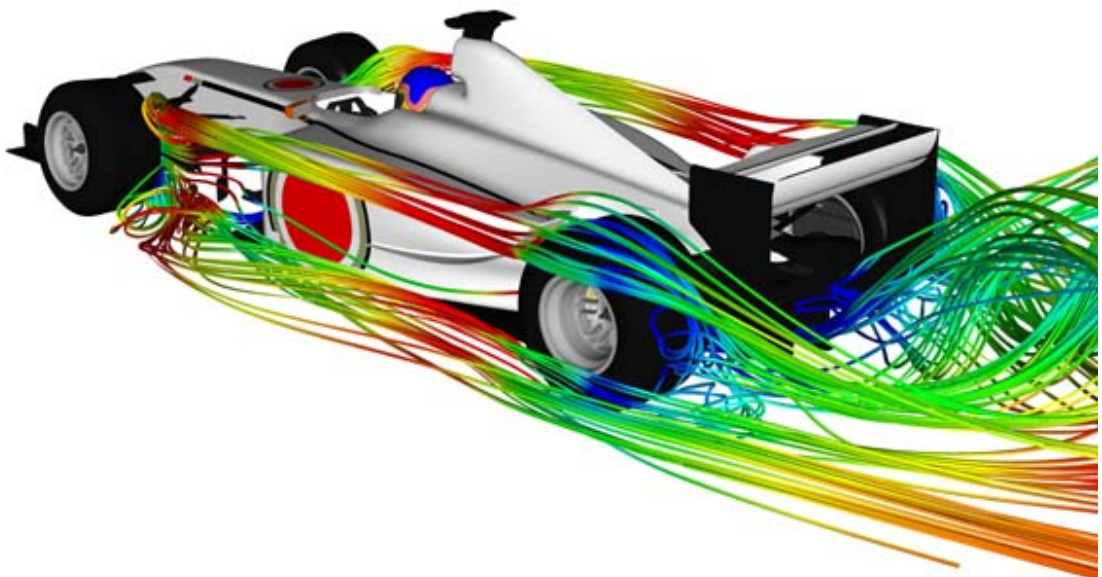


ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«ΕΙΚΟΝΙΚΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ»



ΓΚΑΝΟΥΡΗΣ ΣΩΤΗΡΙΟΣ, 2008

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
«ΕΙΚΟΝΙΚΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ»

ΓΚΑΝΟΥΡΗΣ ΣΩΤΗΡΙΟΣ
ΦΟΙΤΗΤΗΣ ΤΕΙ ΚΡΗΤΗΣ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΟΣ ΧΑΝΙΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ
ΧΑΝΙΑ, 2008

ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ : ΜΑΝΙΑΔΑΚΗ ΚΥΡΙΑΚΗ (M.SC.)

Ευχαριστώ τους καθηγητές του ΤΕΙ Κρήτης, παραρτήματος Χανίων που με βοήθησαν για την εκπόνηση αυτής της πτυχιακής εργασίας καθώς και τους γονείς μου που με στήριξαν στις δύσκολες στιγμές μου.

Ένα ιδιαίτερο ευχαριστώ στην Κική και στην Νάντια που με βοήθησαν η καθεμία με τον τρόπο τους κατά την διάρκεια όλης αυτής της προσπάθειας.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Εισαγωγή.....	Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης.
2. Μηχανική των Ρευστών	6
2.1 Εισαγωγή στην μηχανική των Ρευστών	6
2.2 Θερμοδυναμικές ιδιότητες των Ρευστών.....	6
2.3 Εφαρμογές της Μηχανικής των Ρευστών.....	8
3. Υπολογιστική Ρευστομηχανική	9
3.1 Εξισώσεις Navier-Stokes	9
3.2 Διακριτοποίηση Εξισώσεων Navier-Stokes	10
3.3 Εφαρμογές Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής.....	11
4. FEM - Πεπερασμένα Στοιχεία.....	13
4.1 Ιστορική αναδρομή.....	13
4.2 Μητρική ανάλυση κατασκευών.....	13
4.3 Μητρική ανάλυση κατασκευών με το μοντέλο των μετατοπίσεων	14
4.3.1 Διακριτοποίηση της κατασκευής	14
4.3.2 Υπολογισμός του μητρώου ακαμψίας του στοιχείου	15
4.3.3 Διαμόρφωση του τελικού συστήματος ακαμψίας.....	15
4.3.4 Επίλυση του συστήματος ακαμψίας	16
4.3.5 Υπολογισμός εντατικών και παραμορφωσιακών μεγεθών	16
4.4 Διαίρεση του Πεδίου	17
4.4.1 Είδη στοιχείων.....	17
4.4.2 Χαρακτηριστικά της Διαίρεσης του Πεδίου.....	18
4.4.3 Οι συναρτήσεις μορφής	21
4.5 Γενικά	21
5. Λογισμικό Flowlab.....	24
6. Σύνοψη	26
7. Βιβλιογραφία.....	27
Παράρτημα – Ασκήσεις.....	28
Π.1 Θερμική Αγωγιμότητα μη σταθερής κατάστασης	29
Π.2 Θερμική Αγωγιμότητα σταθερής κατάστασης	34
Π.3 Θερμική Αγωγή σε σειρά.....	43
Π.4 Ροή γύρω από Κύλινδρο.....	48
Π.5 Διόγκωση του Σωλήνα ροής	52
Π.6 Μετρητές Στομίων	55
Π.7 Παράλληλη Αγωγή	58
Π.8 Ροή σε αεροτομή.....	63

1. Εισαγωγή

Η επιστήμη της Μηχανικής, η οποία είναι μέρος των φυσικών επιστημών, αναφέρεται σε δύο βασικά αντικείμενα, την Μηχανική των Στερεών και την Μηχανική των Ρευστών. Το αντικείμενο της Μηχανικής των Ρευστών, είναι η μελέτη των νόμων που διέπουν την ισορροπία και την κίνηση των ρευστών, ερευνώντας ταυτόχρονα και τα αίτια που προκαλούν την κίνηση αυτή, δηλαδή τις δυνάμεις.

Με την έννοια ρευστά, υπονοούμε τα υγρά και τα αέρια, γενικά. Η διαφορά μεταξύ τους βασίζεται σε ορισμένες συμπληρωματικές φυσικές ιδιότητες που τα διέπουν. Δεδομένου ότι τα ρευστά είναι υλικά σώματα, όπως και τα στερεά, η περιγραφή των νόμων της Μηχανικής των Ρευστών στηρίζεται στις βασικές αρχές της Μηχανικής, όπως είναι ο νόμος του Newton, ο οποίος παίρνει εδώ την μορφή της εξίσωσης συνέχειας και τη μορφή της εξίσωσης διατήρησης της ενέργειας (εξίσωση Bernoulli).

Για τα ρευστά, οι γενικοί αυτοί νόμοι λαμβάνουν μία πιο πολύπλοκη μορφή, εξ' αιτίας της μεγαλύτερης κινητικότητας των μορίων τους, σε συνδυασμό με τις ιδιότητες της συμπιεστότητας και του ιξώδους που τα χαρακτηρίζουν. Η διατύπωση των βασικών αυτών νόμων, μας οδηγεί σε μια σειρά συστημάτων ολοκληρωτικών ή διαφορικών εξισώσεων, με μερικές παραγώγους των οποίων η επίλυση παρουσιάζει μεγάλες μαθηματικές δυσκολίες, που προέρχονται κυρίως από την μη γραμμικότητά τους. Έτσι, η ανάπτυξη των διαφόρων μαθηματικών επίλυσης, έπαιξε αποφασιστικό ρόλο στην εξέλιξη της Μηχανικής των Ρευστών, ενώ παράλληλα η ίδια η Μηχανική Ρευστών, αποτέλεσε κίνητρο για ανάπτυξη νέων μαθηματικών εννοιών, όπως π.χ. η έννοια του πεδίου ροής, η έννοια της ροής διανύσματος μέσω επιφάνειας κ.λ.π.

Ο παράγοντας όμως που έδωσε την μεγαλύτερη ώθηση στην βελτίωση των γνώσεων στην Μηχανική των Ρευστών, ιδίως την τελευταία εικοσαετία, είναι η ραγδαία εξέλιξη και χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών, που βοήθησε τα μέγιστα στην αριθμητική επίλυση των δύσκολων προβλημάτων, όπως αυτά παρουσιάζονται στην γενική τους μορφή. Μπορούμε επομένως να συμπεράνουμε ότι, η πρόοδος της επιστήμης της Μηχανικής των Ρευστών, συμβαδίζει απόλυτα με την πρόοδο των μαθηματικών και την εξέλιξη στον τομέα των ηλεκτρονικών υπολογιστών.

Η δυσκολία επίλυσης των γενικών βασικών εξισώσεων της Μηχανικής των Ρευστών, μας οδήγησε στην εισαγωγή ορισμένων υποθέσεων, ή παραδοχών, με σκοπό την απλοποίηση των εξισώσεων και εφαρμογή τους σε συγκεκριμένα πρακτικά προβλήματα. Η δυνατότητα επαλήθευσης τέτοιων υποθέσεων, δημιούργησε την ανάγκη ύπαρξης του άλλου σκέλους, όχι λιγότερο σημαντικού, της Μηχανικής των Ρευστών, γνωστού σαν πείραμα.

Με την εισαγωγή νέων πειραματικών διαδικασιών και οργάνων μέτρησης (ανεμόμετρα, LASER κ.λ.π.) έγινε δυνατή, όχι μόνο η διερεύνηση της επίδρασης των διαφόρων παραμέτρων, αλλά και η επαλήθευση, ή ο βαθμός προσέγγισης των θεωριών που αναπτύχθηκαν. Η διαδικασία αυτή, σε πολύπλοκες συμπεριφορές ροής, όπως είναι η περίπτωση της τυρβώδους ροής, βοήθησε σημαντικά στην καλύτερη κατανόηση του φαινομένου.

Εκτός από την διατύπωση των βασικών νόμων κίνησης των ρευστών, σημαντικό πρόβλημα στις πρακτικές εφαρμογές αποτελεί και η γνώση της αλληλεπίδρασης μεταξύ στερεών και ρευστών.

Δημιουργείται τότε η ανάγκη αντιμετώπισης δύο ειδών προβλημάτων: Το λεγόμενο «εσωτερικό» πρόβλημα της Μηχανικής των Ρευστών, όπου το πεδίο ροής περιορίζεται μέσα σε στερεά όρια, όπως π.χ. η ροή σε κλειστούς αγωγούς, ή σε ανοικτούς αγωγούς, με άμεση εφαρμογή στα προβλήματα της λεγόμενης κλασικής Υδραυλικής.

Το λεγόμενο «εξωτερικό» πρόβλημα της Μηχανικής των Ρευστών, όπου το πεδίο ροής αφορά την περιοχή γύρω από στερεά σώματα, όπως π.χ. ροή γύρω από σφαίρες, κυλίνδρους, αεροτομές κλπ, με άμεση εφαρμογή στα προβλήματα ναυπηγικής, ή αεροναυπηγικής.

Με βάση την διάκριση αυτή, οι εφαρμογές της Μηχανικής των Ρευστών αφορούν τα προβλήματα μιας μεγάλης ποικιλίας ροών, υγρών και αερίων, που συναντάμε στην πράξη.

Δεν πρέπει φυσικά να ξεχνάμε ότι, ολόκληρος ο πλανήτης μας είναι βυθισμένος σε μία τεράστια μάζα ενός γνωστού ρευστού, απαραίτητου για την ύπαρξη της ζωής, που λέγεται αέρας, ενώ ένα άλλο, εξ' ίσου σημαντικό για την ζωή μας ρευστό, που λέγεται νερό, καλύπτει πάνω από το μισό της επιφάνειας της γης.

2. Μηχανική των Ρευστών

2.1 Εισαγωγή στην μηχανική των ρευστών

Η μηχανική των ρευστών είναι η μελέτη της κίνησης των ρευστών καθώς και των δυνάμεων που επιδρούν σε αυτά. Η μελέτη της ρευστομηχανικής μπορεί να διαχωριστεί σε δύο κατηγορίες, σε αυτή που ερευνά την κίνηση των ρευστών και σε αυτή που ερευνά την ηρεμία τους. Η ηρεμία αυτή αποτελεί μορφή της γενικότερης έννοιας της ισορροπίας.

Την μηχανική των ρευστών ενδιαφέρει κυρίως η ισορροπία των δυνάμεων σε συνδυασμό προς την κινητική κατάσταση, δηλ. η μηχανική ισορροπία, η οποία παρουσιάζεται με τρεις μορφές, την ηρεμία, την κινηματική ισορροπία και την δυναμική ισορροπία.

Όταν υπάρχει ηρεμία, δηλ. έλλειψη κίνησης σε μια ρευστή μάζα, τότε το άθροισμα των ασκούμενων δυνάμεων είναι μηδενικό, ενώ το αντίθετο δεν ισχύει πάντα.

Μία μάζα ρευστού βρίσκεται σε κίνηση όταν μεταβάλλει θέση στον χώρο. Ο γεωμετρικός τόπος των διαδοχικών θέσεων ενός ρευστού στοιχείου κατά την κίνηση του ονομάζεται τροχιά ή ίχνος αυτού, είναι δεν δυνατόν η τροχιά να είναι ευθύγραμμη, τεθλασμένη ή καμπυλόγραμμη.

Κινηματική ισορροπία εμφανίζεται σε δύο διαφορετικές στρώσεις ρευστών (ή ρευστού) οι οποίες κινούνται ευρισκόμενες σε επαφή: Εκατέρωθεν της επιφάνειας επαφής των δύο ρευστών τα τοπικά κινηματικά χαρακτηριστικά πρέπει να είναι ακριβώς τα ίδια, δηλ. δεν πρέπει να υπάρχει κινηματική ασυνέχεια.

Κατά την κίνηση ενός ρευστού στοιχείου ικανοποιείται η καλούμενη γενική δυναμική ισορροπία, κατά την οποία το αλγεβρικό άθροισμα όλων των ασκούμενων δυνάμεων, μετρήσιμων ή μη, πάνω στο στοιχείο του ρευστού είναι μηδενικό σε κάθε χρονική στιγμή. Ωστόσο, εκατέρωθεν της προηγούμενης επιφάνειας επαφής των δύο ρευστών, η δυναμική ισορροπία εμφανίζεται και με την ισότητα των τοπικών δυναμικών χαρακτηριστικών, τα οποία πρέπει να είναι τα ίδια, δηλ. δεν πρέπει να υπάρχει δυναμική ασυνέχεια.

2.2 Θερμοδυναμικές ιδιότητες των ρευστών

Η μοριακή δομή και τα μικροσκοπικά χαρακτηριστικά ενός ρευστού καθορίζουν και προδιαγράφουν ορισμένες μακροσκοπικές φυσικές του ιδιότητες. Οι ιδιότητες αυτές λαμβάνονται υπόψη στην μαθηματική διατύπωση των φυσικών νόμων που χαρακτηρίζουν την ισορροπία και την κίνηση των ρευστών και εκφράζονται συνήθως με την μορφή παραμέτρων. Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε την τιμή των φυσικών αυτών παραμέτρων, που μεταβάλλονται κυρίως σαν συνάρτηση των δύο πρωταρχικών θερμοδυναμικών μεταβλητών δηλαδή της θερμοκρασίας και της πίεσεως.

Οι φυσικές ιδιότητες των ρευστών προσδιορίζονται πειραματικά στο εργαστήριο και δίδονται συνήθως με την μορφή πινάκων ή διαγραμμάτων. Πολύ συχνά όμως είναι δύσκολο να βρει κανείς στους πίνακες της βιβλιογραφίας τις αριθμητικές τιμές των φυσικών ιδιοτήτων του ρευστού ή του μίγματος ρευστών που μελετά στις συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσεως που του χρειάζονται. Για τον λόγο αυτό πρέπει ένα καλά οργανωμένο εργαστήριο ρευστομηχανικής να διαθέτει τα απαραίτητα πειραματικά μέσα για τον εργαστηριακό προσδιορισμό της τιμής των φυσικών παραμέτρων.

Μπορούμε να κατατάξουμε τις φυσικές ιδιότητες των ρευστών σε δύο μεγάλες κατηγορίες: τις θερμοδυναμικές ιδιότητες, που καθορίζονται συνήθως καθώς το ρευστό βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας και τις ιδιότητες μεταφοράς που εκδηλώνονται όταν αναπτυχθούν φαινόμενα μεταφοράς μάζας ή θερμότητας.

Στην ρευστομηχανική και την υδραυλική οι σπουδαιότερες θερμοδυναμικές ιδιότητες που χρησιμοποιούνται είναι : η θερμοκρασία (T), η πίεση (p), ή πυκνότητα (ρ) και το ειδικό βάρος (γ), η συμπίεστικότητα (κ) και το μέτρο ελαστικότητας (ϵ), ο συντελεστής θερμικής διαστολής (β), οι ειδικές θερμότητες (C_p) και (C_v), η πίεση ή τάση των ατμών (p_v), η λανθάνουσα θερμότητα ατμοποίησης (L_u) και η επιφανειακή τάση (σ).

Οι βασικές θερμοδυναμικές μεταβλητές πίεση, πυκνότητα και θερμοκρασία συνδέονται όπως είναι γνωστό σε μία σχέση της μορφής:

$$F(p, \rho, T) = 0$$

Η οποία είναι γνωστή σαν εξίσωση καταστάσεως (καταστατική εξίσωση). Το είδος αλληλεξάρτησης μπορεί να στηρίζεται στις φυσικές ιδιότητες του ρευστού. Τέτοια περίπτωση είναι η περίπτωση των γνωστών μας ασυμπίεστων ρευστών, όπου η καταστατική εξίσωση παίρνει την μορφή : $p = \text{σταθερά}$

Στο ίδιο το φαινόμενο τέτοιες περιπτώσεις είναι :

α) Οι περιπτώσεις ισόθερμων ροών τελείων αερίων, όπου η καταστατική εξίσωση παίρνει τη μορφή :

$$\frac{p}{\rho} = RT = \text{σταθερά}$$

όπου R είναι η παγκόσμια σταθερά των αερίων

β) Οι περιπτώσεις αδιαβατικών μεταβολών, όπου η καταστατική εξίσωση παίρνει την μορφή:

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{σταθερά}$$

όπου γ είναι ο λόγος των ειδικών θερμοτήτων, υπό σταθερά πίεση και όγκο $\frac{c_p}{c_v}$ ίσος με 1,4.

γ) Οι περιπτώσεις πολυτροπικών μεταβολών όπου η καταστατική εξίσωση παίρνει την μορφή

$$\frac{p}{\rho^n} = \text{σταθερά} \quad n \neq \gamma$$

Πρόκειται για τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο, που εκφράζει την διατήρηση της ολικής ενέργειας του ρευστού.

Η ολική χρονική μεταβολή της ενέργειας, ενός στοιχειώδους όγκου του ρευστού αναφέρεται στις μεταβολές της εσωτερικής, dE και κινητικής ενέργειας, dE_c . Αυτές ισούνται με το άθροισμα της μεταβολής ενέργειας, που προέρχεται από εναλλαγές ποσότητας θερμότητας με το εξωτερικό περιβάλλον, dQ και της μεταβολής του έργου των εξωτερικών δυνάμεων, που ασκούνται στο σύστημα, όπως είναι οι δυνάμεις βαρύτητας, πίεσης και τριβής, dW . Η γενική έκφραση γράφεται με την μορφή :

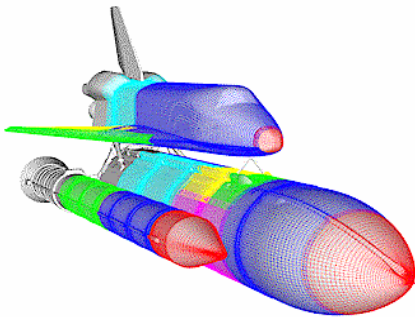
$$dE + dE_c = dQ + dW$$

2.3 Εφαρμογές της Μηχανικής των Ρευστών

Ενδεικτικά, αναφέρουμε μερικές από τις εφαρμογές της Μηχανικής των Ρευστών, σημαντικές για διάφορους τομείς της εθνικής οικονομίας:

- Προβλήματα περιβάλλοντος (ρύπανση, μεταφορά και διασπορά ρυπαντικών φορτίων, ηχορύπανση, νέφος)
- Προβλήματα ναυπηγικής και αεροναυπηγικής (ροές γύρω από έλικες, ή πτέρυγες, ελικόπτερα, υποβρύχια, επιπλέοντα και βυθισμένα σώματα)
- Βιολογικές ροές (ροές σε αρτηρίες και φλέβες, προβλήματα αρτηριοσκλήρυνσης)
- Διφασικές ροές (εκμετάλλευση πετρελαίου και φυσικού αερίου)
- Υδροδυναμικές μηχανές (αντλίες, στρόβιλοι, προβλήματα σπηλαιώδης)
- Μετεωρολογικά φαινόμενα (κινήσεις ανέμων, θερμοκρασιακές αναστροφές, οικοσυστήματα)
- Χημικές βιομηχανίες (αιωρήματα, γαλακτώματα, πολυφασικές ροές, αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ρευστών)
- Ροές σε κλειστούς και ανοικτούς αγωγούς (αρδεύσεις υδρεύσεις, αποχετεύσεις, φερτές ύλες, καθιζήσεις)
- Ροές σε πορώδη μέσα (υπόγειοι υδροφορείς, ρύπανση υπόγειων υδάτων)
- Επιφανειακές ροές (πλημμύρες, διαβρώσεις, αλληλεπιδράσεις ωκεανών ατμόσφαιρας, κυματισμοί, παλίρροιες)
- Μηχανολογικές ροές (λίπανση μηχανών)

Δεν θα πρέπει τέλος, να παραλείψουμε να αναφέρουμε ότι, βασιζόμενοι στην 11^η Γενική Σύνοδο Μέτρων και Σταθμών του 1960, υιοθετούμε την καθιέρωση του Διεθνούς Συστήματος Μονάδων (S.I.) και γίνεται μια Προσπάθεια αποκλειστικής χρήσης του, σε όλες τις αριθμητικές εφαρμογές των πρακτικών προβλημάτων της Μηχανικής των Ρευστών.



Τα τελευταία χρόνια η επίδραση της Μηχανικής των Ρευστών έχει αναγνωριστεί σε πληθώρα τεχνικών εφαρμογών. Εκτός από τις εφαρμογές, όπως αεροσκάφη αλλά και διαστημικά σκάφη, αέριο και υδροστρόβιλοι, πλοία και εγκαταστάσεις σωληνώσεων των οποίων η βασική λειτουργικότητα καθορίζεται από τα φαινόμενα ροής, η Μηχανική των Ρευστών έχει σημαντική επιρροή σε μεγάλο εύρος τεχνικών σχεδίων. Η αυτοκινητοβιομηχανία ήταν από τους πρώτους τομείς

που αναγνώρισε τη σημασία της αεροδυναμικής στο σχεδιασμό των αυτοκινήτων. Βελτιωμένη ευστάθεια, μειωμένη κατανάλωση καυσίμων και μικρότεροι αεροδυναμικοί θόρυβοι (αεροακουστική), ήταν ορισμένα από τα οφέλη που προέκυψαν από το σχεδιασμό οχημάτων που βασίστηκε στη Μηχανική των Ρευστών. Σύντομα και σε άλλους βιομηχανικούς τομείς διαπιστώθηκε ότι ο σχεδιασμός ή η βελτιστοποίηση διεργασιών που βασίζονται σε εμπειρικούς ή ημι-εμπειρικούς κανόνες εξάντλησε τα επιστημονικά του όρια. Σήμερα, λέβητες, καυστήρες, διαχωριστές, ηλεκτροστατικά φίλτρα, καπνοδόχοι, κτήρια και πολλές άλλες εφαρμογές σχεδιάζονται με βάση θεωρήσεις της Μηχανικής των Ρευστών. Η υπολογιστική ρευστομηχανική έχει αναπτυχθεί πάρα πολύ τα τελευταία χρόνια. Ταυτόχρονα με την ραγδαία εξέλιξη των υπολογιστών μπορούμε να έχουμε μικρούς χρόνους και γρήγορες ταχύτητες όσον αφορά τον υπολογισμό των μοντέλων στην ρευστομηχανική. Έτσι μπορούμε να πραγματοποιήσουμε αεροδυναμικές εξομοιώσεις σε αεροσκάφη, πολεμικά, πολιτικά ή ακόμα και διαστημικά. Η δυνατότητα του να μοντελοποιούμε πλήρως ένα αεροσκάφος σε συγκεκριμένες συνθήκες πτήσης μας δίνει χρήσιμα αποτελέσματα καθώς και την δυνατότητα να παράγουμε ακόμα πιο αεροδυναμικά, γρήγορα και φτηνά αεροσκάφη.

3. Υπολογιστή Ρευστομηχανική

3.1 Εξισώσεις Navier-Stokes

Η Μηχανική των Ρευστών στηρίζεται στις εξισώσεις Navier-Stokes, οι οποίες σε τανυστική μορφή, γράφονται ως εξής.

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0, \quad j=1,2,3$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho u_j u_i - \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]$$

Οι εξισώσεις αυτές εκφράζουν τον νόμο διατήρησης της ποσότητας κίνησης, στην μονάδα μάζας του ρευστού.

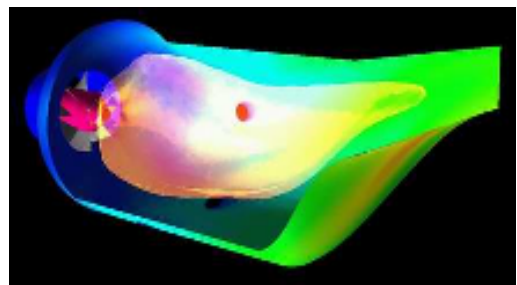
Επιπλέον, η εξίσωση συνέχειας, μιας εξίσωσης που αν θεωρήσουμε ότι η συνολική μεταβολή μάζας, μέσα σε όγκο ($dx \, dy \, dz$) για ένα χρονικό διάστημα dt , πρέπει να ισούται με την διαφορά των ποσοτήτων μάζας, που εισέρχονται και εξέρχονται από τον όγκο αυτό, για το ίδιο χρονικό διάστημα και στην περίπτωση που δεν έχουμε εναλλαγές μάζας μεταξύ του όγκου αυτού και του εξωτερικού του χώρου, παίρνουν την μορφή

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

ή με την εισαγωγή του διανύσματος της ταχύτητας :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0$$

Οι εξισώσεις αυτές μαζί με την εξίσωση συνέχειας που περιγράφεται συνοπτικά παραπάνω αποτελούν τις σημαντικότερες εξισώσεις της Μηχανικής των Ρευστών και φέρουν το όνομα «εξισώσεις των Navier και Stokes». Οι εξισώσεις Navier-Stokes, αναπτύχθηκαν από τους Γάλλους Navier(1827) και Poisson (1831) και στην συνέχεια, επαληθεύτηκαν, τελείως ανεξάρτητα, από το Γάλλο Saint Venant (1843) και τον Άγγλο Stokes (1845).



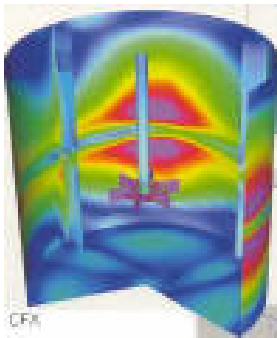
Οι πεπλεγμένες και ισχυρά μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις αυτές, δεν έχουν αναλυτική λύση, εκτός από ορισμένες περιπτώσεις με πολύ απλά γεωμετρικά χαρακτηριστικά. Γι' αυτόν το λόγο, και μέχρι τις αρχές της δεκαετίας του '70, η Μηχανική των Ρευστών είχε σχεδόν αποκλειστικά πειραματική θεώρηση. Τα πειραματικά αποτελέσματα συγκεντρώνονταν, τύγγαναν επεξεργασίας και μετατρέπονταν σε μορφή πινάκων, έτσι ώστε να συστήσουν αξιόπιστους κανόνες σχεδιασμού και αντίστοιχες κατευθυντήριες γραμμές. Από την άλλη μεριά οι μαθηματικές μέθοδοι επίλυσης των εξισώσεων Navier-Stokes εξελίχθηκαν παράλληλα με την αύξηση της υπολογιστικής ισχύος. Αυτές οι μέθοδοι χαρακτηρίζονται με τον όρο "Υπολογιστική Ρευστομηχανική" ή "CFD (Computational Fluid Dynamics)" και από τότε παρουσιάζουν εκθετική αύξηση στις εφαρμογές, την ακρίβεια και την αξιοπιστία τους. Είναι βέβαιο ότι οι πειραματικές μελέτες στη Μηχανική των Ρευστών δεν μπορούν να αντικατασταθούν πλήρως από υπολογιστικές μεθόδους. Η Υπολογιστική Ρευστομηχανική δεν ανταγωνίζεται τα πειράματα. Αντιθέτως οι μέθοδοι CFD καθοδηγούν τη διαμόρφωση των

πειραματικών διατάξεων και συμπληρώνουν -όπως επίσης πιστοποιούνται από- τα πειραματικά αποτελέσματα.

Η Υπολογιστική Ρευστοδυναμική (Computational Fluid Dynamics, CFD) είναι μία μέθοδος πρόβλεψης της συμπεριφοράς των ρευστών, η οποία βασίζεται στην αριθμητική επίλυση των εξισώσεων συνέχειας και ορμής (εξισώσεις Navier-Stokes) σε συνδυασμό με τις εξισώσεις διατήρησης μάζας και ενέργειας, σε γεωμετρία που ορίζεται από το χρήστη. Αποτελεί ένα αποτελεσματικό και εύχρηστο εργαλείο προσομοίωσης της συμπεριφοράς των ρευστών. Έτσι μπορεί να μελετηθεί η επίδραση διαφόρων παραμέτρων (γεωμετρικά χαρακτηριστικά του αγωγού, ιδιότητες του ρευστού, συνοριακές συνθήκες κλπ) στα χαρακτηριστικά της ροής (κατανομή ταχύτητας, πτώση πίεσης, μεταφορά θερμότητας, μεταφορά μάζας κλπ).

3.2 Διακριτοποίηση Εξισώσεων Navier-Stokes

Για να επιλυθεί το φυσικό πρόβλημα με CFD, το πρώτο βήμα είναι να διαχωριστεί ο φυσικός χώρος της ροής σε δίκτυο κελιών (*grid*) όπου διακριτοποιούνται οι εξισώσεις που περιγράφουν το φαινόμενο. Με τον τρόπο αυτό οι διαφορικές εξισώσεις μετατρέπονται σε



εξισώσεις διαφορών, δηλαδή αλγεβρικές εξισώσεις, που επιλύονται διαδοχικά μέσα στα τρισδιάστατα κελιά του πλέγματος. Τέλος, στα αποτελέσματα μπορούν να παρουσιασθούν γραφήματα των παραμέτρων της ροής (π.χ. ταχύτητας, πίεσης, διατμητικής τάσης) με διάφορες μορφές (π.χ. contours, iso, streamlines κλπ).

Ο σκοπός της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής είναι η αριθμητική μοντελοποίηση του πεδίου ροής. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της διαδικασίας διακριτοποίησης των εξισώσεων Navier-Stokes. Η διαδικασία περιλαμβάνει τη μεθοδολογία και όλες τις αποφάσεις που λαμβάνονται σε σχέση με την εφαρμογή κατάλληλων μαθηματικών εργαλείων.

Πολλές παράμετροι επιδρούν σ' ένα επιτυχές και συνεπές ως προς τη φυσική μοντέλο CFD: ο τύπος του υπολογιστικού πλέγματος, η πυκνότητά του, η μαθηματική προσέγγιση, το σχήμα διακριτοποίησης, η διαδικασία επίλυσης και η μοντελοποίηση άλλων φυσικών διεργασιών (π.χ. καύση). Τα βασικά χαρακτηριστικά αυτών των τεχνικών είναι:

- Προσέγγιση πεπερασμένων όγκων
- Καρτεσιανά ή καμπυλόγραμμα υπολογιστικά πλέγματα
- Σχήματα διακριτοποίησης ανώτερης τάξης
- Τοπική πύκνωση πλέγματος
- Επιταχυντές πολυπλεγμάτων
- Μοντελοποίηση διφασικών, μόνιμων και μη μόνιμων ροών

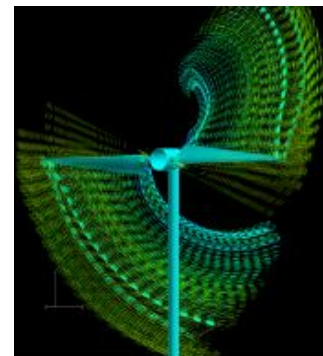
Οι μέθοδοι CFD χρησιμοποιούν επαναληπτικές διαδικασίες προκειμένου να επιλύσουν το γραμμικό σύστημα εξισώσεων που προκύπτει από τη διαδικασία διακριτοποίησης. Όμως ο ρυθμός σύγκλισης της επαναληπτικής διαδικασίας δεν είναι βελτιστοποιημένος, γιατί εξαρτάται από την πυκνότητα του υπολογιστικού πλέγματος. Μία ανάλυση κατά Fourier των χαρακτηριστικών σύγκλισης δείχνει ότι η ελάττωση του σφάλματος σε κάθε επανάληψη, έχει μια συχνότητα, η οποία είναι ευθέως εξαρτώμενη από το υπολογιστικό πλέγμα. Οι μέθοδοι Πολλαπλών Πλεγμάτων (Multi-Grid) αποτελούν μία απάντηση σ' αυτό το πρόβλημα και επιταχύνουν σημαντικά τη σύγκλιση της διαδικασίας επίλυσης. Η φιλοσοφία των μεθόδων Πολλαπλών Πλεγμάτων είναι να επεκτείνουν τη διαδικασία επίλυσης σε αραιότερα -από το κύριο- πλέγματα. Έτσι η επαναληπτική διαδικασία εκμεταλλεύεται μεγαλύτερο εύρος συχνοτήτων, το οποίο διευκολύνει τη διάχυση των σφαλμάτων στο κύριο πλέγμα.

Οι εξισώσεις Navier-Stokes συνιστούν τη μαθηματική διατύπωση της Μηχανικής των Ρευστών. Επειδή δε μπορούν να επιλυθούν αναλυτικά, στις αρχές της δεκαετίας του '70 αναδύθηκε ένας νέος επιστημονικός τομέας, ο οποίος περιλαμβάνει τις προσπάθειες

αριθμητικής επίλυσης των εξισώσεων αυτών. Αυτή η εξέλιξη δεν ήταν συμπτωματική· η αύξηση της υπολογιστικής ισχύος και η επανάσταση της πληροφορικής που ξεκίνησε τότε υποστήριξαν τις αρχικές εφαρμογές της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής. Η Υπολογιστική Ρευστομηχανική ή CFD είναι όρος που αντιπροσωπεύει όλες τις αριθμητικές μεθόδους που έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes.

3.3 Εφαρμογές Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής

Η φιλοσοφία της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής είναι η επίλυση των εξισώσεων σε διακριτές θέσεις του πεδίου ροής. Επομένως καταρχήν κατασκευάζεται ένα υπολογιστικό πλέγμα σε δύο ή τρεις διαστάσεις. Το πλέγμα είναι ένα σύνολο σημείων και πεπερασμένων όγκων (επιφανειών στις δύο διαστάσεις) επί του οποίου διακριτοποιούνται οι εξισώσεις Navier-Stokes. Η διακριτοποίηση μιας ομάδας διαφορικών εξισώσεων σε δεδομένο όγκο έχει ως αποτέλεσμα τη μετατροπή τους σε αλγεβρική μορφή, έτσι ώστε να επιλύεται με τυπικές μεθόδους. Η διακριτοποίηση πραγματοποιείται στο σύνολο του υπολογιστικού χωρίου, έτσι ώστε να διαμορφώνεται ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων. Το αλγεβρικό σύστημα λύνεται επαναληπτικά μέχρι το σημείο όπου ελαχιστοποιείται το υπόλοιπο των εξισώσεων. Οι ιδιότητες της ροής (συνιστώσες ταχύτητα και πίεση) είναι διαθέσιμες στους κόμβους των κυψελών του υπολογιστικού πλέγματος. Οι τιμές αυτών των ιδιοτήτων εξαρτώνται από την ακρίβεια της διακριτοποίησης, η οποία είναι συνάρτηση πολλών παραμέτρων. Κύρια παράμετρος είναι προφανώς η πυκνότητα των γραμμών του υπολογιστικού πλέγματος. Όσο πυκνότερο είναι το πλέγμα, τόσο ελαττώνονται τα σφάλματα διακριτοποίησης (αποκοπή). Επομένως το αλγεβρικό σύστημα των διακριτοποιημένων εξισώσεων και τα αποτελέσματα που λαμβάνονται από αυτό κληρονομούν την ακρίβεια της μεθόδου διακριτοποίησης.



Σήμερα, μετά από 30 χρόνια έρευνας, εξέλιξης και εφαρμογής, τόσο στην έρευνα, όσο και στη βιομηχανική πράξη, αποτελεί κατά γενική ομολογία μία ώριμη πλέον εφαρμοσμένη επιστήμη και τεχνολογία αιχμής. Αυτό γίνεται εμφανές τόσο από την πληθώρα επιστημόνων, συγγραμμάτων, ειδικών επιστημονικών και τεχνικών περιοδικών που ασχολούνται αποκλειστικά με αυτήν, όσο και από την εκτεταμένη εφαρμογή της στους περισσότερους παραγωγικούς κλάδους της βιομηχανίας.

Η ροή ρευστών κάθε μορφής (υγρών, αερίων, ακόμη και τηγμένων στερεών) συναντάται στην καθημερινή ζωή του καθένα (αεροπορικές μεταφορές, αέριοι ρύποι, κλιματισμός / αερισμός, νερό χρήσης, κ.λπ.), όπως και σε κάθε παραγωγική και βιομηχανική δραστηριότητα (μεταφορά, μετάδοση κίνησης, θέρμανση / ψύξη, ανάμιξη, αντίδραση, κ.α.). Η μελέτη της ροής δεν αποτελεί πλέον μόνο μία θεωρητική επιστήμη, αλλά μία επιτακτική ανάγκη για την πρόοδο, την ανάπτυξη και την περιβαλλοντική προστασία.

Η συμβολή της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής στις επιστήμες μηχανικού έχει πολλές απόψεις. Οικονομική αποτελεσματικότητα, μειωμένοι χρόνοι σχεδιασμού και ικανότητα έρευνας ιδιοτήτων της ροής σε περιπτώσεις όπου δεν είναι δυνατή η κατασκευή πειραματικής διάταξης.

Συνοψίζοντας:

- Η οικονομική αποτελεσματικότητα της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής προκύπτει από το γεγονός ότι οι υπολογιστικές μέθοδοι εκμεταλλεύονται την ισχύ των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Γι' αυτόν το λόγο εξοικονομείται το σύνολο του κόστους που αφορά την κατασκευή μοντέλων, συντήρηση και λειτουργία πειραματικών διατάξεων.
- Ο χρόνος που αναλώνεται στη βελτιστοποίηση τεχνικών εφαρμογών μειώνεται σημαντικά. Από τη στιγμή που ένα μοντέλο CFD έχει επιτυχώς καταρτιστεί, είναι σε θέση να παρέχει αποτελέσματα, σχεδιασμούς ή συστάσεις σχεδιασμού σε πολύ μικρό χρόνο.
- Υπάρχουν πολλές τεχνικές εφαρμογές οι συνθήκες των οποίων δεν επιτρέπουν τη χρήση πειραματικών τεχνικών. Σ' αυτές τις περιπτώσεις η Υπολογιστική Ρευστομηχανική είναι

το μοναδικό μέσο που μπορεί να δώσει εις βάθος πληροφόρηση σε προηγμένα λειτουργικά ή σχεδιαστικά προβλήματα.

4. FEM Πεπερασμένα Στοιχεία

4.1 Ιστορική αναδρομή

Το τέλος του 19ου αιώνα βρίσκει την μαθηματική θεωρία ελαστικότητας πλήρως θεμελιωμένη. Όμως τα προβλήματα στα οποία αυτό μπορούσε να δώσει αναλυτική λύση ήταν ελάχιστα. Έτσι στις αρχές του 20ου αιώνα το βάρος έπεσε στις προσεγγιστικές μεθόδους. Όμως και αυτές δεν μπορούσαν να δώσουν απάντηση στα σύνθετα προβλήματα λόγω της έλλειψης υπολογιστικών δυνατοτήτων. Την ίδια εποχή οι ερευνητές έστρεψαν την προσοχή τους σε κατασκευές που η μορφή τους διευκόλυνε την απλοποίηση του γενικού προβλήματος της ελαστικότητας, Μια τέτοια κατασκευή, που έχει και πολύ μεγάλο ενδιαφέρον για τον κατασκευαστή μηχανικό (πολιτικό, ναυπηγό, κλπ.) είναι οι ραβδωτές κατασκευές. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν οι κατασκευές που αποτελούνται από ράβδους/δοκούς που συνδέονται μεταξύ τους στα άκρα τους, τους κόμβους, για να σχηματίσουν δικτυώματα, συνεχείς δοκούς, δισδιάστατα ή τρισδιάστατα πλαίσια κλπ. Οι ερευνητές στον τομέα αυτό κατόρθωσαν να βρουν τις σχέσεις που συνδέουν τις γενικευμένες μετατοπίσεις στα άκρα των ράβδων με τις αντίστοιχες δυνάμεις στα σημεία αυτά.

Η ισορροπία των δυνάμεων που επενεργούν στους κόμβους και η συμβιβαστικότητα των μετατοπίσεων δίνουν ένα σύστημα εξισώσεων που η επίλυσή του δίνει τη λύση στο πρόβλημα των ραβδωτών κατασκευών (η έλλειψη υπολογιστικών μέσων δεν επέτρεψε τη χρήση της παραπάνω μεθοδολογίας για την επίλυση των κατασκευών. Αντίθετα την ίδια εποχή (1930-1950) έγινε δημοφιλής μια επαναληπτική μέθοδος κατανομής των ροπών που οφείλεται στον Hardy Cross (1932). Η μέθοδος αυτή δεν είναι παρά μια επαναληπτική επίλυση του ίδιου, όπως παραπάνω, γραμμικού συστήματος ισορροπίας των κόμβων. Το πλεονέκτημα της είναι ότι δεν χρειάζεται την μόρφωση αυτού του γραμμικού συστήματος και το κυριότερο, προσφέρεται για έναν υπολογισμό με το χέρι αφού δεν απαιτεί ιδιαίτερα υπολογιστικά μέσα. Βέβαια η μέθοδος έβαζε κάποιους περιορισμούς (οι ράβδοι δεν μετέβαλλαν το μήκος τους) και απαιτούσε μια στατική διαίσθηση από τον μηχανικό, όμως ήταν ίσως η καλύτερη δυνατή για την εποχή της.

4.2 Μητρική ανάλυση κατασκευών

Η πρόοδος που άρχισε να σημειώνεται γύρω στο 1950 στον τομέα των ηλεκτρονικών υπολογιστών μετέβαλλε το σκηνικό. Ο μηχανικός βρέθηκε να διαθέτει μια φανταστική υπολογιστική δύναμη. Εγκατέλειψε λοιπόν τις προσεγγίσεις και τις απλοποιήσεις που ήταν απαραίτητες για μια επίλυση με το χέρι και στράφηκε σε νέες μεθόδους προσανατολισμένες στις δυνατότητες του νέου υπολογιστικού μέσου. Δεν υπάρχει πλέον ο προηγούμενος περιορισμός στις διαστάσεις του γραμμικού συστήματος στο οποίο κατέληγε η επίλυση του προβλήματος. Ακόμα χάρη στη δυνατότητα του προγραμματισμού, η όλη διαδικασία απλοποιήθηκε περισσότερο.

Η άλγεβρα των μητρώων (γραμμική άλγεβρα) έδωσε τα απαραίτητα εργαλεία για τον αποτελεσματικό χειρισμό και την οργάνωση του τεράστιου αυτού αριθμού δεδομένων. Όσον αφορά τη στατική των κατασκευών δεν χρειάστηκε η ανακάλυψη νέων αρχών. Απλά χρειάστηκε η οργάνωση της διαδικασίας επίλυσης με τη βοήθεια της γραμμικής άλγεβρας. Η νέα μέθοδος αποτέλεσε αυτό που ονομάζουμε μητρική ανάλυση των κατασκευών.

Η διαδικασία της επίλυσης ραβδωτών φορέων με τη βοήθεια της μητρικής ανάλυσης των κατασκευών μπορεί να γίνει ουσιαστικά με δύο μοντέλα

- Το μοντέλο μετατοπίσεων (ή ακαμψίας ή ισορροπίας).
- Το μοντέλο δυνάμεων (ή ευκαμψίας ή συμβιβαστοτητας).

Στο μοντέλο μετατοπίσεων οι γενικευμένες δυνάμεις που δρουν στα άκρα κάθε ράβδου μέλους της κατασκευής συνδέονται με τις μετατοπίσεις με τη βοήθεια του μητρώου ακαμψίας

k^e της ράβδου (e). Η ισορροπία αυτών των δυνάμεων σε κάθε κόμβο δίνει το τελικό γραμμικό σύστημα, όπου άγνωστες είναι οι μετατοπίσεις των κόμβων και το δεύτερο μέλος του συστήματος είναι οι εφαρμοσμένες δυνάμεις. Το μητρώο των συντελεστών των αγνώστων (μετατοπίσεων) είναι το μητρώο ακαμψίας K της κατασκευής που αποτελεί σύνθεση των επιμέρους ακαμψιών k^e .

Την αντίθετη πορεία εφαρμόζουμε στο μοντέλο δυνάμεων. Εκφράζουμε τις μετατοπίσεις στα άκρα των ράβδων συναρτήσει των γενικευμένων δυνάμεων που δρουν στα άκρα των ράβδων με τη βοήθεια του μητρώου ευκαμψίας f^e της ράβδου (e) (ισχύει $f^e = (k^e)^{-1}$). Οι εξισώσεις ισορροπίας των κόμβων μας επιτρέπουν να εκφράσουμε τις περισσότερες από τις επικόμβιες δυνάμεις συναρτήσει μερικών από αυτές που αποτελούν τις υπερστατικές δυνάμεις του προβλήματος. Η συμβιβαστότητα των μετατοπίσεων των άκρων των ράβδων που συντρέχουν σε κάθε κόμβο μας δίνει το τελικό γραμμικό σύστημα εξισώσεων, όπου άγνωστες είναι οι υπερστατικές δυνάμεις. Το μητρώο των συντελεστών των αγνώστων είναι το μητρώο ευκαμψίας F της κατασκευής.

Πιο δημοφιλές από τα δύο αυτά μοντέλα είναι το μοντέλο των μετατοπίσεων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το μοντέλο μετατοπίσεων είναι πιο απλό και προσφέρεται καλύτερα για μια αυτόματη εφαρμογή μέσω ενός γενικού προγράμματος ηλεκτρονικού υπολογιστή. Όπως θα δούμε πιο κάτω, η μητρωϊκή ανάλυση των κατασκευών και η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων έχουν μια αντιστοιχία. Έτσι το μοντέλο μετατοπίσεων στα πεπερασμένα στοιχεία είναι πάλι πιο δημοφιλές από το μοντέλο δυνάμεων (ή το μικτό μοντέλο). Γι αυτό θα περιορισθούμε στην περιγραφή του μοντέλου μετατοπίσεων.

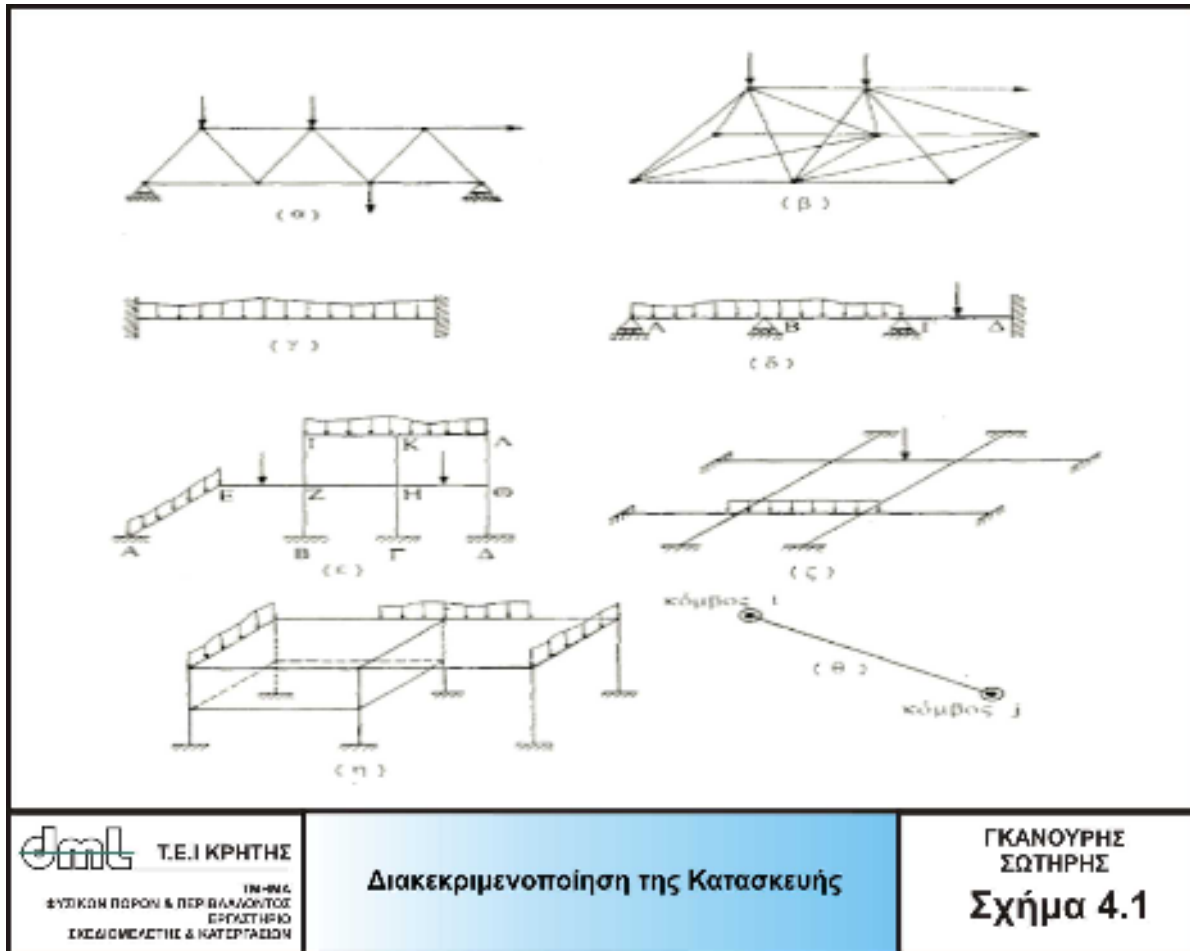
4.3 Μητρωϊκή ανάλυση κατασκευών με το μοντέλο των μετατοπίσεων

Η διαδικασία της μητρωϊκής ανάλυσης κατασκευών με το μοντέλο μετατοπίσεων μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από πέντε βήματα. Τα ίδια περίπου βήματα εφαρμόζονται και στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (μοντέλο μετατοπίσεων). Έτσι η περιγραφή των βημάτων αυτών έχει ιδιαίτερη σημασία. Τα βήματα λοιπόν είναι:

4.3.1. Διακεκριμενοποίηση της κατασκευής

Στο στάδιο αυτό η κατασκευή (Σχ. 4.1) χωρίζεται σε διακριτικά στοιχεία ή μέλη ή ράβδους. Κάθε στοιχείο είναι μια ευθύγραμμη ράβδος δικτύματος ή μια ευθύγραμμη δοκός (Σχ.4.1(θ)) και ο χωρισμός γίνεται στα γωνιακά σημεία, στα σημεία σύνδεσης δύο ή περισσότερων ράβδων, στα σημεία μεταβολής της διατομής, στα σημεία σύνδεσης με το έδαφος (σημεία Α,Β,Γ,Δ (Σχ.4.1(ε))). Έτσι για παράδειγμα η συνεχής δοκός του Σχ.4.1(δ) αποτελείται από 3 ράβδους, τις ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και το πλαίσιο του Σχ.4.1(ε) από 12 στοιχεία. Τα σημεία στα οποία συνδέονται οι ράβδοι λέγονται κόμβοι.

Στη φάση αυτή αριθμούνται τα στοιχεία (ράβδοι) και οι κόμβοι. Από το είδος της κατασκευής είναι δυνατό να γνωρίζουμε τον βαθμό ελευθερίας κάθε κόμβου (τις δυνατότητες δηλαδή μετατόπισης του κόμβου). Στο επίπεδο λοιπόν δικτύωμα του Σχ. 4.1(α) ο βαθμός ελευθερίας κάθε κόμβου είναι δύο (μετατόπιση κατά x και y ενώ στο τρισδιάστατο το δικτύωμα του Σχ.4.1(β) ο βαθμός ελευθερίας κάθε κόμβου τρία (προστίθεται και δεύτερη δυνατότητα μετατόπισης κατά z). Αντίθετα στο επίπεδο πλαίσιο (Σχ. 4.1(ε)) σε κάθε κόμβο υπάρχει επιπλέον δυνατότητα στροφής δηλαδή ο βαθμός ελευθερίας του κάθε κόμβου είναι τρία ενώ στο τρισδιάστατο πλαίσιο (Σχ.4.1(η)) είναι έξι. Γνωρίζοντας τον αριθμό των κόμβων καθώς και τις δυνατότητες μετατόπισης κάθε κόμβου μπορούμε να βρούμε το βαθμό ελευθερίας κίνησης της κατασκευής δηλαδή το σύνολο των αγνώστων μετατοπίσεων. Είναι προφανές ότι ανάλογα με το είδος της στήριξης δεσμεύονται και κάποιες δυνατότητες μετατόπισης. Άρα μόνον στην περίπτωση αυτοίσοροπούμενων συστημάτων (όπου δεν υπάρχουν στηρίξεις) ο βαθμός ελευθερίας κίνησης της κατασκευής είναι το γινόμενο του αριθμού των κόμβων επί τον βαθμό ελευθερίας κίνησης του κάθε κόμβου.



4.3.2. Υπολογισμός του μητρώου ακαμψίας του στοιχείου

Στα άκρα (τους κόμβους) μιας ράβδου (e) δρουν οι κομβικές δυνάμεις F^e . Οι γενικευμένες μετατοπίσεις των κόμβων της ράβδου (δηλαδή μετατοπίσεις και ενδεχόμενα στροφές) συμβολίζονται με q^e . Οι κομβικές δυνάμεις συνδέονται με τις κομβικές μετατοπίσεις q^e με τη σχέση:

$$F^e = k^e q^e \quad (1)$$

Το μητρώο k^e της προηγούμενης σχέσης ονομάζεται μητρώο ακαμψίας.

4.3.3. Διαμόρφωση του τελικού συστήματος ακαμψίας:

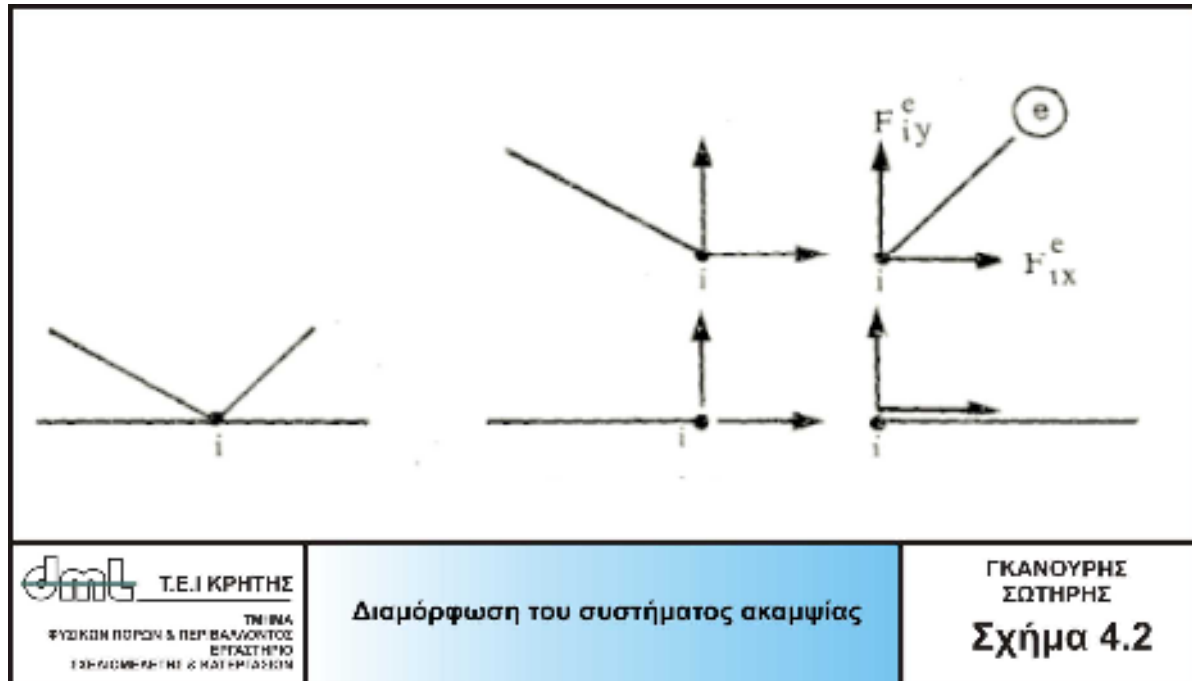
Οι κομβικές δυνάμεις που δρουν σ' ένα συγκεκριμένο κόμβο i πρέπει μαζί με τις εξωτερικά εφαρμοσμένες δυνάμεις να ισορροπούν (Σχ.4.2). Η ισορροπία αυτή μας δίνει ένα τελικό σύστημα εξισώσεων που συνδέει τις κομβικές μετατοπίσεις r^1 με τις δυνάμεις R που δρουν στους N μη παγιωμένους κόμβους της κατασκευής (δηλαδή τους κόμβους της κατασκευής που έχουν κάποια ελευθερία κίνησης). Το σύστημα ακαμψίας έχει τη μορφή:

$$Kr = R \quad (2)$$

¹Σημειώνουμε ότι είναι μητρώο μετατοπίσεων των N ελεύθερων κόμβων της κατασκευής. Το μητρώο που έχει σαν στοιχεία τα μητρώα q^1, q^2, \dots, q^e περιλαμβάνει τις μετατοπίσεις κάθε κόμβου τόσες φορές όσα είναι τα στοιχεία που συντρέχουν στον κόμβο i . Φυσικά υπάρχει σύνδεση q και r μ' ένα λογικό μητρώο a δηλαδή $q = ar$.

όπου K είναι το μητρώο ακαμψίας όλης της κατασκευής και προέρχεται από τη σύνθεση των επί μέρους ακαμψιών των ράβδων.

Η σχέση (2) μπορεί να προκύψει και με τη βοήθεια ενεργειακών θεωρημάτων (αρχή δυνατών έργων, αρχή του ελάχιστου της δυναμικής ενέργειας, πρώτο θεώρημα Castigliano) που στην ουσία δεν εκφράζουν τίποτα άλλο παρά την ισορροπία του συνόλου της κατασκευής.



4.3.4. Επίλυση του συστήματος ακαμψίας:

Η επίλυση του συστήματος (2) είναι μια απλή τυποποιημένη διαδικασία και όλα τα υπολογιστικά κέντρα διαθέτουν μια ποικιλία προγραμμάτων.

Για την επίλυση του συστήματος (2) μπορούμε να επωφεληθούμε από κάποιες ιδιότητες του μητρώου ακαμψίας K . Έτσι το μητρώο K είναι συμμετρικό, θετικά ορισμένο, και αραιό (πολλά από τα στοιχεία του είναι μηδέν), οπότε και με κατάλληλη αρίθμηση των κόμβων τα μη μηδενικά στοιχεία συγκεντρώνονται σε μια σχετικά στενή λωρίδα γύρω από την κύρια διαγώνιο (μητρώο λωρίδα).

4.3.5. Υπολογισμός εντατικών και παραμορφωσιακών μεγεθών:

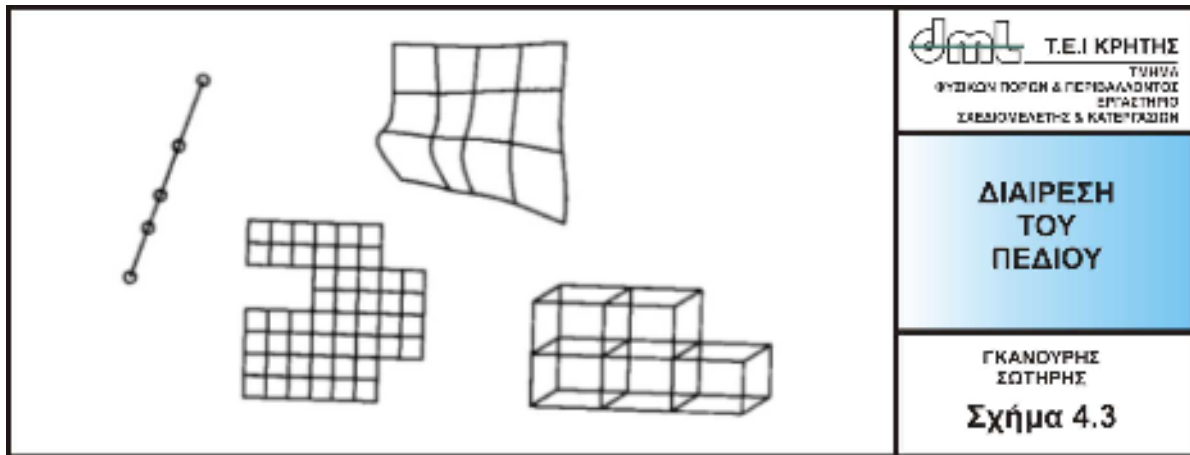
Από τη στιγμή που επιλυθεί το σύστημα (2) και υπολογισθούν οι κομβικές μετατοπίσεις είναι πολύ απλό να προχωρήσουμε στον υπολογισμό των εντατικών (αξονικές, τέμνουσες δυνάμεις, ροπές) και παραμορφωσιακών μεγεθών στο εσωτερικό κάθε στοιχείου.

4.4 ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

4.4.1 Είδη Στοιχείων

Απαραίτητο στοιχείο για την εφαρμογή της Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ) είναι η διακριτοποίηση (διακεκριμενοποίηση - (descretization) ή η διαίρεση του μέσου σε στοιχεία ή τμήματα (elements) με τη βοήθεια ιδεατών γραμμών ή επιφανειών (σχήμα 4.3). Τα στοιχεία αυτά αποτελούνται από δύο ή περισσότερους κόμβους, οι οποίοι συνδέονται με ευθύγραμμο ή καμπύλο τμήματα. Οι κορυφές των στοιχείων ορίζουν τους κόμβους (nodes) του πλέγματος ή καννάβου διακριτοποίησης του προβλήματος (grid or mesh).

Χαρακτηριστικές μορφές στοιχείων είναι τα μονοδιάστατα ή γραμμικά, τα τριγωνικά και ορθογωνικά ή γενικότερα τετραπλευρικά (quadrilateral) σε δύο διαστάσεις και τα πυραμιδοειδή και πρισματικά (τρισδιάστατα). Οι απλούστερες μορφές στοιχείων είναι αυτές που χαρακτηρίζονται από το ότι ο αριθμός των κόμβων του στοιχείου είναι ίσος με τον αριθμό των πλευρών, όπως για παράδειγμα τριγωνικά και τρικομβικά στοιχεία, τετραπλευρικά και τετρακομβικά (επίπεδα) στοιχεία, πυραμιδοειδή και τετρακομβικά (στερεά) στοιχεία, κλπ. Υπάρχουν, όμως, και περιπτώσεις, όπου υπάρχουν παραπάνω κόμβοι που περιγράφουν ένα στοιχείο, όπως τριγωνικά και εξακομβικά στοιχεία, τετραπλευρικά και οκτακομβικά (επίπεδα) στοιχεία.



Ουσιαστικά, σε κάθε κόμβο αντιστοιχούνται τα φυσικά μεγέθη που περιγράφουν το αίτιο και το αποτέλεσμα. Ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας ενός στοιχείου (degrees of freedom) αναφέρεται στο σύνολο των αγνώστων μεταβλητών που αντιστοιχούνται σε κάθε στοιχείο.

Επίσης, τα στοιχεία χαρακτηρίζονται από το πώς συνδέεται η συμπεριφορά και κατ' επέκταση οι ιδιότητες τους με τα μεγέθη που αντιστοιχούνται στους κόμβους τους. Έτσι, ένα γραμμικό στοιχείο, το οποίο ουσιαστικά παριστάνει μία ράβδο με τις κατάλληλες ιδιότητες (με ή χωρίς μάζα) ανάλογα με το εξεταζόμενο πρόβλημα, μπορεί να έχει δύο ή περισσότερους κόμβους και 1, 2, 3 ή και περισσότερους βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο ανάλογα με τη διάσταση του προβλήματος.

Τα επίπεδα στοιχεία μπορεί να παριστάνουν επιφάνειες σε δισδιάστατα ή τρισδιάστατα προβλήματα. Στις συνήθεις περιπτώσεις των προβλημάτων μηχανικής, κάθε κόμβος έχει δύο ή τρεις βαθμούς ελευθερίας που αντιστοιχούν στις συνιστώσες του διανύσματος μετατόπισης του κόμβου. Εάν οι κόμβοι μεταφέρουν ροπές, τότε οι βαθμοί ελευθερίας ανά κόμβο μπορεί να αυξηθούν κατά έναν στις δύο διαστάσεις και κατά τρεις στις τρεις διαστάσεις. Στις γεωτεχνικές εφαρμογές, είναι συνήθης η χρήση τριγωνικών ή τετραπλευρικών (επίπεδων) στοιχείων, τα οποία απεικονίζουν τμήματα υλικού, των οποίων η τρίτη διάσταση είναι μοναδιαία (στις περιπτώσεις όπου είναι δυνατή μία τέτοια απλοποιητική παραδοχή).

4.4.2 Χαρακτηριστικά της Διαίρεσης του Πεδίου

Ένας από τους πλέον σημαντικούς παράγοντες για την επιτυχή προσομοίωση της συμπεριφοράς ενός σώματος με τη ΜΠΣ είναι η κατάλληλη διαίρεση του σώματος (πεδίου) σε επιμέρους τμήματα (στοιχεία, elements). Η διαδικασία αυτή περιλαμβάνει τις ακόλουθες παραμέτρους:

- την επιλογή της γεωμετρικής μορφής του στοιχείου
- την επιλογή του αριθμού κόμβων του στοιχείου και κατ' επέκταση των βαθμών ελευθερίας κάθε στοιχείου
- την επιλογή των συναρτήσεων μορφής κάθε στοιχείου
- την επιλογή της πυκνότητας του καννάβου/πλέγματος

Η συνήθης πρακτική όσον αφορά στην επιλογή των διαστάσεων και της μορφής των στοιχείων είναι ότι χρησιμοποιούνται μικρότερα στοιχεία εκεί που αναμένονται μεγάλες μεταβολές των υπολογιζόμενων μεταβλητών.

Για παράδειγμα, στην ανάλυση σε δύο διαστάσεις συνηθέστερα είναι τα τριγωνικά ή τετραπλευρικά στοιχεία με τρεις και τέσσερις κόμβους αντίστοιχα. Είναι δυνατόν, ανάλογα με τις απαιτήσεις του προβλήματος, να αυξηθούν οι βαθμοί ελευθερίας ενός στοιχείου με την προσθήκη περισσότερων κόμβων, όπως για παράδειγμα η χρήση τετραπλευρικού στοιχείου με οκτώ κόμβους.

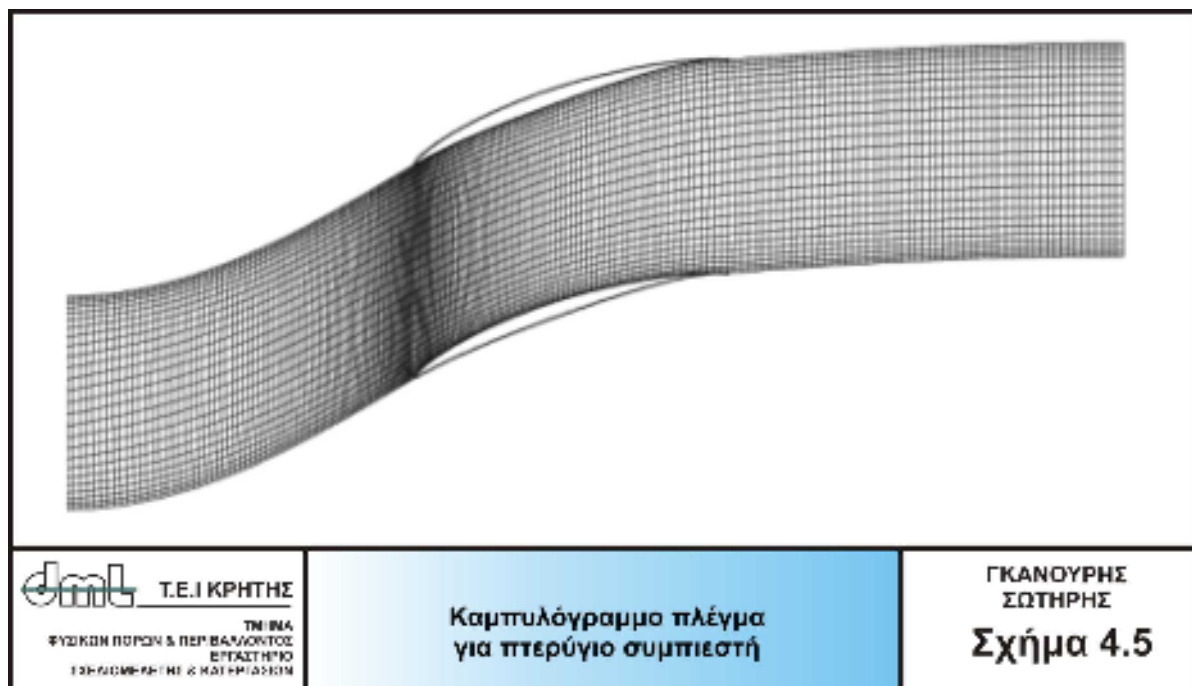
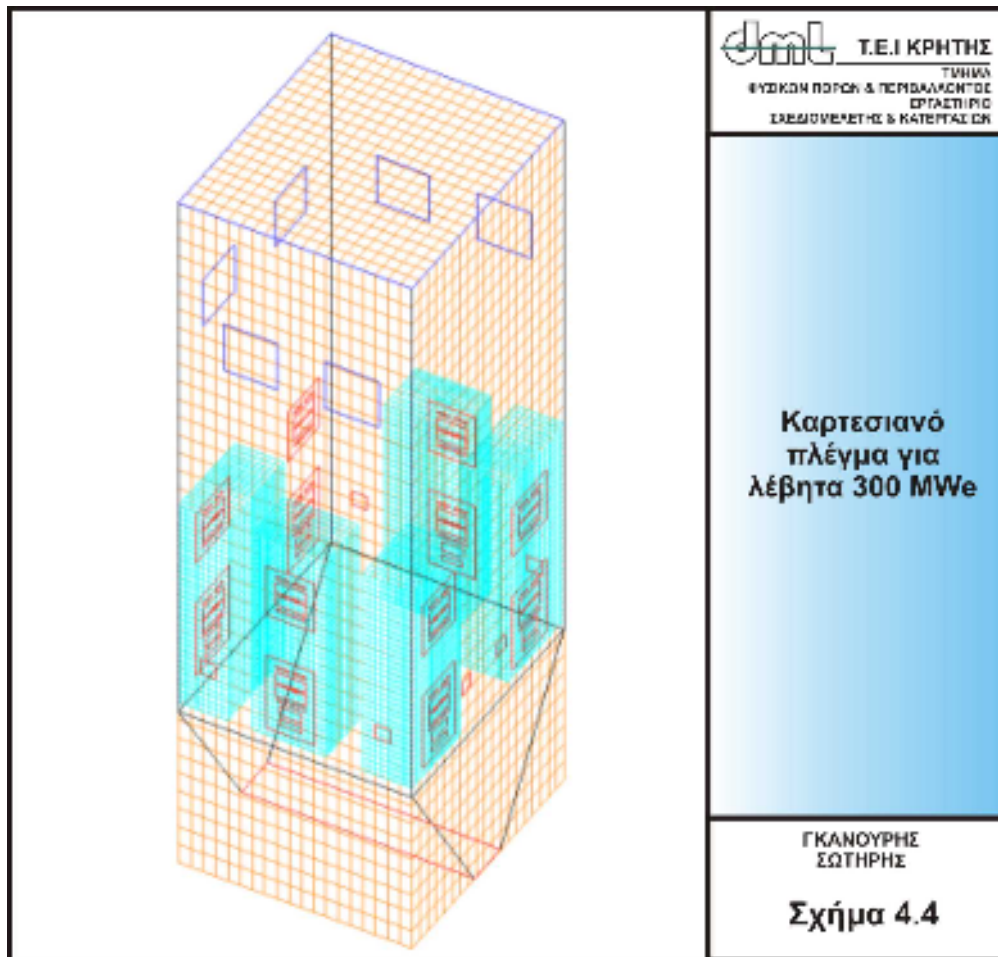
Η διαίρεση του πλέγματος (mesh) γίνεται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε το μέγεθος των στοιχείων να είναι μικρό στα σημεία όπου απαιτείται μεγάλη ακρίβεια στους υπολογισμούς, ή εκεί που αναμένεται έντονη μεταβολή του ζητούμενου μεγέθους, ενώ το μέγεθος των στοιχείων είναι μεγαλύτερο στις υπόλοιπες περιοχές του πεδίου.

Η επιλογή των συναρτήσεων που εκφράζουν την κατανομή των άγνωστων μεταβλητών (π.χ. μετατοπίσεων) σε κάθε στοιχείο συναρτήσει των τιμών των μεταβλητών στους κόμβους, συνδέεται άμεσα με την επιθυμητή ακρίβεια στους υπολογισμούς, αλλά και με τον χρόνο επίλυσης του προβλήματος. Οι συναρτήσεις αυτές ονομάζονται συναρτήσεις μορφής.

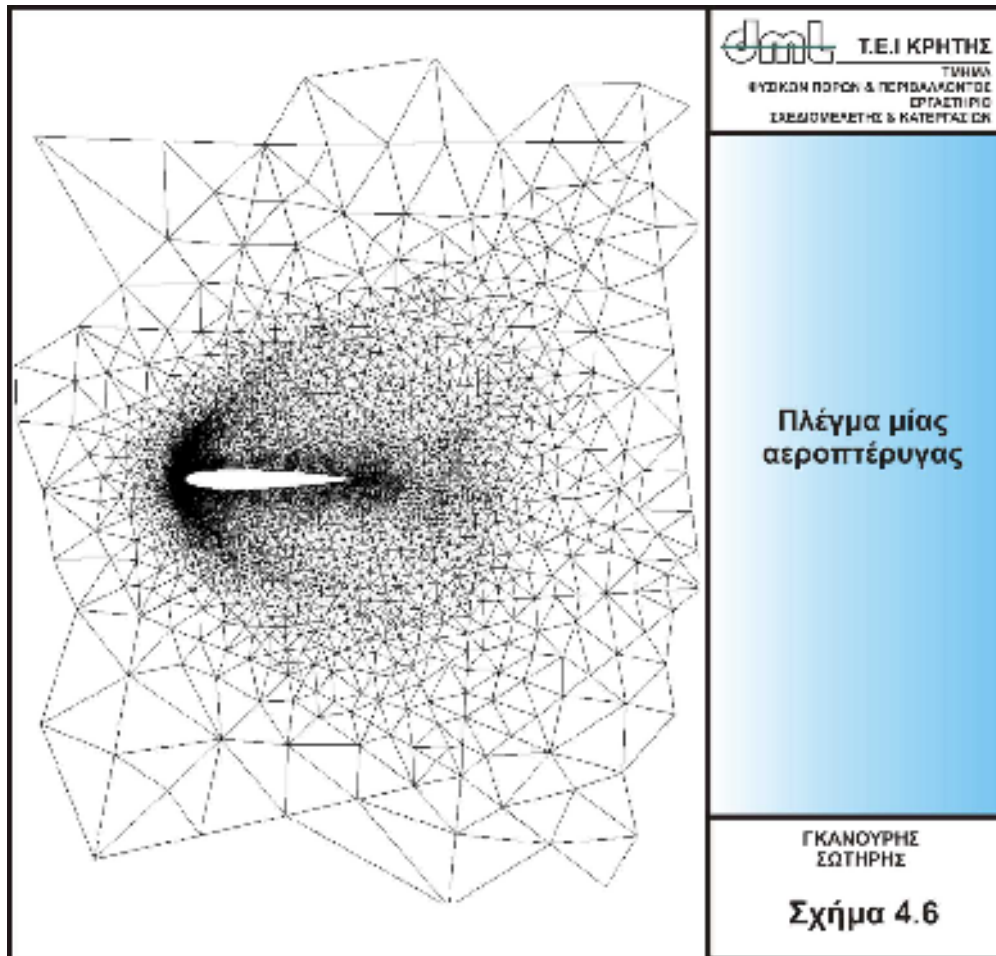
Αναλόγως με τις γεωμετρικές ιδιαιτερότητες του πεδίου ροής χρησιμοποιούνται δύο τύποι υπολογιστικών πλεγμάτων (πεδίων, mesh): Καρτεσιανά και Καμπυλόγραμμα.

Τα Καρτεσιανά πλέγματα είναι κατάλληλα για χρήση σε μεγάλα πεδία ροής, τα οποία έχουν ευρύ φάσμα κλιμάκων μήκους. Κατασκευάζονται γρήγορα και μπορούν να μεταβληθούν εύκολα. Όμως απαιτούν μεγαλύτερο χρόνο επεξεργασίας για τις οριακές συνθήκες, καθώς επίσης και την εισαγωγή μεθόδου πορώδους αντιμετώπισης των τοιχωμάτων, τα οποία δεν είναι ευθυγραμμισμένα με τις πλεγματικές γραμμές.

Τα καρτεσιανά πλέγματα γέννησης (Σχήμα 4.4) ενδείκνυνται στα μικρότερα υπολογιστικά χωρία, που έχουν κυρτά όρια. Η διαδικασία γέννησης του πλέγματος είναι απαιτητική και βρίσκεται σε άμεση συνάρτηση με την ακρίβεια των δεδομένων. Γι' αυτόν το λόγο η δημιουργία καμπυλόγραμμων πλεγμάτων χαρακτηρίζεται από μεγαλύτερο χρόνο υπολογισμού και περίπλοκες παραμέτρους ελέγχου. Από την άλλη πλευρά, τα καμπυλόγραμμα πλέγματα (σχήμα 4.5) περιγράφουν καλύτερα περίπλοκα χωρία με καμπύλες επιφάνειες και χρησιμοποιούνται περισσότερο σε ροές με στενό εύρος κλιμάκων μήκους.

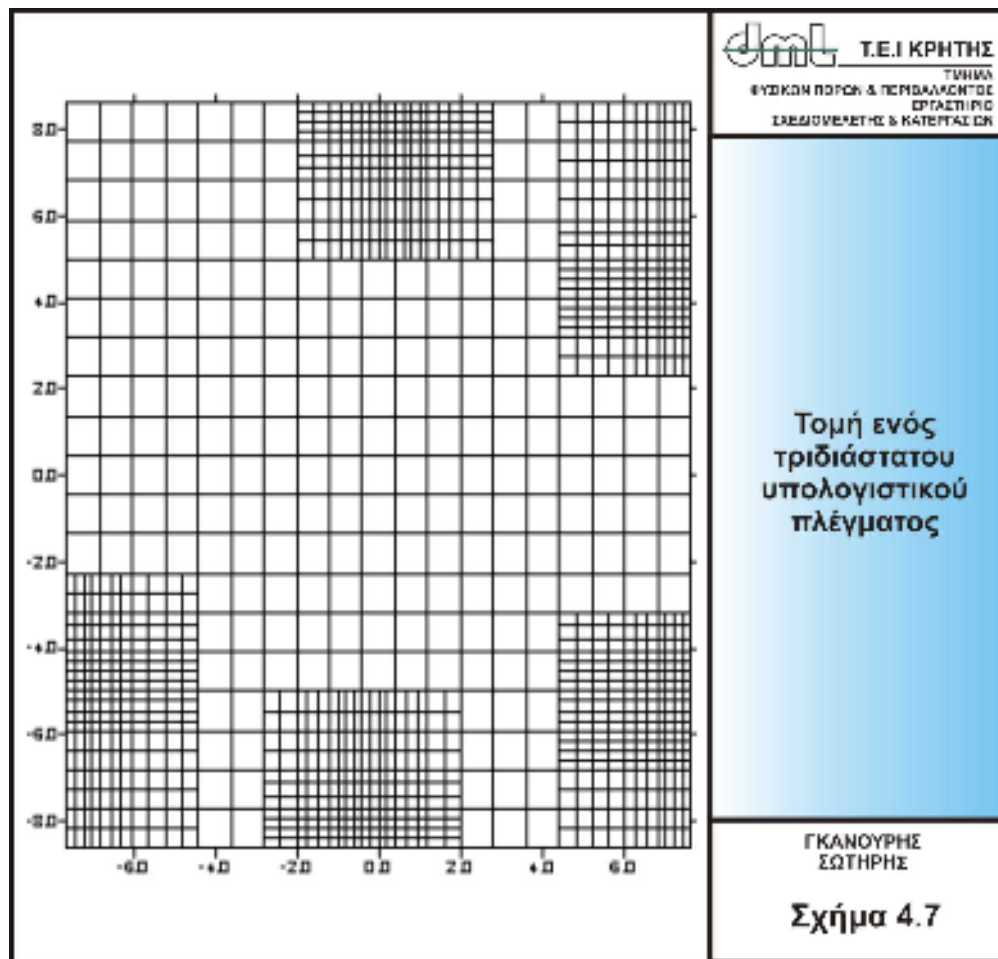


Το σχήμα διακριτοποίησης αποτελεί μία από τις βασικότερες παραμέτρους, η οποία επηρεάζει την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Η επιλογή του σχήματος διακριτοποίησης εξαρτάται από τον τύπο της ροής, την πυκνότητα του πλέγματος καθώς και από την ίδια την συμπεριφορά του σχήματος (Σχήμα Π.4.6).



Σε μερικές περιπτώσεις ακόμα και η εφαρμογή ενός σχήματος διακριτοποίησης ανώτερης τάξης δεν επιτρέπει τη χρήση ενός σχετικά αραιού πλέγματος. Γι' αυτές τις περιπτώσεις εφαρμόζουμε την αρχή της Τοπικής Πύκνωσης Πλέγματος.

Με τη μέθοδο Τοπικής Πύκνωσης Πλέγματος (Σχήμα 4.7) είναι δυνατή η επικέντρωση σε περιοχές του πεδίου, όπου εμφανίζονται μεγάλες κλίσεις των μεγεθών, χωρίς να αναλώνονται πλεγματικές γραμμές σε περιοχές που παρουσιάζουν μικρές μεταβολές των ιδιοτήτων. Κατ' αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνονται σημαντικά κέρδη σε υπολογιστικό χρόνο και μνήμη. Τα κέρδη αυτά προκύπτουν κατά περίπτωση και έχουν μέση τιμή 80%.



4.4.3 Οι Συναρτήσεις Μορφής

Όπως ήδη αναφέρθηκε, οι συναρτήσεις μορφής (shape ή approximation functions) εκφράζουν την κατανομή των άγνωστων μεταβλητών (π.χ. μετατοπίσεων) σε κάθε στοιχείο, συναρτήσει των τιμών των μεταβλητών στους κόμβους. Οι συναρτήσεις μορφής μπορούν να παρομοιαστούν με συναρτήσεις επιρροής κάθε κόμβου προς το περιβάλλον του. Για παράδειγμα, σε περιπτώσεις υπολογισμού των λεγόμενων ισο-καμπύλων (π.χ. ισοϋψών, ισοπαχών, κλπ), με βάση τις τιμές της μεταβλητής σε δεδομένα σημεία, υπάρχουν διαφορετικές συναρτήσεις τις οποίες μπορεί να χρησιμοποιήσει ένας ερευνητής, για να εκφράσει την επιρροή κάθε σημείου στον περιβάλλοντα χώρο του. Τέτοιες μέθοδοι εφαρμόζονται κυρίως στη χάραξη των τοπογραφικών ισοϋψών μιας περιοχής, στον υπολογισμό των αποθεμάτων ενός κοιτάσματος κλπ.

Οι συναρτήσεις αυτές μπορεί να είναι είτε γραμμικές είτε μη γραμμικές. Στις περιπτώσεις στοιχείων με ισάριθμες ακμές και κόμβους εφαρμόζονται συνήθως γραμμικές συναρτήσεις, ενώ, όταν ο αριθμός των κόμβων υπερβαίνει τον αριθμό των ακμών ενός στοιχείου, τότε μπορεί να χρησιμοποιηθούν και μη γραμμικές συναρτήσεις.

4.5 Γενικά

Στη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ), ζητείται ο υπολογισμός των αγνώστων μεγεθών στους κόμβους, οι οποίοι δημιουργούνται από τη διαίρεση του πεδίου σε στοιχεία. Στη συνέχεια, με τη θεώρηση κατάλληλων συναρτήσεων, οι οποίες συνδέουν την κατανομή των μεγεθών στα εσωτερικά σημεία κάθε στοιχείου, είναι δυνατόν να υπολογιστεί η τιμή των μεγεθών αυτών σε κάθε σημείο του πεδίου με τους κόμβους του στοιχείου αυτού. Η εφαρμογή της ΜΠΣ σε προβλήματα ελαστικότητας (ή γενικότερα παραμόρφωσης των υλικών) σε δύο ή τρεις διαστάσεις περιλαμβάνει τα ακόλουθα στάδια:

- Διαίρεση του πεδίου, το οποίο εξετάζεται σε κατάλληλα στοιχεία. Η διαίρεση πεδίων με ακανόνιστη γεωμετρία γίνεται προσεγγιστικά με μικρά ευθύγραμμα τμήματα.
- Επιλογή των κατάλληλων συναρτήσεων για την κατανομή των άγνωστων μεταβλητών σε κάθε στοιχείο.
- Προσδιορισμό των συναρτήσεων που συνδέουν την ανηγμένη παραμόρφωση με τη μετατόπιση (strain – displacement) και των συναρτήσεων που συνδέουν την τάση με την ανηγμένη παραμόρφωση (stress – strain), ώστε να συνδεθεί το αίτιο (τάση, δύναμη) με το αποτέλεσμα (μετατόπιση) που αποτελεί και το άγνωστο μέγεθος.
- Κατασκευή των καταστατικών (θεμελιωδών) εξισώσεων για κάθε στοιχείο (element equations).
- Υπέρθεση (άθροιση κατά κόμβο) των εξισώσεων των στοιχείων για τον προσδιορισμό του τελικού συστήματος και εισαγωγή των συνοριακών συνθηκών.
- Υπολογισμό της εντατικής κατάστασης κάθε στοιχείου ως συνάρτηση των μετατοπίσεων στους κόμβους του στοιχείου.
- Υπολογισμό των δευτερογενών μεγεθών που προκύπτουν από την επίλυση (ανηγμένες παραμορφώσεις, τάσεις κλπ)
- Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων.

Σημειώνεται ότι όπως θα φανεί και στα επόμενα, τα στάδια αυτά είναι γενικά και αναφέρονται στα περισσότερα προβλήματα που αντιμετωπίζονται από τη ΜΠΣ.

Οι πρώτες εφαρμογές της ΜΠΣ σε θέματα Εδαφομηχανικής και Βραχομηχανικής, ή γενικότερα Γεωμηχανικής, εμφανίστηκαν αμέσως μετά την ανάπτυξη της μεθόδου σε θέματα αεροναυπηγικής και αντοχής των υλικών. Για την εφαρμογή όμως, της μεθόδου σε γεωτεχνικά προβλήματα, πρέπει να ληφθούν υπόψη ορισμένοι παράγοντες, οι οποίοι δεν υφίστανται στα άλλα πεδία εφαρμογής. Ο σημαντικότερος ίσως παράγοντας είναι ότι τα γεωυλικά δεν ακολουθούν κάποιο συγκεκριμένο πρότυπο καταστατικής συμπεριφοράς (π.χ. ελαστικό, ελαστοπλαστικό, πλαστικό, βισκοελαστικό, κλπ), καθόσον από τη φύση τους είναι ανομοιογενή. Πρόσθετα προβλήματα εμφανίζονται από την ύπαρξη διακλαδώσεων, επίπεδων διαστρώσεων, κλπ. Λόγω των ανωτέρω δυσκολιών, στις περισσότερες εφαρμογές λαμβάνονται απλοποιημένα πρότυπα υλικών και συμπεριφοράς, γεγονός που αποτελεί περιοριστικό παράγοντα για την εφαρμογή της μεθόδου. Παρ' όλ' αυτά, η ΜΠΣ είναι πολύ χρήσιμη στην εκτίμηση της συμπεριφοράς ενός σχηματισμού. Αξίζει να σημειωθεί ότι αυτό δεν επιλύει το χρόνιο πρόβλημα που εμφανίζεται στα γεωτεχνικά προβλήματα ή έργα και το οποίο είναι η έλλειψη επαρκών και επακριβών στοιχείων όσον αφορά στην κατανομή των ιδιοτήτων των διαφόρων φυσικών υλικών.

Όπως θα φάνει και στη συνέχεια, η ΜΠΣ αποτελεί βασικά μια αριθμητική μέθοδο επίλυσης διαφορικών εξισώσεων με συγκεκριμένο γεωμετρικό τόπο εφαρμογής, στον οποίο τίθενται και οι συνοριακές συνθήκες. Με την ίδια μεθοδολογία που αναπτύσσεται παρακάτω για προβλήματα ελαστικότητας, είναι δυνατόν να επιλυθούν και άλλα προβλήματα με παρόμοιες διαφορικές εξισώσεις.

Η Επίλυση γεωμηχανικών προβλημάτων με τη ΜΠΣ παρουσιάζεται στη συνέχεια με γνώμονα τα ακόλουθα:

- Η ΜΠΣ αποτελεί βασικά μια αριθμητική μέθοδο επίλυσης διαφορικών εξισώσεων σε συγκεκριμένο πεδίο ορισμού και με συγκεκριμένους περιορισμούς.
- Το πεδίο ορισμού (domain) των εξισώσεων αυτών απαιτεί κυρίως συνεχή μέσα. Όταν υπάρχει ανάγκη να συμπεριληφθούν ασυνέχειες στην περιγραφή του μέσου, τότε χρησιμοποιούνται ειδικά στοιχεία ασυνεχειών, τα οποία εξασφαλίζουν μεν μία μαθηματική συνέχεια με το υπόλοιπο μέσο, αλλά χαρακτηρίζονται από μια «χαλαρότητα» σε σχέση με τα συνήθη στοιχεία.
- Στην περίπτωση επίλυσης προβλημάτων μηχανικής, μεταφοράς θερμότητας, κίνησης ρευστών σε πορώδη μέσα, κλπ, είναι δυνατόν να δοθεί μια γεωμετρική περιγραφή της

διαφορικής εξίσωσης που περιγράφει το πρόβλημα και επομένως είναι εύκολη η κατανόηση της λειτουργίας της μεθόδου. Η επίλυση γενικευμένων διαφορικών εξισώσεων ξεφεύγει από το αντικείμενο αυτής της ενότητας.

- Η καταστατική εξίσωση συμπεριφοράς του υλικού, η οποία επιλύεται στο συγκεκριμένο μέσο, συνδέει το αίτιο (π.χ. δύναμη, τάση) με το αποτέλεσμα (π.χ. μετατόπιση, παραμόρφωση) που αποτελεί και το άγνωστο μέγεθος.

5. Λογισμικό Flowlab

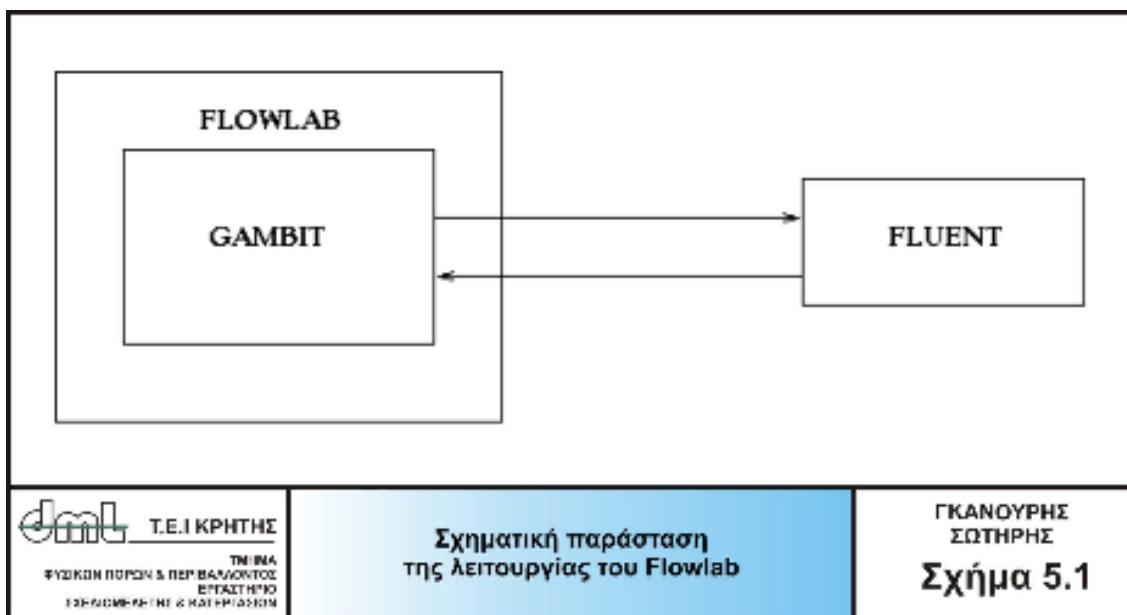
Σκοπός της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής με την βοήθεια του Flowlab είναι να επιλύσει αριθμητικά, με την βοήθεια του ηλεκτρονικού υπολογιστή, τις διαφορικές εξισώσεις που εκφράζουν μαθηματικά τα πεδία ροής. Η επίλυση αυτή αποτελεί οδηγό για την σχεδίαση-βελτίωση των μηχανολογικών, αεροπορικών ή άλλων κατασκευών, την εκτίμηση της αποδοτικότητας των θερμικών διεργασιών, κ.λπ.

Το Flowlab αποτελεί ένα ξεχωριστό εκπαιδευτικό πρόγραμμα λογισμικού το οποίο χρησιμοποιεί την οπτική απεικόνιση της ροής των ρευστών με την βοήθεια της υπολογιστικής ρευστομηχανικής (CFD) για να διδάξει βασικές αρχές της μηχανικής των ρευστών. Το λογισμικό αυτό χρησιμοποιεί έναν βασικό πηγαίο κώδικα (επιλυτή) της εταιρίας FLUENT στην έκδοση 6.1 καθώς και τον προ/μετα-επεξεργαστή GAMBIT στην έκδοση 2.1. Όλα αυτά συνδυάζονται με ένα φιλικό προς τον χρήστη περιβάλλον (GUI, Graphical User Interface) στον υπολογιστή, ειδικά σχεδιασμένο για την εύκολη κατανόηση και χρήση του.

Συγκεκριμένα ο GAMBIT χρησιμοποιείται σαν προ-επεξεργαστής για να μοντελοποιεί την γεωμετρία και να δημιουργεί το πλέγμα. Το GAMBIT χρησιμοποιείται επίσης ως μετα-επεξεργαστής για την ανάλυση των αποτελεσμάτων μετά την επίλυση του προβλήματος. Η προ-επεξεργασία περιλαμβάνει την διακεκριμενοποίηση και τον υπολογισμό του μεγέθους του υπολογιζόμενου εμβαδού και του πλέγματος, τα οποία αποτελούν μέρος του φυσικού συστήματος που μελετάμε σε κάθε πρόβλημα.

Το Flowlab δέχεται από τον χρήστη τις αρχικές συνθήκες για την δημιουργία της γεωμετρίας με την βοήθεια του γραφικού περιβάλλοντος και μεταφέρει την πληροφορία στο GAMBIT το οποίο και δημιουργεί την γεωμετρία αυτή. Αφού έχει υπολογισθεί το υπολογιστικό εμβαδό, το GAMBIT δημιουργεί το πλέγμα και διακεκριμενοποιεί το εμβαδό αυτό σε υπο-εμβαδά.

Ο κώδικας του FLUENT χρησιμοποιείται σαν επιλυτής. Το πλέγμα που δημιουργείται από το GAMBIT εισάγεται αυτομάτως στο FLUENT. Το πρόβλημα επιλύεται αφού έχουν οριστεί τα κατάλληλα φυσικά μοντέλα, αρχικές και οριακές συνθήκες και οι συνθήκες επίλυσης. Τα αποτελέσματα τότε εξάγονται ξανά στο GAMBIT για την μετα-επεξεργασία και την ανάλυσή τους (σχήμα 5.1).



Με λίγα λόγια το Flowlab παρέχει μία συνεχή συνεργασία του προ-επεξεργαστή, του κώδικα (επιλυτή), και του μετα-επεξεργαστή. Το Flowlab χρησιμοποιεί το GAMBIT για την προ-επεξεργασία καθώς και για την μετα-επεξεργασία του. Ταυτόχρονα χρησιμοποιεί τον κώδικα επίλυσης FLUENT για να δώσει το αποτέλεσμα στα προβλήματα ροής των ρευστών.

Το Flowlab παρέχει πρόσβαση σε μία ποικιλία χαρακτηριστικών και χρησιμότητας με την βοήθεια του κώδικα της FLUENT. Μας δίνει την δυνατότητα να αλλάξουμε πολλά χαρακτηριστικά στις ασκήσεις και να μελετήσουμε πολλές διαφορετικές περιπτώσεις προβλημάτων ρευστομηχανικής. Έτσι μεταξύ άλλων μπορούμε να μελετήσουμε:

- Στρωτές ροές
- Τυρβώδεις ροές
- Ροές σταθερής κατάστασης καθώς και συμπιεσμένες ή μη ροές
- Ροές με μεταφορά θερμότητας ή αδιαβατικές ροές

Επίσης στα αποτελέσματα μας μπορούμε να παρατηρήσουμε :

- Γραφικές απεικονίσεις της ροής σε δύο διαστάσεις (2D) ή σε τρεις (3D),
- Διαγράμματα X/Y διαφόρων μεταβλητών με την δυνατότητα εξαγωγής τους σε άλλο αρχείο

Το FlowLab επίσης προσφέρει τη γενική λειτουργία μετα-επεξεργασίας που είναι εξαιρετικά εύκολο και προσβάσιμο, συμπεριλαμβανομένης της δυνατότητας να δημιουργηθούν περιγράμματα και διανυσματικές απεικονίσεις των σχέσεων καθώς επίσης και γραφικές απεικονίσεις των ροών σε κάθε περίπτωση.

Τέλος, δίνεται η δυνατότητα να δοθεί κίνηση σε ορισμένες απεικονίσεις για να γίνει κατανοητή ακόμα καλύτερα η ροή του ρευστού που μελετάται.

6. Σύνοψη

Όπως βλέπουμε, η σημαντικότητα της μηχανικής των ρευστών σε συνδυασμό με την ευκολία και την χρησιμότητα της υπολογιστικής ρευστομηχανικής CFD μας ωθεί στην χρησιμοποίηση προγραμμάτων υπολογιστικής ρευστομηχανικής CFD όπως το Flowlab, για την επίλυση προβλημάτων της. Σε αυτήν την πτυχιακή εργασία μελετήθηκαν πάγια προβλήματα της ρευστομηχανικής και με την βοήθεια του Flowlab μπορέσαμε να κατανοήσουμε την αντιμετώπιση τέτοιου είδους προβλημάτων με την βοήθεια του υπολογιστή. Έτσι στο παράρτημα της πτυχιακής εργασίας υπάρχουν 8 εργαστηριακές ασκήσεις που αναλύεται το θεωρητικό αλλά και το πειραματικό μέρος τους με την βοήθεια του Flowlab σε ηλεκτρονικό υπολογιστή χωρίς άλλο ιδιαίτερο εργαστηριακό εξοπλισμό. Οι ασκήσεις αυτές περιλαμβάνουν προβλήματα όπως η θερμική αγωγιμότητα σταθερής η μή κατάστασης, η θερμική αγωγή σε σειρά, η Ροή γυρω απο Κύλινδρο και η Διόγκωση του Σωλήνα ροής, οι Μετρητές Στομιών, η παράλληλη αγωγή και τέλος η Ροη σε αεροτομή.

7. Βιβλιογραφία

1. **Τσακογιάννης, Ιωάννης Α.** *Υδραυλική, μόνιμη ροή σε κλειστούς αγωγούς και σε υδροδυναμικές μηχανές.* Θεσσαλονίκη : Εκδόσεις Παρατηρητής, 2002.
2. **Ιακώβου Γ. Γκανούλη.** *Υδραυλική των σωληνοειδών ροών.* Α.Π.Θ. Θεσσαλονίκη : 1983.
3. **Ιακώβου Γ. Γκανούλη.** *Εισαγωγή στην μηχανική των ρευστών.* Α.Π.Θ Θεσσαλονίκη : 1981.
4. **Fluid Dynamics.** http://www.atreas.gr/Greek/Fluid_Dynamics/CFD.htm. [Online]
5. **Computational Fluid Dynamics.** <http://philon.cheng.auth.gr/site/cfd/cfd.htm>. [Online]
6. **SimTec.** CFD - Intro. <http://www.simtec.gr/indexgreek/cfd-intro/cfd-intro-1.htm>. [Online]

Παράρτημα Ασκήσεων

Π.1 Θερμική Αγωγιμότητα χρονοεξαρτώμενης κατάστασης

Εισαγωγή

Στην μη μόνιμη αγωγή θερμότητας, η θερμοκρασία διαφέρει σε σχέση με τον χρόνο και την θέση στο υλικό. Εάν θεωρηθεί μονο-διάστατη θερμική αγωγιμότητα τότε η αναλυτική λύση εξαρτάται από το $x/t^{0.5}$ όπου το x αντιπροσωπεύει την θέση κατά μήκος του άξονα και το t είναι ο χρόνος. Χρησιμοποιώντας αυτή την άσκηση επαληθεύουμε την θεωρία ότι τα προφίλ θερμότητας τα οποία αποκτούμε σε διαφορετικές χρονικές περιόδους καταλήγουν σε μία απλή καμπύλη.

Μοντελοποίηση

Το στερεό μοντελοποιείται στις δύο διαστάσεις με ένα ορθογώνιο. Η διαδικασία για να μοντελοποιήσουμε το πρόβλημα είναι η εξής:

- Δημιουργούμε την γεωμετρία
- Δημιουργούμε το πλέγμα
- Ορίζουμε τις αρχικές συνθήκες και τις ιδιότητες του στερεού

Ο χρήστης θα πρέπει να ορίσει τις παρακάτω λεπτομέρειες

- Χρονική περίοδος στην οποία θα αποθηκεύονται τα αποτελέσματα
- Αριθμό χρονικών βημάτων
- Αριθμό επαναλήψεων για το κάθε βήμα

Επειδή η περιοχή είναι πεπερασμένη, η επιρροή των αρχικών συνθηκών στην λύση θα υφίσταται όταν η θερμοκρασία του αριστερού τοιχώματος φθάσει το δεξιότερο. Ο χρόνος απορρόφησης αντιπροσωπεύει τον κατά προσέγγιση χρόνο που χρειάζεται η θερμοκρασία του αριστερού τοιχώματος να φθάσει την θερμοκρασία του δεξιότερου. Η παρακάτω σχέση χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό αυτό

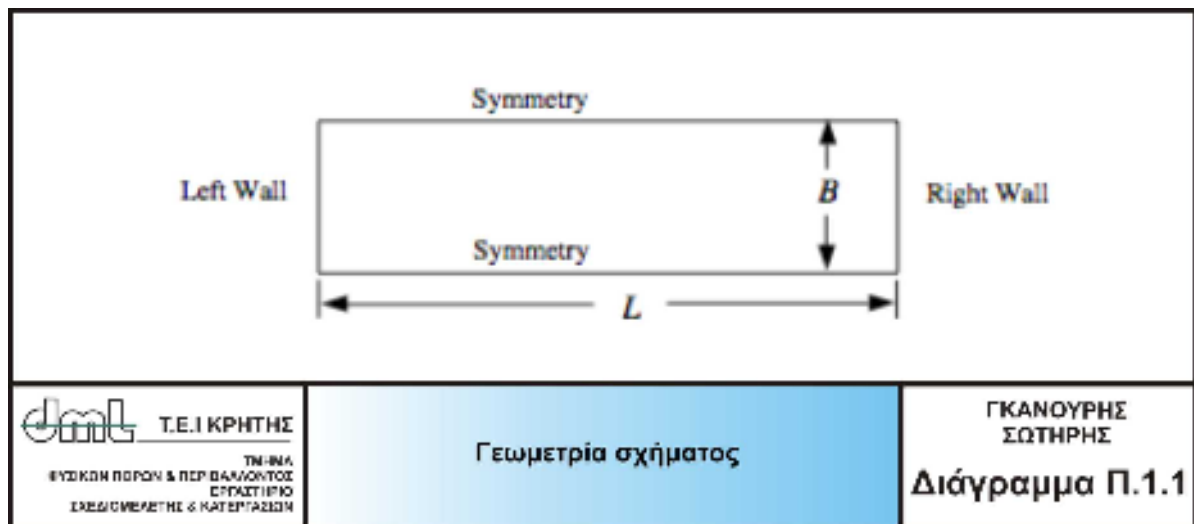
$$ptime = \left(\frac{L}{1.65}\right)^2 \cdot \frac{\rho C_p}{4k}$$

όπου L = μήκος του στερεού

Στην συνέχεια όπως και σε όλες τις ασκήσεις, το Flowlab μοντελοποιεί την γεωμετρία και την ροή όπου και την εξάγει στο fluent. Οι οριακές συνθήκες και οι ιδιότητες της ροής προσαρμόζονται μέσω κάποιων παραμετρικών αρχείων. Το FLUENT συνεχίζει να επιλύει το πρόβλημα μέχρι να επαληθευθεί η σταθερά σύγκλισης ή μέχρι να επιτευχθεί ο αριθμός των επαναλήψεων που έχει ορισθεί. Όταν οποιοδήποτε από αυτά τα δύο κριτήρια επαληθεύεται τότε το FLUENT εξάγει τα αποτελέσματα σε κάποια ουδέτερα αρχεία και σε αρχεία διαγράμματος, XY.

Γεωμετρία

Η γεωμετρία του στερεού φαίνεται στο διάγραμμα Π.1.1. Το μήκος του στερεού L ορίζεται από τον χρήστη στην αρχή της άσκησης. Το πλάτος της περιοχής B υπολογίζεται από την σχέση $B = 0,1 * L$.



Η γεωμετρία δημιουργείται από ένα σετ 4 κόμβων. Οι πλευρές δημιουργούνται με βάση τους κόμβους αυτούς.

Πλέγμα

Τα πλέγματα που μπορούν να οριστούν στο συγκεκριμένο μοντέλο είναι αραιά, μεσαία και πυκνά. Το σχήμα διακριτοποίησης που εφαρμόζεται ακολουθεί την παρακάτω λογική

\$\$S1 = μέγεθος των στοιχείων του πλέγματος κατά μήκος του L

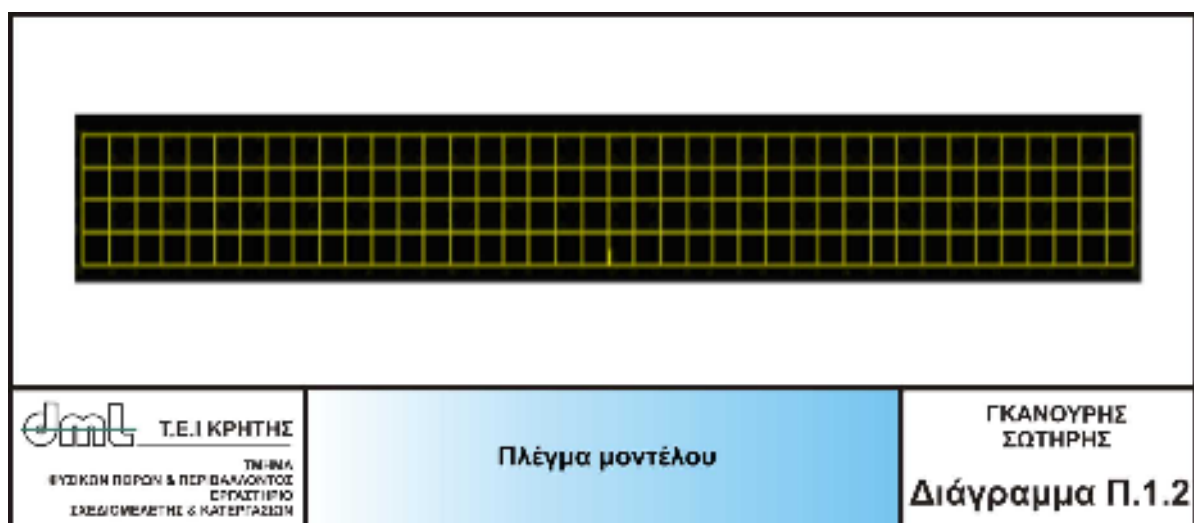
\$\$S2 = μέγεθος των στοιχείων του πλέγματος κατά πλάτος B

Ο πίνακας Π.1.1. μας δίνει τις τιμές για αυτές τις δύο παραμέτρους διακριτοποίησης.

Τύπος Πλέγματος	\$\$S1	\$\$S2
Αραιό πλέγμα	0,10	0,05
Σχετικά αραιό πλέγμα	0,05	0,033
Πυκνό Πλέγμα	0,025	0,025

Πίνακας Π.1.1.

Το πλέγμα που δημιουργείται χρησιμοποιώντας τις παραπάνω τιμές παίρνει την μορφή του διαγράμματος Π.1.2.



Ενεργειακό μοντέλο

Η ενεργειακή εξίσωση επιλύεται βάση του στερεού μοντέλου. Από την στιγμή που δεν υπάρχει ροή ρευστού δεν λαμβάνουμε υπόψη εξισώσεις μάζας και ορμής.

Ιδιότητες Υλικού

Η θερμική αγωγιμότητα του στερεού διευκρινίζεται μέσα σε συγκεκριμένα όρια ορισμένα από το πρόγραμμα.

Αρχικές συνθήκες

Ο χρήστης ορίζει τις παρακάτω αρχικές συνθήκες

- Θερμοκρασία αριστερού τοιχώματος
- Θερμοκρασία δεξιού τοιχώματος

Επίλυση

Το πλέγμα εξάγεται στο Fluent μαζί με τις ορισμένες από τον χρήστη φυσικές ιδιότητες του στερεού καθώς και τις οριακές συνθήκες. Οι υλικές ιδιότητες και οι οριακές συνθήκες επεξεργάζονται κατά την ανάγνωση των αρχείων από το Fluent.

Περιορισμοί

Η επίλυση για το πρόβλημα της σταθερής αγωγιμότητας είναι ένα γραμμικό προφίλ θερμοκρασίας ανάμεσα στα δύο τοιχώματα. Ο χρόνος απορρόφησης είναι χρήσιμος για την δημιουργία μίας ρεαλιστικής βάσης ώστε να μπορούμε να συγκρίνουμε τα εξαγόμενα αποτελέσματα με αυτά της θεωρίας. Τέλος το πλέγμα δεν αλλάζει σε σχέση με τον χρόνο.

Αποτελέσματα

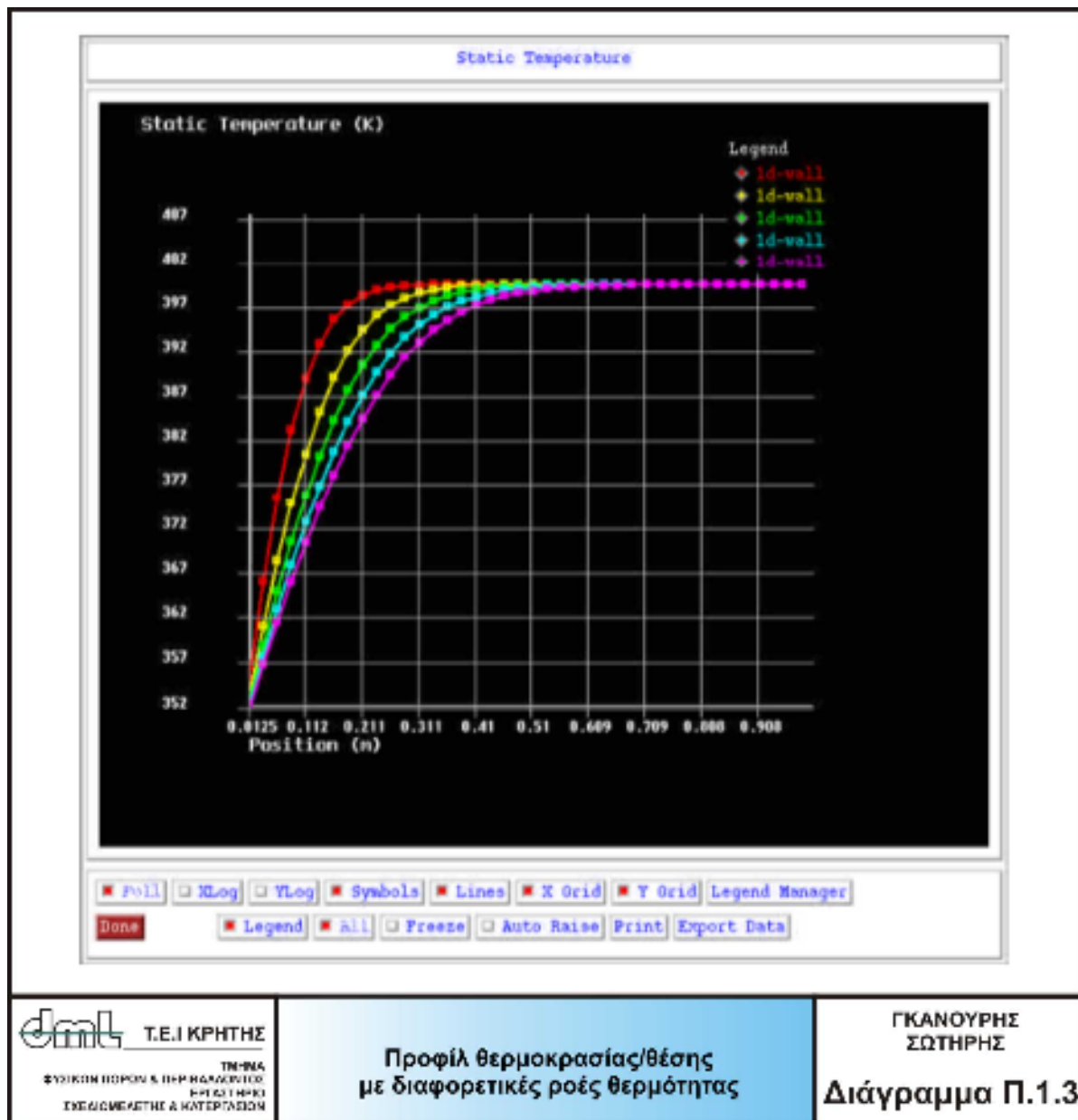
Αναφορές

Κατά την επίλυση παίρνουμε τα παρακάτω αποτελέσματα

- Ροή θερμότητας στο τοίχωμα
- Μέση κατανομή θερμοκρασίας

Διαγράμματα X,Y

Μεταξύ των διαγραμμάτων που παίρνουμε από το Flowlab είναι η κατανομή θερμοκρασίας σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές (διάγραμμα Π.1.3).



Γραφική απεικόνιση

Μπορούμε να έχουμε το διάγραμμα κατανομής θερμοκρασίας/θέσης σε διαφορετικές ροές θερμότητας (διάγραμμα Π.1.4).



Επαλήθευση Αποτελεσμάτων

Η ροή θερμότητας στο αριστερό τοίχωμα ($x=0$) σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή δίνεται από τον τύπο

$$q = \frac{k(T_L - T_R)}{(\pi\alpha t)^{0.5}}$$

όπου,

k = θερμική αγωγιμότητα του στερεού

T_L = θερμοκρασία αριστερού τοιχώματος

T_R = θερμοκρασία δεξιού τοιχώματος

$a = \frac{k}{\rho C_p}$ = θερμική διαχυτικότητα του στερεού

t = χρονική στιγμή

Για τις προεπιλεγμένες τιμές της άσκησης, ο παρακάτω πίνακας συγκρίνει την ροή θερμότητας που βγαίνει με την βοήθεια τις θεωρίας σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Δηλαδή για τιμές:

- Θερμική αγωγιμότητα = 202.4 W/m-C
- Πυκνότητα στερεού = 2719kg/m³
- Συγκεκριμένη θερμοκρασία = 871 J/kg-C
- Χρονικό βήμα = 2 sec
- Διαφορά θερμοκρασίας αριστερού τοιχώματος με την αρχική θερμοκρασία = 100K
- Επαναλήψεις για κάθε βήμα = 50
- Χρήση πυκνού πλέγματος

Χρόνος (δευτερόλεπτα)	Ροή θερμότητας (Flowlab)	Ροή θερμότητας (Θεωρία)
200	87891	86075
400	6220	60865
600	50780	49696
1800	29386	28692

Πίνακας Π.1.2. Επαλήθευση αποτελεσμάτων

6. Προβλήματα/Ασκήσεις

1. Ερευνήστε την κατανομή θερμοκρασίας σε διαφορετικά χρονικά βήματα χρησιμοποιώντας τις προεπιλεγμένες τιμές.
2. Διαφοροποιήστε τις αρχικές συνθήκες και δείτε πως αυτές οι ιδιότητες επηρεάζουν την ροή θερμότητας στο αριστερό τοίχωμα.

Π.2 Θερμική αγωγιμότητα χρονοανεξάρτητης κατάστασης

Εισαγωγή

Η θερμική αγωγιμότητα είναι μία σημαντική παράμετρος στην μεταφορά θερμότητας. Ο νόμος του Fourier για την θερμική αγωγιμότητα αναφέρει ότι ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας είναι ανάλογος με την θερμοκρασία.

Σε αυτήν την άσκηση μοντελοποιείται η αγωγή σταθερής κατάστασης μίας διάστασης. Το στερεό παρουσιάζεται σε δύο διαστάσεις. Το μήκος του στερεού είναι αυτό που ζητείται να βρεθεί.

Θεωρητικό Μέρος

Όταν υπάρχει διαφορά θερμοκρασίας σε ένα οποιοδήποτε σταθερό σώμα σε διαφορετικές περιοχές του σώματος αυτού, είτε είναι στερεό είτε ρευστό, υπάρχει μεταφορά ενέργειας από τις περιοχές υψηλής θερμοκρασίας σε αυτές με χαμηλότερη θερμοκρασία. Η μεταφορά ενέργειας αυτή ονομάζεται *μεταφορά θερμότητας με αγωγιμότητα*. Η αγωγιμότητα μπορεί να ερμηνευτεί σαν την μεταφορά ενέργειας από περιοχές με περισσότερο ενεργητικά μόρια σε περιοχές με μικρότερη ενεργητικότητα λόγω της αλληλεπίδρασης των μορίων. Αυτή η μοντελοποίηση περιορίζεται σε μία διάσταση και σε αγωγό σταθερής διατομής όπου η μεταφορά θερμότητας πραγματοποιείται σε μία συντεταγμένη και είναι ανεξάρτητη του χρόνου.

Ο νόμος του Fourier

Για μία διάσταση, ο ρυθμός μεταφοράς της θερμότητας ανά μονάδα εμβαδού είναι ανάλογος με την θερμοκρασιακή κλίση.

$$\frac{q}{A} \sim \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1)$$

Με τον συντελεστή αναλογίας :

$$q = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

όπου q ο ρυθμός μεταφοράς της θερμότητας και $\partial T/\partial x$ η θερμοκρασιακή κλίση στην κατεύθυνση της ροής της θερμότητας. Η θετική μεταβλητή k ονομάζεται *θερμική αγωγιμότητα* του υλικού. Το μείον στην εξίσωση εισάγεται για να ικανοποιείται ο δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής (η θερμότητα μεταφέρεται από περιοχές με υψηλή ενέργεια σε αυτές με χαμηλή). Η εξίσωση 2 είναι γνωστή σαν το *νόμο του Fourier*. Για πολύ-διάστατα συστήματα εκφράζεται ως εξής:

$$\vec{q}'' = -k \vec{\nabla} T \quad (3)$$

όπου \vec{q}'' είναι η ροή θερμότητας ή ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας ανά μονάδα εμβαδού.

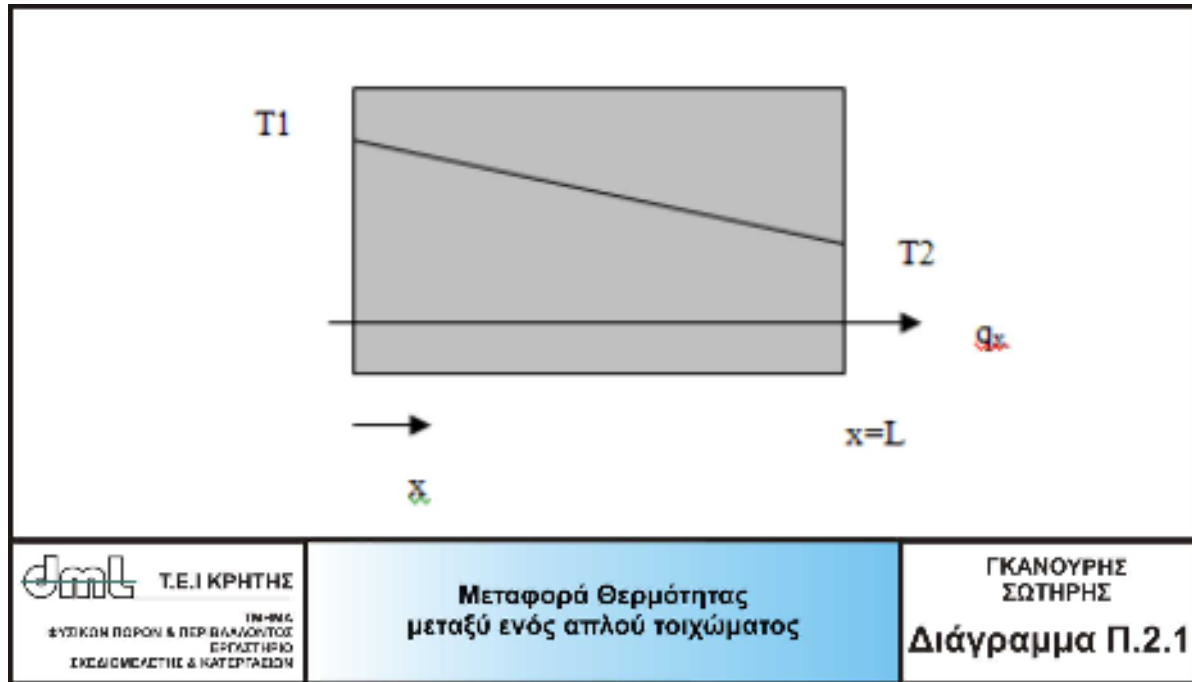
Μια πιο κοντινή ματιά στον νόμο του Fourier θα μας δώσει πολλές πληροφορίες για την μεταφορά θερμότητας. Κατ' αρχάς η ροή θερμότητας με αγωγή (επαφή) είναι διανυσματικό μέγεθος. Το μέγεθος της ροής θερμότητας με αγωγή είναι ανάλογο της θερμοκρασιακής κλίσης και η κατεύθυνσή του συμπίπτει με αυτήν της μεταβολής της θερμοκρασίας. Από την

στιγμή που η θερμοκρασιακή κλίση είναι σε αναλογία με την μέγιστη αλλαγή θερμοκρασίας, η ροή της θερμότητας είναι ανάλογη με την μέγιστη αλλαγή θερμοκρασίας.

Σε καρτεσιανές συντεταγμένες (x,y,z), ο νόμος του Fourier μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\vec{q}'' = \hat{i} q_x'' + \hat{j} q_y'' + \hat{k} q_z'' = -k \vec{\nabla} T = -k \left(\hat{i} \frac{\partial T}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial T}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (4)$$

Αγωγός σταθερής διατομής – μίας διάστασης :



Για την μονοδιάστατη μεταφορά θερμότητας, η θερμοκρασία είναι η συνάρτηση της μοναδικής x -μεταβλητής και η θερμότητα μεταφέρεται αποκλειστικά προς αυτήν την κατεύθυνση. Θεωρώντας την κατάσταση στο διάγραμμα Π.2.1, όπου ένα απλό τοίχωμα με σταθερή διατομή έχει μία υψηλή θερμοκρασία T_1 που εφαρμόζεται στο αριστερό και μία χαμηλότερη θερμοκρασία T_2 που εφαρμόζεται στο δεξί άκρο. Για καταστάσεις $\partial T / \partial t = 0$, η ενεργειακή εξίσωση μειώνεται σε :

$$\frac{dq''}{dx} = \frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) = 0 \quad (5)$$

Η πρώτη μορφή δηλώνει ότι κάτω από αυτές τις συνθήκες η μεταφορά θερμότητας, q , είναι μία σταθερά, ανεξάρτητη του x . Αν το στερεό είναι ιστροπικό, για παράδειγμα η θερμική αγωγιμότητα μπορεί να θεωρηθεί σταθερή, τότε :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad (6)$$

οπού μπορεί να ολοκληρωθεί δύο φορές για να μας δώσει την γενική μορφή της κατανομής της θερμοκρασίας :

$$T(x) = C_1 x + C_2 \quad (7)$$

Εφαρμόζοντας τις αρχικές συνθήκες με $T(0) = T_1$ στα αριστερά, μας δίνει :

$$C_2 = T_1 \quad (8)$$

Με τον ίδιο τρόπο, εφαρμόζοντας την αρχική συνθήκη στο δεξί άκρο $T(L) = T_2$ έχουμε :

$$C_1 = \frac{(T_2 - T_1)}{L} \quad (9)$$

Αλλάζοντας στην γενική επίλυση για το $T(x)$, έχουμε :

$$T(x) = T_1 - (T_1 - T_2) \left(\frac{x}{L} \right) \quad (10)$$

ή σε μορφή χωρίς τις διαστάσεις μπορεί να γραφτεί ως εξής :

$$\frac{T(x) - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{x}{L} \quad (11)$$

Αυτό το αποτέλεσμα καταδεικνύει το γνωστό γεγονός ότι για τη σταθερή, μονοδιάστατη διεξαγωγή μεταφοράς θερμότητας μέσω ενός απλού τοιχώματος με τη σταθερή θερμική αγωγιμότητα και καμία ογκομετρική δημιουργία θερμότητας, η θερμοκρασία ποικίλλει γραμμικά με το x .

Τώρα, χρησιμοποιώντας το νόμο του Fourier για να δημιουργήσουμε μία σχέση μεταξύ της ροής της θερμότητας και της διαβάθμισης της θερμοκρασίας :

$$q_x'' = \frac{q_x}{A} = -k \frac{dT}{dx} = \frac{-k(T_2 - T_1)}{L} = \frac{k(T_1 - T_2)}{L} \quad (12)$$

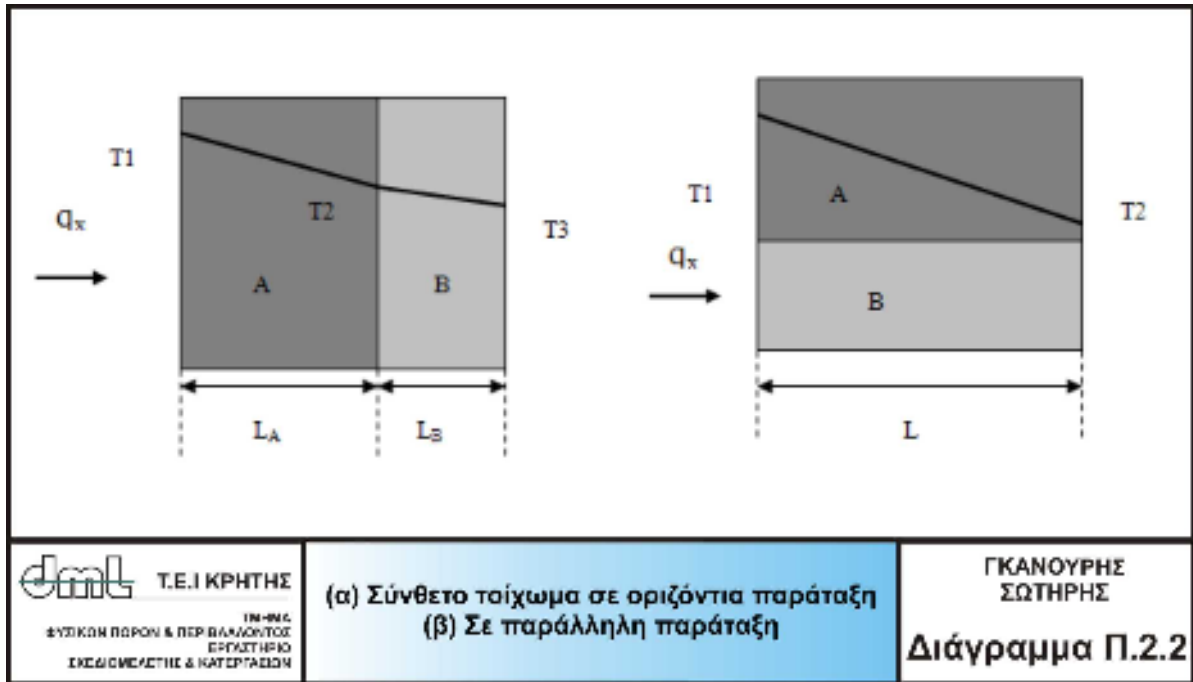
Όπου q_x είναι ο ρυθμός μεταγωγής της θερμότητας στον άξονα x , και A είναι το εμβαδό διατομής στην διάσταση του X . Έτσι υπολογίζοντας ξανά το q_x

$$q_x = \frac{kA(T_1 - T_2)}{L} \quad (13)$$

Σε αναλογία με τον νόμο του Ohm για την ηλεκτρική αντίσταση, $R_{elec} = \Delta E / I$, η θερμική αντίσταση καθορίζεται ως το ποσοστό του δυναμικού ΔT στον αντίστοιχο ρυθμό μεταφοράς της θερμότητας q_x . Για μεταφορά θερμότητας μέσω ενός τοιχώματος, η θερμική αντίσταση για την επαγωγή δίνεται από τον τύπο :

$$R_{cond} = \frac{(T_1 - T_2)}{q_x} = \frac{L}{kA} \quad (14)$$

Σύνθετα τοιχώματα (Composite Walls)



Η αγωγή σε μία διάσταση μέσω περισσότερων περίπλοκων συστημάτων όπως τα σύνθετα τοιχώματα, αναλύεται εύκολα μέσω της έννοιας της θερμικής αντίστασης. Για παράδειγμα, πρώτα θεωρούμε το τοίχωμα δύο στρωμάτων που φαίνεται στο διάγραμμα Π.2.2. Από την έννοια της θερμικής αντίστασης, το ποσοστό της ροής θερμότητας q_x μπορεί να εκφραστεί σε όρους της ολικής διαφοράς θερμοκρασίας $\Delta T = (T_1 - T_3)$ σαν:

$$q_x = \frac{\Delta T}{\sum R} = \frac{(T_1 - T_3)}{\sum R} \quad (15)$$

όπου $\sum R$ είναι η ολική αντίσταση. Για παρατάξεις του όπως στο διάγραμμα (Π.2.2.β.), η ολική αντίσταση είναι απλώς το άθροισμα όλων των ξεχωριστών αντιστάσεων:

$$\sum R = R_A + R_B = \frac{L_A}{k_A A} + \frac{L_B}{k_B A} \quad (16)$$

Παρόμοια σε παρατάξεις παράλληλης μεταφοράς θερμότητας όπως φαίνεται στο διάγραμμα (Π.2.2.β.), η αντίστροφη της ολικής αντίστασης είναι το άθροισμα των αντίστροφων ξεχωριστών αντιστάσεων. Μαθηματικά εκφράζεται ως εξής:

$$\frac{1}{\sum R} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} = \frac{k_A A_A}{L} + \frac{k_B A_B}{L} \quad (17)$$

Το ποσοστό μεταφοράς θερμότητας θα δίνεται ως εξής,

$$q_x = \frac{\Delta T}{\sum R} = \frac{(T_1 - T_2)}{\sum R} \quad (18)$$

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Περίληψη

Σε αυτήν την άσκηση, μοντελοποιείται μονοδιάστατη διεξαγωγή θερμότητα. Το στερεό διαμορφώνεται σε δύο διαστάσεις. Είναι διαθέσιμα τα αραιά, σχετικά αραιά, και πυκνά πλέγματα. Η θερμική αγωγιμότητα του στερεού μπορεί να επιλεγεί μέσα σε κάποια όρια. Ο χρήστης έχει την επιλογή να ορίσει μια θερμοκρασία στο αριστερό μέρος του τοιχώματος μαζί με μία θερμοκρασία στα δεξιά. Υπολογίζονται η ροή θερμότητας και η διαβάθμιση της θερμοκρασίας. Επίσης με την διεξαγωγή της μοντελοποίησης γίνεται διαθέσιμο και το διάγραμμα της κατανομής της θερμοκρασίας.

Εισαγωγή

Η θερμική αγωγιμότητα είναι ένας σημαντικός τρόπος μεταφοράς θερμότητας. Ο νόμος του Fourier της διεξαγωγής θερμότητας αφορά την ροή της θερμότητας ανάλογα με την διαβάθμιση της θερμοκρασίας, όπου η θερμική αγωγιμότητα αντιπροσωπεύεται από μια σταθερά αναλογικότητας.

Σε αυτήν την άσκηση μοντελοποιείται μία μονοδιάστατη, σταθερή θερμική αγωγιμότητα

Μοντελοποίηση

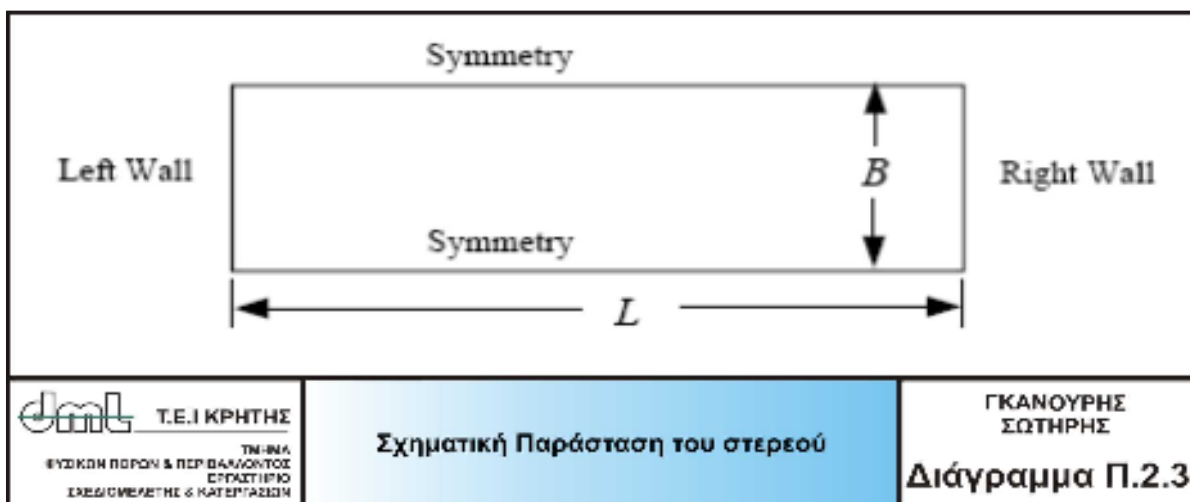
Το στερεό παρουσιάζεται σε δύο διαστάσεις όπως ένα ορθογώνιο. Η διαδικασία για να λύσουμε το πρόβλημα είναι η εξής:

- Δημιουργούμε την γεωμετρία
- Δημιουργούμε το πλέγμα (mesh)
- Θέτουμε τους αρχικούς παράγοντες και τις ιδιότητες του στερεού

Το FlowLab δημιουργεί την γεωμετρία καθώς και το πλέγμα το οποίο το εξάγει στο FLUENT. Οι αρχικές συνθήκες και οι ιδιότητες της ροής θέτονται μέσω κάποιων παραμετροποιημένων αρχείων «υπόθεσης». Το FLUENT συνεχίζει να επιλύει το πρόβλημα μέχρι να επαληθευθεί η σταθερά σύγκλισης ή μέχρι να επιτευχθεί ο αριθμός των επαναλήψεων που έχει οριστεί. Όταν οποιοδήποτε από αυτά τα δύο κριτήρια επαληθεύεται τότε το FLUENT εξάγει τα αποτελέσματα σε κάποια ουδέτερα αρχεία και σε αρχεία διαγράμματος XY.

Γεωμετρία

Η γεωμετρία του στερεού παρουσιάζεται στο διάγραμμα Π.2.3. Το μήκος του στερεού δίνεται από τον χρήστη. Το πλάτος (B) του στερεού υπολογίζεται από τον τύπο $B = 0.1 \times L$.



Πλέγμα

Μπορούν να επιλεγθούν αραιά, σχετικά αραιά, και πυκνά πλέγματα. Η διακριτοποίηση που εφαρμόζεται βασίζεται στην παρακάτω λογική:

$\$S1$ = μέγεθος των στοιχείων του πλέγματος κατά το μήκος L

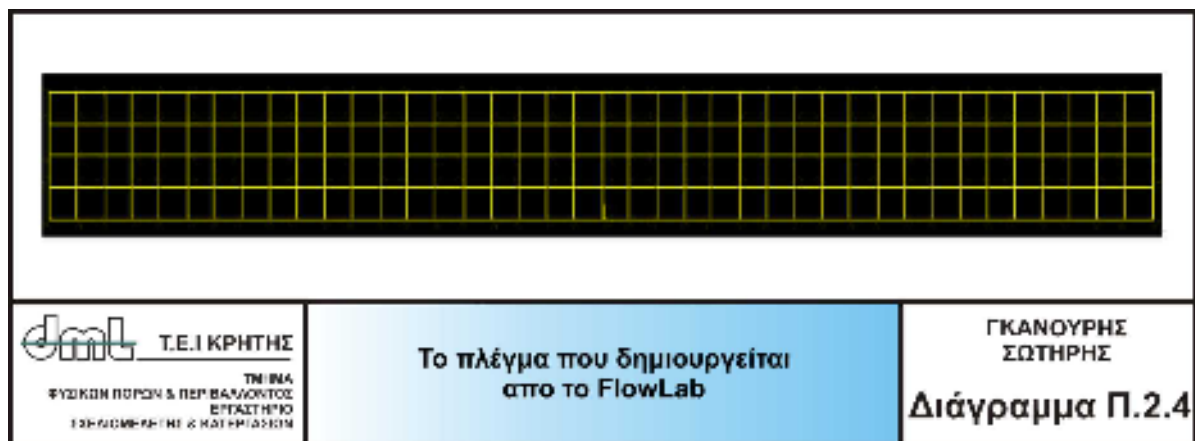
$\$S2$ = μέγεθος των στοιχείων του πλέγματος κατά το πλάτος B

Ο πίνακας Π.2.1. μας δίνει τις αριθμητικές τιμές για τις δύο παραμέτρους διακριτοποίησης

Τύπος Πλέγματος	$\$S1$	$\$S2$
Αραιό	0.10	0.05
Σχετικά αραιό	0.05	0.033
Πυκνό	0.025	0.025

Πίνακας Π.2.1. Μεταβλητές διακριτοποίησης πλέγματος

Το πλέγμα δημιουργείται αφού πρώτα οι πλευρές του στερεού διακριτοποιηθούν σε διαστήματα (διάγραμμα Π.2.4)



Φυσικά μοντέλα του FLUENT

Το μοντέλο επιλύεται στο FLUENT χρησιμοποιώντας μόνο την ενεργειακή εξίσωση. Δεδομένου ότι δεν υπάρχει κανένα ρευστό στην περιοχή, οι εξισώσεις μάζας και ορμής δεν επιλύονται.

Ιδιότητες υλικού

Η θερμική αγωγιμότητα του στερεού μπορεί να διευκρινιστεί μέσα σε συγκεκριμένα όρια.

Αρχικές συνθήκες

Ο χρήστης μπορεί να ορίσει τις παρακάτω αρχικές συνθήκες:

- Θερμοκρασία στο αριστερό μέρος του τοιχώματος
- Θερμοκρασία στο δεξί μέρος του τοιχώματος
- Ροή θερμότητας στο αριστερό μέρος του τοιχώματος

Επίλυση

Το πλέγμα εξάγεται στο FLUENT μαζί με τις φυσικές ιδιότητες και τις αρχικές συνθήκες που ορίζονται. Οι ιδιότητες του υλικού καθώς και οι αρχικές συνθήκες διαβάζονται από το αρχείο «υπόθεσης». Οι οδηγίες για την επίλυση του μοντέλου δίνονται από ένα αρχείο «ημερολογίου».

Όταν η επίλυση έχει επιτευχθεί ή έχει επαληθευθεί ο αριθμός επαναλήψεων το FLUENT εξάγει τα δεδομένα σε ένα ουδέτερο αρχείο και σε ένα αρχείο διαγράμματος .xy. Το GAMBIT διαβάζει το ουδέτερο αυτό αρχείο για δραστηριότητες μετα-επεξεργασίας

Περιορισμοί

Η μέγιστη θερμοκρασία που επιτρέπεται στο FLUENT (και ταυτόχρονα στο Flowlab) είναι 5000°K. Αν η θερμοκρασία της άσκησης ξεπεράσει αυτό το όριο τότε η θερμοκρασίας περιορίζεται εικονικά στους 5000 βαθμούς K. Έτσι, αποτελέσματα για περιπτώσεις όπου η θερμοκρασία ξεπερνάει αυτό το όριο δεν θα είναι σωστές

Αποτελέσματα πειράματος

Αναφορές αποτελεσμάτων

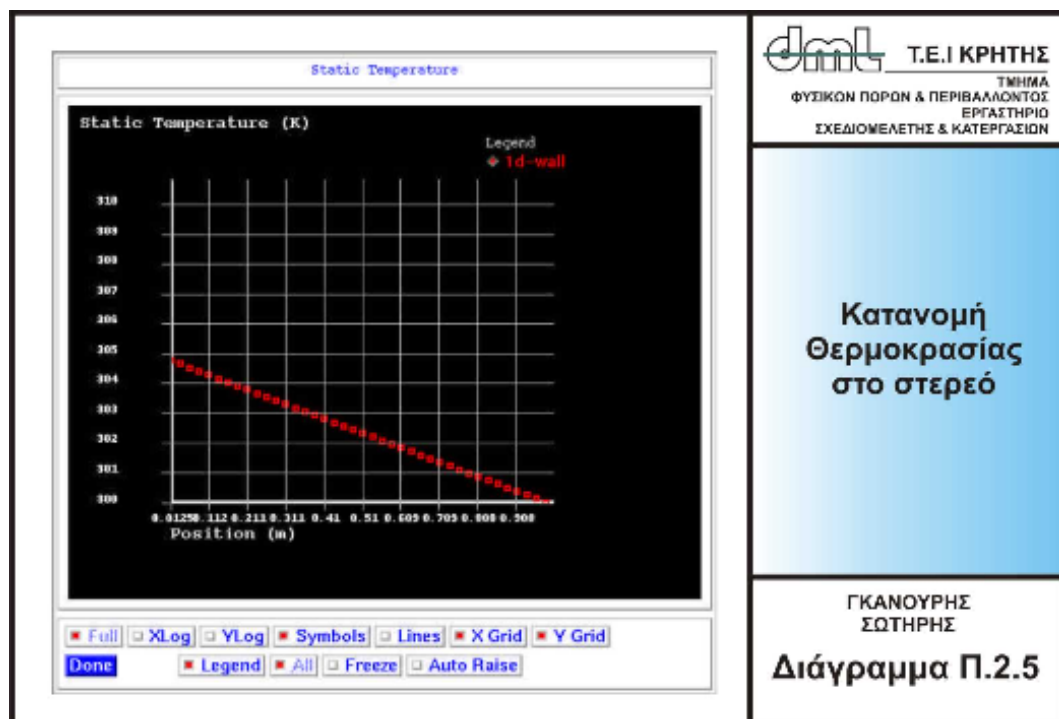
Κατά την επίλυση δίνονται οι παρακάτω αναφορές

- Ροή θερμότητας
- Μέση βαθμωτή θερμοκρασία

Διαγράμματα X/Y

- Κατανομή Θερμοκρασίας

Το διάγραμμα Π.2.5 παρουσιάζει την θερμοκρασία σε σχέση με το μήκος χ



dml Τ.Ε.Ι ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ
ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ & ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ
ΣΧΕΔΙΟΜΕΛΕΤΗΣ & ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΩΝ

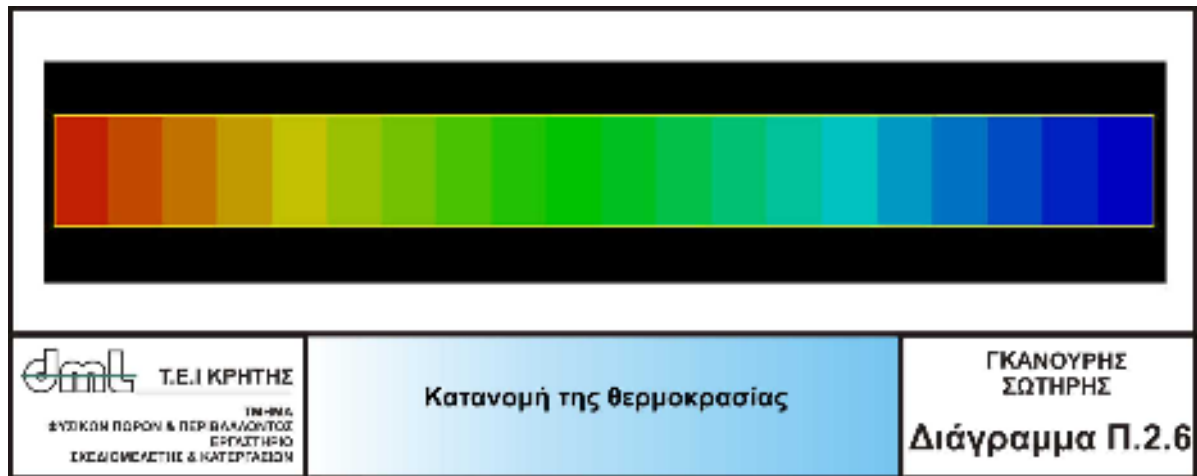
Κατανομή
Θερμοκρασίας
στο στερεό

ΓΚΑΝΟΥΡΗΣ
ΣΩΤΗΡΗΣ

Διάγραμμα Π.2.5

Γραφική απεικόνιση

Διαθέσιμη είναι ακόμα η κατανομή της θερμοκρασίας (διάγραμμα Π.2.6).



Επαλήθευση Αποτελεσμάτων

Για ένα υλικό με θερμική αγωγιμότητα k και μήκος L , η ροή θερμότητας σε σταθερή κατάσταση δίνεται από τον τύπο

$$q_x = \frac{k(T_1 - T_2)}{L}$$

όπου T_1 και T_2 είναι οι θερμοκρασίες στα δύο άκρα του υλικού.

Η κλίση της θερμοκρασίας δίνεται από τον τύπο:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{q_x}{k}$$

Η διαβάθμιση της θερμοκρασίας δίνεται από το FlowLab για μια θερμική αγωγιμότητα 202.4 W/m-C, στο μήκος 1 μέτρου, και η θερμοκρασία στο δεξιό τοίχωμα των 300 K συγκρίνεται με τις θεωρητικές τιμές του πίνακα Π2.2. Τα αποτελέσματα του πίνακα Π.2.2. παρήχθησαν με αραιό πλέγμα.

Ροή θερμότητας	Διαβάθμιση της θερμοκρασίας	
	Flowlab	Θεωρητικές τιμές
1000	4.92	4.94
2000	9.86	9.88
5000	24.68	24.70

Πίνακας Π.2.2. Επαλήθευση διαβάθμισης θερμοκρασίας

Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον πίνακα Π.2.3. παρήχθησαν με συγκεκριμένη θερμοκρασία στο αριστερό τοίχωμα μαζί με χοντροειδές πλέγμα, με θερμική αγωγιμότητα 202.4 W/m-C, και με μήκος υλικού 1 m.

Θερμοκρασία στο αριστερό τοίχωμα	Ροή θερμότητας	
	Flowlab	Θεωρητικές τιμές
400	20243	20240
500	40484	40480
1000	141687	141680
5000	951312	951280

Πίνακας Π.2.3. Επαλήθευση ροής θερμότητας

Ασκήσεις

1. Εκτελέστε το πείραμα χρησιμοποιώντας τις από προεπιλογή τιμές για την θερμική αγωγιμότητα και τις αρχικές συνθήκες που σας δίνονται, συγκρίνοντας το αποτέλεσμα της επίδρασης του πλέγματος. Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η κατανομή της θερμοκρασίας αλλάζει σε μικρό βαθμό σε σχέση με την πυκνότητα του πλέγματος. Γιατί? Συγκρίνεται τα αποτελέσματα με τις θεωρητικές τιμές.
2. Αλλάξτε την αρχική συνθήκη της ροής θερμότητας (heat flux) σε θερμοκρασία τοιχώματος (wall temperature) και εκτελέστε το πείραμα με τις προεπιλεγμένες τιμές χρησιμοποιώντας πάλι τρεις διαφορετικές τιμές πλέγματος. Συγκρίνετε τα αποτελέσματα με τις θεωρητικές τιμές.
3. Αλλάξτε την γεωμετρία, τις αρχικές καταστάσεις και τις ιδιότητες του υλικού και παρατηρήστε τις αλλαγές στα αποτελέσματα.

Π.3 Θερμική αγωγή σε σειρά

Περίληψη.

Σε αυτήν την άσκηση, διαμορφώνεται και μοντελοποιείται αγωγή μονο-διάστατης θερμικής αγωγής. Το στερεό αντιπροσωπεύεται από δύο διαστάσεις. Διευκρινίζεται το μήκος και το πλάτος του στερεού και είναι διαθέσιμα αραιά, σχετικά αραιά, και πυκνά πλέγματα. Η θερμική αγωγιμότητα των δύο στερεών ορίζεται από τον χρήστη και οριοθετείται από το πρόγραμμα. Ορίζεται από τον χρήστη η ροή της θερμότητας ή η θερμοκρασία στο αριστερό ή δεξιό τοίχωμα. Επιπλέον μπορούν να οριστούν η θερμική ροή, η κλίση της θερμοκρασίας και η αρχική θερμοκρασία του στερεού.

Εισαγωγή

Η θερμική αγωγή είναι μία από τις μεθόδους θερμικής μεταφοράς. Ο νόμος του Fourier της θερμικής αγωγής συσχετίζει την ταχύτητα της θερμικής μεταφοράς με τη ροή θερμότητας όπου η θερμική αγωγιμότητα αντιπροσωπεύεται από μια σταθερά αναλογίας.

Μοντελοποίηση

Το στερεό μοντελοποιείται σε δυο διαστάσεις από ένα ορθογώνιο.

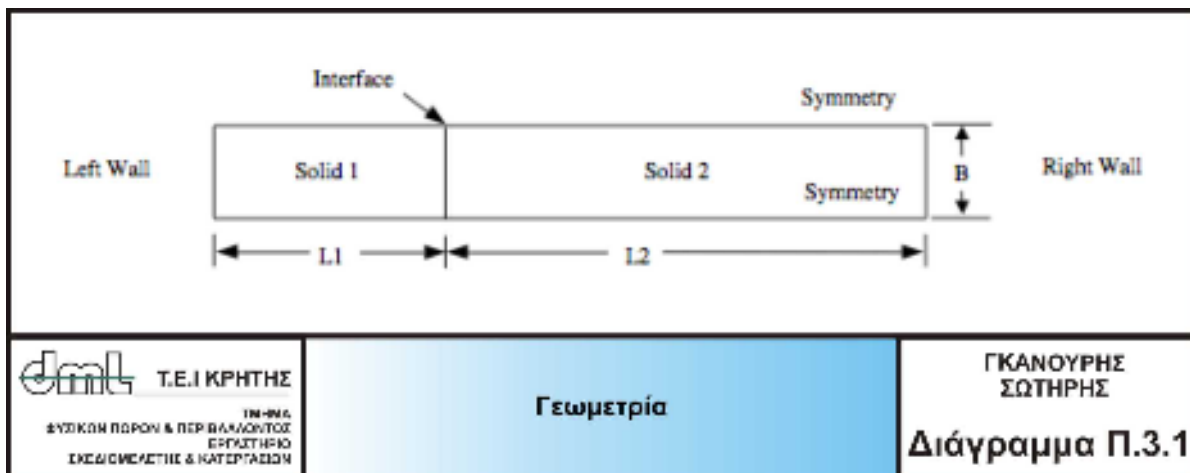
Τα στάδια είναι τα εξής:

1. Δημιουργείται η γεωμετρία
2. Δημιουργείται το πλέγμα
3. Προσαρμόζονται οι φυσικές ιδιότητες και οι οριακές συνθήκες

Το Flowlab μοντελοποιεί την γεωμετρία και την ροή όπου και την εξάγει στο fluent. Οι οριακές συνθήκες και οι ιδιότητες της ροής προσαρμόζονται μέσω κάποιων παραμετρικών αρχείων. Το FLUENT συνεχίζει να επιλύει το πρόβλημα μέχρι να επαληθευθεί η σταθερά σύγκλισης ή μέχρι να επιτευχθεί ο αριθμός των επαναλήψεων που έχει ορισθεί. Όταν οποιοδήποτε από αυτά τα δύο κριτήρια επαληθευτεί τότε το FLUENT εξάγει τα αποτελέσματα σε συγκεκριμένα αρχεία του προγράμματος.

Γεωμετρία

Η γεωμετρία φαίνεται στο διάγραμμα Π.3.1. Το μήκος των δύο στερεών (L_1, L_2) και το πλάτος B του τοιχώματος ορίζονται από τον χρήστη.



Πλέγμα

Τα πλέγματα που μπορούν να οριστούν στο συγκεκριμένο μοντέλο (διάγραμμα Π.3.2) είναι αραιά, σχετικά αραιά και πυκνά. Το σχήμα διακριτοποίησης που εφαρμόζεται ακολουθεί την παρακάτω λογική:

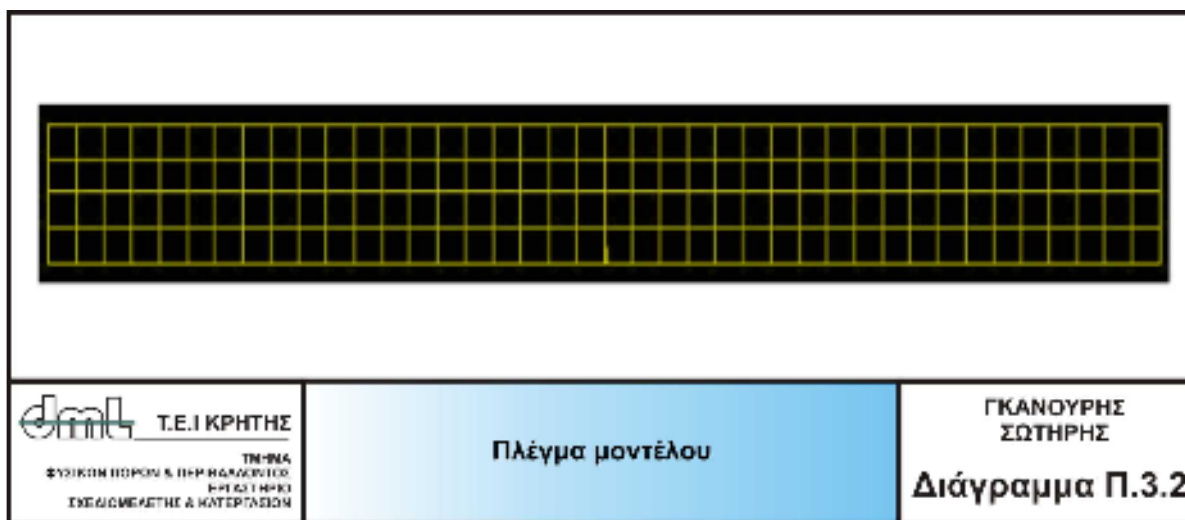
\$\$S1 = αριθμός διαστημάτων που εφαρμόζονται εξαρτώμενα από το μήκος του πρώτου ή του δεύτερου στερεού και αναλόγως της διαφοράς τους.

\$\$S2 = Υποθέτοντας ότι το L_1 (στερεό 1) είναι μεγαλύτερο, τότε το **\$\$S2** παίρνει την τιμή από τον πίνακα Π.3.1, ή εάν το L_2 είναι μεγαλύτερο τότε αναστρέφεται το κλάσμα (L_2/L_1) του πίνακα Π.3.1.

\$\$S3 = αριθμός διαστημάτων ανάλογα με το πλάτος B.

Τύποι Πλέγματος	\$\$S1	\$\$S2	\$\$S3
Αραιό	10	$(L_2/L_1) \times \$S1$	3
Σχετικά αραιό	20	$(L_2/L_1) \times \$S1$	4
Πυκνό	40	$(L_2/L_1) \times \$S1$	5

Πίνακας Π.3.1



Ενεργειακό μοντέλο

Η ενεργειακή εξίσωση επιλύεται βάση του στερεού μοντέλου. Από την στιγμή που δεν υπάρχει ροή ρευστού δεν λαμβάνουμε υπόψη εξισώσεις μάζας και ορμής.

Ιδιότητες Υλικού

Η θερμική αγωγιμότητα των δύο στερεών διευκρινίζεται μέσα σε συγκεκριμένα όρια ορισμένα από το πρόγραμμα.

Οριακές Συνθήκες

Οι οριακές συνθήκες που ορίζονται από τον χρήστη είναι οι εξής:

- Θερμοκρασία δεξιού τοιχώματος
- Θερμοκρασία αριστερού τοιχώματος
- Ροή θερμότητας αριστερού τοιχώματος²

² βασισμένα στην εκάστοτε θερμική κατάσταση (σε ροή θερμότητας ή συγκεκριμένης θερμοκρασίας στο αριστερό τοίχωμα)

Επίλυση

Το πλέγμα εξάγεται στο Fluent μαζί με τις ορισμένες από τον χρήστη ιδιότητες του στερεού καθώς και τις οριακές συνθήκες. Οι ιδιότητες και οι οριακές συνθήκες επεξεργάζονται κατά την ανάγνωση των αρχείων από το Fluent.

Περιορισμοί

Η μέγιστη επιτρεπτή θερμοκρασία από το Fluent και το Flowlab είναι 5000 βαθμοί Kelvin. Εάν η θερμοκρασία της άσκησης υπερβεί το όριο αυτό, η θερμοκρασία αυτόματα θα περιοριστεί στους 5000 βαθμούς. Επομένως τα αποτελέσματα για περιπτώσεις που η θερμοκρασία υπερβαίνει αυτό το όριο δεν θα είναι σωστά.

Αποτελέσματα

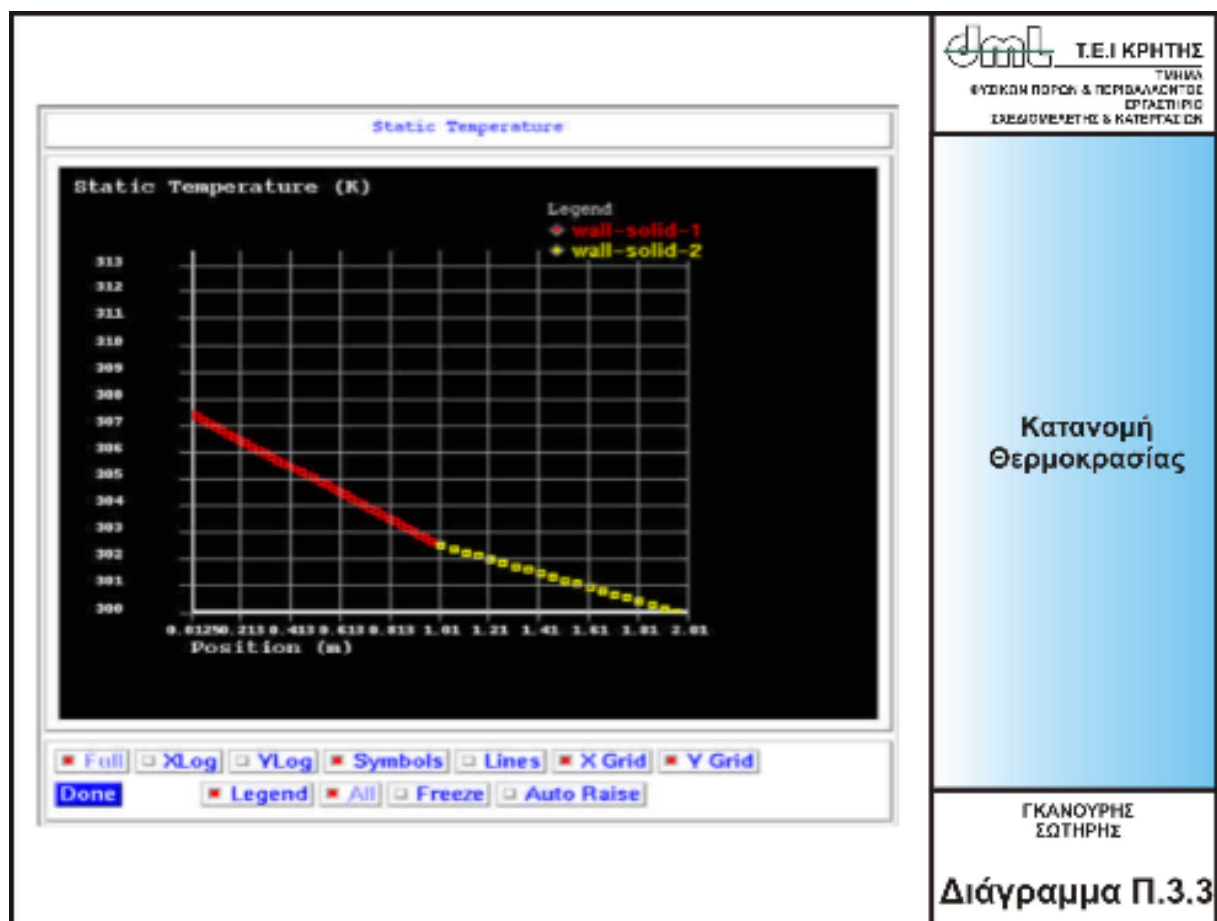
Αναφορές

Διαθέσιμες από το Flowlab γίνονται οι παρακάτω αναφορές

- Ροή θερμότητας
- Μέση κατανομή θερμοκρασίας
- Θερμοκρασίες μεταξύ των στερεών

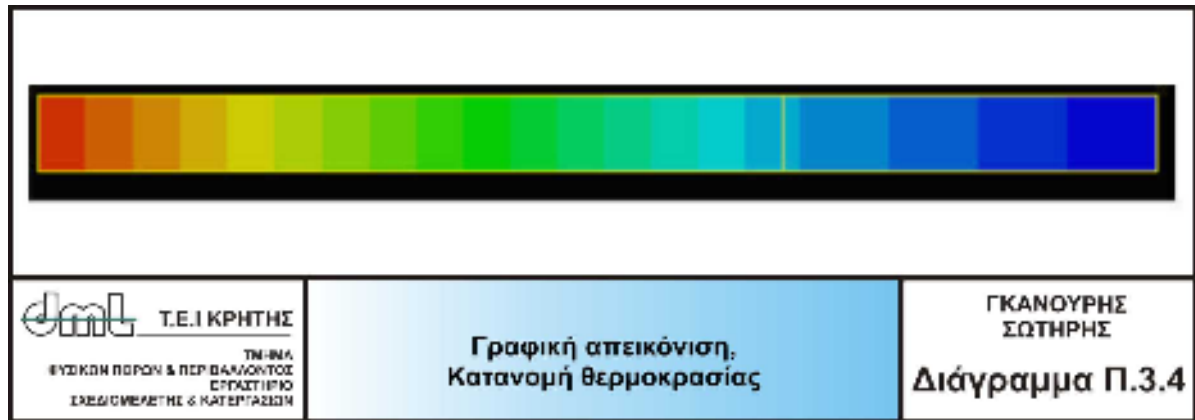
Διαγράμματα X,Y

Τα διαγράμματα που εξάγονται από το Flowlab συμπεριλαμβάνουν μεταξύ άλλων και την κατανομή της θερμοκρασίας όπως φαίνεται στο διάγραμμα 3.3.



Γραφική απεικόνιση

Μπορούμε να έχουμε προβολή της κατανομής της θερμοκρασίας στους δύο άξονες x,y (διάγραμμα Π.3.4).



Επαλήθευση Αποτελεσμάτων

Η καθαρή θερμική αντίσταση για αγωγιμότητα σε σειρά δίνεται από τον τύπο:

$$\sum R = R_A + R_B = \frac{L_A}{k_A A} + \frac{L_B}{k_B A}$$

Ο ρυθμός μετάδοσης της θερμότητας δίνεται από τον τύπο

$$q_x = \frac{\Delta T}{\sum R} = \frac{(T_1 - T_3)}{\sum R}$$

όπου το T_3 είναι η θερμοκρασία στο τέλος του στερεού (στο δεξιό τοίχωμα). Η καθαρή ροή θερμότητας δίνεται από την καθαρή ταχύτητα θερμότητας που διαιρείται με την συνολική περιοχή. Η θερμοκρασία του εσωτερικού των τοιχωμάτων υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση

$$T_2 = \frac{\frac{k_2 L_1}{k_1 L_2} T_3 + T_1}{1 + \frac{k_2 L_1}{k_1 L_2}}$$

Οι προκαθορισμένες αξίες των γεωμετρικών παραμέτρων, των οριακών συνθηκών και των ιδιοτήτων του υλικού είναι:

$$L_1 = 1\text{m}$$

$$L_2 = 0.5\text{m}$$

$$A_A = 0.1\text{m}^2$$

$$A_B = 0.1\text{m}^2$$

$$k_A = 202.4\text{W / m - C}$$

$$k_B = 387.6\text{W / m - C}$$

$$T_3 = 300\text{K}$$

Χρησιμοποιώντας ένα πυκνό πλέγμα και τις προκαθορισμένες παραμέτρους της προηγούμενης σελίδας, παίρνουμε τον παρακάτω πίνακα (Π.3.2) που συγκρίνει τις θεωρητικές τιμές με αυτές που μας υπολογίζει το Flowlab.

Θερμοκρασία αριστερού τοιχώματος (K)	Ροή θερμότητας (W/m^2)		Θερμοκρασία (K)	
	Flowlab	Θεωρία	Flowlab	Θεωρία
400	16045	16050	321	321
500	32096	32099	342	341
1000	112394	112347	447	445
4000	593977	593834	1075	1067

Πίνακας Π.3.2

Ασκήσεις

1. Εκτελέστε την άσκηση με τις προκαθορισμένες τιμές χρησιμοποιώντας διαφορετικό τύπο πλέγματος κάθε φορά. Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η κατανομή θερμοκρασίας επηρεάζεται ελάχιστα από την πυκνότητα του πλέγματος. Συγκρίνετε τα αποτελέσματα που υπολογίζονται από την θεωρητική πρόβλεψη (Πίνακας Π.3.2).
2. Αλλάξτε τις αρχικές συνθήκες του αριστερού τοιχώματος σε «Wall temperature type» δηλαδή να χρησιμοποιηθούν οι προεπιλεγμένες τιμές της θερμοκρασίας του τοιχώματος (και όχι η ροή θερμότητας), εκτελώντας το κάθε φορά με διαφορετικό τύπο πλέγματος. Συγκρίνετε πάλι τα αποτελέσματα που λαμβάνετε με αυτά της θεωρητικής πρόβλεψης.
3. Διαφοροποιήστε την θερμική αγωγιμότητα των στερεών και παρατηρήστε τις αλλαγές στην θερμοκρασία.

Π.4 Ροή γύρω από κύλινδρο

Εισαγωγή

Ένα θεμελιώδες πρόβλημα ρευστομηχανικής, πρακτικής σπουδαιότητας, είναι αυτό της ροής γύρω από κύλινδρο, όπου η κατεύθυνση της ελεύθερης ροής είναι κάθετη προς τον άξονα του κυλίνδρου. Τα συνηθέστερα παραδείγματα περιλαμβάνουν ροή στα τοιχώματα των σωλήνων, ή ροή σε σωλήνες ανταλλαγής θερμότητας, ροή σε εναέριες ηλεκτρικές ή τηλεφωνικές γραμμές και ροή αέρα ή ύδατος σε υποθαλάσσια/θαλάσσια δάπεδα υποστήριξης. Σε αυτή την άσκηση εξετάζονται και οι ιξώδεις και οι μη-ιξώδεις ροές γύρω από κύλινδρο, παρόλο που αυτό το παράδειγμα αναφέρεται μόνον σε ιξώδεις ροές. Θα μελετήσουμε την επιφανειακή πίεση, τον συντελεστή κατανομής της πίεσης και τα χαρακτηριστικά της τριβής σε έναν λείο κύλινδρο.

Ιξώδης ροή γύρω από κύλινδρο

Σε μία πραγματική ιξώδη ροή, η ταχύτητα του ρευστού στην επιφάνεια του κυλίνδρου είναι μηδενική λόγω της συνθήκης "μη-ολίσθησης". Αυτό οδηγεί στο σχηματισμό ενός οριακού στρώματος, το οποίο είναι μία ασθενής περιοχή (νεκρός χώρος) δίπλα στην επιφάνεια όπου τα φαινόμενα διάτμησης λόγω ιξώδους είναι σημαντικά και η ταχύτητα αυξάνει από μηδέν στην επιφάνεια έως την μέγιστη τιμή της ταχύτητας ροής. Στο μπροστινό μέρος του κυλίνδρου, η επιφανειακή πίεση μειώνεται από το στάσιμο σημείο προς τη βάση. Έτσι το οριακό στρώμα αναπτύσσεται υπό την επίδραση *μιας ευνοϊκής αναλογίας πίεσης*, $dP/dx < 0$.

Η καθαρή δύναμη της πίεσης σε αυτή την περιοχή είναι επαρκής ώστε να ξεπεράσει την αντίσταση της δύναμης διατμήσεως, και έτσι διατηρείται η κίνηση του ρευστού στην κατεύθυνση της ροής. Η επιφανειακή πίεση τελικά φθάνει στο ελάχιστο και αρχίζει να αυξάνεται προς το πίσω τμήμα κυλίνδρου. Το οριακό στρώμα σε αυτή την περιοχή αναπτύσσεται υπό την επίδραση *μιας δυσμενούς αναλογίας πίεσης*, $dP/dx > 0$. Καθώς η πίεση μεγαλώνει στην κατεύθυνση της ροής, το ρευστό στο οριακό στρώμα υφίσταται μία καθαρή δύναμη της πίεσης προς την κατεύθυνση της κίνησής του. Σε κάποιο σημείο η ορμή του ρευστού είναι ανεπαρκής ώστε να το μεταφέρει στην περιοχή της αυξανόμενης πίεσης: το ρευστό που βρίσκεται δίπλα στο στερεό σταματά και η αποκόλληση της ροής ξεκινά από την επιφάνεια.

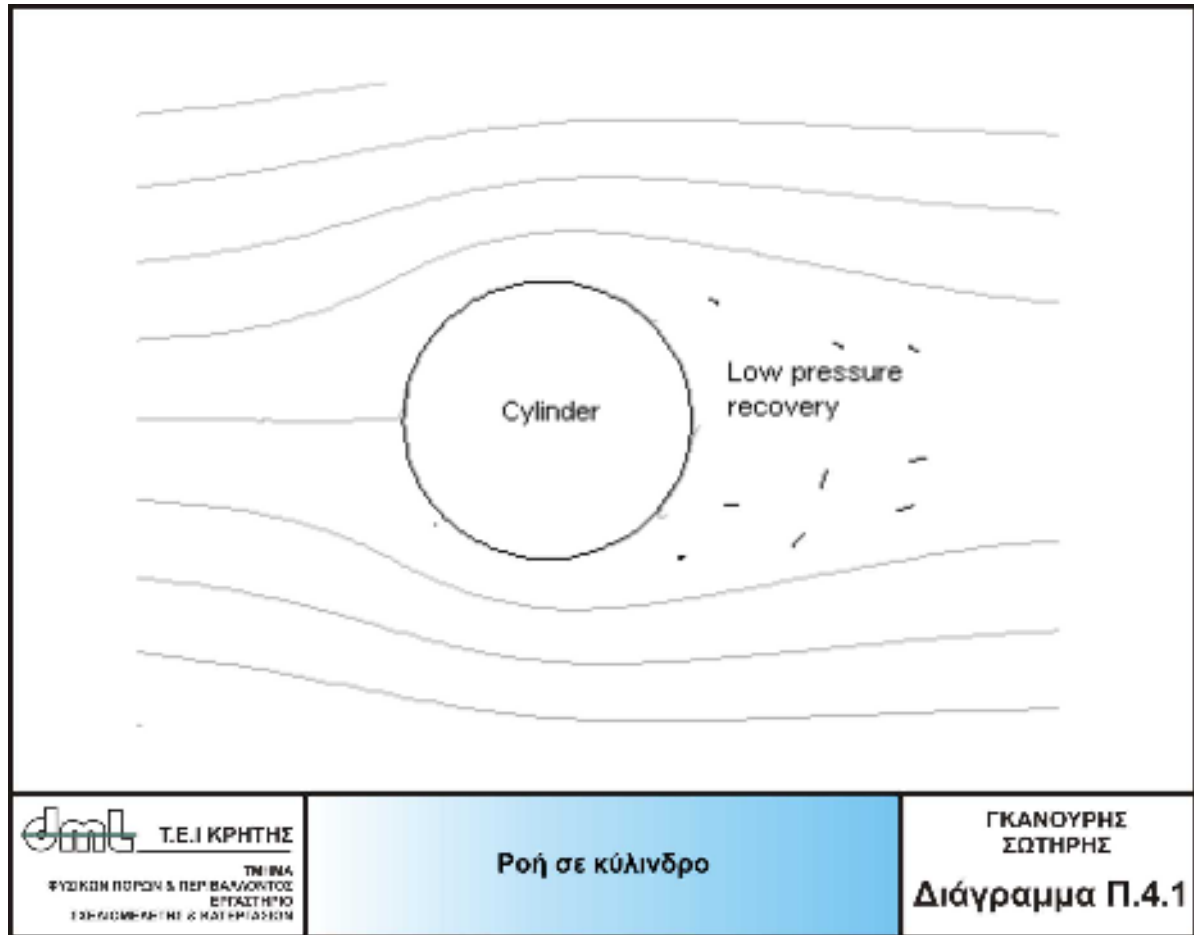
Η αποκόλληση του οριακού στρώματος έχει ως αποτέλεσμα στο να σχηματισθεί μία περιοχή με μικρότερη σχετικά πίεση πίσω από τον κύλινδρο, η οποία έχει ελλιπή/ανεπαρκή ορμή. Αυτή η περιοχή ονομάζεται *απόρευμα*. Για την αποκολλημένη ροή στον κύλινδρο, υπάρχει μία ανισομέρεια/ανισορροπία της καθαρής δύναμης της πίεσης στην κατεύθυνση της ροής, λόγω της σχετικά υψηλής πίεσεως στο μπροστινό τμήμα του κυλίνδρου και της χαμηλής πίεσης στο απόρευμα. Αυτή η ανισομέρεια/ανισορροπία της δύναμης έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία τριβής λόγω πίεσης στον κύλινδρο, η τριβή λόγω πίεσης κυριαρχεί στην περιοχή των υψηλών αριθμών Reynolds $Re_D > 1000$, και η τριβή στα τοιχώματα του κυλίνδρου είναι ένα μικρό ποσοστό του ολικού ποσοστού.

Ο συντελεστής τριβής C_D χρησιμοποιείται για να προσδιορίσει ποσοτικά την καθαρή δύναμη τριβής F_D στον κύλινδρο. Η ανάλυση με διαστάσεις δείχνει πως ο συντελεστής τριβής είναι μία συνάρτηση μόνον για αριθμούς C_D και Reynolds Re_D , όπου C_D και Re_D ορίζονται ως:

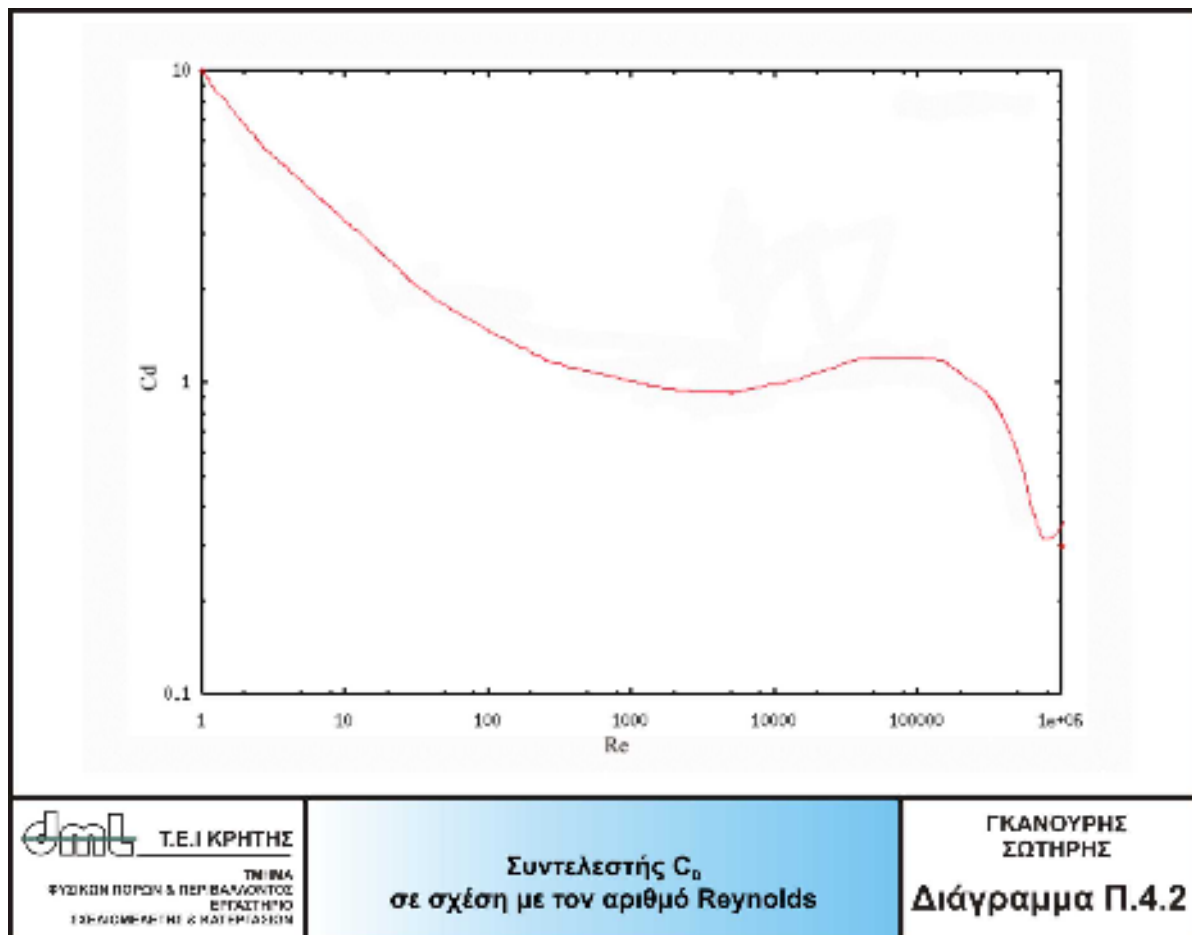
$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho U^2 A_{proj}} = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho U^2 (LD)} \quad (1)$$

$$Re_D = \frac{\rho U D}{\mu} \quad (2)$$

όπου ρ και μ είναι η πυκνότητα του ρευστού και η εσωτερική τριβή (ιξώδες) αντίστοιχα, L και D είναι το μήκος και η διάμετρος του κυλίνδρου αντίστοιχα, και $A_{proj} = LD$ είναι η προβεβλημένη επιφάνεια του κυλίνδρου κάθετα προς τη ροή.



Το διάγραμμα C_D προς Re_D φαίνεται στο διάγραμμα Π.4.2. Για πολύ μικρούς αριθμούς Reynolds $Re_D < 5$, δεν υπάρχει αποκόλληση της ροής, το απόρρευμα έχει ομαλή ροή και η τριβή λόγω πίεσης υπερέχει λόγω της τριβής στα τοιχώματα του κυλίνδρου. Καθώς ο αριθμός Reynolds αυξάνεται στην κλίμακα $5 < Re_D < 1000$, ο συντελεστής τριβής μειώνεται συνεχώς. Λόγω της αποκόλλησης της ροής, η ολική τριβή συνίσταται από την τριβή στα τοιχώματα του κυλίνδρου και την τριβή λόγω πίεσης του ρευστού. Σε αυτή την κλίμακα, η συμβολή της τριβής στα τοιχώματα του κυλίνδρου μειώνεται και η τριβή λόγω πίεσης του ρευστού γίνεται πιο έντονη.



Τ.Ε.Ι ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ
ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ & ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ
ΣΧΕΔΙΟΜΕΛΕΤΗΣ & ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΩΝ

Συντελεστής C_D
σε σχέση με τον αριθμό Reynolds

ΓΚΑΝΟΥΡΗΣ
ΣΩΤΗΡΗΣ

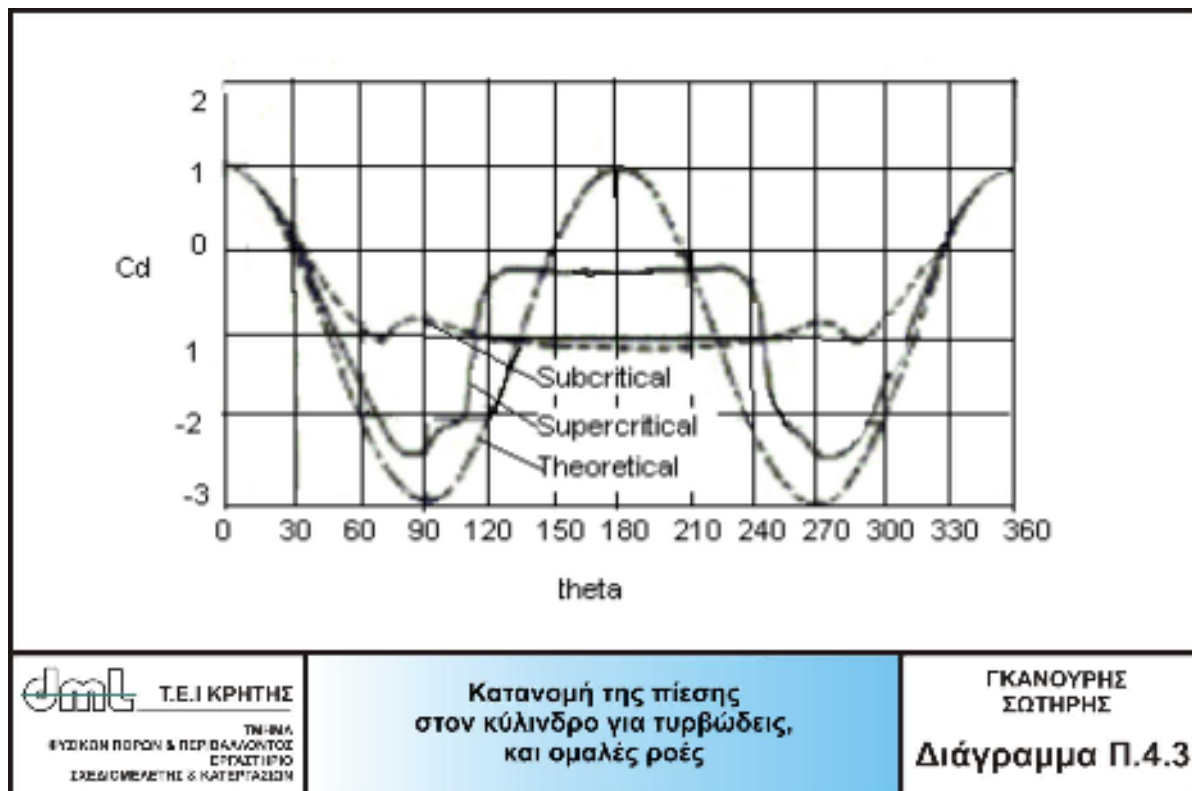
Διάγραμμα Π.4.2

Στην κλίμακα $10^3 < Re_D < 2 \times 10^5$ ο συντελεστής τριβής είναι σχετικά σταθερός. Για $Re_D > 2 \times 10^5$ η καμπύλη του συντελεστή τριβής υφίσταται μία σχετικά απότομη πτώση. Πειράματα δείχνουν ότι για αριθμούς Reynolds μικρότερων αυτής της κρίσιμης τιμής, το οριακό στρώμα στο μπροστινό τμήμα του κυλίνδρου έχει ομαλή ροή. Η αποκόλληση του οριακού στρώματος εμφανίζεται ακριβώς αντίθετα του άξονα του κυλίνδρου και μία σχετικά πλατιά τυρβώδης περιοχή (απόρευμα) σχηματίζεται. Η πίεση στην αποκολληθείσα περιοχή, πίσω από τον κύλινδρο, είναι σχετικά συνεχής και είναι μικρότερη από την επιφανειακή πίεση κοντά στο μπροστινό στάσιμο σημείο, καταλήγοντας έτσι σε πολύ μεγάλη πίεση τριβής.

Για $Re_D > 2 \times 10^5$, μετάβαση σε ένα οριακό στρώμα με τυρβώδη ροή εμφανίζεται στο μπροστινό τμήμα του κυλίνδρου. Καθώς το τυρβώδες οριακό στρώμα έχει μεγαλύτερη ορμή κοντά στην επιφάνεια, από ότι το οριακό στρώμα με ομαλή ροή, μπορεί να αντισταθεί στην αποκόλληση της ροής υπό την επίδραση μίας δυσμενούς αναλογίας πίεσης με καλύτερο τρόπο. Με αποτέλεσμα η αποκόλληση να είναι στην κατεύθυνση του άξονα του κυλίνδρου, και το απόρευμα είναι σχετικά περιορισμένο. Η καθαρή δύναμη της πίεσης στον κύλινδρο μειώνεται σε σύγκριση με το οριακό στρώμα που έχει ομαλή ροή, με αποτέλεσμα να μειωθεί ο συντελεστής τριβής. Ο κύριος αριθμός Reynolds όπου η μετάβαση λαμβάνει χώρα και συνοδεύεται από πτώση της τριβής, ονομάζεται *Κρίσιμος Αριθμός Reynolds*.

Η μετάβαση από την ομαλή ροή στην τυρβώδη ροή στο οριακό στρώμα μπορεί να επηρεαστεί από την τραχύτητα της επιφάνειας και από τον στροβιλισμό της ελεύθερης ροής. Συνεπώς, η μείωση της τριβής που έχει σχέση με την μετάβαση δεν εμφανίζεται με έναν απόλυτο αριθμό Reynolds. Στο διάγραμμα Π.4.3, φαίνονται τρεις κατανομές της πίεσης γύρω από τον κύλινδρο. Μία για ομαλή ροή, η οποία είναι θεωρητική. Η καμπύλη που έχει αποκόλληση από το οριακό στρώμα με ομαλή ροή ονομάζεται *υποκρίσιμη* και η καμπύλη που έχει αποκόλληση από το οριακό στρώμα με τυρβώδη ροή ονομάζεται *υπερκρίσιμη*. Λάβετε υπόψη σας ότι η αποκόλληση λαμβάνει χώρα *αργότερα* για την υπερκρίσιμη ροή και

ότι αναπτύσσεται μία μεγαλύτερη αντίθλιψη. Αυτό το τελευταίο εξηγεί την μείωση της τριβής, που παίρνει κάποιος που εκτελεί μετρήσεις, μόλις περάσει τον κρίσιμο αριθμό Reynolds.



Ασκήσεις:

1. Η αρχική τιμή έχει ορισθεί για τον αριθμό Reynolds 10^4 , με νερό ως ρευστό υλικό. Η ιξώδης κατάσταση έχει ορισθεί ως ιξώδης. Τρέξτε πρώτα αυτή την περίπτωση.
2. Τρέξτε τις περιπτώσεις ξανά, αλλάζοντας την ταχύτητα, η προτεινόμενη κλίμακα Reynolds να κυμαίνεται από 10 έως 10^7 .
3. Τρέξτε το προκαθορισμένο αρχικό όριο για “μη-ιξώδη” ροή, με νερό ως μέσο εργασίας, για την ίδια ταχύτητα ελεύθερης ροής. Παρατηρήστε την αλλαγή στον συντελεστή τριβής και για ιξώδη και για μη-ιξώδη προσομοίωση. Σημειώστε πως ο βαθμός του συντελεστή τριβής σε μη-ιξώδη ροή αυξάνεται με τον αριθμό Reynolds σε συντελεστή τριβής σε ιξώδη ροή.
4. Δείτε πως διάφορες κατανομές δοσμένες σε άξονες x y αλλάζουν με τον αριθμό Reynolds ή την ταχύτητα.

Π.5 Ροή σε αποκλίνοντα αγωγό

Εισαγωγή

Σε ένα σύστημα αγωγών, δεν υπάρχει μόνον απώλεια της πίεσης που προκαλείται από την τριβή σε έναν ευθύγραμμο σωλήνα σταθερής διατομής αλλά πρόσθετες απώλειες που μπορεί να προκληθούν στις αλλαγές των διατομών, των στροφών, των βαλβίδων και των εγκαταστάσεων όλων των ειδών. Σε σωλήνες μεγάλου μήκους αυτές οι πρόσθετες απώλειες είναι αμελητέες σε σχέση με τις απώλειες τριβής. Παρόλο που ορίζονται ως *πολύ μικρές (δευτερεύουσες απώλειες)* μπορεί στην πραγματικότητα να υπερτερούν των απωλειών τριβής σε μικρότερους σωλήνες. Αυτές οι απώλειες προκύπτουν συνήθως από την ξαφνική αλλαγή της ταχύτητας είτε σε μέγεθος είτε σε κατεύθυνση. Αυτές οι αλλαγές προκαλούν στροβιλισμούς υψηλής κλίμακας στους οποίους η ενέργεια διασκορπίζεται ως θερμότητα. Η πηγή των απωλειών συνήθως περιορίζεται σε ένα πολύ μικρό μήκος, αλλά ο στροβιλισμός που παράγεται μπορεί να εξαπλωθεί σε μια αρκετά μεγάλη απόσταση κατάντη προς την κατεύθυνση της ροής. Η ροή μετά την ξαφνική αλλαγή της ταχύτητας δυσχεραίνεται και η διαδικασία της "συνηθισμένης" τριβής του σωλήνα επηρεάζεται αναπόφευκτα από τον πρόσθετο στροβιλισμό.

Ακριβείς θεωρητικοί τύποι για τον προσδιορισμό των πρόσθετων απωλειών είναι σπάνια δυνατοί και συνήθως γίνονται καταφεύγοντας σε εμπειρικά αποτελέσματα. Μιας και οι απώλειες έχουν υπολογιστεί να είναι ανάλογες με το τετράγωνο της μέσης ταχύτητας, εκφράζονται ως:

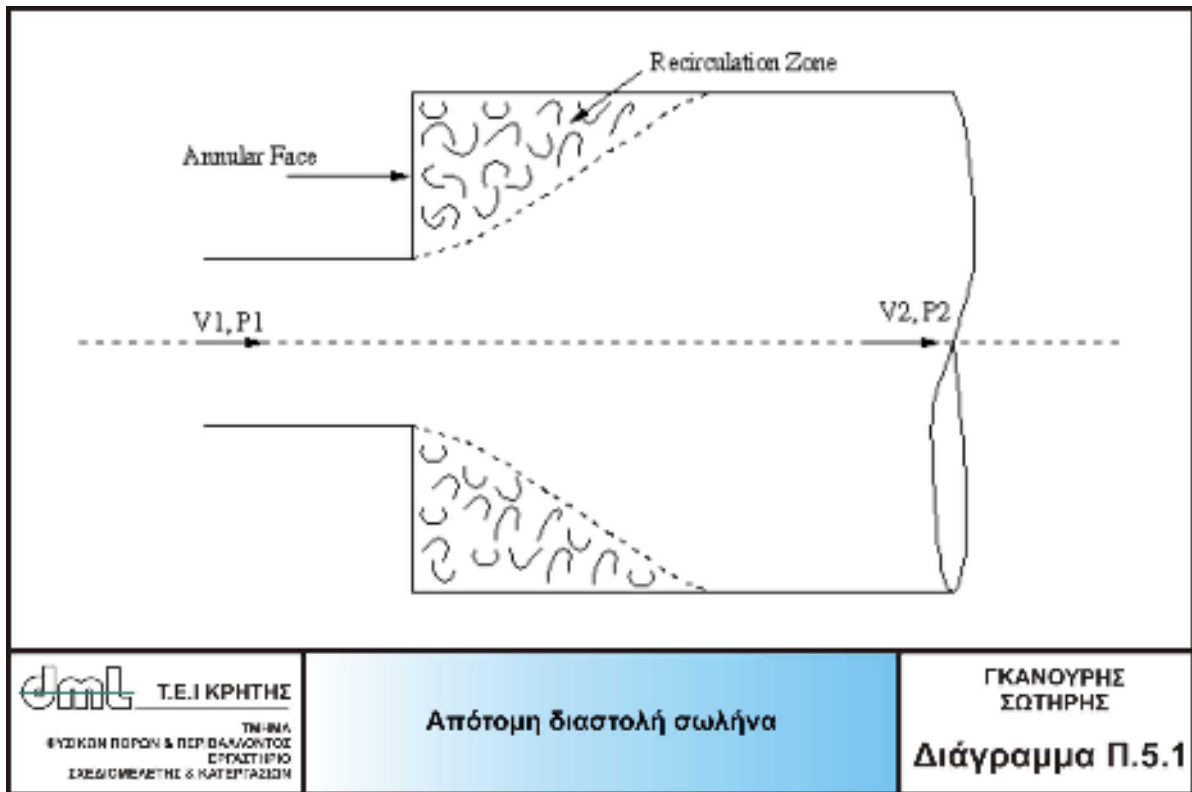
$$h_l = k \frac{u^2}{2g} \quad (1)$$

και για υψηλές τιμές των αριθμών Reynolds η τιμή του 'k' είναι πρακτικά σταθερή. Η επόμενη ενότητα παρουσιάζει την απώλεια λόγω της ξαφνικής διαστολής του σωλήνα ή λόγω της απότομης διόγκωσης του σωλήνα, τα οποία μπορούν να αναλυθούν θεωρητικά.

Απώλεια λόγω της απότομης απόκλισης του σωλήνα:

Λάβετε υπόψη σας την διατομή που απεικονίζεται στο διάγραμμα Π.5.1. Ο σωλήνας είναι ευθύς και η ροή θεωρείται σταθερή. Το υγρό που αναδύεται από τον μικρότερο σωλήνα δεν μπορεί να ακολουθήσει την απότομη απόκλιση του σωλήνα (εκεί που ενώνονται οι δύο διαφορετικές τομές σωλήνα), με αποτέλεσμα να σχηματίζονται στις γωνίες δίνες στροβιλισμού και μία ζώνη επανακυκλοφορίας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τον διασκορπισμό της ενέργειας ως θερμότητα μέσα στον σωλήνα.

Για υψηλές τιμές του αριθμού Reynolds, η ταχύτητα στον μικρότερο σωλήνα μπορεί να υποτεθεί ως σταθερή κατά μήκος της διατομής. Στο τμήμα 1 οι γραμμές ροής (streamlines) μπορούν να υποτεθούν ότι είναι ευθείες και παράλληλες, έτσι μπορεί να υποτεθεί ότι και η πίεση είναι ομοιόμορφη. Κατάντη προς τη φορά της ροής, το παχύρευστο μείγμα που προκαλείται από τον στροβιλισμό βοηθάει στο να ομαλοποιηθεί η ταχύτητα. Μπορεί να θεωρηθεί ότι στο τμήμα 2, αρκετά μακριά από την διόγκωση (περίπου 8 με 10 φορές μεγαλύτερης διαμέτρου) η ταχύτητα είναι ξανά ανομοιόμορφη.



Από την εξίσωση συνέχειας, προκύπτει ότι η ταχύτητα V_2 θα είναι μικρότερη από την V_1 και η αντίστοιχη αλλαγή στην κατεύθυνση της ταχύτητας δημιουργεί μία δύναμη που ενεργεί στο υγρό μεταξύ των τμημάτων 1 και 2. Αν θεωρηθούν αμελητέες οι εφελκυστικές δυνάμεις στα τοιχώματα του σωλήνα, η καθαρή δύναμη που ενεργεί στον όγκο ελέγχου προς τα δεξιά είναι:

$$p_1 A_1 + p'(A_2 - A_1) - p_2 A_2 \quad (2)$$

όπου p' είναι η μέση πίεση του στροβιλιζόμενου υγρού πάνω από το δακτυλιοειδές μέτωπο. Όπως υποστηρίζεται από πειράματα, οι ακτινικές επιταχύνσεις πάνω από το δακτυλιοειδές μέτωπο είναι πολύ μικρές; Έτσι μπορεί να θεωρηθεί ότι το p' είναι ίσο με το p_1 . Έτσι, η καθαρή δύναμη που ενεργεί στο υγρό θα είναι $(p_1 - p_2)A_2$.

Από την εξίσωση της ταχύτητας σταθερής – ροής, αυτή η δύναμη θα είναι ίση με το βαθμό της αύξησης της ταχύτητας στην ίδια κατεύθυνση:

$$(p_1 - p_2)A_2 = \rho Q (V_2 - V_1) \quad (3)$$

Το ρ αντιπροσωπεύει την πυκνότητα και το Q την παροχή όγκου.

$$p_1 - p_2 = \rho \frac{Q}{A_2} (V_2 - V_1) = \rho V_2 (V_2 - V_1) \quad (4)$$

Από την εξίσωση ενέργειας για μια σταθερή πυκνότητα υγρού, θεωρώντας ότι η πίεση λόγω θέσης είναι η ίδια, έχουμε:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} - h_l = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} \quad (5)$$

το h_l αντιπροσωπεύει την απώλεια της τελικής υδραυλικής πίεσης μεταξύ των τμημάτων 1 και 2.

$$h_l = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} \quad (6)$$

Από την εξίσωση 4 και 6 έχουμε

$$h_l = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad (7)$$

Μιας και από την εξίσωση συνέχειας έχουμε $A_1 V_1 = A_2 V_2$, η εξίσωση 7 μπορεί να γραφεί εναλλακτικά ως

$$h_l = \frac{V_1^2}{2g} \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 = \frac{V_2^2}{2g} \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2 \quad (8)$$

Αυτό το αποτέλεσμα βρέθηκε αρχικά από τους J.C. Borda και L.M.N. Carnot και είναι γνωστό ως απώλεια υδραυλικής πίεσης Borda-Carnot. Ο συντελεστής k μπορεί να δοθεί ως :

$$k = \left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2}\right)^2 = \left(\frac{D_2^2}{D_1^2} - 1\right)^2 \quad (9)$$

Από την παραπάνω εξίσωση, προκύπτει ότι όσο πιο υψηλή είναι η αναλογία της διαστολής και της ταχύτητας, τόσο μεγαλύτερες είναι και οι απώλειες πίεσης.

Απώλειες Εξόδου (Exit Loss): Όταν $A_2 \rightarrow \infty$, τότε από την εξίσωση 8 βλέπουμε ότι η απώλεια της υδραυλικής πίεσης σε απότομες διογκώσεις/διαστολές τείνει σε $V_1^2/2g$. Αυτό συμβαίνει στην σκεπασμένη από νερό έξοδο του σωλήνα ο οποίος εκρέει σε μία μεγάλη δεξαμενή. Η δυναμική πίεση εντός του σωλήνα, είναι ίση με την κινητική ενέργεια ανά μονάδα βάρους, και χάνεται στον στροβιλισμό. Αυτές οι απώλειες συνήθως ονομάζονται απώλειες εξόδου του σωλήνα.

Ασκήσεις :

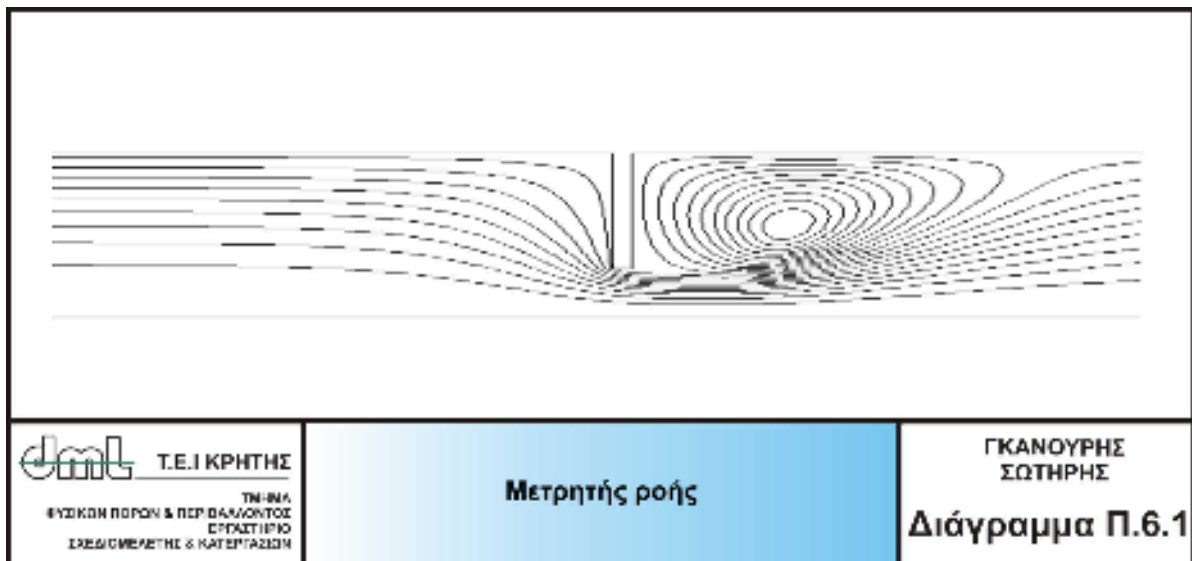
1. Η αρχική τιμή έχει καθορισθεί για τον αριθμό Reynolds 10^5 με αέρα ως ρευστό υλικό.
2. Ξανακάντε την άσκηση αλλάζοντας την ταχύτητα, με τον αριθμό Reynolds να κυμαίνεται από 10^3 έως 10^7 .
3. Τροποποιήστε τη γεωμετρία αλλάζοντας την αναλογία της διαστολής και παρατηρήστε πως οι απώλειες (διαχωρισμός φουσαλίδας που είναι ενδεικτικός της απώλειας πίεσης) αυξάνονται με την αναλογία της διαστολής.
4. Αλλάξτε τις ιδιότητες του υλικού με αυτές του νερού και εκτελέστε παρόμοια ανάλυση.

Π.6 Μετρητές ροής

Εισαγωγή

Οι μετρητές ροής χρησιμοποιούνται στις βιομηχανίες για να μετρούν την παροχή όγκου των υγρών. Οι μετρητές ροής της διαφορικής πίεσης μετρούν την παροχή όγκου εισάγοντας μία στένωση στη ροή. Η διαφορά της πίεσης που προκαλείται από τη στένωση σχετίζεται με την παροχή όγκου που χρησιμοποιεί το θεώρημα του Bernoulli. Οι μετρητές που μετρούν τη ροή θα πρέπει αρχικά να ρυθμίζονται (να καλιμπράρονται) πριν χρησιμοποιηθούν.

Ο μετρητής με στένωση είναι ένας μετρητής ροής της διαφορικής πίεσης, ο οποίος μετράει το ρυθμό ροής προκαλώντας μείωση της διατομής μέσω μίας πλάκας. Ένα διάγραμμα παρουσιάζεται στο διάγραμμα Π.6.1.



Η μείωση της διατομής του ρεύματος ροής καθώς περνάει μέσα από το στόμιο αυξάνει την δυναμική πίεση εις βάρος της στατικής πίεσης. Η μείωση της πίεσης μεταξύ των κενών μετριέται χρησιμοποιώντας μανόμετρα.

Ταχύτητα κατά μήκος ενός μετρητή ροής

Καθώς η ροή πλησιάζει στην πλάκα, η ροή του νερού κοντά στα τοιχώματα του σωλήνα μειώνεται και σταματά στις γωνίες που σχηματίζονται από την πλάκα και τα τοιχώματα του σωλήνα. Ως αποτέλεσμα η πίεση πριν από την στένωση είναι λίγο μεγαλύτερη. Καθώς η ροή επιταχύνεται και περνά μέσω της στένωσης, η πίεση πέφτει και είναι η χαμηλότερη και η ταχύτητα μεγαλύτερη στο σημείο σύγκλισης. Μετά από την στένωση, η ροή ξεκινά να απλώνεται, η ταχύτητα να μειώνεται και η πίεση να αυξάνεται. Οριακός διαχωρισμός της ροής εμφανίζεται μετά τη στένωση και μία μεταβατική περιοχή παρουσιάζεται μετά από την πλάκα που βρίσκεται κατόπιν της ροής.

Το θεώρημα του Bernoulli εφαρμόζεται και δίνεται με

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + F \quad (1)$$

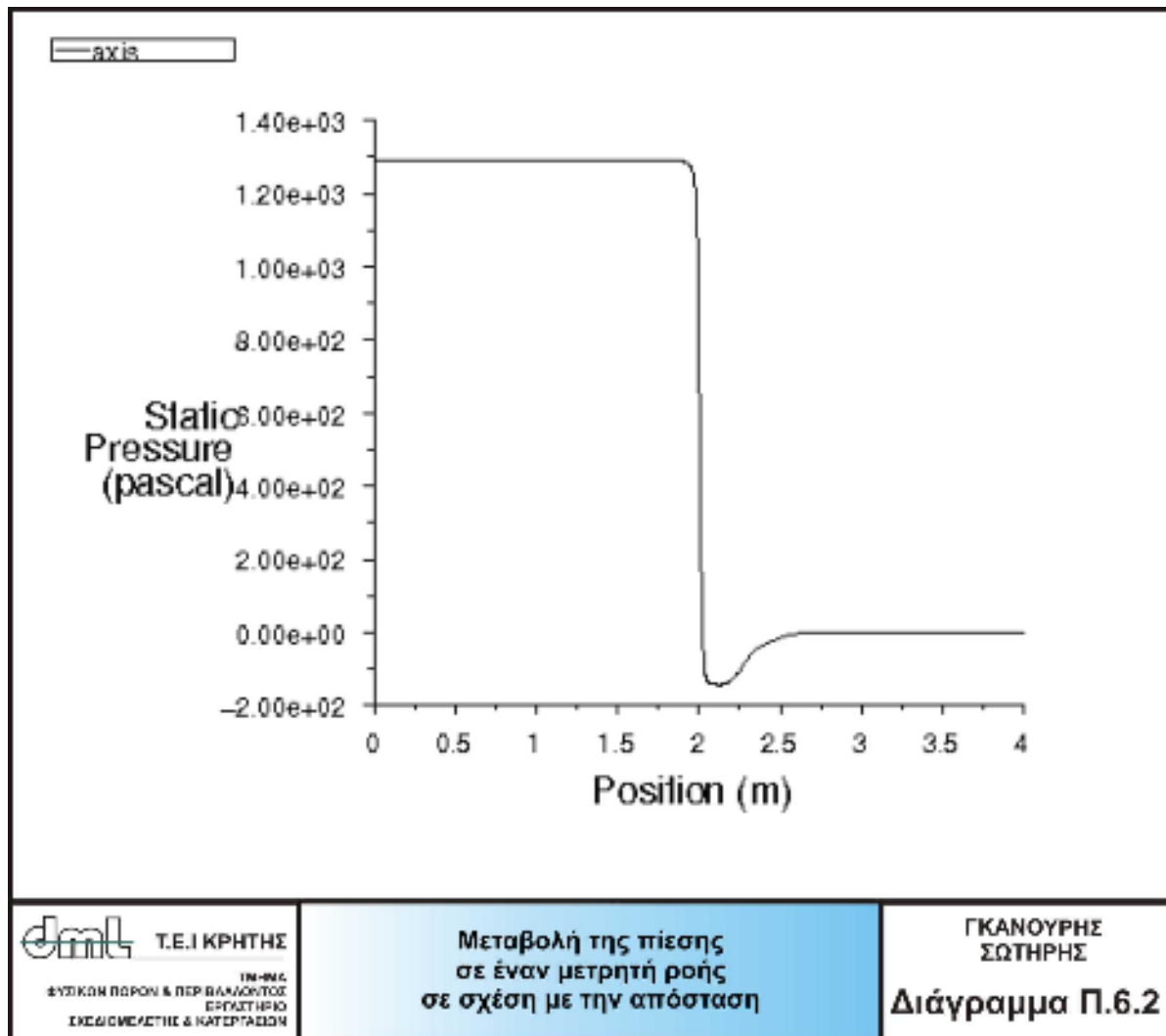
Όπου p_1 , V_1 και p_2 , V_2 είναι η πίεση και η ταχύτητα στο σημείο 1 και στο σημείο 2 (σημείο σύγκλισης) αντίστοιχα, το F είναι η απώλεια της πίεσης. Η μεταβατική περιοχή που υπάρχει μετά από την στένωση είναι η αιτία που προκαλεί την μεγαλύτερη απώλεια πίεσης.

Η παροχή όγκου σχετίζεται με την μετρηθείσα χαμηλή πίεση χρησιμοποιώντας την ημι-εμπειρική εξίσωση:

$$Q = \frac{CdA_2}{\sqrt{1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}}} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \quad (2)$$

Η τιμή του C_d εξαρτάται από το συντελεστή διαμέτρου και το Re , και είναι περίπου 0.61 για Re μεγαλύτερο από 30,000.

Η ανάκτηση της στατικής πίεσης λαμβάνει χώρα, και είναι συνήθως περίπου 20% της αρχικής πίεσης. Η διακύμανση της πίεσης ως συνάρτηση της θέσης, φαίνεται στο διάγραμμα Π.6.2.



Ασκήσεις

1. Κάντε την άσκηση για τις προκαθορισμένες τιμές και ελέγξτε την τιμή του συντελεστή εκροής.
2. Μειώστε τον συντελεστή της διαμέτρου και ελέγξτε πως ο συντελεστής εκροής και η ανάκτηση της πίεσης ποικίλουν μεταξύ των αριθμών Re και του συντελεστή διαμέτρου. Συγκρίνετε τα παραπάνω αποτελέσματα με τα αποτελέσματα που είναι διαθέσιμα στη βιβλιογραφία.

Π.7 Αγωγή θερμότητας

Εισαγωγή

Η θερμική αγωγή είναι ένας από τους 3 τρόπους μεταφοράς θερμότητας. Ο νόμος του Fourier για την αγωγή θερμότητας περιγράφει ότι η ροή θερμότητας είναι ανάλογη με την κλίση της θερμοκρασίας, με σταθερά αναλογίας ίση με την θερμική αγωγιμότητα. Σε αυτήν την άσκηση, μπορεί να παρατηρηθεί ότι η κατανομή της θερμοκρασίας κατανέμεται έτσι ώστε η ροή θερμότητας στο αριστερό τοίχωμα να είναι σταθερή.

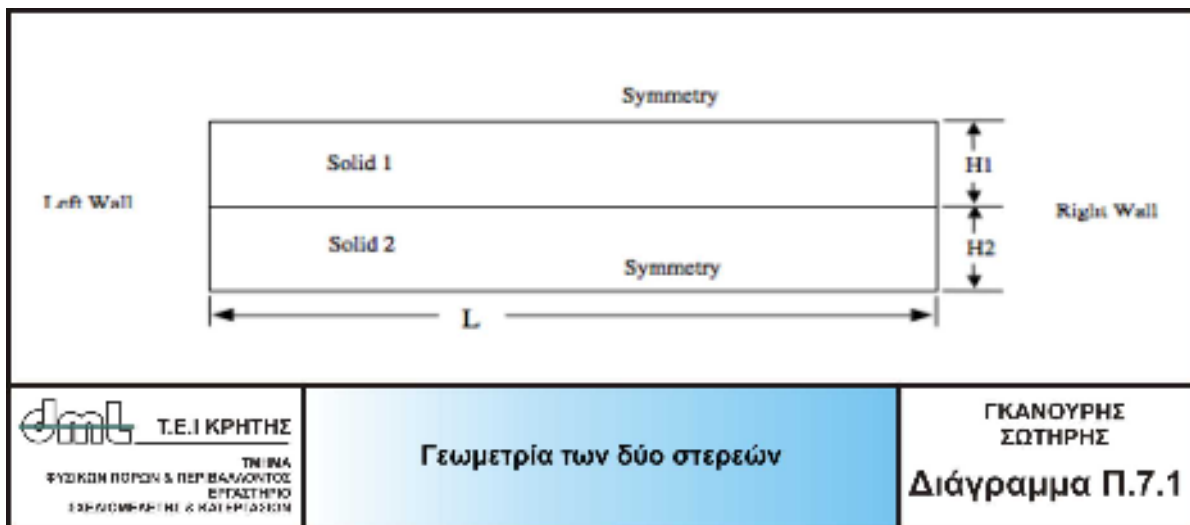
Μοντελοποίηση

Η γεωμετρία του στερεού περιγράφεται στις δύο διαστάσεις με την βοήθεια ενός ορθογωνίου. Η διαδικασία για να επιλύσουμε την άσκηση είναι η εξής:

- Δημιουργούμε την γεωμετρία
- Δημιουργούμε το πλέγμα
- Ορίζουμε τις αρχικές συνθήκες και τις ιδιότητες του στερεού

Γεωμετρία

Η γεωμετρία φαίνεται στο διάγραμμα Π.7.1. Το μήκος των δύο στερεών L , και το πάχος των τοιχωμάτων, H_1 και H_2 θα πρέπει να δοθούν από τον χρήστη στην αρχή της άσκησης.



Πλέγμα

Μπορούν να επιλεγθούν αραιά, σχετικά αραιά, και πυκνά πλέγματα. Η διακριτοποίηση που εφαρμόζεται βασίζεται στην παρακάτω λογική:

$\$H$ = αριθμός διαστημάτων στον κάθετο άξονα

$\$L$ = αριθμός διαστημάτων στον οριζόντιο άξονα

Ο πίνακας Π.7.1. μας δίνει τις αριθμητικές τιμές για τις δύο παραμέτρους διακριτοποίησης

Τύπος Πλέγματος	$\$H$	$\$L$
Αραιό	2	10
Σχετικά αραιό	3	20
Πυκνό	4	30

Πίνακας Π.7.1. Μεταβλητές διακριτοποίησης πλέγματος

Το πλέγμα δημιουργείται αφού πρώτα οι πλευρές του στερεού διακριτοποιηθούν σε διαστήματα (διάγραμμα Π.7.2)



Φυσικά μοντέλα για το Fluent

Η εξίσωση ενέργειας επιλύεται στο FLUENT για το στερεό πεδίο του μοντέλου. Από την στιγμή που δεν υπάρχει ρευστό στο πεδίο, η εξίσωση συνέχειας και η εξίσωση Bernoulli δεν παίρνονται υπόψη και δεν επιλύονται.

Ιδιότητες Υλικού

Η θερμική αγωγιμότητα των δύο στερεών υλικών εισάγεται από τον χρήστη.

Αρχικές συνθήκες

Ο χρήστης μπορεί να αλλάξει τις παρακάτω αρχικές συνθήκες του μοντέλου

- Θερμοκρασία στο αριστερό τοίχωμα
- Θερμοκρασία στο δεξί τοίχωμα
- Ροή θερμότητας από το αριστερό τοίχωμα

Περιορισμοί

Η μέγιστη θερμοκρασία που μπορεί να υπολογίσει το FLUENT και από το FLOWLAB είναι 5000 βαθμοί Kelvin. Αν η θερμοκρασία της άσκησης ξεπεράσει αυτό το όριο τότε αυτή αυτομάτως θα περιοριστεί στους 5000 βαθμούς. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, ότι όταν η θερμοκρασία της άσκησης υπερβαίνει τους 5000 βαθμούς Kelvin, τα αποτελέσματα που θα παίρνουμε δεν θα είναι σωστά.

Αποτελέσματα

Αναφορές

Κατά την επίλυση του μοντέλου τα αποτελέσματα αφορούν την:

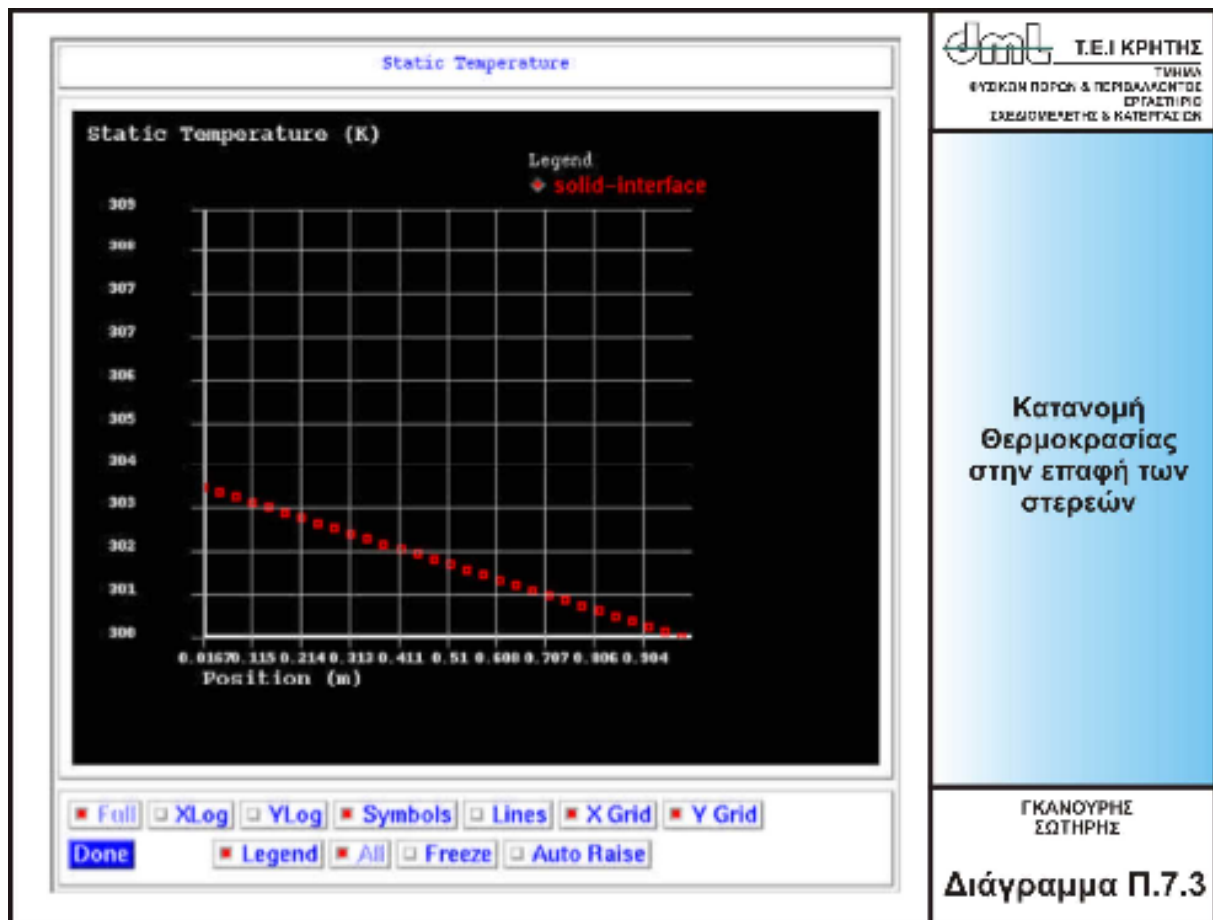
- Ροή θερμότητας
- Μέση κατανομή θερμοκρασίας

Η μέση κατανομή θερμοκρασίας υπολογίζεται παίρνοντας την διαφορά των μέσων θερμοκρασιών του αριστερού και του δεξιού τοιχώματος και διαιρώντας τα με το συνολικό μήκος του πεδίου ορισμού.

Διαγράμματα X/Y

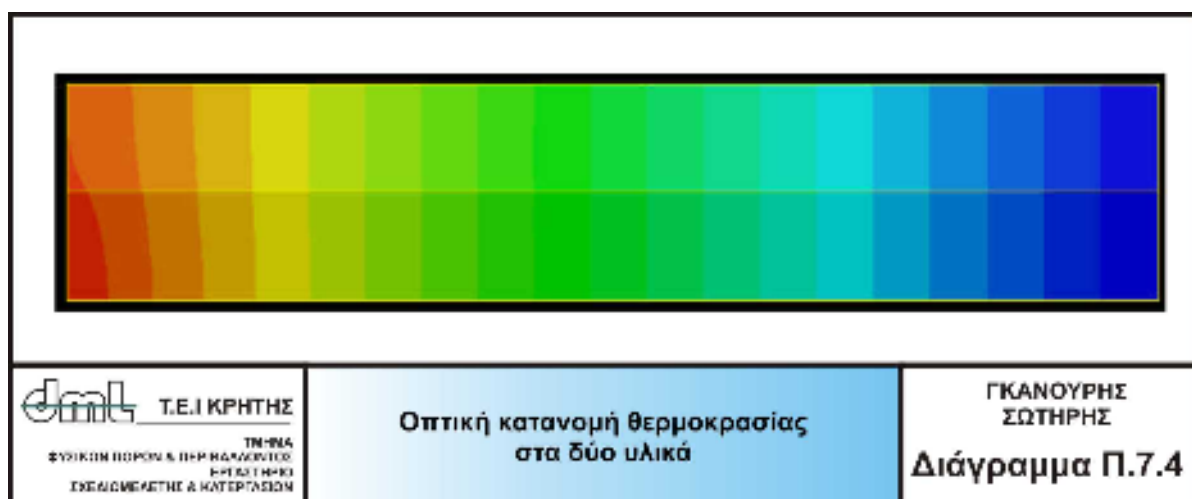
Στα διαγράμματα που παίρνουμε με την βοήθεια του Flowlab συμπεριλαμβάνεται και η κατανομή θερμοκρασίας.

Στο διάγραμμα Π.7.3 αναπαρίστανται η θερμοκρασία κατά μήκος της επαφής των δύο στερεών.



Γραφική απεικόνιση

Στο διάγραμμα Π.7.4 βλέπουμε την οπτική κατανομή θερμοκρασίας στα δύο διαφορετικά στερεά υλικά.



Επαλήθευση αποτελεσμάτων

Η καθαρή θερμική αντίσταση για παράλληλη αγωγή δίνεται από :

$$\frac{1}{\sum R} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} = \frac{k_A A_A}{L} + \frac{k_B A_B}{L}$$

Ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας δίνεται από την σχέση:

$$q_x = \frac{\Delta T}{\sum R} = \frac{(T_1 - T_2)}{\sum R}$$

Οι προεπιλεγμένες τιμές της άσκησης είναι οι παρακάτω:

L = 1m
A_A = 0.1m²
A_B = 0.1m²
k_A = 202.4W/m-C
k_B = 387.6W/m-C
T₂ = 300K

Ο Πίνακας Π.7.2 συγκρίνει τα αποτελέσματα που υπολογίζει το Flowlab με αυτά που υπολογίζονται από τους τύπους της θεωρίας. Οι υπολογισμοί του Flowlab έγιναν με την χρήση πυκνού πλέγματος.

Θερμοκρασία αριστερού τοιχώματος	Ροή θερμότητας (W/m ²)	
	Flowlab	Θεωρία
400	29555	29500
500	59085.1	59000
1000	206754	206500
4000	1.0927 * 10 ⁶	1.0915 * 10 ⁶

Πίνακας Π.7.2

Ασκήσεις:

1. Εκτελέστε την άσκηση με τις προκαθορισμένες τιμές χρησιμοποιώντας διαφορετικό τύπο πλέγματος κάθε φορά. Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η κατανομή θερμοκρασίας επηρεάζεται ελάχιστα από την πυκνότητα του πλέγματος. Συγκρίνετε τα αποτελέσματα που υπολογίζονται από την θεωρητική πρόβλεψη (Πίνακας Π.7.2).

Π.8 Ροή σε αεροτομή

Εισαγωγή

Η πτερυγική θεωρία, αποτελεί βασικό τμήμα των επί μέρους κλάδων της μηχανικής των ρευστών, Αεροδυναμικής, Ναυπηγικής, Υδροδυναμικής και της Θεωρίας των Στροβιλομηχανών, γιατί έχει ως αντικείμενο την διερεύνηση της μορφής και της φυσικής συμπεριφοράς των φερουσών επιφανειών. Σαν φέρουσες επιφάνειες ονομάζουμε τα στερεά σώματα, επίπεδα ή με πολύ μικρή καμπυλότητα και μικρό πάχος σχετικά με τις υπόλοιπες διαστάσεις τους, που όταν κινούνται μέσα σε ρευστό έχοντας κατάλληλο προσανατολισμό, εξασκείται πάνω τους δύναμη που η κύρια συνιστώσα της είναι κάθετη προς την σχετική ταχύτητα στερεού-ρευστού. Την συνιστώσα αυτή ονομάσαμε δυναμική άνωση (C_L). Η πτερυγική θεωρία λοιπόν, αποτελεί το θεμέλιο για την μελέτη ιδιαίτερα μεγάλης σημασίας τεχνικών εφαρμογών της μηχανικής των ρευστών, όπως η αεροπορική πτέρυγα, οι έλικες, εναέρια και ναυτικές, οι ανεμόμυλοι και γενικά οι στροβιλομηχανές.

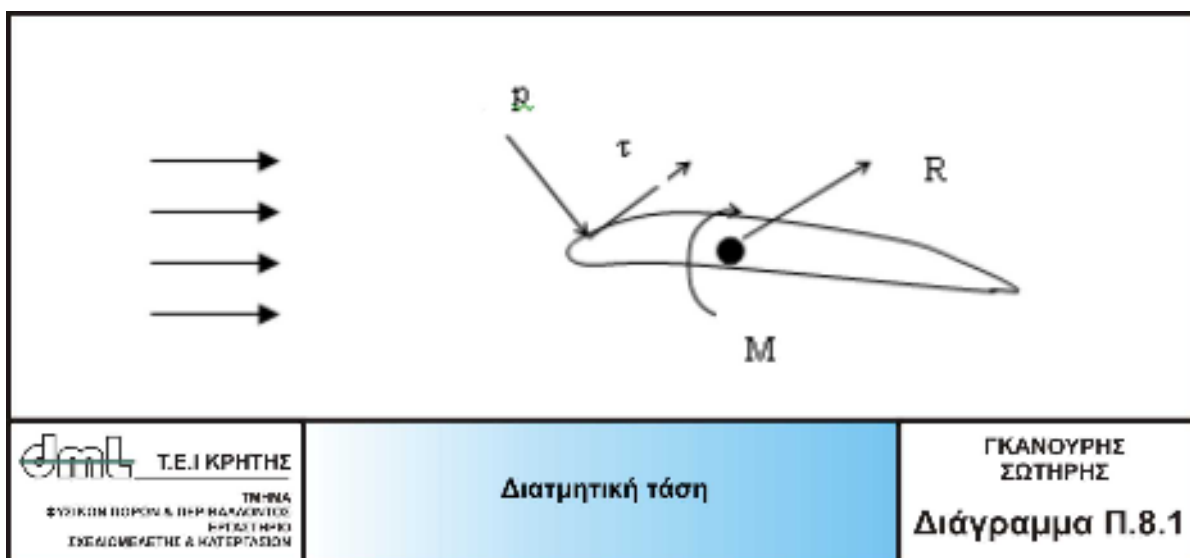
Θεωρητικό μέρος

Ένα βασικό και ένα από τα πιο συνηθισμένα πρακτικά προβλήματα στην μηχανική των ρευστών είναι αυτό της ροής του ρευστού σε μία αεροτομή. Οι αεροτομές ουσιαστικά αποτελούν μία πλάγια όψη ενός τρισδιάστατου (3D) φτερού. Έτσι η επίλυση των εξισώσεων που αναφέρονται για τις αεροτομές είναι εξίσου σημαντικές και για το ίδιο το φτερό. Στην άσκηση αυτή θα μελετηθούν και οι δύο τύποι ροών (στρωτή και τυρβώδης). Επίσης θα μελετηθούν η δυναμική άνωση και τα χαρακτηριστικά αντίστασης του αέρα σε μια αεροτομή σε ταχύτητες κάτω του ενός Mach.

Συντελεστές και δυνάμεις

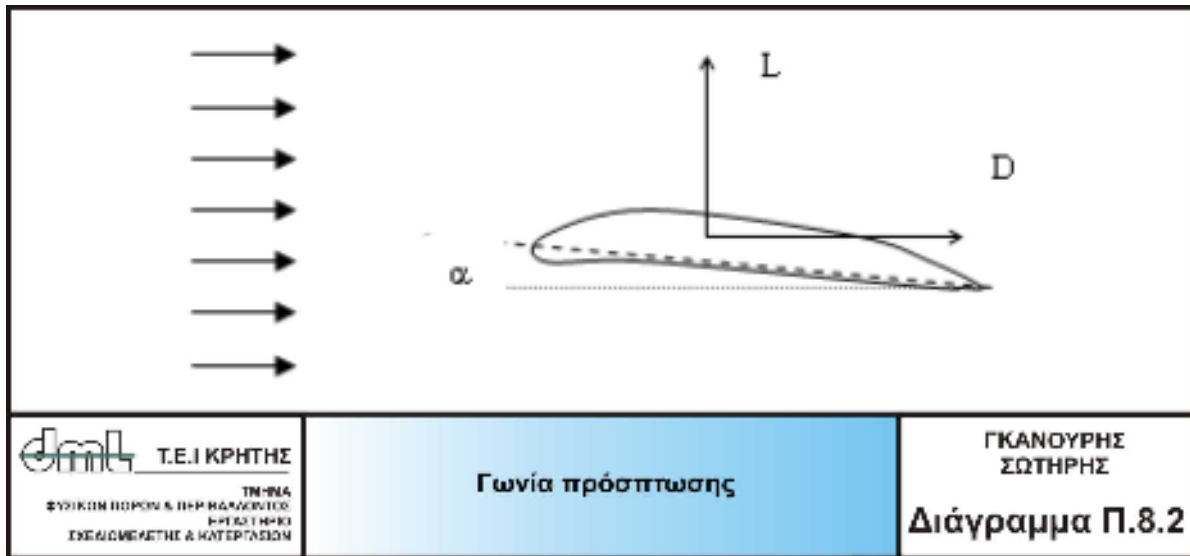
Η δημιουργία δυνάμεων και η μελέτη τους σε ένα πραγματικό αεροσκάφος (στις τρεις διαστάσεις) είναι αρκετά πολύπλοκες ειδικά με τον συνδυασμό της ροής του αέρα σε ολόκληρο το αεροσκάφος που περιλαμβάνει τον κινητήρα (jet, ή έλικα), τον σκελετό του, τον θάλαμο των επιβατών, την ουρά κτλ. Παρόλαυτα στην συγκεκριμένη άσκηση αλλά και σε όλες τις άλλες περιπτώσεις θα μελετήσουμε δύο βασικές κατανομές:

1. Την κατανομή της πίεσης στην επιφάνεια της αεροτομής.
2. Την κατανομή της διατμητικής τάσης στην επιφάνεια της αεροτομής (συντελεστής τριβής)



Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα Π.8.1, η πίεση (p) ασκείται κάθετα στην επιφάνεια της αεροτομής και η διατμητική τάση εφαπτομενικά στην αεροτομή. Εάν ολοκληρωθούν οι κατανομές της διατμητικής τάσης και της καθαρής πίεσης σε ολόκληρη την επιφάνεια της αεροτομής, έχουμε την αεροδυναμική δύναμη (R) και την ορμή (M) στο σώμα της αεροτομής. Η συνισταμένη δύναμη (R) μπορεί να χωριστεί σε δύο συνιστώσες όπως φαίνεται και στο διάγραμμα Π.8.2. Οι δύο συνιστώσες είναι οι

1. L , γνωστή και ως δυναμική άνωση, η δύναμη που ασκείται κάθετα στην ελεύθερη ροή της αεροτομής
2. D , γνωστή και ως τριβή του αέρα, η δύναμη που ασκείται παράλληλα στην ελεύθερη ροή της αεροτομής



Στο διάγραμμα Π.8.2 μπορούμε να παρατηρήσουμε την ευθεία, διακεκομμένη γραμμή η οποία ενώνει την αρχή της αεροτομής με το τέλος της και είναι γνωστή σαν χορδή μήκους C . Η γωνία α που δημιουργείται μεταξύ της χορδής και της κατεύθυνσης της ροής ονομάζεται γωνία πρόσπτωσης ή γωνία προσβολής. Η τριβή, η δυναμική άνωση και η ορμή εκφράζονται σε όρους με τους παρακάτω συντελεστές.

α) Συντελεστής Δυναμικής Άνωσης (Lift Coefficient) $C_L = \frac{L}{q_\infty S}$

β) Συντελεστής Αντίστασης Αέρα (Drag Coefficient) $C_D = \frac{D}{q_\infty S}$

γ) Συντελεστής Ορμής (Moment Coefficient) $C_M = \frac{M}{q_\infty S l}$

Δύο επιπλέον χρήσιμες ποσότητες είναι οι εξής:

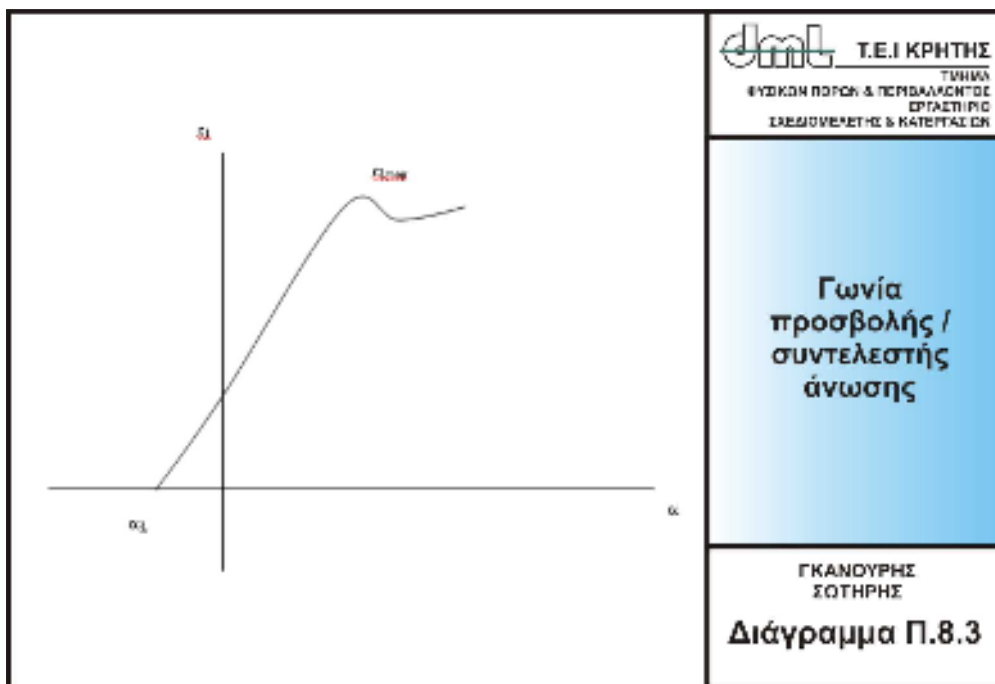
α) Συντελεστής Πίεσης (Pressure Coefficient) $C_p = \frac{p - p_\infty}{q_\infty}$

β) Συντελεστής Τριβής (Skin Friction Coefficient) $C_f = \frac{\tau}{q_\infty}$

Όπου q_∞ είναι η δυναμική πίεση όπου δίνεται μαθηματικά με την εξίσωση $q_\infty = \frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2$ και ρ_∞ είναι η πυκνότητα της ελεύθερης ροής, U_∞ είναι η ταχύτητα της ελεύθερης ροής, ρ_∞ είναι η πίεση της ελεύθερης ροής και S είναι το εμβαδόν της κάτοψης³.

Χαρακτηριστικά της αεροτομής

Στο διάγραμμα Π.8.3 μπορούμε να δούμε την σχέση C_l και α (γωνία προσβολής) σε μία τυπική περίπτωση. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, σε μικρές - μέτριες γωνίες προσβολής η c_l μεταβάλλεται ομαλά και γραμμικά με την α . Σε μεγαλύτερες γωνίες προσβολής δημιουργείται μια καμπύλη όπου είναι γνωστή σαν καμπύλη άνωσης. Σε αυτήν την περιοχή, το ρευστό μετακινείται ομαλά πάνω στην αεροτομή και προσαρτάται στο μεγαλύτερο μέρος της επιφάνειάς της. Καθώς η γωνία προσβολής μεγαλώνει, η ροή τείνει να αποχωριστεί το πάνω μέρος της αεροτομής δημιουργώντας μία περιοχή διέγερσης κάτω από την αεροτομή. Το αποτέλεσμα αυτής της διαφορετικής ροής σε μεγάλες γωνίες προσβολής, είναι η σχετικά μικρή μείωση της άνωσης και μεγάλης αύξησης της αντίστασης του αέρα.



Σε τέτοιες περιπτώσεις έχουμε το φαινόμενο της απώλειας στήριξης (stall) του φτερού. Η μεγαλύτερη τιμή του c_l έρχεται συνήθως ακριβώς πριν την απώλεια στήριξης. Εξετάζοντας το άλλο άκρο της καμπύλης, η άνωση για $\alpha = 0$ είναι πεπερασμένη. Επίσης η άνωση γίνεται 0 μόνο όταν η γωνία α αποκτάει μια συγκεκριμένη αρνητική γωνία. Η τιμή του α όταν η άνωση γίνεται ίση με το μηδέν καλείται γωνία προσβολής μηδενικής άνωσης και συμβολίζεται με $\alpha_{L=0}$. Για μία συμμετρική αεροτομή το $\alpha_{L=0}$ με θετική κύρτωση πτερυγίου το $\alpha_{L=0}$ παίρνει αρνητικές τιμές συνήθως από -2.0° έως -3.0° .

Το γεγονός ότι οι αεροτομές έχουν ένα μέγιστο συντελεστή άνωσης έχει ως αποτέλεσμα ότι υπάρχει μία ελάχιστη τιμή ταχύτητας, που ονομάζεται ταχύτητα απώλειας στήριξης για ένα αεροσκάφος όπου αυτό έχει την μέγιστη άνωση και απλώς στηρίζει το ίδιο του το βάρος (W).

Έτσι έχουμε:

$$L = W = (C_{L,max}) \left(\frac{1}{2} \rho_\infty U_{stall}^2 \right) S$$

³ Η συνηθισμένη πρακτική είναι να χρησιμοποιούμε κεφαλαία γράμματα (π.χ. C_L) για πλήρως τρισδιάστατα σχήματα και μικρά γράμματα (π.χ. c_l) για δισδιάστατα σχήματα.

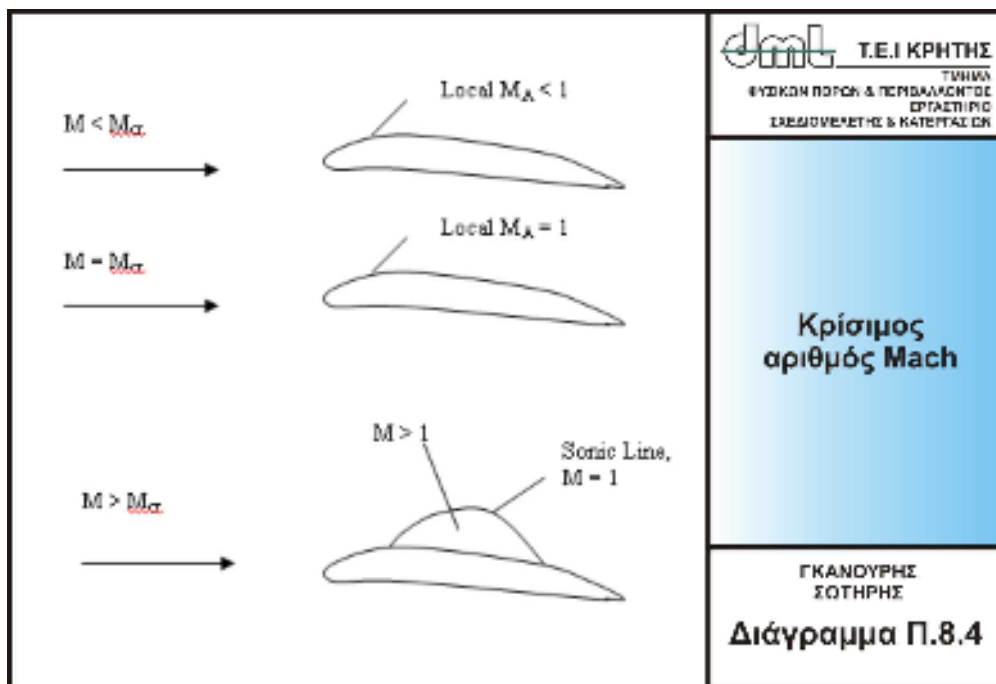
Γι' αυτό τον λόγο

$$U_{stall} = \sqrt{\frac{2W}{\rho(C_{L,max})S}}$$

Μάλιστα, η ταχύτητα αυτή είναι η μικρότερη ταχύτητα απογείωσης για ένα αεροσκάφος.

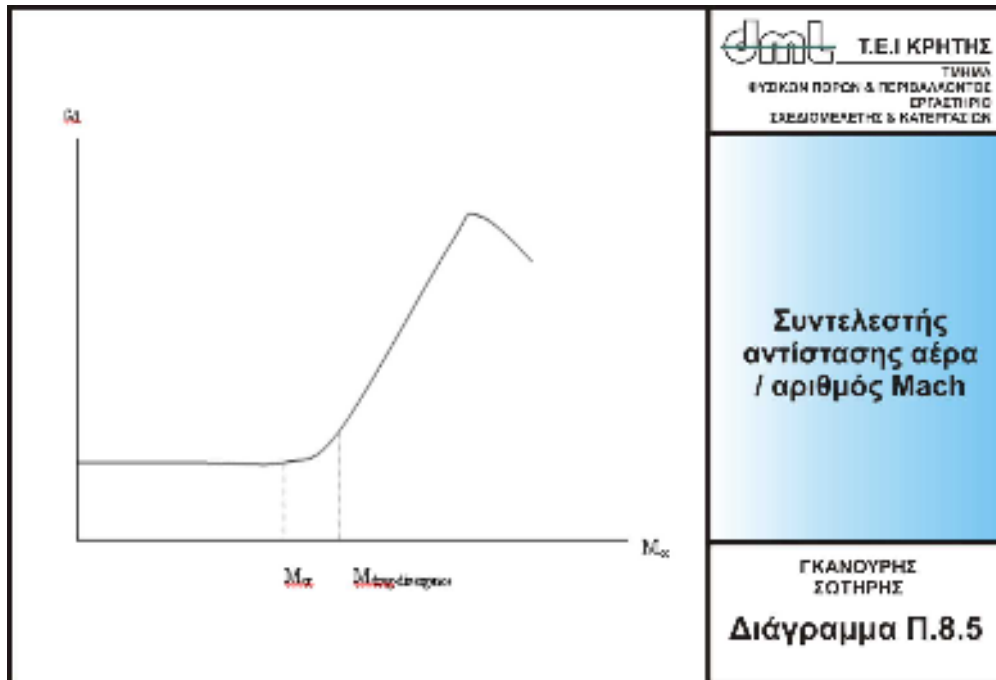
Κρίσιμος αριθμός Mach.

Καθώς ένα αεροσκάφος κινείται στον αέρα, τα μόρια του αέρα κοντά στο αεροπλάνο μετατοπίζονται και κινούνται γύρω από το αεροπλάνο. Εάν το αεροσκάφος περνάει με μικρή ταχύτητα, τυπικά με λιγότερο από 250 mph, η πυκνότητα του αέρα παραμένει σταθερή. Σε μεγαλύτερες όμως ταχύτητες, κάποια από την ενέργεια του αεροσκάφους χρησιμοποιείται για να συμπιεστεί ο αέρας και να αλλαχτεί τοπικά η πυκνότητά του. Το φαινόμενο αυτό της συμπίεσης του αέρα αλλάζει την συνολική δύναμη που ασκείται στο αεροσκάφος. Το φαινόμενο αυτό γίνεται περισσότερο εμφανές καθώς μεγαλώνει η ταχύτητα. Ο λόγος της ταχύτητας του αεροσκάφους και της ταχύτητας του ήχου στο ρευστό ορίζει το μέγεθος που δημιουργεί όλα αυτά τα φαινόμενα συμπίεσης. Λόγω της σπουδαιότητας του λόγου αυτού, έχουμε ορίσει ένα ειδικό μέγεθος, τον αριθμό Mach προς τιμή του Ernst Mach, ενός φυσικού του 19ου αιώνα που μελέτησε την δυναμική των ρευστών. Ο αριθμός Mach μας επιτρέπει να μελετήσουμε πτητικά συστήματα όπου διαφέρουν τα φαινόμενα συμπίεσης του αέρα. Θεωρούμε μία αεροτομή με ροή μικρής ταχύτητας. Στην διαδικασία της διαστολής στο πάνω μέρος της αεροτομής ο αριθμός Mach M αυξάνεται. Αν θεωρήσουμε σημείο A όπου εκεί έχουμε την μικρότερη πίεση εκεί θα έχουμε και την μεγαλύτερη ταχύτητα. Αυξάνοντας βαθμιαία την ταχύτητα της ροής αυξάνεται επίσης και το M_A . Καθώς αυξάνουμε ακόμα περισσότερο την ταχύτητα της ροής θα φτάσουμε σε μία κατάσταση όπου ο τοπικός αριθμός Mach στο σημείο της ελάχιστης πίεσης είναι 1 ($M_A = 1$). Όταν συμβεί αυτό, η ταχύτητα (αριθμός Mach) ορίζεται σαν *Κρίσιμος Αριθμός Mach* (Critical Mach Number) και συμβολίζεται σαν M_{cr} .



Τέλος, ο κρίσιμος αριθμός Mach είναι η ταχύτητα της ροής όπου συναντάμε την πρώτη ροή με την ταχύτητα του ήχου στην επιφάνεια της αεροτομής. Συνάμα ο συντελεστής πίεσης c_p όταν ο αριθμός Mach είναι 1, είναι γνωστός σαν *κρίσιμος συντελεστής πίεσης*.

Βλέποντας το διάγραμμα Π.8.5 όπου μας δίνει ένα τυπικό διάγραμμα συντελεστή αντίστασης του αέρα με την ταχύτητα της ροής σε μία συγκεκριμένη γωνία προσβολής. Ξεκινώντας με ταχύτητες αρκετά κάτω της ταχύτητας του ήχου ($M=1$) καθώς αυξάνεται η ταχύτητα της ροής παρατηρείται ότι ο συντελεστής αντίστασης του αέρα παραμένει σταθερός μέχρι τον κρίσιμο αριθμό Mach. Καθώς αυξάνεται η ταχύτητα της ροής λίγο παραπάνω από τον κρίσιμο αριθμό Mach εμφανίζετε μία πεπερασμένη υπερηχητική ροή στην αεροτομή όπως φαίνεται στο διάγραμμα Π.8.5. Αυξάνοντας περαιτέρω την ταχύτητα της ροής υπάρχει ένα σημείο όπου ο συντελεστής τριβής αυξάνεται απότομα. Η τιμή της ταχύτητας της ροής σε εκείνο το σημείο όπου ξεκινάει η απότομη αύξηση της αντίστασης του αέρα ονομάζεται *ταχύτητα απόκλισης αντίστασης*. Σε αριθμούς μεγαλύτερους της ταχύτητας $M_{\text{drag-divergence}}$ ο συντελεστής αντίστασης του αέρα γίνεται αρκετά μεγάλος και μπορεί να αυξηθεί και κατά 10 φορές ή περισσότερο (διάγραμμα Π.8.5).



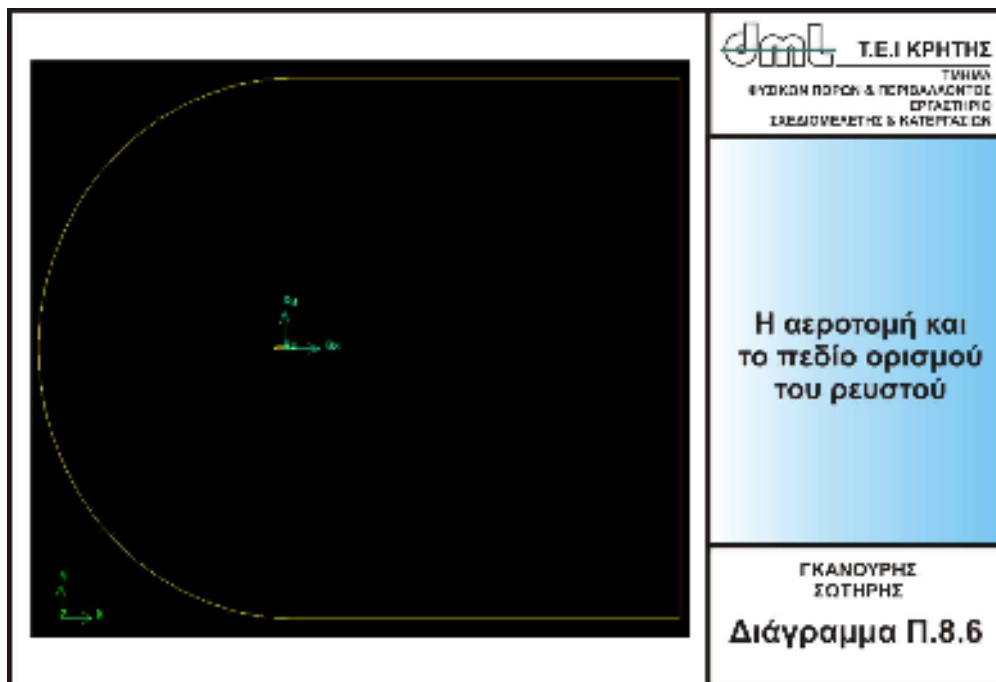
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Περίληψη

Σε αυτή την άσκηση μοντελοποιείται η ροή ενός ρευστού σε μία αεροτομή. Το ρευστό θεωρείται δισδιάστατο. Το μήκος της αεροτομής είναι 0,4036 m. Μπορούμε να επιλέξουμε μεταξύ 3 τύπων πλέγματος (αραιό, σχετικά αραιό, πυκνό). Επίσης έχουμε την επιλογή για δύο τύπους ροής (τυρβώδη και στρωτή). Τα στοιχεία του αέρα είναι ιδανικά για τους υπολογισμούς της πυκνότητας. Σαν οριακές συνθήκες ορίζονται η θερμοκρασία και η πίεση στον χώρο, ο αριθμός Mach και η γωνία προσβολής (πρόσπτωσης). Η άσκηση δίνει τα αποτελέσματα της διαμηθικής τάσης, του συντελεστή τριβής, του συντελεστή άνωσης και του συντελεστή αντίστασης του αέρα. Επίσης έχουμε διαγράμματα της πίεσης, της τριβής και της διαμηθικής τάσης. Τέλος μπορούν να παραχθούν κατανομές της πίεσης, της ταχύτητας, της θερμοκρασίας, του αριθμού Mach, της τυρβώδης κινητικής ενέργειας και της συνάρτησης της ροής. Συνάμα υπάρχει η δυνατότητα να παραχθεί το διανυσματικό διάγραμμα της ταχύτητας κατά μήκος της αεροτομής.

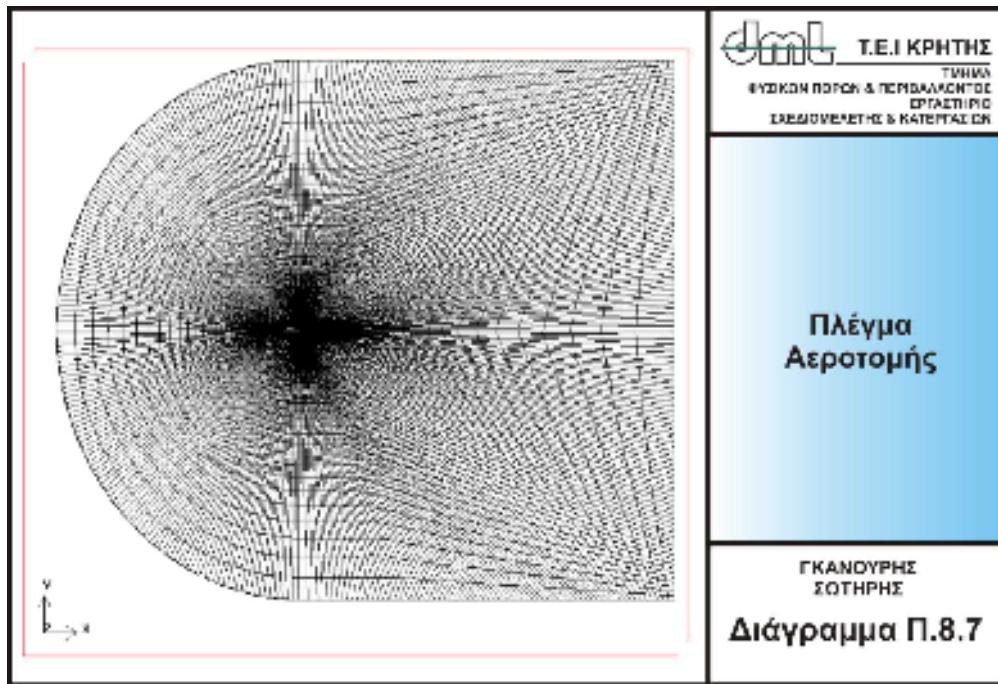
Μοντελοποίηση

Η αεροτομή έχει προεπιλεγμένο μήκος χορδής ίσο με 0,4036 m. Το πεδίο ορισμού της άσκησης έχει μήκος $L = 12,5$ m και φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



Πλέγμα

Στην άσκηση μπορεί να γίνει επιλογή μεταξύ 3 τύπων πλέγματος (αραιό, σχετικά αραιό, πυκνό). Όσο πιο πολύπλοκος τύπος πλέγματος επιλεχθεί, τόσο περισσότερη λεπτομέρεια έχουμε και τόσο πιο πολλούς υπολογισμούς χρειάζεται να γίνουν από το πρόγραμμα για να φτάσει σε επιθυμητό αποτέλεσμα. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το σχήμα του πλέγματος γύρω από την αεροτομή.



Παρατηρούμε πως πιο κοντά στην αεροτομή το πλέγμα είναι πιο πυκνό καθώς σε εκείνα τα σημεία ενδιαφέρει περισσότερο η λεπτομέρεια.

Φυσικά χαρακτηριστικά του μοντέλου

Μπορούμε να επιλέξουμε μεταξύ μη-ιξώδους (inviscid) ή ιξώδους ροής (viscous) για το μοντέλο (διάγραμμα Π.8.8).

The screenshot displays a configuration window for the physical model. The 'Physics Form' section is highlighted in blue. Under 'Viscous Condition', there are two radio button options: 'Inviscid' (selected with a white diamond) and 'Viscous' (unselected with a red diamond). Below this are input fields for 'Boundary Condition' and 'Materials'. At the bottom of the window are three buttons: '<Back', 'Reset', and 'Next>'. The interface footer contains the following text:

- dml T.E.I. ΚΡΗΤΗΣ
- ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ & ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΧΕΔΙΟΜΕΛΕΤΗΣ & ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΩΝ
- Φυσικά χαρακτηριστικά μοντέλου
- ΓΚΑΝΟΥΡΗΣ ΣΩΤΗΡΗΣ
- Διάγραμμα Π.8.8


Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει τις οριακές συνθήκες για το μοντέλο (διάγραμμα Π.8.9).

The image shows a software dialog box titled "Boundary Condition". It contains four input fields: "Far Field Pressure" with the value 40000 and unit Pa, "Far Field Temperature" with the value 250 and unit K, "Mach No" with the value 0.6, and "Angle of Attack(in degrees)" with the value 0. Below these fields are two buttons: "Reset" and "OK". At the bottom of the dialog, there is a footer area with logos and text: "dml T.E.I ΚΡΗΤΗΣ", "ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΧΕΔΙΟΜΕΛΕΤΗΣ & ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΩΝ", "Οριακές συνθήκες μοντέλου", and "ΓΚΑΝΟΥΡΗΣ ΣΩΤΗΡΗΣ Διάγραμμα Π.8.9".

Συγκεκριμένα ορίζουμε την πίεση(40.000Pa) και την θερμοκρασία (250K) στο πεδίο όπου το φαινόμενο είναι ανεξάρτητο της απόστασης από την αεροτομή, τον αριθμό Mach (0.6) και την γωνία προσβολής (0) σε μοίρες.

Στην συνέχεια περνάμε στην επίλυση του μοντέλου όπου μας ζητούνται οι επαναλήψεις και η συνθήκη σύγκλισης. Για να φτάσουμε στο επιθυμητό αποτέλεσμα μας ζητούνται οι δύο αυτοί όροι από τους οποίους μας ενδιαφέρει να επαληθευθεί ο ένας. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η συνθήκη σύγκλισης είναι 0.001 και οι επαναλήψεις είναι 10000.

Στα μοντέλα αυτά δεν μπορούμε να έχουμε ένα συγκεκριμένο αποτέλεσμα λόγω της πολυπλοκότητάς τους και έτσι χρησιμοποιούμε την συνθήκη σύγκλισης για να φτάσουμε προσεγγιστικά στο αποτέλεσμα που μας ενδιαφέρει. Για να αποφύγουμε έναν πιθανό ατέρμονα βρόγχο σε περίπτωση που η συνθήκη σύγκλισης δεν επαληθευτεί, ορίζουμε και έναν μέγιστο αριθμό επαναλήψεων (iterations) που μπορούν να εκτελεστούν. Η επίλυση θα έρθει όταν ένας από τους δύο αυτούς παράγοντες επαληθευτεί. Αυτό σημαίνει ότι είτε ότι θα γίνουν χ επαναλήψεις στον υπολογισμό του μοντέλου είτε ότι θα επαληθευτεί ο συντελεστής απόκλισης (διάγραμμα Π.8.10).


Solve Form		
Iterations	<input type="text" value="10000"/>	
Convergence Limit	<input type="text" value="0.001"/>	
<input checked="" type="checkbox"/> New <input checked="" type="checkbox"/> Restart		
<input style="width: 100px;" type="button" value=" < Back "/> <input style="width: 100px;" type="button" value=" Reset "/> <input style="width: 100px;" type="button" value=" Iterate "/> <input style="width: 100px;" type="button" value=" Next > "/>		
 T.E.I ΚΡΗΤΗΣ <small>ΤΜΗΜΑ ΕΥΣΚΟΠΗ ΠΟΡΩΝ & ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΟΜΕΛΕΤΗΣ & ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΩΝ</small>	Επίλυση μοντέλου	ΓΚΑΝΟΥΡΗΣ ΣΩΤΗΡΗΣ Διάγραμμα Π.8.10

Υπολογισμός μοντέλου και αναφορά αποτελεσμάτων

Όταν το μοντέλο μας υπολογιστεί τότε έχουμε την παρακάτω φόρμα με τα αποτελέσματα (διάγραμμα Π.8.11).

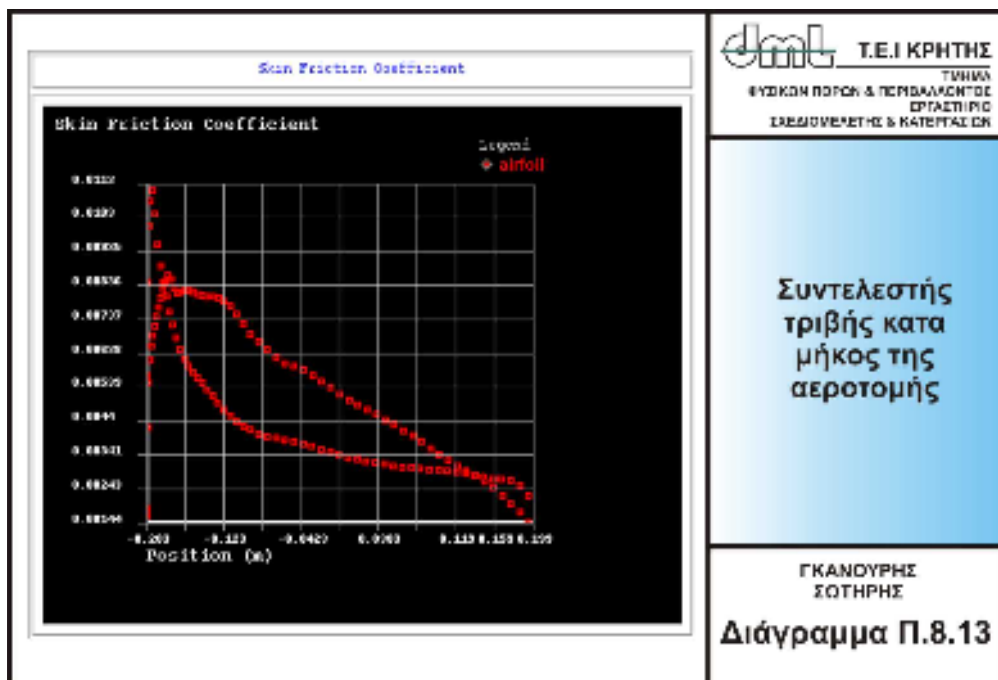
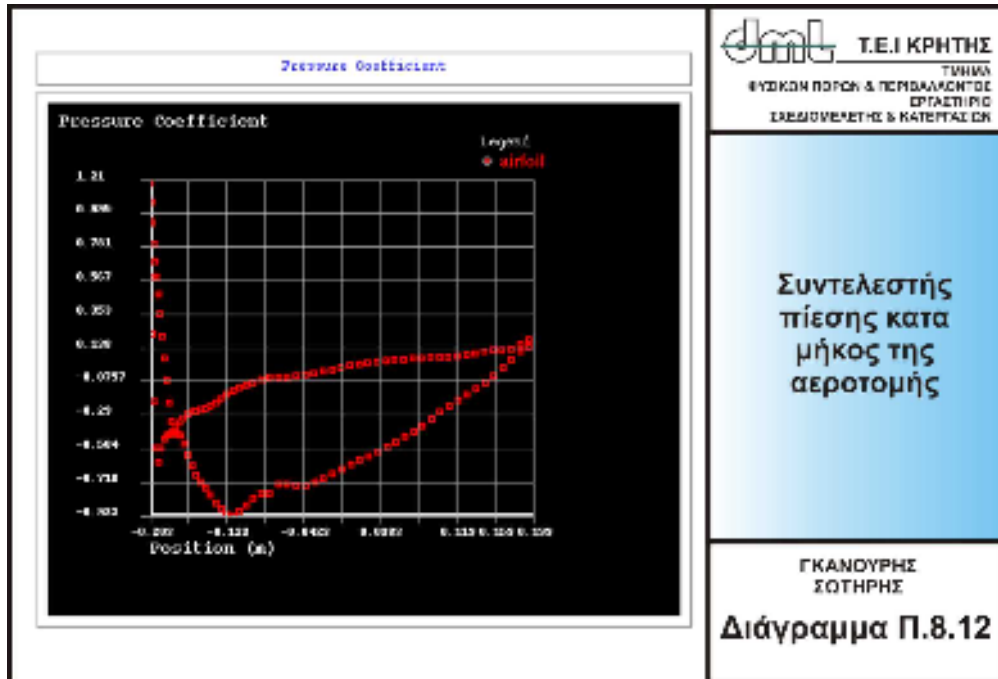
Συγκεκριμένα :

- Διατμητική τάση(σε Pa)⁴
- Συντελεστής τριβής
- Συντελεστής Δυναμικής Άνωσης
- Συντελεστής αντίστασης του αέρα

Reports Form		
Wall Shear Stress	<input type="text" value="46.4539"/>	<input type="text" value="Pa"/>
Skin Friction Factor	<input type="text" value="0.00460913"/>	
Coefficient of Lift	<input type="text" value="4.99233e-005"/>	
Coefficient of Drag	<input type="text" value="3.70568e-006"/>	
XY Plots		
<input type="text" value="Pressure Coefficient"/>		<input type="button" value="Plot"/>
<input style="width: 100px;" type="button" value=" < Back "/>		<input style="width: 100px;" type="button" value=" Close "/>
 T.E.I ΚΡΗΤΗΣ <small>ΤΜΗΜΑ ΕΥΣΚΟΠΗ ΠΟΡΩΝ & ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΟΜΕΛΕΤΗΣ & ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΩΝ</small>	Αναφορά αποτελεσμάτων μοντέλου	ΓΚΑΝΟΥΡΗΣ ΣΩΤΗΡΗΣ Διάγραμμα Π.8.11

⁴ Διαθέσιμο μόνο σε στρωτή ροή

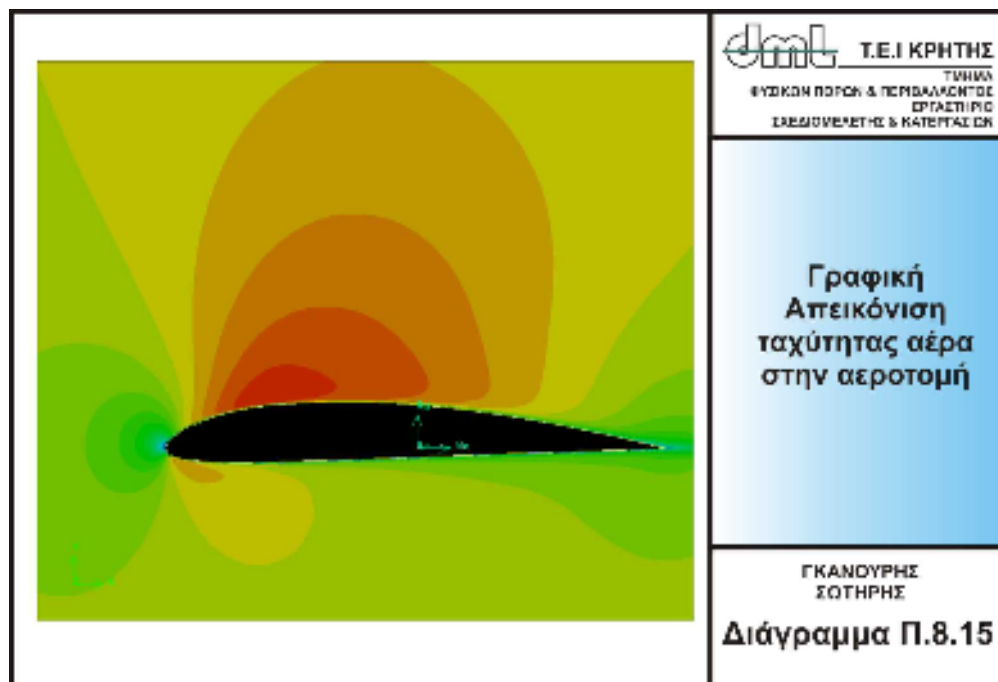
Το FlowLab πέρα από την επεξεργασία των παραπάνω αποτελεσμάτων παράγει και κάποια διαγράμματα. Συγκεκριμένα παίρνουμε τα διαγράμματα του συντελεστή πίεσης, του συντελεστή τριβής και της διαμητικής τάσης κατά μήκος της αεροτομής.





Στο διάγραμμα Π.8.12 βλέπουμε τις πιέσεις στο πάνω και στο κάτω μέρος της αεροτομής. Παρατηρούμε ότι στο πάνω μέρος της αεροτομής η στατική πίεση μειώνεται καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του αέρα (μαζί με την δυναμική πίεση). Ενώ στο κάτω μέρος της αεροτομής η στατική πίεση έχει μία απότομη μείωση στην αρχή της και μετά αυξάνεται σταδιακά όπου και εξισορροπείται στην ουρά της αεροτομής μαζί με την πίεση στο πάνω μέρος. Το μοντέλο αυτό δίνει την δυνατότητα στον χρήστη να υπολογίσει τον συντελεστή άνωσης σε διάφορες γωνίες προσβολής.

Γραφική απεικόνιση (Contour Plot)



Στο περίγραμμα Π.8.15 που μας δίνει επιλογή να μελετήσουμε το Flowlab μπορούμε να δούμε με γραφική απεικόνιση τις ταχύτητες του αέρα που αναπτύσσονται πάνω και κάτω από την αεροτομή. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα όσο πιο σκούρο είναι το χρώμα τόσο πιο μεγάλη ταχύτητα παρουσιάζεται στην αεροτομή.

Ασκήσεις:

1. Επαναλάβετε την διαδικασία μοντελοποίησης για αριθμό Mach 0.6 σε γωνία προσβολής 0 μοίρες.
2. Για την ίδια πίεση, θερμοκρασία και αριθμό Mach, διαφοροποιήστε την γωνία προσβολής σε ένα πεδίο από -5 έως 20 μοίρες. Παρατηρήστε το φαινόμενο που προκύπτει από τις διαφορετικές γωνίες προσβολής και σχεδιάστε ένα διάγραμμα τις γωνίας προσβολής με τον συντελεστή άνωσης.
3. Επαναλάβετε την διαδικασία μοντελοποίησης για αριθμούς Mach από 0.3 έως 0.9, και για κάθε φορά με διαφορετική γωνία προσβολής. Τι παρατηρείτε?
4. Τι συμβαίνει στους συντελεστές άνωσης και αντίστασης όταν αλλάζουν η θερμοκρασία και η πίεση?