

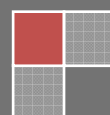


**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΔΡΙΤΣΑΣ ΙΩΑΝΝΗΣ**  
ΑΜ:4576

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**  
**ΚΟΣΜΑΣ ΠΑΞΙΝΟΣ**

**OFFICE**  
**ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ**



## Περιεχόμενα

<b>Πρόλογος.....</b>	<b>3</b>
<b>1. Προγραμματισμός και έλεγχος παραγωγής</b>	
1.1. Εισαγωγή.....	5
1.2. Κέντρο Εργασίας, Εργασίες και Ανθρώπινοι Πόροι.....	8
1.2.1 Κέντρο εργασίας.....	8
1.2.2 Κατηγορίες κέντρων εργασιών.....	8
1.2.3 Εργασίες, πόροι, κανόνες/περιορισμοί και κριτήρια.....	9
1.2.4 Κατηγορίες Εργασιών Και Πόρων.....	10
1.2.4.1 Κατηγορίες Εργασιών.....	10
1.2.4.2 Κατηγορίες Πόρων.....	11
1.2.4.3 Κατηγορίες Προβλημάτων.....	12
1.3. Λειτουργίες και Στόχοι του Προγραμματισμού.....	13
1.3.1 Λειτουργίες χρονικού προγραμματισμού.....	13
1.3.2 Στόχοι χρονικού προγραμματισμού.....	13
1.3.3 Κριτήρια αξιολόγησης μεθόδων χρονικού προγραμματισμού.....	14
1.4. Προγραμματισμός σε job-shop Συστήματα.....	16
1.4.1 Το πρόβλημα προγραμματισμού n/1 συστημάτων.....	16
1.4.2 Το Πρόβλημα Προγραμματισμού N/N Συστήματος (Ανάθεσης)....	26
1.4.3 Το Πρόβλημα Προγραμματισμού N/M Συστήματος .....	31
1.5. Προγραμματισμός σε flow-shop Συστήματα.....	38
1.6. Προγραμματισμός σε Συστήματα Παραγωγής σε Παρτίδες.....	41
1.7. Προγραμματισμός Ανθρώπινων Πόρων.....	43
1.7.1 Εβδομαδιαίος Προγραμματισμός Προσωπικού.....	43
1.7.2 Ημερήσιος προγραμματισμός προσωπικού.....	47
1.7.3 Ωριαίος προγραμματισμός προσωπικού.....	48
1.7.3.1 Κυκλικά Προγράμματα.....	48
1.7.3.2 Κυκλικά Προγράμματα.....	50
1.8. Έλεγχος Παραγωγικής Διαδικασίας (Shop Floor Control).....	53
1.8.1 Λειτουργίες του έλεγχου της παραγωγικής διαδικασίας.....	53
1.8.2 Εργαλεία του έλεγχου της παραγωγικής διαδικασίας.....	54
<b>2. Συγκεντρωτικός προγραμματισμός παραγωγής</b>	
2.1 Εισαγωγή στο Συγκεντρωτικό Προγραμματισμό.....	57
2.2 Το Πρόβλημα Συγκεντρωτικού Προγραμματισμού.....	58
2.3 Γραφικές μέθοδοι.....	60
2.3.1 Πρόγραμμα Σταθερού ρυθμού παραγωγής.....	61
2.3.2 Πρόγραμμα Διορθωμένου σταθερού ρυθμού παραγωγής.....	63

2.3.3	Πρόγραμμα Ελαχίστου Αποθέματος.....	66
2.3.4	Πρόγραμμα Σταθερής Εργατικής Δύναμης.....	68
2.4	Μαθηματικές μέθοδοι.....	71
2.4.1	Γραμμικές σχέσεις κόστους.....	71
2.4.2	Εναλλακτικές δυνατότητες με μη γραμμικές σχέσεις κόστους.....	73
2.4.3	Μέγεθος παραγωγής και αποθεμάτων με πρόσθετο κόστος από τη μεταβολή του ρυθμού παραγωγής.....	75
2.4.4	Μέγεθος παραγωγής και αποθεμάτων με δυνατότητα ικανοποίησης της ζήτησης με καθυστέρηση.....	76
2.5	Βέλτιστος Συγκεντρωτικός Προγραμματισμός(Μέθοδος Simplex).....	78
2.5.1	Παράδειγμα Γραμμικού Μοντέλου.....	81
2.5.2	Σχολιασμός του Γραμμικού Μοντέλου.....	82
2.6	Μέθοδοι αναζήτησης.....	85

### **3. Παράδειγμα συγκεντρωτικού προγραμματισμού**

3.1	Το πρόβλημα.....	86
3.2	Λύση με την εφαρμογή WinQSB.....	86
3.2.1	Εισαγωγή στο WinQSB.....	86
3.2.2	Λύση με το WinQSB.....	87
3.3	Λύση με την εφαρμογή QSB(dos).....	94

## Πρόλογος

Ο Συγκεντρωτικός Προγραμματισμός Παραγωγής (Aggregate Production Planning) είναι η δραστηριότητα με την οποία καθορίζεται το πρόγραμμα (πλάνο) παραγωγής συγκεντρωτικά, δηλαδή για το σύνολο των προϊόντων ενός παραγωγικού συστήματος και για το σύνολο των περιόδων. Μια γρήγορη ιστορική αναδρομή θα μας δώσει να καταλάβουμε πως δημιουργήθηκε αυτό το σύστημα.

Οι Box και Jenkins (1970) εισήγαγαν μια προηγμένη τεχνική για την πρόβλεψη χρονοσειρών που εκμεταλλευόταν πιθανές εξαρτήσεις μεταξύ των τιμών των χρονοσειρών από περίοδο σε περίοδο. Οι Holt et al. (1960) παρουσίασαν την πρώτη ολοκληρωμένη περιγραφή μιας μεθόδου για την επίλυση προβλημάτων συγκεντρωτικού προγραμματισμού (aggregate planning) και την εφαρμογή της σε μια βιομηχανία παραγωγής χρωμάτων. Ο συγκεντρωτικός προγραμματισμός σχετίζεται στενά με τον ιεραρχικό προγραμματισμό παραγωγής (hierarchical production planning) που εισήγαγαν οι Hax και Meal (1975). Το πρώτο βιβλίο θεωρίας ελέγχου αποθεμάτων εκδόθηκε από τον Whiting (1953).

Το θέμα της εργασίας πραγματοποιείται ως εργαστηριακή άσκηση του μαθήματος Οργάνωση και Διοίκηση Βιομηχανικών Επιχειρήσεων. Η εργασία έχει ως σκοπό την εκμάθηση του προγράμματος, μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή, της παραγωγικής διαδικασίας σε μια βιομηχανική επιχείρηση. Με αυτό το πρόγραμμα μας δίνεται η δυνατότητα να υπολογίσουμε το κόστος παράγωγης αλλά και το βέλτιστο χρονικό διάστημα που χρειάζεται για να πραγματοποιηθούν οι εργασίες ώστε να ανταποκριθούν στη ποσότητα της ζήτησης.

Στο 1<sup>ο</sup> κεφάλαιο παρουσιάζεται γενικότερα ο χρονικός προγραμματισμός παραγωγής και τα συστήματα από τα οποία αποτελείται και αφορούν κατά κόρον προβλήματα διοίκησης έργου.

Στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο αναλύεται ο Συγκεντρωτικός προγραμματισμός ή ο Συνολικός σχεδιασμός παράγωγης. Περιέχει όλες τις μεθόδους που θα χρειαστεί κανείς στη λύση ενός προβλήματος σχεδιασμού παραγωγής και αυτό το καθιστά σημαντικό.

Το 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο περιέχει εικόνες από δύο προγράμματα ηλεκτρονικού υπολογιστή (το WinQSB και το QSB.dos). Αυτές μας δείχνουν αναλυτικά τα βήματα που πρέπει να ακολουθήσουμε για την λύση ενός προβλήματος ζήτησης μιας βιομηχανικής επιχείρησης. Έχουμε και την δυνατότητα να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των 2 προγραμμάτων ως προς το κόστος της παραγωγικής διαδικασίας.

## 1.1 Εισαγωγή

Τα συστήματα παραγωγής μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις βασικές κατηγορίες: τα συστήματα συνεχούς ροής (flow-shop), τα συστήματα παραγωγής κατά παραγγελία (job-shop) και τα συστήματα κατασκευής έργων (projects). Εκτός από το στρατηγικό πρόβλημα του μακροπρόθεσμου σχεδιασμού της δυναμικότητας αυτών των συστημάτων παραγωγής, τίθεται το πρόβλημα του βραχυπρόθεσμου προγραμματισμού των απαιτούμενων πόρων, δηλαδή του μηχανολογικού εξοπλισμού, του ανθρώπινου δυναμικού καθώς και των οικονομικών πόρων, ώστε τα συστήματα να εκπληρώνουν τους στόχους τους, ανταποκρινόμενα στη ζήτηση των προϊόντων τους.

Στις επόμενες παραγράφους θα εξεταστεί το ζήτημα του βραχυπρόθεσμου προγραμματισμού της παραγωγής στην περίπτωση των δυο πρώτων κατηγοριών συστημάτων παραγωγής, δηλαδή στα συστήματα συνεχούς ροής flow-shop και κατά παραγγελία job-shop. Ο προγραμματισμός συστημάτων κατασκευής έργων (projects) αποτελεί ξεχωριστό κομμάτι του χρονικού προγραμματισμού δεν θα αναλυθεί στο παρόν κεφάλαιο.

Σε ένα σύστημα, ο προγραμματισμός της γραμμής παραγωγής επηρεάζει άμεσα τη ροή των οικονομικών εισροών στο σύστημα (work flow=cash flow). Ο σωστός χρονικός προγραμματισμός της παραγωγής αποτελεί σημαντικό στοιχείο για την αύξηση των οικονομικών εισροών στο σύστημα. Αντίθετα, οι μεγάλες καθυστερήσεις σε ένα συστήματα παραγωγής αποτελούν τροχοπέδη για τα οικονομικά αποτελέσματα. Σε γενικές γραμμές, οι αντικειμενικοί σκοποί του χρονικού προγραμματισμού της παραγωγής είναι:

- η αποτελεσματική χρησιμοποίηση μηχανών, προσωπικού, και
- η ελαχιστοποίηση του χρόνου αναμονής πελατών, αποθήκευσης και χρόνου εκτέλεσης.

Το κοινό χαρακτηριστικό πολλών προβλημάτων που παρουσιάζονται στον προγραμματισμό παραγωγής, (όπως για παράδειγμα η προετοιμασία μηνιαίου πλάνου παραγωγής μιας αυτοκινητοβιομηχανίας, η διαχείριση πρώτων υλών μιας εταιρείας τροφίμων ή ο προγραμματισμός του συνόλου των πτήσεων μιας μεγάλης αεροπορικής εταιρείας) είναι η επιτακτική ανάγκη για ορθή λήψη ανεξάρτητων στοιχειωδών αποφάσεων, ο συνδυασμός των οποίων θα αποτελέσει τη βέλτιστη λύση στο πρόβλημα του προγραμματισμού.

Για την διευκόλυνση στη λήψη των σωστών αποφάσεων, στις περιπτώσεις όπου η υπολογιστική πολυπλοκότητα θεωρείται ως κυρίαρχο χαρακτηριστικό του προβλήματος, έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνικές βελτιστοποίησης. Για πολλές περιπτώσεις προβλημάτων της παραγωγής (όπως για παράδειγμα τα προβλήματα πολυκριτηριακών αποφάσεων), η επίλυση έγκειται αποκλειστικά και μόνο σε επιτυχή εφαρμογή τέτοιων τεχνικών βελτιστοποίησης. Ο αριθμός των εφαρμογών πληροφορικής, οι οποίες περιλαμβάνουν χαρακτηριστικά τεχνικών βελτιστοποίησης, αυξάνεται σταθερά. Αυτό οφείλεται κυρίως στη διαρκή τεχνολογική εξέλιξη αλλά και στην αυξανόμενη προσδοκία για ενίσχυση του οπλοστασίου της επιχειρησιακής έρευνας. Οι τεχνικές βελτιστοποίησης έκαναν την εμφάνισή τους στο πεδίο του

διοικητικού προγραμματισμού με την ευρεία χρήση μοντέλων γραμμικού προγραμματισμού.

Για την δημιουργία και την εφαρμογή τέτοιων τεχνικών βελτιστοποίησης, κάθε πρόβλημα χρονικού προγραμματισμού ορίζεται από μια σειρά παραμέτρων, όπως η διαθέσιμη δυναμικότητα του συστήματος, οι απαιτήσεις για παραγωγή, που καθορίζονται από τη ζήτηση των προϊόντων και διάφοροι τεχνολογικοί και άλλοι περιορισμοί. Με βάση αυτές τις παραμέτρους ζητείται η καλύτερη δυνατή τιμή μιας συνάρτησης κόστους (ή οφέλους), δηλαδή η τιμή εκείνη που αντιστοιχεί στην καλύτερη δυνατή επιλογή κάποιων μεταβλητών απόφασης. Οι μεταβλητές απόφασης μπορεί να αφορούν το μέγεθος μιας παρτίδας παραγωγής, τη σειρά εκτέλεσης των παραγγελιών, την ανάθεση συγκεκριμένων παραγγελιών σε συγκεκριμένες μηχανές κλπ. Έτσι, από ένα σύνολο εφικτών προγραμμάτων, ζητείται το καλύτερο, αν και συχνά ο καθορισμός του είναι ανέφικτος, οπότε το ζητούμενο είναι να βρεθεί ένα πρόγραμμα, το οποίο θα είναι καλό και θα ικανοποιεί κάποια συγκεκριμένα κριτήρια που απαιτούνται από τον πελάτη ή από το ίδιο το σύστημα.

Ειδικότερα, για την επίλυση ενός προβλήματος χρονικού προγραμματισμού, απαιτούνται αρχικά πληροφορίες σχετικά με τις απαιτήσεις για την παραγωγή των προϊόντων. Αυτές μπορούν να προκύψουν από τις παραγγελίες των πελατών, εάν αυτές είναι ήδη γνωστές, ή από προβλέψεις για τις μελλοντικές παραγγελίες. Οι απαιτήσεις αυτές μεταφράζονται με τη σειρά τους σε απαιτήσεις για παραγωγικούς πόρους, μέσω των πινάκων υλικών, των παραγγελιών ή των προβλέψεων παραγγελιών των πελατών. Έτσι γίνεται εκτίμηση για τα χαρακτηριστικά και τον αριθμό των μηχανών που απαιτούνται, για τις διεργασίες και τη σειρά που θα γίνουν, για τους χρόνους επεξεργασίας στις μηχανές, τις προθεσμίες παράδοσης των παραγγελιών και, γενικά, τους χρόνους παραγωγής.

Σημαντικοί παράγοντες στο πρόβλημα του χρονικού προγραμματισμού παραγωγής είναι οι περιορισμοί και οι κανόνες του συστήματος, που αφορούν τη δυναμικότητα σε διαθέσιμο παραγωγικό εξοπλισμό, τις απαιτήσεις για τη συντήρηση και το στήσιμο των μηχανών, την εκπλήρωση των απαιτήσεων που ορίζει η εκάστοτε τεχνολογία των μηχανημάτων και τα δεδομένα του προγράμματος παραγωγής για το συνολικό επίπεδο της παραγωγής, του ανθρώπινου δυναμικού και των αποθεμάτων.

Τέλος, η συνάρτηση κόστους/ οφέλους, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, αφορά την εκπλήρωση κάποιων κριτηρίων που μπορεί να αναφέρονται στην γρηγορότερη εξυπηρέτηση των πελατών, στο συνολικό κόστος παραγωγής, στην αποτελεσματικότερη αξιοποίηση της διαθέσιμης δυναμικότητας κλπ. Έτσι, ένα πρόγραμμα παραγωγής είναι καλύτερο από ένα άλλο αν το πρώτο ικανοποιεί σε μεγαλύτερο βαθμό τα κριτήρια που έχουν τεθεί (π.χ. ικανοποιούνται ταχύτερα οι παραγγελίες), το οποίο κρίνεται με βάση την τιμή που παίρνει αντίστοιχα η συνάρτηση κόστους/ οφέλους.

Στις επόμενες παραγράφους θα αναλυθούν τα χαρακτηριστικά των προβλημάτων προγραμματισμού που έχουν άμεση σχέση με την επιλογή τεχνικών

βελτιστοποίησης για την καλύτερη εκπλήρωση των ζητούμενων κριτηρίων. Συγκεκριμένα, γίνεται περιγραφή των χαρακτηριστικών αρχικά των εργασιών (tasks) που απαιτούνται να εκτελεστούν στο σύστημα και στη συνέχεια των διαθέσιμων πόρων (resources) των παραγωγικών συστημάτων και δίνονται σχετικά παραδείγματα πραγματικών προβλημάτων.

Η επίλυση μεγάλων προβλημάτων του προγραμματισμού εργασιών σε τακτικό ή επιχειρησιακό επίπεδο απαιτεί την ανάπτυξη συνθετότερων και ευφυέστερων μοντέλων, τυπικά παραδείγματα των οποίων είναι τα μοντέλα χρονοδρομολόγησης (scheduling) και προγραμματισμού διαδρομής (routing). Προβλήματα βραχυπρόθεσμου ορίζοντα, είναι δυνατό να αντιστοιχούν σε μοντέλα με τεράστιο αριθμό περιορισμών, εξαιρετικά υψηλή πολυπλοκότητα και έλλειψη γραμμικότητας. Πολλές από τις μεταβλητές είναι δυνατό να είναι διακριτές (τυπικά να έχουν δύο πιθανές τιμές), οπότε η επίλυση καθίσταται περαιτέρω δυσχερής. Μοντέλα αυτού του είδους, που βασίζονται σε διακριτές μεταβλητές, κατατάσσονται στην κατηγορία των προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Οι μεταβλητές των προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης αντιπροσωπεύουν αποφάσεις «ναι/όχι» ή άλλη πιθανή εκλογή διακριτών εναλλακτικών. Η ανάλυση της δομής των προβλημάτων αυτών δεν θα αναλυθεί σε αυτό το κεφάλαιο.

Ένας άλλος τομέας προβλημάτων, στην επίλυση των οποίων οι τεχνικές βελτιστοποίησης έχουν συνεισφέρει τα μέγιστα, τόσο σε πρακτικό επίπεδο όσο και σε επίπεδο θεωρητικής αντιμετώπισης, είναι αυτός του προγραμματισμού πόρων. Πρόσφατες εργασίες έχουν δείξει πως η χρήση υβριδικών τεχνικών στην περίπτωση τέτοιων προβλημάτων μπορεί να απλοποιήσει σημαντικά τη διαδικασία επίλυσης με ταυτόχρονη, μάλιστα, βελτίωση της ποιότητας της λύσης. Ως παράδειγμα αναφέρεται ο προγραμματισμός ανθρώπινου δυναμικού μιας βιομηχανίας όπου απαιτείται η επάνδρωση κάθε βάρδιας με τον απαιτούμενο αριθμό ειδικευμένων τεχνιτών αλλά και η εξαγωγή της εβδομαδιαίας απασχόλησης κάθε εργαζομένου ξεχωριστά. Στην περίπτωση αυτή η υβριδοποίηση των τεχνικών συνίσταται στη χρήση γραμμικού προγραμματισμού για την επίλυση του προβλήματος της επάνδρωσης κάθε βάρδιας και λογικού προγραμματισμού με διατύπωση περιορισμών για το πρόβλημα της εβδομαδιαίας απασχόλησης.



## 1.2 Κέντρο Εργασίας, Εργασίες και Ανθρώπινοι Πόροι

### 1.2.1 Κέντρο εργασίας

Κέντρο εργασίας μιας επιχείρησης ονομάζεται η περιοχή στην οποία οι παραγωγικοί πόροι οργανώνονται και οι εργασίες που απαιτούνται για την παραγωγή ολοκληρώνονται. Το κέντρο εργασίας μπορεί να είναι μία μεμονωμένη μηχανή, ένα σύνολο μηχανών ή περιοχή στην οποία μία συγκεκριμένη εργασία λαμβάνει χώρα. Σε ένα σύστημα job-shop, μπορούν να οργανωθούν ανάλογα με τις διεργασίες που εκτελούνται, ενώ σε ένα σύστημα flow-shop ανάλογα με τα προϊόντα. Στην περίπτωση ενός συστήματος job-shop, οι εργασίες χρειάζεται να δρομολογηθούν μεταξύ λειτουργικά οργανωμένων κέντρων εργασίας, έτσι ώστε οι διεργασίες να εκτελεστούν σύμφωνα με τις απαιτούμενες προδιαγραφές.

### 1.2.2 Κατηγορίες κέντρων εργασιών

Τα κέντρα εργασίας, ανάλογα με τα χαρακτηριστικά των μεθόδων προγραμματισμού που εφαρμόζονται, μπορούν να διακριθούν σε διάφορες κατηγορίες όπως αυτές παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Πρώτη κατηγοριοποίηση που ισχύει σχετίζεται με το πως η χωρητικότητα του συστήματος επηρεάζει τον προγραμματισμό. Έτσι διαχωρίζονται σε συστήματα απεριόριστης φόρτωσης (infinite loading) και συστήματα πεπερασμένης φόρτωσης (finite loading). Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν τα συστήματα εκείνα στα οποία δεν λαμβάνεται υπόψη αν υπάρχει η απαιτούμενη διαθεσιμότητα πόρων στο σύστημα για την ολοκλήρωση της εργασίας. Επίσης, δεν λαμβάνεται υπόψη ούτε και η επικείμενη δρομολόγηση της εργασίας στους διαφόρους πόρους του συστήματος. Συχνά, το μόνο που εκτελείται είναι ένας απλός έλεγχος για την διαθεσιμότητα των πιο σημαντικών πόρων που απαιτούνται για την ολοκλήρωση της εργασίας και για το κατά πόσο μπορούν να αντεπεξέλθουν στην ολοκλήρωση της παραγωγής. Αυτό μπορεί να εκτιμηθεί, προσεγγίζοντας το χρόνο εκτέλεσης της εργασίας από τους πόρους καθώς και το χρόνο προετοιμασίας των πόρων. Συνολική εκτίμηση του χρόνου ολοκλήρωσης της εργασίας μπορεί να γίνει μόνο προσεγγιστικά λαμβάνοντας υπόψη τους δύο αυτούς χρόνους.

Στην δεύτερη κατηγορία, των συστημάτων πεπερασμένης φόρτωσης, μελετάται λεπτομερώς ο προγραμματισμός των πόρων του συστήματος για την εκτέλεση της εργασίας, λαμβάνοντας υπόψη τους χρόνους που απαιτούνται από τους πόρους για την εκτέλεση της εργασίας, αλλά και τους χρόνους προετοιμασίας των πόρων. Στην πράξη, καθορίζονται επακριβώς τι θα εκτελείται και από ποιόν πόρο του συστήματος, ανά πάσα στιγμή. Θεωρητικά, σε ένα τέτοιο σύστημα, οι εργασίες που δρομολογούνται στο σύστημα είναι πάντα εφικτό να εκτελεστούν σύμφωνα με τον προγραμματισμό που έχει γίνει γι' αυτές.

Μία άλλη κατηγοριοποίηση που εφαρμόζεται σχετίζεται με το αν ο προγραμματισμός μιας εργασίας γίνεται «προς τα εμπρός» (forward) ή «προς τα πίσω» (backward) στο χρόνο. Στην περίπτωση του «προς τα εμπρός» προγραμματισμού, ο οποίος είναι και ο

πιο κοινά εφαρμόσιμος, το σύστημα παίρνει μία εργασία και στη συνέχεια προγραμματίζεται κάθε διεργασία που απαιτείται να ολοκληρωθεί προς τα εμπρός στο χρόνο. Σε ένα τέτοιο σύστημα, αυτό που μπορεί να προβλεφθεί είναι η ωριότερη ημερομηνία που μπορεί η εργασία να έχει ολοκληρωθεί.

Αντίθετα, στην περίπτωση του «προς τα πίσω» προγραμματισμού, ο προγραμματισμός αρχίζει από μία ημερομηνία στο μέλλον, η οποία συνήθως είναι η απαιτούμενη ημερομηνία παράδοσης και προγραμματίζονται οι διεργασίες που πρέπει να εκτελεστούν με αντίστροφη φορά προς τα πίσω στο χρόνο. Σε ένα τέτοιο σύστημα, αυτό που μπορεί να προβλεφθεί είναι πια ημερομηνία πρέπει να αρχίσει ένα σύστημα έτσι ώστε να έχει ολοκληρωθεί την απαιτούμενη ημερομηνία παράδοσης.

Μία τελευταία κατηγοριοποίηση των κέντρων εργασίας σχετίζεται με τη διαθεσιμότητα σε πόρους που διαθέτει το κέντρο. Συγκεκριμένα, είναι σημαντικό να είναι γνωστό για τον προγραμματισμό του συστήματος εάν το κέντρο θεωρείται ότι είναι πιο πιθανό να έχει περιορισμούς από διαθεσιμότητα σε μηχανήματα (machine limited) σε σχέση με το ανθρώπινο δυναμικό ή το αντίστροφο (labor limited). Στην πράξη, τα περισσότερα συστήματα ανήκουν σε μία από τις δύο περιπτώσεις και πολύ σπάνια ισχύουν και οι δύο περιορισμοί.

### **1.2.3 Εργασίες, πόροι, κανόνες/ περιορισμοί και κριτήρια**

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης του χρονικού προγραμματισμού σε ένα σύστημα αφορούν, εν γένει, στην επίτευξη παραγωγικών στόχων, κατά τον βέλτιστο τρόπο, με την ταυτόχρονη υποχρέωση τήρησης ενός συνόλου περιορισμών. Στη γενική περίπτωση ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης περιλαμβάνει:

- Εργασίες, οι οποίες πρέπει να περατωθούν.
- Πόρους, οι οποίοι απαιτούνται για την εκτέλεση των εργασιών.
- Κανόνες και περιορισμούς, οι οποίοι ανταποκρίνονται σε φυσικά/ παραγωγικά/ λειτουργικά/ οργανωτικά, κ.α. χαρακτηριστικά του προβλήματος και ορίζουν τον τρόπο παραγωγής των εργασιών.
- Κριτήρια, τα οποία επιτρέπουν την αξιολόγηση κάθε προτεινόμενης λύσης.

Κοινά παραδείγματα εργασιών είναι η παραγωγή αγαθών, οι υπηρεσίες και οποιοδήποτε σύνολο επικερδών ή αναγκαίων δράσεων. Στη συνήθη περίπτωση απαιτείται μεγιστοποίηση του πλήθους των εκτελεσθέντων εργασιών.

Ως παράδειγμα πόρων αναφέρονται οι μηχανές, οι άνθρωποι, οι πρώτες ύλες, οι διαστάσεις (χωρητικότητες, όγκους, εμβαδά, αποστάσεις κ.λ.π.) και ο χρόνος. Οι πόροι προς εκτέλεση των εργασιών είναι ως επί το πλείστον πεπερασμένοι, απαιτείται συνεπώς ελαχιστοποίηση της άσκοπης χρήσης τους.

Τόσο οι κανόνες/ περιορισμοί όσο τα κριτήρια είναι στενά συνυφασμένοι με τη φύση του προβλήματος και δεν κατηγοριοποιούνται συστηματικά. Πολλές φορές κάποιοι περιορισμοί ενδέχεται να λειτουργούν ως κριτήρια και το αντίστροφο. Σε αλγοριθμικό επίπεδο η ύπαρξη πολλών περιορισμών διευκολύνει την εύρεση λύσης

καθώς ορίζει αυστηρά την αλληλεξάρτηση των τιμών των μεταβλητών του προβλήματος, περιορίζοντας σημαντικά το χώρο πιθανών λύσεων.

Τέλος, τα κριτήρια ενσωματώνουν τις προτιμήσεις και επιθυμίες της διοίκησης σχετικά με τη παραγωγή. Επίσης, επιτρέπουν την αξιολόγηση των προτεινόμενων λύσεων. Κάποιες φορές οι ασθενείς περιορισμοί και τα κριτήρια είναι εναλλάξιμα, π.χ. η επιθυμία σεβασμού των ημερομηνιών παραγωγής και παράδοσης (deadline) ενός προϊόντος μπορεί να θεωρηθεί ταυτόχρονα περιορισμός της παραγωγικής διαδικασίας αλλά και κριτήριο αξιολόγησης του προτεινόμενου πλάνου παραγωγής. Η επιλογή για το αν μια προτίμηση εμφανίζεται ως περιορισμός ή κριτήριο, ανήκει στη διοίκηση.

## 1.2.4 Κατηγορίες Εργασιών Και Πόρων

### 1.2.4.1 Κατηγορίες Εργασιών

Οι εργασίες σε ένα σύστημα μπορούν να διακριθούν στις παρακάτω κατηγορίες:

#### 1. *Συνεχείς/Διακριτές*

Συνεχείς είναι οι εργασίες οι οποίες είναι μετρήσιμες σε συνεχή κλίμακα (π.χ. παραγωγή λιγνίτη), ενώ αντίθετα διακριτές είναι οι εργασίες, όπως η παραγωγή ενός αυτοκινήτου, η μεταφορά αγαθού σε πελάτη, η κατάληψη ή όχι χώρου σε αποθήκη, οι οποίες αποτελούν ξεχωριστές διαδικασίες και είτε εκτελούνται είτε όχι.

#### 2. *Χρονικά Εξαρτημένες/Ανεξάρτητες*

Η πλειονότητα των εργασιών είναι χρονικά εξαρτημένες. Μερικές είναι σταθερές στο χρόνο, όπως ο καθορισμός πτήσεων μιας αεροπορικής εταιρείας. Άλλες απαιτούν, απλώς, συγκεκριμένο χρόνο εκτέλεσης, όπως η βάρδια ενός εργαζόμενου ή η ανάθεση διδασκαλίας μαθημάτων σε καθηγητή. Υπάρχουν, παράλληλα, εργασίες που συνδέονται χρονικά με άλλες και εκτελούνται αναγκαστικά πριν ή μετά από αυτές. Χρονικά ανεξάρτητες είναι εργασίες όπως η βελτιστοποίηση κοπής πρώτης ύλης όπου δεν υφίσταται έννοια χρονικών περιορισμών.

#### 3. *Χωρικά Εξαρτημένες/Ανεξάρτητες*

Χωρικά εξαρτημένες είναι οι εργασίες που εκτελούνται σε συγκεκριμένη τοποθεσία ή αφορούν στη μεταβολή τοποθεσίας (μεταφορές). Ενώ, χωρικά ανεξάρτητες ονομάζονται οι εργασίες όπως τη δημιουργία χαρτοφυλακίου ή τον προγραμματισμό παραγωγής που είναι εν γένει ανεξάρτητες της τοποθεσίας εκτέλεσης.

#### 4. *Διακοπτόμενες/ Μη-διακοπτόμενες*

Διακοπτόμενες είναι οι εργασίες που είναι δυνατό να διακοπούν ανά πάσα στιγμή και να συνεχιστούν αργότερα. Κατά την εκτέλεση των εργασιών αυτών είναι δυνατή η αντικατάσταση, ανανέωση ή αφαίρεση πόρων. Η μεταφορά ενός αγαθού αποτελεί περίπτωση διακοπτόμενης εργασίας καθώς επιτρέπεται η μεταφορά αγαθών από ένα όχημα σε άλλο ή η ταυτόχρονη παράδοση αγαθών σε άλλους πελάτες. Αντίθετα, μη διακοπτόμενες είναι οι εργασίες που δεν είναι δυνατό να διακοπούν μετά την έναρξη

τους. Ως τυπικό παράδειγμα αναφέρεται η επεξεργασία υλικών από μηχανές και η ενοικίαση αυτοκινήτων σε πελάτες.

#### *5. Εφάπαξ/ Επαναλαμβανόμενες*

Εφάπαξ ονομάζονται οι εργασίες, οι οποίες εκτελούνται μία φορά κατά τη λύση του προβλήματος. Ως παράδειγμα αναφέρεται ο σχεδιασμός προγραμμάτων τοπικών συγκοινωνιών. Ακόμη κι αν τα δρομολόγια είναι επαναλαμβανόμενα, κάθε περίοδος αντιμετωπίζεται ως ξεχωριστό πρόβλημα με εφάπαξ εργασίες. Επαναλαμβανόμενες είναι οι εργασίες που εκτελούνται κυκλικά σε τακτά χρονικά διαστήματα και συνήθως απαιτείται ο βέλτιστος σχεδιασμός του κύκλου, σε συνάρτηση με τις προηγούμενες και τις μελλοντικές εκτελέσεις. Βασικό χαρακτηριστικό των εργασιών αυτών είναι πως απαιτείται επαναφορά στην αρχική κατάσταση (αρχή κύκλου). Ως τυπικό παράδειγμα αναφέρεται προγραμματισμός συσκευών ανύψωσης (hoist scheduling).

#### **1.2.4.2 Κατηγορίες Πόρων**

##### *1. Σταθεροί/ Εναλλάξιμοι*

Σταθεροί ονομάζονται οι πόροι, οι οποίοι χρησιμοποιούνται αποκλειστικά για την εκτέλεση μιας εργασίας και δεν υπάρχει περίπτωση μεταβολής ή αντικατάστασης τους. Ως παράδειγμα αναφέρεται η περίπτωση προβλημάτων job-shop όπου κάθε εργασία εκτελείται από συγκεκριμένο τύπο πόρων. Αντίθετα, εναλλάξιμοι είναι οι πόροι οι οποίοι μπορούν να αντικατασταθούν από άλλους προκειμένου να εκτελεστεί εργασία. Ως παράδειγμα αναφέρεται η αερομεταφορά φορτίων ή επιβατών η οποία μπορεί να εκτελεστεί από αεροπλάνα συγκεκριμένης δυναμικότητας αλλά δεν απαγορεύεται η χρήση ενός μεγαλύτερου σκάφους προκειμένου να εκτελεστούν με συνέπεια το δρομολόγια.

##### *2. Ανανεώσιμοι/ Αναλώσιμοι/ Μεταβλητής κατάστασης*

Ανανεώσιμοι είναι οι πόροι οι οποίοι είναι διαθέσιμοι αμέσως μετά την εκτέλεση μιας εργασίας, π.χ. οι μηχανές ενός flow-shop προβλήματος. Ενώ, αναλώσιμοι είναι οι πόροι, οι οποίοι καταναλώνονται κατά τη διάρκεια εκτέλεσης μιας εργασίας (καύσιμα, πρώτες ύλες, ανθρωπόρες, κλπ.) και δεν είναι δυνατή η επαναχρησιμοποίηση τους. Τέλος, μεταβλητής κατάστασης είναι οι πόροι οι οποίοι αλλάζουν κατάσταση μετά την εκτέλεση μιας εργασίας. Τέτοιοι πόροι χρησιμοποιούνται σε μοντελοποίηση προβλημάτων χρονικού προγραμματισμού όπου η αρχική κατάσταση του πόρου παίζει κρίσιμο ρόλο για τη μετέπειτα ανάθεση του σε εργασίες. Επίσης σε προβλήματα μεταφοράς όπου απαιτείται ο πόρος να επιστρέψει στο σημείο εκκίνησης ενώ η θέση του αλλάζει με την εκτέλεση κάθε εργασίας παράδοσης.

##### *3. Απλοί/ Πολλαπλοί*

Απλοί ονομάζονται οι πόροι οι οποίοι μοντελοποιούνται ξεχωριστά και διακριτά όπως για παράδειγμα στην περίπτωση δρομολόγησης ενός οχήματος. Αντίθετα, πολλαπλοί ονομάζονται οι πόροι, οι οποίοι μοντελοποιούνται μαζί, όπως για

παράδειγμα στην κατάστρωση εβδομαδιαίου προγράμματος μαθημάτων, όπου η επιλογή ώρας, καθηγητή και αίθουσας σχετίζονται άμεσα.

### 1.2.4.3 Κατηγορίες Προβλημάτων

Η παραπάνω ταξινόμηση μπορεί να διευκολύνει την ανάλυση των χαρακτηριστικών των προβλημάτων που εμφανίζονται στην παραγωγή. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αναφέρονται στον πίνακα 1.1 που ακολουθεί:

*Πίνακας 1.1*

	ΕΡΓΑΣΙΑ					ΠΟΡΟΙ		
<b>Βελτιστοποίηση ανάμιξης υλικών</b>	Συνεχής	Ανεξάρτητη χρονικά και χωρικά	Εφάπαξ			Πολλαπλοί	Σταθεροί	Αναλώσιμοι
<b>Βελτιστοποίηση κοπής υλικών</b>	Συνεχής	Ανεξάρτητη χρονικά και χωρικά	Εφάπαξ			Απλοί	Σταθεροί	Μεταβλητής κατάστασης
<b>Πρόβλημα πλανόδιου πωλητή (Traveling, salesman problem)</b>	Διακριτή	Χρονικά ανεξάρτητη	Χωρικά εξαρτημένη	Εφάπαξ		Απλοί	Σταθεροί	Μεταβλητής κατάστασης
<b>Δρομολόγηση στόλου οχημάτων</b>	Διακριτή	Χρονικά ανεξάρτητη	Χωρικά εξαρτημένη	Διακοπτόμενη	Εφάπαξ	Πολλαπλοί	Εναλλάξιμοι	Μεταβλητής κατάστασης
<b>Προγραμματισμός προσωπικού</b>	Διακριτή	Χρονικά εξαρτημένη	Χωρικά εξαρτημένη	Εφάπαξ		Απλοί	Εναλλάξιμοι	Μεταβλητής κατάστασης
<b>Προγραμματισμός Job-Shop</b>	Διακριτή	Χρονικά εξαρτημένη	Χωρικά ανεξάρτητη	Μη διακοπτόμενη	Εφάπαξ	Απλοί	Εναλλάξιμοι	Ανανεώσιμοι
<b>Προγραμματισμός συσκευών ανύψωσης (Hoist scheduling)</b>	Διακριτή	Χρονικά εξαρτημένη	Χωρικά εξαρτημένη	Μη διακοπτόμενη	Επαναλαμβανόμενη	Απλοί	Εναλλάξιμοι	Μεταβλητής κατάστασης

## 1.3. Λειτουργίες και Στόχοι του Προγραμματισμού

### 1.3.1 Λειτουργίες χρονικού προγραμματισμού

Έστω ένα σύστημα παραγωγής στο οποίο θα εφαρμοστεί χρονικός προγραμματισμός για τις διάφορες διεργασίες και πόρους που περικλείει. Οι λειτουργίες που πρέπει να εκτελεστούν για την εφαρμογή του προγραμματισμού μπορούν να συνοψισθούν στα παρακάτω:

- Ανάθεση παραγγελιών, εξοπλισμού και ανθρωπίνων πόρων στο κέντρο εργασίας, το οποίο θα είναι υπεύθυνο για την εκτέλεση των εργασιών
  - Καθορισμός της σειράς εκτέλεσης των εργασιών (δρομολόγηση) καταρτίζοντας τις προτεραιότητες για τις εργασίες στο σύστημα.
  - Εκκίνηση της εκτέλεσης των προγραμματισμένων εργασιών (dispatching).
  - Έλεγχος της παραγωγικής διαδικασίας (shop-floor control), η οποία περιλαμβάνει:
    - α) Ανάλυση της κατάστασης και έλεγχος της εξέλιξης των εργασιών κατά τη διάρκεια που αυτές εκτελούνται.
    - β) Επίσπευση καθυστερημένων και κρίσιμων εργασιών.

Σε ένα κέντρο εργασίας, ο υπεύθυνος για τον χρονικό προγραμματισμό του συστήματος αρχικά επιλέγει και ταξινομεί τις διαθέσιμες εργασίες στις διάφορες θέσεις εργασίας του κέντρου. Οι αποφάσεις του υπευθύνου πρέπει να είναι βασισμένες στις λειτουργίες και στις απαιτήσεις δρομολόγησης της κάθε εργασίας, στην κατάσταση των υπαρχόντων εργασιών σε κάθε θέση εργασίας, στο χρόνο αναμονής που υπάρχει σε κάθε θέση, στις προτεραιότητες που χαρακτηρίζουν τις εργασίες, στην διαθεσιμότητα των υλικών, σε πιθανές εισόδους νέων εργασιών στο σύστημα και φυσικά στους διαθέσιμους πόρους του κέντρου εργασίας σε εξοπλισμό και σε ανθρώπινο δυναμικό.

### 1.3.2 Στόχοι χρονικού προγραμματισμού

Οι στόχοι του χρονικού προγραμματισμού σε ένα κέντρο εργασίας συνοψίζονται στα παρακάτω:

- Σεβασμός προθεσμιών για τις ημερομηνίες παράδοσης (Due Dates).
- Ελαχιστοποίηση του χρόνου υλοποίησης προγράμματος (Lead Time).
- Ελαχιστοποίηση του χρόνου ή κόστους ρύθμισης του εξοπλισμού του κέντρου (Setup Time)
- Ελαχιστοποίηση των εκκρεμούντων διεργασιών στο σύστημα

- Μεγιστοποίηση χρησιμοποίησης εξοπλισμού ή ανθρώπινου δυναμικού (Machine or Labor Utilization).

Ο τελευταίος στόχος του χρονικού προγραμματισμού είναι αμφισβητούμενος, μιας και κρατώντας όλον τον εξοπλισμό και το ανθρώπινο δυναμικό συνεχώς σε εργασία δεν θα είναι πολύ αποδοτικός τρόπος για τη διαχείριση της ροής των εργασιών μέσα στη διαδικασία.

### 1.3.3 Κριτήρια αξιολόγησης μεθόδων χρονικού προγραμματισμού

Η διαδικασία καθορισμού ποια εργασία θα ξεκινήσει πρώτα να εκτελείται σε μία μηχανή του κέντρου εργασίας είναι γνωστή ως δρομολόγηση εργασιών σύμφωνα με κάποια σειρά προτεραιότητας. Οι κανόνες προτεραιότητας είναι οι κανόνες που χρησιμοποιούνται για να προκύψει μία σειρά εκτέλεσης των εργασιών. Αυτοί οι κανόνες μπορεί να είναι απλοί και να απαιτούν την σύγκριση ενός μόνο χαρακτηριστικού των εργασιών όπως για παράδειγμα την απαιτούμενη ημερομηνία παράδοσής τους, ή να είναι εξίσου απλοί αλλά να απαιτούν τις πράξεις μεταξύ κάποιων χαρακτηριστικών των εργασιών όπως την αφαίρεση του απαιτούμενο χρόνου επεξεργασίας τους από την απαιτούμενη ημερομηνία παράδοσής τους, ή και τέλος να είναι υπολογιστικές μέθοδοι που θεωρούνται πιο περίπλοκοι. Οι σημαντικότεροι από αυτούς τους κανόνες περιγράφονται στις επόμενες παραγράφους.

Για την αξιολόγηση διαφόρων κανόνων προτεραιότητας των εργασιών, ώστε να προκύψει ο καλύτερος δυνατός, χρησιμοποιούνται διάφορα κριτήρια απόδοσης, τα οποία εξαρτώνται από τον επιθυμητό στόχο του συστήματος. Συχνά μπορούν να χρησιμοποιηθούν παράλληλα περισσότερα από ένα κριτήρια. Γενικά στον προγραμματισμό ενός παραγωγικού συστήματος, όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, είναι επιθυμητή η καλύτερη εξυπηρέτηση των πελατών και η βέλτιστη εκμετάλλευση των παραγωγικών πόρων του. Τα κριτήρια απόδοσης που συνήθως χρησιμοποιούνται για τη δρομολόγηση των εργασιών στο σύστημα είναι τα εξής:

#### 1. Μέσος χρόνος ροής.

Το κριτήριο αυτό μετράει το μέσο χρόνο που δαπανά μια εργασία στο σύστημα. Το κριτήριο χρησιμοποιείται όταν επιδιώκεται γρήγορη εκτέλεση των εργασιών και τήρηση χαμηλών αποθεμάτων.

#### 2. Μέση βραδύτερη περάτωση.

Το κριτήριο μετράει το μέσο χρόνο των καθυστερήσεων στην εκτέλεση των εργασιών σε σχέση με τους απαιτούμενους από τον πελάτη χρόνους παράδοσης. Χρησιμοποιείται με σκοπό να ελαχιστοποιηθεί η συνολική επιβάρυνση του συστήματος λόγω υπέρβασης των χρόνων αυτών. Συνήθως υπάρχει κάποια ποινή, π.χ. με τη μορφή ποινικών ρητρών, για κάθε χρονική μονάδα καθυστέρησης.

### *3. Μέσος χρόνος αναμονής.*

Το κριτήριο αυτό μετράει το μέσο χρόνο αναμονής που δαπανά μια εργασία στο σύστημα μέχρι να αρχίσει η επεξεργασία της. Το κριτήριο χρησιμοποιείται όταν ενδιαφέρει η ελαχιστοποίηση του χρόνου αναμονής των εργασιών και των αποθεμάτων πρώτων υλών.

### *4. Μέγιστη βραδύτερη περάτωση.*

Το κριτήριο παίρνει υπόψη του τη μέγιστη από τις καθυστερήσεις στην εκτέλεση των εργασιών και είναι χρήσιμο όταν η ποινή για κάθε χρονική μονάδα καθυστέρησης αυξάνει με το χρόνο καθυστέρησης.

### *5. Αριθμός αργοπορημένων εργασιών.*

Το κριτήριο μετράει το πλήθος των εργασιών, των οποίων η εκτέλεση ολοκληρώνεται μετά από την ημερομηνία παράδοσης τους, και ενδιαφέρει όταν στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του αριθμού των δυσαρεστημένων πελατών λόγω καθυστερήσεων.

Εκτός από τα παραπάνω κριτήρια χρησιμοποιούνται και άλλα, μεταξύ των οποίων και εκείνα που αναφέρονται ειδικότερα στην καλύτερη αξιοποίηση των πόρων του συστήματος, δηλαδή την αποτελεσματικότερη αξιοποίηση του ανθρώπινου δυναμικού και των μηχανών, καθώς και εκείνα που στοχεύουν στην ελαχιστοποίηση του κόστους των ενδιάμεσων αποθεμάτων. Τα κριτήρια αυτά ενδιαφέρουν όταν ο αντίστοιχος πόρος έχει ιδιαίτερα υψηλή αξία ή είναι κρίσιμος για την παραγωγική διαδικασία, όπως για παράδειγμα η μισθοδοσία του ανθρώπινου δυναμικού σε συστήματα παροχής υπηρεσιών ή ένα ακριβό μηχάνημα σε σύστημα παραγωγής προϊόντων.



## 1.4. Προγραμματισμός σε job-shop Συστήματα

Στην παράγραφο αυτή θα εξεταστεί το ζήτημα του προγραμματισμού της παραγωγής στην περίπτωση των δυο κατηγοριών συστημάτων παραγωγής, δηλαδή κατά παραγγελία job-shop και συνεχούς ροής flow-shop. Αρχικά, θα εξεταστεί η περίπτωση των συστημάτων job-shop. Ο χρονικός προγραμματισμός παραγωγής σε τέτοια συστήματα αποτελεί μια εκτεταμένη περιοχή έρευνας, όπου τα προβλήματα που τίθενται χαρακτηρίζονται από πολύ μεγάλο βαθμό πολυπλοκότητας, τέτοιο που καθιστά πολλές φορές αδύνατη ή εξαιρετικά δυσχερή την εξεύρεση της βέλτιστης λύσης. Ο βαθμός πολυπλοκότητας αυξάνει με το πλήθος των μηχανών, δηλαδή των μέσων παραγωγής όπου διεκπεραιώνεται μια φάση της παραγωγικής διαδικασίας, όπως και με τον αριθμό των φάσεων που απαιτούνται για να ολοκληρωθεί η διαδικασία. Επίσης, αυξάνει με τον αριθμό των κριτηρίων που λαμβάνονται υπόψη για την αξιολόγηση των εναλλακτικών προγραμμάτων, ενώ αντίθετα μειώνεται με την αύξηση του αριθμού των περιορισμών που απαιτούνται.

### 1.4.1 Το πρόβλημα προγραμματισμού N/1 συστημάτων

#### Περιγραφή Μεγεθών

Το πρώτο πρόβλημα που θα εξεταστεί είναι αυτό του χρονικού προγραμματισμού παραγωγής που αφορά την εκτέλεση  $N$  εργασιών από ένα επεξεργαστή. Το πρόβλημα αυτό παρουσιάζει ενδιαφέρον γιατί είναι ένα πρόβλημα που εμφανίζεται πολύ συχνά στα συστήματα παραγωγής στην πράξη, όπου η παραγωγή περιλαμβάνει μια φάση και διεκπεραιώνεται σε έναν επεξεργαστή. Επίσης, το πρόβλημα είναι ενδιαφέρον από την άποψη ότι μπορεί να θεωρηθεί ως δομικό στοιχείο γενικότερων, πιο πολύπλοκων προβλημάτων.

Για την εξέταση του προβλήματος ορίζονται διάφορα μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την μοντελοποίηση και ανάλυσή του. Έτσι, έστω ένα σύνολο  $N$  ανεξάρτητων εργασιών  $J_i$   $\{i=1, \dots, n\}$  που θα εκτελεστούν από το μοναδικό επεξεργαστή του συστήματος. Για κάθε εργασία  $i$  έστω:

$T_{now}(i)$ : τρέχουσα χρονική στιγμή

$T_{επεξ}(i)$ : χρόνος εκτέλεσης

$T^i$ : χρονική στιγμή έναρξης της εργασίας

$T_e(i)$ : χρονική στιγμή ολοκλήρωσης ( $T_s + T_{επεξ}$ ) της εργασίας

$T_{-0}$ : χρόνος που απομένει για την ολοκλήρωση της εργασίας ( $T_e - T_{now}$ )

$T_{dl}(i)$ : καθορισμένος χρόνος παράδοσης της εργασίας

$T_a(i)$ : χρονική στιγμή που είναι διαθέσιμη ή που φτάνει η εργασία στο σύστημα

$T_f(i)$ : χρόνος ροής, δηλαδή ο συνολικός χρόνος από την χρονική στιγμή άφιξης της εργασίας στο σύστημα μέχρι την ολοκλήρωσης της ( $T_e - T_a$ )

$T_q(i)$ : ο χρόνος αναμονής της εργασίας στο σύστημα μέχρι να αρχίσει η επεξεργασία της ( $\text{ov}T_a$ )

$T_l(i)$ : η απόκλιση της χρονικής στιγμής της ολοκλήρωσης μιας εργασίας σε σχέση με τον καθορισμένο χρόνο παράδοσης ( $\text{ov}T_{dl}$ )

Ο χρόνος εκτέλεσης  $T_{\text{επεξ}}$  κάθε εργασίας είναι το χρονικό διάστημα (π.χ. σε ημέρες) που απαιτείται για να εκτελεστεί η εργασία. Γενικά, θεωρείται σταθερός στο πρόβλημα, αν και συχνά στην πράξη είναι μεταβλητός. Μία συνηθισμένη παραδοχή, για το χρόνο άφιξης της εργασίας στον σύστημα, είναι ότι όλες οι εργασίες φτάνουν στο σύστημα ή είναι διαθέσιμες στο σύστημα προς εκτέλεση τη χρονική στιγμή  $t=0$ , επομένως είναι  $\wedge=0$  για κάθε εργασία  $i$ . Σε αυτήν την περίπτωση, ισχύει επίσης ότι ο χρόνος αναμονής της εργασίας στο σύστημα  $T_q$  ισούται με τη χρονική στιγμή έναρξης της εργασίας  $T_i$ ; λόγω της ταυτόχρονης άφιξης όλων των εργασιών τη στιγμή  $t=0$ . Γενικά, κάθε εργασία αναμένει στο σύστημα για ένα διάστημα  $T$ , μέχρι να αρχίσει η εκτέλεση της, επομένως η εργασία που θα εκτελεστεί πρώτη έχει χρόνο αναμονής μηδενικό, ενώ η δεύτερη έχει χρόνο αναμονής ίσο με το χρόνο εκτέλεσης της πρώτης, η τρίτη ίσο με το άθροισμα του χρόνου εκτέλεσης της πρώτης και της δεύτερης κ.ο.κ. Ισχύει δηλαδή ότι, αν της εργασίας  $k$  προηγούνται οι εργασίες  $1, 2, \dots, k-1$ , τότε:

$$T_q(k) = T^{(1)} + T^{(2)} + \dots + T^{(k-1)}$$

Ο χρόνος παράδοσης  $T_{dl}$  είναι η ημερομηνία που απαιτείται να παραδοθεί η παραγγελία στον πελάτη και ορίζεται από τον πελάτη ή από το σύστημα. Από την ημερομηνία άφιξης  $T_a$  μιας εργασίας μέχρι την ημερομηνία ολοκλήρωσης της εκτέλεσής της  $T_e$  μεσολαβεί ένα διάστημα  $T_i$  το οποίο ονομάζεται χρόνος ροής για την εργασία αυτή. Ισχύει, επομένως,  $T_f = T_e - T_a$  και επειδή συνήθως  $T_a = 0$ , είναι  $T_f = T_e$ . Ισχύει επίσης ότι  $T_q = T_i - T_{\text{επεξ}}$ . Η χρονική στιγμή της ολοκλήρωσης  $T_e$  της εκτέλεσης μιας εργασίας δεν συμπίπτει πάντα με τον απαιτούμενο χρόνο παράδοσής της, αν και για ένα σύστημα παραγωγής αυτό είναι το επιθυμητό. Συχνά υπάρχει απόκλιση, είτε για κάποιους αντικειμενικούς λόγους, όπως για παράδειγμα την ταυτόχρονη άφιξη μεγάλου αριθμού εργασιών, είτε ακόμα και λόγω κακού προγραμματισμού. Τότε, υπάρχει υπέρβαση του χρόνου παράδοσης κατά ένα χρονικό διάστημα  $T_l$ . Μπορεί επίσης μια εργασία να ολοκληρωθεί νωρίτερα από την ημερομηνία που έχει συμφωνηθεί να παραδοθεί. Και στις δύο περιπτώσεις προκύπτει ένα κόστος για το σύστημα. Στην πρώτη περίπτωση, της βραδύτερης ολοκλήρωσης, δεν τηρείται η συμφωνία με τον πελάτη, πράγμα που συνεπάγεται συνήθως ένα κόστος φερεγγυότητας για το σύστημα ή ακόμη και καταβολή κάποιων ποινικών ρητρών. Στη δεύτερη περίπτωση, της νωρίτερης ολοκλήρωσης, προκύπτει το κόστος αποθέματος που συνδέεται με το γεγονός ότι η συγκεκριμένη εργασία παραμένει στο σύστημα κατά το χρονικό διάστημα που απομένει μέχρι τη συμφωνηθείσα χρονική στιγμή παράδοσης.

Το ζητούμενο στο πρόβλημα του χρονικού προγραμματισμού παραγωγής της εκτέλεσης  $N$  εργασιών από έναν επεξεργαστή είναι η δρομολόγηση των εργασιών, έτσι ώστε να ικανοποιούνται τα κριτήρια απόδοσης, που αναφέρθηκαν στο

προηγούμενο κεφάλαιο, στο μεγαλύτερο δυνατό βαθμό. Κατά βάση, γίνεται επιλογή ποιο κριτήριο απόδοσης θα πρέπει να εκπληρωθεί, και όχι η ταυτόχρονη ικανοποίηση όλων των κριτηρίων, κάτι το οποίο δεν είναι άλλωστε εφικτό συνήθως. Αν το σύνολο των εργασιών είναι  $N$ , όπως αναφέρθηκε, τότε μπορεί να υπάρξει ένα σύνολο  $n!$  διαφορετικών διατάξεων για την εκτέλεση των εργασιών. Ζητείται, δηλαδή να προσδιοριστούν από αυτό το σύνολο, εκείνες οι διατάξεις που ικανοποιούν καλύτερα τα κριτήρια. Για την επίλυση του προβλήματος γίνονται συνήθως οι εξής παραδοχές:

- Ο χρόνος προετοιμασίας (setup time) του επεξεργαστή περιλαμβάνεται στο χρόνο εκτέλεσης της εργασίας και είναι ανεξάρτητος της σειράς εκτέλεσης των εργασιών.
- Ο επεξεργαστής είναι συνεχώς διαθέσιμος, δηλαδή δεν συμβαίνουν βλάβες ή άλλες διακοπές της παραγωγής.
- Η εκτέλεση κάθε εργασίας δεν διακόπτεται, δηλαδή αν αρχίσει η εκτέλεση της συνεχίζει μέχρι να ολοκληρωθεί.

Για την αξιολόγηση των κανόνων προτεραιότητας που θα περιγραφούν παρακάτω θα εφαρμοστούν τα κριτήρια απόδοσης που αναλύθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Έχοντας τώρα προσδιορίσει τα διάφορα μεγέθη, τα κριτήρια απόδοσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν εφαρμόζοντας του παρακάτω τύπους:

1. Μέσος χρόνος ροής:  $F = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_f$

2. Μέση βραδύτερη περάτωση:  $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i$ , όπου  $T_i$  αντιστοιχεί μόνο στις βραδύτερες περατώσεις και όχι στις νωρίτερες.

3. Μέσος χρόνος αναμονής:  $Q = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_q$

4. Μέγιστη βραδύτερη απόκλιση:  $T_{\max} = \max\{T_i\}$ , όπου  $T_i$  αντιστοιχεί μόνο στις βραδύτερες περατώσεις και όχι στις νωρίτερες. Και,

5. Αριθμός καθυστερημένων εργασιών:  $N_T$

### Κανόνες Προτεραιότητας

Για τη δρομολόγηση των εργασιών χρησιμοποιούνται στην πράξη και έχουν μελετηθεί διάφοροι κανόνες, που έχουν διαφορετικές επιδόσεις σε σχέση με τα κριτήρια απόδοσης. Αυτό σημαίνει ότι ένας κανόνας μπορεί να ικανοποιεί στο μέγιστο βαθμό κάποιο κριτήριο απόδοσης από αυτά που αναφέρθηκαν, ενώ δεν συμβαίνει το ίδιο με ένα άλλο κανόνα, το οποίο ικανοποιείται στο μέγιστο βαθμό από κάποιον άλλο κανόνα. Οι συνηθέστεροι κανόνες είναι:

1. *Κανόνας της σειράς άφιξης στο σύστημα (FCFS: First Come, First Served)*. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, εκτελούνται πρώτα οι εργασίες αυτές που φτάνουν πρώτες στο σύστημα.
2. *Κανόνας του ελάχιστου χρόνου επεξεργασίας (SPT: Shortest Processing Time)*. Σύμφωνα με αυτόν τον κανόνα, εκτελούνται πρώτα οι εργασίες με το μικρότερο χρόνο επεξεργασίας.
3. *Κανόνας της ημερομηνίας παράδοσης (DD: Due Date)*. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, εκτελούνται πρώτα οι εργασίες εκείνες που προηγείται η ημερομηνία παράδοσής τους.
4. *Κανόνας του μικρότερου χρόνου έναρξης*. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, εκτελούνται πρώτα οι εργασίες εκείνες με το νωρίτερο χρόνο έναρξης.
5. *Κανόνας του ελάχιστου περιθωρίου (STR: Slack Time Remaining)*. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, εκτελούνται πρώτα οι εργασίες εκείνες με το μικρότερο περιθώριο μεταξύ του χρόνου που απομένει για την ημερομηνία παράδοσης και του χρόνου επεξεργασίας που απομένει. Κατά τη στιγμή άφιξης μιας εργασίας στο σύστημα, το αντίστοιχο περιθώριο ισούται με τη διαφορά του συνολικού χρόνου επεξεργασίας από την ημερομηνία παράδοσης.
6. *Κανόνας του ελάχιστου περιθωρίου ανά εργασία (STR/OP: Slack Time Remaining Per Operation)*. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, εκτελούνται πρώτα οι εργασίες εκείνες με το μικρότερο πηλίκο της διαφοράς του χρόνου που απομένει για την ημερομηνία παράδοσης με το χρόνο επεξεργασίας που απομένει δια τον αριθμό των εργασιών που απομένουν.
7. *Κανόνας του ελάχιστου κρίσιμου λόγου (CR: Critical Ratio)*. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, εκτελούνται πρώτα οι εργασίες εκείνες με το μικρότερο πηλίκο της διαφοράς της ημερομηνίας παράδοσης με την τρέχουσα ημερομηνία δια το χρόνο επεξεργασίας που απομένει.

8. *Κανόνας του ελάχιστου λόγου αναμονής (QR: Queue Ratio)*. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, εκτελούνται πρώτα οι εργασίες εκείνες με το μικρότερο πηλίκο του ελάχιστου περιθωρίου (Slack Time Remaining) δια το απομένοντα χρόνο αναμονής στο σύστημα.
9. *Κανόνας της σειράς βραδύτερης άφιξης στο σύστημα (LCFS: Last Come, First Served)*. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, εκτελούνται πρώτα οι εργασίες αυτές που φτάνουν στο σύστημα τελευταίες.

10.Κανόνας Moore. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, οι εργασίες εκτελούνται με τέτοια σειρά, ώστε να ελαχιστοποιηθεί ο συνολικός αριθμός καθυστερημένων εργασιών.

11.Τυχαία επιλογή εργασιών.

### Παράδειγμα Εφαρμογής Κανόνων Προτεραιότητας

Για την καλύτερη κατανόηση των διαφόρων κανόνων προτεραιότητας, που περιγράφηκαν προηγουμένως, ακολουθεί παράδειγμα με την εφαρμογή τους σε 5 εργασίες που πρόκειται να επεξεργαστούν σε κάποιο σύστημα. Οι εργασίες με τους αντίστοιχους χρόνους επεξεργασίας και παράδοσης παρουσιάζονται στον πίνακα 1.2 και θεωρείται ότι έχουν αφιχθεί στο σύστημα με την σειρά, δηλαδή A-B-C-D-E.

Εργασία	Χρόνος Επεξεργασίας	Ημερομηνία Παράδοσης
A	3	5
B	4	6
C	2	7
D	6	9
E	1	2

**Πίνακας 1.2**

Πηγή: «Production and Operation Management», Chase, Aquilano, Jacobs

#### 1. Κανόνας της σειράς άφιξης στο σύστημα (FCFS):

Εργασία	Χρόνος Επεξεργασίας	Ημερομηνία Παράδοσης	Χρόνος Παράδοσης	Χρονική Απόκλιση
A	3	5	3	-2
B	4	6	7	+1
C	2	7	9	+2
D	6	9	15	+6
E	1	2	16	+14

**Πίνακας 1.3**

Πηγή: «Production and Operation Management», Chase, Aquilano, Jacobs

Μέσος χρόνος ροής:  $(3+7+9+15+16)/5=10$  ημέρες

Μέση βραδύτερη περάτωση:  $(1+2+6+14)/5=4,6$  ημέρες

Μέσος χρόνος αναμονής:  $(0+3+7+9+15)/5=6,8$  ημέρες

Μέγιστη βραδύτερη απόκλιση: 14 ημέρες Αριθμός

καθυστερημένων εργασιών: 4 εργασίες

2. Κανόνας του ελάχιστου χρόνου επεξεργασίας (SPT).

Εργασία	Χρόνος Επεξεργασίας	Ημερομηνία Παράδοσης	Χρόνος Παράδοσης	Χρονική Απόκλιση
E	1	2	1	-1
C	2	7	3	-4
A	3	5	6	+ 1
B	4	6	10	+4
D	6	9	16	+7

**Πίνακας 1.4**

Πηγή: «Production and Operation Management», Chase, Aquilano, Jacobs

Μέσος χρόνος ροής:  $(1+3+6+10+16)/5=7,2$  ημέρες

Μέση βραδύτερη περάτωση:  $(1+4+7)/5=2,4$  ημέρες

Μέσος χρόνος αναμονής:  $(0+1+3+6+10)/5=4$  ημέρες

Μέγιστη βραδύτερη απόκλιση: 7 ημέρες Αριθμός

καθυστερημένων εργασιών: 3 εργασίες

3. Κανόνας της ημερομηνίας παράδοσης (DD: Due Date).

Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, οι εργασίες διατάσσονται έτσι, ώστε να εκτελούνται πρώτα εκείνες που προηγείται η ημερομηνία παράδοσής τους.

Εργασία	Χρόνος Επεξεργασίας	Ημερομηνία Παράδοσης	Χρόνος Παράδοσης	Χρονική Απόκλιση
E	1	2	1	-1
A	3	5	4	-1
B	4	6	8	+2
C	2	7	10	+3
D	6	9	16	+7

**Πίνακας 1.5**

Πηγή: «Production and Operation Management», Chase, Aquilano, Jacobs

Μέσος χρόνος ροής:  $(1+4+8+10+16)/5=7,8$  ημέρες

Μέση βραδύτερη περάτωση:  $(2+3+7)/5=2,4$  ημέρες

Μέσος χρόνος αναμονής:  $(0+1+4+8+10)/5=4,6$  ημέρες

Μέγιστη βραδύτερη απόκλιση: 7 ημέρες Αριθμός

καθυστερημένων εργασιών: 3 εργασίες

#### 4. Κανόνας του ελάχιστου περιθωρίου (STR)

Εργασία	Χρόνος Επεξεργασίας	Ημερομηνία Παράδοσης	STR	Χρόνος Παράδοσης	Χρονική Απόκλιση
E	1	2	1	1	-1
A	3	5	2	4	-1
B	4	6	2	8	+2
D	6	9	3	14	+5
C	2	7	5	16	+9

**Πίνακας 1.6**

Πηγή: «Production and Operation Management», Chase, Aquilano, Jacobs

Μέσος χρόνος ροής:  $(1+4+8+14+16)/5=8,6$  ημέρες

Μέση βραδύτερη περάτωση:  $(2+5+9)/5=3,2$  ημέρες

Μέσος χρόνος αναμονής:  $(0+1+4+8+14)/5=5,4$  ημέρες

Μέγιστη βραδύτερη απόκλιση: 9 ημέρες Αριθμός

καθυστερημένων εργασιών: 3 εργασίες

#### 5. Κανόνας του ελάχιστου κρίσιμου λόγου (CR)

Εργασία	Χρόνος Επεξεργασίας	Ημερομηνία Παράδοσης	CR	Χρόνος Παράδοσης	Χρονική Απόκλιση
B	4	6	1,5	4	-2
D	6	9	1,5	10	+1
A	3	5	1,67	13	+8
E	1	2	2	14	+ 12
C	2	7	3,5	16	+9

**Πίνακας 1.7**

Μέσος χρόνος ροής:  $(4+10+13+14+16)/5=11,4$  ημέρες

Μέση βραδύτερη περάτωση:  $(1+8+12+9)/5=6$  ημέρες



Μέσος χρόνος αναμονής:  $(0+4+10+13+14)/5=8,2$  ημέρες

Μέγιστη βραδύτερη απόκλιση: 12 ημέρες Αριθμός

καθυστερημένων εργασιών: 4 εργασίες

6. Κανόνας της σειράς βραδύτερης άφιξης στο σύστημα (LCFS):

Εργασία	Χρόνος Επεξεργασίας	Ημερομηνία Παράδοσης	Χρόνος Παράδοσης	Χρονική Απόκλιση
E	1	2	1	-1
D	6	9	7	-2
C	2	7	9	+2
B	4	6	13	+7
A	3	5	16	+11

Πίνακας 1.8

Πηγή: «Production and Operation Management», Chase, Aquilano, Jacobs

Μέσος χρόνος ροής:  $(1+7+9+13+16)/5=9,2$  ημέρες

Μέση βραδύτερη περάτωση:  $(2+7+11)/5=4$  ημέρες

Μέσος χρόνος αναμονής:  $(0+1+7+9+13)/5=6$  ημέρες

Μέγιστη βραδύτερη απόκλιση: 11 ημέρες Αριθμός

καθυστερημένων εργασιών: 3 εργασίες

7. Κανόνας Moore

Σύμφωνα με αυτόν τον κανόνα, η διάταξη των εργασιών γίνεται ως εξής:

Βήμα 1: Οι εργασίες διατάσσονται σύμφωνα με τον κανόνα της ημερομηνίας παράδοσης (DD). Αν προκύψει διάταξη, στην οποία υπάρχει το πολύ μια καθυστερημένη εργασία (που ολοκληρώνεται δηλαδή μετά την ημερομηνία παράδοσής της) τότε η διάταξη αυτή είναι η βέλτιστη. Διαφορετικά προχωράμε στο βήμα 2. Στο παράδειγμα, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, προκύπτουν τρεις καθυστερημένες εργασίες, οι B,C,D.

Βήμα 2: Προσδιορίζεται η πρώτη καθυστερημένη εργασία στη διάταξη που προέκυψε από το βήμα 1, καθώς και η εργασία με το μεγαλύτερο χρόνο επεξεργασίας από όσες έχουν δρομολογηθεί πριν από αυτή και αυτή. Στο παράδειγμα η πρώτη καθυστερημένη εργασία είναι η B. Μέχρι να δρομολογηθεί η B, θα έχουν εκτελεστεί επίσης οι E και A, με χρόνους επεξεργασίας 1 και 3 ήμερες, αντίστοιχα. Άρα η εργασία με το μεγαλύτερο χρόνο επεξεργασίας είναι η B.

Βήμα 3: Η εργασία με το μεγαλύτερο χρόνο επεξεργασίας που προέκυψε από το βήμα 2 τοποθετείται τελευταία στη διάταξη που προκύπτει από το βήμα 1. Εξετάζεται ξανά αν έχει προκύψει το πολύ μια καθυστερημένη εργασία. Αν όχι, επαναλαμβάνεται το βήμα 2. Ο κανόνας ολοκληρώνεται όταν υπάρχει πλέον μόνο μια καθυστερημένη εργασία το πολύ ή όταν υπάρχει ατέρμων εναλλαγή μεταξύ συγκεκριμένων εργασιών, όπως θα φανεί και στο παράδειγμα, οι οποίες έχουν πάντα μεγαλύτερο χρόνο επεξεργασίας από τις υπόλοιπες εργασίες στο σύστημα. Στόχος του κανόνα είναι να ελαχιστοποιήσει το κριτήριο απόδοσης του συνολικού αριθμού καθυστερημένων εργασιών NT.

Στο παράδειγμα μετά την πρώτη μετακίνηση της εργασίας Β.

Εργασία	Χρόνος Επεξεργασίας	Ημερομηνία Παράδοσης	Χρόνος Παράδοσης	Χρονική Απόκλιση
E	1	2	1	-1
A	3	5	4	-1
C	2	7	6	-1
D	6	9	12	+3
B	4	6	16	+10

**Πίνακας 1.9**

Τώρα, η πρώτη καθυστερημένη εργασία είναι η D και η εργασία με το μεγαλύτερο χρόνο επεξεργασίας που έχει εκτελεστεί μέχρι και την D είναι η ίδια η D. Άρα, σύμφωνα με τον κανόνα πρέπει να μετακινηθεί τελευταία στη διάταξη. Άρα:

Εργασία	Χρόνος Επεξεργασίας	Ημερομηνία Παράδοσης	Χρόνος Παράδοσης	Χρονική Απόκλιση
E	1	2	1	-1
A	3	5	4	-1
C	2	7	6	-1
B	4	6	10	+4
D	6	9	16	+7

**Πίνακας 1.10**

Η πρώτη καθυστερημένη εργασία είναι η B, η οποία έχει και το μεγαλύτερο χρόνο επεξεργασίας σε σχέση με τις E, A, C, έτσι η διάταξη που θα προκύψει με την μετακίνηση της στο τέλος θα είναι ίδια με αυτή του προηγούμενου βήματος. Η εναλλαγή μεταξύ των δύο εργασιών θα συνεχίζεται ατέρμονα. Μπορεί να γίνει δεκτή ως τελική διάταξη που προκύπτει από τον κανόνα του Moore η E-A-C-B-D λαμβάνοντας υπόψη ότι η B έχει μικρότερο χρόνο επεξεργασίας από την D. Τότε:

Μέσος χρόνος ροής:  $(1+4+6+10+16)/5=7,4$  ημέρες

Μέση βραδύτερη περάτωση:  $(4+7)/5=2,2$  ημέρες

Μέσος χρόνος αναμονής:  $(0+1+4+6+10)/5=4,2$  ημέρες

Μέγιστη βραδύτερη απόκλιση: 7 ημέρες

Αριθμός καθυστερημένων εργασιών: 2 εργασίες

8. Τυχαία επιλογή εργασιών.

Έστω ότι γίνεται η αυθαίρετη επιλογή D-C-A-E-B, τότε:

Εργασία	Χρόνος Επεξεργασίας	Ημερομηνία Παράδοσης	Χρόνος Παράδοσης	Χρονική Απόκλιση
D	6	9	6	-3
C	2	7	8	+1
A	3	5	11	+6
E	1	2	12	+ 10
B	4	6	16	+ 10

**Πίνακας 1.11**

Μέσος χρόνος ροής:  $(6+8+11+12+16)/5=10,6$  ημέρες Μέση

βραδύτερη περάτωση:  $(1+6+10+10)/5=5,4$  ημέρες

Μέσος χρόνος αναμονής:  $(0+6+8+11+12)/5=7,4$

ημέρες Μέγιστη βραδύτερη απόκλιση: 10 ημέρες

Αριθμός καθυστερημένων εργασιών: 4 εργασίες

Οι επιδόσεις των παραπάνω κανόνων προτεραιότητας στο συγκεκριμένο παράδειγμα, σε σχέση με τα κριτήρια απόδοσης, συνοψίζονται στον πίνακα 1.12.

		Κριτήρια				
		Μέσος χρόνος ροής	Μέση βραδύτερη περάτωση	Μέσος χρόνος αναμονής	Μέγιστη βραδύτερη απόκλιση	Αριθμός καθυστερημένων εργασιών
Κανόνες	FCFS	10	4,6	6,8	14	4
	SPT	7,2	2,4	4	7	3
	DD	7,8	2,4	4,6	7	3
	STR	8,6	3,2	5,4	9	3
	CR	11,4	6	8,2	12	4
	LCFS	9,2	4	6	11	3
	Moore	7,4	2,2	4,2	7	2
	Random	10,6	5,4	7,4	10	4

**Πίνακας 1.12**

Από τον πίνακα 1.12 προκύπτουν, για το συγκεκριμένο παράδειγμα, οι καλύτερες/ χειρότερες επιδόσεις στα διάφορα κριτήρια που σημειώνονται από τους διάφορους κανόνες όπως φαίνεται και από τους διαφορετικούς χρωματισμούς (με κόκκινο η χειρότερη επίδοση και με πράσινο η καλύτερη). Από τον πίνακα προκύπτει ότι πολύ καλές επιδόσεις έχει ο κανόνας του ελάχιστου χρόνου επεξεργασίας και ο κανόνας του Moore, ο οποίος πλεονεκτεί φυσικά και ως προς το κριτήριο NT (συνολικός αριθμός καθυστερημένοι εργασιών). Τα αποτελέσματα αυτά, αν και είναι ενδεικτικά των επιδόσεων των κανόνων, δεν θα παρατηρηθούν υποχρεωτικά σε άλλα παραδείγματα, με διαφορετική σύνθεση εργασιών.

Ας σημειωθεί ότι, από την εφαρμογή των διαφόρων κανόνων, εκτός από τις εργασίες που ολοκληρώνεται η επεξεργασία τους μετά την προβλεπόμενη ημερομηνία παράδοσης, προκύπτουν εργασίες που περατώνονται πριν από την ημερομηνία αυτή. Οι εργασίες αυτές και οι αντίστοιχοι χρόνοι, νωρίτερης περάτωσης διαφέρουν από κανόνα σε κανόνα. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, και στις δύο περιπτώσεις προκύπτει ένα κόστος για το σύστημα είτε στην πρώτη περίπτωση, της βραδύτερης ολοκλήρωσης, είτε στη δεύτερη περίπτωση, της νωρίτερης ολοκλήρωσης. Γενικότερα, αν στο παράδειγμα αθροιστούν οι απόλυτες τιμές των αποκλίσεων από την ημερομηνία παράδοσης όπως υπολογίστηκαν για τους διάφορους κανόνες, προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:

Φαίνεται, επομένως, ότι η μέση απόκλιση από τις ημερομηνίες παράδοσης είναι

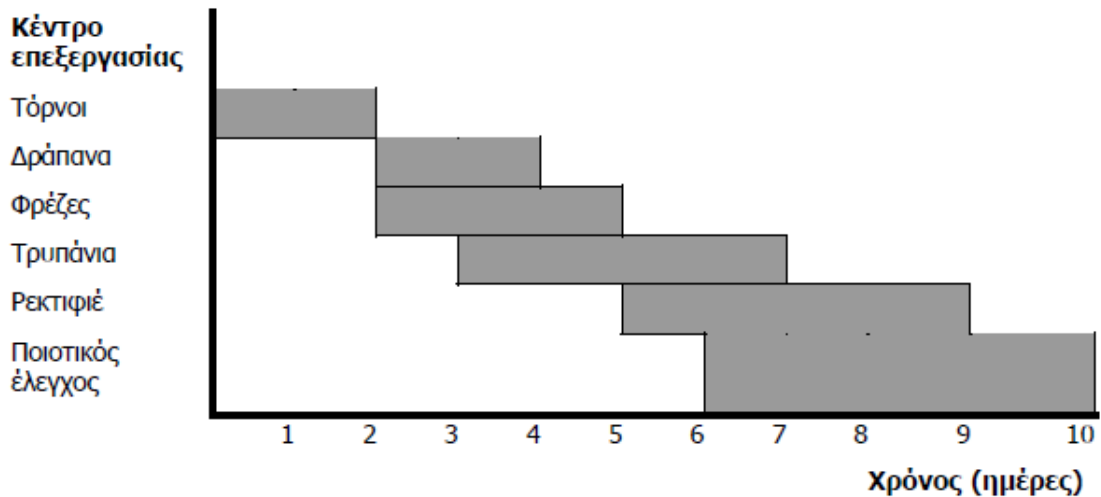
<b>Κανόνες</b>	<b>Άθροισμα αποκλίσεων</b>
<b>FCFS</b>	25
<b>SPT</b>	17
<b>DD</b>	14
<b>STR</b>	18
<b>CR</b>	32
<b>LCFS</b>	23
<b>Moore</b>	14
<b>Random</b>	30

**Πίνακας 1.13**

ελάχιστη στην περίπτωση των κανόνων της ημερομηνίας παράδοσης και του Moore και είναι μέγιστη στον κανόνα του κρίσιμου λόγου.

#### **1.4.2 Το Πρόβλημα Προγραμματισμού N/N Συστήματος (Ανάθεσης)**

Στα συστήματα παραγωγής job-shop, κάθε πελάτης αναθέτει στο σύστημα την παραγωγή ενός αριθμού προϊόντων, των οποίων οι προδιαγραφές έχουν καθοριστεί από τον ίδιο ή σε συνεργασία με το σύστημα. Το σύστημα διαθέτει ένα αριθμό επεξεργαστών, στους οποίους ανατίθεται η εκτέλεση των παραγγελιών. Η ανάθεση ή κατανομή των εργασιών στους επεξεργαστές του συστήματος είναι το πρόβλημα που θα αναλυθεί στη συγκεκριμένη παράγραφο. Όταν η ανάθεση αφορά εργασίες που δεν χρειάζεται να διασπαστούν σε μικρότερες ώστε να ανατεθούν σε διαφορετικούς επεξεργαστές, όταν δηλαδή κάθε εργασία ανατίθεται σε έναν επεξεργαστή, τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα διαγράμματα Gantt, που αποτελούν μια απλή μέθοδος προγραμματισμού. Σε ένα διάγραμμα Gantt, κάθε επεξεργαστής αντιστοιχεί σε μια οριζόντια γραμμή και κάθε εργασία τοποθετείται στη γραμμή του αντίστοιχου επεξεργαστή όπου θα διεκπεραιωθεί. Η τοποθέτηση γίνεται με ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, που έχει μήκος ανάλογο με τη διάρκεια της αντίστοιχης επεξεργασίας.



**Σχήμα 1.1**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

Τα διαγράμματα Gantt χρησιμοποιούνται σε απλές περιπτώσεις, με όχι μεγάλο αριθμό εργασιών, και έχουν περιορισμένες δυνατότητες όσον αφορά τη σχεδίαση εναλλακτικών σεναρίων ανάθεσης των επεξεργαστών. Σε ορισμένα πιο σύνθετα προβλήματα μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος ανάθεσης, που αποτελεί ειδική εφαρμογή του γραμμικού προγραμματισμού. Για την εφαρμογή της μεθόδου της ανάθεσης απαιτείται να ισχύουν τα παρακάτω:

- Κάθε εργασία ανατίθεται σε έναν επεξεργαστή και αντιστρόφως.
- Ο αριθμός των εργασιών ισούται με τον αριθμό των επεξεργαστών.
  - Οι εφικτοί συνδυασμοί αναθέσεων (σενάρια αναθέσεων των εργασιών στους επεξεργαστές) αξιολογούνται με βάση ένα δείκτη απόδοσης. Ο δείκτης αυτός είναι συνάρτηση κάποιων μεταβλητών κόστους ή οφέλους.

Έστω ότι υπάρχουν  $N$  εργασίες που πρέπει να ανατεθούν για εκτέλεση σε  $N$  διαφορετικούς επεξεργαστές. Το κόστος ολοκλήρωσης της εκτέλεσης κάθε εργασίας διαφέρει από επεξεργαστή σε επεξεργαστή λόγω των προδιαγραφών των επεξεργαστών. Η ανάθεση των εργασιών στους επεξεργαστές πρέπει να γίνει έτσι, ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος που θα προκύψει από τους επεξεργαστές. Θεωρείται ένας πίνακας  $N \times N$ , στον οποίο περιγράφεται το κόστος της κάθε εργασίας σε κάθε έναν από τους επεξεργαστές, τότε για την εύρεση της βέλτιστης ανάθεσης ακολουθούνται τα εξής βήματα:

*Βήμα 1:* Σε κάθε γραμμή του πίνακα, που αντιστοιχεί σε μια εργασία, αφαιρείται η μικρότερη τιμή από όλες τις τιμές της γραμμής, με αποτέλεσμα να δημιουργείται τουλάχιστον μία μηδενική τιμή σε κάθε γραμμή. Προφανώς, η πιο συμφέρουσα ανάθεση της εργασίας που αντιστοιχεί στη γραμμή είναι στη μηχανή που αντιστοιχεί στο στοιχείο της γραμμής με τη μηδενική τιμή.

*Βήμα 2:* Όμοια, σε κάθε στήλη του πίνακα, που αντιστοιχεί σε μια μηχανή, αφαιρείται η μικρότερη τιμή από όλες τις τιμές της στήλης, με αποτέλεσμα επίσης να δημιουργείται τουλάχιστον μία μηδενική τιμή σε κάθε στήλη. Μια μηδενική τιμή σε

κάποια θέση της στήλης σημαίνει προφανώς ότι η αντίστοιχη μηχανή συμφέρει να αναλάβει την εργασία που αντιστοιχεί στο στοιχείο της στήλης με τη μηδενική τιμή.

**Βήμα 3:** Έστω  $n$  ο ελάχιστος αριθμός γραμμών ή/και στηλών που καλύπτουν όλες τις μηδενικές τιμές. Αν ο αριθμός  $n$  ισούται με το συνολικό αριθμό των γραμμών  $N$  (άρα και των στηλών), τότε μια βέλτιστη κατανομή βρίσκεται ως εξής:

- Τα μηδενικά στοιχεία αποτελούν υποψήφιους συνδυασμούς ανάθεσης. Η εργασία κάθε γραμμής ανατίθεται σε μηχανή, που αντιστοιχεί σε στήλη με μηδενικό στοιχείο στη θέση της τομής γραμμής/ στήλης. Η στήλη απαλείφεται, πράγμα που σημαίνει ότι η αντίστοιχη μηχανή έχει αναλάβει αυτήν την εργασία, και φυσικά μόνον αυτή.
- Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται και για τις υπόλοιπες γραμμές/ στήλες, ώσπου κάθε εργασία να έχει ανατεθεί σε μια (μόνο) μηχανή και κάθε μηχανή να έχει αναλάβει μια (μόνο) εργασία.

**Βήμα 4:** Αν ο αριθμός  $n$  είναι μικρότερος από τον αριθμό των γραμμών  $N$  (και των στηλών), τότε δημιουργούνται πρόσθετες μηδενικές τιμές ως εξής: βρίσκεται η μικρότερη από τις μη μηδενικές τιμές που δεν ανήκει στις  $n$  γραμμές ή/ και στήλες και αφαιρείται από τον εαυτό της και από τις υπόλοιπες τιμές του πίνακα που δεν ανήκουν στις  $n$  γραμμές ή/ και στήλες. Επίσης, η τιμή αυτή προστίθεται στις τιμές που βρίσκονται στην τομή μιας γραμμής και μιας στήλης των  $n$  γραμμών και στηλών που προσδιορίστηκαν παραπάνω. Μετά επαναλαμβάνονται τα βήματα 3 και 4 μέχρις ότου ο αριθμός  $n$  να ισούται με τον αριθμό των γραμμών  $N$  (και στηλών) του πίνακα.

Ο τρόπος εφαρμογής της μεθόδου ανάθεσης για την καλύτερη κατανόηση θα δειχθεί με ένα παράδειγμα. Έστω ένα εργοστάσιο που πρέπει να αναθέσει 5 εργασίες σε 5 μηχανές. Το κόστος κάθε εργασίας για την εκτέλεσή της στην εκάστοτε μηχανή παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα 1.14.

		ΜΗΧΑΝΕΣ				
		A	B	C	D	E
ΕΡΓΑΣΙΕΣ	1	5	6	4	8	3
	2	6	4	9	8	5
	3	4	3	2	5	4
	4	7	2	4	5	3
	5	3	6	4	5	5

**Πίνακας 1.14**

Πηγή: «Production and Operation Management1, Chase, Aquilano, Jacobs

Συνολικά υπάρχουν  $5! = 120$  διαφορετικοί συνδυασμοί για την ανάθεση των εργασιών. Για την βέλτιστη επιλογή συνδυασμού, δηλαδή για την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους εκτέλεσης όλων των εργασιών θα ακολουθηθούν τα βήματα του κανόνα ανάθεσης που περιγράφηκαν παραπάνω.

*Βήμα 1:* Αφαιρείται ο μικρότερος αριθμός από κάθε γραμμή.

		ΜΗΧΑΝΕΣ				
		A	B	C	D	E
ΕΡΓΑΣΙΕΣ	1	2	3	1	5	0
	2	2	0	5	4	1
	3	2	1	0	3	2
	4	5	0	2	3	1
	5	0	3	1	2	2

Πίνακας 1.15

Πηγή: «Production and Operation Management», Chase, Aquilano, Jacobs

*Βήμα 2:* Αφαιρείται ο μικρότερος αριθμός από κάθε στήλη.

		ΜΗΧΑΝΕΣ				
		A	B	C	D	E
ΕΡΓΑΣΙΕΣ	1	2	3	1	3	0
	2	2	0	5	2	1
	3	2	1	0	1	2
	4	5	0	2	1	1
	5	0	3	1	0	2

Πίνακας 1.16

Πηγή: «Production and Operation Management», Chase, Aquilano, Jacobs

*Βήμα 3:* Ο αριθμός των γραμμών που καλύπτουν όλα τα μηδενικά είναι  $n=4$ . Επειδή όμως ισχύει ότι το  $n$  είναι μικρότερο από τον αριθμό των εργασιών και των μηχανών δηλαδή το 5, πρέπει να εκτελεστεί το βήμα 4.

		ΜΗΧΑΝΕΣ				
		A	B	C	D	E
ΕΡΓΑΣΙΕΣ	1	2	3	1	3	0
	2	2	0	5	2	1
	3	2	1	0	1	2
	4	5	0	2	1	1
	5	0	3	1	0	2

### Πίνακας 1.17

Πηγή: «Production and Operation Management», Chase, Aquilano, Jacobs

Βήμα 4: Η μικρότερη μη μηδενική τιμή του πίνακα που δεν ανήκει στις  $n$  γραμμές ή/και

		ΜΗΧΑΝΕΣ				
		A	B	C	D	E
ΕΡΓΑΣΙΕΣ	1	1	3	0	2	0
	2	1	0	4	1	1
	3	2	2	0	1	3
	4	4	0	1	0	1
	5	0	4	1	0	3

στήλης είναι η τιμή 1. Η τιμή αυτή πρέπει να αφαιρεθεί από όλες τις μη μηδενικές τιμές του πίνακα στις θέσεις που δεν καλύπτονται από τις παραπάνω 4 γραμμές/στήλες και να προστεθεί στις τιμές που αντιστοιχούν στις θέσεις των τομών των 4 γραμμών/στηλών του πίνακα. Έτσι προκύπτει ο πίνακας 1.18 και ξαναεκτελείται στη συνέχεια το βήμα 3.

### Πίνακας 1.18

Πηγή: «Production and Operation Management», Chase, Aquilano, Jacobs

Βήμα 5: Ο αριθμός των γραμμών που καλύπτουν όλα τα μηδενικά είναι  $n=5$ . Δηλαδή το  $n$

		ΜΗΧΑΝΕΣ				
		A	B	C	D	E
ΕΡΓΑΣΙΕΣ	1	1	3	0	2	0
	2	1	0	4	1	1
	3	2	2	0	1	3
	4	4	0	1	0	1
	5	0	4	1	0	3

ισούται πλέον με τον αριθμό των εργασιών/μηχανημάτων, άρα είναι εφικτό να προκύψει ένας βέλτιστος συνδυασμός για την ανάθεση των εργασιών.

### Πίνακας 1.19

Πηγή: «Production and Operation Management», Chase, Aquilano, Jacobs



Έτσι προκύπτει ότι η εργασία 2 πρέπει να εκτελεστεί από τη μηχανή B, η εργασία 3 από την μηχανή C, άρα στην εργασία 1 απομένει να εκτελεστεί από τη μηχανή E και στην 4 από τη μηχανή D, οπότε η 5 θα εκτελεστεί από τη μηχανή A. Η λύση αυτή είναι και η μόνη πιθανή λύση για το σύστημα. Θα μπορούσε να προκύψει πίνακας, ο οποίος θα έδινε περισσότερες από μια βέλτιστες λύσεις. Τα αποτελέσματα της μεθόδου συνοψίζονται στον πίνακα 9.20, όπου στην τελευταία στήλη φαίνεται το κόστος για κάθε μία από τις εργασίες και το συνολικό τους το οποίο είναι και το ελάχιστο δυνατό.

<i>1</i>	$\rightarrow$	<i>E</i>	<i>3</i>
<i>2</i>	$\rightarrow$	<i>B</i>	<i>4</i>
<i>3</i>	$\rightarrow$	<i>C</i>	<i>2</i>
<i>4</i>	$\rightarrow$	<i>D</i>	<i>5</i>
<i>5</i>	$\rightarrow$	<i>A</i>	<u><i>3</i></u>
			<i>17</i>

**Πίνακας 1.20**

### 1.4.3 Το Πρόβλημα Προγραμματισμού N/M Συστήματος

Μέχρι τώρα αναλύθηκαν τα συστήματα job-shop, στα οποία απαιτούνταν η εκτέλεση N εργασιών από έναν επεξεργαστή ή η ανάθεση N εργασιών σε N επεξεργαστές. Στη συνέχεια, θα διερευνηθεί η γενική περίπτωση συστημάτων παραγωγής job-shop, όπου N εργασίες πρέπει να εκτελεστούν από M επεξεργαστές. Ο αριθμός των δυνατών συνδυασμών των εργασιών αν έπρεπε να εκτελεστούν από έναν επεξεργαστή, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, είναι N!. Δεδομένου όμως τώρα, ότι ο αριθμός των επεξεργαστών είναι M, ο συνολικός αριθμός των δυνατών συνδυασμών για την εκτέλεση όλων των εργασιών είναι  $(N!)^M$ .

Αυτό σημαίνει ότι, ακόμα και για πολύ μικρά προβλήματα, στη γενική περίπτωση των συστημάτων job-shop, ο αριθμός των δυνατών συνδυασμών είναι εξαιρετικά μεγάλος. Για παράδειγμα, αν το πλήθος των εργασιών που πρέπει να εκτελεστούν είναι 6 και οι επεξεργαστές που είναι διαθέσιμοι είναι 3, τότε προκύπτουν συνολικά  $(6!)^3=373.248.000$  πιθανοί συνδυασμοί. Είναι φανερό ότι το πρόβλημα της εύρεσης του βέλτιστου από αυτούς τους συνδυασμούς είναι πολύ δύσκολο να λυθεί, ακόμα και από ένα ταχύτατο υπολογιστικό σύστημα, πόσο μάλλον για ένα σύστημα με περισσότερες από 6 εργασίες ή/και 3 επεξεργαστές, κάτι το οποίο είναι πολύ πιθανό στην πράξη.

Για την επίλυση προβλημάτων χρονικού προγραμματισμού παραγωγής, στη γενική περίπτωση job-shop συστημάτων, απαιτούνται αλγόριθμοι που να δίνουν γρήγορα τη καλύτερη λύση, δηλαδή το καλύτερο συνδυασμό, σε σχέση με το επιλεγμένο κριτήριο απόδοσης. Τέτοιοι αλγόριθμοι, πράγματι, υπάρχουν για ορισμένα σχετικά απλά προβλήματα χρονικού προγραμματισμού παραγωγής, όχι όμως και για τα σύνθετα προβλήματα προγραμματισμού που συναντώνται συχνά σε παραγωγικά συστήματα και τα οποία στην πράξη παραμένουν άλυτα, από την άποψη της εύρεσης της βέλτιστης λύσης τους. Η πολυπλοκότητα ενός συστήματος μπορεί να μειωθεί με τη εισαγωγή ασθενών και ισχυρών περιορισμών, όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο. Έτσι μειώνονται κατά συνέπεια και οι δυνατοί εναλλακτικοί συνδυασμοί εργασιών σε αυτούς μόνο που θα εκπληρώνουν τους περιορισμούς αυτούς.

Στις περιπτώσεις των σύνθετων προβλημάτων προγραμματισμού, δεν υπάρχει συγκεκριμένη μεθοδολογία αντιμετώπισής τους. Η εμπειρική γνώση μπορεί να οδηγήσει σε μια σειρά κανόνων που απλοποιούν τη διαδικασία επίλυσης. Αναζητούνται συνήθως υποβέλτιστες λύσεις με τη χρήση των κανόνων καθώς και κάποιων διαδικασιών προγραμματισμού και γραφικών, και άλλων μεθόδων. Εξαιρετικά αποτελεσματικός έχει αποδεχθεί για την αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων ο συνδυασμός κανόνων και τυπικών εργαλείων της επιχειρησιακής έρευνας (υβριδισμός).

Στην περίπτωση της εκτέλεσης  $n$  εργασιών από έναν επεξεργαστή, παρουσιάστηκαν 11 διαφορετικοί κανόνες για την εύρεση του βέλτιστου συνδυασμού για την καλύτερη εκτέλεση των εργασιών σύμφωνα με τα κριτήρια απόδοσης. Στην περίπτωση γενικού job-shop, η διαδικασία εκπόνησης χρονικού προγράμματος παραγωγής περιλαμβάνει τη χρήση των ίδιων κανόνων δρομολόγησης των εργασιών στους επεξεργαστές. Για την εφαρμογή των κανόνων αυτών εξετάζονται οι εργασίες και οι επιμέρους φάσεις που περιλαμβάνουν, ο αντίστοιχος χρόνος επεξεργασίας και οι επεξεργαστές. Ο κανόνας δρομολόγησης εφαρμόζεται όταν δύο ή περισσότερες εργασίες αναμένουν για να δρομολογηθούν σε έναν επεξεργαστή, ώστε να βρεθεί ποια έχει προτεραιότητα. Όταν τελειώσει μια φάση μιας εργασίας, η εργασία αυτή προστίθεται στις άλλες που αναμένουν να πάρουν σειρά σε άλλον επεξεργαστή. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για κάθε μονάδα χρόνου, μέχρι να δρομολογηθούν όλες οι εργασίες.

Σε έρευνα των J. Kanet, J. Hayya, οι οποίοι επικεντρώθηκαν στους κανόνες που σχετίζονταν με την ημερομηνία παράδοσης, έχει προταθεί η χρήση των κανόνων της ημερομηνίας παράδοσης (DD), του ελάχιστου περιθωρίου (STR) και του κρίσιμου λόγου (CR) σε τέτοια συστήματα. Τρία κριτήρια που προτείνονται ότι πρέπει να εκπληρώνει ο κανόνας που θα επιλεγεί για συστήματα γενικού job-shop είναι:

- Να είναι σχετικά απλός κρίνοντας των μεγάλων αριθμό συνδυασμών που πρέπει να εξεταστούν.
- Να τον χαρακτηρίζει δυναμικότητα, δηλαδή να μπορεί να προσαρμοστεί εύκολα στις αλλαγές που θα συμβαίνουν κατά τη διάρκεια που εκτελούνται οι εργασίες στο σύστημα. Και,

- Πρέπει με κάποιο τρόπο να βασίζεται στο περιθώριο που έχει η κάθε εργασία, δηλαδή στο χρόνο που απομένει μέχρι την ημερομηνία παράδοσης και στο χρόνο επεξεργασίας που απομένει για την εργασία.

Στη συνέχεια, για την καλύτερη κατανόηση των συστημάτων αυτών και της εφαρμογής των διαφόρων κανόνων δρομολόγησης, παρουσιάζεται ένα παράδειγμα που αφορά την εκτέλεση 6 εργασιών (1-6) από 3 επεξεργαστές (A-C). Στον πίνακα 1.21 που ακολουθεί δίνονται σε παρένθεση οι χρόνοι επεξεργασίας για κάθε εργασία και κάθε επεξεργαστή αντίστοιχα. Επίσης δίνονται και οι χρόνοι παράδοσης των εργασιών.

ΕΡΓΑΣΙΑ	ΣΕΙΡΑ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ ΣΤΟΥΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΤΕΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΟΙ ΧΡΟΝΟΙ	ΧΡΟΝΟΣ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ
1	A(3) B(3) C(2)	10
2	A(5) C(2)	13
3	B(4) A(4) C(3)	12
4	B(3) C(5) A(2)	18
5	C(5) B(4)	14
6	C(2) A(5) B(5)	15

**Πίνακας 1.21**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπτής

Θα εφαρμοστούν τέσσερις από τους πιο σημαντικούς κανόνες και συγκεκριμένα, ο κανόνας του ελάχιστου χρόνου επεξεργασίας (SPT), της ημερομηνίας παράδοσης (DD), του ελάχιστου περιθωρίου (STR) και της σειράς άφιξης στο σύστημα (FCFS).

#### *1. Κανόνας του ελάχιστου χρόνου επεξεργασίας (SPT).*

Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, σε κάθε μηχανή προτεραιότητα έχει η εργασία με το μικρότερο χρόνο επεξεργασίας. Έτσι, για παράδειγμα, ξεκινώντας τη δρομολόγηση, στη μηχανή A προτεραιότητα έχει η εργασία 1 με χρόνο επεξεργασίας ίσο με 3 και όχι η 2 που επίσης αρχίζει από τη μηχανή 1, αλλά έχει χρόνο επεξεργασίας ίσο με 5. Ομοίως, στη μηχανή B προτεραιότητα έχει η εργασία 4 και όχι η 3 και στη μηχανή C προτεραιότητα έχει η εργασία 6 και όχι η 5. Όταν ολοκληρωθεί η επεξεργασία της εργασίας 6 από τη μηχανή C, μετά το τέλος της δεύτερης ώρας, μπορεί να φορτωθεί αμέσως η εργασία 5, η οποία πρέπει

να επεξεργαστεί αρχικά από αυτή τη μηχανή. Οι εργασίες 1 και 4 δεν μπορούν να δρομολογηθούν σε αυτήν τη μηχανή μιας και επεξεργάζονται από

άλλες μηχανές εκείνη τη χρονική στιγμή, επίσης οι εργασίες 2 και 3 παρά το ότι είναι διαθέσιμες πρέπει να επεξεργαστούν πρώτα από τις μηχανές A και B αντίστοιχα.

Παρομοίως, όταν ολοκληρωθεί η επεξεργασία της εργασίας 1 από τη μηχανή A, μετά το τέλος της τρίτης ώρα, μπορεί να φορτωθεί αμέσως, είτε η εργασία 2, μιας και δεν έχει αρχίσει ακόμη η επεξεργασία της και η πρώτη φάση της εκτελείται στη μηχανή A, είτε η εργασία 6, η εκτέλεση της πρώτης φάσης της οποίας στη μηχανή C έχει ολοκληρωθεί στη δεύτερη ώρα και στη συνέχεια πρέπει να επεξεργαστεί από στην μηχανή A. Καμία άλλη εργασία δεν μπορεί να φορτωθεί αμέσως, δηλαδή κατά το τέλος της τρίτης ώρας, μιας και η εργασία 3 δεν έχει επεξεργαστεί ακόμη από τη μηχανή B και οι εργασίες 4 και 5 επεξεργάζονται ήδη από άλλες μηχανές. Οι εργασίες 2 και 6 απαιτούν και οι δύο επεξεργασία στη μηχανή A που διαρκεί 5 ώρες. Η επιλογή ανάμεσα στις δύο μπορεί να γίνει με κάποιο πρόσθετο κριτήριο π.χ. το κριτήριο της νωρίτερης άφιξης στο σύστημα, οπότε να επιλεγεί η εργασία 2. Χρησιμοποιώντας την ίδια λογική και στη συνέχεια προκύπτει το εξής πρόγραμμα:

Χρόνος	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
<b>Μηχανή A</b>	1	1	1	2	2	2	2	2	6	6	6	6	6	3	3	3	3	4	4	-
<b>Μηχανή B</b>	4	4	4	1	1	1	3	3	3	3	5	5	5	5	6	6	6	6	6	-
<b>Μηχανή C</b>	6	6	5	5	5	5	5	1	1	2	2	4	4	4	4	4	-	3	3	3
<b>Εργασίες που ολοκληρώνονται</b>									1		2			5					4 6	3

**Πίνακας 1.22**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

## 2. Κανόνας της ημερομηνίας παράδοσης (DD).

Η εργασία με την νωρίτερη ημερομηνία παράδοσης στη μηχανή A είναι η εργασία 1, η οποία έχει ημερομηνία παράδοσης 10 μέρες σε σχέση με την εργασία 2 που έχει 13 μέρες. Άρα προτεραιότητα στη μηχανή A έχει η εργασία 1. Ομοίως, στις μηχανές B και C έχουν προτεραιότητα οι εργασίες 3 και 5 αντίστοιχα. Όταν ολοκληρωθεί η επεξεργασία στη μηχανή A της εργασίας 1, στο τέλος της τρίτης ώρας, από τις διαθέσιμες εργασίες 2, 4 και 6, μόνο η εργασία 2 αναμένει και αυτή να επεξεργαστεί από τη μηχανή A. Όταν ολοκληρωθεί η επεξεργασία στη μηχανή B της εργασίας 3, από τις διαθέσιμες εργασίες 1, 4 και 6, η τελευταία αναμένει να επεξεργαστεί πρώτα από τη μηχανή C, ενώ από τις 1 και 4 που αναμένουν να επεξεργαστούν από τη μηχανή B, νωρίτερη παράδοση έχει η εργασία 1, επομένως και έχει προτεραιότητα. Με την ίδια λογική προκύπτει έτσι το παρακάτω πρόγραμμα:

Χρόνος	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
Μηχανή Α	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	6	6	6	6	6	-	-	-	4	4	
Μηχανή Β	3	3	3	3	1	1	1	5	5	5	5	4	4	4	-	-	-	6	6	6	6	6	
Μηχανή C	5	5	5	5	5	6	6	1	1	2	2	-	3	3	3	4	4	4	4	4	4	-	-
Εργασίες που ολοκληρώνονται									1		2 5				3								4 6

Πίνακας 1.23

### 3. Ο κανόνας του ελάχιστου περιθωρίου (STR)

Αρχικά, η εργασία με το ελάχιστο περιθώριο προκύπτει αν αφαιρεθεί από την ημερομηνία παράδοσης ο αντίστοιχος συνολικός χρόνος επεξεργασίας για κάθε εργασία. Έτσι προκύπτει ότι το περιθώριο για τις εργασίες 1, 2, 3, 4, 5 και 6 είναι 2, 6, 1, 8, 5 και 3 ώρες αντίστοιχα. Επομένως προτεραιότητα έχει η εργασία 3, με περιθώριο 1 ώρα, της οποίας η πρώτη φάση εκτελείται στη μηχανή Β, όπου και δρομολογείται η εργασία. Ακολουθεί η εργασία 1, με περιθώριο 2 ώρες, της οποίας η πρώτη φάση εκτελείται στη μηχανή Α, όπου και δρομολογείται και τέλος ακολουθεί η εργασία 6, η οποία δρομολογείται στη μηχανή C. Με την ίδια λογική προκύπτει έτσι το παρακάτω πρόγραμμα:

Χρόνος	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
Μηχανή Α	1	1	1	6	6	6	6	6	3	3	3	3	2	2	2	2	2	4	4	-	
Μηχανή Β	3	3	3	3	1	1	1	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	-
Μηχανή C	6	6	5	5	5	5	5	1	1	-	4	4	4	4	4	3	3	3	3	2	2
Εργασίες που ολοκληρώνονται									1					5					3	4 6	2

Πίνακας 1.24

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

### 4. Ο κανόνας σειράς άφιξης (FCFS).

Θεωρώντας ότι οι εργασίες έφτασαν στο σύστημα με τη σειρά 1, 2, 3, 4, 5, 6, η εργασία 1 δρομολογείται πρώτη στη μηχανή Α και όχι η 2 που έχει αφιχθεί αργότερα στο σύστημα, η εργασία 3 δρομολογείται πρώτη στη μηχανή Β και όχι η 4 και η εργασία 5 δρομολογείται στη μηχανή C και όχι η 6. Με την ίδια λογική προκύπτει τελικά το ακόλουθο πρόγραμμα:

Χρόνος	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Μηχανή Α	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	6	6	6	6	6	4	4			
Μηχανή Β	3	3	3	3	1	1	1	4	4	4	5	5	5	5	-	-	-	6	6	6	6	6
Μηχανή C	5	5	5	5	5	6	6	1	1	2	2	4	4	4	4	4	3	3	3	-	-	-
Εργασίες που ολοκληρώνονται									1		2 5			5					3 4			6

**Πίνακας 1.25**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπτής

Είναι φανερό από την ανάλυση των παραπάνω κανόνων προτεραιότητας, ότι κάθε κανόνας δίνει συνήθως διαφορετικό πρόγραμμα από κάποιον άλλο. Στον πίνακα 9.26 που ακολουθεί συνοψίζονται οι επιδόσεις των διαφόρων κανόνων δρομολόγησης σε σχέση με διάφορα κριτήρια απόδοσης στην περίπτωση του συγκεκριμένου παραδείγματος. Οι επιδόσεις αυτές αποτελούν μία γενική εκτίμηση για την απόδοση των κανόνων προτεραιότητας και μπορούν να διαφοροποιηθούν αν αλλάξουν τα δεδομένα του προβλήματος.

**ΚΡΙΤΗΡΙΑ**

ΚΑΝΟΝΑΣ	Αριθμός καθυστερημένων εργασιών	Συνολική καθυστέρηση	Μέσος χρόνος ροής	Χρόνος ολοκλήρωσης
Ελάχιστου χρόνου επεξεργασίας	3	13	15,33	20
Ημερομηνίας παράδοσης	3	14	15	22
Ελάχιστου περιθωρίου	4	18	16,5	20
Σειρά άφιξης στο σύστημα	3	15	15,67	22

**Πίνακας 1.26**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπτής

Δύο παραλλαγές στους κανόνες που παρουσιάστηκαν παραπάνω είναι ο κανόνας της σειράς άφιξης στον επεξεργαστή (και όχι στο σύστημα) καθώς και ο κανόνας της ελάχιστης απομένουσας επεξεργασίας (και όχι του ελάχιστου χρόνου επεξεργασίας) όπου ο ελάχιστος συνολικός χρόνος επεξεργασίας είναι το κριτήριο επιλογής και όχι ο χρόνος επεξεργασίας για κάθε επεξεργαστή ξεχωριστά. Όπως

μπορεί να αποδειχθεί όμως, τα αποτελέσματα του κανόνα αυτού δεν είναι ιδιαίτερα ενθαρρυντικά. Προκύπτει πολύ μεγάλος χρόνος ολοκλήρωσης των εργασιών μιας και οι εργασίες με μεγάλους συνολικούς χρόνους αναβάλλονται συνεχώς και στην ουσία εκτελούνται μόνο όταν έχουν τελειώσει όλες οι υπόλοιπες.

Γενικά, η πραγματική κατάσταση που επικρατεί συνήθως σε ένα γενικό σύστημα job-shop είναι δυναμική, δηλαδή μεταβάλλεται συνεχώς, νέες παραγγελίες προστίθενται στις υπάρχουσες και έκτακτα γεγονότα συμβαίνουν που μεταβάλλουν τα δεδομένα του προβλήματος όπως για παράδειγμα καθυστερήσεις στην εκτέλεση μιας φάσης μιας παραγγελίας. Έτσι, αν η εφαρμογή των διαφόρων κανόνων και η αξιολόγηση τους, σύμφωνα με τα κριτήρια απόδοσης, σε μια στατική κατάσταση μπορεί να δώσει ακριβή απάντηση σχετικά με το βέλτιστο κανόνα προτεραιότητας των εργασιών στο σύστημα, αυτό είναι αδύνατο να γίνει στην περίπτωση μιας δυναμικής κατάστασης. Στην περίπτωση αυτή είναι χρήσιμο να γνωρίζει η διοίκηση τις γενικές επιδόσεις των διαφόρων κανόνων ως προς τα διάφορα κριτήρια, όπως έχουν προκύψει από τη μελέτη ενός μεγάλου αριθμού περιπτώσεων, και να εφαρμόζει καθένα κανόνα κατά περίπτωση.

Γενικό συμπέρασμα που έχει προκύψει από τέτοιες μελέτες, και είναι κοινώς αποδεκτό, είναι ότι ο κανόνας του ελάχιστου χρόνου επεξεργασίας δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα, παρά την απλότητά του, αν το κριτήριο είναι ο ελάχιστος μέσος χρόνος ροής ή μέσος αριθμός παραγγελιών στο σύστημα. Το συμπέρασμα αυτό φαίνεται λογικό, αφού προωθούνται νωρίτερα οι εργασίες που απαιτούν μικρούς χρόνους επεξεργασίας, με αποτέλεσμα να ελευθερώνονται μηχανές για να δεχθούν άλλες παραγγελίες. Άλλωστε, αν και αγνοεί την ημερομηνία παράδοσης των παραγγελιών, κάτι το οποίο έχει αναφερθεί νωρίτερα ως σημαντικό στοιχείο για τα αποτελέσματα ενός κανόνα, έχει πολύ καλές επιδόσεις όσον αφορά κριτήρια που σχετίζονται με τις καθυστερήσεις, όπως τον αριθμό καθυστερημένων παραγγελιών ή τη μέση καθυστέρηση παραγγελιών. Ο κανόνας αυτός, πάντως, συνεπάγεται ότι θα αναβάλλεται συνεχώς η εκτέλεση ενός αριθμού εργασιών που απαιτούν μεγάλο χρόνο επεξεργασίας.



## 1.5. Προγραμματισμός σε flow-shop Συστήματα

Μία σημαντική διαφορά μεταξύ των συστημάτων παραγωγής job-shop σε σχέση με τα συστήματα παραγωγής flow-shop είναι ότι στην πρώτη περίπτωση, η σειρά των επεξεργασιών διαφέρει γενικά από παραγγελία σε παραγγελία, ενώ στη δεύτερη περίπτωση, η σειρά είναι πάντα η ίδια, για κάθε μονάδα προϊόντος. Ένα σύστημα flow-shop μπορεί να θεωρηθεί ως ειδική περίπτωση ενός συστήματος job-shop με  $m$  επεξεργαστές, όπου η εκτέλεση κάθε παραγγελίας περιλαμβάνει μέχρι  $m$  επεξεργασίες, μία σε κάθε επεξεργαστή. Γενικά υπάρχουν δύο κατηγορίες συστημάτων flow-shop. Η πρώτη ονομάζεται «καθαρό» σύστημα flow-shop, όπου όλες οι παρτίδες παραγωγής ενός προϊόντος για να εκτελεστούν περνούν από όλους τους επεξεργαστές, και η δεύτερη ονομάζεται «γενικό» flow-shop, όπου κάθε παρτίδα, αν και ακολουθεί την ίδια κατεύθυνση μέσα στο σύστημα, δεν περνάει υποχρεωτικά από όλους τους επεξεργαστές.

Παράδειγμα καθαρού συστήματος flow-shop είναι μια γραμμή συναρμολόγησης, όπου η παραγωγή πραγματοποιείται από φάση σε φάση στην ίδια πάντα κατεύθυνση και περνώντας από όλους τους σταθμούς παραγωγής. Σε άλλες περιπτώσεις, όπως στην περίπτωση παραγωγής τυπωμένων κυκλωμάτων ή στην περίπτωση παραγωγής ενδυμάτων, η ίδια διαδοχή επεξεργασιών απαιτείται για ένα μεγάλο αριθμό κομματιών μιας παραγγελίας, ενώ η διαδοχή αυτή μπορεί να αλλάζει από παραγγελία σε παραγγελία. Ένα τέτοιο σύστημα θεωρείται γενικό σύστημα flow-shop. Σε άλλες περιπτώσεις, πάλι, η παραγωγή μπορεί να θεωρηθεί ότι διεξάγεται σε δύο φάσεις, που αντιστοιχούν στους δυο τύπους συστημάτων, job-shop και flow-shop. Παράδειγμα τέτοιου συστήματος αποτελεί μια βιομηχανία επίπλων, όπου η βασική διαμόρφωση του επίπλου πραγματοποιείται στις αρχικές φάσεις της παραγωγής, όμοια για όλα τα προϊόντα (flow-shop κομμάτι) ενώ στις τελευταίες φάσεις (τοποθέτηση ταπετσαρίας, βαφή κλπ.) η παραγωγή διαφοροποιείται και εξατομικεύεται (job-shop κομμάτι).

Όπως περιγράφηκε στα προηγούμενα κεφάλαια που αναφέρθηκαν σε παραγωγικά συστήματα job-shop, έτσι και τώρα ο χρονικός προγραμματισμός σε παραγωγικά συστήματα flow-shop αφορά την εύρεση της βέλτιστης μεθόδου δρομολόγησης των εργασιών, δηλαδή τέτοιας που να ικανοποιεί στο μέγιστο βαθμό τα επιλεγμένα κριτήρια απόδοσης, λαμβάνοντας πάντα υπόψη τους υπάρχοντες περιορισμούς. Όμως, όπως και στην περίπτωση των συστημάτων job-shop, ακόμα και για σχετικά απλά προβλήματα δεν είναι εύκολο να βρεθούν βέλτιστες λύσεις. Μέθοδοι για την εύρεση τέτοιων λύσεων έχουν προσδιοριστεί σε ένα πολύ μικρό αριθμό προβλημάτων.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα μιας τέτοιας μεθόδου είναι ο αλγόριθμος Johnson. Ειδικότερα, με τη βοήθεια του αλγορίθμου αυτού, βρίσκεται η βέλτιστη λύση στο πρόβλημα για την εκτέλεση  $N$  εργασιών σε 2 επεξεργαστές, συστήματος τύπου flow-shop. Το κριτήριο απόδοσης που ικανοποιεί η συγκεκριμένη μέθοδος είναι ο ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης των εργασιών. Το κριτήριο αυτό μετράει το ποσοστό αξιοποίησης των επεξεργαστών και επιτυγχάνει την ελαχιστοποίηση του χρόνου που οι επεξεργαστές μένουν άεργοι. Ένα πρόγραμμα είναι τόσο καλύτερο όσο

περισσότερο μειώνει τον άεργο χρόνο των επεξεργαστών κάνοντας αποτελεσματικότερη χρήση του μηχανολογικού εξοπλισμού του συστήματος.

Αν θεωρηθεί η ύπαρξη δύο επεξεργαστών 1 και 2, ο αλγόριθμος Johnson βασίζεται στα ακόλουθα: είναι λογικό η παραγωγική διαδικασία να αρχίσει με την εκτέλεση της εργασίας με τον ελάχιστο χρόνο επεξεργασίας στον επεξεργαστή 1. Έτσι, θα είναι ελάχιστος και ο αντίστοιχος χρόνος που ο επεξεργαστής 2 θα είναι άεργος, δηλαδή ο χρόνος που θα χρειαστεί να αναμείνει μέχρι να αρχίσει να απασχολείται με κάποια από τις εργασίες. Με τον ίδιο τρόπο, είναι λογικό η παραγωγική διαδικασία να τελειώσει με την εργασία με τον ελάχιστο χρόνο επεξεργασίας στον επεξεργαστή 2, επειδή, κατά το χρόνο αυτό η μηχανή 1 παραμένει άεργη. Η λογική αυτή μπορεί να επεκταθεί και στις υπόλοιπες εργασίες. Προκύπτει, λοιπόν, ότι για την εύρεση του βέλτιστου προγράμματος παραγωγής, οι εργασίες με το μικρότερο χρόνο επεξεργασίας στον επεξεργαστή 1 πρέπει να τοποθετηθούν προς την αρχή του προγράμματος, ενώ εκείνες με τον ελάχιστο χρόνο επεξεργασίας στον επεξεργαστή 2 πρέπει να τοποθετηθούν προς το τέλος.

Με βάση τη λογική που περιγράφηκε παραπάνω, ο αλγόριθμος Johnson μπορεί να εφαρμοστεί στη δρομολόγηση  $N$  εργασιών σε δύο μηχανές 1 και 2, ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα:

*Βήμα 1:* Καταγραφή χρόνων επεξεργασίας εργασιών από τις μηχανές.

*Βήμα 2:* Επιλογή του συντομότερου χρόνου επεξεργασίας.

*Βήμα 3:* Εάν ο χρόνος επεξεργασίας αναφέρεται στην πρώτη μηχανή τότε η αντίστοιχη εργασία εκτελείται πρώτη από όλες. Αν αναφέρεται στη δεύτερη μηχανή η εργασία εκτελείται τελευταία.

*Βήμα 4:* Εξαίρεση της εργασίας και επανάληψη των βημάτων 2 και 3 έως ότου δρομολογηθούν όλες οι εργασίες.

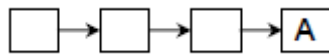
Για την καλύτερη κατανόηση παρατίθεται ένα παράδειγμα της εκτέλεσης 4 εργασιών από 2 μηχανές. Οι χρόνοι επεξεργασίας των εργασιών που απαιτούνται από τις δύο μηχανές φαίνονται στον πίνακα 1.27, ο οποίος αποτελεί και το Βήμα 1 του κανόνα

<b>Εργασία</b>	<b>Χρόνος Επεξεργασίας στη Μηχανή 1</b>	<b>Χρόνος Επεξεργασίας στη Μηχανή 2</b>
A	3	2
B	6	8
C	5	6
D	7	4

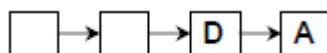
**Πίνακας1.27**

*Βήμα 2:* Ο μικρότερος χρόνος επεξεργασίας από το σύνολο των εργασιών και για τις δύο μηχανές είναι για την εργασία A στην μηχανή 2 με χρόνο ίσο με 2.

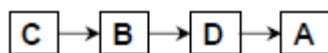
*Βήμα 3:* Σύμφωνα με τον κανόνα, η εργασία αυτή θα εκτελεστεί τελευταία στη σειρά.



*Βήμα 4:* Εξαιρείται τώρα η εργασία A, και επαναλαμβάνονται τα βήματα 2 και 3. Η μικρότερη τιμή πλέον είναι η τιμή 4 που αντιστοιχεί στην εργασία D στη μηχανή 2. Άρα, η εργασία D πρέπει να εκτελεστεί ακριβώς πριν την εργασία A.



Εξαιρώντας και την εργασία D, πλέον η μικρότερη τιμή είναι το 5 που αντιστοιχεί στην εργασία C και στη μηχανή 1. Άρα αυτή η εργασία θα εκτελεστεί πρώτη από όλες τις εργασίες και απομένει η εργασία B για να εκτελεστεί μετά από αυτή. Έτσι η τελική σειρά με την οποία θα δρομολογηθούν όλες οι εργασίες είναι η εξής:



Όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα, έχει ελαχιστοποιηθεί ο χρόνος στον οποίο μένει άεργη μία από τις δύο μηχανές.



**Σχήμα 1.2**

Ο αλγόριθμος Johnson, με κατάλληλη προσαρμογή, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση προβλήματος job-shop, όπου κάθε εργασία δεν είναι υποχρεωτικό να ακολουθήσει την ίδια πορεία ή να περάσει και από τις δυο μηχανές, κάτι το οποίο συμβαίνει σε ένα σύστημα flow-shop. Επίσης, ο αλγόριθμος μπορεί να επεκταθεί σε μια ειδική περίπτωση του προβλήματος με N εργασίες σε 3 μηχανές, όπου ο μέγιστος χρόνος επεξεργασίας στη δεύτερη μηχανή δεν είναι μεγαλύτερος από τον ελάχιστο χρόνο στην πρώτη ή στην τρίτη. Στην περίπτωση αυτή μπορεί πράγματι να βρεθεί το βέλτιστο χρονικό πρόγραμμα παραγωγής, αν θεωρηθούν δύο μηχανές αντί τριών, με χρόνους επεξεργασίας το άθροισμα των χρόνων της πρώτης και της δεύτερης και της δεύτερης και τρίτης, αντίστοιχα, και εφαρμοστεί ο αλγόριθμος Johnson για τις δύο αυτές μηχανές. Όταν προκύπτουν προβλήματα μεγαλύτερη από N/3, τότε αναλυτικές

μέθοδοι επίλυσης που θα οδηγούν σε βελτιστοποίηση της δρομολόγησης των εργασιών δεν υπάρχουν.

## 1.6. Προγραμματισμός σε Συστήματα Παραγωγής σε Παρτίδες

Μέχρι τώρα έχει εξεταστεί ο χρονικός προγραμματισμός παραγωγής συστημάτων job-shop και flow-shop. Μια ενδιάμεση κατηγορία παραγωγικών συστημάτων αποτελούν τα συστήματα παραγωγής σε παρτίδες (batch-shop). Τέτοια είναι τα συστήματα που παράγουν έναν αριθμό διαφορετικών προϊόντων χρησιμοποιώντας τον ίδιο παραγωγικό εξοπλισμό, δηλαδή τους ίδιους επεξεργαστές. Σκοπός παραγωγής σε παρτίδες είναι η κάλυψη της ζήτησης κάθε προϊόντος περιοδικά, δηλαδή μια ποσότητα προϊόντος επαρκής για να ικανοποιηθεί η ζήτηση στο διάστημα μέχρι, να παραχθεί καινούργια παρτίδα. Οι παρτίδες επαναλαμβάνονται στην παραγωγή σε σταθερούς κύκλους μερικές φορές μέσα στη διάρκεια του έτους. Η παραγωγή σε παρτίδες μπορεί να αφορά όχι μόνο τελικά προϊόντα αλλά και ενδιάμεσα τμήματα προϊόντων, καθώς επίσης και εξαρτήματα τελικών προϊόντων.

Ο χρονικός προγραμματισμός παραγωγής στα συστήματα batch-shop, έχει δύο βασικά ζητούμενα. Το πρώτο, όπως και στις περιπτώσεις των job-shop και flow-shop, είναι η δρομολόγηση της παραγωγής, και το δεύτερο σε αυτήν την περίπτωση, είναι το μέγεθος των παρτίδων κάθε προϊόντος που παράγει το σύστημα, έτσι ώστε να καλύπτεται επαρκώς η ζήτηση. Όπως αναφέρθηκε και στην ανάλυση της μεθόδου του προγραμματισμού απαιτούμενων πόρων, ο υπολογισμός του βέλτιστου μεγέθους για την παρτίδα του κάθε προϊόντος σχετίζεται με τη σχέση μεταξύ κόστους αποθεματοποίησης και του κόστους προετοιμασίας της παραγωγής, δηλαδή της προετοιμασίας που απαιτείται για την αλλαγή από την παραγωγή μιας παρτίδας στην παραγωγή της επόμενης. Όσο πιο μεγάλες είναι οι παρτίδες τόσο πιο μεγάλο είναι το κόστος αποθεματοποίησης, αλλά και τόσο μικρότερο είναι το κόστος προετοιμασίας, μιας και θα απαιτούνται λιγότερες αλλαγές κατά τη διάρκεια του χρόνου από την παραγωγή μίας παρτίδας στην επόμενη. Αντίθετα, στην περίπτωση των μικρών παρτίδων, το κόστος αποθεματοποίησης θα μειωθεί, αλλά θα αυξηθεί το κόστος προετοιμασίας μιας και θα απαιτηθεί συχνότερη παραγωγή των παρτίδων για την κάλυψη της ζήτησης. Βέβαια, στην περίπτωση αυτή των μικρών παρτίδων, υπάρχει ο κίνδυνος αν το μέγεθος της παρτίδας είναι υπερβολικά μικρό, να πρέπει να γίνεται παραγωγή της παρτίδας πολύ συχνά και να αυξηθεί τόσο πολύ ο συνολικός χρόνος που απαιτείται για τις συνεχείς αλλαγές από παρτίδα σε παρτίδα, ώστε μην επαρκεί η δυναμικότητα του συστήματος να καλύψει τη ζήτηση.

Για την επίλυση του προβλήματος του χρονικού προγραμματισμού παραγωγής σε τέτοια συστήματα, δηλαδή την εύρεση του βέλτιστου αριθμού των κύκλων παραγωγής παρτίδων κατά τη διάρκεια του έτους, μπορεί καταρχήν να ακολουθηθεί η μέθοδος του κοινού οικονομικού κύκλου. Έτσι, αν είναι:

$n$  το πλήθος των διαφορετικών προϊόντων που παράγονται σε παρτίδες από ένα σύστημα batch-shop,

$N$  ο αριθμός των κύκλων σε μια περίοδο (π.χ. ένα έτος),

$c_i$  το κόστος προετοιμασίας μιας παρτίδας του προϊόντος  $i$ , (θεωρείται σταθερό, ανεξάρτητο από τη σειρά διαδοχής των παρτίδων),

$h_i$  το κόστος αποθήκευσης μιας μονάδας του προϊόντος  $i$ ,

$R_i$  η συνολική ζήτηση του προϊόντος  $i$  σε όλη την περίοδο,

$r_i$  ο ρυθμός μείωσης του αποθέματος (ή η ζήτηση) του προϊόντος  $i$  βραχυπρόθεσμα,

$p_i$  ο ρυθμός παραγωγής του προϊόντος  $i$  βραχυπρόθεσμα

τότε το συνολικό κόστος παραγωγής δίνεται από τη σχέση:

$$K(N) = \sum_{i=1}^m c_i N + \sum_{i=1}^m \frac{h_i R_i}{2 N} \left( 1 - \frac{r_i}{p_i} \right)$$

Στη σχέση αυτή ο πρώτος όρος εκφράζει το συνολικό κόστος προετοιμασίας της παραγωγής των παρτίδων. Πράγματι, στη διάρκεια του έτους, κάθε προϊόν  $i$  από τα  $m$  προϊόντα θα παραχθεί σε  $N$  ίσες παρτίδες, επομένως θα προκύψει για το σύστημα ένα κόστος προετοιμασίας  $c_i N$  για το προϊόν  $i$ . Για το σύνολο των  $m$  προϊόντων θα προκύψει το κόστος που εκφράζει ο πρώτος όρος του παραπάνω αθροίσματος. Ο δεύτερος όρος, άλλωστε, εκφράζει το συνολικό κόστος αποθήκευσης των  $m$  προϊόντων και προκύπτει με τον ίδιο τρόπο που προκύπτει το αντίστοιχο κόστος στην περίπτωση προϊόντων που παράγονται σε παρτίδες.

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει (με παραγωγή ως προς  $N$ ) ο βέλτιστος αριθμός κύκλων  $N_{opt}$ , ο οποίος δίνεται από τη σχέση:

$$N_{opt} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m h_i R_i (1 - r_i / p_i)}{2 \sum_{i=1}^m c_i}}$$

Έτσι, κάθε προϊόν  $i$  θα παράγεται σε παρτίδες  $R_i / N_{opt}$  κομματιών και οι παρτίδες θα απέχουν χρονικά μεταξύ τους  $12 / N_{opt}^*$  μήνες. Είναι φανερό ότι το άθροισμα των χρόνων προετοιμασίας συν το άθροισμα των χρόνων παραγωγής των  $m$  προϊόντων στη διάρκεια ενός κύκλου θα πρέπει να είναι το πολύ ίσο με τη διάρκεια ενός κύκλου. Αυτό αποτελεί απαίτηση για να μπορεί να εφαρμοστεί η λύση που προκύπτει με την παραπάνω μέθοδο. Διαφορετικά θα πρέπει να επιλεγεί διαφορετική διάρκεια κύκλου, συνεπώς και μέγεθος παρτίδων σε κάθε κύκλο. Θα πρέπει, επομένως, μετά τον προσδιορισμό της βέλτιστης λύσης του προβλήματος με την παραπάνω μέθοδο, να ελεγχθεί αν η λύση αυτή είναι εφικτή. Σε μία τέτοια περίπτωση που η παραπάνω λύση  $N_{opt}^*$  δεν είναι εφικτή, μια προσέγγιση που παρέχει υποβέλτιστη λύση στο πρόβλημα, είναι η αναζήτηση, με τη μέθοδο «δοκιμή-σφάλμα», της τιμής του  $N$  που είναι στη γειτονιά του  $N_{opt}^*$ , και που δίνει εφικτή λύση.

## 1.7. Προγραμματισμός Ανθρώπινων Πόρων

Στην περίπτωση συστημάτων που παρέχουν υπηρεσίες (τράπεζες, υπερκαταστήματα, οργανισμοί τηλεπικοινωνιών, νοσοκομεία, οργανισμοί αστικών συγκοινωνιών κλπ) είναι πολύ σημαντικός ο χρονικός προγραμματισμός του προσωπικού και του εξοπλισμού που παράγει τις υπηρεσίες. Σε αυτή την περίπτωση, ο προγραμματισμός μπορεί να γίνει με τους εξής τρόπους, ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του συστήματος:

- Με εφαρμογή κάποιας από τις μεθόδους βελτιστοποίησης που αναφέρθηκαν σε προηγούμενα κεφάλαια.
- Με την εφαρμογή της Θεωρίας Αναμονής, όταν οι αφίξεις πελατών στο σύστημα ή/ και ο χρόνος εξυπηρέτησης ανά πελάτη είναι στοχαστικές μεταβλητές, που υπακούουν σε κάποιο στατιστικό νόμο (π.χ. αφίξεις σύμφωνα με την κατανομή Poisson, χρόνος εξυπηρέτησης σύμφωνα με την κατανομή Erlang).
- Με κάποια από τις μεθόδους που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια, ή άλλες παρόμοιες, που αναφέρονται στην περίπτωση που οι αφίξεις πελατών για εξυπηρέτηση ή/ και ο χρόνος εξυπηρέτησης τους ακολουθούν ένα σταθερό πρότυπο.

Στις περιπτώσεις προγραμματισμού της δυναμικότητας ενός συστήματος, τα ζητούμενα είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους λειτουργίας ή/και ο προγραμματισμός των παραγωγικών πόρων, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται ένας επιθυμητός βαθμός εξυπηρέτησης των πελατών. Γενικά, ο προγραμματισμός της απασχόλησης του ανθρώπινου δυναμικού στην περίπτωση συστημάτων παραγωγής υπηρεσιών επιδιώκεται να βασίζεται σε όσο το δυνατόν καλύτερες προβλέψεις των απαιτήσεων της ζήτησης. Στη συνέχεια, αναφέρονται περιπτώσεις προβλημάτων χρονικού προγραμματισμού προσωπικού της τρίτης περίπτωσης και αντίστοιχες μέθοδοι επίλυσης τους.

### 1.7.1 Εβδομαδιαίος Προγραμματισμός Προσωπικού

Σε πολλές βιομηχανικές και άλλες επιχειρήσεις η λειτουργία της παραγωγής και οι απαιτήσεις σε ανθρωποημέρες ακολουθούν ένα εβδομαδιαίο σταθερό πρόγραμμα. Οι εργαζόμενοι απασχολούνται ένα σταθερό αριθμό ωρών ημερησίως, π.χ. 8, για 5 συνεχείς ημέρες και τις υπόλοιπες 2 δεν εργάζονται. Στην περίπτωση αυτή, αν είναι γνωστές οι απαιτήσεις ημερησίως σε ανθρώπινο δυναμικό, είναι εφικτό να καταρτιστεί το βέλτιστο εβδομαδιαίο πρόγραμμα, ακολουθώντας την παρακάτω μέθοδο, η εφαρμογή της οποίας θα δειχθεί με τη βοήθεια ενός παραδείγματος.

Έστω ότι οι απαιτήσεις ημερησίως σε άτομα στη διάρκεια της εβδομάδας είναι ως εξής:

	<b>Δ</b>	<b>Τ</b>	<b>Τ</b>	<b>Π</b>	<b>Π</b>	<b>Σ</b>	<b>Κ</b>
<b>R<sub>i</sub></b>	4	4	5	5	7	4	3

**Πίνακας 1.28**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

Δηλαδή, συνολικά απαιτούνται 32 ανθρωποημέρες. Άρα η βέλτιστη λύση, αφού κάθε εργαζόμενος θα προσφέρει υπηρεσίες 5 ανθρωποημερών την εβδομάδα, είναι 7 εργαζόμενοι ( $5 \times 7 = 35$  ανθρωποημέρες), με περίσσεια 3 ανθρωποημέρες.

Σύμφωνα με τη μέθοδο, στην αρχή, καθορίζονται οι δύο συνεχόμενες ημέρες αργίας του πρώτου εργαζόμενου, άρα και οι μέρες που θα εργάζεται. Στη συνέχεια αφαιρούνται από τις απαιτήσεις εκείνες οι ανθρωποημέρες που καλύπτονται από αυτόν και η διαδικασία προγραμματισμού επαναλαμβάνεται με το δεύτερο εργαζόμενο, μέχρι να προγραμματιστούν όλοι οι εργαζόμενοι. Ο καθορισμός των δύο ημερών αργίας του πρώτου εργαζόμενου, όπως και των επόμενων, γίνεται παίρνοντας υπόψη το ζεύγος των ημερών με τις ελάχιστες απαιτήσεις. Αυτό είναι αυτό το οποίο η μεγαλύτερη απαίτηση είναι ίση ή μικρότερη από τη μεγαλύτερη απαίτηση οποιουδήποτε άλλου ζεύγους. Στην περίπτωση που υπάρχουν δύο ή περισσότερα τέτοια ζεύγη, επιλέγεται το ζεύγος που έχει αμέσως πριν ή μετά μιαν ημέρα, για την οποία οι απαιτήσεις είναι ελάχιστες. Αν και πάλι υπάρχουν όχι ένα αλλά περισσότερα τέτοια ζεύγη, η επιλογή του ζεύγους των ημερών αργίας του εργαζομένου γίνεται αυθαίρετα ανάμεσα σε αυτά τα ζεύγη.

Στο παράδειγμα, ο προγραμματισμός των εργαζομένων γίνεται ακολουθώντας μια σειρά βημάτων. Κάθε βήμα αντιστοιχεί σε μία γραμμή του παρακάτω πίνακα και στον προγραμματισμό ενός εργαζόμενου. Σε κάθε γραμμή σημειώνεται το ζεύγος των ημερών αργίας για τον εκάστοτε εργαζόμενο:

	<b>Δ</b>	<b>Τ</b>	<b>Τ</b>	<b>Π</b>	<b>Π</b>	<b>Σ</b>	<b>Κ</b>
<b>Εργαζόμενος 1</b>	4	4	5	5	7	4	3
<b>Εργαζόμενος 2</b>	3	3	4	4	6	4	3
<b>Εργαζόμενος 3</b>	3	3	3	3	5	3	2
<b>Εργαζόμενος 4</b>	3	2	2	2	4	2	2
<b>Εργαζόμενος 5</b>	2	2	2	1	3	1	1
<b>Εργαζόμενος 6</b>	1	1	1	0	2	1	1
<b>Εργαζόμενος 7</b>	0	0	1	0	1	0	0

**Πίνακας 1.29**

Ορίζοντας τις ημέρες αργίας όλων των εργαζομένων, έτσι όπως προέκυψε από τον πίνακα 1.29, μπορεί να καταρτιστεί το εβδομαδιαίο πρόγραμμα έτσι όπως φαίνεται

παρακάτω στον πίνακα 1.30, όπου Ε δηλώνει ότι ο αντίστοιχος εργαζόμενος εργάζεται. Συνολικά απασχολούνται 7 εργαζόμενοι και ο έβδομος είναι μερικής απασχόλησης, έχοντας περίσσεια 3 ανθρωποημέρες, έτσι όπως είχε προβλεφθεί αρχικά.

Έστω τώρα η περίπτωση που κατά τη διάρκεια του Σαββατοκύριακου αυξάνεται η ζήτηση. Εφαρμόζεται η ίδια μέθοδος σε ένα αντίστοιχο παράδειγμα, όπως αυτό που παρουσιάζεται στον πίνακα 1.31.

	<b>Δ</b>	<b>Τ</b>	<b>Τ</b>	<b>Π</b>	<b>Π</b>	<b>Σ</b>	<b>Κ</b>
<b>Απαιτήσεις</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>4</b>	<b>3</b>
<b>Εργαζόμενος 1</b>	Ε	Ε	Ε	Ε	Ε		
<b>Εργαζόμενος 2</b>			Ε	Ε	Ε	Ε	Ε
<b>Εργαζόμενος 3</b>		Ε	Ε	Ε	Ε	Ε	
<b>Εργαζόμενος 4</b>	Ε			Ε	Ε	Ε	Ε
<b>Εργαζόμενος 5</b>	Ε	Ε	Ε	Ε	Ε		
<b>Εργαζόμενος 6</b>	Ε	Ε			Ε	Ε	Ε
<b>Εργαζόμενος 7</b>			Ε		Ε		
<b>Σύνολο</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>4</b>	<b>3</b>

**Πίνακας 1.30**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

Προκύπτει από το παράδειγμα αυτό, ότι οι συνολικές απαιτήσεις είναι 39 ανθρωποημέρες, επομένως ο ελάχιστος αριθμός απασχολούμενων είναι 8. Η διαδικασία του προγραμματισμού σταματάει όταν ο αριθμός των απασχολούμενων είναι ο βέλτιστος, αλλά για τον 8ο απασχολούμενο δεν ικανοποιείται ο περιορισμός του συνεχούς διήμερου αργίας. Επίσης, έχει προκύψει ότι ο 7ος εργαζόμενος θα απασχολείται 4 ημέρες την εβδομάδα, αντί για πενθήμερο.

	<b>Δ</b>	<b>Τ</b>	<b>Τ</b>	<b>Π</b>	<b>Π</b>	<b>Σ</b>	<b>Κ</b>
<b>Εργαζόμενος 1</b>	4	4	3	5	7	8	8
<b>Εργαζόμενος 2</b>	3	4	3	4	6	7	7
<b>Εργαζόμενος 3</b>	2	4	3	3	5	6	6
<b>Εργαζόμενος 4</b>	1	3	3	3	4	5	5
<b>Εργαζόμενος 5</b>	1	3	2	2	3	4	4
<b>Εργαζόμενος 6</b>	0	2	2	2	2	3	3
<b>Εργαζόμενος 7</b>	0	2	1	1	1	2	2
<b>Εργαζόμενος 8</b>	0	1	1	1	0	1	1

**Πίνακας 1.31**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

Το πρόγραμμα αυτό, όπως άλλωστε και στην περίπτωση του προηγούμενου παραδείγματος, δεν είναι το μοναδικό βέλτιστο. Είναι εφικτό να προκύψουν διάφορα εναλλακτικά βέλτιστα προγράμματα, δηλαδή προγράμματα που να απαιτούν τον ίδιο ελάχιστο αριθμό απασχολούμενων. Για παράδειγμα, αλλάζοντας το προγραμματισμένο διήμερο αργίας για το δεύτερο εργαζόμενο, που αντιστοιχεί στη δεύτερη γραμμή, και προγραμματίζοντας ένα διαφορετικό, προκύπτει το εξής πρόγραμμα:



	<b>Δ</b>	<b>Τ</b>	<b>Τ</b>	<b>Π</b>	<b>Π</b>	<b>Σ</b>	<b>Κ</b>
<b>Εργαζόμενος 1</b>	4	4	3	5	7	8	8
<b>Εργαζόμενος 2</b>	3	4	3	4	6	7	7
<b>Εργαζόμενος 3</b>	3	4	2	3	5	6	6
<b>Εργαζόμενος 4</b>	2	3	2	3	4	5	5
<b>Εργαζόμενος 5</b>	2	3	1	2	3	4	4
<b>Εργαζόμενος 6</b>	1	2	1	2	2	3	3
<b>Εργαζόμενος 7</b>	1	2	0	1	1	2	2
<b>Εργαζόμενος 8</b>	0	1	0	1	0	1	1

**Πίνακας 1.32**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

Φυσικά, είτε με το ένα είτε με το άλλο πρόγραμμα, οι εργαζόμενοι μπορούν να παίρνουν διαφορετικές ημέρες αργίας από εβδομάδα σε εβδομάδα. Μπορεί το πρόγραμμα αυτό να εκτελείται κυκλικά από όλους τους εργαζομένους και έτσι για παράδειγμα, στο αρχικό πρόγραμμα, κάθε εργαζόμενος θα μπορεί σε σύνολο 8 εβδομάδων να παίρνει 2 φορές το διήμερο αργία Τρίτη-Τετάρτη, 3 φορές το διήμερο Τετάρτη-Πέμπτη, 2 φορές το διήμερο Δευτέρα-Τρίτη και μία φορά θα αργεί τις μέρες Δευτέρα και Παρασκευή. Επίσης μια φορά στις 8 εβδομάδες θα αργεί ακόμα μια ημέρα, μιας και ανάμεσα στις διατιθέμενες ανθρωποημέρες κάθε εβδομάδα, δηλαδή  $5 \times 8 = 40$ , και στις αντίστοιχες απαιτούμενες, που είναι 39, υπάρχει περίσσεια μία ανθρωποημέρα.

Όπως ειπώθηκε προηγουμένως μία απαίτηση είναι ένα διήμερο συνεχόμενων ημερών αργίας. Αυτή η απαίτηση μπορεί να μην είναι ο μοναδικός περιορισμός που είναι δυνατό να τεθεί, προκειμένου να εκπονηθεί ένα πρόγραμμα απασχόλησης του ανθρώπινου δυναμικού σε συστήματα που παρέχουν υπηρεσίες. Ένας άλλος συνηθισμένος περιορισμός είναι να μη ξεπερνιέται ένας μέγιστος αριθμός ημερών εργασίας μεταξύ δυο διαδοχικών διημέρων αργίας. Άλλοι τέτοιοι περιορισμοί μπορεί να είναι το διήμερο αργίας να συμπίπτει με Σαββατοκύριακο, π.χ. τουλάχιστον μια φορά το μήνα, να δίνονται δύο συνεχόμενα διήμερα αργίας, π.χ. μια φορά κάθε δύο μήνες, κλπ. Όταν υπάρχει δυνατότητα μερικής απασχόλησης εργαζομένων, ο προγραμματισμός διευκολύνεται, πράγμα που συμβαίνει γενικά όταν οι περιορισμοί μειώνονται. Αξίζει να αναφερθεί ξανά ότι η αύξηση των περιορισμών στο σύστημα μειώνει με τη σειρά της τον αριθμό των βέλτιστων λύσεων που μπορούν να επιλεγθούν.

Όπως έχει αναφερθεί, πολύ σημαντικό στοιχείο στην εκπόνηση ενός σωστού προγράμματος απασχόλησης του ανθρώπινου δυναμικού είναι η όσο το δυνατόν καλύτερες προβλέψεις σχετικά με το πρότυπο της ζήτησης. Το πρότυπο αυτό μπορεί να μεταβάλλεται από εποχή σε εποχή στη διάρκεια του έτους από ημέρα σε ημέρα στη διάρκεια της εβδομάδας και από ώρα σε ώρα στη διάρκεια της ημέρας. Άρα, οι προβλέψεις θα πρέπει να ελέγχονται συνεχώς, να ανανεώνονται και να επιδιώκουν να εξακριβώσουν τα πρότυπα της ζήτησης σε όλες τις βαθμίδες της κλίμακας του χρόνου (έτος, μήνας, εβδομάδα, ημέρα), αφού σε αυτά τα πρότυπα θα στηριχθεί ο προγραμματισμός, ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη χρήση του ανθρώπινου δυναμικού μέσα στους υπάρχοντες περιορισμούς. Αυτοί οι περιορισμοί τίθενται συνήθως από το

νομικό πλαίσιο μιας χώρας, από γενικές και κλασικές συλλογικές συμβάσεις εργασίας και από συμφωνίες μεταξύ εργοδοσίας και εργαζομένων.

### 1.7.2 Ημερήσιος προγραμματισμός προσωπικού

Πάρα πολλές επιχειρήσεις και οργανισμοί πρέπει να καθορίζουν τις ημερήσιες απαιτήσεις τους σε ανθρώπινο δυναμικό. Ακολουθεί ένα παράδειγμα που φαίνεται πως μία τράπεζα καταρτίζει τον ημερήσιο προγραμματισμό της. Βασικά, η διοίκηση της τράπεζας επιθυμεί να συνταχθεί ένα πρόγραμμα το οποίο θα εκπληρώνει τα εξής κριτήρια:

- να απαιτείται ο ελάχιστος αριθμός υπαλλήλων που θα διεκπεραιώνουν τον απαιτούμενο ημερήσιο φόρτο εργασίας, και
- να ελαχιστοποιείται η απόκλιση μεταξύ των απαιτούμενων ανθρωποωρών και αυτών που τελικά προγραμματίζονται.

Αρχικά, η τράπεζα πρέπει να ορίσει τις εισόδους στο σύστημα ως προϊόντα (επιταγές, καταθέσεις, έγγραφα επενδύσεων κ.λ.π.), οι οποίες δρομολογούνται μέσα από διάφορες διεργασίες (λήψη, ταξινόμηση κ.λ.π.). Για να υπολογιστούν οι απαιτούμενες ανθρωποώρες, χρειάζεται να γίνει μία πρόβλεψη του όγκου των προϊόντων που θα απαιτούν εξυπηρέτηση από το σύστημα σε ημερήσια βάση. Η πρόβλεψη αυτή φαίνεται στην πρώτη στήλη του πίνακα 9.33. Επίσης, πρέπει να είναι γνωστός ο ρυθμός εξυπηρέτησης σε κάθε μία από τις διεργασίες (P/H), όπως παρουσιάζονται στην πρώτη στήλη από κάθε μία από τις διεργασίες. Έτσι, είναι εφικτό να υπολογιστούν οι ανθρωποώρες εργασίας που απαιτούνται για κάθε διεργασία σε ημερήσια βάση ( $H_{req}$ , δεύτερη στήλη). Αθροίζοντας τις ανθρωποώρες αυτές για κάθε διεργασία και προσθέτοντας ένα ποσοστό λόγω απουσιών ή διακοπών των εργαζομένων μπορεί να εκτιμηθεί ο αριθμός ανθρωποωρών που απαιτούνται για κάθε διεργασία, καθώς και διαιρώντας με τον αριθμό των ωρών που εργάζεται ένας υπάλληλος (συνήθως οχτώ) μπορεί να υπολογιστεί ο αριθμός των υπαλλήλων που απαιτούνται σε ημερήσια βάση.

Προϊόντα	Ημερήσιος Όγκος	ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ								
		Λήψη		Ταξινόμηση		Διεκπ/ωση		Επικύρωση		Σύνολο
		P/H	H <sub>req</sub>	P/H	H <sub>req</sub>	P/H	H <sub>req</sub>	P/H	H <sub>req</sub>	H <sub>req</sub>
Επιταγές	1000	500	2	250	4	100	10	400	2,5	
Καταθέσεις	2500	1000	2,5	500	5	200	12,5	600	4,2	
Αναλήψεις	1500	1000	1,5	500	3	100	15	800	1,8	
Επενδύσεις	300	50	6	25	12	20	15	60	5	
Δηλώσεις	500	100	5	50	10	40	12,5	80	6,3	
Σύνολο			17		34		65		19,8	
Απουσίες(*25%)			21,3		42,5		81,3		24,8	
Υπάλληλοι			2,7		5,3		10,1		3,1	

Πίνακας 1.34

Στον παρακάτω πίνακα 1.34 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά οι ακριβείς απαιτήσεις σε προσωπικό, ο πιθανός τελικός προγραμματισμός, η απόκλιση μεταξύ τους, καθώς και οι πιθανές ενέργειες της διοίκησης για την εξισορρόπηση των αποκλίσεων.

Διεργασίες	Απαιτήσεις	Προγραμματισμός	Απόκλιση	Πιθανές ενέργειες
Λήψη	2,7	3	+0,3	Κάνουν και Ταξινόμηση
Ταξινόμηση	5,3	5	-0,3	Από Λήψη
Διεκπεραίωση	10,1	10	-0,1	Υπερωρίες
Επικύρωση	3,1	3	-0,1	Υπερωρίες

Πίνακας 1.34

Πηγή: «Production and Operation Management», Chase, Aquilano, Jacobs

### 1.7.3 Ωριαίος προγραμματισμός προσωπικού

#### 1.7.3.1 Μη Κυκλικά Προγράμματα

Το πρόβλημα, που θα εξεταστεί στη συγκεκριμένη παράγραφο, αφορά την εκδοχή των προβλημάτων προγραμματισμού, όπου η ζήτηση μεταβάλλεται συνεχώς από ώρα σε ώρα, χωρίς να υπάρχει καμία περιοδικότητα. Ο προγραμματισμός του προσωπικού μπορεί να γίνει βάσει της ζήτησης όπως και στις περιπτώσεις του εβδομαδιαίου και του ημερήσιου προγραμματισμού, εφαρμόζοντας αυτή τη φορά όμως την «αρχή της πρώτης ώρας». Σύμφωνα με αυτήν την αρχή, ο αριθμός των εργαζομένων, που εργάζονται κατά την πρώτη ώρα, ισούται με τις απαιτήσεις της ζήτησης για την ώρα αυτή. Για την επόμενη ώρα που ακολουθεί, προστίθεται ο αντίστοιχος απαιτούμενος επιπλέον αριθμός εργαζομένων. Αν στο τέλος της

βάρδιας του, ένας εργαζόμενος δεν χρειάζεται να αντικατασταθεί, λόγω της ζήτησης κατά την επόμενη περίοδο, δεν αντικαθίσταται. Σε αντίθετη περίπτωση προστίθενται ο απαιτούμενος αριθμός εργαζομένων για την κάλυψη της ζήτησης. Η εφαρμογή της αρχής θα δειχθεί με το ακόλουθο παράδειγμα.

Έστω ότι έχει προβλεφθεί η ζήτηση  $R_i$ , σε ανθρωποώρες κατά τις 12 πρώτες ώρες της λειτουργίας ενός συστήματος είναι όπως φαίνεται στον πίνακα 1.35. Με τον όρο απαιτήσεις εννοείται ο απαιτούμενος αριθμός εργαζομένων, που, εφόσον αναλάβουν εργασία, κάνουν βάρδια 8 ωρών.

Ώρα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	4	4	6	7	7	9	11	11	9	8	7	7

**Πίνακας 1.35**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παππής

Σύμφωνα με την «αρχή της πρώτης ώρας», κατά την πρώτη ώρα θα τοποθετηθούν 4 εργαζόμενοι. Την δεύτερη ώρα δεν θα απαιτηθεί να τοποθετηθούν εκ νέου κι άλλοι εργαζόμενοι μιας και η απαίτηση παραμένει 4. Κατά την τρίτη ώρα θα προστεθούν δύο εργαζόμενοι για να καλυφθεί η αύξηση των απαιτούμενων ανθρωποωρών από 4 σε 6. Συνεχίζοντας με αυτή τη λογική, κατά την 8η ώρα απασχολούνται 11 εργαζόμενοι. Από αυτούς 4 θα αποχωρήσουν κατά την επόμενη ώρα, αφού έχουν συμπληρώσει το δωρο της βάρδιας τους, και θα απομείνουν 7. Κατά την 9η ώρα απαιτούνται 9 εργαζόμενοι. Επομένως θα προστεθούν  $9-7=2$  νέοι εργαζόμενοι. Κατά τη 10η ώρα απαιτούνται 8 εργαζόμενοι. Ήδη απασχολούνται 9 εργαζόμενοι, ενώ δεν τελειώνει η βάρδια κανενός από αυτούς. Επομένως οι απαιτήσεις υπερκαλύπτονται. Με τον ίδιο τρόπο γίνεται η τοποθέτηση νέων εργαζομένων κατά τις υπόλοιπες ώρες και προκύπτει τελικά το παρακάτω πρόγραμμα για τις 12 ώρες.

Ώρα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b><math>R_i</math></b>	4	4	6	7	7	9	11	11	9	8	7	7
<b>Νέοι Εργαζόμενοι</b>	4		2	1		2	2	-	2	-	-	1
<b>Αποχωρούντες</b>									4	-	2	1
<b><math>W_i</math></b>	4	4	6	7	7	9	11	11	9	9	7	7

**Πίνακας 1.36**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παππής

Συγκρίνοντας τη γραμμή των απαιτήσεων  $R$  με τη γραμμή των συνολικά διατιθέμενων ανθρωποωρών  $W_i$  προκύπτει η τυχόν περίσσεια δυναμικού. Στο παράδειγμα, κατά τις δώδεκα πρώτες ώρες υπάρχει περίσσεια μόνο κατά τη 10η ώρα μίας εργατοώρας.

### 1.7.3.2 Κυκλικά Προγράμματα

Στην περίπτωση τώρα των κυκλικών προγραμμάτων υπάρχει η λογική που αναπτύχθηκε προηγουμένως, αλλά αυτή τη φορά υπάρχει ένα σταθερό πρότυπο απαιτήσεων που επαναλαμβάνεται περιοδικά. Στη διάρκεια κάθε περιόδου, οι απαιτήσεις μεταβάλλονται, αλλά οι μεταβολές αυτές είναι ίδιες από περίοδο σε περίοδο. Ο βέλτιστος προγραμματισμός μπορεί να γίνει πάλι με εφαρμογή της «αρχής της πρώτης ώρας», η οποία αυτή τη φορά θα επαναλαμβάνεται μέχρι να σταθεροποιηθεί το πρότυπο του συνολικού αριθμού τοποθετήσεων, η γραμμή των νέων εργαζομένων δηλαδή στον πίνακα. Αυτό το σταθερό πρότυπο που θα προκύψει αποτελεί το βέλτιστο πρόγραμμα προσωπικού.

Έστω λοιπόν, η πρόβλεψη σε απαιτήσεις εμφανίζει ένα σταθερό πρότυπο που επαναλαμβάνεται κάθε 12 ώρες, ενώ στη διάρκεια του 12ώρου παρουσιάζει την εικόνα του παραδείγματος που εξετάστηκε παραπάνω, δηλαδή:

Ωρα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R	4	4	6	7	7	9	11	11	9	8	7	7

**Πίνακας 1.37**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

Εφαρμόζοντας την «αρχή της πρώτης ώρας» ξανά, αλλά θεωρώντας, για λόγους απλοποίησης του παραδείγματος, μόνο 4ωρη απασχόληση των εργαζομένων για το πρώτο 12ωρο ισχύει:

Ωρα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R <sub>i</sub>	4	4	6	7	7	9	11	11	9	8	7	7
Νέοι Εργαζόμενοι	4		2	1	4	2	4	1	2	1	3	1
Αποχωρούντες	-	-	-	-	4	-	2	1	4	2	4	1
W <sub>i</sub>	4	4	6	7	7	9	11	11	9	8	7	7

**Πίνακας 1.38**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

Συνεχίζοντας για τα επόμενα 12ωρα, ισχύει:

#### Δεύτερο 12ωρο

Ωρα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R <sub>i</sub>	4	4	6	7	7	9	11	11	9	8	7	7
Νέοι Εργαζόμενοι	-	-	5	2	-	2	7	2	-		5	2
Αποχωρούντες	2	1	3	1	-	-	5	2	-	2	7	2
W <sub>i</sub>	5	4	6	7	7	9	11	11	11	9	7	7

**Πίνακας 1.39**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

Τρίτο 12ωρο

Ώρα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R <sub>i</sub>	4	4	6	7	7	9	11	11	9	8	7	7
Νέοι Εργαζόμενοι	-	-	4	3	-	2	6	3	-	-	4	3
Αποχωρούντες	-	-	5	2	-	-	4	3	-	2	6	3
W <sub>i</sub>	7	7	6	7	7	9	11	11	11	9	7	7

**Πίνακας 1.40**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

Τέταρτο 12ωρο

Ώρα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R <sub>i</sub>	4	4	6	7	7	9	11	11	9	8	7	7
Νέοι Εργαζόμενοι	-	-	3	4	-	2	5	4	-	-	3	4
Αποχωρούντες	-	-	4	3	-	-	3	4	-	3	5	4
W <sub>i</sub>	7	7	6	7	7	9	11	11	11	9	7	7

**Πίνακας 1.41**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

Πέμπτο 12ωρο

Ώρα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R <sub>i</sub>	4	4	6	7	7	9	11	11	9	8	7	7
Νέοι Εργαζόμενοι	-	-	2	5	-	2	4	5	-	-	2	5
Αποχωρούντες	-	-	3	4	-	-	2	5	-	2	4	5
W <sub>i</sub>	7	7	6	7	7	9	11	11	11	9	7	7

**Πίνακας 1.42**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

Έκτο 12ωρο

Ώρα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R <sub>i</sub>	4	4	6	7	7	9	11	11	9	8	7	7
Νέοι Εργαζόμενοι	-	-	1	6	-	2	3	6	-	-	1	6
Αποχωρούντες	-	-	2	5	-	-	1	6	-	2	3	6
W <sub>i</sub>	7	7	6	7	7	9	11	11	11	9	7	7

**Πίνακας 1.43**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

Έβδομο 12ωρο

Ώρα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R <sub>i</sub>	4	4	6	7	7	9	11	11	9	8	7	7
Νέοι Εργαζόμενοι	-	-	-	7	-	2	2	7	-	-	-	7
Αποχωρούντες	-	-	1	6	-	-	-	7	-	2	2	7
W <sub>i</sub>	7	7	6	7	7	9	11	11	11	9	7	7

**Πίνακας 1.44**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

Όγδοο 12ωρο

Ώρα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R <sub>i</sub>	4	4	6	7	7	9	11	11	9	8	7	7
Νέοι Εργαζόμενοι	-	-	-	7	-	2	2	7	-	-	-	7
Αποχωρούντες	-	-	-	7	-	-	-	7	-	2	2	7
W <sub>i</sub>	7	7	7	7	7	9	11	11	11	9	7	7
	3	3	1	-	-	-	-	-	-	2	1	-

**Πίνακας 1.45**

Πηγή: «Προγραμματισμός Παραγωγής», Κ. Παπής

Οι τοποθετήσεις που πρέπει να γίνουν κάθε ώρα του 7ου 12ώρου είναι ίδιες με τις τοποθετήσεις κατά τις αντίστοιχες ώρες του 8ου 12ώρου και θα επαναληφθούν ακριβώς οι ίδιες κατά τα επόμενα 12ωρα. Άρα, το πρόγραμμα τοποθετήσεων αυτών των δύο 12ώρων είναι το βέλτιστο, έτσι όπως φαίνεται στη γραμμή των νέων εργαζομένων. Συνολικά οι απαιτήσεις του 12ώρου είναι  $\Sigma P_i = 90$  ανθρωποώρες, ενώ το σύνολο των διατιθέμενων ανθρωποωρών είναι  $\Sigma W_i = 100$ . Υπάρχει, επομένως, μια περίσσεια 10 ανθρωποωρών, η οποία φαίνεται αναλυτικά στην τελευταία γραμμή του πίνακα σε ποιες ώρες κατανέμεται.

## 1.8. Έλεγχος Παραγωγικής Διαδικασίας (Shop Floor Control)

### 1.8.1 Λειτουργίες του έλεγχου της παραγωγικής διαδικασίας

Ο προγραμματισμός απαιτούμενων υλικών και ο χρονικός προγραμματισμός παραγωγής, όπως αυτοί περιγράφηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, αποτελούν ένα κομμάτι του Ελέγχου Παραγωγικής Διαδικασίας (Shop Floor Control). Ο ορισμός, που δίνει το American Production and Inventory Control Society (APICS), για ένα σύστημα ελέγχου παραγωγικής διαδικασίας είναι ο εξής:

*«Ένα σύστημα το οποίο εκμεταλλεύεται τα δεδομένα από το χώρο παραγωγής, καθώς και διάφορα επεξεργασμένα αρχεία δεδομένων, με σκοπό να διατηρεί και να μεταβιβάζει τις πληροφορίες κατάστασης των παραγγελιών παραγωγής και των κέντρων εργασίας».*

Οι βασικές λειτουργίες του ελέγχου της παραγωγικής διαδικασίας παρουσιάζονται παρακάτω:

- Ανάθεση προτεραιότητας σε κάθε παραγγελία
- Παρακολούθηση / καταγραφή όγκου παραγωγής
- Ενημέρωση κεντρικών συστημάτων για την κατάσταση (status) κάθε εργασίας
- Παραγωγή πραγματικών δεδομένων για αποτελεσματικό έλεγχο χωρητικότητας
  - Παραγωγή πραγματικών δεδομένων -ανά μηχανή- για λογιστική παρακολούθηση και έλεγχο αποθεμάτων.
  - Μέτρηση αποτελεσματικότητας, βαθμού χρησιμοποίησης και παραγωγικότητας ανθρώπων / μηχανών

Στο προγραμματισμό εργασιών και στον έλεγχο της ισορροπίας του φόρτου εργασίας των μηχανών στο χώρο παραγωγής, προτείνεται από τους Pruett και Schartner η προσέγγιση με βάση τις τρεις παρακάτω μεθόδους, δηλαδή της διαδοχικής προσέγγισης (successive approach), της προσέγγισης με αλληλεπίδραση (interactive approach) και της προσέγγισης με ημι-αλληλεπίδραση (semi-interactive approach).

Η διαδοχική προσέγγιση χαρακτηρίζεται από τον αυτόματο χρονικό προγραμματισμό των παραγγελιών μέσω ενός υπολογιστικού συστήματος, με βάση έναν κανόνα προτεραιότητας (π.χ. ελάχιστου χρόνου επεξεργασίας), αδιαφορώντας για πληροφορίες που έχουν να κάνουν με το φόρτο εργασίας στις μηχανές του κέντρου παραγωγής. Στην προσέγγιση αλληλεπίδρασης το χαρακτηριστικό της είναι ότι υπεισέρχεται ο ανθρώπινος παράγοντας στον προγραμματισμό παραγωγής. Συγκεκριμένα, ο άνθρωπος και όχι ένα υπολογιστικό σύστημα αποφασίζει για τον προγραμματισμό μίας παραγγελίας μετά την άφιξή της στο σύστημα. Ο υπεύθυνος για τον προγραμματισμό λαμβάνει υπόψη του και τα χαρακτηριστικά για τη δρομολόγηση της παραγγελίας, τα οποία λαμβάνονται υπόψη και στους κανόνες



προτεραιότητας, όπως για παράδειγμα της ημερομηνίας παράδοσης, αλλά λαμβάνει παράλληλα υπόψη του και τη διαθέσιμη χωρητικότητα στις μηχανές στο χώρο παραγωγής. Τέλος, η προσέγγιση ημι-αλληλεπίδρασης είναι ένας συνδυασμός των δύο προαναφερθέντων περιπτώσεων. Έτσι ο προγραμματισμός των παραγγελιών καθορίζεται αυτόματα από ένα υπολογιστικό σύστημα (successive approach), αλλά λαμβάνοντας υπόψη τα προκαθορισμένα όρια του φόρτου εργασίας των μηχανών. Έτσι, όταν ένα όριο υπερβαίνεται, τότε η διαδικασία σταματάει και ο ανθρώπινος παράγοντας (interactive approach) υπεισέρχεται για να τροποποιήσει κατάλληλα τον αρχικό προγραμματισμό ώστε να υπερκεραστεί ο περιορισμός που έχει προκύψει. Όταν συμβεί αυτό, τότε το σύστημα επανέρχεται και συνεχίζει τη διαδικασία του αυτόματου προγραμματισμού.

### 1.8.2 Εργαλεία του έλεγχου της παραγωγικής διαδικασίας

Τα βασικά εργαλεία που χρησιμοποιούνται για τον σωστό έλεγχο της παραγωγικής διαδικασίας είναι:

- Οι ημερήσιες λίστες διεκπεραίωσης (daily dispatch list), οι οποίες περιέχουν τις παραγγελίες που πρέπει να εκτελεστούν κατά τη διάρκεια της ημέρας, την προτεραιότητα της κάθε μίας, καθώς και το χρόνο επεξεργασίας της.
- Διάφορες αναφορές κατάστασης καθώς και επακόλουθες εξαιρέσεις.
  - a. Η αναφορά των πιθανά καθυστερούμενων παραγγελιών. Δημιουργείται μία ή δύο φορές την εβδομάδα και προβλέπει αν θα υπάρξουν μεγάλες καθυστερήσεις σε κάποιες παραγγελίες, οι οποίες θα μπορούσαν να προκαλέσουν πρόβλημα στον όλο προγραμματισμό της παραγωγής.
  - b. Η αναφορά των υπολειμμάτων κατά την παραγωγή.
  - c. Η αναφορά των εργασιών που έχουν αναθεωρηθεί.
  - d. Η περιληπτική αναφορά που περιλαμβάνει τον αριθμό και το ποσοστό των παραγγελιών που έχουν ολοκληρωθεί εντός προγράμματος, που έχουν καθυστερήσει ή είναι ανεκτέλεστες, τον όγκο της εξόδου του συστήματος παραγωγής κ.ο.κ.
  - e. Η αναφορά έλλειψης υλικών.
- Η αναφορά ελέγχου εισόδου/ εξόδου στο σύστημα, η οποία χρησιμοποιείται για την επίβλεψη του φόρτου εργασίας καθώς και της διατιθέμενης χωρητικότητας σε κάθε θέση εργασίας.

Ένα βασικό χαρακτηριστικό για τον έλεγχο και προγραμματισμό της παραγωγικής διαδικασίας είναι ο έλεγχος της εισόδου και της εξόδου του συστήματος (Input/Output Control). Η βασική του αρχή είναι ότι οι προγραμματισμένες εργασίες στη είσοδο ενός κέντρου εργασίας δεν πρέπει ποτέ να υπερβαίνουν τις προγραμματισμένες εργασίες για την έξοδο του συστήματος. Εάν η είσοδος υπερβεί την έξοδο, τότε συναθροίζονται πολλές εργασίες στην είσοδο, δημιουργώντας μεγάλη

χρονική αναμονή για τις παραγγελίες καθώς και μεγάλο χρόνο παραμονής στο σύστημα και η επεξεργασία των παραγγελιών γίνεται μη αποδοτική.

Για την καλύτερη κατανόηση της αναφοράς ελέγχου εισόδου/ εξόδου σε ένα σύστημα παραγωγής, ακολουθεί ένα παράδειγμα. Στον πίνακα 9.46 δίνονται ο αριθμός των προγραμματισμένων και πραγματικών εισόδων στο σύστημα καθώς και των αντίστοιχων εξόδων από το σύστημα.

<b>Εβδομάδα</b>	<b>1<sup>η</sup></b>	<b>2<sup>η</sup></b>	<b>3<sup>η</sup></b>	<b>4<sup>η</sup></b>
<b>Προγραμματισμένες εισοδοι</b>	210	210	210	210
<b>Πραγματικές εισοδοι</b>	110	150	140	130
<b>Συνολική απόκλιση</b>	-100	-160	-230	-310
<b>Προγραμματισμένες έξοδοι</b>	210	210	210	210
<b>Πραγματικές έξοδοι</b>	140	120	160	120
<b>Συνολική απόκλιση</b>	-70	-160	-210	-300

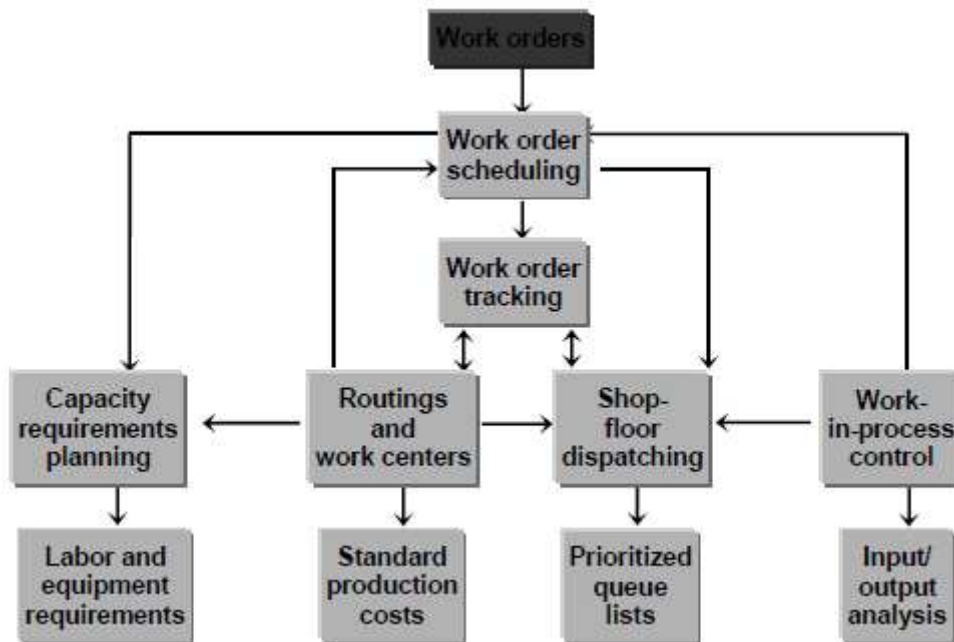
**Πίνακας 1.46**

Πηγή: «Production and Operation Management», Chase, Aquilano, Jacobs

Παρατηρώντας με μία γρήγορη ματιά το τμήμα του πίνακα που αφορά την έξοδο του συστήματος, μπορεί να παρατηρήσει κανείς ότι οι πραγματικές έξοδοι από το σύστημα είναι πολύ λιγότερες από τις προγραμματισμένες. Αυτό μπορεί να οδηγήσει στο λανθασμένο συμπέρασμα ότι υπάρχει πρόβλημα χωρητικότητας στο σύστημα το οποίο δεν μπορεί να εκτελεί τον προγραμματισμένο αριθμό παραγγελιών. Στην πραγματικότητα όμως παρατηρώντας και την είσοδο του συστήματος, οι πραγματικές τιμές των εισόδων είναι και αυτές με τη σειρά τους μικρότερες από τις προγραμματισμένες. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το πρόβλημα χωρητικότητας (bottleneck) βρίσκεται πριν από το συγκεκριμένο κέντρο εργασίας σε κάποιο προηγούμενό του, το οποίο δεν έχει την δυνατότητα να παρέχει στην έξοδό του, και κατά συνέπεια στην είσοδο του επόμενου, τον προγραμματισμένο αριθμό παραγγελιών.

Γενικά, αξίζει να παρατηρηθεί ότι πλέον ο έλεγχος της παραγωγικής διαδικασίας σε ένα σύγχρονο σύστημα με τη βοήθεια της τεχνολογίας περιλαμβάνει μηχανογραφημένα συστήματα. Η πληροφορία κατάστασης στη οποία βρίσκεται μία εργασία μεταβιβάζεται ανά πάσα στιγμή, από την είσοδο της εργασίας στο κέντρο εργασίας μέχρι την έξοδό του, στο υπολογιστικό σύστημα το οποίο είναι υπεύθυνο για την πλήρη καταγραφή. Μέθοδοι με bar codes και optical scanners έχουν πλέον διαδοθεί ιδιαίτερα σε πολλές επιχειρήσεις. Αποτέλεσμα αυτού είναι η ευκολία στη δημιουργία των διαφόρων αναφορών που αναφέρθηκαν προηγουμένως καθώς και στην ελαχιστοποίηση των λαθών εισόδου πληροφοριών σε αυτές.

Στο σχήμα 1.3 που ακολουθεί παρουσιάζεται το πραγματικό διάγραμμα του ελέγχου της παραγωγικής διαδικασίας, όπως αυτό παρουσιάζεται από το τμήμα Manufacturing Management της Hewlett Packard.



**Σχήμα 1.3**

Πηγή: «Manufacturing Management II», Hewlett Packard's Sales Guide 1993

## 2.1 Εισαγωγή στο Συγκεντρωτικό Προγραμματισμό

Ο Συγκεντρωτικός Προγραμματισμός Παραγωγής (Aggregate Production Planning) είναι η δραστηριότητα με την οποία καθορίζεται το πρόγραμμα (πλάνο) παραγωγής συγκεντρωτικά, δηλαδή για το σύνολο των προϊόντων ενός παραγωγικού συστήματος και για το σύνολο των περιόδων. Το συγκεντρωτικό ή κύριο πρόγραμμα παραγωγής περιλαμβάνει μεσοπρόθεσμες αποφάσεις της διοίκησης σχετικά με το ύψος της παραγωγής, της απασχόλησης και των αποθεμάτων που τίθενται ως στόχοι για ένα μεσοπρόθεσμο ορίζοντα σχεδιασμού. Το συγκεντρωτικό πρόγραμμα παραγωγής καθορίζει πως θα διατεθούν οι πόροι του συστήματος (εργατοώρες, μηχανώρες, κεφάλαια, αποθέματα κ.λπ.) στην παραγωγική λειτουργία και καταγράφεται σε κάθε περίοδο το συνολικό μέγεθος παραγωγής, το μέγεθος της εργατικής δύναμης που θα απασχοληθεί, το μέγεθος των αποθεμάτων, η χρήση εξωτερικής δυναμικότητας, υπερωριών κ.λπ.. Με άλλα λόγια το συγκεντρωτικό πρόγραμμα παραγωγής αποτελεί το πλαίσιο μέσα στο οποίο οργανώνεται και αναπτύσσεται η παραγωγική δραστηριότητα ενός συστήματος.

Ο Συγκεντρωτικός Προγραμματισμός Παραγωγής επικεντρώνεται: α) στον προσδιορισμό των ποσοτήτων ανά κατηγορία προϊόντων και ανά χρονική περίοδο, και β) στον προγραμματισμό παραγωγικών πόρων, κυρίως προσωπικού παραγωγής.

Ο χρονικός ορίζοντας του συγκεντρωτικού προγραμματισμού παραγωγής είναι της τάξης του έτους, και οι χρονικές περίοδοι είναι της τάξης του μήνα. Ο Συγκεντρωτικός Προγραμματισμός Παραγωγής απαιτεί τον καθορισμό ομάδων προϊόντων ή συγκεντρωτικών μονάδων παραγωγής (Aggregate Production Units). Το συγκεντρωτικό πρόγραμμα παραγωγής διατυπώνεται σε ποσότητες ομάδων (ομοειδών) προϊόντων ή σε συγκεντρωτικές μονάδες παραγωγής. Στην περίπτωση ομοειδών, η μονάδα κάθε ομάδας προϊόντων είναι ένας "μέσος όρος" των προϊόντων που αποτελούν την ομάδα αυτή. Εάν, όμως, οι διαφορές μεταξύ των παραγόμενων προϊόντων είναι μεγάλες, τότε χρησιμοποιούνται συγκεντρωτικές μονάδες παραγωγής, όπως βάρος (τόνοι αλουμινίου), όγκος (λίτρα πετρελαίου), ποσότητα εργασίας, ή χρηματικό ποσό (κόστος αποθέματος).

Η επιλογή των ομάδων προϊόντων ή των συγκεντρωτικών μονάδων παραγωγής δεν είναι προφανής. Ως παράδειγμα ομαδοποίησης προϊόντων αναφέρεται η εξής ιεραρχία:

- Είδος: Το τελικό προϊόν
- Οικογένεια ειδών: Ομάδα ειδών με κοινά χαρακτηριστικά παραγωγής (π.χ. κατεργασίες που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή τους, χρόνοι κατεργασίας, κόστος προετοιμασίας, κλπ.)
- Τύπος ειδών: Ομάδα οικογενειών ειδών. Με κοινά χαρακτηριστικά υψηλού επιπέδου (π. χ. τμήματα του εργοστασίου που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή τους, κοινά υλικά, κλπ.).

Είδος	Κινητήρας 1.400cc
Οικογένεια	Κινητήρες 4-κύλινδροι βενζινοκινητήρες
Τύπος	Βενζινοκινητήρες

## 2.2 Το Πρόβλημα Συγκεντρωτικού Προγραμματισμού

Η δυσκολία του προβλήματος οφείλεται στις διακυμάνσεις που παρουσιάζει η ζήτηση στους περισσότερους κλάδους παραγωγής. Αν η ζήτηση δεν παρουσίαζε αυτές τις διακυμάνσεις, από περίοδο σε περίοδο, το πρόβλημα του συγκεντρωτικού προγραμματισμού θα ήταν αρκετά απλό. Η ζήτηση όμως των προϊόντων ενός εργοστασίου εξαρτάται από πολλούς παράγοντες και δεν είναι σταθερή. Παρόλο όμως που μεταβάλλεται μπορεί να προβλεφθεί με κατάλληλες μεθόδους. Θεωρώντας ότι έχουμε προβλέψει τη ζήτηση για έναν αριθμό χρονικών περιόδων διαμορφώνεται ο *ορίζοντας σχεδίασης* (συνήθως κυμαίνεται από 1 μήνα μέχρι 2 χρόνια). Ενώ η ζήτηση μεταβάλλεται η δυναμικότητα του εργοστασίου (τα μέσα παραγωγής) παραμένει αμετάβλητη. Προσπαθούμε λοιπόν να φτιάξουμε ένα πρόγραμμα παραγωγής το οποίο ικανοποιεί τη ζήτηση με το μικρότερο κόστος.

Εφόσον τα μέσα παραγωγής είναι σταθερά οι εναλλακτικές δυνατότητες που έχουμε στη διάθεση μας για να ικανοποιήσουμε τη ζήτηση που μεταβάλλεται είναι π.χ. είτε δημιουργώντας αποθέματα σε περιόδους χαμηλής ζήτησης ή χρησιμοποιώντας υπερωρίες ή (αν η υπάρχει αυτή η δυνατότητα) ικανοποιούνται παραγγελίες με καθυστέρηση κ.λπ..

Τα δεδομένα που απαιτούνται για την κατάρτιση του συγκεντρωτικού προγράμματος είμαι η δυναμικότητα του συστήματος, η προβλεπόμενη ζήτηση στον ορίζοντα σχεδιασμού για κάθε περίοδο, τα υπάρχοντα αποθέματα και οι γενικοί στόχοι και κριτήρια που θέτει η διοίκηση (π.χ. αποφυγή μεταβολών εργατικής δύναμης, χρήση υπερωριών, κάλυψη της ζήτησης με καθυστέρηση κ.λπ.). Απαραίτητη είναι και η γνώση στοιχείων που αφορούν το κόστος παραγωγής (κόστος εργασίας για κανονικό χρόνο εργασίας και υπερωρίες), το κόστος αποθεματοποίησης, το κόστος υποαποθέματος, το κόστος μεταβολής του επιπέδου απασχόλησης κ.λπ.



Η σχεδίαση ξεκινάει υποθέτοντας τι θα συμβεί στον ορίζοντα σχεδίασης. Γι αυτό το πρόγραμμα παραγωγής είναι ανάγκη να αναθεωρείται συνεχώς και να προσαρμόζεται σε αποκλίσεις της ζήτησης και απρόβλεπτες δυσκολίες στην παραγωγή. Οι κυριότερες μέθοδοι εκπόνησης ενός συγκεντρωτικού προγράμματος παραγωγής παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα.

Τεχνικές	Προσεγγίσεις	Παρατήρηση
Γραφικές μέθοδοι	Διόρθωσης και προσπάθειας (trial & error)	Εύκολη κατανόηση και χρήση. Πολλές λύσεις, μπορεί να οδηγηθούμε σε μη βέλτιστη λύση.
Μαθηματικές μέθοδοι	Βελτιστοποίηση	Γραμμικός προγραμματισμός. Η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να μην είναι ρεαλιστική.
Μέθοδοι αναζήτησης	Ευρετική	Απλή, εύκολη υλοποίηση. Προσπαθεί να μιμηθεί τον τρόπο σκέψης του manager. Χρήση εμπειρικών κανόνων.

Δεδομένα:

- Ομαδοποίηση τελικών προϊόντων και μονάδα μέτρησης ανά ομάδα προϊόντων

- Προβλέψεις ζήτησης  $D_j$  ανά ομάδα  $i$  και χρονική περίοδο  $j$  (π.χ. ανά μήνα)
- Πόροι παραγωγής για κάθε ομάδα, και απαιτήσεις ανά πόρο για την παραγωγή μίας μονάδας μέτρησης
- Κόστη παραγωγής, αποθέματος, μη πλήρωσης της ζήτησης, κλπ., ανά μονάδα μέτρησης κάθε ομάδας προϊόντων

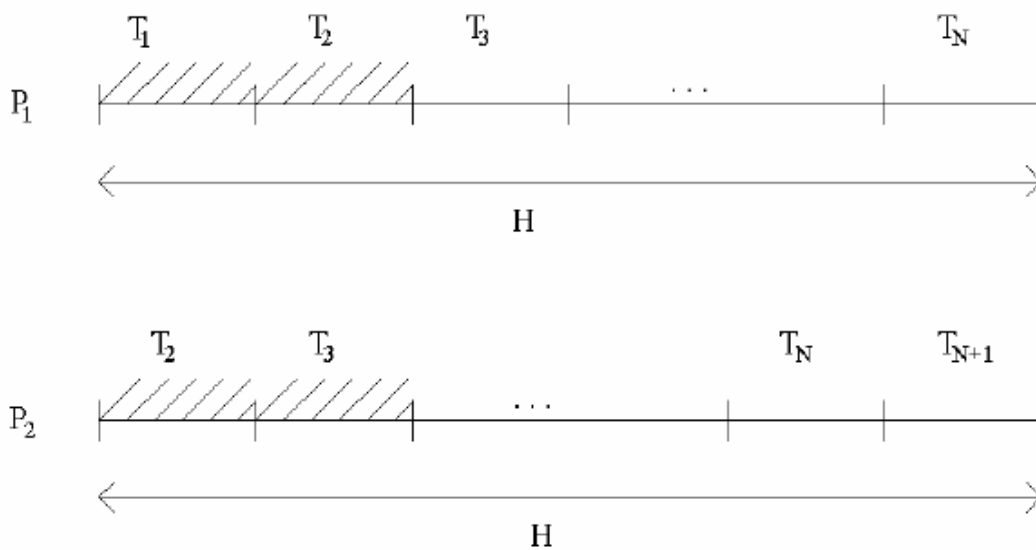
#### Ζητούμενα

- Το ύψος παραγόμενων προϊόντων  $P_j$  ανά ομάδα  $i$  και χρονική περίοδο  $j$
- Οι απαιτήσεις χρήσης των παραγωγικών πόρων ανά χρονική περίοδο

#### Στόχος (Αντικειμενική Συνάρτηση)

- Ελαχιστοποίηση του κόστους παραγωγής

Το πρόβλημα συγκεντρωτικού προγραμματισμού επιλύεται για μεγάλο χρονικό ορίζοντα  $H$  (π.χ. 1 - 5έτη) για κάθε χρονική περίοδο  $T_j$  (π.χ. μήνας) εντός του ορίζοντα αυτού. Φυσικά η επίλυση του γίνεται συνήθως σε κυλιόμενη βάση, δηλ. επαναλαμβάνεται κάθε χρονική περίοδο για όλο το μήκος του χρονικού ορίζοντα (βλ. Σχήμα 2.1)



Σχήμα 2.1 Κυλιόμενος συγκεντρωτικός προγραμματισμός (σκιαγραφημένες περιόδους = παγωμένος ορίζοντας)

Καθότι το νέο πρόγραμμα  $P_2$  μπορεί να μεταβάλλει τις ποσότητες παραγωγής και τους απαιτούμενους πόρους του προηγούμενου προγράμματος  $P_1$ , στην πράξη το πρόγραμμα των πρώτων περιόδων κάθε προγράμματος διατηρείται αναλλοίωτο (οι περίοδοι αυτοί συνιστούν τον παγωμένο ορίζοντα του κάθε προγράμματος).

### 2.3 Γραφικές μέθοδοι

Με τις γραφικές μεθόδους συγκεντρωτικού προγραμματισμού το πρόγραμμα παραγωγής καταρτίζεται με τη βοήθεια πινάκων και διαγραμμάτων, όπου αποτυπώνονται εναλλακτικά σχέδια προγράμματος και επιλέγεται το βέλτιστο. Είναι ιδιαίτερα κουραστική μέθοδος δοκιμής-λάθους και το κυριότερο μειονέκτημά της είναι ότι μπορεί να οδηγηθούμε σε μη βέλτιστη λύση. Στη συνέχεια δίνεται ένα παράδειγμα για να δειχθεί ο τρόπος εφαρμογής της μεθόδου. Έστω ότι τα δεδομένα για μια βιομηχανική επιχείρηση, για χρονικό ορίζοντα 12 μηνών, είναι αυτά που εμφανίζονται στον επόμενο πίνακα. Ο πίνακας δείχνει τον αριθμό των εργασιμων ημερών για κάθε μήνα, την αντίστοιχη ζήτηση και το απόθεμα ασφαλείας το οποίο ορίζεται στο 50% της ζήτησης. Ο πίνακας περιλαμβάνει επίσης τη συσσωρευτική ζήτηση (5η στήλη) και το σύνολο των απαιτήσεων παραγωγής (6<sup>η</sup> στήλη)

Μήνας	Εργάσιμες μέρες	Ζήτηση	Άθροισμα ζήτησης	Απόθεμα ασφάλειας	Άθροισμα απαιτήσεων
1	22	300	500	150	450
2	20	400	700	200	900
3	23	600	1300	300	1600
4	19	800	2100	400	2500
5	22	900	3000	450	3450
6	22	1100	4100	550	4650
7	20	700	4800	350	5150
8	23	400	5200	200	5400



9	11	300	5500	150	5650
10	22	200	5700	100	5500
11	22	200	5900	100	6000
12	18	100	6000	50	6050

Επίσης είναι γνωστά στα δεδομένα:

- Η παραγωγική ικανότητα, δηλαδή η ποσότητα που μπορεί να παράγει η επιχείρηση ημερησίως, είναι 35 κομμάτια.
- Η παραγωγική ικανότητα μπορεί να αυξηθεί κατά 20% με υπερωριακή απασχόληση (επιπλέον 7 κομμάτια). Κάθε κομμάτι που παράγεται με 38 υπερωριακή απασχόληση επιβαρύνει το κόστος παραγωγής με 25 € ανά κομμάτι.
- Υπάρχει αρχικό απόθεμα 230 κομματιών.
- Το κόστος αποθεματοποίησης είναι 2 € ανά κομμάτι και το κόστος υποαποθέματος είναι 10 € ανά κομμάτι.
- Το κόστος μεταβολής του ρυθμού παραγωγής είναι 120 € ανά κομμάτι (σε σχέση με το επίπεδο του ρυθμού παραγωγής του προηγούμενου μήνα).

Με βάση τα παραπάνω δεδομένα μπορούν να καταρτιστούν διάφορα εναλλακτικά προγράμματα παραγωγής. Σε κάθε πρόγραμμα μπορεί να γίνει διαφορετική χρήση των εναλλακτικών δυνατοτήτων που παρέχονται για κάλυψη της ζήτησης (αποθέματα, κανονική ή υπερωριακή παραγωγή, αλλαγή του ρυθμού παραγωγής κ.λπ.).

### 2.3.1 Πρόγραμμα Σταθερού ρυθμού παραγωγής

Το απλούστερο πρόγραμμα που μπορεί να γίνει είναι αυτό που προβλέπει σταθερό ρυθμό παραγωγής τέτοιο ώστε να καλύπτονται οι συνολικές απαιτήσεις (συμπεριλαμβανομένου και του αποθέματος ασφαλείας). Οι συνολικές απαιτήσεις, όπως προκύπτουν από την τελευταία στήλη του προηγούμενου πίνακα, είναι 6050 και το σύνολο των εργασιμων ημερών είναι 244. Συνεπώς για να καλυφθεί η ζήτηση με σταθερό ρυθμό παραγωγής απαιτείται ημερήσια παραγωγή  $6050/244 = 24.8$  κομματιών. Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζεται το συγκεντρωτικό πρόγραμμα παραγωγής

Μήνας	Εργάσιμες μέρες	Μηνιαία παραγωγή	Διαθέσιμη ποσότητα	Άθροισμα απαιτήσεων	Διαφορά
1	22	545.6	775.6	450	325.6
2	20	496.0	1271.6	900	371.6
3	23	570.4	1842.0	1600	242.0
4	19	471.2	2313.2	2500	-186.2
5	22	545.6	2858.8	3450	-591.2
6	22	545.6	3404.4	4650	-1245.6
7	20	496.0	3900.4	5150	-1249.6
8	23	570.4	4470.8	5400	-929.2
9	11	272.8	4743.6	5650	-906.4
10	22	545.6	5289.2	5500	-510.8
11	22	545.6	5834.8	6000	-165.2
12	18	446.4	6281.2	6050	231.2

Η συνολική διαθέσιμη ποσότητα θα έπρεπε να είναι 6280 (=6050+230) και η τελευταία διαφορά 230 (το τελικό απόθεμα). Η διαφορά οφείλεται στη στρογγυλοποίηση του ημερήσιου ρυθμού στα 24.8 κομμάτια.

Η μηνιαία παραγωγή προκύπτει πολλαπλασιάζοντας τον ημερήσιο ρυθμό παραγωγής με τις εργάσιμες μέρες του κάθε μήνα. Στην 4η στήλη δίνεται η διαθέσιμη ποσότητα (αθροιστικά) των κομματιών μέχρι τον αντίστοιχο μήνα, εφόσον εκτελεστεί το πρόγραμμα παραγωγής (αρχικό απόθεμα 230). Η 5η στήλη είναι το άθροισμα των απαιτήσεων, ενώ η τελευταία στήλη δείχνει τη διαφορά της διαθέσιμης ποσότητας μείον το άθροισμα των απαιτήσεων. Θετική διαφορά σημαίνει ότι η αντίστοιχη ποσότητα μεταφέρεται ως απόθεμα στον επόμενο μήνα, ενώ αρνητική ποσότητα σημαίνει ότι υπάρχει έλλειψη προϊόντων και η ζήτηση δεν καλύπτεται.

Αν υποθεθεί ότι δεν επιτρέπεται να καλύπτεται η ζήτηση με καθυστέρηση τότε το παραπάνω πρόγραμμα δεν είναι αποδεκτό. Αν όμως επιτρέπεται κάτι τέτοιο (δίνονται οι παραγγελίες και οι πελάτες είναι διατεθειμένοι να περιμένουν) τότε το πρόγραμμα μπορεί να υλοποιηθεί με κόστος υποαποθέματος 10 € ανά κομμάτι. Το συνολικό κόστος αποθεματοποίησης προκύπτει πολλαπλασιάζοντας το άθροισμα των θετικών ποσοτήτων της τελευταίας στήλης με το μηνιαίο κόστος αποθεματοποίησης

$$κ_{\alpha} = 2 * 1170.4 = 2340.8$$

ενώ το κόστος υποαποθεματοποίησης προκύπτει αν πολλαπλασιαστεί το άθροισμα των αρνητικών ποσοτήτων της τελευταίας στήλης με το μοναδιαίο κόστος υποαποθέματος

$$κ_{\nu} = 10 * 5784.8 = 57848$$

Επομένως το συνολικό κόστος του προγράμματος (εκτός του κόστους παραγωγής) ισούται με  $K_1 = κ_{\alpha} + κ_{\nu} = 60188.8$  €.

### 2.3.2 Πρόγραμμα Διορθωμένου σταθερού ρυθμού παραγωγής

Το παραπάνω πρόγραμμα προβλέπει ότι ένα μέρος της προβλεπόμενης ζήτησης θα καλύπτεται από το απόθεμα ασφαλείας. Όμως το απόθεμα ασφαλείας προορίζεται για να καλύπτει απρόβλεπτη ζήτηση. Συνεπώς, το παραπάνω πρόγραμμα δεν μπορεί να γίνει αποδεκτό αλλά πρέπει να διορθωθεί έτσι ώστε σε καμία περίοδο να μην προκύπτει αρνητική διαφορά. Για να γίνει αυτό θα πρέπει να διαιρεθούν οι αρνητικές διαφορές με το άθροισμα των εργασιμων ημερών. Το μεγαλύτερο πηλίκο (απόλυτη τιμή) δίνει το αριθμό των κομματιών κατά τον οποίο πρέπει να αυξηθεί η σταθερή ημερήσια παραγωγή ώστε να μην προκύπτουν αρνητικές διαφορές

Μήνας	Εργάσιμες μέρες	Άθροισμα εργάσιμων ημερών	Αρνητικές διαφορές	Πηλίκο
1	22	22	-	-
2	20	42	-	-
3	23	65	-	-
4	19	84	-186.8	2.22
5	22	406	-591.2	5.58

6	22	128	-1245.6	9.73
7	20	148	-1249.6	8.44
8	23	171	-929.2	5.43
9	11	182	-906.4	4.98
10	22	204	-510.8	2.50
11	22	226	-165.2	0.73
12	18	244	-	-

Στο παράδειγμα το μεγαλύτερο πηλίκο είναι το 9.73. Επομένως η ημερήσια παραγωγή θα πρέπει να αυξηθεί σε  $24.8 + 9.73 = 34.53$  κομμάτια. Ο ρυθμός αυτός είναι εφικτός αφού είναι μικρότερος από την παραγωγική ικανότητα του εργοστασίου που είναι 35 κομμάτια. Το διορθωμένο πρόγραμμα φαίνεται στον επόμενο πίνακα.

Μήνας	Εργάσιμες μέρες	Μηνιαία παραγωγή	Διαθέσιμη ποσότητα	Άθροισα απαιτήσεων	Διαφορά
1	22	759.7	989.7	450	539.7
2	20	690.6	1680.3	900	780.3
3	23	794.2	2474.5	1600	874.5
4	19	656.1	3130.5	2500	630.5
5	22	759.7	3890.2	3450	440.2
6	22	759.7	4649.8	4650	-0.2
7	20	690.6	5340.4	5150	190.4
8	23	794.2	6134.6	5400	734.6
9	11	379.8	6514.5	5650	864.5
10	22	759.7	7274.1	5800	1474.1
11	22	759.7	8033.8	6000	2033.8
12	18	621.5	8655.3	6050	2605.3

Στο πρόγραμμα αυτό δεν υπάρχουν πλέον αρνητικές διαφορές (το -0.2 του 6ου μήνα είναι αμελητέο και οφείλεται στις στρογγυλοποιήσεις των αριθμών). Στο τέλος του 12-μήνου υπάρχει απόθεμα 2605 κομματιών τα οποία μεταφέρονται στην επόμενη περίοδο. Το απόθεμα αυτό είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τα 231 κομμάτια του 1<sup>ου</sup> προγράμματος. Το συνολικό κόστος αυτού του προγράμματος (εκτός του κόστους παραγωγής) ισούται με το κόστος αποθεματοποίησης  $K_2 = κ_α = 2 * 11167.72 = 22335.4$  €. Δεν υπάρχει υποαπόθεμα με αποτέλεσμα το κόστος του δεύτερου προγράμματος να είναι σημαντικά μικρότερο από αυτό του πρώτου.

Εκτός από τα παραπάνω προγράμματα θα μπορούσαν να καταρτιστούν κι άλλα εναλλακτικά προγράμματα. Για παράδειγμα να χρησιμοποιηθούν υπερωρίες τους μήνες που δεν καλύπτεται η ζήτηση, αν και οι υπερωρίες δεν επαρκούν για να καλυφθούν οι ανάγκες μπορούν να χρησιμοποιηθούν υπερωρίες και τους προηγούμενους μήνες και να αποθηκευτεί το περίσσειμα ή να μεταβληθεί ο ρυθμός παραγωγής κ.λπ.. Σε κάθε περίπτωση δοκιμάζοντας διάφορα «σενάρια» μπορεί να προκύψουν καλύτερα προγράμματα. Αυτή εξάλλου είναι η πρακτική που ακολουθείται στις γραφικές μεθόδους. Διάφορα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων που έχουν αναπτυχθεί και χρησιμοποιούνται γι' αυτό το σκοπό, παρέχουν τη δυνατότητα παραγωγής διαφόρων προγραμμάτων με τη βοήθεια Η/Υ και με βάση εναλλακτικές υποθέσεις (π.χ. αποθέματα, μεταβολή ρυθμού) και την αποτίμησή τους με κριτήριο το κόστος που συνεπάγονται.

### Παράδειγμα:

Θεωρείστε εταιρία παραγωγής μεγάλων οικιακών συσκευών με μηνιαία ζήτηση που παρουσιάζεται στον Πίνακα 2.1. Ζητείται να υπολογισθούν οι ποσότητες παραγόμενων ανά μήνα καθώς και το πλήθος των εργαζόμενων που απαιτούνται για την παραγωγή των συσκευών. Στον Πίνακα 2.2 παρουσιάζονται τα υπόλοιπα δεδομένα του προβλήματος. Επισημαίνεται ότι:

- Στη βιομηχανική μονάδα εργάζονται έως το τέλος Δεκεμβρίου 75 εργαζόμενοι
  - Το απόθεμα τέλος Δεκεμβρίου υπολογίζεται σε 30 μονάδες, ενώ στο τέλος του ορίζοντα προγραμματισμού απαιτείται απόθεμα 50 μονάδων
- Το κόστος αποθέματος ανά μονάδα και ανά μήνα περιλαμβάνει χρηματοοικονομικά κόστη, κόστος αποθήκης, κλπ.

Πίνακας 2.1 Μηνιαία ζήτηση  
προϊόντων

Μήνας	Ζήτηση
I	200
Φ	180
M	145
A	160
M	175
I	140
I	120
A	70
Σ	225
O	210
N	160
Δ	170

Πίνακας 2.2

Αρχικό Απόθεμα	30
Τελικό Απόθεμα	50
Παραγωγή/Εργαζόμενο/Ημέρα	0,12
Αρχικό Πλήθος Εργαζομένων	75
Κόστος Μονάδας Αποθέματος/Μήνα	150
Κόστος Πρόσληψης/Εργαζόμενο	500
Κόστος Απομάκρυνσης/Εργαζόμενο	2000

### 2.3.3 Πρόγραμμα Ελαχίστου Αποθέματος

Μία απλή τακτική που εφαρμόζεται σε περιπτώσεις διαθεσιμότητας εκπαιδευμένου εποχιακού προσωπικού είναι η ανάπτυξη του προγράμματος παραγωγής που ελαχιστοποιεί το διαθέσιμο απόθεμα. Είναι φυσικό πως η τακτική αυτή είναι κατάλληλη όταν το κόστος πρόσληψης ή απομάκρυνσης του εποχιακού προσωπικού είναι χαμηλό.

Στον πίνακα 2.3 παρουσιάζεται ο υπολογισμός του ελάχιστου αριθμού εργαζόμενων που απαιτείται για να ικανοποιηθεί πλήρως η σχετική ζήτηση.

Πίνακα 2.3  
Υπολογισμός ελάχιστου αριθμού εργαζόμενων

Μήνας	Ζήτηση	Καθαρή Ζήτηση	Εργάσιμες Ημέρες/Μήνα	Ημερήσια Ζήτηση	Απαιτούμενοι Εργαζόμενοι
Ι	200	170	22	7,73	65
Φ	180	180	20	9,00	76
Μ	145	145	21	6,90	58
Α	160	160	23	6,96	58
Μ	175	175	21	8,33	70
Ι	140	140	22	6,36	54
Ι	120	120	23	5,22	44
Α	70	70	12	5,83	49
Σ	225	225	20	11,25	94
Ο	210	210	23	9,13	77
Ν	160	160	19	8,42	71
Δ	170	220	17	12,94	108

- Η καθαρή ζήτηση προκύπτει από την αρχική ζήτηση αφαιρώντας το αρχικό απόθεμα από την ζήτηση του Ιανουαρίου και προσθέτοντας το τελικό απόθεμα στην ζήτηση του Δεκεμβρίου.
- Η ημερήσια ζήτηση προκύπτει διαιρώντας την καθαρή ζήτηση με τις εργάσιμες ημέρες ανά μήνα.
- Ο αριθμός των απαραίτητων εργαζόμενων προκύπτει από τον επόμενο ακέραιο του λόγου της ημερήσιας ζήτησης ως προς την παράμετρο παραγωγή/εργαζόμενο/ ημέρα

Στον Πίνακα 2.4 παρουσιάζεται απαραίτητος αριθμός/ προσλήψεων και απομακρύνσεως ανά μήνα (Επισημαίνεται το σύνολο των απομακρύνσεων και το σύνολο προσλήψεων στην τελευταία γραμμή του πίνακα)

Πίνακας 2.4

Υπολογισμός αριθμού προλήψεων απομακρύνσεων

Μήνας	Εργαζόμενοι	Προσλήψεις	Απομακρύνσεις
Ι	65	-	10
Φ	76	11	-
Μ	58	-	18
Α	58	-	-
Μ	70	12	-
Ι	54	-	16
Ι	44	-	10
Α	49	5	-
Σ	94	45	-
Ο	77	-	17
Ν	71	-	6
Δ	108	37	-
	<b>Σύνολο</b>	<b>110</b>	<b>77</b>

Στον Πίνακα 2.5 υπολογίζεται το απόθεμα που προκύπτει λόγω της στρογγυλοποίησης του αριθμού απαιτούμενων εργαζόμενων της τελευταίας στήλης του Πίνακα 2.3



Πίνακας 2.5

## Υπολογισμός αποθέματος

Μήνας	Εργαζόμενοι	Ημέρες/Μήνα	Παραγωγή	Καθαρή Ζήτηση	Πλεόνασμα	Απόθεμα
Ι	65	22	172	170	2	2
Φ	76	20	182	180	2	4
Μ	58	21	146	145	1	5
Α	58	23	160	160	0	5
Μ	70	21	176	175	1	6
Ι	54	22	143	140	3	9
Ι	44	23	121	120	1	10
Α	49	12	71	70	1	11
Σ	94	20	226	225	1	12
Ο	77	23	213	210	3	15
Ν	71	19	162	160	2	17
Δ	108	17	220	220	0	17
					<b>Σύνολο</b>	113

- Η μηνιαία παραγωγή προκύπτει πολλαπλασιάζοντας τον αριθμό εργαζομένων με την παράμετρο παραγωγή/ εργαζόμενο/ ημέρα. Το αποτέλεσμα έχει στρογγυλοποιηθεί στον εγγύτερο ακέραιο.
- Το απόθεμα κάθε μήνα προκύπτει προσθέτοντας το πλεόνασμα παραγωγής του μήνα στο απόθεμα του προηγούμενου μήνα. Επισημαίνεται το σωρευτικό απόθεμα της περιόδου (δηλ. το σύνολο των μονάδων x μήνες αποθήκευσης) της τελευταίας γραμμής του πίνακα.

Το πρόγραμμα παραγωγής περιγράφεται από τις στήλες "Παραγωγή" και "Απαιτούμενοι Εργαζόμενοι" των Πινάκων 2.5 και 2.3, αντίστοιχα. Το κόστος του προγράμματος υπολογίζεται στον Πίνακα 2.6.

Πίνακας 2.6

### Υπολογισμός κόστους προγράμματος

Κόστος Προσλήψεων	55.000 €
Κόστος Απομακρύνσεων	154.000 €
Κόστος Αποθέματος	24.450 €
<b>Σύνολο</b>	<b>233.450 €</b>

Στον πίνακα αυτό το κόστος αποθέματος έχει υπολογισθεί προσθέτοντας στην τιμή (133) της τελευταίας γραμμής του Πίνακα 2.5 το τελικό απόθεμα (50) του Δεκεμβρίου και πολλαπλασιάζοντας με την παράμετρο κόστος μονάδας αποθέματος/ μήνα.

#### 2.3.4 Πρόγραμμα Σταθερής Εργατικής Δύναμης

Στις περιπτώσεις που

1. οι εργαζόμενοι παραγωγής είναι μόνιμοι υπάλληλοι ή
2. το κόστος πρόσληψης και απομάκρυνσης εποχιακού προσωπικού είναι πολύ υψηλό, τότε προγραμματίζεται η παραγωγή διατηρήσεως αμετάβλητο τον αριθμό εργαζομένων. Συνεπώς το πρόγραμμα παραγωγής ορίζει τα εξής :

- Αριθμό εργαζόμενων
- Ποσότητες παραγωγής
- Ύψος αποθέματος ανά μήνα'

Το βασικό κόστος του συγκεντρωτικού προγράμματος στην περίπτωση αυτή είναι το κόστος αποθέματος. Για την ανάπτυξη του προγράμματος θα υπολογισθεί, πρώτα, ο ελάχιστος αριθμός εργαζομένων που απαιτούνται έτσι ώστε για κάθε μήνα η παραγωγή και το διαθέσιμο απόθεμα (του προηγούμενου μήνα) να καλύπτουν πλήρως την ζήτηση. Ο υπολογισμός αυτός γίνεται ευκολότερος εάν ληφθεί υπόψη η εξής ανισότητα για κάθε μήνα.

$$\text{συσσωρευμένη παραγωγή} > \text{συσσωρευμένη ζήτηση}$$

όπου συσσωρευμένη παραγωγή ενός μήνα είναι το άθροισμα των παραγόμενων από την έναρξη του έτους έως και τον συγκεκριμένο μήνα (Συσσωρευμένη ζήτηση είναι

το αντίστοιχο άθροισμα που υπολογίζεται με βάση τις μηνιαίες τιμές ζήτησης). Εάν η ανισότητα αυτή ικανοποιείται είναι προφανές ότι η ζήτηση ικανοποιείται πλήρως.

Ο υπολογισμός του ελάχιστου αριθμού εργαζομένων παρουσιάζεται στον Πίνακα 2.7

Πίνακας 2.7

Υπολογισμός ελάχιστου αριθμού εργαζόμενων

Μήνας	Ζήτηση	Καθαρή Ζήτηση	Συσσωρευμένη Ζήτηση	Εργάσιμες Ημέρες/Μήνα	Μηνιαία Παραγωγή/Εργαζόμενο	Συσσωρευμένη Παραγωγή / Εργαζόμενο	Απαιτούμενοι Εργαζόμενοι
I	200	170	170	22	2,64	2,64	65
Φ	180	180	350	20	2,40	5,04	70
M	145	145	495	21	2,52	7,56	66
A	160	160	655	23	2,76	10,32	64
M	175	175	830	21	2,52	12,84	65
I	140	140	970	22	2,64	15,48	63
I	120	120	1090	23	2,76	18,24	60
A	70	70	1160	12	1,44	19,68	59
Σ	225	225	1385	20	2,40	22,08	63
O	210	210	1595	23	2,76	24,84	65
N	160	160	1755	19	2,28	27,12	65
Δ	170	220	1975	17	2,04	29,16	68
<b>Max</b>							70

Ο αριθμός των απαιτούμενων εργαζομένων υπολογίζεται διαιρώντας

1. την συσσωρευμένη μηνιαία ζήτηση με
2. την συσσωρευμένη παραγωγή ανά εργαζόμενο
3. και στρογγυλοποιώντας τον λόγο στον επόμενο ακέραιο.

Ο μέγιστος μηνιαίος αριθμός απαιτούμενων εργαζομένων είναι ο σταθερός αριθμός εργαζομένων που θα χρησιμοποιηθούν καθ' όλη των διάρκεια του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού. Με βάση τον αριθμό αυτό (70 για το παράδειγμα) θα υπολογισθεί η μηνιαία παραγωγή, το μηνιαίο απόθεμα και το κόστος του προγράμματος.

Ο υπολογισμός της μηνιαίας παραγωγής και του αποθέματος παρουσιάζεται στον Πίνακα 2.8

Πίνακα 2.8

Υπολογισμός μηνιαίας παραγωγής και αποθέματος

Μήνας	Ημέρες/Μήνα	Παραγωγή	Συσσωρευμένη Παραγωγή	Συσσωρευμένη Ζήτηση	Απόθεμα
-------	-------------	----------	-----------------------	---------------------	---------

I	22	185	185	170	15
Φ	20	168	353	350	3
M	21	176	529	495	34
A	23	193	722	655	67
M	21	176	898	830	68
I	22	185	1083	970	113
I	23	193	1276	1090	186
A	12	101	1377	1160	217
Σ	20	168	1545	1385	160
O	23	193	1738	1595	143
N	19	160	1898	1755	143
Δ	17	143	2041	1975	66
				<b>Σύνολο</b>	<b>1215</b>

Το μηνιαίο απόθεμα υπολογίζεται από την διαφορά της συσσωρευμένης παραγωγής μείον την συσσωρευμένη ζήτηση. (Επισημαίνεται ότι εδώ δεν απαιτείται να αθροισθεί το απόθεμα του προηγούμενου μήνα στο πλεόνασμα παραγωγή του τρέχοντος μήνα, καθότι οι ποσότητες παραγωγής και ζήτησης είναι συσσωρευμένες).

Το κόστος του προγράμματος παρουσιάζεται στον Πίνακα 2.9 και προκύπτει από το κόστος απομακρύνσεων (5 στο παράδειγμα) και το κόστος του αποθέματος. Το σύνολο απόθεμα x μήνες υπολογίζεται από το άθροισμα της τιμής της τελευταίας σειράς του Πίνακα 2.8 με την τιμή του τελικού αποθέματος (1.211 + 50).

Πίνακας 2.9

#### Υπολογισμός κόστους προγράμματος

Κόστος Προσλήψεων	-
Κόστος Απομακρύνσεων	10.000 €
Κόστος Αποθέματος	189.750 €
<b>Σύνολο</b>	<b>199.750 €</b>

Επισημαίνεται ότι στο παρόν παράδειγμα το πρόγραμμα σταθερού αριθμού εργαζομένων έχει μικρότερο κόστος από το πρόγραμμα ελάχιστου αποθέματος.

#### 2.4 Μαθηματικές μέθοδοι

Το πρόβλημα του συγκεντρωτικού προγραμματισμού παραγωγής εκτός από τη γραφική προσέγγιση («δοκιμής - λάθους») μπορεί να αντιμετωπιστεί και με μαθηματικό τρόπο ακολουθώντας μεθόδους βελτιστοποίησης. Οι μέθοδοι αυτές έχουν το μεγάλο πλεονέκτημα να μας δίνουν τη βέλτιστη λύση αλλά πολλές φορές η ρεαλιστική μοντελοποίηση του προβλήματος είναι ιδιαίτερα δύσκολη.

#### 2.4.1 Γραμμικές σχέσεις κόστους

Υπάρχουν περιπτώσεις που το κόστος μεταβάλλεται γραμμικά. Δηλαδή, για κάθε εναλλακτική δυνατότητα το κόστος είναι ανάλογο των μονάδων ζήτησης που ικανοποιούνται. Σ' αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιούμε Γραμμικό Προγραμματισμό και συγκεκριμένα το πρότυπο της μεταφοράς. Στη συνέχεια, θεωρούμε ότι μπορούμε να μεταφέρουμε απόθεμα από μια περίοδο σε άλλη και το εργοστάσιο μπορεί να λειτουργήσει κανονικά ή υπερωριακά για να αντιμετωπιστούν οι μεταβολές της ζήτησης. Θέλουμε να καθορίσουμε το ύψος παραγωγής σε κανονική και υπερωριακή απασχόληση και το ύψος των αποθεμάτων που συμφέρει να μεταφέρουμε.

##### Μαθηματική μοντελοποίηση

Για να διατυπώσουμε μαθηματικά το παραπάνω πρόβλημα ορίζουμε:

$z_t$  = ζήτηση τη περίοδο  $t$  ( $t=1, 2, \dots, T$ )

$a_t$  = απόθεμα στο τέλος της περιόδου  $t$

$\pi_t$  = μέγιστη ικανότητα παραγωγής σε κανονική απασχόληση στην περίοδο  $t$

$v_t$  = μέγιστη ικανότητα παραγωγής σε υπερωριακή απασχόληση στην περίοδο  $t$

$x_{nt}$  = η παραγωγή σε κανονική απασχόληση στην περίοδο  $t$

$x_{ut}$  = η παραγωγή σε υπερωριακή απασχόληση στην περίοδο  $t$

$k_n$  = κόστος της μονάδας παραγωγής σε κανονική απασχόληση

$k_u$  = κόστος της μονάδας παραγωγής σε υπερωριακή απασχόληση

$k_a$  = κόστος μονάδας αποθέματος για κάθε χρονική περίοδο

$T$  = πλήθος χρονικών περιόδων στον ορίζοντα σχεδίασης

Το συνολικό κόστος στη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα που θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε δίνεται από τη σχέση:

$$K_T = k_n \sum_{t=1}^T x_{nt} + k_u \sum_{t=1}^T x_{ut} + k_a \sum_{t=1}^T a_t$$

Οι τιμές  $x_{nt}$ ,  $x_{ut}$  και  $a_t$  πρέπει να ικανοποιούν τους περιορισμούς:

$$x_{nt} \geq 0$$

$$x_{ut} \geq 0$$

$$x_{nt} \leq \pi_t$$

$$x_{ut} \leq v_t$$

$$a_t \geq 0$$

$$a_t = a_{t-1} + x_{nt} + x_{ut} - z_t$$

Η παραγωγή τόσο σε κανονική όσο και σε υπερωριακή μορφή περιορίζεται από την ικανότητα παραγωγής της παραγωγικής μονάδας και πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση με 0 (αρνητικός αριθμός παραγωγής δεν έχει νόημα). Το απόθεμα τη χρονική περίοδο  $t$  θα ισούται με το απόθεμα που είχαμε στο τέλος της προηγούμενης περιόδου συν αυτό που παράγεται στη περίοδο  $t$  (κανονικά και υπερωριακά) μείον τη ζήτηση (δηλ. αυτό που

πουλήθηκε). Θέτοντας το απόθεμα μεγαλύτερο ή ίσο του μηδενός ουσιαστικά θέτουμε τον περιορισμό ότι πρέπει να ικανοποιείται η ζήτηση.

Το παραπάνω μοντέλο είναι γραμμικό αφού και η συνάρτηση κόστους (αντικειμενική συνάρτηση) και οι περιορισμοί είναι γραμμικοί.

Για να λυθεί το παραπάνω πρόβλημα θα πρέπει οι ικανότητες παραγωγής να είναι ίσες με τη συνολική ζήτηση. Αν αυτό δεν συμβαίνει προσθέτουμε μια εικονική ικανότητα παραγωγής ή ζήτησης έτσι ώστε να γίνουν ίσες. Το κόστος για την πρόσθετη πηγή παραγωγής ή ζήτησης είναι μηδέν.

Παράλλαγές στη διαμόρφωση του προβλήματος

Αν η σχεδίαση της παραγωγής είναι μια συνεχής διαδικασία τότε μπορεί να έχουμε αρχικό απόθεμα το οποίο συμβολίζουμε  $a_0$  ή να απαιτείται τελικό απόθεμα διάφορο του μηδενός που το συμβολίζουμε  $a_1$ . Επίσης, υπάρχει περίπτωση να επιτρέπεται η ικανοποίηση της ζήτησης με καθυστέρηση (π.χ. για μία χρονική περίοδο). Τότε δημιουργείται ένα πρόσθετο κόστος  $k_i$  (π.χ. λόγω δυσαρέσκειας των πελατών).

Παράδειγμα 1: Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η αναμενόμενη ζήτηση ενός προϊόντος, η ικανότητα παραγωγής του εργοστασίου σε κανονική και υπερωριακή απασχόληση καθώς και το κόστος παραγωγής σε κανονική και υπερωριακή απασχόληση για τα τέσσερα επόμενα τρίμηνα. Το κόστος αποθήκευσης είναι 1 χρηματική μονάδα ανά μονάδα προϊόντος και τρίμηνο και αρχικό απόθεμα δεν υπάρχει.

Περίοδος	I			
	1	2	3	4
πt	100	80	100	100
υt	30	20	20	30
Zt	80	80	110	120
Kπ	5	6	5	6
Kυ	7	8	8	8

Το πρόβλημα μοντελοποιείται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= 5 \cdot x_{\pi 1} + 6 \cdot x_{\pi 2} + 5 \cdot x_{\pi 3} + 6 \cdot x_{\pi 4} + 7 \cdot x_{\upsilon 1} + 8 \cdot x_{\upsilon 2} + 8 \cdot x_{\upsilon 3} + 8 \cdot x_{\upsilon 4} + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \\
 x_{\pi 1} &\leq 100 \\
 x_{\pi 2} &\leq 80 \\
 x_{\pi 3} &\leq 100 \\
 x_{\pi 4} &\leq 100 \\
 x_{\upsilon 1} &\leq 30 \\
 x_{\upsilon 2} &\leq 20 \\
 x_{\upsilon 3} &\leq 20 \\
 x_{\upsilon 4} &\leq 30 \\
 x_{\pi 1} &\geq 0 \quad x_{\pi 2} \geq 0 \quad x_{\pi 3} \geq 0 \quad x_{\pi 4} \geq 0 \\
 x_{\upsilon 1} &\geq 0 \quad x_{\upsilon 2} \geq 0 \quad x_{\upsilon 3} \geq 0 \quad x_{\upsilon 4} \geq 0 \\
 a_1 &= x_{\pi 1} + x_{\upsilon 1} - 80 \\
 a_2 &= a_1 + x_{\pi 2} + x_{\upsilon 2} - 80 \\
 a_3 &= a_2 + x_{\pi 3} + x_{\upsilon 3} - 110 \\
 a_4 &= a_3 + x_{\pi 4} + x_{\upsilon 4} - 120
 \end{aligned}$$

Η επίλυση του παραπάνω προβλήματος γίνεται με τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού και συγκεκριμένα μπορεί να λυθεί με τη μέθοδο Simplex, δηλαδή το βέλτιστο συγκεντρωτικό πρόγραμμα παραγωγής, καθώς και τη δυνατότητα να γίνει ανάλυση ευαισθησίας, δηλαδή διερεύνηση των συνεπειών στο πρόγραμμα για αντίστοιχες μεταβολές των τιμών των παραμέτρων του προβλήματος. Η μέθοδος αυτή αναλύεται στην παράγραφο 2.4.

#### 2.4.2 Εναλλακτικές δυνατότητες με μη γραμμικές σχέσεις κόστους

Στο προηγούμενο παράδειγμα υποθέσαμε ότι οι συναρτήσεις κόστους ήταν γραμμικές. Έστω τώρα ότι το κόστος παραγωγής και αποθήκευσης  $k^{\wedge}x^{\wedge}$  δεν είναι γραμμικό. (Αν το κόστος παραγωγής ή αποθήκευσης μιας μονάδας είναι μικρότερο από της προηγούμενης τότε δεν είναι γραμμικό.) Έστω ότι θέλουμε και πάλι ένα πρόγραμμα παραγωγής για  $T$  περιόδους για τις οποίες η ζήτηση είναι γνωστή από προβλέψεις. Η ζήτηση πρέπει να ικανοποιείται την τρέχουσα περίοδο (όχι με καθυστέρηση) με το μικρότερο δυνατό κόστος.

Σε τέτοιου είδους προβλήματα όπου η συνάρτηση δεν είναι γραμμική χρησιμοποιούμε τεχνικές Δυναμικού Προγραμματισμού. Εδώ όμως θα δούμε πως μπορούμε να μοντελοποιήσουμε κατάλληλα αυτά τα προβλήματα και να τα λύσουμε και πάλι χρησιμοποιώντας τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού.

Παράδειγμα 2: Η ζήτηση ενός προϊόντος είναι σταθερή 3 μονάδες και το κόστος παραγωγής και αποθήκευσης δίνεται από τη σχέση:  $k_i(x_i, a_i) = 13 + 2x_i + a_i$  για  $x_i > 0$  και  $a_i^0 = 1, 2, \dots$  και  $k_i(0, a_i) = a_i$ . Η ικανότητα παραγωγής για κάθε χρονική περίοδο είναι 5 μονάδες προϊόντος ενώ η αποθήκη χωράει 4 μονάδες προϊόντος. Να βρεθεί το βέλτιστο σχέδιο παραγωγής και αποθήκευσης για τις επόμενες 6 περιόδους. Στο τέλος του ορίζοντα σχεδίασης δεν θέλουμε να υπάρχει τίποτα στην αποθήκη.

Όπως βλέπουμε από την  $k^{\wedge}x^{\wedge}$  το κόστος αποθήκευσης είναι γραμμικό αλλά το κόστος παραγωγής είναι  $13 + 2x_i$  αν παράγουμε έστω και μια μονάδα προϊόντος ενώ είναι 0 αν δεν παράγουμε τίποτα. Επομένως, το κόστος παραγωγής είναι

$$f(x_i) = \begin{cases} 13 + 2x_i & x_i > 0 \\ 0 & x_i = 0 \end{cases}$$

Συνεπώς αν ορίσουμε  $y_t = \begin{cases} 1 & x_t > 0 \\ 0 & x_t = 0 \end{cases}$  τότε η συνάρτηση κόστους γράφεται

$f(x_t) = 13y_t + 2x_t$ . Επομένως, μπορούμε να εισάγουμε στο μοντέλο τις μεταβλητές  $y_t$  για να γράψουμε με ενιαίο τρόπο τη συνάρτηση κόστους παραγωγής. Για να εξασφαλίσουμε όμως ότι η  $y_t$  θα παίρνει τη σωστή τιμή χρειαζόμαστε κάποιον περιορισμό. Αν θεωρήσουμε  $M$  ένα μεγάλο θετικό αριθμό τότε ο περιορισμός  $x_t \leq My_t$  εξασφαλίζει ότι το  $y_t$  θα γίνει 1 αν το  $x_t$  είναι μεγαλύτερο του 0. Δηλαδή, για να ισχύει ο περιορισμός όταν το  $x_t$  είναι μεγαλύτερο του 0 θα πρέπει το  $y_t$  να γίνει 1 αλλιώς θα γίνεται 0. Το  $M$  είναι ένα μεγάλος θετικός αριθμός για να μην περιορίζει την τιμή του  $x_t$ . Το μοντέλο λοιπόν γίνεται:

$$K_T = \sum_{t=1}^6 13y_t + 2x_t + a_t$$

με περιορισμούς:

$$\begin{aligned} x_t - My_t &\leq 0 & t = 1, \dots, 6 \\ x_t &\leq 5 & t = 1, \dots, 6 \\ a_t &\leq 4 & t = 1, \dots, 6 \\ x_t &\geq 0 & t = 1, \dots, 6 \\ a_t &\geq 0 & t = 1, \dots, 6 \\ a_t &= a_{t-1} + x_t - 3 & t = 1, \dots, 6 \\ a_6 &= 0 \\ M &= 1000 \end{aligned}$$

### 2.4.3 Μέγεθος παραγωγής και αποθεμάτων με πρόσθετο κόστος από τη μεταβολή του ρυθμού παραγωγής

Θεωρούμε το προηγούμενο πρόβλημα με μόνη διαφορά στη μορφή της συνάρτησης  $k^*(x)$ . Συγκεκριμένα, πέρα από το κόστος αποθήκευσης και το κόστος παραγωγής υπάρχει και κόστος μεταβολής του ρυθμού παραγωγής. Δηλαδή η παραγωγική διαδικασία παράγει με κάποιο ρυθμό  $x$ . Κάθε αύξηση ή μείωση της παραγωγής σημαίνει ένα πρόσθετο κόστος:  $k_t(x_t, a_t) = k_1 x_t + k_2 a_t + |x_t - x| k_t$  όπου

$$k_t = \begin{cases} k_3 & x_t > x \\ k_4 & x_t < x \\ 0 & x_t = x \end{cases}$$

$k_1$  = κόστος μονάδας παραγωγής

$k_2$  = κόστος αποθήκευσης της μονάδας σε μια περίοδο

$k_3$  = κόστος αύξησης της παραγωγής κατά μια μονάδα πάνω από το κανονικό ύψος

$k_4$  = κόστος μείωσης της παραγωγής κατά μια μονάδα κάτω από το κανονικό ύψος

Παράδειγμα 3: Η ζήτηση ενός προϊόντος για τους επόμενους 4 μήνες είναι 10, 8, 14 και 20 μονάδες. Το κανονικό ύψος παραγωγής είναι  $x=12$  μονάδες και τα κόστη  $k_1 = 10$ ,  $k_2 = 6$ ,  $k_3 = 4$  και  $k_4 = 3$  χρηματικές μονάδες /μονάδα προϊόντος /περίοδο. Να βρεθεί το ύψος παραγωγής και αποθέματος που ικανοποιεί τη ζήτηση με το ελάχιστο κόστος.

Όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα θα πρέπει να βρεθεί ένας τρόπος για να γραφεί η συνάρτηση του κόστους. Αυτό επιτυγχάνεται με την προσθήκη 2 μεταβλητών

$$y_{1t} \text{ και } y_{2t}: \quad y_{1t} = \begin{cases} 1 & x_t > x \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad y_{2t} = \begin{cases} 1 & x_t < x \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

καθώς και τους αντίστοιχους περιορισμούς που εξασφαλίζουν ότι θα πάρουν τις σωστές τιμές σε κάθε περίπτωση:  $x - x' M y_{1t}$ ,  $x - x' M y_{2t}$ ,  $y_{1t} + y_{2t} = 1$ . Το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος είναι:

$$K_T = \sum_{t=1}^4 10x_t + 6a_t + |x_t - x|(4y_{1t} + 3y_{2t})$$

με περιορισμούς:

$$x_t - x - M y_{1t} \leq 0 \quad t = 1, \dots, 4$$

$$x - x_t - M y_{2t} \leq 0 \quad t = 1, \dots, 4$$

$$y_{1t} + y_{2t} = 1$$

$$x_t \geq 0 \quad t = 1, \dots, 4$$

$$a_t \geq 0 \quad t = 1, \dots, 4$$

$$a_t = a_{t-1} + x_t - z_t \quad t = 1, \dots, 4$$

$$a_0 = 0$$

$$a_4 = 0$$

$$M = 1000$$



#### 2.4.4 Μέγεθος παραγωγής και αποθεμάτων με δυνατότητα ικανοποίησης της ζήτησης με καθυστέρηση

Αν υποθέσουμε τώρα ότι επιτρέπεται να ικανοποιούμε τη ζήτηση με καθυστέρηση έχοντας βεβαίως κάποιο επιπλέον κόστος γι αυτό τι θα άλλαζε στο αρχικό μοντέλο παραγωγής και αποθήκευσης; Μπορούμε πολύ εύκολα να μοντελοποιήσουμε την ικανοποίηση της ζήτησης με καθυστέρηση επιτρέποντας στο απόθεμα να πάρει αρνητικές τιμές. Δηλαδή ένα αρνητικό απόθεμα σημαίνει ότι δεν έχει ικανοποιηθεί η ζήτηση και «χρωστάμε» κάποιες μονάδες προϊόντος.

#### Παράδειγμα 4:

Η ζήτηση ενός προϊόντος στη διάρκεια των μηνών Σεπτεμβρίου, Οκτωβρίου, Νοεμβρίου και Δεκεμβρίου προβλέπεται να είναι 120, 70, 130 και 50 μονάδες αντίστοιχα. Η ικανότητα παραγωγή του εργοστασίου είναι 100 μονάδες. Το κόστος παραγωγής είναι 20 χρηματικές μονάδες/ μονάδα προϊόντος, αλλά αναμένεται ότι από τον Νοέμβριο θα αυξηθεί στις 24. Το κόστος διατήρησης του αποθέματος είναι 3 χρηματικές μονάδες/ μονάδα και μήνα. Αν η ζήτηση δεν μπορεί να ικανοποιηθεί το μήνα που εκδηλώνεται, οι πελάτες περιμένουν, αλλά το εργοστάσιο επιβαρύνεται με 2 χρηματικές μονάδες/ μονάδα και μήνα καθυστέρησης. Να βρεθεί το πρόγραμμα παραγωγής που ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος ικανοποίησης της ζήτησης.

Όπως αναφέραμε ήδη για να επιτρέψουμε ικανοποίηση της ζήτησης με καθυστέρηση, επιτρέπουμε στο απόθεμα να πάρει και αρνητικές τιμές. Άρα δεν χρησιμοποιούμε τον περιορισμό  $a_t \geq 0$ . Στη συνάρτηση του κόστους πρέπει να λάβουμε υπόψη μας ότι αν το απόθεμα είναι θετικό το κόστος αποθήκευσης θα είναι 3 χρηματικές μονάδες για κάθε μονάδα που αποθηκεύουμε ενώ αν είναι αρνητικό τότε έχουμε κόστος 2 χρηματικές μονάδες για κάθε μονάδα προϊόντος που μας «λείπει». Ο διαχωρισμός αυτός μοντελοποιείται και πάλι με τη χρήση 2 μεταβλητών  $y1t$  και  $y2t$ :

$$y_{1t} = \begin{cases} 1 & a_t > 0 \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad y_{2t} = \begin{cases} 1 & a_t < 0 \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad \text{και τους κατάλληλους περιορισμούς:}$$

$a_t \leq M y_{1t}$ ,  $-a_t \leq M y_{2t}$ , και  $y_{1t} + y_{2t} = 1$ . Το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος

$$\text{είναι: } K_T = \sum_{t=1}^4 c_t x_t + |a_t| (3y_{1t} + 2y_{2t})$$

με περιορισμούς:

$$\begin{aligned} a_t - M y_{1t} &\leq 0 & t = 1, \dots, 4 \\ -a_t - M y_{2t} &\leq 0 & t = 1, \dots, 4 \\ y_{1t} + y_{2t} &= 1 \\ x_t &\geq 0 & t = 1, \dots, 4 \\ x_t &\leq 100 & t = 1, \dots, 4 \\ a_t &= a_{t-1} + x_t - z_t & t = 1, \dots, 4 \\ a_0 &= 0 \\ a_4 &= 0 \\ M &= 1000 \end{aligned}$$

## 2.5 Βέλτιστος Συγκεντρωτικός Προγραμματισμός(Μέθοδος Simplex)

Ο κλασικός τρόπος υπολογισμού ενός συγκεντρωτικού προγράμματος που εξισορροπεί τις διάφορες συνιστώσες του κόστους κατά βέλτιστο τρόπο βασίζεται στο πρότυπο του γραμμικού προγραμματισμού. Δηλαδή, το πρόβλημα μοντελοποιείται ως γραμμικό πρόγραμμα και επιλύεται με τη μέθοδο Simplex μέσω οιαδήποτε υπολογιστικού πακέτου με τις αντίστοιχες δυνατότητες. Παρακάτω παρουσιάζονται οι παράμετροι και μεταβλητές του προβλήματος και αναπτύσσεται ένα γραμμικό μοντέλο του συγκεντρωτικού προγραμματισμού.

### Παράμετροι Κόστος

$c_h$  = κόστος πρόσληψης ανά εργαζόμενο

$c_f$  = κόστος απομάκρυνσης ανά εργαζόμενο

$c_i$  = κόστος αποθέματος ανά μονάδα μέτρησης είδους και χρονική περίοδο

$c_r$  = κόστος παραγωγής ανά μονάδα μέτρησης

Επιπλέον μπορούν να ορισθούν και άλλες παράμετροι κόστους που περιγράφουν καθημερινές πρακτικές της λειτουργίας του εργοστασίου, όπως υπερωριακή εργασία, απόθεση παραγωγής σε τρίτους και χρήση της δυναμικότητας του εργοστασίου σε ποσοστό λιγότερο του 100%.

$c_o$  = επιπρόσθετο κόστος παραγωγής λόγω υπερωριακής εργασίας ανά μονάδα μέτρησης

$c_u$  = κόστος μη χρήσης της παραγωγικής δυναμικότητας του εργοστασίου ανά μονάδα μέτρησης (Εδώ ο χρόνος κατά τον οποίο δεν εργάζεται το εργοστάσιο έχει μετατραπεί σε μονάδες είδους που θα μπορούσαν να παραχθούν κατά τη διάρκεια του χρόνου αυτού).

$c_s$  = κόστος ανάθεσης της παραγωγής σε τρίτους ανά μονάδα μέτρησης είδους.

### Άλλοι Παράμετροι

$N$  = πλήθος περιόδων παραγωγής στο χρονικό ορίζοντα  $T$

$n_t$  = πλήθος εργασιμων ημερών στη χρονική περίοδο  $t= 1, \dots, N$

$K$  = ποσότητα μονάδων που παράγονται από έναν εργαζόμενο εντός μίας εργάσιμης ημέρας

$I_o$  = απόθεμα ανά χείρας στην αρχή του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού

$W_o$  = πλήθος εργαζόμενων στην αρχή του χρονικού ορίζοντα

$D_t$  = πρόβλεψη ζήτησης για την περίοδο  $t= 1, \dots, N$

### Μεταβλητές Απόφασης

$P_t$  = ποσότητα παραγωγής για την περίοδο  $t= 1, \dots, N$

$I_t$  = ύψος αποθέματος την περίοδο  $t = 1, \dots, N$

$W_t$  = πλήθος εργαζομένων για την περίοδο  $t = 1, \dots, N$

$H_t$  = πλήθος εργαζομένων που προσλήφθηκαν την περίοδο  $t= 1, \dots, N$

$F_t$  = πλήθος εργαζομένων που απομακρύνθηκαν την περίοδο  $t = 1, \dots, N$

$O_t$  = ποσότητα που παράχθηκε με υπερωριακή εργασία την περίοδο  $t =$

$1, \dots, N$

$S_t$  = ποσότητα που παράχθηκε με ανάθεση σε τρίτους την περίοδο  $t = 1, \dots, N$

$U_t$  = ποσότητα που αντιστοιχεί στο χρόνο κατά τον οποίο δεν εργάζεται το εργοστάσιο (η ποσότητα αυτή δεν παράγεται αλλά μέσω αυτής ποσοτικοποιείται ο άεργος χρόνος του εργοστασίου).

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος του προγράμματος που περιλαμβάνει όλες τις συνιστώσες κόστους που αναφέρθηκαν παραπάνω.

Δηλαδή

$$\min \sum_{t=1}^N \underbrace{(c_p P_t + c_o O_t + c_s S_t + c_u U_t)}_{\text{κόστος παραγωγής}} + \underbrace{c_i I_t}_{\text{κόστος αποθέματος}} + \underbrace{c_h H_t + c_f F_t}_{\text{κόστος μεταβολής εργατικού δυναμικού}}$$

### Περιορισμοί Παραγωγής

$$P_t = Kn_t W_t + O_t - U_t \quad t=1, \dots, N$$

όπου:

$P_t$  = συνολική ποσότητα παραγωγής την περίοδο  $t$

$Kn_t W_t$  = ποσότητα που παράχθηκε από το εργατικό δυναμικό της περιόδου αυτής ( $W_t$ ) σε μια υπερωριακή εργασία

$O_t$  = ποσότητα που παράχθηκε σε υπερωριακή εργασία

$U_t$  = ποσότητα που δεν παράχθηκε λόγω άεργου χρόνου

### Περιορισμοί Αποθέματος

$$I_t = I_{t-1} + P_t + S_t - D_t \quad t=1, \dots, N$$

όπου:

$I_t$  = ύψος αποθέματος την περίοδο  $t$

$I_{t-1}$  = ύψος αποθέματος την περίοδο  $t-1$

$P_t$  = συνολική ποσότητα παραγωγής την περίοδο  $t$

$S_t$  = παραγωγή από τρίτους την περίοδο  $t$

$D_t$  = πρόβλεψη ζήτησης την περίοδο  $t$

### Περιορισμοί Εργατικού Δυναμικού

όπου:

$W_t$  = πλήθος εργαζόμενων την περίοδο  $t$

$W_{t-1}$  = πλήθος εργαζόμενων την περίοδο  $t-1$

$H_t$  = αριθμός προσλήψεων την περίοδο  $t$

$F_t$  = αριθμός απομακρύνσεων την περίοδο  $t$

#### Περιορισμοί μη Αρνητικότητας

$$P_t, O_t, S_t, U_t, I_t, W_t, H_t, F_t \geq 0 \quad t=1, \dots, N$$

Συνεπώς το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού για το παραπάνω πρόβλημα είναι:

$$F_t, U_t, O_t, U_t, I_t, W_t, H_t, F_t \leq 0 \quad t=1, \dots, N$$

### 2.5.1 Παράδειγμα Γραμμικού Μοντέλου

Το πρόβλημα της Ενότητας 2.2 μοντελοποιείται με βάση τις εξής παραμέτρους και μεταβλητές απόφασης

$D_F$ (βλ. Πίνακα 2.3)
------------------------

Το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού της προηγούμενης ενότητας εξειδικεύεται στο παράδειγμα αυτό ως εξής:

$$W_{12} - W_{11} - H_{12} + F_{12} = 0$$

$$F_1, \dots, F_{12}, I_1, \dots, I_{12}, W_1, \dots, W_{12}, H_1, \dots, H_{12}, F_1, \dots, F_{12} \leq 0$$

Η λύση του γραμμικού αυτού προγράμματος παρουσιάζεται στον πίνακα 2.9

Πίνακας 2.9

$t$	$P_t$	$I_t$	$Wt$	$H_t$	$F_t$
1	184	14	70	0	6
2	167	0	70	0	0
3	156	11	72	0	8
4	170	20	72	0	0
5	156	0	72	0	0
6	159	19	71	0	2
7	166	65	71	0	0
8	87	81	71	0	0
9	145	0	71	0	0
10	210	0	77	17	0
11	175	15	77	1	0
12	156	0	77	0	0
Σύνολο	1931	225	871	18	16

$Z =$	74,750
-------	--------

Το συνολικό κόστος που αντιστοιχεί στο παραπάνω είναι € ....., τιμή σημαντικά χαμηλότερη από αυτή των προηγούμενων δύο ευρετικών μεθόδων.

## 2.5.2 Σχολιασμός του Γραμμικού Μοντέλου

Σε πολλές περιπτώσεις προβλήματα συγκεντρωτικού προγραμματισμού και το ύψος αποθέματος εκφράζεται μόνο σε ακέραιους, όπως εκφράζεται και το πλήθος των εργαζόμενων. Στις περιπτώσεις αυτές αντί να χρησιμοποιηθεί το κατά πολύ πολυπλοκότερο μοντέλο γραμμικού ακέραιου προγραμματισμού (όπως όλες οι μεταβλητές λαμβάνουν κατ' ανάγκη ακέραιες τιμές) γίνεται στρογγυλοποίηση της λύσης του γραμμικού προβλήματος. Φυσικά η στρογγυλοποίηση αυτή είναι κατάλληλη για προβλήματα των οποίων οι λύσεις είναι μεγάλοι ακέραιοι αριθμοί. Στις περιπτώσεις αυτές οι ακέραιες λύσεις που προκύπτουν από εφικτή στρογγυλοποίηση είναι αρκετή έως πολύ κοντά στις βέλτιστες ακέραιες λύσεις.

Εφιστάτε διασφαλίζεται εάν στρογγυλοποιηθούν οι μεταβλητές του πλήθους εργαζομένων  $W_t$  στον επόμενο ακέραιο.

Το γραμμικό μοντέλο μπορεί να γενικευθεί ώστε να περιλάβει άλλες σημαντικές πρακτικές που εφαρμόζονται στην βιομηχανία, όπως π.χ.

- Διατήρηση ελάχιστου αποθέματος  $M_t$  ανά περίοδο. Το ελάχιστο αυτό απόθεμα (safety stock) διαφυλάσσει την ικανοποίηση της ζήτησης εάν υπάρχει (λογική) αστοχία των προβλέψεων. Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει να επιβληθούν επιπρόσθετοι περιορισμοί, όπως

$$I_t > M_t \quad t = 1, \dots, N$$

- Ελλείψεις αποθέματος, δηλαδή, μη ικανοποίηση της ζήτησης ορισμένων περιόδων. Στην περίπτωση αυτή ορίζεται το κόστος μη ικανοποίησης του πελάτη  $c_s$  (συνήθως κατά πολύ μεγαλύτερο του κόστους αποθεματοποίησης) και προστίθεται ο αντίστοιχος όρος

$$c_s B_t \quad t = 1, \dots, N$$

όπου  $B_t$  είναι η έλλειψη αποθέματος της περιόδου  $t$ . Επίσης το ύψος του ποθέματος ορίζεται ως

$$I_t = E_t - B_t \quad t = 1, \dots, N$$

όπου  $E_t$  είναι το πλεόνασμα αποθέματος της περιόδου  $t$ .

Το κόστος αποθέματος της αντικειμενικής συνάρτησης μεταβάλλεται επομένως σε

$$c_t E_t \quad t = 1, \dots, N$$

Είναι προφανές ότι όταν  $E_t > 0 \implies B_t = 0$  και αντίστροφα, πράγμα που εξασφαλίζεται από την λύση του γραμμικού προγράμματος.

### Προβλήματα

1. Να επιλυθεί το πρόβλημα βέλτιστου προγραμματισμού του Κεφαλαίου 2 των

σημειώσεων.

2. Βιομηχανία παραγωγής επίπλων γραφείου προγραμματίζει το ύψος της παραγωγή της και τον αριθμό προσωπικού της για το επόμενο έτος. Καθότι η εταιρία κατασκευάζει μια μεγάλη ποικιλία τελικών προϊόντων, χρησιμοποιεί το ύψος πωλήσεων σε € ως συγκεντρωτική μονάδα παραγωγής. Οι προβλέψεις του τμήματος marketing για το επόμενο έτος έχουν ως εξής

Μήνας	Εργάσιμες ημέρες ανά Μήνα	Ζήτηση (Εκ. €)
Ι	22	2,5
Φ	19	2,0
Μ	24	3,0
Α	18	3,5
Μ	22	4,2
Ι	10	3,8
Ι	19	2,5
Α	10	2,6
Σ	24	4,2
Ο	21	3,6
Ν	19	3,2
Δ	17	4,0

Το κόστος αποθέματος είναι 20% ετησίως. Ο αριθμός εργαζομένων στις αρχές του Ιανουαρίου υπολογίζεται σε 350, και κάθε εργαζόμενος παράγει 450 € ημερησίως. Το αρχικό απόθεμα υπολογίζεται σε 3,7 εκ. € και η εταιρία προγραμματίζει να έχει τελικό απόθεμα 2,0 εκ. € στο τέλος Δεκεμβρίου. Τέλος, το κόστος πρόσληψης ενός εργαζόμενου είναι 500 € και το κόστος απομάκρυνσής του είναι 3.000 €

Να υπολογισθούν τα εξής:

- Το συγκεντρωτικό πρόγραμμα παραγωγής ελάχιστου αποθέματος και το αντίστοιχο κόστος
- Το συγκεντρωτικό πρόγραμμα παραγωγής σταθερού εργατικού δυναμικού και το αντίστοιχο κόστος



## 2.6 Μέθοδοι αναζήτησης

Επιπλέον μια προσέγγιση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκπόνηση ενός ικανοποιητικού (αλλά όχι πάντα βέλτιστου) προγράμματος παραγωγής είναι κάποια μέθοδος αναζήτησης με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή. Χαρακτηριστικό αυτών των μεθόδων είναι ο ευρετικός κανόνας αναζήτησης, δηλαδή η τεχνική μετάβασης από μια τιμή στην επόμενη μιας συνάρτησης κόστους ή οφέλους. Η αναζήτηση γίνεται με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού για τη δοκιμή διαδοχικών τιμών στην ποσότητα παραγωγής και στο μέγεθος της εργατικής δύναμης σε κάθε περίοδο. Η αναζήτηση επαναλαμβάνεται μέχρι να βρεθεί μια τιμή της συνάρτησης που δεν μπορεί να βελτιωθεί περισσότερο ή να εξαντληθεί ο χρόνος αναζήτησης που έχει καθοριστεί.

Έχουν αναπτυχθεί διάφορες τέτοιες μέθοδοι, στις οποίες διαφέρει ο κανόνας αναζήτησης. Οι μέθοδοι αυτές αν και δεν παράγουν πάντα το καλύτερο πρόγραμμα, είναι χρήσιμες γιατί είναι αρκετά ευέλικτες, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για σύνθετες συναρτήσεις κόστους ή οφέλους, επιτρέπουν την ανάλυση ευαισθησίας των παραμέτρων, ενώ παρέχουν για κάθε υποψήφιο πρόγραμμα πληροφορίες σχετικά με τις επιπτώσεις του στο κόστος (ή στο όφελος).

### 3.1 Το πρόβλημα

Βιομηχανία προτίθεται να αντιμετωπίσει ζήτηση 11, 16, 14 τεμάχια την εβδομάδα. Μέγιστη παραγωγική ικανότητα σε κανονική απασχόληση είναι 16 τεμάχια την εβδομάδα και σε υπερωρίες 3 τεμάχια ανά εβδομάδα. Την 2η εβδομάδα προβλέπεται συντήρηση στις μηχανές πράγμα που θα μειώσει την υπερωριακή παραγωγή κατά 67%. Το κόστος παραγωγής είναι 60€ ανά προϊόν σε κανονική απασχόληση και 96€ ανά προϊόν σε υπερωριακή. Το κόστος αποθήκευσης είναι 25€ το κομμάτι, η ποινική ρήτρα είναι 50€ ανά τεμάχιο και ανά 15 ημέρες. Το τελικό απόθεμα του προϊόντος είναι 12 μονάδες, το τελικό επιθυμητό απόθεμα είναι 15 μονάδες. Ζητείται να βρείτε το πρόγραμμα παραγωγής και αποθεμάτων της βιομηχανίας.

### 3.2 Λύση με την εφαρμογή WinQSB

#### 3.2.1 Εισαγωγή στο WinQSB

Τα τελευταία χρόνια παρατηρήθηκε μια αύξηση της μεθοδολογίας της επιχειρησιακής έρευνας σε όλες τις εφαρμοσμένες επιστήμες. Επιστήμες και άνθρωποι που παραδοσιακά είχαν πολύ μικρή σχέση με τα οικονομικά άρχισαν να χρησιμοποιούν, σε μεγάλο βαθμό, τεχνικές και μεθόδους επιχειρησιακής έρευνας για την αξιολόγηση των ευρημάτων τους.

Η αγορά προσφέρει μια μεγάλη ποικιλία πακέτων λογισμικού για τα μοντέλα επιχειρησιακής έρευνας. Ενδεικτικά μπορούμε να αναφέρουμε τα προγράμματα WinQSB, POM, QM), και άλλα, πιο εξειδικευμένα, για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού όπως MS Excel, LINDO. Επίσης για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων μπορούν να χρησιμοποιηθούν η γλώσσα μοντελοποίησης MPL καθώς επίσης και σχετικές τα πολύ γνωστά συμβολικά λογισμικά μαθηματικών Mathematica και Maple V.

Εδώ θα περιοριστούμε στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων του παραδείγματος που αναλύεται όπως αυτά προκύπτουν από το WinQSB χωρίς αυτό βέβαια να σημαίνει ότι είναι πληρέστερα από εκείνα άλλων προγραμμάτων (όλα λίγο πολύ μοιάζουν μεταξύ τους).

Το WinQSB Update Version, χρησιμοποιεί Windows 95, 98, 2000 Professional ή XP λειτουργικό σύστημα. Αυτό το πακέτο λογισμικού έχει σχεδιαστεί για την επίλυση των προβλημάτων στην επιστήμη της διαχείρισης, της απόφασης, τις δραστηριότητες έρευνας παραγωγής και των επιχειρήσεων διαχείρισης.

### 3.2.2 Λύση με το WinQSB

Έχοντας εγκαταστήσει το WinQSB στον υπολογιστή εκτελούμε τη επιλογή «Aggregate Planning». Έπειτα προχωρούμε στην εισαγωγή του προβλήματος επιλέγουμε File → New Problem και μας εμφανίζεται το παράθυρο για την εισαγωγή των προδιαγραφών του προβλήματος.

Εδώ πρέπει να δώσουμε το όνομα του προβλήματος, στην συγκεκριμένη περίπτωση «Aggregate Planning». Μετά επιλέγουμε τα παρακάτω όπως βλέπουμε στην Εικόνα 3.1

Field	Value
Problem Type	Transportation Model
Part Time Allowed	<input type="checkbox"/>
Overtime Allowed	<input checked="" type="checkbox"/>
Hire/Dismissal Allowed	<input type="checkbox"/>
Subcontracting Allowed	<input type="checkbox"/>
Backorder Allowed	<input checked="" type="checkbox"/>
Lost Sales Allowed	<input type="checkbox"/>
Problem Title	Aggregate Planning
Number of Planning Periods	3
Planning Resource Name	employee
Capacity Unit of Planning Resource	hour
Capacity Requirement per Product/Service	1
Initial Number of Planning Resource	1
Initial Inventory(+)/Backorder(-) of Product/Service	12

Εικόνα 3.1

Στη συνέχεια πατώντας OK θα μας εμφανίσει έναν πίνακα για να καταχωρίσουμε τα δεδομένα μας όπως μας έχουν δοθεί από την εκφώνηση του προβλήματος. (βλέπε Εικόνα 3.2)

DATA ITEM	Period 1	Period 2	Period 3
Forecast Demand	11	16	13
Regular Time Capacity in Unit	16	16	16
Regular Time Cost per Unit	60	60	60
Overtime Capacity in Unit	3	0.99	3
Overtime Cost per Unit	96	96	96
Initial Inventory (+) or Backorder (-)	12		
Minimum Ending Inventory (Safety Stock)			15
Unit Inventory Holding Cost	25	25	25
Unit Backorder Cost		50	

Εικόνα 3.2

Έπειτα πατώντας την εντολή SOLVE AND ANALYZE και την εντολή SOLVE THE PROBLEM θα μας δώσει τις λύσεις που υπάρχουν. Έτσι μας εμφανίζεται ένας άλλος πίνακας (Εικόνα 3.3) ο οποίος μας ζητάει να επιλέξετε το κόστος αποθήκευσης και θα συμπληρώσουμε στον πίνακα κάθε πόσες εβδομάδες θα γίνετε η καθυστέρηση του αποθέματος.

Transportation Model

**Perishability**

Enter How Long It Lasts in Period

Inventory Perishable    M

Backorder Perishable    2

OK    Cancel    Help

Εικόνα 3.3

Πατώντας OK θα μας εμφανίσει την πρώτη λύση του μοντέλου που ονομάζετε Production Schedule, δηλαδή θα μας δώσει το Πρόγραμμα Παραγωγής. Αυτό μπορούμε να το δούμε στην Εικόνα 3.4.

05-22-2010 19:57:42	Demand	Regular Production	Overtime Production	Total Production	Ending Inventory	Ending Backorder
Initial					12,00	
Period 1	11,00	8,00	0,00	8,00	9,00	0,00
Period 2	16,00	16,00	0,00	16,00	9,00	0,00
Period 3	13,00	16,00	3,00	19,00	15,00	0,00
Total	40,00	40,00	3,00	43,00	33,00	0,00

Εικόνα 3.4

Έπειτα αφού μελετήσουμε τα αποτελέσματα του πιο πάνω πίνακα μπορούμε να επιλέξουμε από την εντολή Results το Show Cost Analysis για να δούμε το συνολικό κόστος (Εικόνα 3.5).

05-22-2010 20:04:45	Regular Time Cost	Overtime Cost	Inventory Holding Cost	Backorder Cost	TOTAL COST
Period 1	\$480	0	\$225	0	\$705
Period 2	\$960	0	\$225	0	\$1.185
Period 3	\$960	\$288	\$375	0	\$1.623
Total	\$2.400	\$288	\$825	0	\$3.513

Εικόνα 3.5

Έπειτα επιλέγουμε την επόμενη εντολή από το Results Show Transportation Tableau για να μας εμφανίσει την επόμενη λύση (Εικόνα 3.6), δηλαδή το Πίνακα Μεταφορών.

Επομένως το κόστος παραγωγής της βιομηχανίας για τις 3 εβδομάδες απασχόλησης είναι 3.513€.

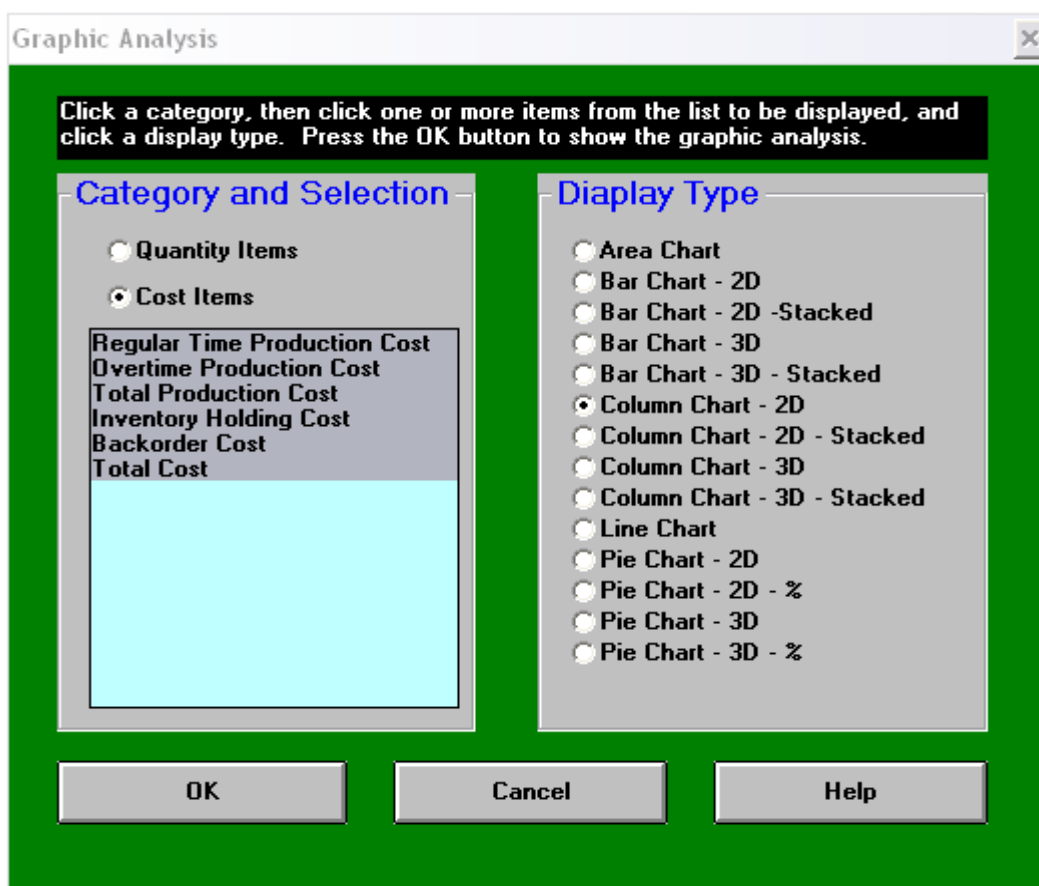
Στη επόμενη παράγραφο θα προσπαθήσουμε να επιλύσουμε το πρόβλημα με την εφαρμογή QSB(dos) για να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα (αν υπάρχουν διαφορές).

	Period 1 Demand	Period 2 Demand	Period 3 Demand	Ending Inventory	Unused Capacity	Total Capacity
Initial Inventory	0,00	25,00	50,00	75,00	0	12
	11	1				
Period 1 Regular time	60,00	85,00	110,00	135,00	8	16
				8		
Period 1 Overtime	96,00	121,00	146,00	171,00	3	3
					3	
Period 2 Regular time	60,00	60,00	85,00	110,00	0	16
		15		1		
Period 2 Overtime	96,00	96,00	121,00	146,00	0,99	0,99
					0,99	
Period 3 Regular time	110,00	110,00	60,00	85,00	0	16
			13	3		
Period 3 Overtime	146,00	146,00	96,00	121,00	0	3
				3		
Unfilled Demand	0	0	0	0		
Total Demand	11	16	13	15		
	<b>Total Cost = \$3.513</b>					

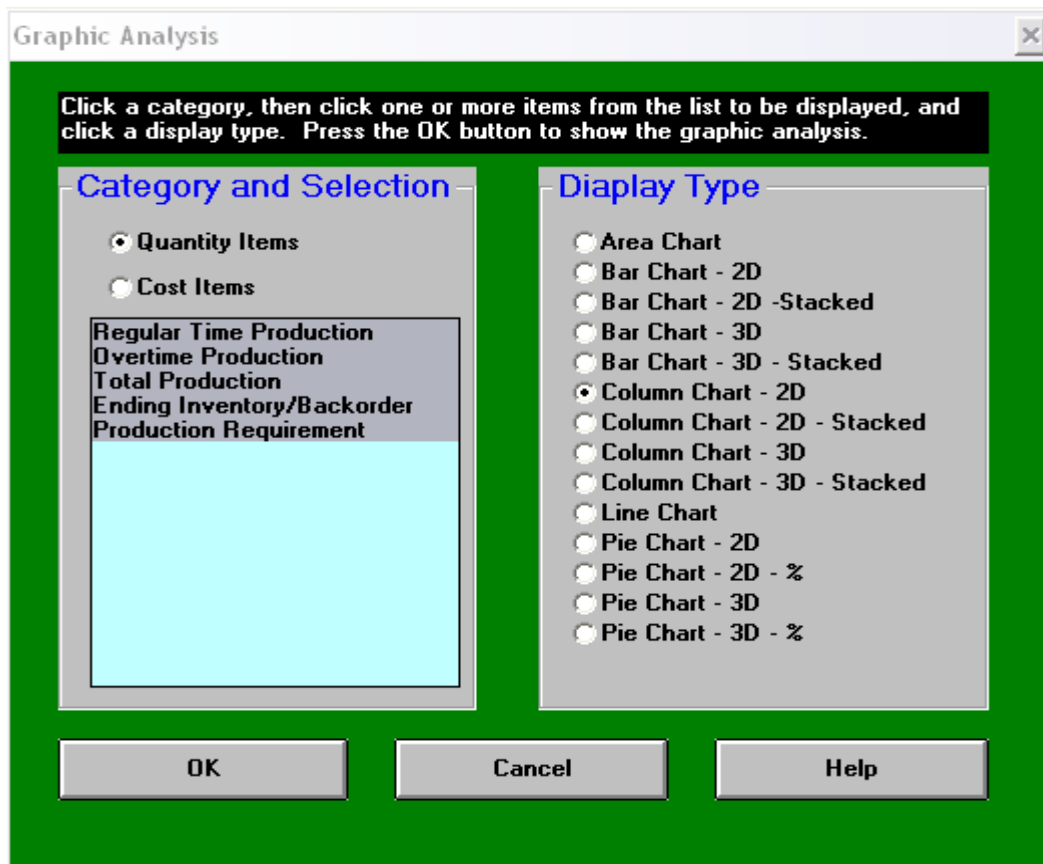
Εικόνα 3.6

Στη συνέχεια επιλέγουμε Graphic Analysis για να δούμε την γραφική παράσταση κόστους (Εικόνα 3.9) εισάγοντας τα παρακάτω στο πίνακα που θα μας βγάλει (Εικόνα 3.7).

Εάν θέλουμε να δούμε την γραφική παράσταση ποσότητας επιλέγουμε στο πίνακα που μας εμφανίστηκε Quantity Items (Εικόνα 3.8). Έτσι θα μας εμφανίσει την γραφική παράσταση ποσότητας. (Εικόνα 3.10).



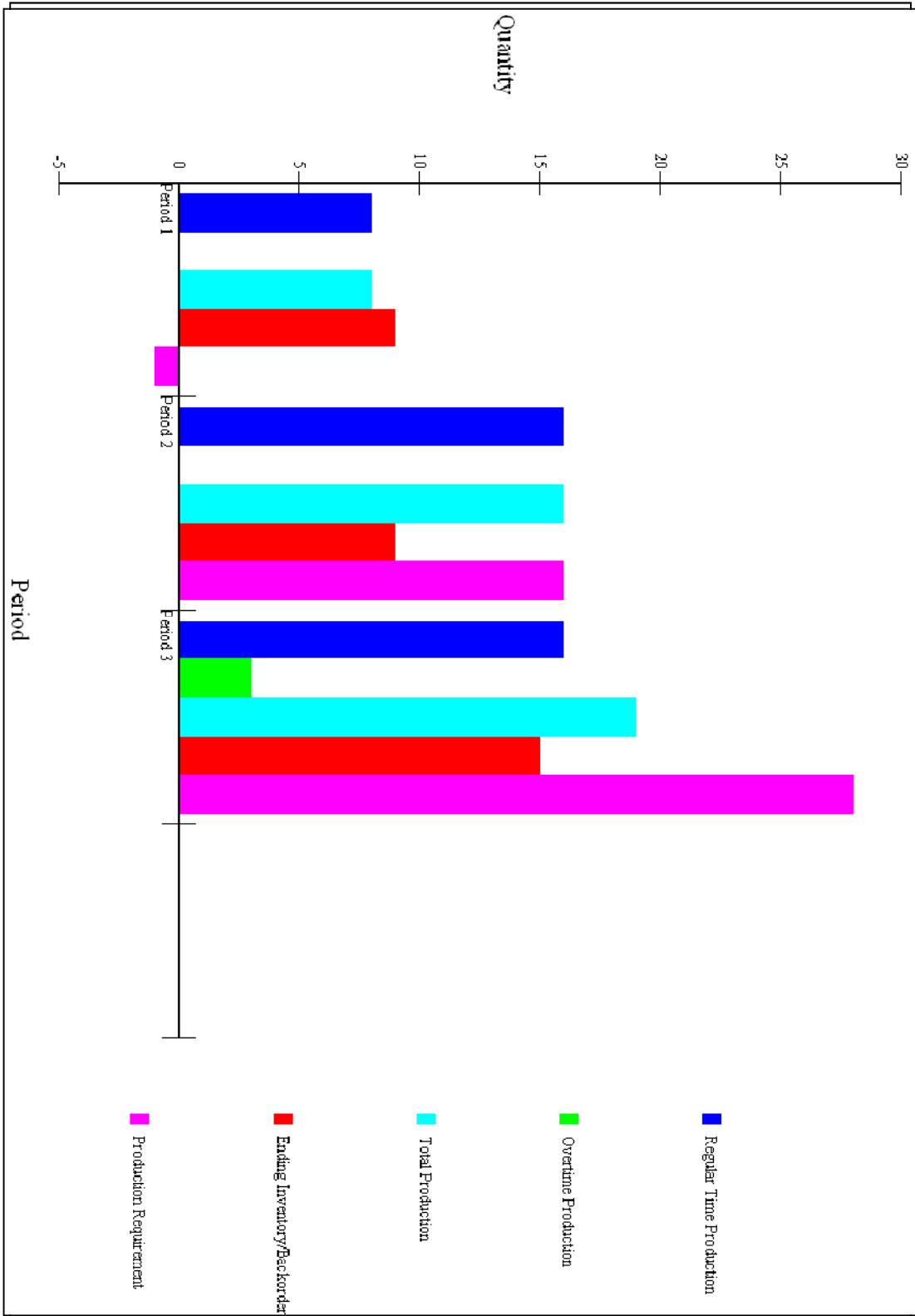
Εικόνα 3.7



Εικόνα 3.8



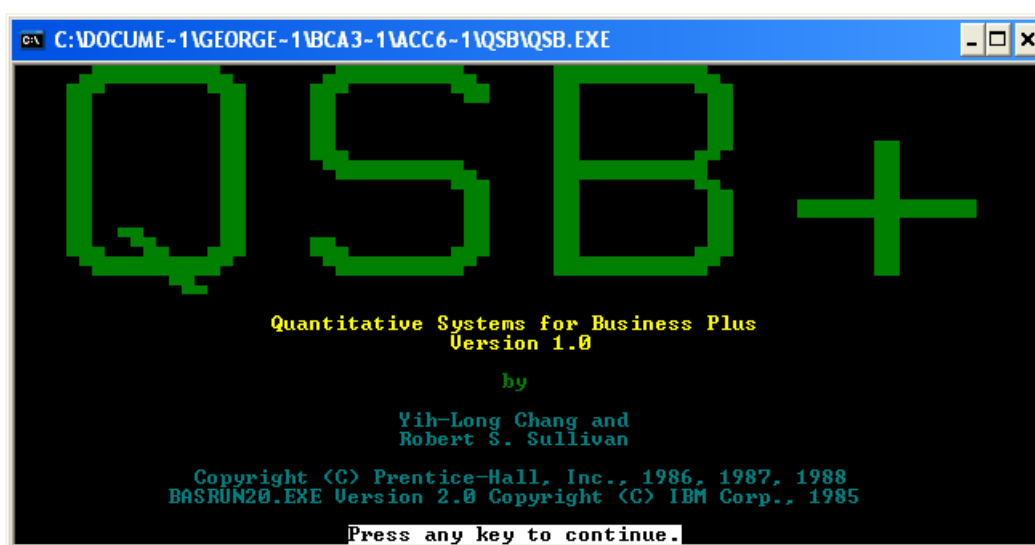
Εικόνα 3.9



Εικόνα 3.10

### 3.3 Λύση με την εφαρμογή QSB(dos)

Το QSB(dos) Version 1.0 είναι μια εφαρμογή που χρησιμοποιεί την γραμμή εντολών (dos) για να λειτουργήσει. Είναι ένα πρόγραμμα το οποίο μπορεί επίσης να μας δώσει λύσεις όπως WinQSB, δηλαδή διεκπεραιώνει προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού, Συγκεντρωτικού Προγραμματισμού, Μεταφοράς κ.α.



Εικόνα 3.11

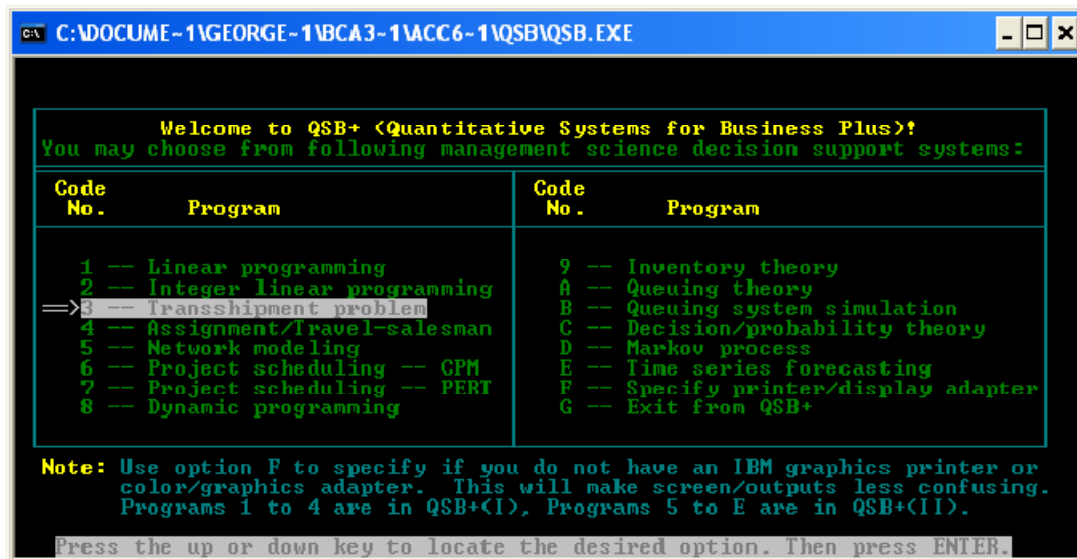
Από τα δεδομένα που έχουμε κάνουμε το πρόγραμμα παραγωγής/κόστους όπως απεικονίζεται στο παρακάτω πίνακα 3.1

		<b>ΕΒΔ1</b>	<b>ΕΒΔ2</b>	<b>ΕΒΔ3</b>	<b>ΑΠΘΘ</b>	<b>ΠΑΡΑΓΩΓΗ</b>
<b>S1</b>	<b>Αρχικό απόθεμα</b>	0	25	50	75	12
<b>S2</b>	<b>Εβδ. 1 καν. αποσχ.</b>	60	85	110	135	16
<b>S3</b>	<b>Εβδ. 1 υπερ. αποσχ.</b>	96	121	146	171	3
<b>S4</b>	<b>Εβδ. 2 καν. αποσχ.</b>	60	60	85	110	16
<b>S5</b>	<b>Εβδ. 2 υπερ. αποσχ.</b>	96	96	121	146	0,99
<b>S6</b>	<b>Εβδ. 3 καν. αποσχ.</b>	110	60	60	85	16
<b>S7</b>	<b>Εβδ. 3 υπερ. αποσχ.</b>	146	96	96	121	3
	<b>ΖΗΤΗΣΗ</b>	11	16	13	15	
		<b>D1</b>	<b>D2</b>	<b>D3</b>	<b>D4</b>	

Πίνακας 3.1

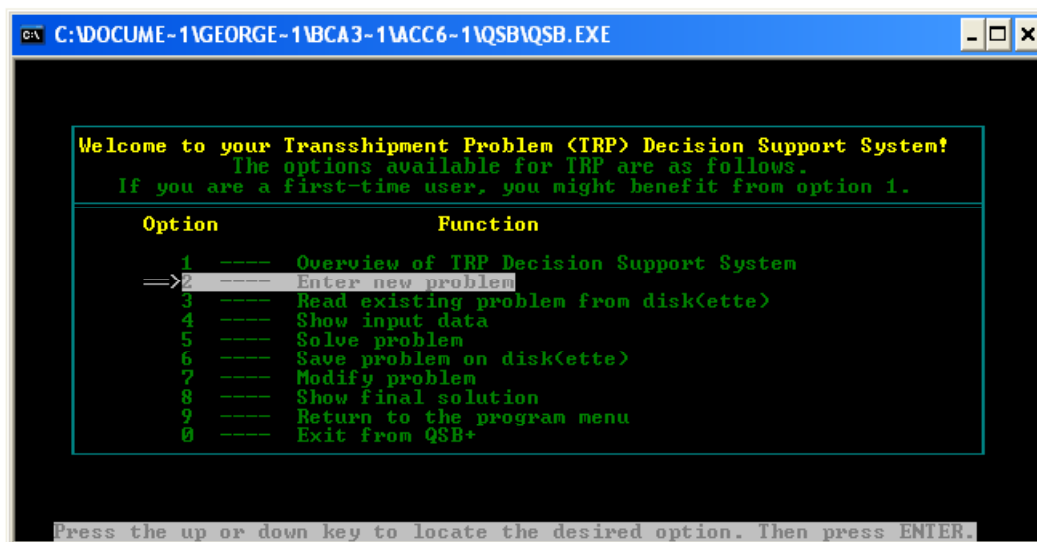
Στη συνέχεια τοποθετούμε τα δεδομένα στο πρόγραμμα όπως θα δούμε παρακάτω.

Επιλέγουμε <Transshipment problem>.



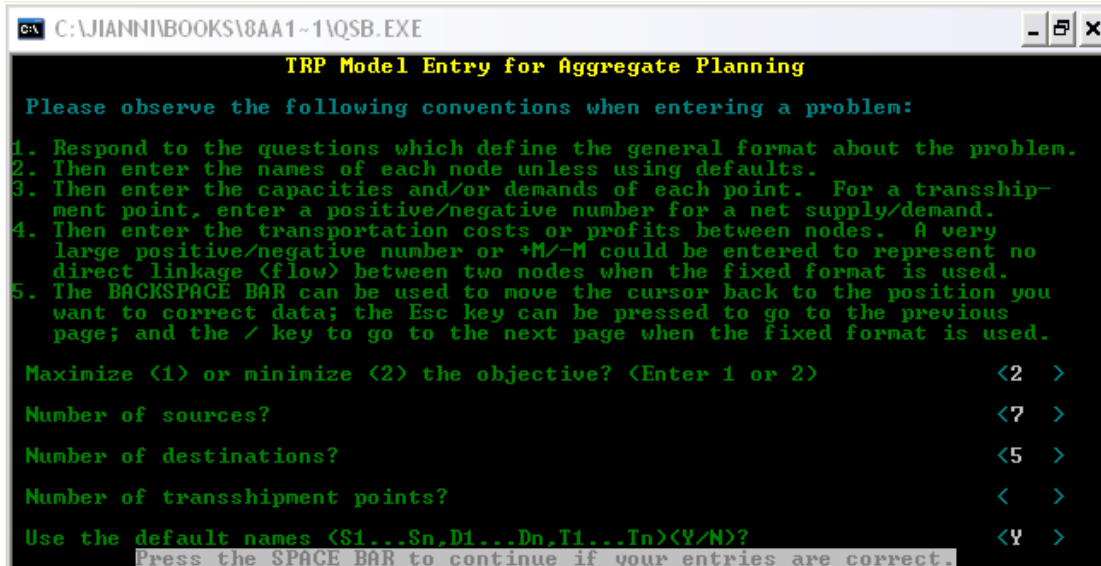
Εικόνα 3.12

<Enter new problem>.

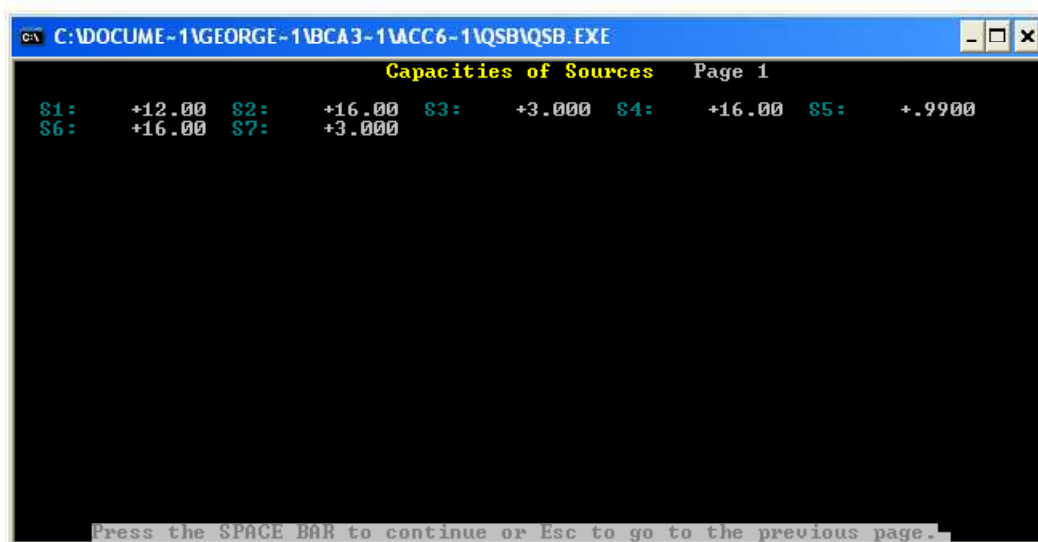


Εικόνα 3.13

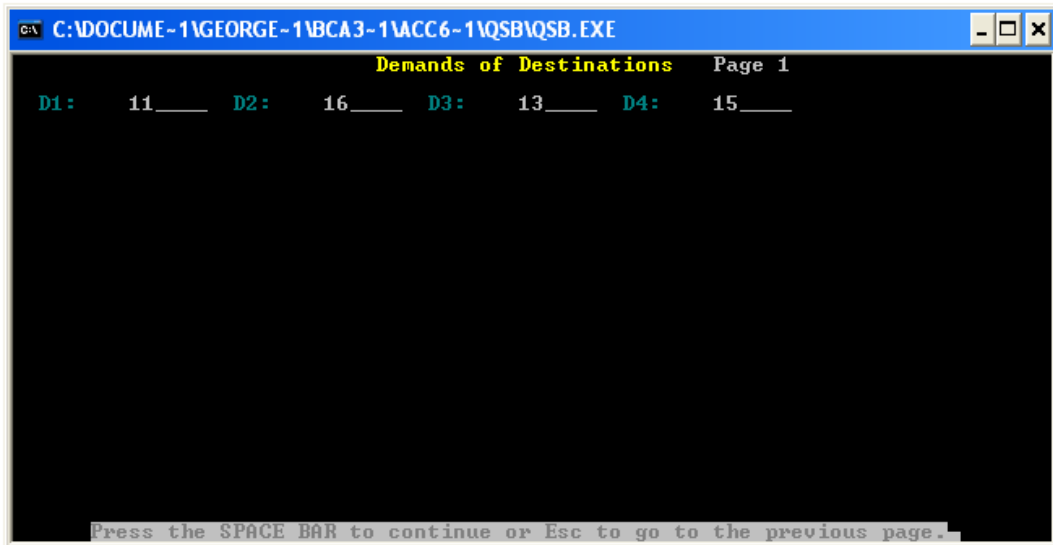
Εισάγουμε τα δεδομένα μας όπου μας ζητά.



Εικόνα 3.14

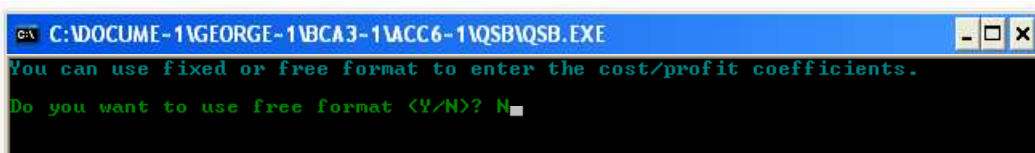


Εικόνα 3.15



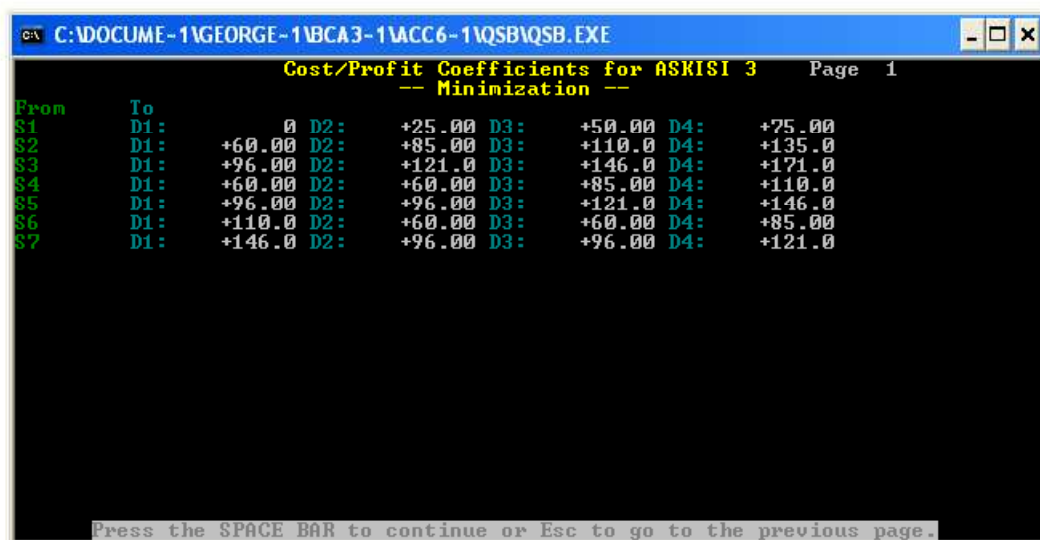
Εικόνα 3.16

Εδώ πατάμε <N>.



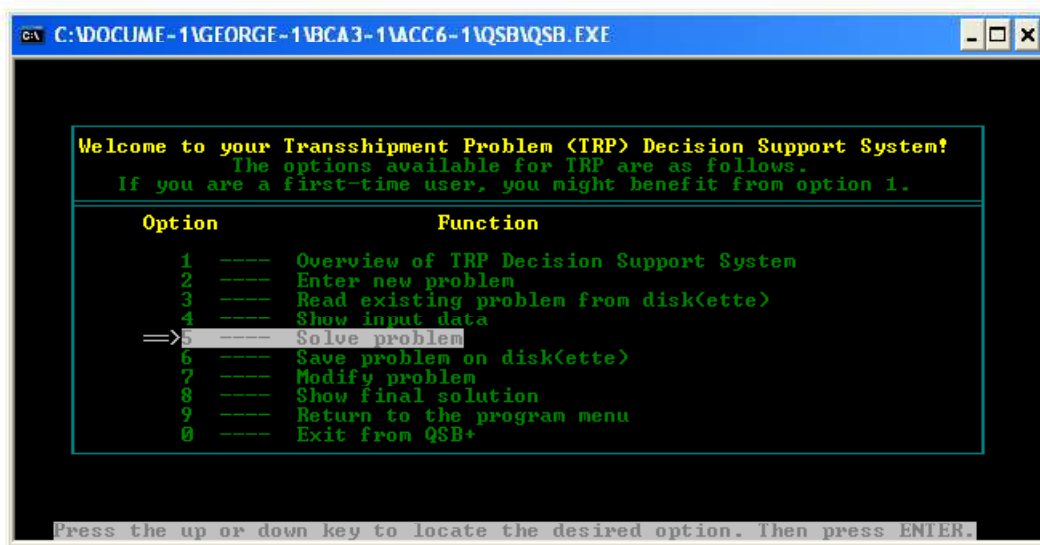
Εικόνα 3.17

Εδώ βλέπουμε να μας βγάλει τον πίνακα κόστους όπως τον είχαμε δημιουργήσει πριν στον πίνακα 1.1



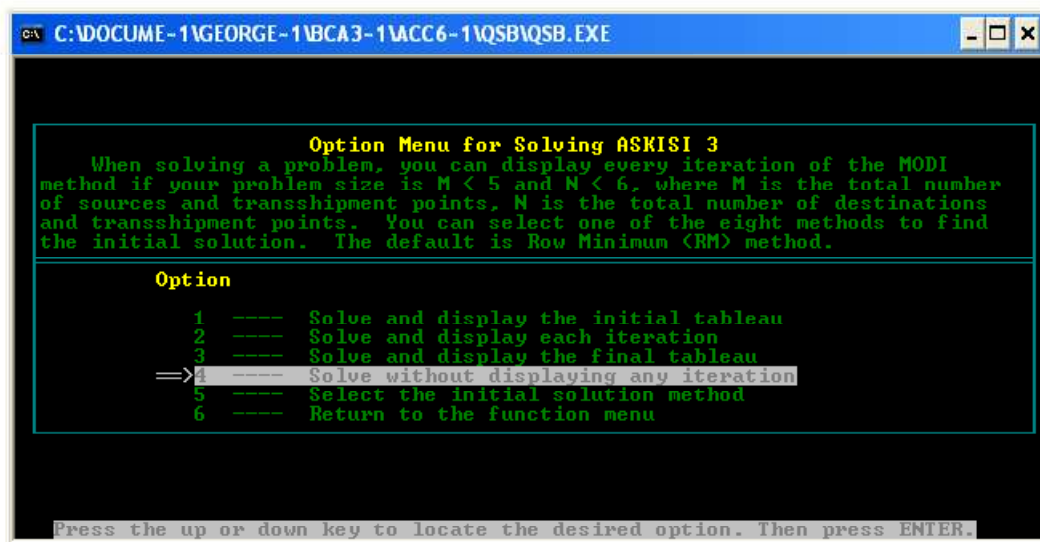
Εικόνα 3.18

Στη συνέχεια επιλέγουμε <solve problem>.



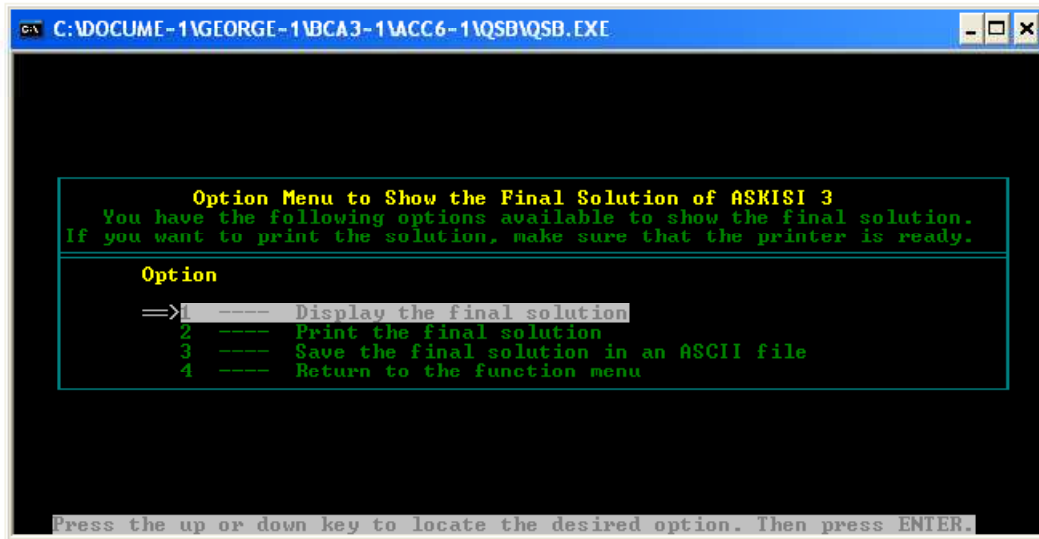
Εικόνα 3.19

Μετά επιλέγουμε <Solve without displaying any iteration>.



Εικόνα 3.20

Επιλέγουμε <Display the final solution> για να μας δώσει την τελική λύση του προβλήματος.



Εικόνα 3.21

Στην Εικόνα 3.22 και 3.23 βλέπουμε την τελική λύση του προβλήματος.

Summary of Results for ASKISI 3										Page : 1
From	To	Shipment	@ cost	Opp.Ct.	From	To	Shipment	@ cost	Opp.Ct.	
S1	D1	+11.0000	0	0	S4	D2	+7.0000	+60.000	0	
S1	D2	+1.0000	+25.000	0	S4	D3	+9.0000	+85.000	0	
S1	D3	0	+50.000	0	S4	D4	0	+110.00	0	
S1	D4	0	+75.000	0	S4	Dummy	0	0	+25.000	
S1	Dummy	0	0	+60.000	S5	D1	0	+96.000	+36.000	
S2	D1	0	+60.000	0	S5	D2	0	+96.000	+11.000	
S2	D2	+8.0000	+85.000	0	S5	D3	0	+121.00	+11.000	
S2	D3	0	+110.00	0	S5	D4	0	+146.00	+11.000	
S2	D4	0	+135.00	0	S5	Dummy	+ .99000	0	0	
S2	Dummy	+8.0000	0	0	S6	D1	0	+110.00	+100.00	
S3	D1	0	+96.000	+36.000	S6	D2	0	+60.000	+25.000	
S3	D2	0	+121.00	+36.000	S6	D3	+4.0000	+60.000	0	
S3	D3	0	+146.00	+36.000	S6	D4	+12.000	+85.000	0	
S3	D4	0	+171.00	+36.000	S6	Dummy	0	0	+50.000	
S3	Dummy	+3.0000	0	0	S7	D1	0	+146.00	+100.00	
S4	D1	0	+60.000	+25.000	S7	D2	0	+96.000	+25.000	

Minimum value of OBJ = 3512.999 <multiple sols.> Iterations = 3

Press any key to continue.

Εικόνα 3.22

C:\DOCUMENTS\1\GEORGE-1\BCA3-1\ACC6-1\QSB\QSB.EXE

Summary of Results for ASKISI 3 Page : 2

From	To	Shipment	@ cost	Opp.Ct.	From	To	Shipment	@ cost	Opp.Ct.
S7	D3	0	+96.000	0	S7	Dummy	0	0	+14.000
S7	D4	+3.0000	+121.00	0					

Minimum value of OBJ = 3512.999 (multiple sols.) Iterations = 3

Press any key to continue.

Εικόνα 3.23

Το κόστος παραγωγής δίνεται από την εξίσωση:

$$K = S1 \cdot D1 + S1 \cdot D2 + S2 \cdot D2 + S4 \cdot D2 + S4 \cdot D3 + S6 \cdot D3 + S6 \cdot D4 + S7 \cdot D4 =$$

$$= 11 \cdot 0 + 1 \cdot 25 + 8 \cdot 85 + 7 \cdot 60 + 9 \cdot 85 + 4 \cdot 60 + 12 \cdot 85 + 3 \cdot 121 = 3.513$$

Άρα το κόστος παραγωγής είναι 3.513€, όπως το είχαμε βρει με την εφαρμογή WinQSB.



## Βιβλιογραφία

Προγραμματισμός Παραγωγής Α Έκδοση,  
1995 Σταμούλη Α.Ε.

Παππής Κωνσταντίνος

Προγραμματισμός Παραγωγής Β Έκδοση,  
2006 Σταμούλη Α.Ε.

Παππής Κωνσταντίνος

Προγραμματισμός και Έλεγχος Παραγωγής ,  
2002 Τυπωθήτω-Δάρδανος Γιώργος

Σοφοτάσιος Π. Δημήτριος, Σπυράκης Π., Τριανταφύλλου Δ.  
Βασίλειος, Χατζηλυγερούδης κ. Ιωάννης

Winqsb, Version 2.0

2003 **John Wiley & Sons Inc**

**Yih-Long Chang, Kiran Desai**

Aggregate Production Planning Using  
Spreadsheet Solver: Model and Case Study  
Industrial Engineering Program, Sirindhorn International Institute of  
Technology,  
Thammasat University, Pathumthani 12121, Thailand.

Ολοκληρωμένα Συστήματα Παραγωγής  
Δρ. Δινοπούλου Βάγια Επίκουρος Καθηγήτρια Κοζάνη 2009  
ΤΕΙ Δυτικής Μακεδονίας  
Τμήμα Βιομηχανικού Σχεδιασμού

