιανού πίνακα (Cumulative Jacobian Matrix)

Ένα επιπλέον κριτήριο για να ελεγχθεί πόσο καλά ορισμένη είναι μία παράμετρος χωρίς την διαδικασία της αντιστροφής είναι το μέτρο της στήλης του Ιακωβιανού πίνακα, το οποίο προκύπτει από το άθροισμα κατ' απόλυτη τιμή όλων των μετρήσεων N των τιμών ευαισθησίας του Ιακωβιανού πίνακα σε κάθε μία παράμετρο j

$$cumulative = \sum_{i=1}^N |J_{ij}| \quad (52)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - ΕΠΙΛΟΓΗ ΠΕΡΙΟΧΗΣ ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΝΤΟΣ

Για την εφαρμογή της μεθόδου γεωηλεκτρικής τομογραφίας ‘επιφάνειας-σήραγγας’ επιλέχθηκε ως κατάλληλη μία σήραγγα στην περιοχή Πυργίου στο νησί της Κρήτης, και συγκεκριμένα στον αρχαιολογικό χώρο της Ελευθέρας (30 χιλιόμετρα ΝΑ της πόλης του Ρέθυμνου) (Σχήμα 3.1). Η σήραγγα στον αρχαιολογικό χώρο είναι εύκολα προσβάσιμη και υπάρχει η πρακτική δυνατότητα σύνδεσης των επιφανειακών ηλεκτροδίων με τα ηλεκτρόδια μέσα στη σήραγγα με το πολύκλωνο καλώδιο και με το όργανο μέτρησης.



Σχήμα 3.1 Περιοχή μελέτης στο νησί της Κρήτης (πάνω), στην πόλη της Ελευθέρας (κάτω αριστερά), στον αρχαιολογικό χώρο της πόλης (κίτρινο περίγραμμα, κάτω δεξιά) (Google Maps).

3.1 ΠΕΡΙΟΧΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΔΙΑΣΚΟΠΗΣΗΣ

Στα ΝΑ του Ρεθύμνου και σε απόσταση 30χλμ. από αυτό, σε φυσική οχυρή θέση σε υψόμετρο 320μ., εντοπίζονται τα κατάλοιπα της αρχαίας πόλης Ελευθέρας, που υπήρξε μία από τις πιο σημαντικές Κρητικές πόλεις. Αρχαιολογικά λείψανα που έχουν έρθει στο φως μαρτυρούν την ακμή της πόλης, κυρίως από τους γεωμετρικούς έως και τους πρωτοβυζαντινούς χρόνους, ενώ η πρώτη χρήση του χώρου τοποθετείται στην Πρώιμη Μινωική εποχή. Η περιοχή ανασκάφηκε για πρώτη φορά το 1929 από την Αγγλική

Αρχαιολογική Σχολή, αλλά συστηματικές ανασκαφές στη θέση διενεργούνται από το 1985 από το Πανεπιστήμιο Κρήτης.

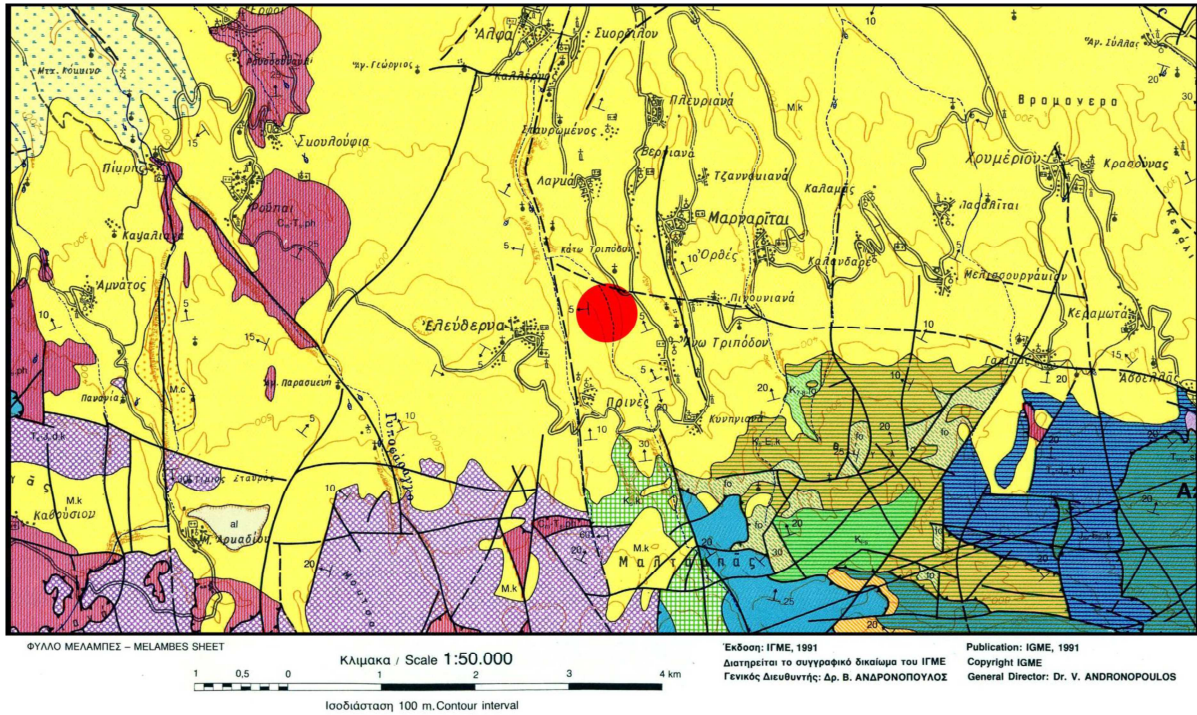
Ο κύριος οικιστικός πυρήνας της πόλης εντοπίζεται στους λόφους Πυργί και Νησί. Ειδικότερα, στο λόφο Πυργί, που βρίσκεται στα ΒΑ τμήμα του σύγχρονου οικισμού της Ελεύθερνας, τοποθετείται η ακρόπολη της αρχαίας πόλης. Στο φως έχουν έρθει κατάλοιπα οικιστικής μονάδας της Γεωμετρικής-Αρχαϊκής περιόδου, αναλημματικοί τοίχοι, υδατοδεξαμενές και οικίες των Ελληνιστικών χρόνων, οικοδομικά λείψανα κτιρίων της Ρωμαϊκής και της Πρωτοβυζαντινής περιόδου, ρωμαϊκό λουτρικό συγκρότημα μνημειακού χαρακτήρα, καθώς και μία τρίκλιτη παλαιοχριστιανική βασιλική, η οποία ανασκάφηκε στη θέση Κατσίβελος, στις Α υπώρειες του λόφου Πυργί. Στο λόφο Νησί, στα Β του σύγχρονου οικισμού της Ελεύθερνας, έχει ανασκαφεί εκτεταμένη συνοικία των Ελληνιστικών χρόνων, καθώς και ιερό της Γεωμετρικής εποχής. Τέλος, νεκροταφείο των Ύστερων Γεωμετρικών και των Αρχαϊκών χρόνων έχει αποκαλυφθεί στη θέση Ορθή Πέτρα, στη Δ κλιτύ του λόφου Πυργί.

Στα σημαντικά μνημεία της ευρύτερης περιοχής συγκαταλέγεται ελληνιστική γέφυρα, άριστα διατηρημένη, στην περιοχή της Λαγγάς, στα Β της αρχαίας πόλης. Ακόμη, υδραγωγείο, δεξαμενές και θέρμες των Ρωμαϊκών χρόνων έχουν εντοπιστεί στη θέση Περιστερές, ενώ στη θέση "Του Παπά ο Κόλυμπος", που βρίσκεται στα Ν του σύγχρονου οικισμού της Ελεύθερνας έχει εντοπιστεί αρχαίο λατομείο (Πηγή: Ψηφιακή Κρήτη, Ινστιτούτο Μεσογειακών Σπουδών, ΙΤΕ).

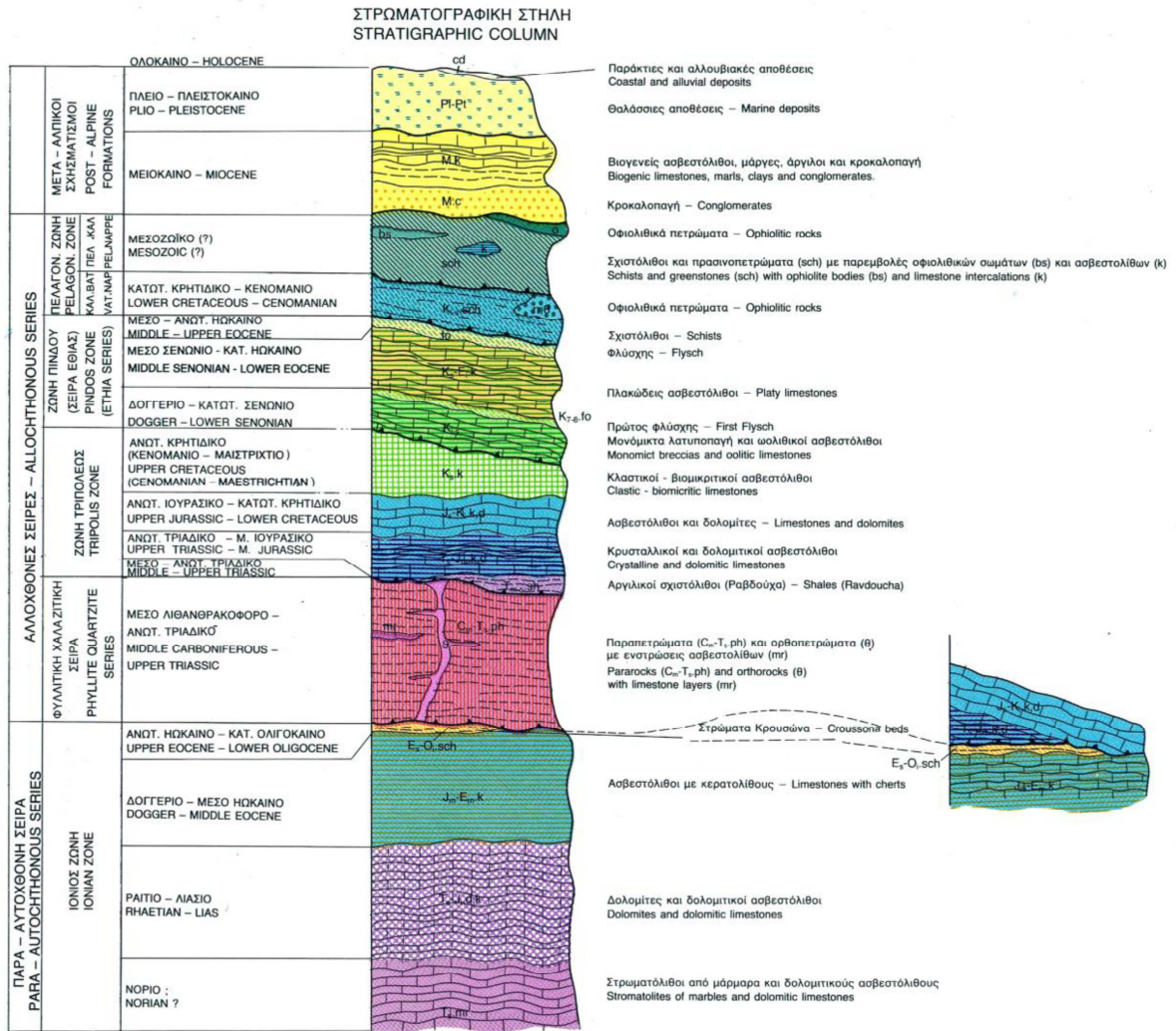
Όσον αφορά τη σήραγγα πρόκειται για τεχνητή ανθρώπινη κατασκευή, η οποία πιστεύεται ότι κατασκευάστηκε για να ικανοποιούνται ανάγκες ύδρευσης του οικισμού καθώς επικοινωνούσε με πηγή. Τα ύδατα πιστεύεται ότι μεταφέρονταν από την ΒΑ είσοδο στην ΝΔ έξοδό του καταλήγωντας σε μεγάλες δεξαμενές .

Η συγκεκριμένη περιοχή επιλέχθηκε ώστε να γίνουν οι μετρήσεις και να δοκιμασθεί η αξιοπιστία της συγκεκριμένης μεθόδου. Με τις μετρήσεις 'επιφάνειας-σήραγγας' δόθηκε η δυνατότητα να μελετηθούν τα γεωλογικά στρώματα ανάμεσα στην επιφάνεια και στη σήραγγα με μεγαλύτερη λεπτομέρεια και να ανιχνευτεί η δομή τους σε σχέση με ενδεχόμενες τεκτονικές ασυνέχειες .

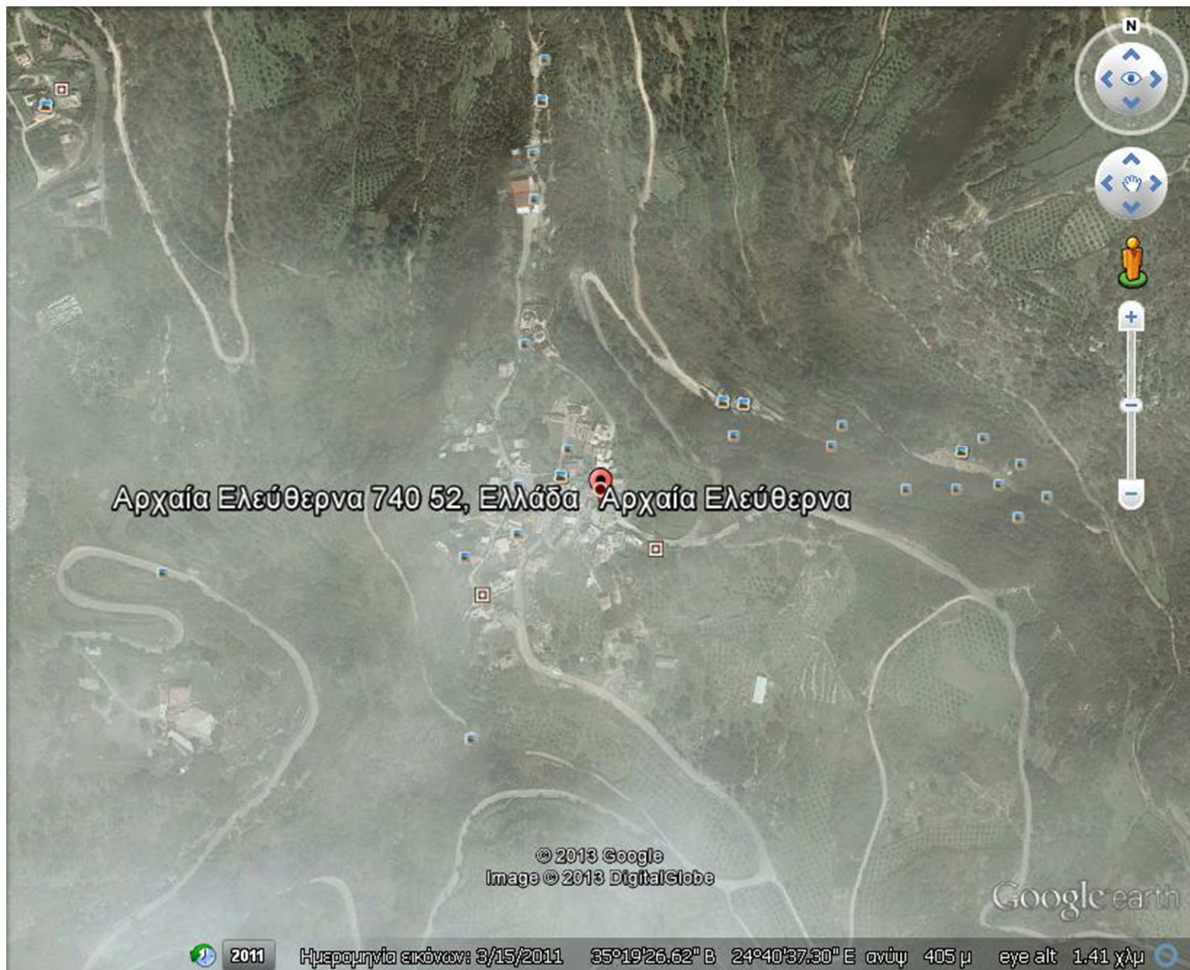
Στο Σχήμα 3.2 παρουσιάζεται ο γεωλογικός χάρτης (πηγή: Ι.Γ.Μ.Ε.) με τους σχηματισμούς που εμφανίζονται στην ευρύτερη περιοχή. Στο σημείο που επισημαίνεται με κόκκινο χρώμα εντοπίζεται η περιοχή όπου έγινε η μελέτη. Οι σχηματισμοί που εμφανίζονται ανάμεσα στην επιφάνεια του εδάφους και στη σήραγγα αποτελούνται κυρίως από μάργα και ασβεστόλιθο (Μειοκαινικό). Στο Σχήμα 3.3 παρουσιάζεται η στρωματογραφική στήλη της περιοχής όπου απεικονίζονται οι σχηματισμοί της ευρύτερης περιοχής μελέτης.



Σχήμα 3.2 Γεωλογικός χάρτης της ευρύτερης περιοχής μελέτης (στην κόκκινη περιοχή εντοπίζεται ο αρχαιολογικός χώρος). Κλίμακα 1:50.000, Πηγή: Φύλλο Περάματος, Ινστιτούτο Γεωλογικών και Μεταλλευτικών Ερευνών (1991).

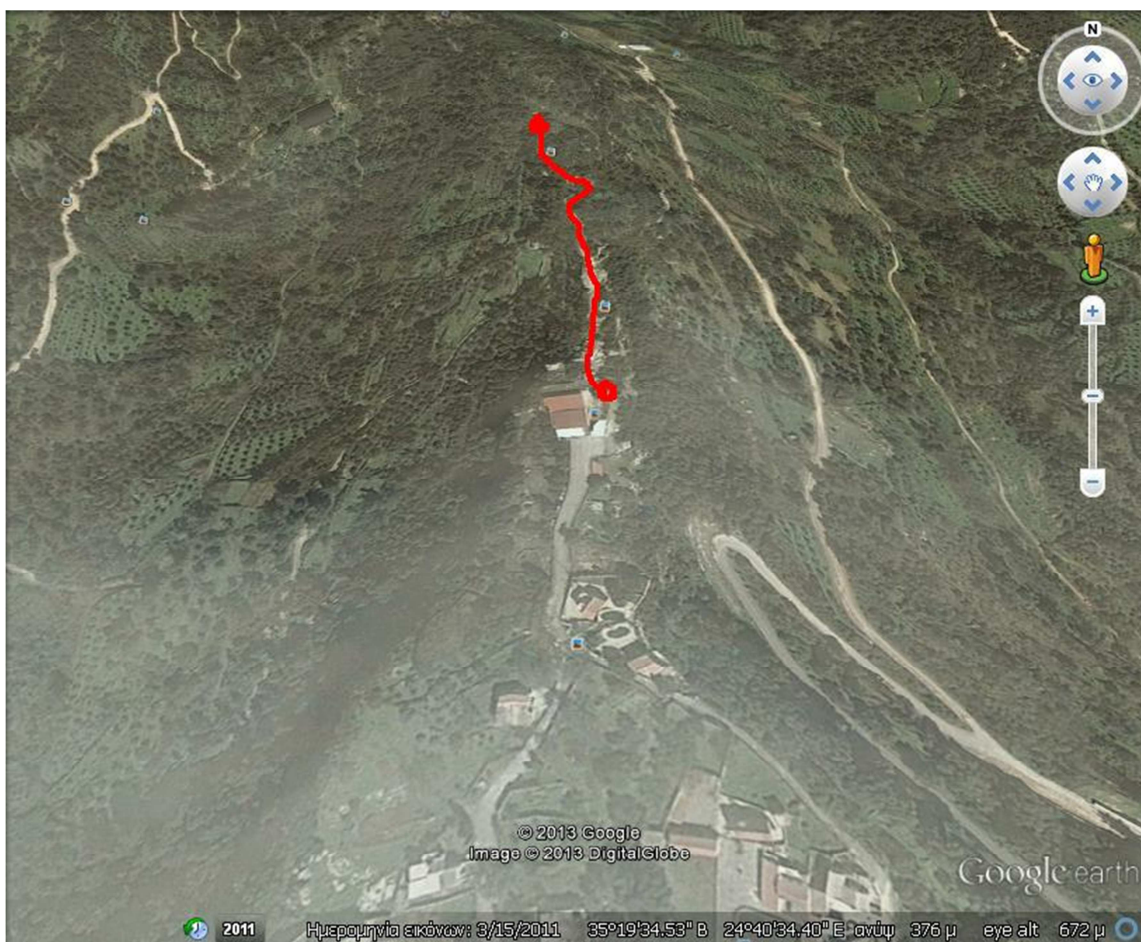


Σχήμα 3.3 Στρωματογραφική στήλη του φύλλου Περάματος (πηγή: Ινστιτούτο Γεωλογικών και Μεταλλευτικών Ερευνών, 1991).

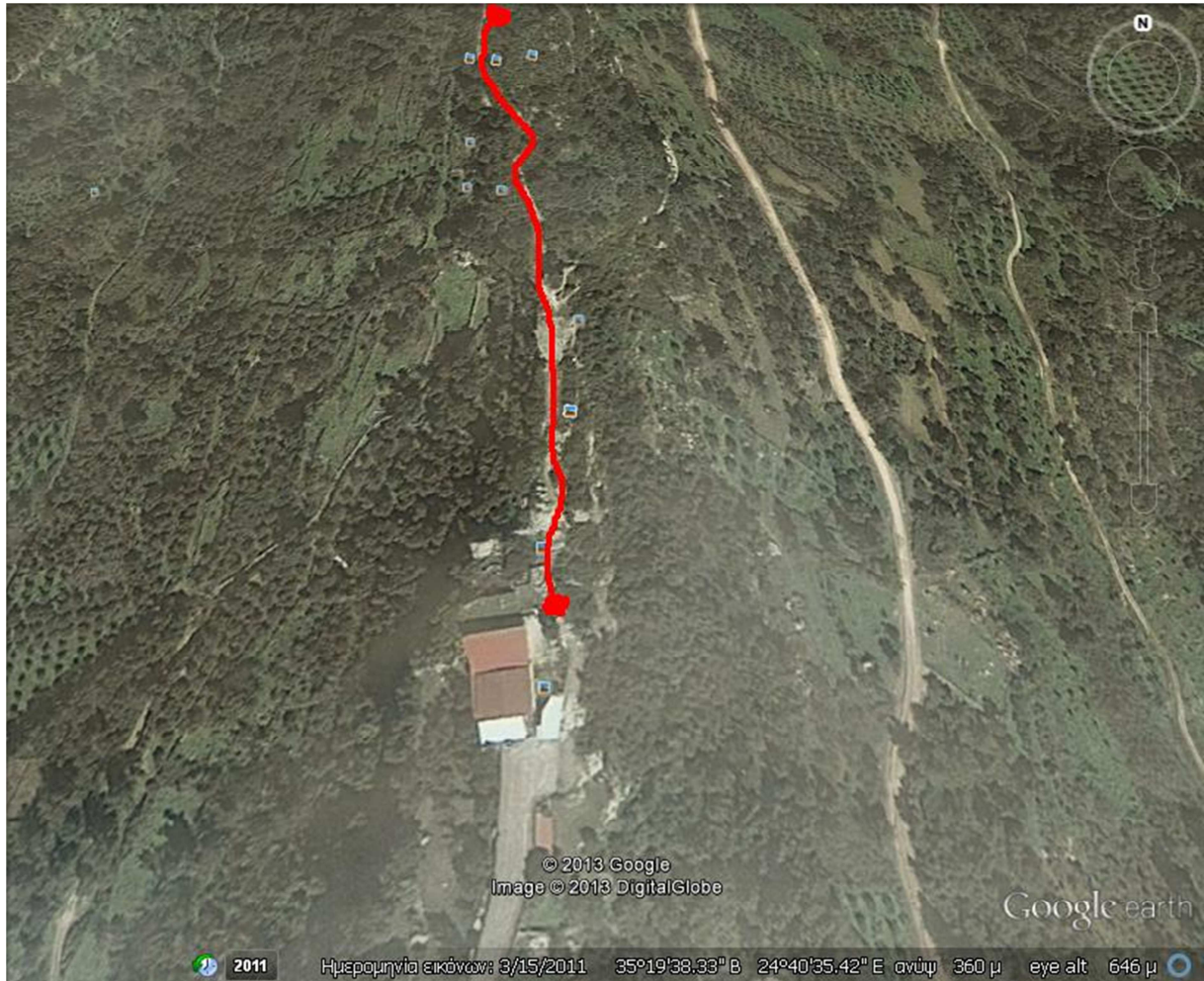


Σχήμα 3.4 Αρχαία Ελεύθερνα

Η Αρχαία Ελεύθερνα (Πρινές) είναι σήμερα τοπική κοινότητα του δήμου Ρεθύμνης της περιφέρειας Κρήτης (πρόγραμμα Καλλικράτης). Από το 1999 έως το 2010 σύμφωνα με την τότε διοικητική διαίρεση της Ελλάδας ήταν έδρα του ομώνυμου δημοτικού διαμερίσματος του Δήμου Αρκαδίου. Ονομάστηκε έτσι λόγω της γεινιάσής του με τον αρχαιολογικό χώρο της Ελεύθερνας.



Σχήμα 3.5 Απόσπασμα χάρτη από το Google Earth με προσημειωμένη τη διαδρομή από την είσοδο στον αρχαιολογικό χώρο στο χώρο των μετρήσεων.



Σχήμα 3.6 Απόσπασμα χάρτη από το Google Earth με προσημειωμένη τη διαδρομή από την είσοδο στον αρχαιολογικό χώρο στο χώρο των μετρήσεων με μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα.

3.2 ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΕΥΘΕΡΝΑ

Η Ελεύθερνα ήταν κατά την αρχαιότητα πόλη της Κρήτης. Βρίσκεται στο σημερινό Νομό Ρεθύμνου, 30 χιλιόμετρα ΝΑ της πόλης του Ρεθύμνου, κάπου 12 χιλιόμετρα βορειοανατολικά της Μονής Αρκαδίου. Ο αρχαιολογικός χώρος καταλαμβάνει μια οδοντωτή κορυφογραμμή του Ψηλορείτη, σε ύψος 380 μέτρων. Πρόκειται για μια ευρύτερη περιοχή κατοίκησης, οι κύριοι πυρήνες της οποίας, λαμβάνοντας υπόψη τις περιόδους ακμής και παρακμής της, βρίσκονται σε δύο υψώματα : το λόφο του Πρινέ (Αρχαία Ελεύθερνα) και το πλάτωμα στον σημερινού χωριού Ελεύθερνα. Οι γνώσεις μας για την περιοχή, την ονομασία και την ιστορία της προέρχονται κυρίως:

- από τις γραπτές πηγές: από ιστορικούς, γεωγράφους, λεξικογράφους από την Αρχαιότητα έως τον Μεσαίωνα, καθώς και από χαρτογράφους, περιηγητές και αρχαιολόγους από τον Μεσαίωνα έως τα τέλη του 19ου αι. και
- από τα υλικά κατάλοιπα των πολιτισμών που έχουν βρεθεί τυχαία ή από συστηματικότερες έρευνες από τα τέλη του 19ου αι. έως πρόσφατα και έχουν δημοσιευθεί κατά καιρούς σε διάφορα επιστημονικά περιοδικά.

Από το 1985 και εξής συστηματικές ανασκαφικές έρευνες στην ευρύτερη περιοχή έχει αναλάβει το Πανεπιστήμιο Κρήτης, Τομέας Αρχαιολογίας και Ιστορίας της Τέχνης, σε τρεις διαφορετικούς τομείς σύμφωνα με τη γεωμορφολογία του χώρου, την παρουσία δηλαδή του φυσικού υψώματος βορειοανατολικής κατεύθυνσης με πλαγιές που καταλήγουν στην κοίτη δύο χειμάρρων, της Κυριακής στα ανατολικά και της Χαλοπότας στα δυτικά. Τη διεύθυνση των ανασκαφών στον ανατολικό τομέα Ι ανέλαβε ο καθηγητής Πέτρος Θέμελης, στον κεντρικό τομέα ΙΙ ο καθηγητής Αθανάσιος Καλπαξής και στο δυτικό τομέα ΙΙΙ ο καθηγητής Νίκος Σταμπολίδης. Σημαντική η βοήθεια και συνεισφορά των αρμοδίων και των κατοίκων της Αρχαίας Ελεύθερνας (πρώην Πρινέ) και της Ελεύθερνας.

Την πόλη ίδρυσαν οι Δωριείς τον 9ο αιώνα π.Χ. στη διασταύρωση των δρόμων που ένωναν τις πόλεις Κυδωνία, Κνωσσό και το ιερό στο όρος Ίδη. Στη θέση Ορθή Πέτρα έχει έρθει στο φως νεκρόπολη των γεωμετρικών και αρχαϊκών χρόνων. Το 2010 ανακοινώθηκε η ανακάλυψη στην περιοχή διπλού τάφου ηλικίας 2.700 ετών, που έκρυβε περισσότερα από 3.000 φύλλα χρυσού και την πρώτη απεικόνιση της μέλισσας ως θεάς.

Η Ελεύθερνα, κατά τη διάρκεια του Πρώτου Κρητικού Πολέμου (205 π.Χ. έως 200 π.Χ.), τάχθηκε με στο πλευρό του βασιλιά της Μακεδονίας, Φιλίππου Ε', ενάντια στη Ρόδο και την Κνωσσό.

Μετά την κατάληψη του νησιού από τους Ρωμαίους, πολιορκήθηκε και δεν έπεσε στα χέρια του Κόιντου Καϊκήλιου Μέτελλου παρά μέσω προδοσίας. Η πόλη εξακολούθησε να αναπτύσσεται, ενώ ανοικοδομήθηκαν λουτρά, βίλλες και δημόσια κτίρια. Την ευμάρεια της πόλης απείλησε ένας σεισμός το 365. Τελικά, οι επιδρομές των Αράβων τον 8ο αιώνα και ένας νέος σεισμός το 796 οδήγησαν την πόλη σε παρακμή.

Από την Ελεύθερνα-Απολλωνία καταγόταν ο Διογένης ο Απολλωνιάτης, ο επικαλούμενος Φυσικός. Φιλόσοφος του έζησε τον 5ο αιώνα π.Χ, μαθητής του Αναξίμανη. Από την Ελεύθερνα ήταν και ο Αμήτωρ, ο πρώτος κιθαριστής ερωτικών ωδών, που οι ομότεχνοί του ονομάζονταν αμητορίδαι, ο πανάρχαιος ποιητής Λίννος και ο γλύπτης Τιμοχάρης.



Σχήμα 3.7 Κάτοψη του αρχαιολογικού χώρου της Αρχαίας Ελεύθερας.



Σχήμα 3.8 Εκκλησία πλησίον του αρχαιολογικού χώρου.

Η αρχαία ελεύθερνα είναι κτισμένη σε δύο λόφους αυτόν του Πρινέ και της Ελεύθερνας ανάμεσα τους, όπως και με τα γύρω υψώματα τρέχουν οι χείμαροι του Φαραγγείτη (Α) και της Χαλοπότας (Δ). η οχυρή θέση του λόφου του Πρινέ, όπου και η ακρόπολη της, η ύπαρξη νερού, τα λατομεία του ασβεστολίθου, ίσως και η ύπαρξη ορυχείων σιδήρου στην ευρύτερη επικράτεια της, η εφορεία των αγρών στην βόρεια επικράτεια της με ελαιώνας αμπελώνες κλπ., τα πρωτογενή και δευτερογενή προϊόντα των κοπαδιών της στα νότια ορεινά, τα αρωματικά και θεραπευτικά βότανα της Ιδης, για να αρωματίσει τους θεούς και τους ανθρώπους και για να γιατρέψει τον ανθρώπινο πόνο, το μέλι και η ξυλεία της, τα δυο λιμάνια της στη περιοχή του Εσταυρωμένου και στον Πάνορμο στη βόρεια άκρη, αποτελούν τις κυριότερες πηγές πλούτου της στην αρχαιότητα, που μαζί με τη θέση της στην καρδιά της Κρήτης, στη μέση περίπου απόσταση από τη Κνωσό και την Κυδωνία, την καθιέρωσαν ως μια από τις πρωτεύουσες πόλεις του νησιού στην αρχαιότητα, όπως έχουν φανερώσει τα έως σήμερα ανασκαφικά δεδομένα.

Στη δυτική κλιτή του λόφου του πρινέ και στη θέση ορθή πέτρα εντοπίστηκε η νεκρόπολη της πρώιμης εποχής του σιδήρου, ήρθε στο φως και μια σειρά εργαλείων και τεχνεργών που διηγούνται την ανθρώπινη παρουσία και δραστηριότητα στη περιοχή. Πρόκειται για λίθινους μονόστομους πέλεκυς της ύστερης νεολιθικής και πρώιμης εποχής του χαλκού

επίσης εντοπίστηκαν τμήματα δύο μικρών μαρμάρινων πρωτοκυκλαδικών ειδωλίων τα οποία φανερώνουν τις πρώιμες σχέσεις των Κυκλάδων με την Κρήτη.

Στην κορυφή του λόφου πριν έρθει στο φως μια αρκετά μεγάλη εγκατάσταση των γεωμετρικών και αρχαϊκών χρόνων. Αρχιτεκτονικά λείψανα οικείων, όστρακα, ειδώλια και λύχνι αλλά και μια εντυπωσιακή κατασκευή ενός λατρευτικού κτίσματος του 7 αι.π.χ η ύπαρξη ενός δεύτερου λατρευτικού χώρου και η ανεύρεση επιγραφών και γεωμετρική τοίχοι μιλούν για μια πλήρη εγκατάσταση ενός θρησκευτικού και διοικητικού κέντρου της πρώιμης εποχής του σιδήρου.

Αντίθετα με άλλα οικιστικά κέντρα της εποχής του χαλκού, η Ελεύθερνα ευτύχησε να έχει στην άμεση γειτονιά της, πρωτογενές υλικό οικοδόμησης για μόνιμη, σταθερή και μνημειακή χρήση χρισμένη και η ίδια πάνω σε λόφους απο μαργαϊκό ασβεστολιθικό πέτρωμα, είχε τη δυνατότητα να διαμορφώσει πάνω σε αυτό το υλικό προσβάσεις, άνδηρα και κλίμακες ή να εκτελέσει με αυτό το υλικό δημόσια έργα ή έργα κοινής ωφέλειας, να δημιουργήσει αγάλματα.

Η δυτική πλαγιά του λόφου του Πρινέ και η απέναντι της ανατολικής του λόφου της Ελεύθερνας παρέχουν αρκετά στοιχεία για τον τρόπο ύδρευσης και αποχέτευσης της πόλης. Το ρέμα της Χαλοπότας, θα παρείχε τη δυνατότητα ύδρευσης τόσο της πρώιμης εποχής του σιδήρου όσο και της πόλης από την αρχαϊκή της φάση τουλάχιστον έως και το χρονικό εκείνο σημείο, που οι αποχετεύσεις της αυξανόμενης σε πληθυσμό πόλης δεν θα δημιουργούσαν πρόβλημα υγιεινής του πόσιμου ύδατος. Οστόσο εκτός από το νερό του ρέματος υπάρχουν και πηγές νερού στην ευρύτερη περιοχή του λόφου του Πρινέ που γέμιζαν τις δεξαμενές των οικείων.

Ένα ερώτημα απασχολεί τους αρχαιολόγους σχετικά με την Ελεύθερνα των ιστορικών χρόνων: είχε μια ή περισσότερες ακροπόλεις; το ερώτημα προκύπτει από το γεγονός ότι κατάλοιπα εγκατάστασης δεν παρατηρούνται μόνο στον λόφο Πυργί, αλλά και στο γειτονικό του προς το δυτικό λόφο, με την σύγχρονη ονομασία Νησί. Οι δυο λόφοι έχουν το ίδιο περίπου ύψος και εξίσου απόκρημνες πλαγιές. Το Νησί οστόσο, είναι λιγότερο οχυρωμένο από τη φύση, διαθέτοντας μια πολύ πιο άνετη από ότι το Πυργί πρόσβαση από τη νότια του πλευρά. Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι στο λόφο Νησί υπήρξε από τα γεωμετρικά/αρχαϊκά χρόνια και μέχρι την κατάκτηση της πόλης από τους Ρωμαίους ένα σημαντικό μέγεθος οικισμός, ο οποίος κάποια στιγμή μάλιστα προστατεύτηκε από ένα αρκετά ισχυρό τείχος, που μάλλον δεν περιέβαλλε όλο το ύψωμα, αλλά περιοριζόταν στην κάλυψη των σημείων στα οποία κατέληγαν οι δρόμοι και τα μονοπάτια που οδηγούσαν προς αυτό. Με την έννοια μια πόλης <<επι την άκρην>> μπορούμε επομένως να χαρακτηρίσουμε και το Νησί ως ακρόπολη, ως δεύτερη ακρόπολη της ίδιας της πόλης. Το ότι ο οικισμός αυτός όμως δεν λειτουργούσε τελείως ανεξάρτητα από τα άλλα τμήματα της πόλης παρόλα που είχε το δικό του νεκροταφείο, που καλύπτει την πλάγια του επομένου προς τα δυτικά λόφου μας δείχνει η απουσία διοικητικών ή λατρευτικών κτιρίων εντός των ορίων του.

Κατάλοιπα μιας δεύτερης οικιστικής μονάδας γεωμετρικής/αρχαϊκής περιόδου έχουν εντοπιστεί στο λόφο Πυργί. Η έκταση που καταλαμβάνουν είναι τέτοια που μας επιτρέπει να υποθέσουμε ότι ο οικισμός ήταν μάλλον μεγαλύτερος παρά μικρότερος από αυτόν στο Νησί. Τα ισχνά και αποσπασματικά στη πλειονότητα τους αρχιτεκτονικά λείψανα ανήκουν πιθανότατα σε τοίχος σπιτιών. Μοναδική σχεδόν εξαίρεση αποτελούν τα θεμέλια ενός μεγάλου οικοδομήματος που εντοπίστηκαν στο κεντρικό πάτωμα. Το ότι πρόκειται για ένα λατρευτικό κτίριο δεν συνάγεται μόνο από τις διαστάσεις τον προσανατολισμό και τη

χαρακτηριστική διαμόρφωση της κάτοψης του, αλλά πρωτίστως από την ύπαρξη ενός βόθρου πρόσφορων στο κέντρο του πίσω χώρου. Εκτός από το ναό στο μεγάλο πλάτωμα υπήρχαν και άλλα σημαντικά και δημοσίου πιθανώς χαρακτήρα κτίρια της γεωμετρικής/αρχαϊκής περιόδου όπως δείχνει το τμήμα ενός ισχυρού τοίχου της εποχής που εντοπίστηκε λίγα μέτρα ανατολικότερα. Η εικόνα που αποκομίζουμε για τη γεωμετρική/αρχαϊκή πόλη της Ελεύθερας από τα κατάλοιπα του οικισμού στο Πυργί συμπληρώνεται από τα πλούσια ευρήματα και τις μνημειακές ταφικές κατασκευές στο νεκροταφείο της ορθής πέτρας.



Σχήμα 3.9 Νεκρόπολη

Το 2010 οι αρχαιολόγοι βρέθηκαν μπροστά σε μια από τις σημαντικότερες ανακαλύψεις των αρχαίων χρόνων, καθώς βρήκαν ασύλητο τάφο του 700 π.Χ.. Ο τάφος ήταν ένα τεράστιο ξαπλωμένο πιθάρι, του οποίου η είσοδος φραζόταν από έναν ογκόλιθο 800 κιλών. Μέσα στο πιθάρι βρέθηκαν τα οστά ενός νεαρού ζευγαριού, πιθανόν αδερφιών. Το ζευγάρι ήταν καλυμμένο με χρυσό κάλυμμα, που είχε κεντηθεί με 3000 φύλλα χρυσού διαφόρων σχημάτων.



Σχήμα 3.10 Το αμφίσημο κόσμημα της Ελεύθερνας που αναπαριστάει ένα κρίνο ή μια θεά – μέλισσα.

Άλλο ένα εξέχον εύρημα του τάφου ήταν το χρυσό κόσμημα που φορούσε η κοπέλα, το οποίο απεικονίζει μια μέλισσα. Το κόσμημα αποτελεί την πρώτη αναπαράσταση της μέλισσας ως θεάς στην Κρήτη. Ωστόσο, το εκπληκτικό είναι ότι αν γυρίσει κάποιος το νόμισμα αντίστροφα, τότε η μέλισσα εξαφανίζεται και παίρνει τη θέση της ένας πανέμορφος κρίνος. Το αμφίσημο αυτό κόσμημα έχει προκαλέσει το παγκόσμιο ενδιαφέρον των αρχαιολόγων.

Τέλος, μέσα σε ένα άλλο πιθάρι οι αρχαιολόγοι έκαναν μια απρόσμενη ανακάλυψη. Ανάμεσα στα οστά βρήκαν ένα ολόχρυσο μάτι σε φυσικό μέγεθος που ονόμασαν το μάτι του Τουταγχαμών, πανομοιότυπο με αυτό που βρέθηκε στη νεκρική μάσκα του βασιλιά της Αιγύπτου.



Σχήμα 3.11 Το μάτι του Τουταγχαμών.

Τα ευρήματα της κλασικής εποχής είναι ελάχιστα. Αυτό ίσως σημαίνει ότι η ακρόπολη σταμάτησε πλέον για ένα διάστημα να κατοικείται, παραμένοντας όμως παράλληλα ένα πρωτεύον λατρευτικό κέντρο της πόλης.

Κατά την ελληνοιστική περίοδο ένα σημαντικό μέρος των κατοίκων της πόλης επιστέφει στην ακρόπολη, όπου κατασκευάζονται μεγαλύτερου και μικρότερου μεγέθους σπίτια, που καταλαμβάνουν όλη σχεδόν την έκταση της κορυφής του λόφου κάποια με υδατοδεξαμενές. Η συνοικία του Πυργί συνεχίστηκε να κατοικείται και κατά τη ρωμαϊκή περίοδο σε πολύ πιο περιορισμένη έκταση από ότι κατά την ελληνοιστική, κατά τους αυτοκρατορικούς τουλάχιστον αιώνες, ο οικισμός στη κορυφή του λόφου έχει παρακμάσει.

Σημαντική οικοδομική δραστηριότητα παρατηρείται στο λόφο κατά τους πρωτοβυζαντινούς χρόνους με επίκεντρο ένα μεγάλο κτιριακό συγκρότημα μικρού χώρου του κτιρίου αναπτύσσονται βόρεια νότια και δυτικά της ευρύχωρης τετρακογχής κεντρικής αίθουσας. Θραύσματα θωρακίων κιονίσκοι στήριξης του βωμού, χάλκινα εκκλησιαστικά σκεύη καθιστούν βέβαιο ότι κατά τον 6 αι μ.Χ το κτίριο ήταν ένας Χριστιανικός ναός άγνωστο όμως σε ποιόν ήταν αφιερωμένος.

Η πόλη μετακινείται προς πιο ασφαλής χώρους και για την ανάγκη για ασφάλεια εξηγείται ισχυρού οχυρωματικού περίβολου τμήμα του οποίου αποτελεί και ο πύργος της εισόδου από τον οποίο ο λόφος πήρε το σύγχρονο όνομα του.

Ήδη από τον 7 αι μ.Χ ο οικισμός παρακμάζει, αυτήν την περίοδο της παρακμής α, άγνωστο μετά από πόσα ακριβώς χρόνια, μια νέα φάση εγκατάστασης του μεγαλύτερου τμήματος ή και του συνόλου των κατοίκων της Ελευθέρνας στη κορυφή του λόφου. Γύρω από μια μονόχωρη μικρή βασιλική δημιουργείται ένας οικισμός με απλά μονώροφα πετρόχιστα σπίτια.

Οι πληροφορίες που αντλούμε από το μοναδικό συστηματικά ανασκαμμένο σπίτι του οικισμού είναι ότι παρόλο που κατά τον 11 έως 13 αι. μΧ οι κάτοικοι του ασχολούνται πρωτίστως με τη γεωργία και την κτηνοτροφία, δεν έχουν απομονωθεί τελείως από τον υπόλοιπο κόσμο αφού μεταξύ των προϊόντων κεραμικής που χρησιμοποιούσαν βρίσκονταν και αγγεία προερχόμενα από την Κων/πολη ή την Ιταλία. φυσικά υπήρχε και τοπική παραγωγή κεραμικής.

Το μικρό βυζαντινό χωριό ότι είχε απομείνει από τη σημαντική αρχαία πόλη της Ελεύθερνας εγκαταλείπεται μάλλον ως συνέπεια της γνωστής από πηγές της εποχής απαγόρευσης που επέβαλε η ενετική διοίκηση για κατοικήσει αυτού του χώρου. Τα τελευταία οικοδομικά κατάλοιπα στο λόφο είναι το κατεστραμμένο, παρ'ολ'αυτά ακόμα εν λειτουργία εκκλησάκι της Αγίας Άννας στη κορυφή του και το ερείπιο του σπιτιού του τούρκου ιδιοκτήτη των γαιών στο Πυργί.

Ο λόφος Πυργί λειτούργησε στο πέρασμα των χρόνων με όλες τις έννοιες που μπορούμε να δώσουμε στον όρο «ακρόπολη». Άλλοτε υπήρξε εκεί το κέντρο της πόλης και αυτό τον διαφοροποιεί από την εγκατάσταση στο Νησί, άλλοτε μόνο μια από τις συνοικίες της, άλλοτε πάλι αποκλειστικά ένα σημαντικός λατρευτικός της χώρος.

3.3 ΤΑ ΜΝΗΜΕΙΑ ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ

3.3.1 ΜΙΚΡΟ ΒΑΛΑΝΕΙΟ

Το μικρό ρωμαϊκό λουτρό βρίσκεται στο βόρειο τμήμα του αρχαιολογικού χώρου του τομέα Ι της Αρχαίας Ελεύθερνας (θέση Κατσίβελος). Περιλαμβάνει τουλάχιστον τρεις οικοδομικές φάσεις από το 2ο έως τον 6ο/7ο αι. μ.Χ. Η κατασκευή του πρέπει να άρχισε μετά τα μέσα του 2ου αιώνα μ.Χ., μετά δηλαδή την καταστροφή και εγκατάλειψη του παρακείμενου δημοσίου οικοδομήματος των ελληνιστικών-ρωμαϊκών χρόνων. Στη δυτική πλευρά του αποκαλύφθηκαν 2 όμοιες αίθουσες που λειτουργούσαν ως υπόκαυστα. Τα δάπεδά τους δε σώζονται. Επικοινωνούν μεταξύ τους με αεραγωγό. Και οι δύο ανήκουν στην πρώτη φάση του κτίσματος. Εγκαταλείφθηκαν στα τέλη του 4ου αιώνα μ.Χ. και χρησιμοποιήθηκαν ως χώροι απόθεσης απορριμμάτων κατά την πρωτοβυζαντινή περίοδο, κυρίως κατά τον 6^ο και 7ο αι. μ.Χ. Σε επαφή με τη δυτική αμειδίωτη πλευρά των δύο υπόκαυστων αιθουσών βρίσκονται τρία άγνωστης χρήσης δωμάτια που κατασκευαστικά ανήκουν σε φάση νεότερη. Σε επαφή με τη βόρεια πλευρά του βαλανείου αποκαλύφθηκε συγκρότημα έξι χώρων. Τρεις από τους χώρους ανήκουν σε κατοικία, ενώ οι άλλοι τρεις αποτελούν προεκτάσεις του βαλανείου. Η δεύτερη χρήση του βαλανείου διακόπτεται στα χρόνια του Κώνσταντος Β'.

3.3.2 ΕΛΛΗΝΙΣΤΙΚΗ ΓΕΦΥΡΑ

Η γέφυρα βρίσκεται στην περιοχή της Λαγκάς, η οποία συνορεύει προς τα ΒΔ με την κοινότητα της Αλφάς. Τη βρίσκουμε λίγο μετά τη συμβολή των 3 χειμάρρων (Φαραγγίτης, ρέμα της Χαλοπότας, Νησί), στο νοτιότερο τμήμα του μεγαλύτερου απ' αυτούς, που ρέει ανάμεσα στη Λαγκά και την Αλφά. Έχει τμηματικά λαξευτεί στο φυσικό βράχο, ενώ το υπόλοιπο τμήμα της είναι χτισμένο με εκφορικό τρόπο. Είναι εντυπωσιακά καλά διατηρημένη γέφυρα με οξυκόρυφη καμάρα. Χρονολογείται στο 2ο αι. π.Χ.

3.3.3 ΟΙΚΙΑ 2

Η οικία 2 βρίσκεται στο μεγάλο άνδρη που καλύπτει την έκταση ανάμεσα στο δημόσιο λουτρό και την παλαιοχριστιανική βασιλική στον αρχαιολογικό χώρο του ανατολικού τομέα Ι της Αρχαίας Ελεύθερνας (θέση Κατσίβελος). Αποτελείται από δύο πτέρυγες με δωμάτια, εκατέρωθεν ενός μεγάλου ορθογώνιου αιθρίου. Η νότια πτέρυγα έχει δύο μεγάλα δωμάτια και βορειότερά τους ένα χώρο που χωρίζεται με τοίχο σε δύο στενούς διαδρόμους. Το οικοδόμημα έχει δύο οικοδομικές φάσεις. Η πρώτη φάση μάλλον διακόπτεται λίγο πριν από το τελευταίο τέταρτο του 3ου αιώνα μ.Χ., οπότε το κτίριο αλλάζει μορφή και ίσως χρήση,

για να εγκαταλειφθεί οριστικά στα τέλη του 4ου αι. μ.Χ. Αποκαλύφθηκε αγωγός απορροής με κλίση από δυτικά προς τα ανατολικά. Το δάπεδο και οι παρειές του αγωγού είναι επιχρισμένες με παχύ ερυθρωπό κονίαμα. Πάνω στην επίχωση του αιθρίου, μετά την εγκατάλειψη της οικίας, κατασκευάστηκε κιβωτιόσχημος τάφος πρωτοβυζαντινής περιόδου. Η βόρεια πλευρά της οικίας περιλαμβάνει 6 δωμάτια, κάποια από τα οποία διατηρούνται σε άριστη κατάσταση. Στο ανώφλι της θύρας ενός από αυτά, είναι χαραγμένη η επιγραφή «Νείκην τωι Κυρείωι!». Στο ίδιο δωμάτιο βρέθηκαν μέσα σε στρώμα καταστροφής περίτεχνα οστέινα μικροαντικείμενα, σαράντα δύο χάλκινα νομίσματα κ.α. Σε άλλο δωμάτιο βρέθηκαν θραύσματα ψηφιδωτού δαπέδου με γεωμετρικά διακοσμητικά θέματα. Το κτίριο είχε και όροφο, όπου βρισκόταν ο γυναικωνίτης. Η φάση καταστροφής της οικίας θα μπορούσε ίσως να αποδοθεί στην περίοδο διωγμού των Χριστιανών επί Τραϊανού Δέκιου (249-251 μ.Χ).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΕΔΙΟΥ

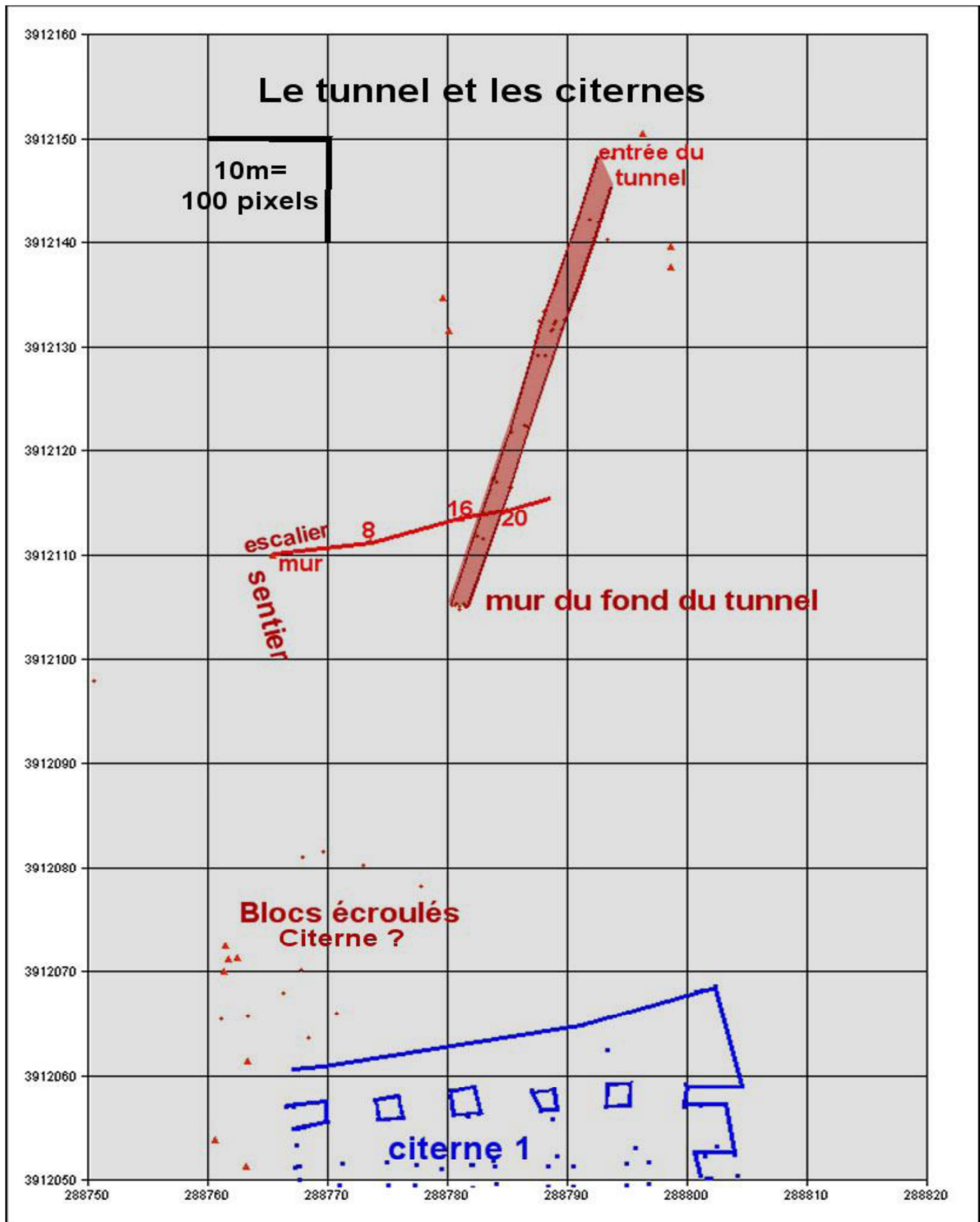
Στο παρόν κεφάλαιο, παρουσιάζεται μία πραγματική εφαρμογή ηλεκτρικής διασκόπησης με τη χρήση ηλεκτροδίων στην επιφάνεια και μέσα σε σήραγγα. Η μέτρηση έλαβε χώρα σε μία αρχαία σήραγγα στον αρχαιολογικό χώρο της Ελεύθερας, κοντά στην πόλη του Ρεθύμνου (Κρήτη), απ' όπου και προέκυψαν τα πραγματικά δεδομένα, για την επεξεργασία των οποίων χρησιμοποιήθηκαν αποτελέσματα προσομοιώσεων σε συνθετικά και πειραματικά δεδομένα. Περιγράφεται η εγκατάσταση των ηλεκτροδίων στην επιφάνεια του εδάφους και στην οροφή της σήραγγας και αναλύονται τα αποτελέσματα μετά την αντιστροφή των δεδομένων τόσο από τον βασικό κώδικα (2DInvCode) όσο και από κώδικες αντιστροφής δύο (Res2Dinversion) και τριών διαστάσεων (DC-3DPro).

Τα πρωτογενή δεδομένα διορθώθηκαν στην προσπάθεια να αφαιρεθεί η επίδραση της διαμέτρου της σήραγγας και χρησιμοποιήθηκαν βέλτιστες μετρήσεις με σκοπό να μελετηθεί η συμπεριφορά τους. Συνολικά τα αποτελέσματα σε μεγάλο βαθμό επιβεβαιώνουν τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τη θεωρητική και πειραματική μελέτη αυτού του τύπου μετρήσεων, όπως περιγράφηκε στα προηγούμενα κεφάλαια.

4.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΗΡΑΓΓΑΣ

Πριν την εφαρμογή των ηλεκτρικών μετρήσεων υπολογίστηκε τόσο η θέση της σήραγγας σε σχέση με την επιφάνεια του εδάφους, όσο και οι διαστάσεις της. Σε ότι αφορά την τοποθέτηση των ηλεκτροδίων καταβλήθηκε ιδιαίτερη προσπάθεια να βρεθεί η ακριβής θέση τόσο των επιφανειακών όσο και των ηλεκτροδίων μέσα στη σήραγγα για να αποφευχθεί η επίδραση της οριζόντιας αναντιστοιχίας των δύο διατάξεων. Αυτό ήταν εφικτό με τη χρήση ακριβούς τοπογραφικής αποτύπωσης, η οποία και προηγήθηκε των ηλεκτρικών μετρήσεων.

Η σήραγγα, στην οποία πραγματοποιήθηκε η μέτρηση, έχει μήκος περίπου 42 μέτρα με διεύθυνση ΒΑ-ΝΔ. Η οροφή της σήραγγας βρίσκεται σε βάθος 8 μέτρων από την επιφάνεια του εδάφους, έχει ύψος 2-2.5 μέτρα και πλάτος 1.5 μέτρο (Σχήμα 4.1).



Σχήμα 4.1 Σκαρίφημα όπου με κόκκινο χρώμα απεικονίζεται η θέση της σήραγγας και με μπλε χρώμα οι δεξαμενές.

Στο σχήμα 4.2 φαίνεται η είσοδος της σήραγγας (πάνω αριστερά) και το σημείο που τερματίζει η σήραγγα (πάνω δεξιά).



Σχήμα 4.2 Είσοδος της σήραγγας (πάνω αριστερά), το τέλος της (πάνω δεξιά), εσωτερική εικόνα με κατεύθυνση προς την είσοδο (κάτω αριστερά), εσωτερική εικόνα με κατεύθυνση προς το τέλος της σήραγγας (κάτω δεξιά).

4.2 ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ ΗΛΕΚΤΡΟΔΙΩΝ

Η ακριβής τοποθέτηση των ηλεκτροδίων απαιτεί εκτεταμένη τοπογραφική προεργασία, η αξιοπιστία της οποίας καθορίζει σε μεγάλο βαθμό και την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων της ηλεκτρικής τομογραφίας. Για αυτό και η τοποθέτηση των ηλεκτροδίων, τόσο των επιφανειακών όσο και των ηλεκτροδίων μέσα στη σήραγγα έγινε με τη χρήση ειδικού τοπογραφικού εξοπλισμού (Σχήμα 4.3).



Σχήμα 4.3 Τοπογραφικός εξοπλισμός για τον ακριβή εντοπισμό της θέσης των ηλεκτροδίων.

Αρχικά σχεδιάστηκε η όδευση μέσα στη σήραγγα και συγκεκριμένα επιλέχτηκε τα ηλεκτρόδια να τοποθετηθούν στην οροφή της σήραγγας για λόγους εγγύτητας με τους υπερκείμενους γεωλογικούς σχηματισμούς. Οι ακριβείς θέσεις των ηλεκτροδίων ορίστηκαν με τη βοήθεια ενός σημείου αναφοράς, το οποίο και υλοποιήθηκε λίγο έξω από την είσοδο της σήραγγας έτσι ώστε να είναι σε άμεση οπτική επαφή με τη θέση του πρώτου ηλεκτροδίου εντός της σήραγγας. Στη συνέχεια βήμα-βήμα καθορίστηκε η θέση και των υπολοίπων ηλεκτροδίων στο εσωτερικό της σήραγγας (Σχήμα 4.4 κάτω).

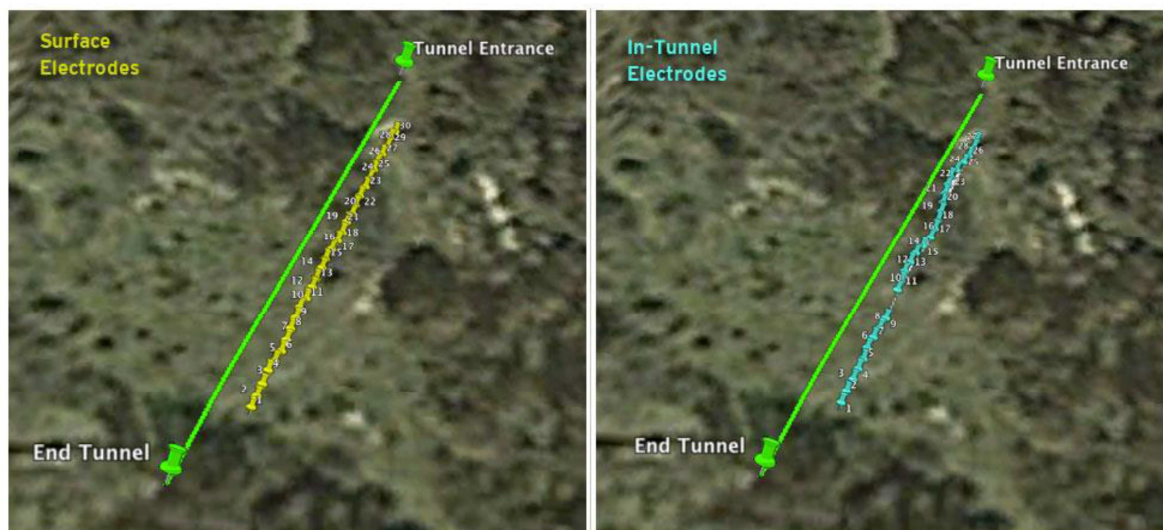
Η θέση των ηλεκτροδίων στην επιφάνεια προέκυψε από την κατακόρυφη προβολή της θέσης των ηλεκτροδίων μέσα στη σήραγγα, υπολογίστηκαν δηλαδή τα προβολικά σημεία των ηλεκτροδίων στην επιφάνεια του εδάφους τα οποία στη συνέχεια υλοποιήθηκαν και αποτέλεσαν τις θέσεις των επιφανειακών ηλεκτροδίων (Σχήμα 4.4, πάνω). Στο σχήμα 4.5 απεικονίζονται οι θέσεις των επιφανειακών (κίτρινο χρώμα) και των ηλεκτροδίων μέσα στη σήραγγα (καφέ χρώμα). Από το σχήμα φαίνεται ότι οι θέσεις των ηλεκτροδίων έχουν καθορισθεί με πολλή καλή ακρίβεια.

Επιπλέον, στο σχήμα 4.6, απεικονίζεται η υψομετρική θέση των δύο σειρών ηλεκτροδίων (επιφάνειας και σήραγγα). Παράλληλα αποτυπώνεται και το πάχος της επιφανειακής επίχωσης (πράσινο χρώμα) το οποίο υπολογίστηκε με τη χρήση μυτερής ράβδου η οποία βυθιζόταν δίπλα σε κάθε ηλεκτρόδιο μέχρι να σταματήσει όταν συναντήσει το αδιαπέρατο υλικό.

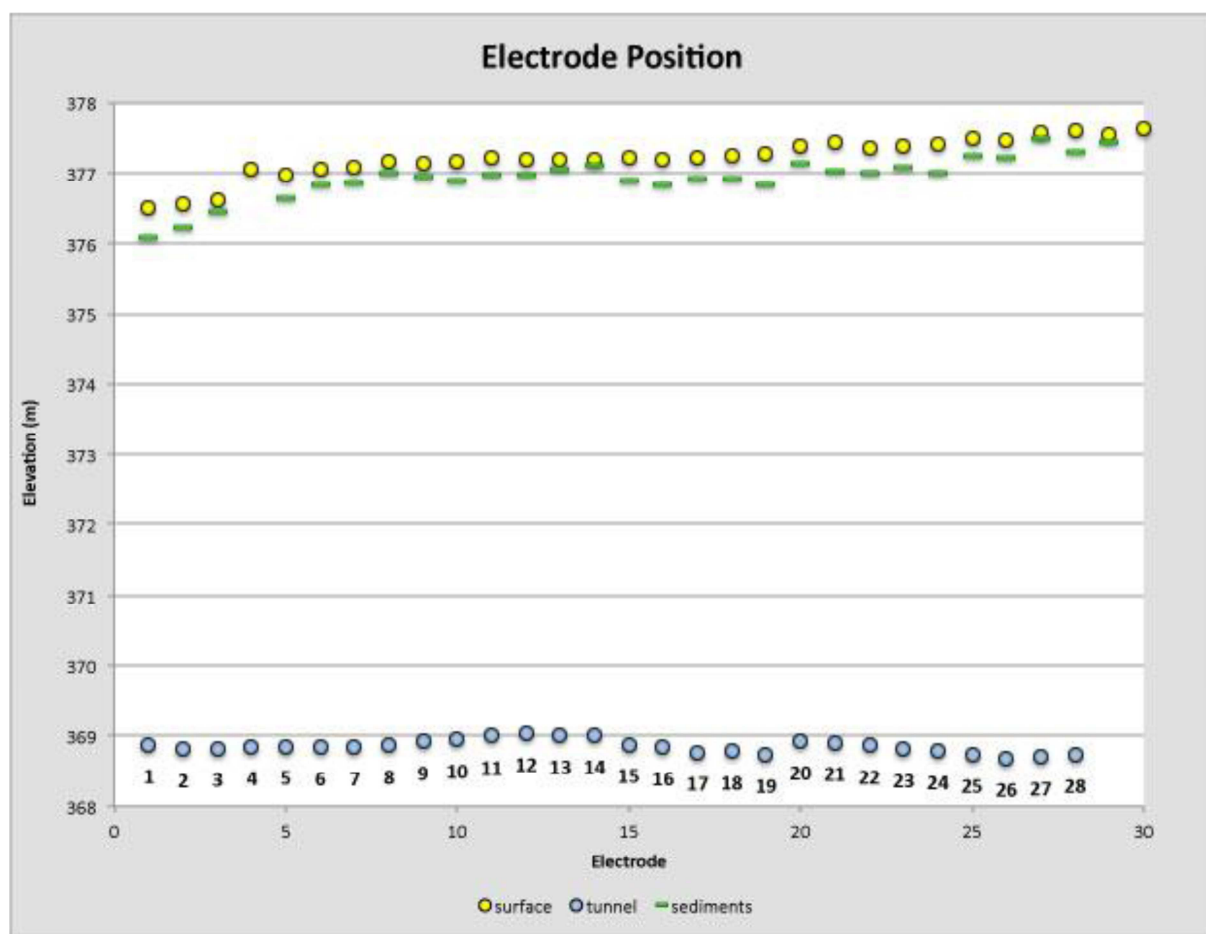


Σχήμα 4.4 Φωτογραφίες όπου απεικονίζεται το καλώδιο που χρησιμοποιήθηκε για τα επιφανειακά ηλεκτρόδια με κατεύθυνση προς την είσοδο (αριστερά), προς το τέλος (δεξιά) αλλά και στο εσωτερικό της σήραγγας (κάτω).

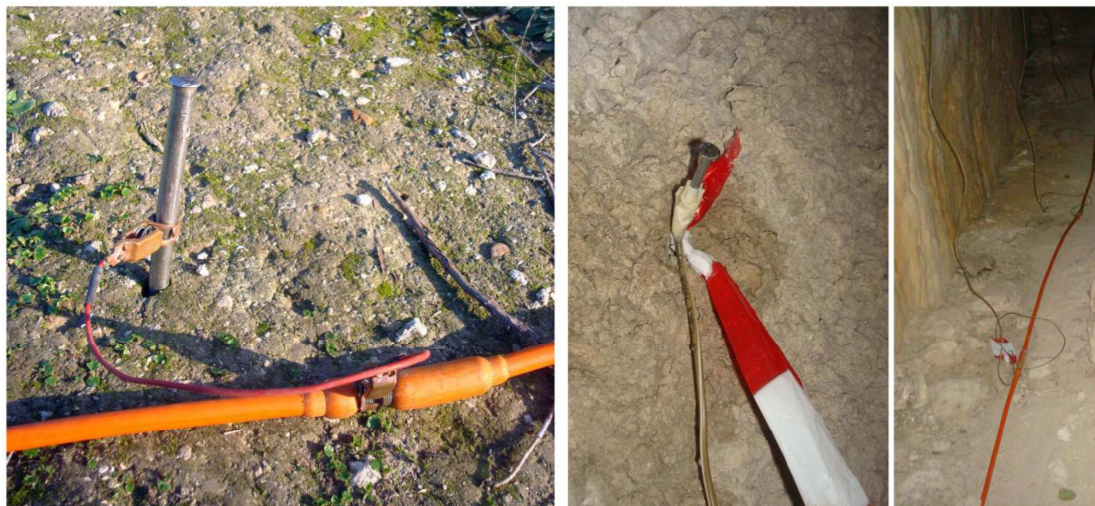
Το πολύκλωνο καλώδιο (χρωματισμένο με πορτοκαλί χρώμα) συνδέθηκε με συνδέσμους (‘κροκοδειλάκια’) με τα επιφανειακά ηλεκτρόδια (ανοξείδωτοι ράβδοι μήκους 30 εκατοστών) και με τη χρήση καλωδίων επέκτασης μήκους 3 μέτρων στα ηλεκτρόδια της σήραγγας (ατσάλινα καρφιά μήκους 10 εκατοστών) (Σχήμα 4.7). Για να μειωθεί η αντίσταση επαφής, τα ηλεκτρόδια της σήραγγας βράχηκαν με νερό στην επαφή τους με τον τοίχο.



Σχήμα 4.5 Ακριβής θέση ηλεκτροδίων επιφανειακών (κίτρινο χρώμα) και μέσα στη σήραγγα (γαλάζιο χρώμα) βάσει τοπογραφικών συντεταγμένων (Google Earth).



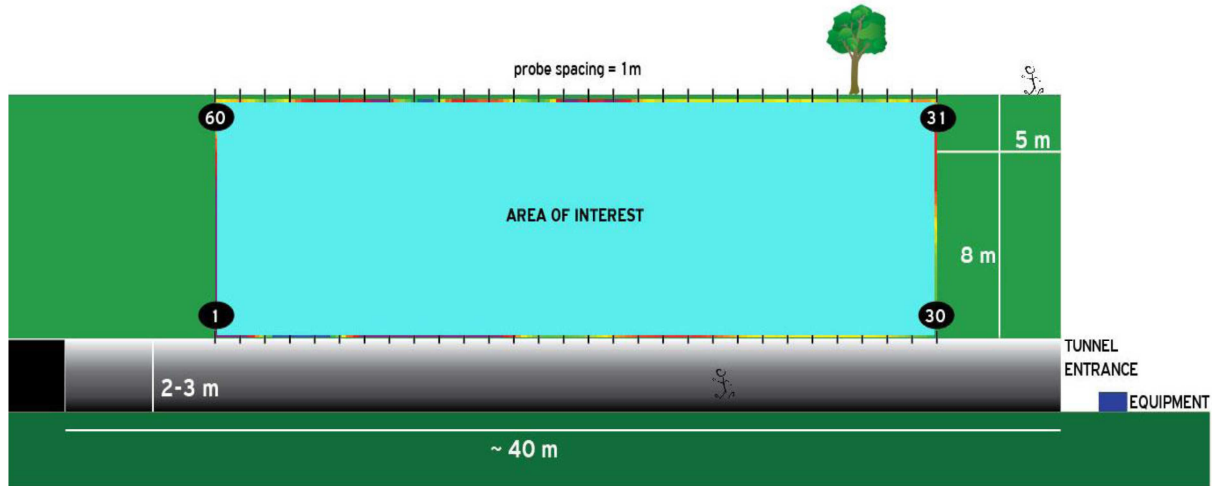
Σχήμα 4.6 Υψομετρική διαφορά των επιφανειακών (κίτρινο χρώμα) και μέσα σε σήραγγα (γαλάζιο χρώμα) ηλεκτροδίων. Με πράσινο χρώμα απεικονίζεται η υψομετρική θέση όπου συναντώνται τα συμπαγή πετρώματα.



Σχήμα 4.7 Συνδεσμολογία των ηλεκτροδίων στην επιφάνεια και μέσα σε σήραγγα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 - ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ

Στο σχήμα 5.1 παρουσιάζεται απλουστευμένο σχεδιάγραμμα με τη θέση των ηλεκτροδίων. Χρησιμοποιήθηκαν συνολικά 60 ηλεκτρόδια (30 στην επιφάνεια και 30 στη σήραγγα) με εσωτερική απόσταση $a=1$ μέτρο. Η μέση απόσταση μεταξύ των δύο σειρών ηλεκτροδίων είναι $D=8$ μέτρα και το πρώτο ηλεκτρόδιο απέχει 5 μέτρα από την είσοδο της σήραγγας. Σκόπιμα το πρώτο ηλεκτρόδιο τοποθετήθηκε σχετικά μακριά από την είσοδο της σήραγγας ώστε να ελαχιστοποιηθεί η επίδραση των ορίων της σήραγγας. Οι δυο σειρές ηλεκτροδίων συνδέθηκαν μέσω πολύκλωνου καλωδίου με το όργανο μέτρησης που τοποθετήθηκε στην είσοδο της σήραγγας.



Σχήμα 5.1 Σχηματική απεικόνιση της σήραγγας και της θέσης των ηλεκτροδίων για τη μελέτη της περιοχής.

Για τη δειγματοληψία χρησιμοποιήθηκαν τα τρία βασικά πρωτόκολλα: ‘bipole-bipole’, ‘pole-dipole’ και ‘pole-tripole’. Η αρίθμηση των ηλεκτροδίων ξεκινάει από το ‘1’ έως το ‘30’ για τα ηλεκτρόδια στο εσωτερικό της σήραγγας (το ‘1’ βρίσκεται στο τέλος της σήραγγας) και από το ‘31’ έως το ‘60’ για τα επιφανειακά (το ‘31’ βρίσκεται κοντά στην είσοδο της σήραγγας) όπως φαίνεται στο σχήμα 5.1.

5.1 ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΜΕ ΤΟΝ ΒΑΣΙΚΟ ΚΩΔΙΚΑ ‘2DINVCODE’

Στο σχήμα 5.2 απεικονίζονται τα αποτελέσματα των εικόνων αντιστροφής των δεδομένων. Στην πάνω σειρά παρουσιάζονται τα πρωτογενή δεδομένα, στη μεσαία σειρά τα δεδομένα κατόπιν διόρθωσης με τη μέθοδο ποιοτικής ανάλυσης και στην κάτω σειρά τα αποτελέσματα με τη χρήση των βελτιστοποιημένων πρωτοκόλλων (με τη μέθοδο του Ιακωβιανού πίνακα) που εφαρμόστηκε στα ήδη διορθωμένα αποτελέσματα.

Οι τιμές των αντιστάσεων στις εικόνες αντιστροφής κυμαίνονται από 15-630 $\text{ohm}\cdot\text{m}$. Η συνολική εικόνα που παρουσιάζεται από τα πρωτόκολλα έχει καλή συσχέτιση με την γεωλογία της περιοχής. Στα πρώτα 2 μέτρα συναντώνται οι νεότερες αποθέσεις που είναι ανθρωπογενείς. Επειδή πρόκειται για αρχαιολογικό χώρο τα ανώτερα στρώματα έχουν υποστεί αναμόχλευση με αποτέλεσμα να απεικονίζονται με υψηλές αντιστάσεις (650 $\text{ohm}\cdot\text{m}$). Μετά τα 2 μέτρα, οι αντιστάσεις αντιπροσωπεύουν μαργαϊκό υλικό το οποίο όσο

αυξάνεται το βάθος και πλησιάζοντας τη σήραγγα μετατρέπεται σε μαργαϊκό ασβεστόλιθο (μέσα σε αυτό το στρώμα κατασκευάστηκε η σήραγγα). Επομένως, η συνολική εικόνα παρουσιάζει ένα οριζόντιο στρώμα χαμηλής αντίστασης και πάχους 4 μέτρων. Κοντά στην είσοδο της σήραγγας το πάχος του στρώματος μειώνεται με πιθανή εξήγηση την εμφάνιση της εισόδου της σήραγγας. Επιπλέον, στην επιφάνεια και πλησίον της εισόδου της σήραγγας λόγω έντονης βλάστησης (παρουσία θάμνων και δέντρου) παρατηρείται μείωση των τιμών αντίστασης με επιπλέον αύξηση του πάχους της μάργας ακριβώς από κάτω. Μία πιθανή εξήγηση είναι η αύξηση της υγρασίας στην συγκεκριμένη περιοχή.

Μετά την απόρριψη των ‘προβληματικών’ μετρήσεων για το πρωτόκολλο ‘bb’ χρησιμοποιείται το 50% των αρχικών μετρήσεων, για το πρωτόκολλο ‘pd’ το 54 % και για το ‘pt’ το 52 %. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των διορθωμένων δεδομένων με αυτά των πρωτογενών δεδομένων μπορεί να λεχθεί ότι αναδεικνύεται η οριζόντια στρωμάτωση του μαργαϊκού σχηματισμού. Στις εικόνες αντιστροφής με τη βελτιστοποίηση των διορθωμένων μετρήσεων τα αποτελέσματα είναι παρόμοια, με χαρακτηριστική τη μείωση του αριθμού των δεδομένων. Συγκεκριμένα, για το πρωτόκολλο ‘bipole-bipole’ χρησιμοποιήθηκε το 21 % των συνολικών μετρήσεων του πρωτοκόλλου, για το πρωτόκολλο ‘pole-dipole’ χρησιμοποιήθηκε το 23 % των συνολικών μετρήσεων του πρωτοκόλλου και για το πρωτόκολλο ‘pole-tripole’ χρησιμοποιήθηκε το 20 % των συνολικών μετρήσεων του πρωτοκόλλου. Παρόλο που το ποσοστιαίο σφάλμα σε όλα τα πρωτόκολλα είναι πιο μεγάλο, τα αποτελέσματα κρίνονται συγκρίσιμα με αυτά των διορθωμένων μετρήσεων. Μάλιστα στο πρωτόκολλο ‘bb’ βελτιώνεται η εικόνα αντιστροφής κρίνοντας από την καλύτερη οριζόντια στρωμάτωση του σχηματισμού.

Στο Σχήμα 5.3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μετά από αντιστροφή με το πρόγραμμα DC-3DPro (Kim και Yi, 2010). Το σφάλμα υπολογίζεται στο 1.25 % για το πρωτόκολλο bb, 1.75 % για το πρωτόκολλο pd και 1.96 % για το πρωτόκολλο pt. Οι εικόνες αντιστροφής του προγράμματος DC-3DPro είναι παρόμοιες με τα αποτελέσματα του προγράμματος ‘2DInvCode’, με υψηλές τιμές αντιστάσεων στα επιφανειακά στρώματα και στα βαθύτερα στρώματα τιμές αντίστασης που σχετίζονται με σχηματισμούς μάργας-μαργαϊκού ασβεστόλιθου.

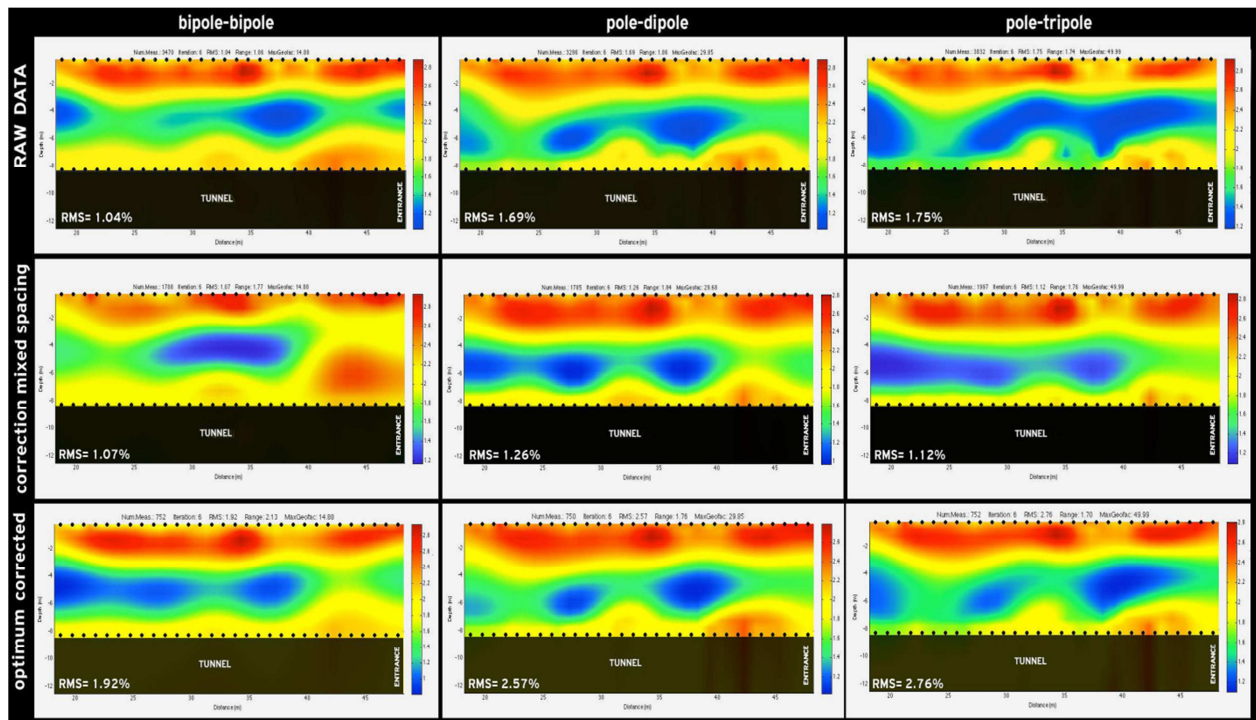
Στο σχήμα 5.4 παρουσιάζονται εικόνες αντιστροφής όπου συγκρίνονται τα αποτελέσματα μεταξύ ‘επιφανειακών’ και ‘επιφάνειας-σήραγγας’ μετρήσεων για το πρωτόκολλο bipole-bipole. Τα αποτελέσματα με τη χρήση μετρήσεων ‘επιφάνειας-σήραγγας’ υπερτερούν σε σχέση με τα αποτελέσματα με τη χρήση μόνο ‘επιφανειακών’ μετρήσεων. Αυτό φαίνεται από την πληροφορία που έχουμε σε μεγαλύτερο βάθος, αφού οι μετρήσεις με τη χρήση μόνο επιφανειακών ηλεκτροδίων παρέχουν πληροφορία μόνο στα στρώματα που βρίσκονται κοντά στα επιφανειακά ηλεκτρόδια.

Στο Πίνακα 5.1 παρουσιάζονται τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα των πρωτογενών δεδομένων, των δεδομένων μετά την διόρθωση και των βελτιστοποιημένων και διορθωμένων μετρήσεων.

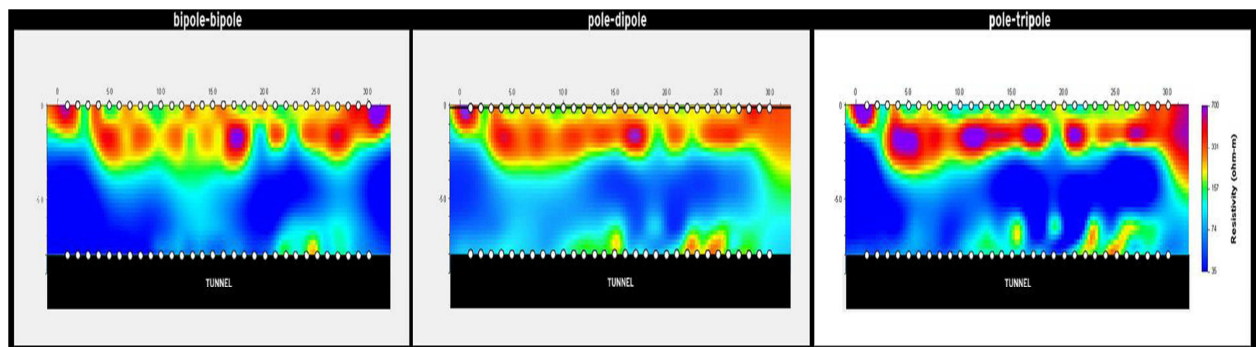
Real Data	Bipole - bipole			Pole - dipole			Pole - tripole		
	RAW	CORRECT ED	OPTIMUM CORRECTE D	RAW	CORRECTED	OPTIMUM CORRECTE D	RAW	CORRECTED	OPTIMUM CORRECTE D
RMS (%)	1.04	1.07	1.92	1.69	1.26	2.57	1.75	1.12	2.76
	4.04	0.5		3.65			3.31		
ITERATIO	6	6	6	6	6	6	6	6	6

NS	2			2			2		
MEASUREMENTS	3470 2572	1788	752	3286 2495	1785	750	3832 2476	1997	752

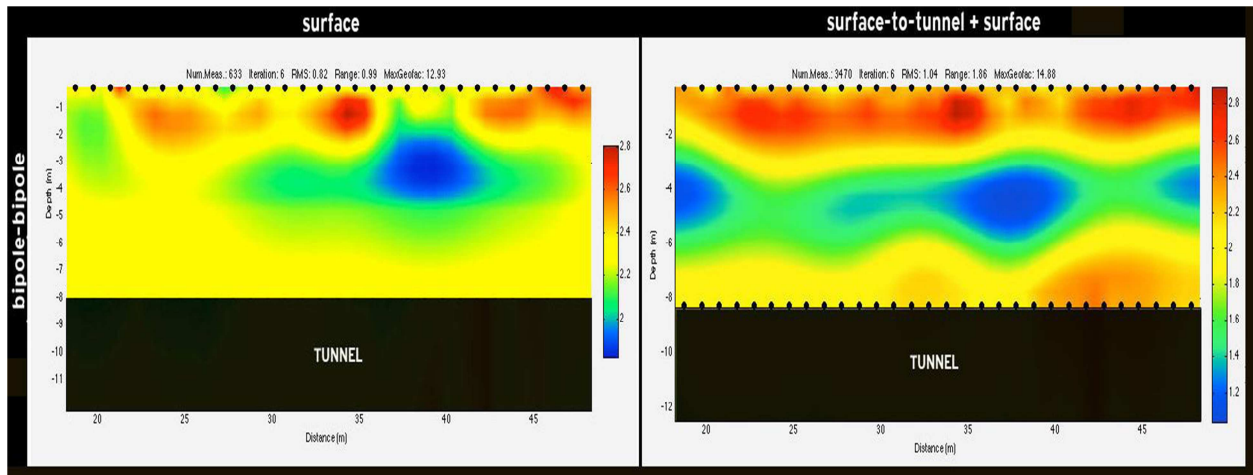
Πίνακας 5.1 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα πρωτογενών δεδομένων.



Σχήμα 5.2 Εικόνες αντιστροφής των δεδομένων από τον αρχαιολογικό χώρο της Ελεύθερας με το πρόγραμμα 2DInvCode.



Σχήμα 5.3 Εικόνες αντιστροφής με τη χρήση του προγράμματος DC-3DPro (Kim και Yi, 2010).

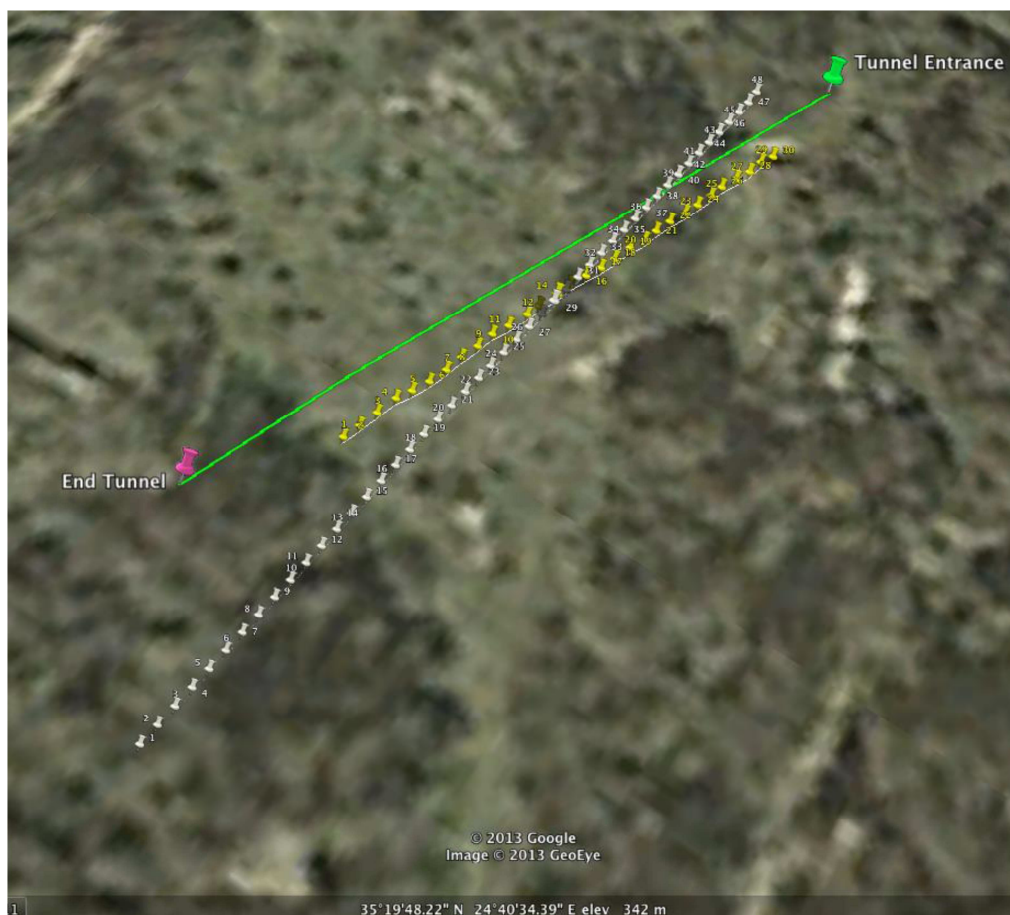


Σχήμα 5.4 Εικόνες αντιστροφής με τη χρήση μόνο επιφανειακών (αριστερή στήλη) και επιφανειακών-σήραγγας (δεξιά στήλη) μετρήσεων με το πρωτόκολλο ‘bipole-bipole’.

5.2 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΜΕ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

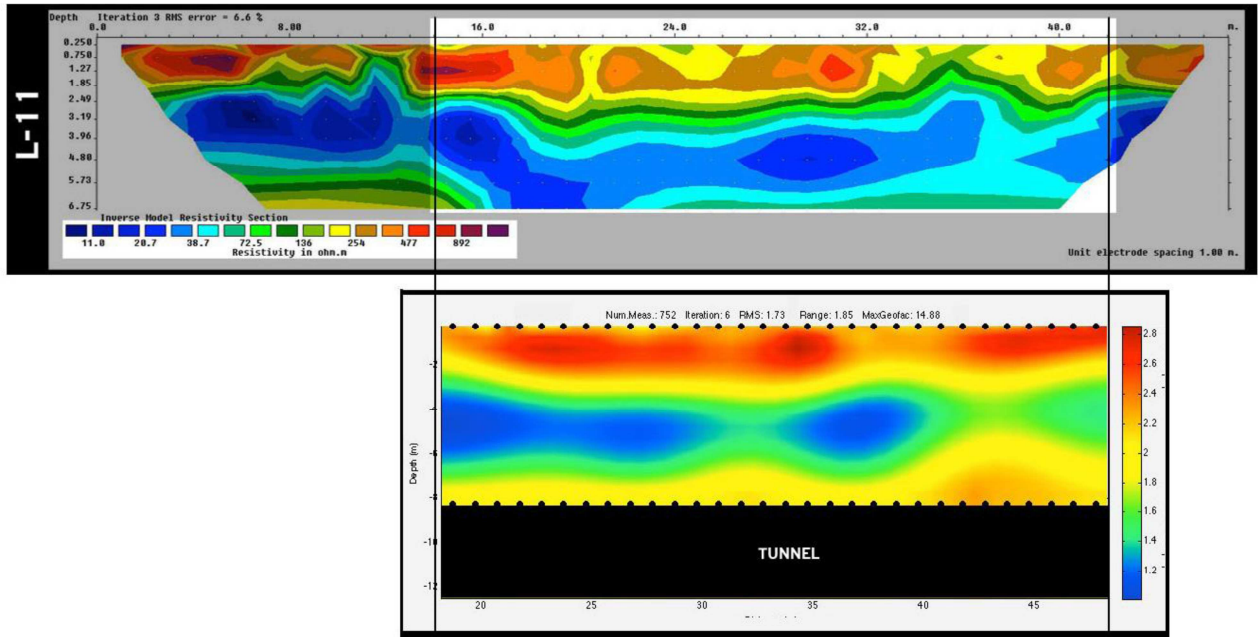
Στην περιοχή έχουν πραγματοποιηθεί στο παρελθόν ηλεκτρικές διασκοπήσεις για να διαπιστωθεί πιθανή προέκταση της σήραγγας προς τις δεξαμενές (Παπαδόπουλος, 2012). Πρόκειται για ηλεκτρικές διασκοπήσεις με τη χρήση επιφανειακών μετρήσεων, τα αποτελέσματα των οποίων χρησιμοποιήθηκαν για σύγκριση με τα αποτελέσματα των μετρήσεων ‘επιφάνειας-σήραγγας’.

Από έναν αριθμό τομογραφιών επιλέχθηκε η τομή με κωδικό ‘L-11’ (λευκό χρώμα) η οποία βρίσκεται όσο το δυνατόν παράλληλα στην διεύθυνση της σήραγγας (πράσινο χρώμα) (Σχήμα 5.5). Στην τομή αυτή χρησιμοποιήθηκαν 48 ηλεκτρόδια με εσωτερική απόσταση 1 μέτρο. Επειδή το συνολικό μήκος είναι πολύ μεγαλύτερο από το μήκος της τομής ‘επιφάνειας-σήραγγας’, για να γίνει άμεση σύγκριση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιήθηκε τμήμα της εικόνας αντιστροφής των επιφανειακών μετρήσεων (από το 16° έως το 48° ηλεκτρόδιο).



Σχήμα 5.5 Χάρτης όπου απεικονίζονται οι θέσεις των ηλεκτροδίων παλαιότερης ηλεκτρικής τομογραφίας (λευκό χρώμα) (Google Earth).

Στο σχήμα 5.6 παρουσιάζονται οι εικόνες αντιστροφής από τα αποτελέσματα μεταξύ των προγραμμάτων επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος: ‘Res2Dinversion’ (Loke) και ‘2DInvCode’. Οι εικόνες αντιστροφής έχουν μετατοπισθεί οριζόντια ώστε να συμπίπτουν τα ηλεκτρόδια των επιφανειακών μετρήσεων με τις ‘επιφάνειας-σήραγγας’ μετρήσεις. Η σύγκριση δείχνει πολύ καλή συσχέτιση των αποτελεσμάτων ανάμεσα στα δύο προγράμματα.



Σχήμα 5.6 Σύγκριση αποτελεσμάτων αντιστροφής με τα προγράμματα ‘Res2Dinv’ (Loke, πάνω σχήμα) και ‘2DinvCode’ (κάτω σχήμα).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η εφαρμογή των μετρήσεων ‘επιφάνειας-σήραγγας’ στον αρχαιολογικό χώρο της Ελεύθερνας μάς έδωσε την δυνατότητα αρχικά να επαληθεύσουμε την αξιοπιστία της μεθόδου αλλά και να μελετήσουμε την γεωλογική δομή των στρωμάτων ανάμεσα στη σήραγγα και στην επιφάνεια του εδάφους.

Η θέση των ηλεκτροδίων που τοποθετήθηκαν στο εσωτερικό της σήραγγας και των επιφανειακών καθορίστηκε με τοπογραφική αποτύπωση ώστε να επιτευχθεί η καλύτερη δυνατή ευθυγράμμιση μεταξύ των δύο διατάξεων.

Η ερμηνεία των αποτελεσμάτων από τις εικόνες αντιστροφής βρίσκεται σε συμφωνία με την ευρύτερη γεωλογία της περιοχής. Επιφανειακά (μέχρι 2 μέτρα) εντοπίζεται ένα νεότερο στρώμα υψηλής αντίστασης (λόγω ανθρωπογενούς εκμετάλλευσης) και στη συνέχεια συναντάται παράλληλα με το υπερκείμενο στρώμα μάργα η οποία σε μεγαλύτερο βάθος μετατρέπεται σε μαργαϊκό ασβεστόλιθο. Μέσα σε αυτόν τον σχηματισμό κατασκευάστηκε και η σήραγγα που χρησιμοποιήθηκε για την εφαρμογή της μεθόδου.

Για την διόρθωση της επίδρασης της σήραγγας χρησιμοποιήθηκε φίλτρο με το οποίο απορρίπτονται μετρήσεις ανάλογα με τη θέση των ηλεκτροδίων και την μεταξύ τους απόσταση. Η διόρθωση ανέδειξε την οριζόντια στρωματογραφία των μαργαϊκών σχηματισμών σε συμφωνία με την ευρύτερη γεωλογία της περιοχής.

Με την βελτιστοποίηση των πρωτοκόλλων των διορθωμένων δεδομένων προκύπτουν ισάξια αποτελέσματα χρησιμοποιώντας μόνο περίπου το 20% των αρχικών μετρήσεων.

Οι εικόνες αντιστροφής αποδεικνύουν την υπεροχή των μετρήσεων ‘επιφάνειας-σήραγγας’ σε σχέση με τις επιφανειακές μετρήσεις αφού λαμβάνεται πληροφορία σε μεγαλύτερο βάθος.

Η σύγκριση των αποτελεσμάτων με επιπλέον αλγόριθμους αντιστροφής και δεδομένα από άλλες μελέτες (αλγόριθμοι ‘2DInvCode’, ‘DC-3DPro’ και ‘Res2Dinv’) επαληθεύει την ορθότητα της μεθόδου λόγω καλής συσχέτισης των αποτελεσμάτων.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Aitken M. (1974), *Physics and archaeology*. Clarendon Press, Oxford.
- Barker, R.D. (1989). Depth of investigation of collinear symmetrical four electrode arrays. *Geophysics*, 54, 1031-1037.
- Box, G.E.P. and Kanemasu, H. (1972). Topics in model building, Part II : On non-linear least squares. Technical Report No. 321, Department of Statistics, University of Wisconsin.
- Burnett D.S. (1989). *Finite element analysis*. Addison-Wesley Publishing Co.
- Clark, A. (1990). *Seeing Beneath the Soil: Prospecting Methods in Archaeology*. B. T. Batsford Ltd, London.
- Coggon, J.H. (1971). Electromagnetic and electrical modelling by the finite element method. *Geophysics*, 36, 132-155.
- Constable S., Parker R. and Constable C. (1987). Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52, 289- 300.
- Dahlin, T. (1993). *On the Automation of 2D Resistivity Surveying for Engineering and Environmental Applications*. PhD Thesis, Lund University, Sweden.
- Dahlin, T., (2001). The Development of Electrical Imaging Techniques. *Computers and Geosciences*, 27(9), 1019-1029.
- Danielsen B.E., Dahlin T. (2010). Numerical modelling of resolution and sensitivity of ERT in horizontal boreholes. *Journal of Applied Geophysics*, 70, 245-254.
- Dey A. and Morrison H.F. (1979a). Resistivity modelling for arbitrary shaped two-dimensional structures. *Geophysical Prospecting*, 27, 106-136.
- Edwards L.S. (1977). A modified pseudosection for resistivity and IP. *Geophysics*, 42, 1020-1036.
- George Frank Tagg (1964). *Earth Resistances*, Pitman Publishing Corporation
- Griffiths D. and Barker R. (1993). Two dimensional resistivity imaging and modelling in areas of complex geology. *Journal of Applied Geophysics*, 19, 211-226.
- Griffiths, D., Turnbull, J. and Olayinka, A. (1990). Two-Dimensional Resistivity Mapping with a Computer- Controlled Array. *First Break*, 8, 121-129.
- Hallof, P.G. (1957). *On the interpretation of resistivity and induced polarization measurements*. Ph.D., Thesis, Cambridge, MIT.
- Lawson C. and Hanson R. (1974). *Solving least squares problems*. Pentice-Hall.

Lile O.B., Backe K.R., Elvebakk H., Buan J.E. (1994). Resistivity measurements on the sea bottom to map fracture zones in the bedrock underneath sediments. *Geophysical Prospecting*, 42, 813-825.

Lines, L.R. and Treitel, S. (1984). Tutorial: A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems. *Geophysical Prospecting*, 32, 159-186.

Loke (2001). Tutorial: 2-D and 3-D electrical imaging surveys. *Geoelectrical*.

Menke, W. (1984). *Geophysical data analysis: Discrete Inverse Theory*. Academic Press, London.

Musset, A.E. and Aftab Khan, M. (2000). *Looking into the Earth. An Introduction to Geological Geophysics*. Cambridge University Press.

Papadopoulos N. (2007). Algorithm development for the 3-D inversion of geoelectrical data coming from archaeological areas. Ph.D. thesis, Aristotle University of Thessaloniki.

Papadopoulos, N. G., Tsourlos, P., Tsokas, G. N. and Sarris, A. (2006b). Two-dimensional and threedimensional resistivity imaging in archaeological site investigation. *Archaeological Prospection*, 13, 163-181

Parasnis, D. (1986). *Principles of applied geophysics*. Chapman and Hall.

Peter P. Silvester and Ronald L. Ferrari (1990). *Finite Elements for Electrical Engineers*

P. R. McGillivray and D.W. Oldenburg (1990). Methods for calculating frechet derivatives and sensitivities for the non-linear inverse problem : a comparative study. *Geophysical Prospecting*, 38, 499-524.

Reynolds, J.M. (1997). *An Introduction to Applied and Environmental Geophysics*. John Wiley and Sons Ltd.

Roka A. and Tsokas G. (1987). Field investigation of aMacedonian tumulus by resistivity soundings. *Geoexploration*, 24, 99-108.

Sasaki Y., Matsuo K. (1990). Surface-to-Tunnel resistivity tomography at a copper mine. 550-553.

Shima H. (1992). 2-D and 3-D resistivity image reconstruction using crosshole data. *Geophysics*, 1270-1291.

Telford, W.M., Geldart, L.P., Sheriff, R.E. (1990) *Applied Geophysics*. Second edition. Cambridge University Press

Tikhonov A.N. and Glasko V.B. (1965). Application of a regularization method to nonlinear problems. *J.Comp. Math. and Math. Physics*, 5, no. 3.

Tripp A., Hohmann G. and Swift C. (1984). Two-dimensional resistivity inversion. *Geophysics*, 49, 1708-1717.

Tsourlos P.I. (1995). Modeling, Interpretation and Inversion of Multielectrode Resistivity Survey Data. Ph.D. Thesis, Department of Electronics, University of York.

Tsourlos P., Szymanski J., Dittmer J. and Tsokas G. (1993). The use of back-projection for fast inversion of 2-D resistivity data. Proceedings of the 2nd congress of the Greek Geophysical Union, Florina Greece, 5-7 May, Vol. 1, 71-81.

Tsourlos P., Szymanski J. and Tsokas G. (1999). The effect of terrain topography on commonly used resistivity arrays. *Geophysics*, 64, 1357-1363.

Van Nostrand, Robert Caige, Cook, Kenneth L. (1966). Interpretation of resistivity data, U.S. Geological Survey, p. 310.

Van Schoor M., Binley A. (2010). In-mine (tunnel-to-tunnel) electrical resistance tomography in South African platinum mines. *Near Surface Geophysics*, 8, 563-574.

Wright J.B. et al., *Geology and mineral resources of West Africa*, Allen & Unwin, 1985

Yi M.J., Kim J.H., Chung S.H. (2003): Enhancing the resolving power of least-squares inversion with active constraint balancing. *Geophysics*, 68, No.3: 931-941.

Yi. M.J., Kim, J.H., Song, Y., Cho, S.J., Chung, S.H. and Suh, J.H. (2001). Three-Dimensional Imaging of Subsurface Structures using Resistivity Data. *Geophysical Prospecting*, 49, 483-497

Zhody, A. (1989). A new method for the interpretation of Schlumberger and Wenner sounding curves. *Geophysics*, 54, 245-253.

Zhou Bing and S.A. Greenhalg (2000). Cross-hole resistivity tomography using different electrode configurations. *Geophysical Prospecting*, Vol. 48, 887-912

Ινστιτούτο Γεωλογικών και Μεταλλευτικών Ερευνών, 1991. Γεωλογικοί Χάρτης, Φύλλο Πέραμα.

Ιωάννης Φ. Λούης, Σημειώσεις Τομέα Γεωφυσικής & Γεωθερμίας 'Εισαγωγικά μαθήματα στη διερευνητική γεωφυσική', Αθήνα 2004

<http://www.geophysicsonline.gr/eisagogika.pdf>

Σιμυρδάνης Κλεάνθης, Ανάπτυξη Τομογραφικών Γεωφυσικών Τεχνικών για τη Μελέτη Γεωτεχνικών και Περιβαλλοντικών Προβλημάτων, Διδακτορική Διατριβή, Θεσσαλονίκη 2013

https://www.dropbox.com/s/cb8orkwri8muawu/Diatrivi_Simyrdanis.pdf