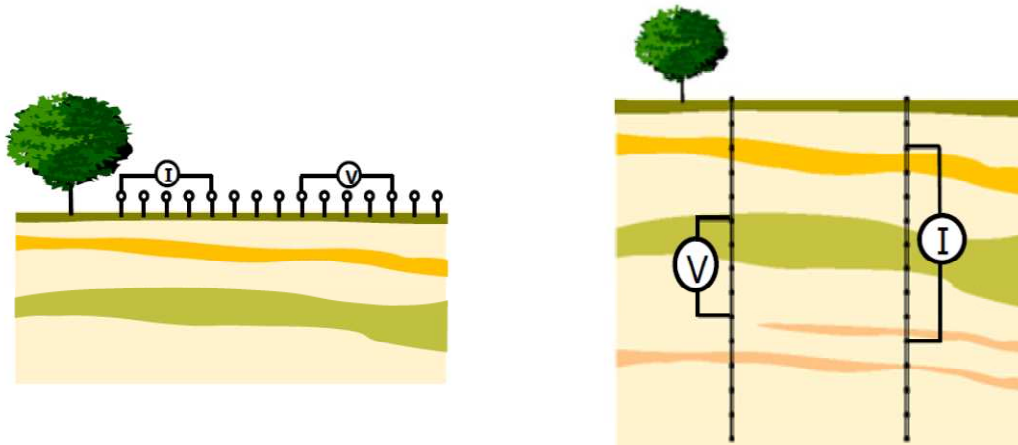




**ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ R2 ΜΕ ΣΚΟΠΟ ΤΗΝ
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΓΕΩΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΓΕΩΦΥΣΙΚΩΝ
ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ**



Μπουγιούκος Γιώργος

A.M. 1487

Επιβλέπων καθηγητής
Σουπιός Παντελής

Χανιά
2015

ABSTRACT

This thesis negotiates the processing of geoelectrical geophysical data with the application software R2, in view of adopting this software from the Laboratory of Geophysics and Seismology as the best way of processing geoelectrical data. This thesis was implemented in the Laboratory of Geophysics and Seismology of Applied Science School, TEI of Crete, under the supervision of Professor Soupios Pantelis.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική διαπραγματεύεται την επεξεργασία γεωηλεκτρικών γεωφυσικών δεδομένων με εφαρμογή του λογισμικού R2, με σκοπό την υιοθέτηση του λογισμικού αυτού από το Εργαστήριο Γεωφυσικής και Σεισμολογίας ως το βέλτιστο τρόπο επίλυσης γεωηλεκτρικών δεδομένων. Η παρούσα διπλωματική υλοποιήθηκε στο Εργαστήριο Γεωφυσικής και Σεισμολογίας της Σχολής Εφαρμοσμένων Επιστημών του ΤΕΙ Κρήτης υπό την επίβλεψη του Καθηγητή Σουπιού Παντελή.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Παντελή Σουπιό επιβλέποντα καθηγητή της Σχολής Μηχανικών Φυσικών Πόρων και Περιβάλλοντος του Α.Τ.Ε.Ι Κρήτης για την ανάθεση της συγκεκριμένης διπλωματικής και την συνεχή καθοδήγηση του.

Στη συνέχεια θα ήθελα να ευχαριστήσω τον συμφοιτητή και φίλο Παναγιώτη Κιρμιζάκη για την πολύτιμη βοήθεια του, καθώς και την οικογένεια μου που με στήριξε όλο αυτό το διάστημα.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 – ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΣΚΟΠΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – ΓΕΩΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΔΙΑΣΚΟΠΗΣΗ	7
2.1 ΕΙΔΙΚΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ	7
2.2 ΦΑΙΝΟΜΕΝΙΚΗ ΕΙΔΙΚΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ	9
2.3 ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ ΗΛΕΚΤΡΟΔΙΩΝ	12
2.4 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΡΕΥΝΑΣ	15
2.4.1 ΒΥΘΟΣΚΟΠΗΣΗ	15
2.4.2 ΟΡΙΖΟΝΤΟΓΡΑΦΙΑ	16
2.4.3 ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΑ	17
2.4.4 ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΓΕΩΤΡΗΣΕΩΝ	19
2.5 ΠΙΘΑΝΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ	21
2.6 ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ	22
2.6.1 ΕΥΘΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑ	23
2.6.2 ΙΑΚΩΒΙΑΝΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ	32
2.6.3 ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ	34
2.6.4 ΧΡΗΣΗ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	38
2.6.5 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ LANGRAGNIAN	39
2.7 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΟΥ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ	42
2.8 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ	43
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 – ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ R2 V 2.7a	44
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ R2	44
3.3 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΕΙΣΟΔΟΥ ΓΙΑ ΤΟ R2 v 2.7	44
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 – ΕΦΑΡΜΟΓΗ R2	47
4.1 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1	47
4.2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1 ΜΕ ΑΥΞΗΣΗ 15% ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ	49
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	51

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 – ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΣΚΟΠΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Το λογισμικό R2 αποτελεί ένα λογισμικό απεικόνισης γεωηλεκτρικών δεδομένων για την ροή ρεύματος σε ένα τετράπλευρο ή τριγωνικό πλέγμα. Η αντιστραμμένη απεικόνιση βασίζεται σε μια αντικειμενικά τακτοποιημένη συνάρτηση σε συνδυασμό με την στάθμιση ελαχίστων τετραγώνων (τύπος επίλυσης Occams), όπως αυτή ορίζεται από τους Binley και Kemna (2005).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – ΓΕΩΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΔΙΑΣΚΟΠΗΣΗ

Η ηλεκτρική μέθοδος διασκόπησης είναι από τις περισσότερο διαδεδομένες γεωφυσικές μεθόδους και σκοπό έχει τη μέτρηση της διαφοράς δυναμικού που προκαλείται από την εισαγωγή ηλεκτρικού ρεύματος μέσα στη γη. Η μετρούμενη διαφορά δυναμικού αντικατοπτρίζει την δυσκολία με την οποία το ηλεκτρικό ρεύμα ρέει μέσα στο υπέδαφος, δίνοντας έτσι μια ένδειξη για την ηλεκτρική αντίσταση του εδάφους. Με τον τρόπο αυτό προσδιορίζονται οι ηλεκτρικές ιδιότητες του εδάφους και έμμεσα καθορίζονται οι δομές ενδιαφέροντος του υπεδάφους μιας και διαφορετικοί γεωλογικοί σχηματισμοί παρουσιάζουν και διαφορετικές ηλεκτρικές αντιστάσεις.

Οι ηλεκτρικές γεωφυσικές διασκοπήσεις έχουν εφαρμοσθεί με επιτυχία για την επίλυση πολλών γεωλογικών προβλημάτων, όπως π.χ. χαρτογράφηση γεωλογικών στρωμάτων (Griffiths και Barker 1993), εντοπισμό υδροφόρων στρωμάτων (Olayinka 1990), ανίχνευση γεωθερμικών πεδίων (Wright et al. 1985), εντοπισμός ρυπασμένων υπογείων υδάτων και διαρροών αποβλήτων, εύρεση στόχων αρχαιολογικού ενδιαφέροντος (Aitken 1974, Tsokas και Roka 1987, Szymanski και Dittmer 1993, Papadopoulos et al. 2006b), στην εύρεση του βάθους του μητρικού πετρώματος σε τοποθεσίες έργων υποδομής (Dahlin 1993).

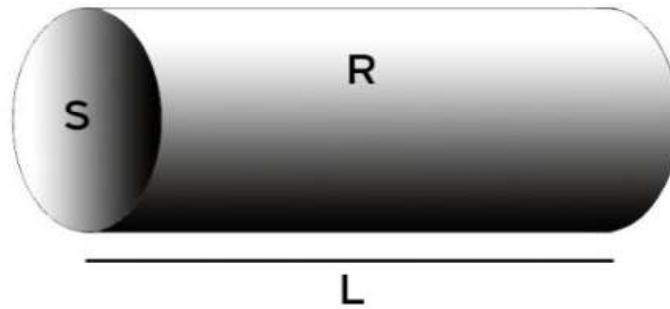
2.1 ΕΙΔΙΚΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ

Η κύρια παράμετρος που υπολογίζεται κατά την ηλεκτρική μέθοδο διασκόπησης είναι η ειδική ηλεκτρική αντίσταση. Η ειδική ηλεκτρική αντίσταση (ρ) εκφράζει τη δυσκολία με την οποία ένα υλικό συγκεκριμένων διαστάσεων άγει το ηλεκτρικό ρεύμα. Έστω σώμα κυλινδρικού σχήματος μήκους L και εμβαδού διατομής S με αντίσταση R (Σχήμα 2.1). Η ειδική ηλεκτρική αντίσταση του υλικού δίνεται από τη σχέση,

$$\rho = R \frac{S}{L} \quad (1)$$

όπου

- R τιμή αντίστασης (ohm)
- L μήκος σε μέτρα (m)
- S εμβαδό της διατομής σε τετραγωνικά μέτρα (m²)
- ρ ειδική ηλεκτρική αντίσταση (ohm-m)



Σχήμα 2.1 Ειδική ηλεκτρική αντίσταση κυλίνδρου μήκους L , διατομής S και ηλεκτρικής αντίστασης R .

Η αντίσταση, 'ρ', εξαρτάται γενικά από τις υδρογεωλογικές συνθήκες της περιοχής μελέτης, τη χημική σύσταση του νερού και τη συγκέντρωση των διαλυμένων ιόντων σε αυτό, το μέγεθος των πόρων των σχηματισμών, τις πιθανές διαρρήξεις και διακλάσεις, τη θερμοκρασία και την πίεση. Οι παράγοντες που επηρεάζουν και κατά συνέπεια ρυθμίζουν την ηλεκτρολυτική αγωγή, άρα και την αντίσταση του υπεδάφους είναι ευμετάβλητοι αφού εξαρτώνται από το ποσοστό και τη σύσταση του νερού που κυκλοφορεί στο πορώδες (πρωτογενές ή δευτερογενές) των πετρωμάτων του υπεδάφους.

Το πλήθος των παραγόντων, αλλά και η συχνή μεταβολή κάποιων από αυτούς, έχει ως αποτέλεσμα σημαντικές διακυμάνσεις στις τιμές της ηλεκτρικής αντίστασης, ακόμα και μέσα στον ίδιο γεωλογικό σχηματισμό ανάλογα με τις επικρατούσες συνθήκες. Τα ιζηματογενή πετρώματα, τα οποία έχουν μεγαλύτερο πορώδες και ενδεχομένως φιλοξενούν υψηλότερο ποσοστό νερού, έχουν γενικά σχετικά χαμηλές αντιστάσεις. Τα συμπαγή πετρώματα έχουν ενδιάμεσες και μεγαλύτερες τιμές αντιστάσεων και η τελική τους τιμή εξαρτάται από τον βαθμό καταπόνησης τους (τεκτονισμός, αποσάθρωση κλπ) και το νερό που περιέχουν στο πρωτογενές αλλά και στο δευτερογενές πορώδες τους (Πίνακας 2.1).

ΥΛΙΚΟ	ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ
ΑΕΡΑΣ	Άπειρη
ΣΙΔΗΡΟΠΥΡΙΤΗΣ	3×10^{-1}
ΓΑΛΗΝΙΤΗΣ	2×10^{-3}
ΧΑΛΑΖΙΑΣ	4×10^{10} έως 2×10^{14}
ΑΣΒΕΣΤΙΤΗΣ	1×10^{12} έως 1×10^{13}
ΓΡΑΝΙΤΗΣ	100 έως 1×10^6
ΓΑΒΡΟΣ	1×10^3 έως 1×10^6
ΑΣΒΕΣΤΟΛΙΘΟΣ	50 έως 1×10^7
ΨΑΜΜΙΤΗΣ	1 έως 1×10^8
ΣΧΙΣΤΟΛΙΘΟΙ	20 έως 1×10^3
ΔΟΛΟΜΙΤΗΣ	100 έως 10^4
ΑΜΜΟΣ	1 έως 1.000
ΑΡΓΙΛΟΣ	1 έως 100
ΥΠΟΓΕΙΟ ΝΕΡΟ	0.5 έως 300
ΘΑΛΑΣΣΙΝΟ ΝΕΡΟ	0.2

Πίνακας 2.1 Τυπικές τιμές αντιστάσεων υλικών (Telford et al. 1990).

2.2 ΦΑΙΝΟΜΕΝΙΚΗ ΕΙΔΙΚΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ

Η ροή του ηλεκτρικού ρεύματος στο εσωτερικό της γης καθορίζεται από το νόμο του Ohm

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (2)$$

όπου,

- J είναι η πυκνότητα του ρεύματος (Amp/m²)
- σ είναι η αγωγιμότητα ($1/\rho$) (Siemens/m)
- E είναι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου (V/m)

Ως ένταση ηλεκτρικού πεδίου ορίζεται η βαθμίδα του δυναμικού V

$$\vec{E} = -\nabla V \quad (3)$$

Η απόκλιση της πυκνότητας ρεύματος J είναι μηδέν, όταν δεν υπάρχουν πηγές στο χώρο κάτι που ισχύει γενικά για τη γη, δηλαδή,

$$\nabla J = 0 \quad (4)$$

Από τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτει ότι,

$$\nabla(-\sigma \nabla V) = 0 \quad (5)$$

η οποία μπορεί να εκφρασθεί ως,

$$\nabla \sigma \nabla V + \sigma \nabla^2 V = 0 \quad (6)$$

Η σχέση (6) είναι η εξίσωση Poisson που δείχνει την ροή ηλεκτρικού ρεύματος σε ανομοιογενή γη. Σε περίπτωση ομογενούς γης το πρώτο μέρος της σχέσης (6) είναι μηδενικό καθώς $\nabla \sigma = 0$, οπότε στην περίπτωση αυτή καταλήγουμε στην εξίσωση Laplace,

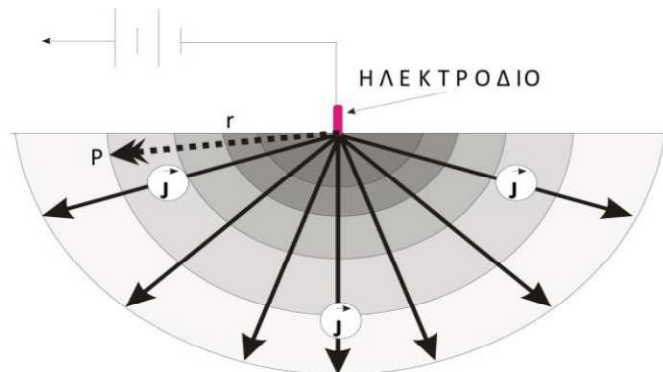
$$\nabla^2 V = 0 \quad (7)$$

Εύκολα αποδεικνύεται στην ιδανική περίπτωση που υπάρχει ένα ηλεκτρόδιο στην επιφάνεια της γης (Σχήμα 2.2), το δυναμικό σε απόσταση r δίνεται από την σχέση,

$$V = \pm \frac{\rho I}{2\pi r} \quad (8)$$

Ανάλογα με την πολικότητα του ηλεκτροδίου, στην παραπάνω σχέση

- I είναι η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος,
- r η απόσταση από την πηγή.

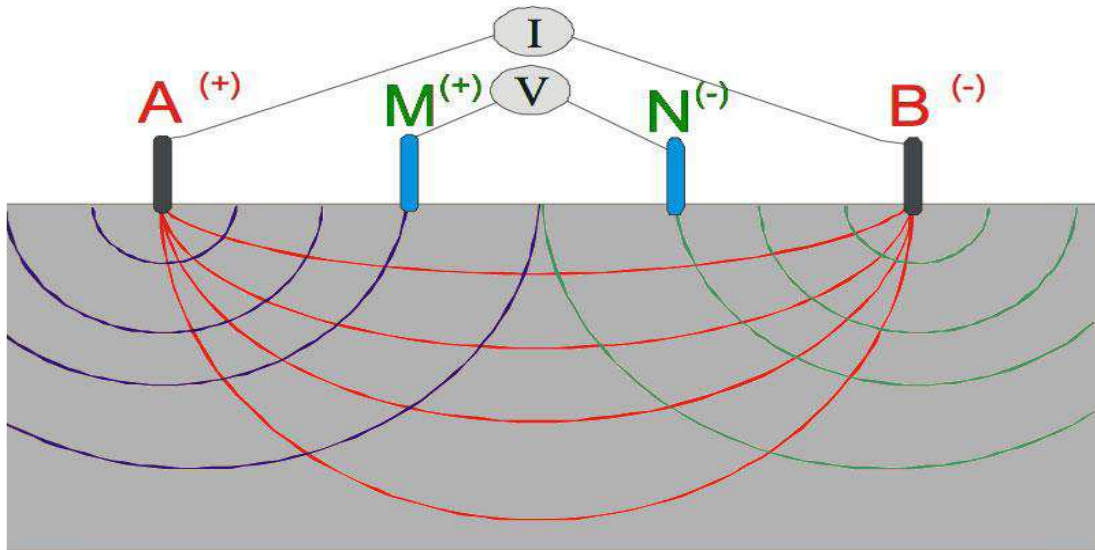


Σχήμα 2.2. Διάδοση ρεύματος από σημειακή πηγή στην επιφάνεια του εδάφους.

Η διαφορά δυναμικού V_{MN} , που θα μετρηθεί μεταξύ των ηλεκτροδίων δυναμικού M και N εξαιτίας του ρεύματος, 'I', που εισάγεται στο έδαφος από τα ηλεκτρόδια A και B, προκύπτει από τη σχέση (9) και είναι,

$$\Delta V_{MN} = V_M - V_N = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{AN} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{BN} \right) \quad (9)$$

όπου AM, AN είναι οι αποστάσεις των ηλεκτροδίων δυναμικού M και N από τον θετικό ηλεκτρικό πόλο A και BM, BN οι αντίστοιχες αποστάσεις από τον αρνητικό ηλεκτρικό πόλο B (Σχήμα 2.3).



Σχήμα 2.3 Βασική διάταξη τεσσάρων ηλεκτροδίων για τη λήψη των γεωηλεκτρικών μετρήσεων.

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι

$$\rho = K \frac{\Delta V_{MN}}{I} \quad (10)$$

Από τη σχέση (10), φαίνεται ότι η ειδική ηλεκτρική αντίσταση του εδάφους εξαρτάται από την διαφορά δυναμικού που προκαλεί η ροή του ηλεκτρικού ρεύματος μέσα σε ένα συγκεκριμένο μέσο και από την γεωμετρική θέση που διατάσσονται τα τέσσερα ηλεκτρόδια στον χώρο.

Η εξάρτηση αυτής της τιμής της αντίστασης σε σχέση με την γεωμετρική θέση των ηλεκτροδίων εκφράζεται με τον γεωμετρικό παράγοντα

$$K = \left(\frac{2\pi}{\frac{1}{AM} + \frac{1}{AN} + \frac{1}{BM} + \frac{1}{BN}} \right) \quad (11)$$

Στην περίπτωση που το μέσο είναι ομογενές, ο πολλαπλασιασμός του γεωμετρικού παράγοντα K με την τιμή του λόγου $\Delta VMN/I$, θα είναι σταθερός και θα ισούται με την τιμή της πραγματικής αντίστασης του μέσου.

Στην περίπτωση ανομοιογενούς υλικού, όπως συμβαίνει κατά κανόνα σε πραγματικές συνθήκες, η ποσότητα που υπολογίζεται από τη σχέση (10) δεν είναι η πραγματική ειδική αντίσταση του υπεδάφους, αλλά μια φυσική ποσότητα η οποία ονομάζεται ‘φαινόμενη ειδική ηλεκτρική αντίσταση’ (‘ ρ_a ’) η οποία αντικατοπτρίζει την ανομοιογένεια του υλικού (Clark, 1990). Η τιμή της δεν είναι σταθερή, όπως συμβαίνει στην περίπτωση ομογενούς γης, αλλά εξαρτάται από τις θέσεις των ηλεκτροδίων και τις μεταξύ τους αποστάσεις. Η εξάρτηση αυτή είναι και ο λόγος για τον οποίο ονομάζεται φαινόμενη αντίσταση, αφού μπορεί να θεωρηθεί σαν ένας σταθμισμένος όρος των πραγματικών τιμών της αντίστασης του ανομοιογενούς εδάφους σε διαφορετικά βάθη και θα αντιπροσώπευε την πραγματική τιμή αντίστασης του εδάφους εφόσον αυτό ήταν ομογενές. Ο καθορισμός της πραγματικής αντίστασης από τις τιμές της φαινόμενης αντίστασης είναι η λύση του αντιστρόφου προβλήματος, για το οποίο θα γίνει λόγος παρακάτω.

Από την εξίσωση (9) φαίνεται ότι ακόμα και εάν αλλαχθούν αμοιβαία οι θέσεις των ηλεκτροδίων A , B με τις θέσεις των δυναμικών M , N , η τιμή του γεωμετρικού παράγοντα K θα παραμείνει η ίδια. Έτσι για ομογενή γη η διαφορά δυναμικού ΔVMN που θα μετρηθεί δεν θα μεταβληθεί, εφόσον η ένταση του ρεύματος παραμείνει σταθερή. Σύμφωνα με τον Parasnis (1986) αυτό αποτελεί μία ειδική περίπτωση του θεωρήματος της αντιμετάθεσης του Helmholtz, το οποίο ισχύει και στην περίπτωση ανομοιογενούς γης.

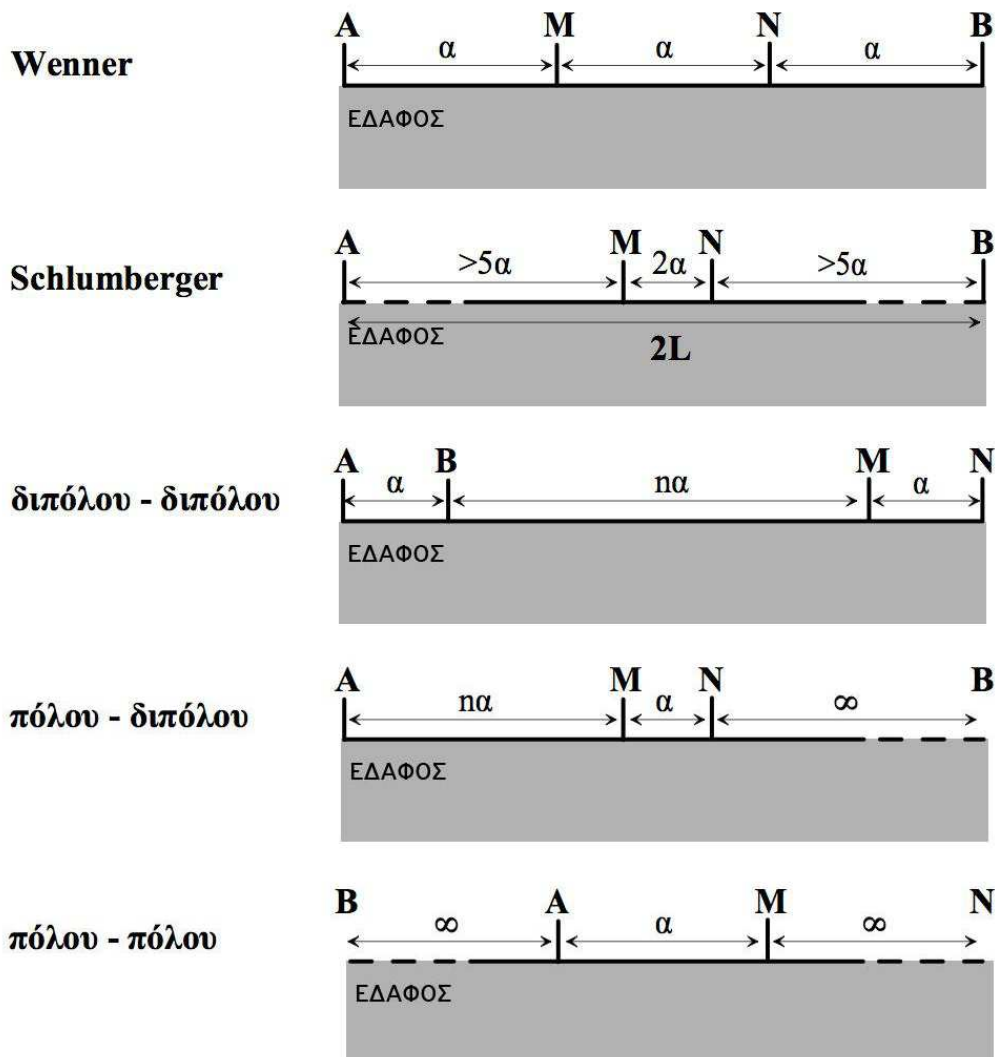
2.3 ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ ΗΛΕΚΤΡΟΔΙΩΝ

Ο τρόπος με τον οποίο διατάσσονται τα ηλεκτρόδια ρεύματος και δυναμικού στον χώρο για την μέτρηση της φαινόμενης αντίστασης ονομάζεται ‘ηλεκτρική διάταξη’. Θεωρητικά υπάρχουν πολλοί τρόποι με τους οποίους τα τέσσερα ηλεκτρόδια μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους για την πραγματοποίηση της μέτρησης. Για λόγους απλότητας και ευκολίας τόσο στην πρακτική εφαρμογή όσο και στην ερμηνεία των δεδομένων, χρησιμοποιούνται κυρίως γραμμικές διατάξεις στις οποίες τα ηλεκτρόδια τοποθετούνται πάνω σε μία νοητή γραμμή με καθορισμένες μεταξύ τους αποστάσεις.

Η χρήση μιας συγκεκριμένης διάταξης για την διασκόπηση μίας συγκεκριμένης περιοχής εξαρτάται από τις ιδιαίτερες απαιτήσεις της έρευνας, το είδος των στόχων που αναζητούνται, το μέγιστο βάθος των υπό εξέταση δομών, τη μέγιστη επιθυμητή κατακόρυφη και οριζόντια ανάλυση, τη διαφορετική ευαισθησία που επιδεικνύει κάθε διάταξη στα διαφορετικά περιβάλλοντα, το λόγο σήματος προς θόρυβο της κάθε διάταξης και την δυνατότητα πρόσβασης και τοποθέτησης ηλεκτροδίων στις

επιθυμητές θέσεις (π.χ. στην οροφή μίας σήραγγας). Ο λόγος σήματος προς θόρυβο συνδέεται άμεσα με τον γεωμετρικό παράγοντα καθώς οι τιμές του K αντανακλούν το εύρος των διαφορών δυναμικού που μπορούν να μετρηθούν με μία συγκεκριμένη διάταξη. Μικρές τιμές K σημαίνει μεγάλες τιμές δυναμικού άρα και καλός λόγος σήματος προς θόρυβο. Σύμφωνα με τα παραπάνω, από τα βασικά χαρακτηριστικά των διατάξεων είναι ο γεωμετρικός παράγοντας, ο οποίος σχετίζεται μονοσήμαντα με τις αποστάσεις μεταξύ των ηλεκτροδίων.

Οι επιφανειακές διατάξεις είναι οι πιο απλές διατάξεις με ηλεκτρόδια τοποθετημένα πάνω στην επιφάνεια του εδάφους (Σχήμα 2.4).



Σχήμα 2.4 Βασικές επιφανειακές διατάξεις ηλεκτροδίων (τροποποιήθηκε από Tsourlos, 1995).

- Διάταξη **Wenner**. Τα ηλεκτρόδια δυναμικού M, N τοποθετούνται μεταξύ των ηλεκτροδίων A, B. Οι αποστάσεις μεταξύ των ηλεκτροδίων είναι ίσες με a . Ο γεωμετρικός παράγοντας καθορίζεται από τη σχέση

$$K = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2a} - \frac{1}{2a} + \frac{1}{a} \right) \quad (12)$$

και η φαινόμενη αντίσταση δίνεται από τη σχέση

$$\rho_a = 2\pi a \frac{\Delta V}{I} \quad (13)$$

- Διάταξη **Schlumberger**. Τα ηλεκτρόδια ρεύματος είναι τοποθετημένα σε απόσταση μεγαλύτερη από την απόσταση των ηλεκτροδίων δυναμικού. Έστω $2L$ η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος, η απόσταση ηλεκτροδίων δυναμικού είναι $2a$ και ισχύει $L \gg a$ (στην πράξη $L > 10a$). Στην περίπτωση αυτή, η φαινόμενη αντίσταση είναι

$$\rho_a = \frac{\pi L^2}{2a} \cdot \frac{\Delta V}{I} \quad (14)$$

- Διάταξη **Διπόλου-Διπόλου**. Τα ηλεκτρόδια ρεύματος είναι απομακρυσμένα από τα ηλεκτρόδια δυναμικού. Τα δύο δίπολα έχουν σταθερή απόσταση και ίση με a ($AB=MN=a$), ενώ η απόσταση μεταξύ τους είναι na . Η φαινόμενη αντίσταση για αυτή τη διάταξη είναι

$$\rho_a = -\pi n(n+1)(n+2)a \cdot \frac{\Delta V}{I} \quad (15)$$

- Διάταξη **Πόλου-Πόλου**. Τα ηλεκτρόδια δυναμικού βρίσκονται μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος, αλλά ένα από τα ηλεκτρόδια ρεύματος, συνήθως το B, είναι τοποθετημένο σε απόσταση πολύ μεγαλύτερη από τα υπόλοιπα τρία ηλεκτρόδια. Έτσι, οι αποστάσεις BM και BN θεωρούνται άπειρες και συνεπώς οι όροι $1/BM$ και $1/BN$ είναι πρακτικά μηδέν. Αν η απόσταση MN είναι ίση με a και η απόσταση AM είναι ίση με na , τότε η φαινόμενη αντίσταση δίνεται από τη σχέση

$$\rho_a = 2\pi n(n+1)a \cdot \frac{\Delta V}{I} \quad (16)$$

- Διάταξη **Πόλου-Πόλου**. Η διάταξη αυτή λαμβάνεται με μετακίνηση εκτός από το ηλεκτρόδιο ρεύματος B και ενός από τα ηλεκτρόδια δυναμικού, έστω N, σε άπειρη απόσταση από τα υπόλοιπα ηλεκτρόδια A, M. Σε αυτή τη διάταξη η φαινόμενη αντίσταση δίνεται από τη σχέση:

$$\rho_a = 2\pi a \cdot \frac{\Delta V}{I} \quad (17)$$

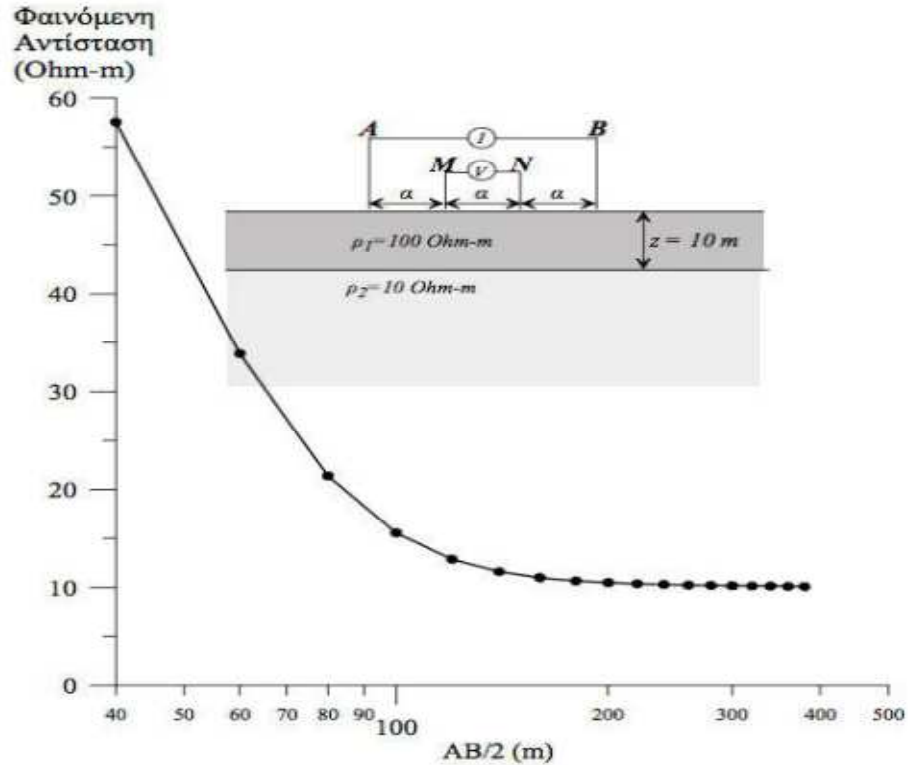
2.4 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΡΕΥΝΑΣ

Οι συνηθέστερα χρησιμοποιούμενες τεχνικές μέτρησης για την συλλογή δεδομένων ηλεκτρικής αντίστασης είναι η ηλεκτρική βυθοσκόπηση, η οριζοντιογραφία, η τομογραφία και οι μετρήσεις μεταξύ γεωτρήσεων.

2.4.1 ΒΥΘΟΣΚΟΠΗΣΗ

Με τη μέθοδο βυθοσκόπησης καθορίζεται η κατανομή της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης με το βάθος, θεωρώντας ότι το υπέδαφος έχει οριζόντια στρωματογραφία (μονοδιάστατη διασκόπηση) (Σχήμα 2.5). Για την εφαρμογή της μεθόδου αυτής χρησιμοποιείται σήμερα σχεδόν αποκλειστικά η διάταξη Schlumberger. Λαμβάνεται μία σειρά μετρήσεων με συνεχώς αυξανόμενες τις αποστάσεις των ηλεκτροδίων ρεύματος σε σχέση με ένα σταθερό κέντρο, ενώ τα ηλεκτρόδια δυναμικού είναι σταθερά. Καθώς αυξάνεται η απόσταση των ηλεκτροδίων ρεύματος, αυξάνεται και το βάθος διείσδυσης του ρεύματος, οπότε λαμβάνονται πληροφορίες για την κατακόρυφη κατανομή της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης σε μία στήλη κάτω από το κέντρο της διάταξης. Βασικό πεδίο εφαρμογής της μεθόδου αυτής αποτελεί η έρευνα για τον εντοπισμό υδροφόρων σχηματισμών.

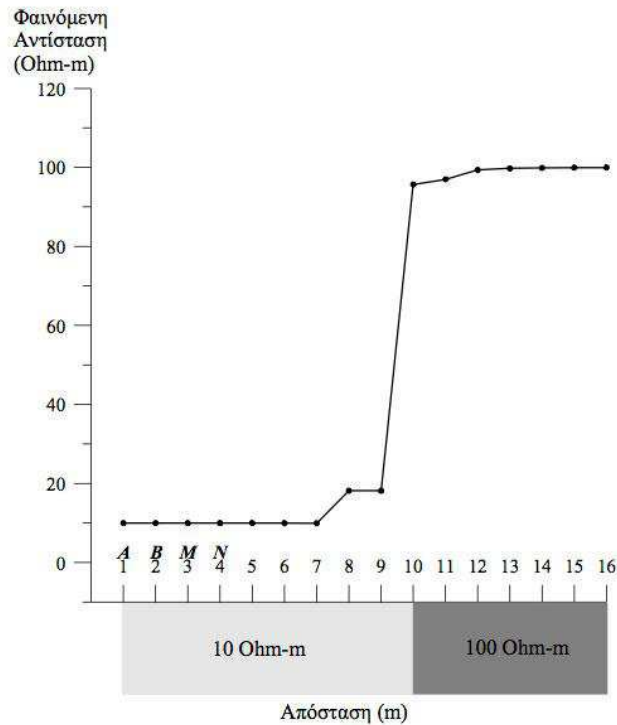
Οι φαινόμενες αντιστάσεις χαρτογραφούνται σε συνάρτηση με την απόσταση των ηλεκτροδίων σε λογαριθμικό χαρτί. Μία αρχική ποσοτική ερμηνεία γίνεται μέσω της ταύτισης των πειραματικών δεδομένων με θεωρητικές καμπύλες δύο ή τριών οριζοντίων στρωμάτων (Telford 1990, Reynolds 1997, Musset και Khan 2000).



Σχήμα 2.5 Εφαρμογή μεθόδου βυθοσκόπησης (Παπαδόπουλος, 2007).

2.4.2 ΟΡΙΖΟΝΤΟΓΡΑΦΙΑ

Με τη μέθοδο της οριζοντιογραφίας εντοπίζονται πλευρικές μεταβολές της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης (Σχήμα 2.6). Στην περίπτωση αυτή, οι αποστάσεις των ηλεκτροδίων παραμένουν σταθερές και λαμβάνεται μία σειρά μετρήσεων με πλευρική μετακίνηση της διάταξης των ηλεκτροδίων με σταθερό βήμα. Έτσι, χαρτογραφούνται οι μεταβολές της αντίστασης σε σταθερό βάθος σε μία έκταση ή ευθεία και εντοπίζονται οι δομές που παρουσιάζουν διαφορετική αντίσταση με το περιβάλλον τους. Οι διατάξεις που χρησιμοποιούνται είναι: Wenner, διπόλου-διπόλου και πόλου-διπόλου. Η τεχνική αυτή εφαρμόζεται στον εντοπισμό ρηγμάτων ενώ αποτελεί κλασσική μέθοδο χαρτογράφησης των αρχαιολογικών χώρων για τον εντοπισμό θαμμένων αρχαιοτήτων. Γενικά το σχήμα της παραγόμενης ανωμαλίας εξαρτάται από την γεωμετρία της διάταξης, τα χαρακτηριστικά της θαμμένης δομής και την αντίθεση αντίστασης του σώματος με τον περιβάλλοντα χώρο.



Σχήμα 2.6 Μέθοδος οριζοντιογραφίας για τον εντοπισμό πλευρικής μεταβολής της φαινόμενης αντίστασης (Παπαδόπουλος, 2007).

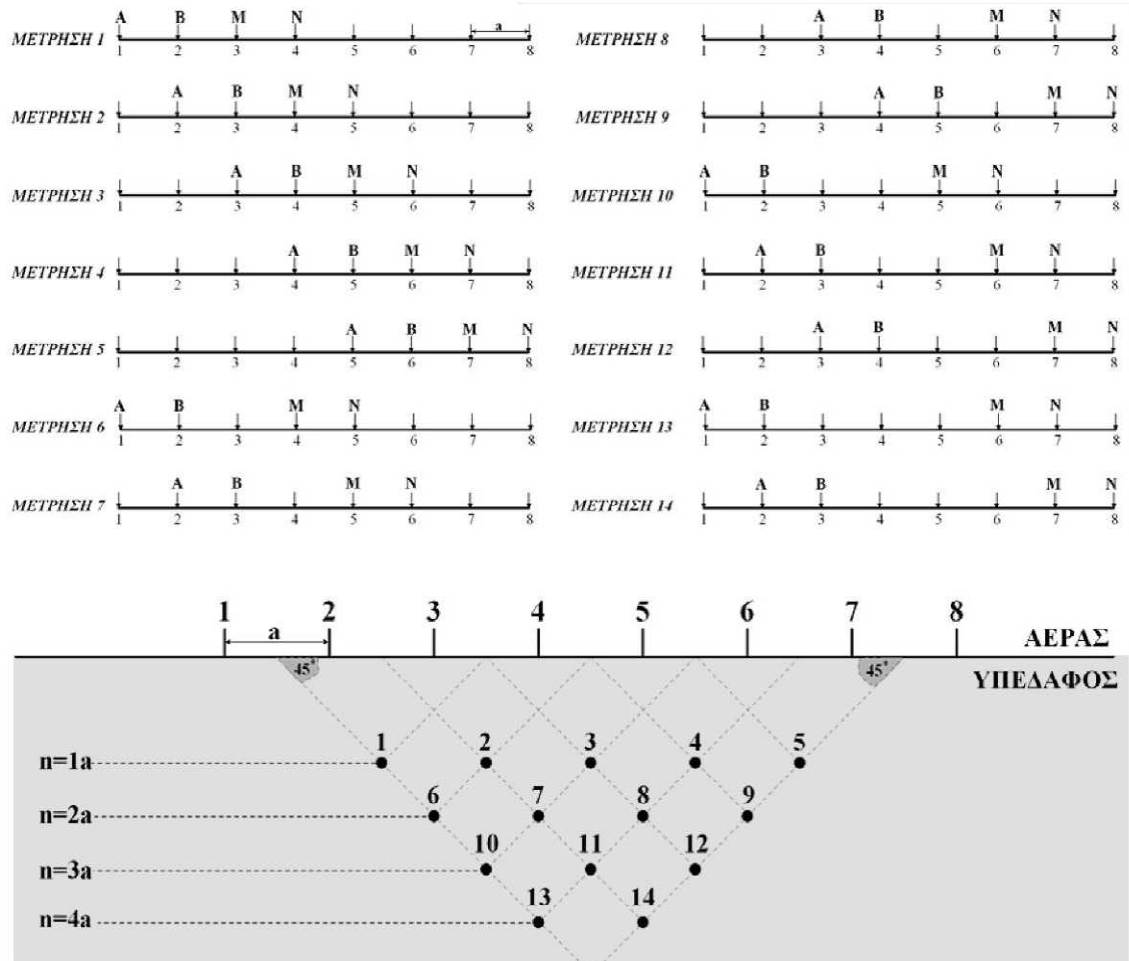
2.4.3 ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΑ

Ο συνδυασμός της μεθόδου βυθοσκόπησης και της οριζοντιογραφίας είναι η ηλεκτρική τομογραφία. Η συγκεκριμένη μέθοδος παρέχει τη δυνατότητα λήψης πληροφοριών τόσο για την πλευρική, όσο και για την κατακόρυφη μεταβολή της αντίστασης (δισδιάστατη διασκόπηση).

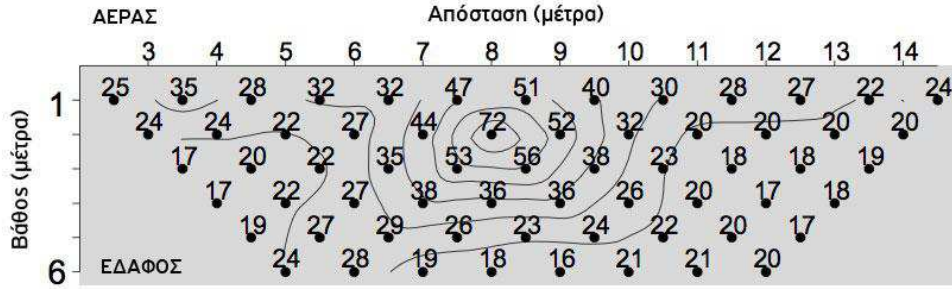
Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά της μεθόδου είναι ότι λαμβάνεται μεγάλος αριθμός μετρήσεων που περιέχουν χρήσιμη πληροφορία. Με τον τρόπο αυτό αυξάνεται η διακριτική ικανότητα και η χωρική ανάλυση της γεωηλεκτρικής μεθόδου. Ο αυξημένος αριθμός μετρήσεων καθιστά ιδιαίτερα χρονοβόρα την χειροκίνητη επιλογή των ηλεκτροδίων ρεύματος και δυναμικού και γι' αυτό χρησιμοποιούνται συστήματα αυτοματοποιημένων πολυπλεκτών.

Στο Σχήμα 2.7 απεικονίζεται ο τρόπος διεξαγωγής μιας δισδιάστατης διασκόπησης με τη διάταξη διπόλου-διπόλου για μία διάταξη 8 ηλεκτροδίων, καθώς και η απεικόνιση των δεδομένων σε δύο διαστάσεις. Κάθε τιμή της αντίστασης θεωρείται ότι τοποθετείται στο σημείο τομής δύο ευθειών που έχουν ως αρχή το κέντρο των διπόλων AB και MN αντίστοιχα και σχηματίζουν γωνία 45ο με το οριζόντιο επίπεδο. Πρόδρομος της ηλεκτρικής τομογραφίας είναι η μέθοδος της «ψευδοτομής» (Hallof,

1957) (Σχήμα 8), όπου τα δεδομένα απεικονίζονται σαν κατακόρυφες τομές του εδάφους με τη μορφή καμπύλων ίσης φαινόμενης αντίστασης. Η μέθοδος αυτή έχει χρησιμοποιηθεί εκτεταμένα στη χαρτογράφηση μεταλλευμάτων (Edwards 1977). Στην διαδικασία της «ψευδοτομής» μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορες διατάξεις ηλεκτροδίων (διπόλου-διπόλου, Wenner, πόλου-πόλου). Η ηλεκτρική τομογραφία όμως είναι πιο γενικευμένος όρος που περιλαμβάνει και μετρήσεις με μη συμβατικές διατάξεις, καθώς επίσης και μετρήσεις που λαμβάνονται με ηλεκτρόδια σε γεωτρήσεις (Shima 1992) ή σήραγγα (Sasaki 1990).



Σχήμα 2.7 Σχηματική απεικόνιση ηλεκτρικής τομογραφίας με τη διάταξη διπόλου-διπόλου για διάταξη 8 ηλεκτροδίων και μέγιστη απόσταση μεταξύ των διπόλων $n=4$ (Tsourlos, 1995).



Σχήμα 2.8 «Ψευδοτομή» με καμπύλες ίσης φαινόμενης αντίστασης (Tsourlos, 1995).

2.4.4 ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΓΕΩΤΡΗΣΕΩΝ

Ένας από τους σημαντικότερους περιορισμούς των ηλεκτρικών διασκοπήσεων κατά μήκος της επιφάνειας του εδάφους είναι η μείωση της διακριτικής ικανότητας των παραγόμενων εικόνων με το βάθος. Θεωρητικά, ο μόνος τρόπος να βελτιωθεί η ανάλυση σε μεγάλο βάθος είναι να τοποθετηθούν οι αισθητήρες (δηλαδή τα ηλεκτρόδια) πιο κοντά στις δομές που θέλουμε να εξετάσουμε. Αυτό δεν είναι πάντα εφικτό, αλλά όταν υπάρχουν γεωτρήσεις, οι διασκοπήσεις μεταξύ γεωτρήσεων μπορούν να δώσουν περισσότερο ακριβή αποτελέσματα από τις επιφανειακές διασκοπήσεις (Loke 2001, Bing και Greenhalgh 2000).

Στον Πίνακα 2.2 παρουσιάζονται όλοι οι ανεξάρτητοι συνδυασμοί 2, 3 και 4 ηλεκτροδίων (ρεύματος A, B και δυναμικού M, N), καθώς και στα σχήματα Σχήμα 9, Σχήμα 10 και Σχήμα 11 γίνεται γραφική απεικόνιση αυτών.

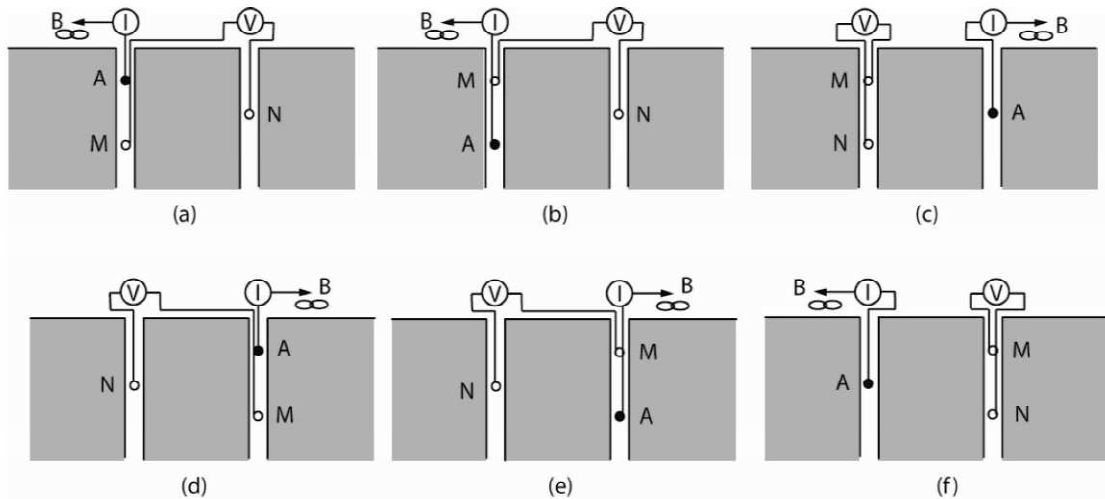
Διάταξη Ηλεκτροδίων	Σύνολο Δυνατών Διατάξεων	Σύνολο Ανεξάρτητων Διατάξεων	Ανεξάρτητες Διατάξεις	ρ_a διατάξεις με αδυναμία μέτρησης
Πόλου-Πόλου	2	1	A-M	
Πόλου-Διπόλου	12	6	AM-N, MA-N, MN-A, N-AM, N-MA, A-MN	A-MN, MN-A
Διπόλου-Πόλου	12	6	AM-B, MA-B, AB-M, B-AM, B-MA, M-AB	AB-M, M-AB
Διπόλου-Διπόλου	24	3	AM-BN, AM-NB, AB-MN	AB-MN, MN-AB

Ισοδύναμη Διάταξη: Πόλου-Διπόλου: AM-N, MA-N και MN-A= Διπόλου-Πόλου: MA-B, AM-B και AB-M

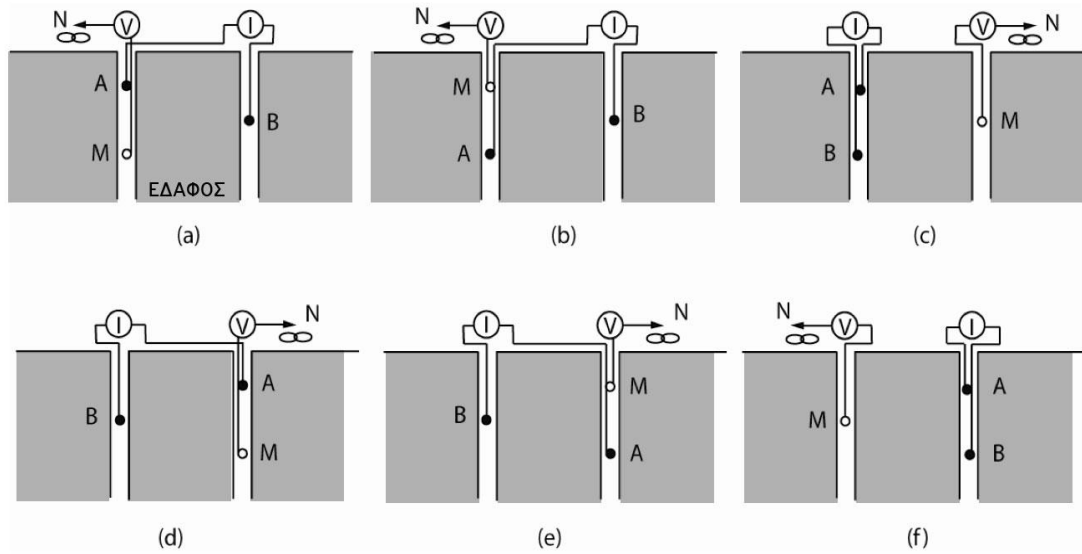
Πίνακας 2.2 Πιθανοί συνδυασμοί ηλεκτροδίων για μετρήσεις μεταξύ γεωτρήσεων (Bing και Greenhalgh, 2000).

Οι Bing και Greenhalgh (2000) έχουν αποδείξει ότι οι ανεξάρτητες διατάξεις μεταξύ γεωτρήσεων έχουν διαφορετικές εικόνες ευαισθησίας και επομένως δίνουν διαφορετικές ηλεκτρικές εικόνες του υπεδάφους. Για παράδειγμα, επιλέγοντας δύο ή τρεις αποστάσεις μεταξύ των ηλεκτροδίων A και M (ή M και A) στις διατάξεις AM-N (MA-N), AM-B (MA-B) και AM-BN (MA-BN) και μετακινώντας τα υπόλοιπα ηλεκτρόδια της άλλης γεώτρησης από πάνω προς τα κάτω, μπορούμε να πετύχουμε διαφορετικές οριζόντιες ευαισθησίες, ώστε να συλλέξουμε πληροφορίες σχετικά με τις φυσικές αλλαγές στην περιοχή μεταξύ των δύο γεωτρήσεων.

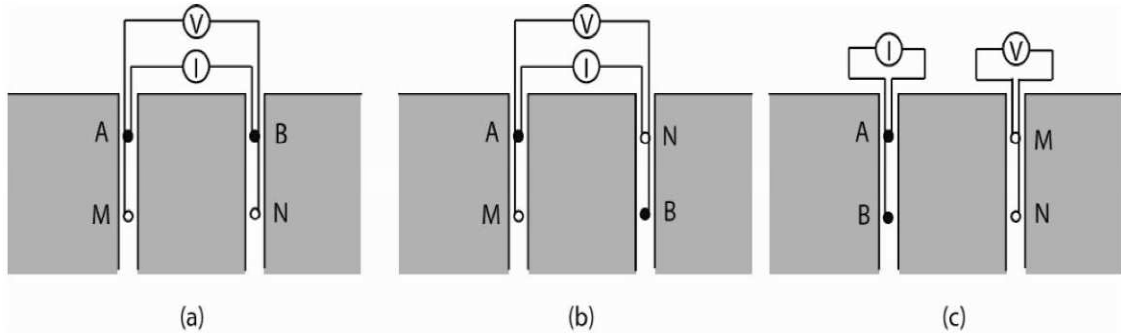
Ωστόσο, πρέπει να επισημανθεί ότι οι ακόλουθες έξι διατάξεις: A-MN, MN-A, AB-M, M-AB, AB-MN και MN-AB έχουν για κάποιες θέσεις μέτρησης πρόβλημα αοριστίας με τον υπολογισμό της φαινόμενης αντίστασης (προκύπτει μηδενική τιμή στο δυναμικό για ομογενή γη και ο γεωμετρικός παράγοντας δεν ορίζεται).



Σχήμα 2.9 Συνδυασμοί ηλεκτροδίων πόλου-διπόλου μέσα σε γεωτρήσεις (Bing και Greenhalgh, 2000).



Σχήμα 2.10 Συνδυασμοί ηλεκτροδίων διπόλου-πόλου μέσα σε γεωτρήσεις (Bing και Greenhalgh, 2000).



Σχήμα 2.11 Συνδυασμοί ηλεκτροδίων διπόλου-διπόλου μέσα σε γεωτρήσεις (Bing και Greenhalgh, 2000).

2.5 ΠΙΘΑΝΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Η ποιότητα των δεδομένων της αντίστασης που συλλέγονται σε μία περιοχή εξαρτάται από την αξιοπιστία του οργάνου μέτρησης της αντίστασης, αλλά και από μία σειρά άλλων παραγόντων που «μολύνουν» με θόρυβο τα δεδομένα (Tsourlos, 1995). Ένας από τους παράγοντες που προκαλούν θόρυβο στα δεδομένα της φαινόμενης αντίστασης μπορεί να είναι η εσφαλμένη τοποθέτηση των ηλεκτροδίων, καθώς ο λανθασμένος υπολογισμός του γεωμετρικού παράγοντα θα επηρεάσει και τις τιμές της φαινόμενης αντίστασης. Επιπλέον σφάλματα στις μετρήσεις του δυναμικού μπορούν να προκληθούν από πολλούς παράγοντες, όπως κακή επαφή ή/και υψηλές αντιστάσεις επαφής των ηλεκτροδίων με το έδαφος, κακής ποιότητας ή

κατεστραμμένα καλώδια, εξωγενή περιβαλλοντικό θόρυβο (τελλουρικά ρεύματα και ηλεκτροφόρα καλώδια). Κάποιοι από τους προαναφερθέντες λόγους μπορεί να είναι εντελώς τυχαίοι, οπότε τα σφάλματα στις μετρήσεις του δυναμικού ενδέχεται να μην παρουσιάζουν μία συγκεκριμένη κατανομή.

Ένας επιπλέον παράγοντας μπορεί να είναι η ηλεκτρομαγνητική σύζευξη. Όταν ένας πομπός ρεύματος αλλάξει ή διακοπεί η λειτουργία του τότε εμφανίζεται το φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής μεταξύ των καλωδίων που εκπέμπουν και λαμβάνουν το σήμα. Η σύζευξη αυξάνεται με την συχνότητα, την διάταξη των ηλεκτροδίων, το μήκος των καλωδίων και την αγωγιμότητα του εδάφους. Οι διατάξεις που χρησιμοποιούν διαφορετικά καλώδια για την εκπομπή και την λήψη του σήματος επηρεάζονται λιγότερο από το φαινόμενο (π.χ. διπόλου-διπόλου και πόλου-διπόλου).

Οι έντονες τοπογραφικές μεταβολές μπορούν να προκαλέσουν διασπορά ή συγκέντρωση των γραμμών ρεύματος, με αποτέλεσμα να δημιουργούνται πλασματικά περιοχές χαμηλής και υψηλής αντίστασης αντίστοιχα. Έτσι, περιοχές με κλίση μεγαλύτερη των 10ο μπορεί να προκαλέσουν σημαντικά σφάλματα στις μετρήσεις. Η επίδραση της τοπογραφίας στο βαθμό που αυτό είναι εφικτό, μπορεί να μοντελοποιηθεί και να ληφθεί υπόψη κατά την επεξεργασία των δεδομένων (Tsourlos et al. 1999, Loke 2001, Yi et al. 2001).

Η πόλωση που παρατηρείται στα ηλεκτρόδια ρεύματος μπορεί σε ορισμένες περιπτώσεις να προκαλέσει μία ανώμαλη μέτρηση δυναμικού, όταν τα ίδια ηλεκτρόδια ρεύματος χρησιμοποιηθούν αμέσως μετά ως ηλεκτρόδια δυναμικού. Το φαινόμενο αυτό εντοπίζεται κυρίως στις μετρήσεις της αντίστασης που πραγματοποιούνται με ένα αυτοματοποιημένο σύστημα καταγραφής. Για να αντιμετωπισθεί αυτό το πρόβλημα θα πρέπει ο σχεδιασμός της διάταξης που θα μετρηθεί με το πολυπλεκτικό όργανο μέτρησης της αντίστασης να είναι τέτοιος ώστε έτσι να αποφεύγεται να μετριέται το δυναμικό σε ένα ηλεκτρόδιο, το οποίο αμέσως προηγουμένως είχε χρησιμοποιηθεί για να εισάγει ηλεκτρικό ρεύμα στο υπεδάφος (Dahlin, 2001).

2.6 ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Η ερμηνεία των μετρήσεων πραγματοποιείται με την επίλυση του αντιστρόφου ηλεκτρικού προβλήματος είτε με τη χρήση προσεγγιστικών μεθόδων π.χ. μέθοδος Bristow , μέθοδος Zhody-Barker (Zhody 1989, Barker 1989), μέθοδος οπισθοπροβολής (Tsourlos et al.1993), είτε με τη χρήση υπαρχόντων μη γραμμικών τεχνικών αντιστροφής (π.χ. Tripp et al.1984) που προσαρμόζονται στο πρόβλημα της ηλεκτρικής τομογραφίας (Shima, 1992, Tsourlos et al.,1995).

Η πλέον δημοφιλής τεχνική για την αναπαράσταση της πραγματικής εικόνας της ηλεκτρικής αντίστασης του υπεδάφους είναι αυτή της αντιστροφής. Σκοπός της

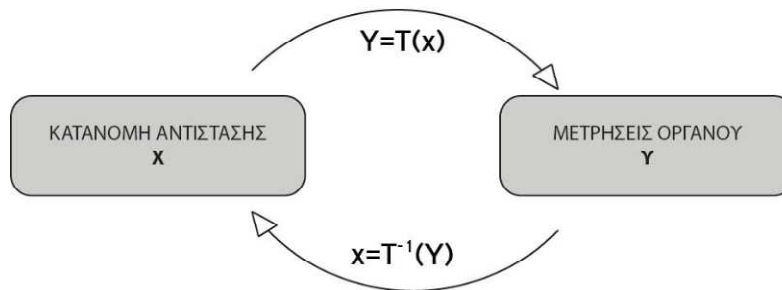
αντιστροφής είναι να βρεθεί ένα μοντέλο αντίστασης η απόκριση του οποίου (συνθετικές φαινόμενες αντιστάσεις) να είναι όσο το δυνατό πιο κοντά στις πραγματικές φαινόμενες τιμές. Απαραίτητη προϋπόθεση γι' αυτό είναι αρχικά η επίλυση του ευθέος προβλήματος, δηλαδή η εύρεση των συνθετικών φαινόμενων αντιστάσεων με γνωστή την κατανομή των πραγματικών αντιστάσεων.

Συγκεκριμένα, έστω ότι μεταβλητή x δίνει την κατανομή των πραγματικών τιμών της αντίστασης και με y συμβολίζονται οι πραγματικές φαινόμενες μετρήσεις. Τότε η επίλυση του ευθέος προβλήματος αφορά την εύρεση του μετασχηματισμού T (γραμμικού ή μη-γραμμικού), που συνδέει τη γνωστή κατανομή της αντίστασης x με τις άγνωστες μετρήσεις y .

$$y = T(x) \quad (18)$$

Η επίλυση του αντίστροφου προβλήματος αφορά την εύρεση του αντίστροφου μετασχηματισμού T^{-1} που συνδέει το γνωστό διάλυμα των μετρήσεων y με την άγνωστη κατανομή της αντίστασης x (Σχήμα 1.12).

$$x = T^{-1}(y) \quad (19)$$



Σχήμα 2.12 Σχηματική αναπαράσταση του ευθέος και αντίστροφου προβλήματος.

2.6.1 ΕΥΘΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

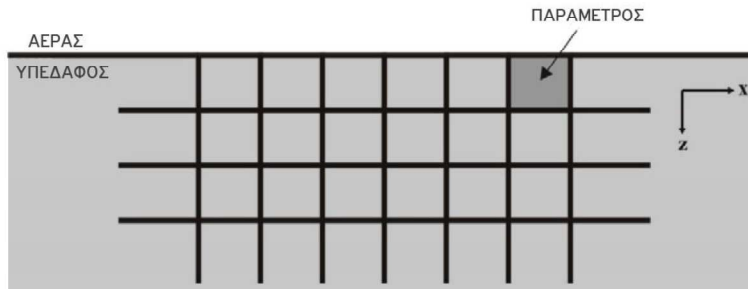
Κατά την επίλυση του ευθέος προβλήματος υπολογίζεται η φαινόμενη αντίσταση που θα προέκυπτε από την διεξαγωγή μίας γεωφυσικής έρευνας αν ήταν γνωστή η πραγματική κατανομή της αντίστασης του υπεδάφους και ο τρόπος λήψης των μετρήσεων (διάταξη ηλεκτροδίων). Για τον υπολογισμό των τιμών αυτών υπάρχουν δύο μέθοδοι:

- **Αναλυτικές Μέθοδοι.** Βασίζονται στην επίλυση των εξισώσεων που περιγράφουν το πεδίο. Είναι οι πιο ακριβείς, αλλά περιορίζονται στην επίλυση μόνο απλών δομών και μοντέλων, όπως σφαιρικές ή κυλινδρικές (Cook και Van Nostrand, 1966), δύο οριζοντίων ή κατακόρυφων στρωμάτων (Telford, 1990), κλπ.

- **Αριθμητικές μέθοδοι.** Αποτελούν μαθηματικές διαδικασίες που βασίζονται σε αριθμητικούς χειρισμούς που διεξάγονται πρακτικά μόνο με ηλεκτρονικό υπολογιστή. Στις μεθόδους αυτές πρέπει να βρεθεί ένας τρόπος έκφρασης της λύσης των εξισώσεων συνεχούς πεδίου με έναν πεπερασμένο αριθμό διακριτών σημείων.

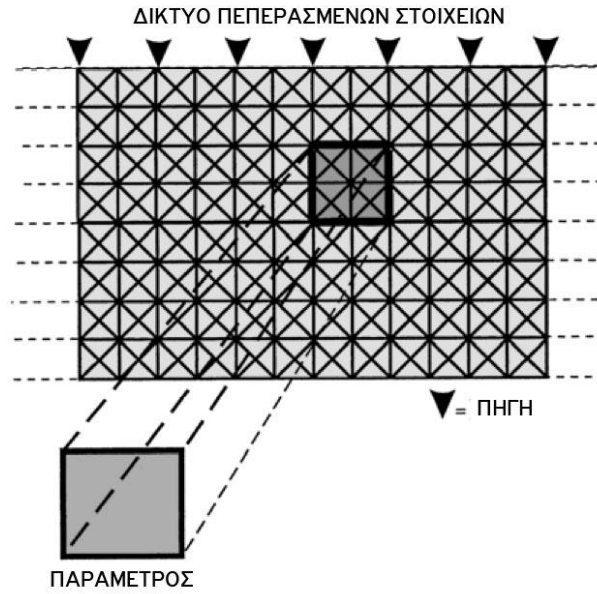
Οι αριθμητικές μέθοδοι με την σειρά τους χωρίζονται στις εξής υποκατηγορίες:

1. **Μέθοδοι ολοκληρωτικών εξισώσεων.** Η λύση αυτών, βρίσκεται στην επιφάνεια γεωηλεκτρικών ασυνεχειών και οι αριθμητικοί υπολογισμοί βασίζονται στη χρήση των συναρτήσεων του Green. Ουσιαστικά, υποτίθεται ότι η ύπαρξη μιας δομής διαφορετικής αντίστασης από το περιβάλλον είναι ισοδύναμη με μια κατανομή στοιχειωδών ηλεκτροστατικών πηγών στην επιφάνειά του.
2. **Διαφορικές μέθοδοι.** Η προς επίλυση περιοχή διακριτοποιείται σε μικρότερα τμήματα και περιορίζεται με την εισαγωγή τεχνητών ορίων. Η λύση υπολογίζεται για κάθε ένα διακριτό τμήμα της περιοχής μελέτης. Έτσι, μια διαφορετική τιμή αντίστασης μπορεί να δοθεί σε κάθε ένα διακριτό τμήμα και συνεπώς οι διαφορικές μέθοδοι μπορούν να επιλύσουν οποιαδήποτε κατανομή αντίστασης, ανεξάρτητα από την πολυπλοκότητα αυτής της κατανομής. Οι γνωστότερες τεχνικές των διαφορικών μεθόδων είναι οι μέθοδοι των πεπερασμένων στοιχείων και των πεπερασμένων διαφορών. Αυτές υποδιαιρούν το υπέδαφος σε κελιά διαφορετικής αντίστασης (παράμετροι). Η τιμή της αντίστασης σε κάθε κελί θεωρείται σταθερή (Σχήμα 2.13).



Σχήμα 2.13 Διακριτοποίηση του ημιχώρου σε παραμέτρους διαφορετικής αντίστασης (Tsourlos, 1995).

Η διαφορά των δύο αυτών τεχνικών βασίζεται στο ότι η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών (Dey και Morrison 1979a,b) χωρίζει το υπέδαφος σε ένα μεγάλο αριθμό ορθογωνίων κελιών, ενώ στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Coggon 1971, Silvester και Ferrari 1990) χρησιμοποιούνται τριγωνικά στοιχεία (Σχήμα 2.14).



Σχήμα 2.14 Κάθε παράμετρος χωρίζεται σε τριγωνικά στοιχεία (elements) στις κορυφές (nodes) των οποίων υπολογίζεται το δυναμικό (Tsourlos, 1995).

Όλες οι μέθοδοι μπορούν να ανταποκριθούν στην επίλυση δικτύων που περιέχουν στοιχεία με ποικίλα μεγέθη. Όμως μόνο η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να επιλύσει περιορισμένες δομές ακανόνιστου σχήματος. Αυτό το πλεονέκτημα είναι πολύ σημαντικό όταν πρέπει να επιλύσουμε κατανομές αντίστασης, σε περιοχές με τοπογραφία, διότι η αντίσταση είναι ευαίσθητη σε τοπογραφικές διακυμάνσεις. Με τη χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων το δίκτυο των στοιχείων μπορεί να προσαρμοστεί στην τοπική γεωμορφολογία, δίνοντας έτσι τη δυνατότητα εντοπισμού και απομόνωσης του ψευδοθορύβου που οφείλεται στις τοπογραφικές μεταβολές.

Στη συγκεκριμένη διατριβή έχει επιλεγεί η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων για την επίλυση του ευθέως προβλήματος, ενώ η μοντελοποίηση του υπεδάφους ακολουθεί μοντέλο δύο και μισό διαστάσεων (2.5D) (Tsourlos et al., 1999). Η τεχνική αυτή της επίλυσης του ευθέως προβλήματος αναζητά μια λύση της διαφορικής εξίσωσης Poisson που διέπει τη ροή του ηλεκτρικού ρεύματος στο υπέδαφος,

$$\nabla \cdot (-\sigma \nabla V) = \nabla J \quad (20)$$

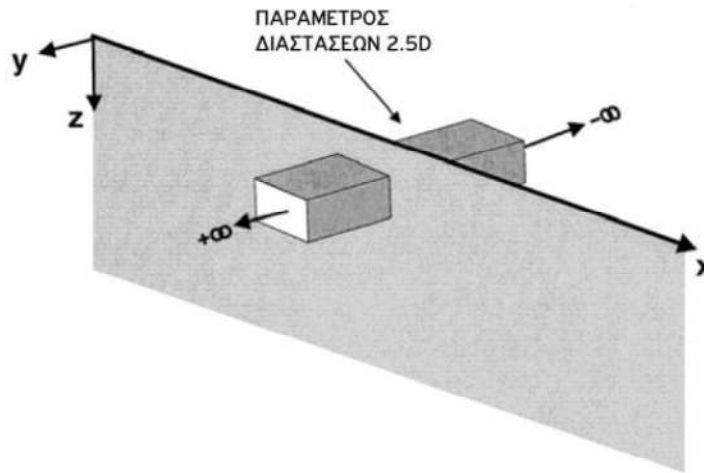
όπου

- σ αγωγιμότητα
- V δυναμικό
- J πυκνότητα ρεύματος

Ο όρος ∇V της σχέσης (20) περιγράφει τις πηγές ρεύματος και στη συγκεκριμένη περίπτωση μπορεί να αντικατασταθεί από μια συνάρτηση Dirac (δ) και μία σημειακή πηγή ρεύματος I . Εάν x_s , y_s , z_s είναι οι συντεταγμένες της πηγής, τότε η εξίσωση (20) γίνεται,

$$\nabla \cdot (-\sigma \nabla V) = I \delta_{(x)} \delta_{(y)} \delta_{(z)} \quad (21)$$

Στο μοντέλο 2.5 διαστάσεων, το ρεύμα διαδίδεται στο χώρο (σε 3 διαστάσεις), ενώ η μεταβολή της αντίστασης θεωρείται ότι είναι δύο διαστάσεων (παραμένει σταθερή στην τρίτη διάσταση) (Σχήμα 2.15). Διαφορετικά, οι μετρούμενες τιμές ανταποκρίνονται σε ένα τριών διαστάσεων ημιχώρο, στον οποίο η αντίσταση μπορεί να μεταβάλλεται μόνο κατά τις δύο διαστάσεις, ενώ παραμένει σταθερή κατά τη διεύθυνση της τρίτης διάστασης.



Σχήμα 2.15 Παράμετρος 2.5 διαστάσεων (Tsourlos, 1995).

Το πλεονέκτημα της προσέγγισης αυτής των 2.5 διαστάσεων είναι ότι αποτελεί μια ρεαλιστική απεικόνιση της κατανομής των αντιστάσεων, περιλαμβάνοντας μια πλήρη, τριών διαστάσεων κατανομή των δυναμικών, με τη χρήση γεωμετρίας δύο διαστάσεων. Με αυτόν τον τρόπο, μειώνονται οι δυσκολίες επίλυσης του προβλήματος (όπως χρόνος υπολογισμού και απαιτήσεις υπολογιστικής μνήμης) σε σύγκριση με τις δυσκολίες που θα αντιμετωπίζαμε αν χρησιμοποιούσαμε μια προσέγγιση τριών διαστάσεων.

Για να ληφθεί υπόψη η μεταβλητότητα και των τριών συντεταγμένων, η διαφορά δυναμικού μετασχηματίζεται κατά Fourier ως προς τη διεύθυνση y και το μετασχηματισμένο δυναμικό δίνεται ως:

$$\tilde{V}(x, k, z) = \int_0^{\infty} V(x, y, z) \cos(ky) dy \quad (22)$$

οπότε η σχέση (21) γίνεται

$$\nabla \cdot (-\sigma_{(x,z)} \nabla V_{(x,k,z)}) = I \delta(x) \delta(z) \quad (23)$$

Η βασική ιδέα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η υποδιαίρεση της περιοχής μελέτης σε τριγωνικές υποπεριοχές (στοιχεία), όπου η άγνωστη τιμή δυναμικού V προσεγγίζεται από απλές συναρτήσεις παρεμβολής (shape ή trial functions) που εφαρμόζονται σε συγκεκριμένα σημεία του στοιχείου, τα οποία ονομάζονται 'κόμβοι' (Σχήμα 2.16). Κάθε ένα από τα τριγωνικά αυτά στοιχεία (κάθε στοιχείο έχει τρεις κόμβους στις κορυφές του) αντιπροσωπεύει μια ομογενή και ισότροπη περιοχή του υπεδάφους με σταθερή τιμή αντίστασης. Η προσεγγιστική τιμή του δυναμικού V' δίνεται από την σχέση,

$$V' = \sum_{i=1}^N n_i a_i \quad i=1,2, \dots, N \quad (24)$$

όπου

- a_i δυναμικό στους τρεις κόμβους
- n_i συναρτήσεις παρεμβολής, οι οποίες για ένα τριγωνικό στοιχείο έχουν την παρακάτω μορφή.

$$n_j = \frac{A_j B_j C_j z}{2\Delta}, \quad j=1, 2, 3,$$

$$A_j = x_k z_m - x_m x_k$$

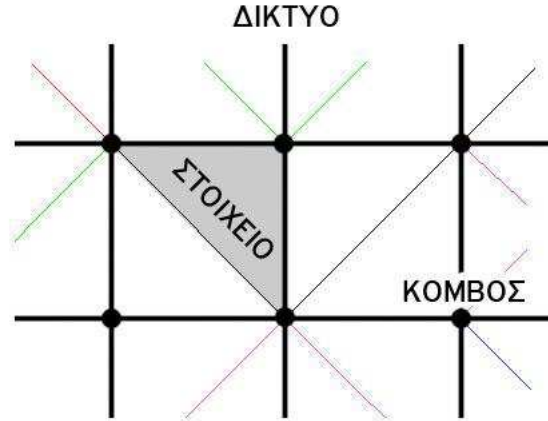
$$B_j = z_k - z_m$$

$$C_j = x_m - x_k$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & z_3 \end{bmatrix}$$

$$j, k, m = 1, 2, 3 \quad (25)$$

όπου Δ είναι το εμβαδό της περιοχής του στοιχείου.



Σχήμα 2.16 Στοιχεία (elements) και κόμβοι (nodes) συνθέτουν το δίκτυο των πεπερασμένων στοιχείων (FEM).

Σύμφωνα με παραδοχές που έχουν γίνει κατά τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (ομογενή και ισότροπα στοιχεία), η αρχική σχέση (21) για κάθε ένα στοιχείο γίνεται:

$$-\sigma \nabla^2 \tilde{V} = f \quad (26)$$

όπου η συνάρτηση f είναι $I\delta(x)\delta(z)$ ή μηδέν, ανάλογα με το αν το συγκεκριμένο στοιχείο διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα ή όχι. Στη συνέχεια ορίζεται ένα κριτήριο βελτιστοποίησης προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί η διαφορά μεταξύ του προσεγγιστικού και του «πραγματικού» δυναμικού. Το πιο διαδεδομένο και γενικό κριτήριο που χρησιμοποιείται στην ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων είναι το κριτήριο Galerkin του σταθμισμένου σφάλματος (Burnett, 1989), σύμφωνα με το οποίο το σφάλμα μεταξύ προσεγγιστικού και «πραγματικού» δυναμικού πρέπει να είναι ορθογώνιο προς τις συναρτήσεις παρεμβολής για κάθε στοιχείο.

Τα πλεονεκτήματα της εφαρμογής του κριτηρίου Galerkin είναι πολύ σημαντικά, καθώς το πρόβλημα επίλυσης της αρχικής διαφορικής εξίσωσης (20), της οποίας η αναλυτική λύση είναι πολύ δύσκολο να βρεθεί, μετασχηματίζεται σε ένα ισοδύναμο σύστημα γραμμικών εξισώσεων, το οποίο μπορεί να λυθεί με συγκεκριμένες αριθμητικές μεθόδους. Έτσι, λαμβάνοντας υπόψη το κριτήριο ελαχιστοποίησης Galerkin, η σχέση (26) γίνεται για κάποιο σημείο e

$$-\sigma \iint e \left[\frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial x^2} n_i + \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial z^2} n_i \right] dx dz + \sigma \iint e k^2 \tilde{V} n_i dx dz - \iint e f n_i dx dz = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (27)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (1.24) στην σχέση (1.27) και ολοκληρώνοντας κατά μέρη προκύπτει

$$\sum_j^N \sigma_e \iint_e \left(\frac{\theta n_i}{\theta_x} \frac{\theta n_i}{\theta_x} + k^2 n_j n_i + \frac{\theta n_i}{\theta_z} \frac{\theta n_i}{\theta_z} \right) dx dz - \iint_e f n_i dx dz = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (28)$$

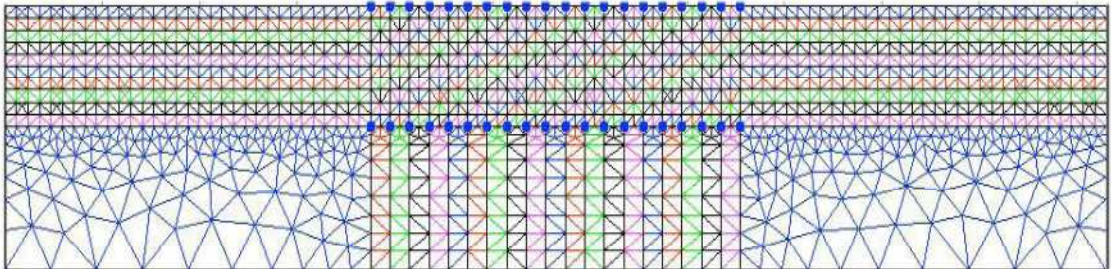
Υπολογίζοντας τα παραπάνω ολοκληρώματα με αναλυτικό τρόπο προκύπτει, με τη μορφή πινάκων, η σχέση που περιγράφει το κάθε σημείο για το 2.5 διαστάσεων γεωηλεκτρικό πρόβλημα,

$$\frac{\sigma_e}{4\Delta} \begin{pmatrix} B_1B_1 + C_1C_1 & B_1B_2 + C_1C_2 & B_1B_3 + C_1C_3 \\ B_2B_1 + C_2C_1 & B_2B_2 + C_2C_2 & B_2B_3 + C_2C_3 \\ B_3B_1 + C_3C_1 & B_3B_2 + C_3C_2 & B_3B_3 + C_3C_3 \end{pmatrix} + \frac{\sigma_{ek}2\Delta}{12} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Τα στοιχεία του συνολικού διανύσματος φορτίου F στο δεξιό σκέλος της εξίσωσης (29) είναι μηδέν όταν καμία πηγή ηλεκτρικού ρεύματος δεν συμπίπτει με κάποιους από του κόμβους του στοιχείου, αλλιώς θα έχουν τιμή 2I, όπου I είναι η τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος. Εφόσον τα στοιχεία είναι κομμάτι ενός πλέγματος (Σχήμα 2.17) και έχουν κοινούς κόμβους, οι εξισώσεις που περιγράφουν κάθε ένα στοιχείο μπορούν να ενωθούν σε ένα μοναδικό σύνολο γραμμικών εξισώσεων. Το συνολικό γραμμικό σύστημα που προκύπτει θα έχει τη μορφή

$$K=A \cdot F \quad (30)$$

όπου ο πίνακας K περιέχει τους όρους δυσκαμψίας (όροι που σχετίζονται με τις συντεταγμένες των κόμβων) και είναι συμμετρικός, ταινιωτός και αραιός (με πολλά μηδενικά), το διάνυσμα A περιέχει τα άγνωστα δυναμικά των κόμβων και το διάνυσμα F περιλαμβάνει τις πηγές ρεύματος και τους όρους των ορίων. Μετά τη δημιουργία του συνολικού γραμμικού συστήματος (σχέση 30) πρέπει να εφαρμοσθούν οι οριακές συνθήκες (BC) Neumann και Dirichlet.



Σχήμα 2.17 Πλέγμα (mesh) διακριτοποίησης του ημιχώρου που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διατριβή.

Οριακές συνθήκες Neumann. Στη διαχωριστική επιφάνεια αέρα-εδάφους δεν υπάρχει ροή ηλεκτρικού ρεύματος κάθετη στο όριο.

Ομογενείς οριακές συνθήκες Dirichlet. Η τιμή του δυναμικού στις οριακές επιφάνειες (πλευρές και βάση) είναι μηδέν.

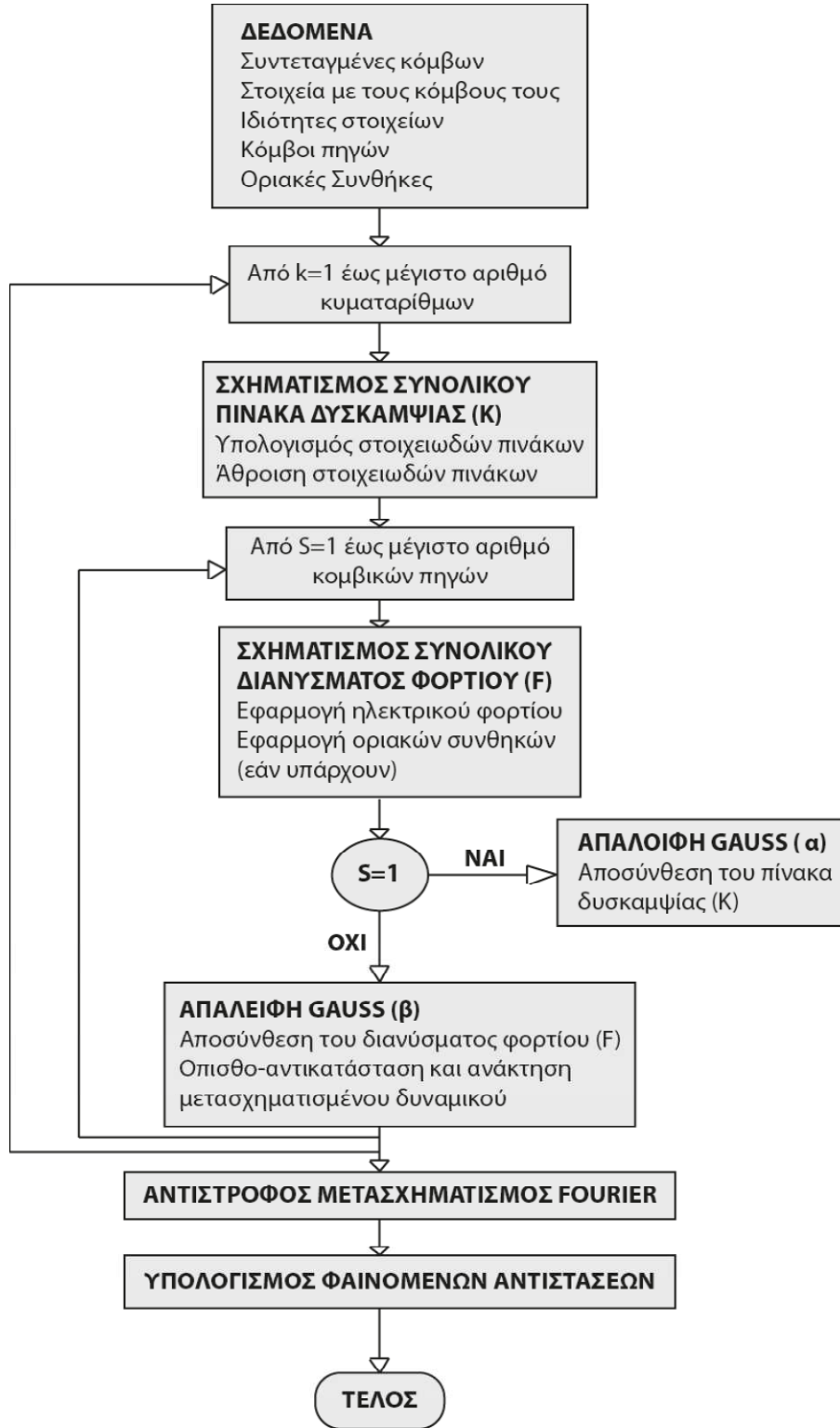
Οι οριακές συνθήκες Neumann εφαρμόζονται αυτόματα μέσω των στοιχειωδών γραμμικών εξισώσεων (σχέση 29), ενώ οι ομογενείς οριακές συνθήκες Dirichlet εφαρμόζονται με τη μορφή περιορισμών στο συνολικό γραμμικό σύστημα (σχέση 30).

Στη συνέχεια, μετά την εφαρμογή των οριακών συνθηκών, το σύστημα που προκύπτει μπορεί να λυθεί με τη βοήθεια τυποποιημένων μεθόδων, οι οποίες είναι γνωστές για την καλύτερη εφαρμογή τους σε αραιά και με πολλά μηδενικά συστήματα. Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε είναι η χρήση της μεθόδου απαλοιφής του Gauss, δίνοντας το μετασχηματισμένο δυναμικό για τις καθορισμένες τιμές του K . Εφόσον λυθεί η εξίσωση (30) για k κυματαρίθμους, το συνολικό δυναμικό ανακτάται με τη χρήση του αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier.

$$V_{(x,y,z)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \tilde{V}_{(x,k,z)} \cos(ky) dk \quad (31)$$

Επομένως, εάν το μετασχηματισμένο δυναμικό υπολογισθεί για αρκετές τιμές k , το δυναμικό $V(x,y,z)$ μπορεί να ληφθεί ολοκληρώνοντας αριθμητικά την εξίσωση (31). Εφόσον τα δυναμικά των κόμβων είναι γνωστά, οι διαφορές δυναμικού μεταξύ δύο σημείων και οι αντίστοιχες φαινόμενες αντιστάσεις είναι εύκολο να υπολογισθούν.

Στο Σχήμα 2.18 φαίνεται ένα διάγραμμα ροής του αλγορίθμου 2.5 διαστάσεων των πεπερασμένων στοιχείων που περιγράφηκε παραπάνω.



Σχήμα 2.18 Διάγραμμα ροής αλγορίθμου 2.5 διαστάσεων του ευθέως προβλήματος (Tsourlos, 1995).

2.6.2 ΙΑΚΩΒΙΑΝΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ

Το πρόβλημα της αντιστροφής περιλαμβάνει τον υπολογισμό της κατανομής της αντίστασης που παράγεται από ένα σύνολο συνθετικών δεδομένων που προσομοιάζουν όσο το δυνατό περισσότερο τις πραγματικές συνθήκες. Η κατανομή της αντίστασης αποτυπώνεται ως σύνολο ομογενών παραμέτρων, όπου η τιμή της αντίστασης μιας παραμέτρου μπορεί να μεταβάλλεται ανεξάρτητα από τις τιμές αντίστασης των άλλων ομογενών παραμέτρων του μοντέλου. Στις περισσότερες μεθόδους αντιστροφής είναι απαραίτητη η χρήση ενός πίνακα που ονομάζεται ‘Ιακωβιανός πίνακας’ (J) και ο οποίος συνδέει τις μεταβολές των ανωτέρων παραμέτρων με τις μεταβολές των ιδιοτήτων των παρατηρούμενων δεδομένων.

Έστω ‘ n ’ ο αριθμός των στοιχείων του διανύσματος ‘ ρ ’ της παραμέτρου του προβλήματος (ειδική αντίσταση) και ‘ m ’ ο αριθμός των στοιχείων του διανύσματος ‘ d ’ των φαινόμενων αντιστάσεων, τότε ο Ιακωβιανός πίνακας έχει διαστάσεις $m \times n$ και το i,j στοιχείο του J (J_{ij}) δίνεται από τη σχέση

$$I_{IJ} = \frac{\partial d_i}{\partial p_j} \quad (32)$$

όπου d_i είναι η ειδική ηλεκτρική αντίσταση της παραμέτρου p_j . Ο Ιακωβιανός πίνακας είναι γνωστός και ως ‘πίνακας ευαισθησίας’, αφού εκφράζει την ευαισθησία της μέτρησης (i) της φαινόμενης αντίστασης σε μικρές μεταβολές των πραγματικών αντιστάσεων μιας παραμέτρου (j) του μοντέλου. Εάν τα παρατηρούμενα δεδομένα είναι φαινόμενες αντιστάσεις ρ_{ai} , τότε η εξίσωση (32) μπορεί να γραφεί ως

$$I_{IJ} = \frac{\partial \rho_{ai}}{\partial p_j} = -\frac{\partial \rho_{ai}}{\partial p_j} = \frac{2\pi}{kl} \frac{\partial \Delta V_i}{\partial p_j} \quad (33)$$

Στην εξίσωση (33), ο γεωμετρικός παράγοντας K και η ένταση του ρεύματος I που εισάγεται στη γη είναι γνωστές ποσότητες, οπότε ο Ιακωβιανός πίνακας μπορεί να βρεθεί με τον υπολογισμό του ρυθμού μεταβολής του δυναμικού προς τη μεταβολή της αγωγιμότητας $\partial \Delta V_i / \partial \sigma$.

Είναι προφανές ότι ο υπολογισμός του Ιακωβιανού πίνακα συνδέεται άμεσα με την επίλυση του ευθέως προβλήματος. Όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, τότε κάθε παράμετρος συνήθως αποτελείται από περισσότερα τριγωνικά υποστοιχεία. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του Ιακωβιανού πίνακα ονομάζεται ‘τεχνική συζυγούς εξίσωσης’ (McGillivray και Oldenburg, 1990) και ενσωματώθηκε στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων έτσι ώστε να υπολογιστεί ο Ιακωβιανός πίνακας ή πίνακας ευαισθησίας J (Tsourlos, 1995).

Μετά από υπολογισμούς μετασχηματισμού μπορεί να αποδειχθεί ότι για την περίπτωση του ηλεκτρικού προβλήματος, η ευαισθησία αποτελεί μια συνάρτηση της

αρχικής διαφορικής εξίσωσης και των συζυγών συναρτήσεων Green. Εφόσον η λύση του ηλεκτρικού προβλήματος είναι αυτοσυζυγής, η ίδια η λύση του ευθέως προβλήματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση τόσο των αρχικών όσο και των συζυγών συναρτήσεων. Οι McGillivray και Oldenberg (1990) εξήγησαν την γενικευμένη μορφή της ευαισθησίας του αντίστοιχου μετασχηματισμένου δυναμικού για την περίπτωση του 2.5 διαστάσεων ηλεκτρικού προβλήματος. Η τελική εξίσωση που δίνει την ευαισθησία του μετασχηματισμένου δυναμικού παίρνει τελικά τη μορφή

$$\frac{\partial V_0}{\partial \sigma_j} = \int_D [k^2 \psi_j V V' + \psi_j \frac{\partial V'}{\partial x} \frac{\partial V'}{\partial x} + \psi_j \frac{\partial V'}{\partial z} \frac{\partial V'}{\partial z}] dx dz \quad (34)$$

όπου $\partial \Delta V_0 / \partial \sigma_j$ είναι η μερική παράγωγος της μέτρησης του μετασχηματισμένου δυναμικού ως προς την παράμετρο j, V και V' είναι τα μετασχηματισμένα δυναμικά λόγω πηγής ρεύματος στο (x,z) και το ψ_j είναι το 1 όταν οι συντεταγμένες (x,z) βρίσκονται μέσα στα όρια της παραμέτρου j, αλλιώς είναι μηδέν (0).

Με τη χρήση της σχέσης (34) το πρόβλημα μπορεί να διατυπωθεί μέσα στα πλαίσια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Υποθέτοντας ότι αναζητάται η ευαισθησία του μετασχηματισμένου δυναμικού (στον κόμβο 'n' εξαιτίας της πηγής που βρίσκεται στον κόμβο 'm') ως συνάρτηση της διαταραχής της αγωγιμότητας του στοιχείου 'e', τότε η εξίσωση (34) γίνεται

$$\frac{\partial V_{nm}}{\partial \sigma^{(e)}} = \int_{\Delta^{(e)}} [k^2 V_n^{(e)} V_m^{(e)} + \psi_j \frac{\partial V_n^{(e)}}{\partial x} \frac{\partial V_m^{(e)}}{\partial x} + \psi_j \frac{\partial V_n^{(e)}}{\partial z} \frac{\partial V_m^{(e)}}{\partial z}] dx dz \quad (35)$$

όπου V_{nm} είναι το δυναμικό 'n' λόγω της πηγής του ηλεκτρικού ρεύματος στο 'm' και $V_m^{(e)}$, $V_n^{(e)}$ είναι το δυναμικό στους κόμβους του στοιχείου e εξαιτίας των πηγών στους κόμβους m, n αντίστοιχα. Λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις (34) και (35) και χρησιμοποιώντας τις αριθμητικές τριγωνικές συναρτήσεις παρεμβολής (σχέση 24), το ολοκλήρωμα του δεξιού σκέλους της σχέσης (35) παίρνει τη μορφή

$$\frac{\partial V_{nm}}{\partial \sigma^{(e)}} = K^2 \Delta^{(e)} \frac{\sum_{j=1}^3 a_{jm}^{(e)} \sum_{j=1}^3 a_{jn}^{(e)} a_{1m}^{(e)} a_{1n}^{(e)} a_{2m}^{(e)} a_{2n}^{(e)} a_{3m}^{(e)} a_{3n}^{(e)}}{12} + \frac{\sum_{j=1}^3 a_{jm}^{(e)} B_j^{(e)} \sum_{j=1}^3 a_{jn}^{(e)} B_j^{(e)} \sum_{j=1}^3 a_{jm}^{(e)} C_j^{(e)} \sum_{j=1}^3 a_{jn}^{(e)} C_j^{(e)}}{4 \Delta^{(e)}} \quad (36)$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (36) μπορεί να υπολογισθεί η ευαισθησία οποιασδήποτε μέτρησης δυναμικού που προήλθε από τη διαταραχή της αγωγιμότητας οποιασδήποτε στοιχείου. Παρατηρείται ότι η ευαισθησία είναι ουσιαστικά μία συνάρτηση των συντεταγμένων των κόμβων και των μετασχηματισμένων δυναμικών των κόμβων του στοιχείου εξαιτίας των πηγών στις θέσεις του πομπού και του δέκτη. Εφόσον είναι γνωστές οι μερικές παράγωγοι του μετασχηματισμένου δυναμικού σε συνάρτηση με τις μεταβολές στην αγωγιμότητα του κάθε στοιχείου, η παράγωγος του μετασχηματισμένου δυναμικού για κάθε παράμετρο p υπολογίζεται προσθέτοντας τις επιμέρους μερικές παραγώγους του κάθε στοιχείου που ανήκει στη συγκεκριμένη παράμετρο

$$\frac{\partial V}{\partial \sigma_p} = \sum_{i=1}^q \frac{\partial V}{\partial \sigma_i} \quad (37)$$

όπου $i=1,2,\dots,q$ είναι ο αριθμός των τριγωνικών στοιχείων που απαρτίζουν την περιοχή κάθε παραμέτρου. Επομένως, οι μερικές παράγωγοι του συνολικού δυναμικού ανακτώνται με την εφαρμογή του αντιστρόφου μετασχηματισμού Fourier με τον τρόπο που περιγράφηκε προηγουμένως. Τέλος, τα στοιχεία του Ιακωβιανού πίνακα μπορούν να υπολογισθούν με βάση τη σχέση (33).

2.6.3 ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Η επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος είναι ακριβώς η αντίστροφη διαδικασία από αυτή του ευθέως προβλήματος που περιγράφηκε παραπάνω. Δηλαδή, μετρώντας τη φαινόμενη αντίσταση που προκύπτει από μία γεωφυσική έρευνα να προσδιοριστεί η κατανομή της αντίστασης του υπεδάφους.

Η δυσκολία των αντίστροφων προβλημάτων μπορεί να συνοψιστεί στους παρακάτω παράγοντες:

Ύπαρξη Λύσης. Είναι δυνατόν να μην υπάρχει κανένα μοντέλο που να επαληθεύει πλήρως τα δεδομένα. Αυτό μπορεί να οφείλεται στην προσεγγιστική λύση για την εύρεση του μοντέλου, στην ύπαρξη θορύβου στα δεδομένα και στο σφάλμα του μοντέλου.

Μοναδικότητα. Εάν υπάρχει λύση, αυτή μπορεί να μην είναι και η μοναδική.

Αστάθεια - Κακώς ορισμένο πρόβλημα. Η διαδικασία επίλυσης των εξισώσεων σε ένα αντίστροφο πρόβλημα, είναι εξαιρετικά ασταθής, με αποτέλεσμα μια μικρή αλλαγή στα δεδομένα (που μπορεί να οφείλεται π.χ. στο θόρυβο) μπορεί να προκαλέσει τεράστιες αλλαγές στη λύση του εκτιμώμενου μοντέλου.

Οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται συνήθως για την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος είναι: η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων (Lines και Treitel 1984), η μέθοδος των ιδιαιζουσών τιμών (Lawson και Hanson 1974), η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων με απόσβεση και η μέθοδος της εξομαλυσμένης αντιστροφής (Tikhonov και Glasko 1965, Constable et al 1987).

Με τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής Occam (Constable et al. 1987), το αντίστροφο πρόβλημα αντιμετωπίζεται συντηρητικά, δηλαδή αναζητούμε ένα μοντέλο το οποίο θα είναι πιο εξομαλυσμένο, δηλαδή θα ερμηνεύει τα δεδομένα με τον απλούστερο δυνατό τρόπο. Το αποτέλεσμα της εξομαλυσμένης αντιστροφής δεν θα είναι απαραίτητα η καλύτερη λύση, αλλά σίγουρα θα αποτελεί μια απλοποιημένη και λογική αναπαράσταση της πραγματικότητας (Tsourlos 1995). Συγχρόνως, η εξαναγκασμένη εξομάλυνση εγγυάται σταθερότητα κατά τη διαδικασία της αντιστροφής και την εξαγωγή ενός τελικού μοντέλου, που η μορφή ή η φύση της

εξομάλυνσης του δεν θα έχει επιλεγεί αυθαίρετα, αλλά θα έχει καθοριστεί από τον χρήστη (Constable et al. 1987).

Έστω ότι η κατανομή της αντίστασης δίνεται από ένα διάνυσμα x που έχει N παραμέτρους $x=(\chi_1,\chi_2,\dots,\chi_n)$ και οι M μετρήσεις συμβολίζονται με ένα διάνυσμα y , τότε η γενική μορφή της εξίσωσης του ευθέως προβλήματος (σχέση 18) που πρέπει να αντιστραφεί είναι

$$f(x) = y \quad (38)$$

Λόγω της μη γραμμικότητας της συνάρτησης f , η παραπάνω εξίσωση δεν μπορεί να λυθεί με απ' ευθείας αντιστροφή. Όμως, οι τεχνικές αντιστροφής μπορούν να χειριστούν ένα μη γραμμικό πρόβλημα αναγάγοντάς το σε μια επαναληπτική διαδικασία επίλυσης των επιμέρους γραμμικών προβλημάτων. Ένας τυπικός αλγόριθμος επίλυσης του μη γραμμικού αντιστρόφου ηλεκτρικού προβλήματος ξεκινάει υποθέτοντας ένα αρχικό γραμμικό μοντέλο αντίστασης x_0 , το οποίο συνεχώς βελτιώνεται μέσα από μία επαναληπτική διαδικασία, έως ότου οι συνθετικές φαινόμενες αντιστάσεις $f(x_{\text{τρέχον}})$, δηλαδή τα δεδομένα που ανταποκρίνονται στο τρέχον ηλεκτρικό μοντέλο, να προσεγγίζουν τις μετρήσεις y . Θεωρώντας μια πολύ μικρή μεταβολή της αντίστασης dx , η συνάρτηση $f(x)$ μπορεί να αναπτυχθεί χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα Taylor

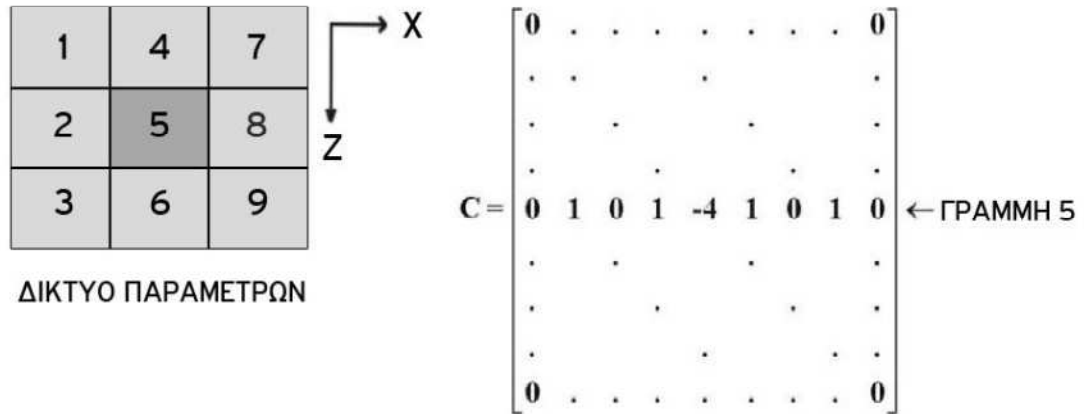
$$f(x_i + dx_i) = f(x_i) + \frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} dx_i + O((dx_i)^2) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (39)$$

όπου N είναι ο αριθμός των παραμέτρων του διανύσματος κατανομής της αντίστασης, $O((dx_i)^2)$ είναι οι όροι μεγαλύτερης τάξης, οι οποίοι μπορούν να αγνοηθούν εφ' όσον η μεταβολή dx είναι πολύ μικρή σε σχέση με το x και ο $m \times n$ πίνακας των πρώτων όρων $\frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i}$ ισούται με τον Ιακωβιανό πίνακα J . Επομένως, η εξίσωση (1.39) μπορεί να εκφραστεί με τη μορφή

$$(x + dx) \approx f(x) + Jdx \quad (40)$$

Λόγω του ότι η σχέση (40) είναι προσεγγιστική (επειδή παραλείπονται οι όροι ανώτερης τάξης), η επίλυσή της γίνεται ακολουθώντας επαναληπτική διαδικασία, θεωρώντας κάθε νέο μοντέλο $(x+dx)$ ως αρχικό στην επόμενη επανάληψη.

Έχοντας προκαθορίσει τα κριτήρια τερματισμού για την εύρεση της βέλτιστης λύσης του dx από την εξίσωση (40) και γνωρίζοντας όλα τα υπόλοιπα στοιχεία της εξίσωσης, μπορεί τώρα να καθοριστεί μια επαναληπτική διαδικασία επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος.



Σχήμα 2.19 Μοντέλο 9 παραμέτρων και πίνακας εξομάλυνσης C (Tsourlos, 1995).

Ορίζεται ο πίνακας εξομάλυνσης C μεταξύ των παραμέτρων (Σχήμα 2.19) και ζητείται η ελαχιστοποίηση του λάθους dy σε συνδυασμό με τη μέγιστη εξομάλυνση

$$S = (W_d dy)^T (W_d dy) \rightarrow 0$$

$$dR = (C dx)^T (C dx) \rightarrow \text{μέγιστη} \quad (41)$$

όπου

- $dy = y - f(x)$
- W_d είναι ο πίνακας στατιστικών βαρών των δεδομένων
- C είναι ο πίνακας εξομάλυνσης
- dx είναι το διάνυσμα διόρθωσης των αντιστάσεων του μοντέλου και
- dy είναι η διαφορά μεταξύ των μετρήσεων y και των συνθετικών φαινομένων αντιστάσεων $f(x)$.

Συγκεκριμένα, με γνωστό ένα σύνολο μετρήσεων d_i

- Προσδιορίζονται οι παράμετροι του μοντέλου
- Παράγεται ο πίνακας C που περιγράφει τον τρόπο εξομάλυνσης του μοντέλου.
- Προσδιορίζεται ο πίνακας στατιστικών βαρών W που είναι ένας διαγώνιος πίνακας, ο οποίος περιγράφει το σφάλμα των μετρήσεων.
- Προσδιορίζεται μία αρχική εκτίμηση της κατανομής της αντίστασης X_0 και υπολογίζεται η απόκριση του μοντέλου $f(X_0)$.
- Υπολογίζεται ο Ιακωβιανός πίνακας J_0 που αντιστοιχεί στην κατανομή αντιστάσεων X_0 .
- Ορίζεται η αρχική τιμή m_0 του πολλαπλασιαστή Lagrangian, με τον οποίο ελέγχεται η εξομάλυνση του μοντέλου αντιστροφής. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του πολλαπλασιαστή Lagrangian, τόσο πιο εξομαλυσμένο είναι το μοντέλο αντιστροφής.
- Ορίζονται τα κριτήρια τερματισμού της επαναληπτικής διαδικασίας.

Βήματα Αλγορίθμου

Στην k επανάληψη, το διάνυσμα διόρθωσης των αντιστάσεων του μοντέλου dx_k δίνεται ως

$$X_{k+1} = X_k + dX_k + [(W_d J_k)^T W_d J_k + \mu_k C^T C]^{-1} (W_d J_k)^T W_d dy_k \quad (42)$$

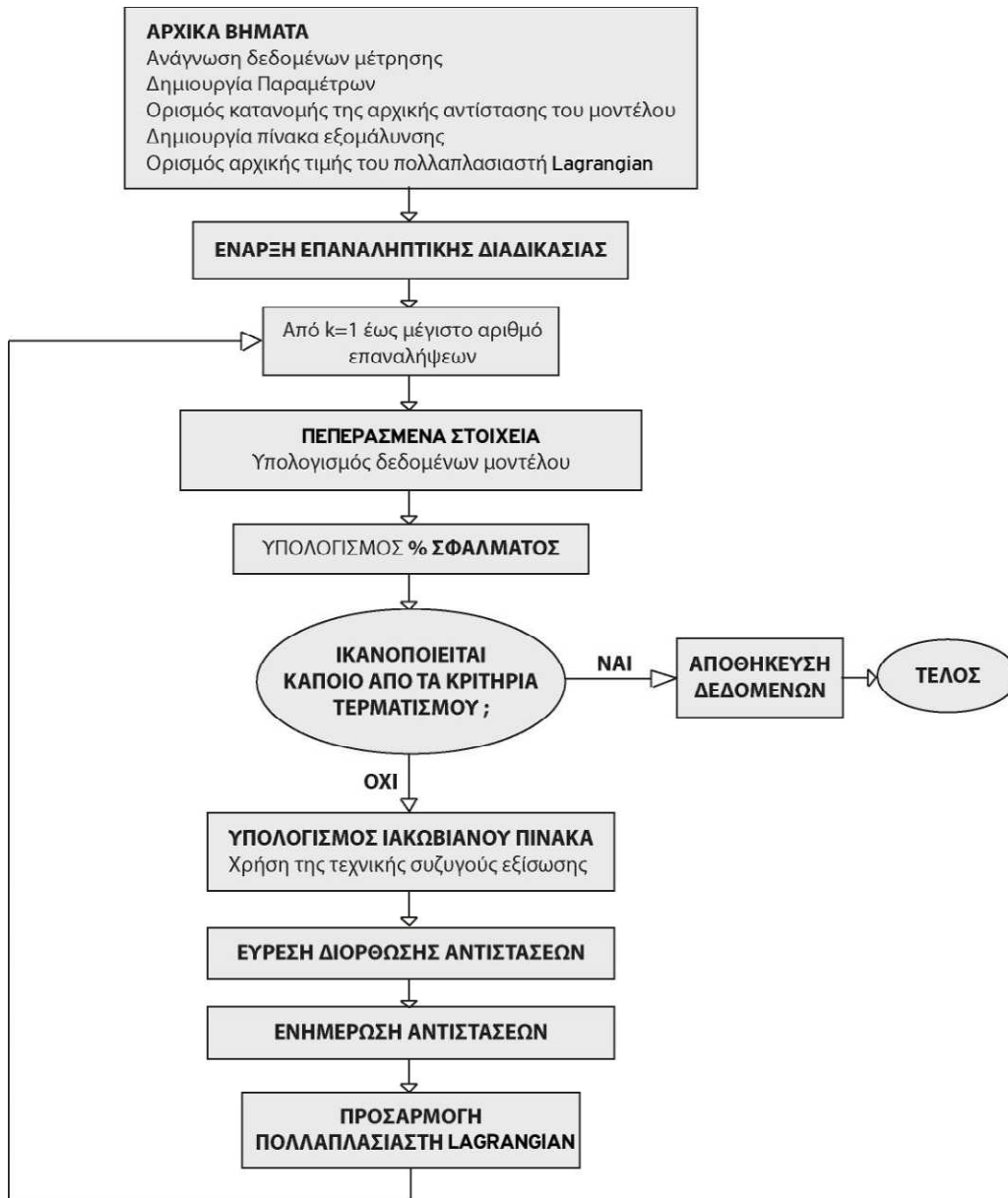
όπου

- J_k είναι η εκτίμηση του Ιακωβιανού πίνακα που αντιστοιχεί στην κατανομή των αντιστάσεων
- μ_k είναι ο πολλαπλασιαστικός Lagrangian για την k επανάληψη,
- C είναι ο πίνακας εξομάλυνσης,
- W_d είναι ο πίνακας στατιστικών βαρών και
- T σημαίνει ανάστροφος μετασχηματισμό και όπου

$$dy_k = y - (x_k) \quad (43)$$

- Ορίζονται οι νέες εκτιμήσεις των αντιστάσεων από X_k σε $X_{k+1} = X_k + dX_k$ και υπολογίζεται, μέσω της επίλυσης του ευθέως προβλήματος, η νέα απόκριση του μοντέλου $F(x_{k+1})$.
- Εάν ικανοποιείται ένα από τα κριτήρια τερματισμού, η διαδικασία τελειώνει, αλλιώς υπολογίζεται η νέα εκτίμηση του Ιακωβιανού πίνακα J_{k+1} και η διαδικασία επαναλαμβάνεται (επιστροφή στο 1^ο βήμα).

Στο Σχήμα 2.20 φαίνεται ένα διάγραμμα ροής που περιγράφει τον αλγόριθμο επίλυσης δισδιάστατου αντίστροφου ηλεκτρικού προβλήματος.



Σχήμα 2.20 Διάγραμμα ροής αλγορίθμου επίλυσης του αντιστρόφου γεωηλεκτρικού προβλήματος (Tsourlos, 1995).

2.6.4 ΧΡΗΣΗ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Στις μεθόδους αντιστροφής των γεωηλεκτρικών δεδομένων είναι συχνή η χρήση λογαριθμικής κλίμακας των φαινομένων και πραγματικών αντιστάσεων. Οι λόγοι είναι:

- α) Η χρήση λογαρίθμων υποχρεώνει τις παραμέτρους να παίρνουν μόνο θετικές τιμές και αποφεύγονται έτσι μη ρεαλιστικές λύσεις του αντιστρόφου προβλήματος, που θα περιέχουν αρνητικές αντιστάσεις .

β) Λόγω του μεγάλου δυναμικού εύρους των τιμών που μπορεί να έχουν οι τιμές των ηλεκτρικών αντιστάσεων των παραμέτρων, η χρήση λογαρίθμων μπορεί να επιταχύνει το ρυθμό σύγκλισης της επαναληπτικής διαδικασίας .

Το τετράγωνο του σφάλματος των ελαχίστων τετραγώνων, στην περίπτωση χρήσης λογαρίθμων γίνεται $q' = dy' T dy'$, όπου $dy' = \ln(y) - \ln(f(x))$. Το διάνυσμα των παραμέτρων x γίνεται p_i , όπου $p_i = x_{ki}$ και $i=1,2,\dots,n$. Η λύση του συστήματος είναι

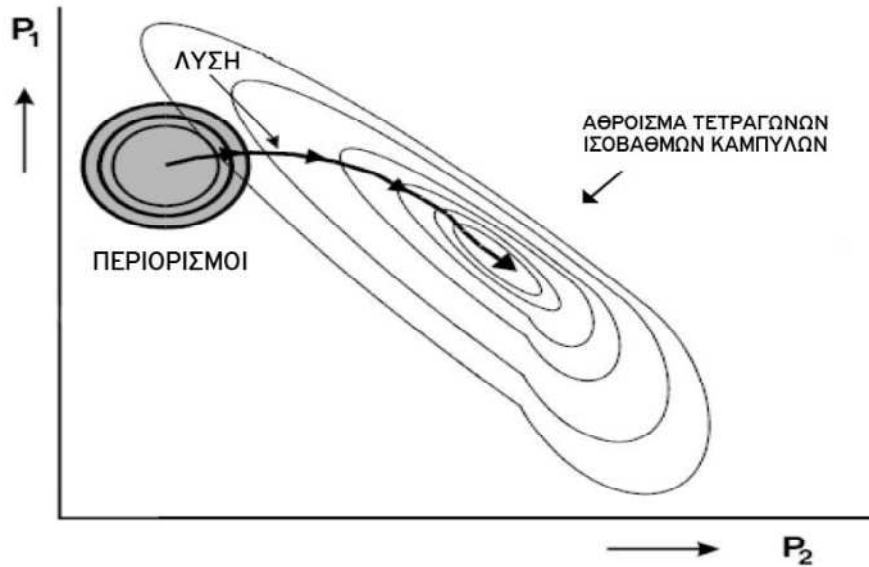
$$dp = (J'^T J')^{-1} J'^T dy' \quad (44)$$

όπου ο J' έχει στοιχεία $J'_{ij} = \frac{\partial \ln y_i}{\partial p_j}$ (Tsourlos, 1995) και οι νέες εκτιμήσεις των αντιστάσεων, στην k επανάληψη, δίνονται από τη σχέση

$$x_{k+1} = x_k + dp_k \quad (45)$$

2.6.5 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ LANGRAGNIAN

Για την επίλυση της σχέσης (42) είναι απαραίτητη η εύρεση μιας τιμής για τον συντελεστή Lagrangian. Γενικότερα η εύρεση αυτού του πολλαπλασιαστή είναι ένα πρόβλημα προς επίλυση σε κάθε εξομαλυμένη αντιστροφή. Μεγάλες τιμές οδηγούν σε υπερβολικά εξομαλυμένα μοντέλα, ενώ μικρές τιμές οδηγούν σε αστάθεια της λύσης. Η συνηθέστερη μέθοδος που ακολουθείται είναι η αρχική χρήση μιας μεγάλης τιμής, για να αποτραπεί η αστάθεια και όσο η λύση πλησιάζει την πραγματική, να ελαττώνεται ο πολλαπλασιαστής. Μία γεωμετρική αναπαράσταση της τεχνικής αυτής (Σχήμα 21), έγινε από τους Box και Kanemasu (1972). Η λύση αυτή συνήθως απαιτεί ένα πλήθος δοκιμών, καθώς δεν είναι δυνατή η εξαρχής γνώση της αρχικής τιμής. Ο Tsourlos (1995) προτείνει κάποια αρχική εμπειρική τιμή ανάλογα με το επιθυμητό επίπεδο εξομάλυνσης και σταδιακή ελάττωση σε κάθε νέα επανάληψη.



Σχήμα 2.21 Αναπαράσταση λύσης ελαχίστων τετραγώνων δύο παραμέτρων P1 και P2 (Box και Kanemasu, 1972).

Έχουν προταθεί και άλλες μέθοδοι εύρεσης του συντελεστή Lagrangian που βασίζονται σε ανάλυση των ιδιοτιμών του αντίστροφου πίνακα με τη βοήθεια της ανάλυσης SVD. Οι τεχνικές αυτές εξασφαλίζουν μία μαθηματική λύση και δεν απαιτείται αρχική εμπειρική τιμή .

Οι Yi et al. (2003) πρότειναν τη μέθοδο της ενεργού εξισορρόπησης με περιορισμούς (Active Constrained Balancing, ACB) με την εύρεση διαφορετικού πολλαπλασιαστή για κάθε παράμετρο, βασιζόμενοι σε μελέτη του πίνακα ανάλυσης του μοντέλου. Η μέθοδος αυτή βρίσκει πολύ καλή εφαρμογή σε όλα τα είδη μετρήσεων. Στην παρούσα διατριβή ακολουθήθηκε η μέθοδος αυτή καθώς από τις δοκιμές φαίνεται να έχει τα καλύτερα αποτελέσματα .

Ειδικότερα ως πίνακας ανάλυσης (resolution matrix) του μοντέλου R ορίζεται

$$R = J^+ J \quad (46)$$

όπου J^+ είναι ο ψευδοαντίστροφος

$$J^+ = [J^T J + \mu C^T C]^{-1} J^T \quad (47)$$

Ο πίνακας ανάλυσης δείχνει πόσο καλά είναι προσδιορισμένη μία παράμετρος. Αν μία παράμετρος είναι τέλεια προσδιορισμένη, πρέπει η αντίστοιχη τιμή του πίνακα ανάλυσης να έχει την τιμή 1 για την παράμετρο αυτή ($R_{ii}=1$) και μηδέν (0) σε όλες τις άλλες θέσεις. Αντίθετα, αν μία παράμετρος δεν είναι καλά προσδιορισμένη, η

αντίστοιχη γραμμή του πίνακα ανάλυσης θα έχει τιμές σε όλες τις θέσεις χωρίς να παίρνει την τιμή 1 στην αντίστοιχη θέση (R_{ii}). Για παράδειγμα σε σύστημα 5 παραμέτρων ο πίνακας R θα έχει την μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.22).

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0.2 & 0.1 & 0.42 & 0.19 & 0.09 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Σχήμα 2.22 Πίνακας ανάλυσης μοντέλου 5 παραμέτρων.

Γενικά το άθροισμα των στοιχείων κάθε γραμμής του πίνακα ανάλυσης πρέπει να είναι ίσο με 1. Οι Yi et al. (2003) θεωρούν ότι μια καλά προσδιορισμένη παράμετρος χρειάζεται μικρή τιμή του πολλαπλασιαστή, ενώ αντίθετα μια όχι καλά προσδιορισμένη παράμετρος απαιτεί μεγάλη τιμή του πολλαπλασιαστή, έτσι ώστε η αυξημένη εξομάλυνση να απαγορεύει στην παράμετρο να πάρει υψηλές τιμές. Η ποσοτικοποίηση της παραπάνω έκφρασης γίνεται με τη συνάρτηση διασποράς Backus-Gilbert (Menke, 1984), η οποία υπολογίζει την πλευρική κατανομή των γραμμών του πίνακα ανάλυσης. Μεγάλη τιμή της συνάρτησης διασποράς σημαίνει ότι η παράμετρος είναι φτωχά προσδιορισμένη και το αντίστροφο. Ο υπολογισμός της συνάρτησης διασποράς για την i παράμετρο γίνεται ως εξής

$$SP_i = \sum_j^N (W_d(1 - S_{ij})R_{ij})^2 \quad (48)$$

όπου N ο αριθμός των παραμέτρων, W_d ο πίνακας στατιστικών βαρών, που υπολογίζεται από τις πλευρικές χωρικές αποστάσεις της παραμέτρου i με όλες τις υπόλοιπες j . Ο πίνακας S χρησιμοποιείται ώστε στον υπολογισμό να λαμβάνεται υπόψη και ο πίνακας συνάφειας. Το στοιχείο S_{ij} είναι 1 όταν το αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα συνάφειας C_{ij} είναι μη μηδενικό και μηδέν (0) σε όλες τις άλλες θέσεις.

Η διαδικασία υπολογισμού του διαγώνιου πίνακα 'μ' γίνεται με ένα αρχικό υπολογισμό του πίνακα ανάλυσης μοντέλου με κάποιο μικρό αρχικά πολλαπλασιαστή Lagrangian (συνήθως 0.01). Στη συνέχεια μετατρέπεται η συνάρτηση διασποράς σε μεταβαλλόμενο πολλαπλασιαστή μεταξύ δύο προαποφασισμένων ορίων (μ_{min} και μ_{max}), σε λογαριθμική κλίμακα σύμφωνα με τον παρακάτω αλγόριθμο (Yi et al. 2003)

$$\log(\mu_i) = \log(\mu_{min}) + \frac{\log(\mu_{max}) - \log(\mu_{min})}{\log(SP_{max}) - \log(SP_{min})} (\log(SP_i) - \log(SP_{min})) \quad (49)$$

όπου μ_i είναι ο πολλαπλασιαστής της παραμέτρου i , SP_i είναι η συνάρτηση διασποράς της παραμέτρου i , μ_{\min} και μ_{\max} τα κάτω και άνω όρια των πολλαπλασιαστών (ενδεικτικές τιμές 0.01 και 0.5) και SP_{\min} , SP_{\max} το ελάχιστο και μέγιστο της συνάρτησης διασποράς, αντίστοιχα.

2.7 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΟΥ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Κάθε επαναληπτικός αλγόριθμος αντιστροφής τερματίζεται με βάση κάποια προκαθορισμένα κριτήρια σύγκλισης και τερματισμού. Τα κριτήρια αυτά αναφέρονται παρακάτω και στηρίζονται στην έκφραση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος RMS μεταξύ των πραγματικών και των συνθετικών δεδομένων, το οποίο υπολογίζεται κάθε φορά που βρίσκεται το βελτιωμένο μοντέλο αντίστασης και είναι

$$\%RMS_{error} = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{(d_i^{obs} - d_i^{calc})^2}{(d_i^{obs})^2}} \quad (50)$$

όπου m είναι ο αριθμός των μετρήσεων, d_i^{obs} είναι ο παρατηρούμενος λογάριθμος της i μέτρησης και d_i^{calc} είναι ο υπολογιζόμενος λογάριθμος της i μέτρησης. Η αντιστροφή θα τερματιστεί αν ισχύει ένα από τα παρακάτω κριτήρια:

Απόκλιση. Ο αλγόριθμος τερματίζεται αν το RMS αυξηθεί με την πρόοδο των επαναλήψεων. Το φαινόμενο αυτό παρουσιάζεται σχετικά σπάνια, κυρίως σε περιπτώσεις που ο θόρυβος των δεδομένων είναι πολύ μεγάλος ή όταν η αρχική επιλογή του συντελεστή εξομάλυνσης δεν ήταν η βέλτιστη δυνατή (πολύ μικρή τιμή).

Μικρός ρυθμός σύγκλισης. Ο αλγόριθμος τερματίζεται αν ο ρυθμός μεταβολής του RMS είναι μικρός μεταξύ διαδοχικών επαναλήψεων (π.χ. λιγότερο από 5%). Στην περίπτωση αυτή, οι μεταβολές του μοντέλου προσπαθούν να ερμηνεύσουν μικρής τάξης μεταβολές των δεδομένων, που συνήθως αντιστοιχούν σε θόρυβο και υπάρχει κίνδυνος να αρχίσουν τα δεδομένα να ερμηνεύουν το θόρυβο. Αυτό μπορεί να συμβεί ακόμα και όταν ο ρυθμός σύγκλισης είναι μεγάλος.

Σφάλμα σύγκλισης μικρότερο από το σφάλμα των δεδομένων. Αυτό το κριτήριο ενεργοποιείται όταν είναι διαθέσιμα τα σφάλματα των δεδομένων. Εάν το σφάλμα της αντιστροφής είναι μικρότερο από τα τυπικά σφάλματα των δεδομένων, τότε οι μεταβολές του μοντέλου έχουν ερμηνεύσει μεταβολές των δεδομένων που αντιστοιχούν σε θόρυβο. Για να μη συμβεί αυτό, η διαδικασία της αντιστροφής τερματίζεται και η αντίσταση που υπολογίστηκε από την προηγούμενη επανάληψη υιοθετείται ως το τελικό μοντέλο.

Ολοκλήρωση του αριθμού των επαναλήψεων. Ο αλγόριθμος τερματίζεται όταν ο προκαθορισμένος μέγιστος αριθμός των επαναλήψεων έχει ολοκληρωθεί. Στην παρούσα διατριβή ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων έχει ορισθεί σε 6.

2.8 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ

Για την ποιοτική εκτίμηση του πόσο καλά ορισμένες είναι οι παράμετροι έγινε χρήση του πίνακα ευκρίνειας και του Ιακωβιανού πίνακα.

- Πίνακας Ευκρίνειας (Resolution Matrix)

Σύμφωνα με τη σχέση (46) χρησιμοποιείται η διαγώνιος του πίνακα ευκρίνειας (κάθε τιμή της διαγώνιου αντιστοιχεί και σε μία παράμετρο) για να προσδιορισθεί η παράμετρος j σύμφωνα με τη σχέση

$$R = (J_{ij}^T J_{ij} + C)^{-1} J_{ij}^T J_{ij} \quad (51)$$

όπου

- J_{ij} είναι η τιμή ευαισθησίας σε λογάριθμο της i μέτρησης σε μία μικρή αλλαγή μεταβολής στην αντίσταση της j παραμέτρου
- C είναι ο πίνακας που περιέχει τους συντελεστές απόσβεσης, τους περιορισμούς και τα χωρικά φίλτρα που σταθεροποιούν την διαδικασία αντιστροφής

Οι παράμετροι που είναι πολύ καλά προσδιορισμένες έχουν τιμή διαγωνίων στοιχείων του R που πλησιάζει το 1, και όσο μειώνεται η ποιότητα της παραμέτρου η τιμή αυτή πλησιάζει την τιμή μηδέν (0).

- Μέτρο στήλης Ιακωβιανού πίνακα (Cumulative Jacobian Matrix)

Ένα επιπλέον κριτήριο για να ελεγχθεί πόσο καλά ορισμένη είναι μία παράμετρος χωρίς την διαδικασία της αντιστροφής είναι το μέτρο της στήλης του Ιακωβιανού πίνακα, το οποίο προκύπτει από το άθροισμα κατ' απόλυτη τιμή όλων των μετρήσεων N των τιμών ευαισθησίας του Ιακωβιανού πίνακα σε κάθε μία παράμετρο j

$$cumulative = \sum_{i=1}^N |J_{ij}| \quad (52)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 – ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ R2 V 2.7a

Το R2 είναι ένα λογισμικό αναπαράστασης γεωηλεκτρικών δεδομένων τόσο για την λύση του αντίστροφου, όσο και για το ευθύ πρόβλημα αναπαράστασης δεδομένων (βλέπε κεφάλαιο 2), με δυνατότητα εφαρμογής σε 3D ή 2D μοντέλα.

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ R2

Το R2 απαιτεί τουλάχιστον δύο αρχεία δεδομένων :

- R2.in και
- Protocol.dat.

Εάν χρησιμοποιείται ένα τριγωνικό πλέγμα τότε χρειαζόμαστε ένα πρόσθετο αρχείο εισόδου το mesh.dat για να τρέξουμε το πρόγραμμα.

Το R2.in περιέχει πληροφορίες σχετικά με την γεωμετρία του προβλήματος που πρέπει να επιλυθεί, ενώ το protocol.dat περιέχει τις εκάστοτε μετρήσεις που θα χρειαστούμε για την λύση του προβλήματος.

Το πλέγμα αποτελείται από ένα σύνολο στοιχείων. Οι παράμετροι για την αντίστροφη λύση (inverse solution), αποτελούνται από ένα ή περισσότερα στοιχεία. Τα ηλεκτρόδια που καθορίζονται στα σημεία κόμβου, είναι οι γωνίες των στοιχείων. Οι οριακές συνθήκες κατά μήκος των τεσσάρων ορίων του πλέγματος είναι συνθήκες Neumann (μηδέν ροή) και ως εκ τούτου αν διερευνάμε το μισό χώρο πρέπει να επεκτείνουμε τα αριστερά, δεξιά και τα κάτω όρια του πλέγματος σε κάποια απόσταση από την περιοχή της έρευνας. Το πλέγμα μπορεί να αποτελείται είτε από τετράπλευρα στοιχεία ή τριγωνικά στοιχεία.

Η τρέχουσα έκδοση λειτουργεί για τα ακόλουθα μεγέθη προβλημάτων

- Τετράπλευρο πεπερασμένων στοιχείων μέγεθος ματιών που δεν ξεπερνά τους 500 κόμβους σε οριζόντια ή κάθετη κατεύθυνση.
- Ο συνολικός αριθμός των κόμβων του πλέγματος δεν είναι μεγαλύτερος από 40.000.
- Όχι περισσότερες από 300 μοναδικές θέσεις ηλεκτροδίων.
- Όχι περισσότερες από 6000 μετρήσεις.
- Όχι περισσότερες από 30.000 παραμέτρους.

3.3 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΕΙΣΟΔΟΥ ΓΙΑ ΤΟ R2 v 2.7

Το R2 δίνει ως εξόδους ένα πλήθος αρχείων :

- R2.out το οποίο καταγράφει τα κύρια χαρακτηριστικά της εκτέλεσης.
- electrodes.dat περιέχει τις συντεταγμένες των ηλεκτροδίων

Εάν το πρόβλημα που πρέπει να τρέξει είναι ευθύ πρόβλημα (forward model) τότε έχουμε:

- R2_forward.dat : το οποίο θα περιέχει το ευθύ πρωτόκολλο για τη διαμόρφωση των ηλεκτροδίων σε protocol.dat
- Forward_model.dat : το οποίο θα περιλαμβάνει την κατανομή των αντιστάσεων για το ευθύ μοντέλο μας. (Δηλαδή, αυτό που ορίζεται στην είσοδο για το R2). Σημειώστε ότι η μορφή αυτών θα είναι η ίδια και για την αντίστροφη επίλυση.
- Forward_model.vtk : περιλαμβάνει τις ίδιες πληροφορίες με το forward_model.dat, αλλά σε μορφή VTK που επιτρέπει την επεξεργασία σε πλατφόρμες ανάλυσης δεδομένων και εικονικής απεικόνισης όπως το PARAVIEW (<http://www.paraview.org/>).

Εάν το πρόβλημα που πρέπει να τρέξουμε είναι ένα αντίστροφο μοντέλο, τότε έχουμε:

- f001_res.dat : το οποίο θα περιέχει το αποτέλεσμα αντιστάσεως του σε αντίστροφη επίλυση. Το αρχείο f001_res.dat θα περιέχει τέσσερις στήλες: x, y, resis, log10 (resis), όπου x, y είναι συντεταγμένες στο κέντρο βάρους του κάθε στοιχείου, resis είναι η αντίσταση σε αυτό το στοιχείο και log10 (resis) είναι η λογαριθμική τιμή της αντίστασης. Η μορφή έχει ρυθμιστεί έτσι ώστε να μπορεί να λειτουργήσει άμεσα με το Surfer.
- f001_err.dat : περιέχει εννέα στήλες. Στην πρώτη στήλη είναι τα ανεπεξέργαστα δεδομένα. Η δεύτερη στήλη περιέχει τα παρατηρούμενα δεδομένα που καταγράφονται ως μια φαινομενική αντίσταση, η τρίτη στήλη περιέχει τις ισοδύναμες εμφανείς αντιστάσεις για το υπολογιζόμενο μοντέλο. Η τέταρτη στήλη δείχνει το αρχικό βάρος των δεδομένων. Η πέμπτη στήλη είναι το τελικό βάρος των δεδομένων, η οποία δείχνει ένα "1" αν τυχόν τα βάρη έχουν αλλάξει κατά τη διάρκεια της αναστροφής, αλλιώς δείχνει "0". Η έκτη, έως και την ένατη στήλη παρουσιάζουν τους αριθμούς των ηλεκτροδίων.
- Εάν επιλεγεί ο προτεινόμενος μητρικός υπολογισμός, τότε το f001_rad.dat θα περιέχει τη διαγώνιο της μητρικής ανάλυσης για όλα τα στοιχεία. Μια τιμή κοντά στο 1 σημαίνει ότι η παράμετρος γι' αυτό το στοιχείο μπορεί να επιλυθεί τελείως. Μια τιμή κοντά στο 0 υποδεικνύει ότι η παράμετρος δεν μπορεί να επιλυθεί καθόλου. Η μορφή είναι η ίδια όπως f001_res.dat.
- Αν επιλέξετε την ευαισθησία υπολογισμού χάρτη τότε το αρχείο f001_sen.dat το οποίο θα περιέχει τη διαγώνιο της μητρικής επίλυσης [JT WT W J], η οποία δίνει μια ιδέα της κάλυψης ευαισθησίας των ματιών. Οι υψηλές τιμές δείχνουν μεγάλη ευαισθησία σε δεδομένα ενώ οι χαμηλές τιμές υποδηλώνουν χαμηλή ευαισθησία. Η μορφή είναι η ίδια όπως f001_res.dat.
- f001_res.vtk : περιέχει τις ποσοτικές τιμές της αντίστασης, της λογαριθμικής αντίστασης log10, της λογαριθμικής ευαισθησίας (αν επιλεγεί) και της λογαριθμικής επίλυσης (αν επιλεγεί) σε μορφή VTK.
- Εάν έχετε περισσότερα από ένα σύνολο δεδομένων σε protocol.dat τότε τα αρχεία f001_res.dat, f002_res.dat, f003_res.dat, κλπ θα δημιουργηθούν. Ομοίως, τα_err.dat, _rad.dat and/or _sen.dat αρχεία θα είναι η έξοδος.
- Η έξοδος ως f001_res.dat γίνεται σε σύγκλιση, ωστόσο, μερικές φορές είναι χρήσιμο να εξετάσουμε την εικόνα αντίστασης σε διάφορα στάδια της επαναληπτικής διαδικασίας. Για όλες τις επαναλήψεις πριν από την τελευταία

επανάληψη το f001.XXX_res.dat θα είναι το αρχείο εξόδου, όπου XXX είναι 001, 002, 003, κλπ για τη πρώτη, δεύτερη, τρίτη, κλπ επανάληψη. Η μορφή αυτού του αρχείου είναι η ίδια όπως στο αρχείο f001_res.dat.

- Εάν εκτελείται μια διαφορετική αντίστροφη επίλυση (reg_mode = 2 στην γραμμή 21 του R2.in), τότε ένα επιπλέον αρχείο θα δημιουργηθεί για κάθε σύνολο δεδομένων. Το αρχείο f001_diffres.dat θα περιέχει τρεις στήλες: x, y, diffresis, όπου x, y είναι συντεταγμένες στο κέντρο βάρους του κάθε στοιχείου και diffresis είναι η ποσοστιαία μεταβολή στην αντίσταση από το μοντέλο βασικής γραμμής.

Επιπλέον το R2 θα έχει εξόδους τα παρακάτω αρχεία:

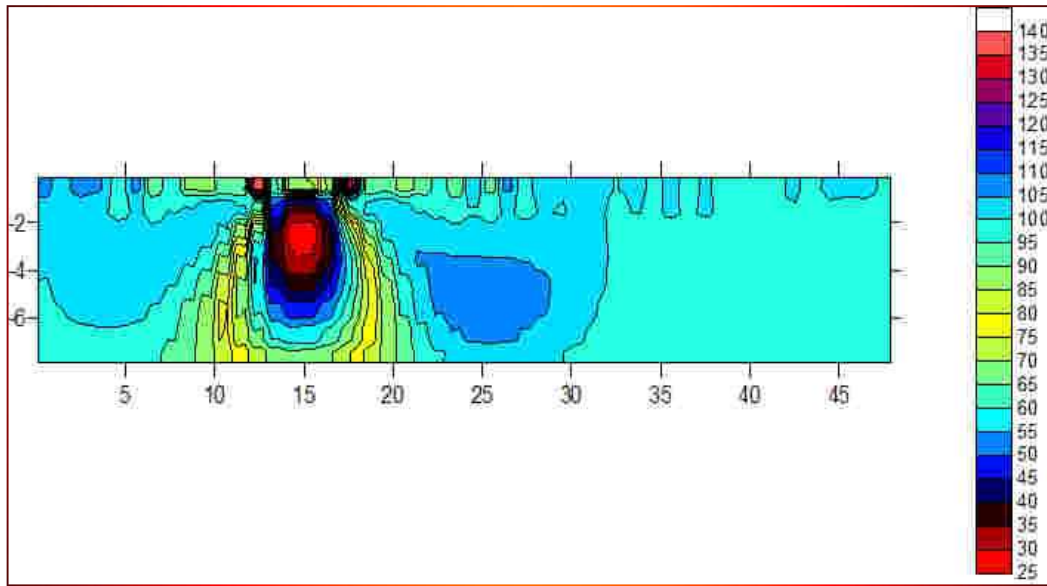
- electrodes.dat : το οποίο περιέχει τις συντεταγμένες των ηλεκτροδίων. Οι τιμές είναι σε δυο στήλες x,y.
- electrodes.vtk : που περιέχει τις συντεταγμένες των ηλεκτροδίων σε μορφή VTK. Οι τιμές είναι σε τρεις στήλες: x, y, z (όπου η τελευταία τίθεται στο μηδέν). Χρησιμοποιήστε αυτό το αρχείο, εάν εργάζεστε με λογισμικό Paraview για να δείτε τις εικόνες αντίστασης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 – ΕΦΑΡΜΟΓΗ R2

Το R2 περιλαμβάνει πλήθος παραδειγμάτων για την εξοικείωση του χρήστη με το πρόγραμμα. Στα πλαίσια αυτής της πτυχιακής εργασίας επιλέχθηκε η μελέτη του πρώτου παραδείγματος (surface 1) με διάταξη ηλεκτροδίων dipole-dipole και απεικονίστηκαν τα αποτελέσματα του αντίστροφου προβλήματος. Στη συνέχεια, στα αρχεία εισόδου του συγκεκριμένου παραδείγματος τροποποιήθηκε κατά 15% η αντίσταση προκειμένου να απεικονιστεί η ευαισθησία-διακριτική ικανότητα του επιλεγμένου προγράμματος R2.

4.1 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

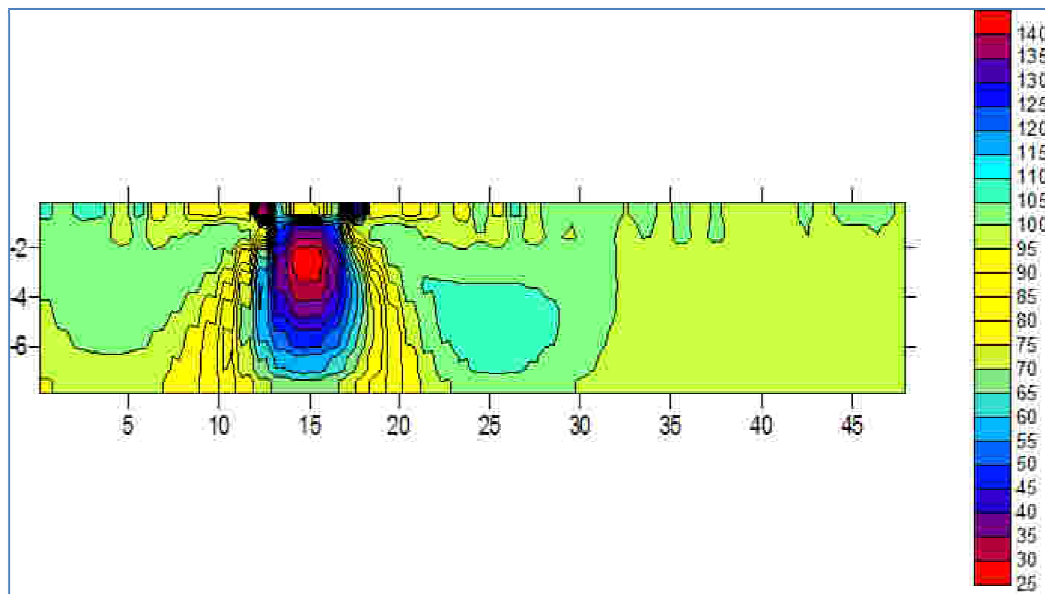
Inverse



Εικόνα 4.1 Απεικόνιση μέσω προγράμματος Surfer.

4.2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1 ΜΕ ΑΥΞΗΣΗ 15% ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ

Inverse



Εικόνα 4.3 Απεικόνιση μέσω προγράμματος Surfer.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Ιωάννης Φ. Λούης, Σημειώσεις Τομέα Γεωφυσικής & Γεωθερμίας 'Εισαγωγικά μαθήματα στη διερευνητική γεωφυσική', Αθήνα 2004
<http://www.geophysicsonline.gr/eisagogika.pdf>
- [2] Σιμυρδάνης Κλεάνθης, Ανάπτυξη Τομογραφικών Γεωφυσικών Τεχνικών για τη Μελέτη Γεωτεχνικών και Περιβαλλοντικών Προβλημάτων, Διδακτορική Διατριβή, Θεσσαλονίκη 2013
https://www.dropbox.com/s/cb8orkwri8muawu/Diatrivi_Simyrdanis.pdf
- [3] Aitken M. (1974), Physics and archaeology. Clarendon Press, Oxford.
- [5] Andrew Binley, R2 version 2.7a, February 2013
http://www.es.lancs.ac.uk/people/amb/Freeware/R2/R2_readme.pdf
- [5] Barker, R.D. (1989). Depth of investigation of collinear symmetrical four electrode arrays. Geophysics, 54, 1031-1037.
- [6] Box, G.E.P. and Kanemasu, H. (1972). Topics in model building, Part II : On non-linear least squares. Technical Report No. 321, Department of Statistics, University of Wisconsin.
- [7] Burnett D.S. (1989). Finite element analysis. Addison-Wesley Publishing Co.
- [8] Clark, A. (1990). Seeing Beneath the Soil: Prospecting Methods in Archaeology. B. T. Batsford Ltd, London.
- [9] Coggon, J.H. (1971). Electromagnetic and electrical modelling by the finite element method. Geophysics, 36, 132-155.
- [10] Constable S., Parker R. and Constable C. (1987). Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. Geophysics, 52, 289- 300.
- [11] Dahlin, T. (1993). On the Automation of 2D Resistivity Surveying for Engineering and Environmental Applications. PhD Thesis, Lund University, Sweden.
- [12] Dahlin, T., (2001). The Development of Electrical Imaging Techniques. Computers and Geosciences, 27(9), 1019-1029.
- [13] Danielsen B.E., Dahlin T. (2010). Numerical modelling of resolution and sensitivity of ERT in horizontal boreholes. Journal of Applied Geophysics, 70, 245-254.

- [14] Dey A. and Morrison H.F. (1979a). Resistivity modelling for arbitrary shaped two-dimensional structures. *Geophysical Prospecting*, 27, 106-136.
- [15] Edwards L.S. (1977). A modified pseudosection for resistivity and IP. *Geophysics*, 42, 1020-1036.
- [16] George Frank Tagg (1964). *Earth Resistances*, Pitman Publishing Corporation
- [17] Griffiths D. and Barker R. (1993). Two dimensional resistivity imaging and modelling in areas of complex geology. *Journal of Applied Geophysics*, 19, 211-226.
- [18] Griffiths, D., Turnbull, J. and Olayinka, A. (1990). Two-Dimensional Resistivity Mapping with a Computer- Controlled Array. *First Break*, 8, 121-129.
- [19] Hallof, P.G. (1957). On the interpretation of resistivity and induced polarization measurements. Ph.D., Thesis, Cambridge, MIT.
- [20] Lawson C. and Hanson R. (1974). *Solving least squares problems*. Pentice-Hall.
- [21] Lile O.B., Backe K.R., Elvebakk H., Buan J.E. (1994). Resistivity measurements on the sea bottom to map fracture zones in the bedrock underneath sediments. *Geophysical Prospecting*, 42, 813-825.
- [22] Lines, L.R. and Treitel, S. (1984). Tutorial: A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems. *Geophysical Prospecting*, 32, 159-186.
- [23] Loke (2001). Tutorial: 2-D and 3-D electrical imaging surveys. *Geoelectrical*.
- [24] Menke,W. (1984). *Geophysical data analysis: Discrete Inverse Theory*. Academic Press, London.
- [25] Musset, A.E. and Aftab Khan, M. (2000). *Looking into the Earth. An Introduction to Geological Geophysics*. Cambridge University Press.
- [26] Papadopoulos N. (2007). Algorithm development for the 3-D inversion of geoelectrical data coming from archaeological areas. Ph.D. thesis, Aristotle University of Thessaloniki.
- [27] Papadopoulos, N. G., Tsourlos, P., Tsokas, G. N. and Sarris, A. (2006b). Two-dimensional and threedimensional resistivity imaging in archaeological site investigation. *Archaeological Prospection*, 13, 163-181
- [28] Parasnis, D, (1986). *Principles of applied geophysics*. Chapman and Hall.

- [29] Peter P. Silvester and Ronald L. Ferrari (1990). Finite Elements for Electrical Engineers
- [30] P. R. McGillivray and D.W. Oldenburg (1990). Methods for calculating frechet derivatives and sensitivities for the non-linear inverse problem : a comparative study. Geophysical Prospecting, 38, 499-524.
- [31] Reynolds, J.M. (1997). An Introduction to Applied and Environmental Geophysics. John Wiley and Sons Ltd.
- [32] Roka A. and Tsokas G. (1987). Field investigation of aMacedonian tumulus by resistivity soundings. Geoexploration, 24, 99-108.
- [33] Sasaki Y., Matsuo K. (1990). Surface-to-Tunnel resistivity tomography at a copper mine. 550-553.
- [34] Shima H. (1992). 2-D and 3-D resistivity image reconstruction using crosshole data. Geophysics, 1270-1291.
- [35] Telford, W.M., Geldart, L.P., Sheriff, R.E. (1990) Applied Geophysics. Second edition. Cambridge University Press
- [36] Tikhonov A.N. and Glasko V.B. (1965). Application of a regularization method to nonlinear problems. J.Comp. Math. and Math. Physics, 5, no. 3.
- [37] Tripp A., Hohmann G. and Swift C. (1984). Two-dimensional resistivity inversion. Geophysics, 49, 1708-1717.
- [38] Tsourlos P.I. (1995). Modeling, Interpretation and Inversion of Multielectrode Resistivity Survey Data. Ph.D. Thesis, Department of Electronics, University of York.
- [39] Tsourlos P., Szymanski J., Dittmer J. and Tsokas G. (1993). The use of back-projection for fast inversion of 2-D resistivity data. Proceedings of the 2nd congress of the Greek Geophysical Union, Florina Greece, 5-7 May, Vol. 1, 71-81.
- [40] Tsourlos P., Szymanski J. and Tsokas G. (1999). The effect of terrain topography on commonly used resistivity arrays. Geophysics, 64, 1357-1363.
- [41] Van Nostrand, Robert Caige, Cook, Kenneth L. (1966). Interpretation of resitivity data, U.S. Geological Survey, p. 310.
- [42] Van Schoor M., Binley A. (2010). In-mine (tunnel-to-tunnel) electrical resistance tomography in South African platinum mines. Near Surface Geophysics, 8, 563-574.

[43] Wright J.B. et al., Geology and mineral resources of West Africa, Allen & Unwin, 1985

[44] Yi M.J., Kim J.H., Chung S.H. (2003): Enhancing the resolving power of least-squares inversion with active constraint balancing. Geophysics, 68, No.3: 931-941.

[45] Yi. M.J., Kim, J.H., Song, Y., Cho, S.J., Chung, S.H. and Suh, J.H. (2001). Three- Dimensional Imaging of Subsurface Structures using Resistivity Data. Geophysical Prospecting, 49, 483-497

[46] Zhody, A. (1989). A new method for the interpretation of Schlumberger and Wenner sounding curves. Geophysics, 54, 245-253.

[47] Zhou Bing and S.A. Greenhalg (2000). Cross-hole resistivity tomography using different electrode configurations. Geophysical Prospecting, Vol. 48, 887-912