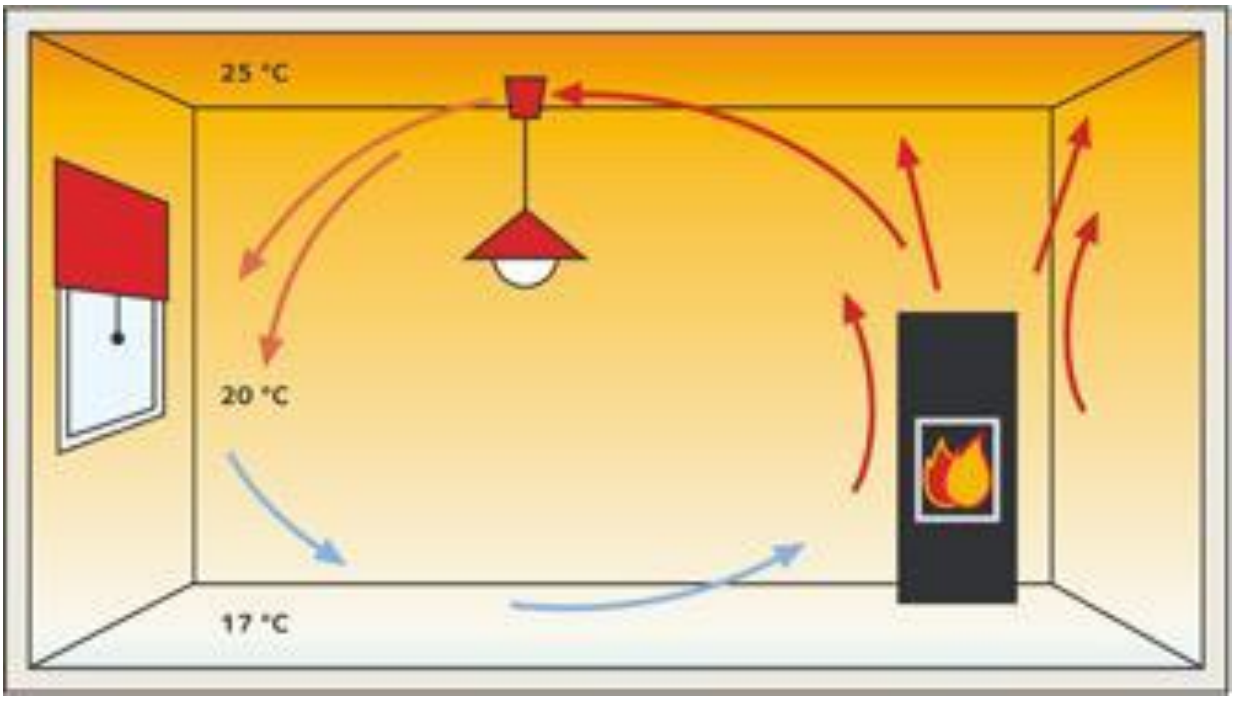
ΤΕΙ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Επίλυση φαινομένων μετάδοσης θερμότητας σε κώδικα C



Σπουδαστής: Κρητικός Γεώργιος

Εισηγητής: Τζιράκης Κων/νος

Οκτώβριος 2017

Πίνακας περιεχομένων

1. Εισαγωγή 3
   1.1. Γενικά 3
   1.2. Θερμοδυναμική και μετάδοση θερμότητας 3
   1.3. Πρακτικές εφαρμογές της μετάδοσης θερμότητας 5
   1.4. Πρώτος θερμοδυναμικός νόμος 6
   1.5. Μηχανισμοί μετάδοσης θερμότητας 9
   1.6. Θερμική Αγωγιμότητα (Αγωγή) 10
   1.7. Θερμική Συναγωγιμότητα (Συναγωγή) 11
   1.8. Μετάδοση θερμότητας με ακτινοβολία 13
2. Αγωγή - Συναγωγή 15
   2.1. Αγωγή 15
   2.2. Συναγωγή 15
   2.3. Μονοδιάστατη μετάδοση θερμότητας με αγωγή (χωρίς θερμικές πηγές) 16
   2.4. Μονοδιάστατη μετάδοση θερμότητας με αγωγή (με θερμικές πηγές) ... 24
   2.5. Βασικές έννοιες στη μετάδοση θερμότητας με συναγωγή 30
   2.6. Μονοδιάστατη μετάδοση θερμότητας με συναγωγή και αγωγή 32
3. Ακτινοβολία 39
   3.1. Βασικές έννοιες και ορισμοί στην ακτινοβολία 40
   3.2. Ακτινοβολία μαύρου σώματος 42
   3.3. Συναλλαγή θερμότητας με ακτινοβολία 45
4. Εναλλάκτες θερμότητας 53
   4.1 Ενεργειακά και οικονομικά αποδοτικοί τρόποι θέρμανσης 53
   4.2 Ανάκτηση θερμότητας από θερμά ρεύματα 54
   4.3 Αναγέννηση θερμότητας 54
5. Παραδείγματα επίλυσης ασκήσεων μετάδοσης θερμότητας 62
6. Κώδικας 72

1. Εισαγωγή

1.1. Γενικά

Η επιστήμη της θερμοδυναμικής συσχετίζεται με το ποσό της μεταφερόμενης ενέργειας από ένα σύστημα προς ένα άλλο, όταν αυτό υπόκειται σε μια διεργασία ανάμεσα σε δύο καταστάσεις ισορροπίας, χωρίς να παρέχει καμία πληροφορία για τη χρονική διάρκεια πραγματοποίησής της.

Αντιθέτως, η επιστήμη της μετάδοσης θερμότητας συσχετίζεται κυρίως με το ρυθμό της μεταφερόμενης ποσότητας της θερμικής ενέργειας.

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρέχεται μια εισαγωγική περιγραφή των βασικών αρχών της θερμοδυναμικής που συσχετίζονται άμεσα με την επιστήμη της μετάδοσης θερμότητας και άλλων μορφών ενέργειας.

Επιπλέον, παρουσιάζονται συνοπτικά οι τρεις κύριοι μηχανισμοί μεταφοράς θερμότητας, Οι οποίοι είναι η μετάδοση θερμότητας με αγωγή με συναγωγή και με ακτινοβολία.

1.2. Θερμοδυναμική και μετάδοση θερμότητας

Η θερμοδυναμική και η μετάδοση θερμότητας αναφέρονται ως θερμικές επιστήμες, επειδή συσχετίζονται με την ευρεία έννοια της θερμότητας, η οποία ορίζεται ως η μορφή της ενέργειας που μπορεί να μεταφέρεται από ένα σύστημα σε ένα άλλο, ως αποτέλεσμα της θερμοκρασιακής τους διαφοράς. Η επιστήμη που συσχετίζεται με τον προσδιορισμό του ρυθμού αυτής της μεταφοράς ενέργειας ονομάζεται μετάδοση θερμότητας.

Ο κλάδος της επιστήμης της θερμοδυναμικής μελετά τις καταστάσεις των συστημάτων από μακροσκοπική άποψη και δεν υπεισέρχεται σε υποθέσεις δομικής μορφής του φαινόμενου αλλά παρέχει την ανάλυσή του περιγράφοντας την κατάσταση του συστήματος σε συνάρτηση με γενικές χαρακτηριστικές παραμέτρους που ορίζονται ως θερμοδυναμικές ιδιότητες, όπως η πίεση, ο όγκος, η θερμοκρασία κ.α.

Αυτές οι μεταβλητές είναι μοναδιαίες για το σύστημα και μόνο όταν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες, τότε το σύστημα θεωρείται ότι βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας.

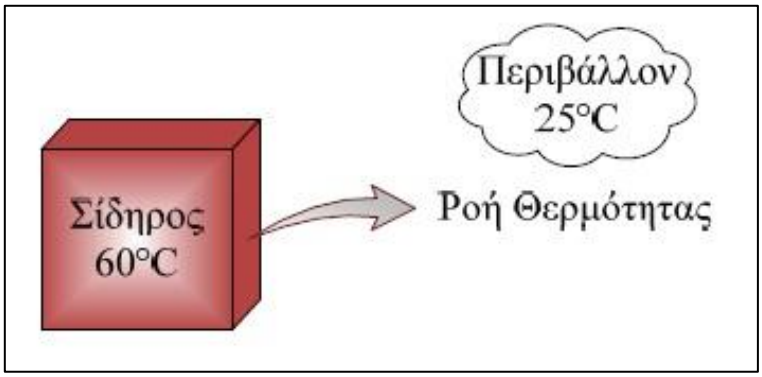
Το ποσό της μεταφερόμενης θερμότητας από ένα σύστημα, κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας, μπορεί να υπολογισθεί, χρησιμοποιώντας μια θερμοδυναμική ανάλυση, ως η διαφορά της μεταβολής της ενέργειας του συστήματος και του παραγόμενου έργου, ικανοποιώντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

Δε συσχετίζεται, όμως, με τους μηχανισμούς και τις μεθόδους της μεταφοράς αυτής, που είναι απαραίτητοι για τον υπολογισμό του χρόνου διάρκειας της μεταφοράς, παράμετροι που είναι αρκετά σημαντικές.

Ένα πολύ απλό παράδειγμα είναι αυτό του σχήματος 1.1, όπου ένα σώμα υψηλής θερμοκρασίας τοποθετείται σ' ένα περιβάλλον χαμηλής θερμοκρασίας.

Η θερμοδυναμική ως επιστήμη παρέχει την πληροφορία ότι μετά από κάποιο χρονικό διάστημα η θερμοκρασία του σώματος θα εξισωθεί με τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος και θα επέλθει θερμική ισορροπία.

Αντιθέτως, η μετάδοση θερμότητας μπορεί να προσδιορίσει τη θερμοκρασία σε κάθε σημείο του σώματος και το ρυθμό μεταφοράς θερμότητας από ένα μέρος της επιφάνειάς του ανά κάθε χρονική στιγμή, μέχρι την κατάσταση ισορροπίας.



Σχήμα 1.1: Σύστημα μεταφοράς θερμότητας.

Επομένως, η θερμοδυναμική έχει άμεση συσχέτιση με τις καταστάσεις θερμικής ισορροπίας των συστημάτων και μεταβολές μεταξύ τους, δηλαδή μελετά τη θεωρητική θερμοδυναμική ανάλυση των διεργασιών και όχι τη μικροσκοπική δομική μορφή της διεργασίας του φαινόμενου.

Αντίθετα, η μετάδοση θερμότητας μπορεί να θεωρηθεί ως φαινόμενο ή διεργασία μη ισορροπίας, επειδή αναφέρεται σε συστήματα τα οποία δεν βρίσκονται σε θερμική ισορροπία.

Η ύπαρξη του φαινομένου της μετάδοσης θερμότητας οφείλεται στη θερμοκρασιακή διαφορά μεταξύ συστημάτων, δηλαδή σε μια κατάσταση μη θερμικής ισορροπίας.

Ουσιαστικά, η μετάδοση θερμότητας ως επιστήμη παρέχει ότι δεν μπορεί από τη φύση της να παρέχει η επιστήμη της θερμοδυναμικής, δηλαδή να προσδιορίσει το ρυθμό με τον οποίο μεταφέρεται θερμότητα σε κατάσταση μη θερμικής ισορροπίας.

Επειδή, όλες οι διεργασίες μεταφοράς θερμότητας υποδηλώνουν μεταφορά ενέργειας και συνεπώς μετατροπή ενέργειας, αυτές υπακούουν στον πρώτο και τον δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής, οι οποίοι αποτελούν συμπληρωματικές αρχές για την επιστήμη της μετάδοσης θερμότητας.

Ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής υποδηλώνει, ότι ο ρυθμός μεταφοράς θερμικής ενέργειας σε ένα σύστημα είναι ίσος με το ρυθμό αύξησης της ενέργειάς του.

Ο δεύτερος θερμοδυναμικός Νόμος προσδιορίζει τη διεύθυνση μεταφοράς θερμότητας από σώμα ή σύστημα υψηλής θερμοκρασίας, σε σώμα ή σύστημα χαμηλής θερμοκρασίας και το αντίστροφο, προσδιορίζοντας τις έννοιες της θερμικής και ψυκτικής μηχανής αντίστοιχα.

1.3. Πρακτικές εφαρμογές της μετάδοσης θερμότητας

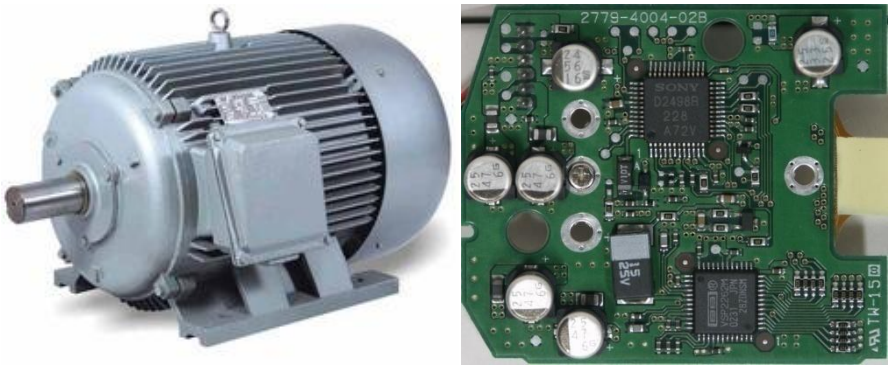
Η μετάδοση θερμότητας συναντάται σε πρακτικές εφαρμογές με τις οποίες συσχετίζονται οι μηχανικοί. Ο υπολογισμός του κόστους και του μεγέθους μιας συσκευής ή διαφόρων εξαρτημάτων διά μέσου των οποίων ένα ορισμένο ποσό ροής θερμότητας συναλλάσσεται σε ορισμένο χρόνο κάνει αναγκαία την ανάλυση του φαινομένου της ροής θερμότητας.

Η διαστασιολόγιση των λεβήτων, θερμαντήρων και προθερμαντήρων, ψυκτικών θαλάμων, ψυγείων και εναλλακτών θερμότητας, όπως και η επιτυχής λειτουργία πτερυγώσεων στροβίλου, τοιχωμάτων θαλάμων καύσης (Μ.Ε.Κ.), απαιτούν τον επακριβή προσδιορισμό του ποσού μεταφοράς θερμότητας ή του ποσού ροής ψύξης μετάλλων αντίστοιχα, πράγμα το οποίο συνεπάγεται λεπτομερειακή ανάλυση του φαινομένου της ροής θερμότητας σε συνάρτηση με το χρόνο.

Σχήμα 1.2: Πρακτικές εφαρμογές της μετάδοσης θερμότητας

Μερικά άλλα παραδείγματα είναι η μελέτη των ηλεκτρικών μηχανών, των μετασχηματιστών, των τριβέων και εδράνων στήριξης, των εργαλειομηχανών και ακόμη των ηλεκτρικών κυκλωμάτων, των ηλεκτρικών αντιστάσεων, πυκνωτών και διατάξεως αυτεπαγωγής κ.α.

Αποτελούν πρακτικά προβλήματα, που απαιτούν την κατανόηση του φυσικού φαινομένου της ροής θερμότητας, την εισαγωγή προϋποθέσεων και την έκφραση του προβλήματος υπό τη μορφή εξισώσεων, η επίλυση των οποίων απαιτεί μεθοδολογία και πολλές φορές υπολογιστικές ή προσεγγιστικές τεχνικές.



Σχήμα 1.3: Πρακτικές εφαρμογές της μετάδοσης θερμότητας

1.4. Πρώτος θερμοδυναμικός νόμος

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος αποτελεί βασικό εργαλείο για την επίλυση προβλημάτων μετάδοσης θερμότητας. Είναι ουσιαστικά η αρχή διατήρησης της ενέργειας και στην περίπτωση της μετάδοσης θερμότητας συνήθως εκφράζεται στη μορφή των ρυθμών μεταβολής.

Μία απλή διατύπωση του πρώτου θερμοδυναμικού νόμου σε μορφή ρυθμών μεταβολής είναι η ακόλουθη:

Η εισερχόμενη θερμική και μηχανική ισχύς από την επιφάνεια ελέγχου συν την παραγόμενη θερμική ισχύ εντός του σώματός, μείον την εξερχόμενη θερμική και μηχανική ισχύ από την επιφάνεια ελέγχου, ισούται με τον ρυθμό μεταβολής της αποθηκευμένης ενέργειας εντός του όγκου ελέγχου.

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_{\pi\alpha\rho} - \dot{E}_{out} = \frac{dE_{\alpha\pi o\theta}}{dt} = \dot{E}_{\alpha\pi o\theta}$$

Η κλασική διατύπωση με χρησιμοποίηση όρων ενέργειας δίδεται:

Η θερμική και μηχανική ενέργεια που εισέρχεται από την επιφάνεια ελέγχου, συν την ενέργεια που παράγεται εντός του όγκου ελέγχου, μείον την εξερχόμενη θερμική και μηχανική ενέργεια από την επιφάνεια ελέγχου, ισούται με τη μεταβολή της αποθηκευμένης ενέργειας στον όγκο ελέγχου.

$$E_{in} + E_{\pi\alpha\rho} - E_{out} = \Delta E_{\alpha\pi o\theta}$$

Στην περίπτωση μονίμων καταστάσεων η αποθηκευμένη ενέργεια δεν μεταβάλλεται, οπότε ο όρος στο δεύτερο σκέλος των παραπάνω εξισώσεων είναι μηδενικός.

Στη θερμοδυναμική συχνά χρησιμοποιείται λίγο διαφορετική διατύπωση του παραπάνω νόμου, με τη θερμότητα να θεωρείται θετική όταν εισέρχεται στο σύστημα και το έργο να θεωρείται θετικό όταν εξέρχεται από το σύστημα.

Οι όροι στις παραπάνω εξισώσεις διακρίνονται σε δύο κατηγορίες, στους όρους που αναφέρονται σε μετάδοση ενέργειας μέσα από την επιφάνεια ελέγχου και στους όρους που αναφέρονται στην παραγωγή και αποθήκευση ενέργειας σε όλο τον όγκο ελέγχου. Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει τη μετάδοση θερμότητας, τη μετάδοση μηχανικού έργου μέσα από την επιφάνεια ελέγχου και την μετάδοση ενέργειας, λόγω της κίνησης κάποιου ρευστού.

Η παραγόμενη θερμότητα εντός του όγκου ελέγχου είναι εκτατικό μέγεθος, εξαρτάται δηλαδή από τον όγκο του συστήματος. Συνήθως εκφράζεται ως παραγόμενη θερμική ισχύς ανά μονάδα όγκου. Μπορεί να συνδέεται με διαφορετικά φαινόμενα, όπως η παραγόμενη θερμότητα κατά τη ροή ηλεκτρικού ρεύματος μέσα από το σώμα λόγω της ηλεκτρικής του αντίστασης, η παραγόμενη θερμότητα από εξώθερμες χημικές αντιδράσεις, ή η παραγόμενη θερμότητα από πυρηνικές αντιδράσεις.

Η αποθηκευμένη ενέργεια του συστήματος διακρίνεται σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία είναι αυτή που οφείλεται σε εξωτερικές επιδράσεις, όπως παρουσία εξωτερικών πεδίων δυνάμεων ή κίνηση της μάζας του συστήματος.

Η δεύτερη κατηγορία αναφέρεται στην ενέργεια που το ίδιο το σύστημα περιέχει. Την ενέργεια λόγω εξωτερικών πεδίων ονομάζουμε Δυναμική ενέργεια και την συμβολίζουμε με E_{Δ}, την ενέργεια λόγω της κίνησης της μάζας του συστήματος ονομάζουμε Κινητική ενέργεια και την συμβολίζουμε με E_K, ενώ την ενέργεια που περικλείει η μάζα του συστήματος την ονομάζουμε εσωτερική ενέργεια και την συμβολίζουμε με U. Δηλαδή έχουμε :

$$E = U + E_{\Delta} + E_K$$

Η εσωτερική ενέργεια περιλαμβάνει όλες τις υπόλοιπες μορφές ενέργειας πλην της δυναμικής και της κινητικής και ουσιαστικά συνδέεται με την θερμοδυναμική κατάσταση του συστήματος. Είναι μια θερμοδυναμική ιδιότητα του συστήματος και μπορεί συνεπώς να εκφραστεί μέσω δύο οποιονδήποτε καταστατικών μεγεθών. Και οι δύο άλλες κατηγορίες ενέργειας είναι καταστατικά μεγέθη(αφού εξαρτώνται από την κατάσταση του συστήματος - υψομετρική θέση ή ταχύτητα για έλλειψη άλλων πεδίων πλην βαρυτικού).

Η εσωτερική ενέργεια διακρίνεται στην αισθητή ή θερμική εσωτερική ενέργεια, η οποία συνδέεται με τις αλλαγές των διαμοριακών δυνάμεων κατά τις αλλαγές φάσης, τη χημική εσωτερική ενέργεια, η οποία συνδέεται με τις δυνάμεις χημικών δεσμών των μορίων και την πυρηνική εσωτερική ενέργεια, που συνδέεται με τις δυνάμεις στον πυρήνα των ατόμων του σώματος.

Όταν απουσιάζουν αλλαγές στην χημική κατάσταση του σώματος, αλλαγές φάσης και πυρηνικές αντιδράσεις, οι αλλαγές της εσωτερικής ενέργειας αναφέρονται μόνο στο θερμικό τμήμα της, οι οποίες εκφράζονται με την αλλαγή της θερμοκρασίας του σώματος.

Μια πολύ σοβαρή παρατήρηση για τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο, είναι ότι δεν μπορεί να δώσει καμία πληροφορία για την απόλυτη τιμή της ενέργειας που περιέχει ένα σύστημα, αλλά μόνο για τη μεταβολή της ενέργειας αυτής ή αντίστοιχα για τον ρυθμό μεταβολή της.

Αν θελήσουμε να δώσουμε συγκεκριμένες τιμές στα μεγέθη αυτά σε μία θερμοδυναμική κατάσταση θα πρέπει να ορίσουμε κάποια κατάσταση αναφοράς, στην οποία θα δώσουμε συγκεκριμένη τιμή σε κάθε μορφή ενέργειας. Έτσι για την δυναμική ενέργεια στο πεδίο βαρύτητας της Γης δίνουμε τιμή ίση με μηδέν σε κάποιο συγκεκριμένο ύψος. Στην κινητική ενέργεια δίνουμε τιμή ίση με μηδέν αν το σύστημα είναι ακίνητο ως προς σύστημα αναφοράς που κινείται με τη Γη. Κάτι αντίστοιχο πρέπει να γίνει με την εσωτερική ενέργεια του συστήματος. Η τιμή της εσωτερικής ενέργειας σε μία συγκεκριμένη κατάσταση δίδεται σε σχέση με κατάσταση αναφοράς όπου η εσωτερική ενέργεια λαμβάνεται ίση με μηδέν. Η κατάσταση αυτή μηδενικής εσωτερικής ενέργειας λαμβάνεται εντελώς αυθαίρετα.

Για ένα κλειστό σύστημα ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος γράφεται:

$$\Delta E = Q - W \quad \text{ή} \quad dE = \delta Q - \delta W$$

Για την περίπτωση του ανοικτού συστήματος, ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος γίνεται:

$$\frac{dE_{\alpha\pi o\theta}}{dt} = \dot{Q} - \dot{W} + \oint_{CS} h_t$$

$$d\dot{m} = \dot{Q} - \dot{W} + \oint_{CS} \left(h + \frac{1}{2}\, c^2 + g\, Z\right) d\dot{m}$$

Με CS συμβολίζεται η επιφάνεια ελέγχου (Control Surface) του συστήματος που εξετάζουμε. Το παραπάνω κλειστό επιφανειακό ολοκλήρωμα μπορεί να γραφεί και υπό μορφή αθροίσματος, αν έχουμε διακριτές περιοχές απ' όπου εισέρχεται ή εξέρχεται μάζα. Στις περιοχές αυτές μπορούμε να θεωρήσουμε ομοιόμορφη ροή ή να πάρουμε τις μέσες τιμές των μεγεθών της ροής. Οι περιοχές αυτές εισόδου και εξόδου είναι συνήθως εισόδου και εξόδου του ρευστού. Για την περίπτωση αυτή η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$\frac{dE_{\alpha\pi o\theta}}{dt} = \dot{Q} - \dot{W} + \sum h_{t,in}\, \dot{m}_{in} - \sum h_{t,out}\, \dot{m}_{out}$$

όπου h και h_i η στατική και ολική ειδική ενθαλπία αντίστοιχα. Στην προηγούμενη σχέση έχουν ομαδοποιηθεί οι περιοχές εισόδου του ρευστού και οι περιοχές εξόδου του, εντός των δύο αθροισμάτων. Στις προηγούμενες σχέσεις η θερμότητα θεωρείται

θετική όταν εισέρχεται στο σύστημα, ενώ το μηχανικό έργο όταν εξέρχεται. Υπενθυμίζεται ότι η ολική ειδική ενθαλπία δίδεται:

$$h_t = h + \frac{c^2}{2} + g\,Z = u + p\,v + \frac{c^2}{2} + g\,Z$$

όπου u η ειδική εσωτερική ενέργεια, p η στατική πίεση, v ο ειδικός όγκος, c το μέτρο της ταχύτητας του ρευστού, g η επιτάχυνση της βαρύτητας και Z η υψομετρική διαφορά από το επίπεδο αναφοράς.

Συχνά σε διάφορα προβλήματα μετάδοσης θερμότητας χρειάζεται να εφαρμοστεί ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος πάνω σε μία επιφάνεια. Στην περίπτωση αυτή δεν υπάρχει περικλειόμενος όγκος αναφοράς, οπότε δεν εμφανίζονται στις σχέσεις οι όροι παραγωγής και αποθήκευσης ενέργειας στον όγκο αναφοράς. Οπότε για την έκφραση του πρώτου θερμοδυναμικού νόμου με όρους ρυθμών μεταβολής θα έχουμε:

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = 0 \;\; => \;\; \dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

Η παραπάνω σχέση ισχύει τόσο για μόνιμα όσο και για μη μόνιμα φαινόμενα. Στην περίπτωση που η μεταδιδόμενη ενέργεια είναι μόνο θερμότητα, τότε οι παραπάνω όροι υπολογίζονται από τις αντίστοιχες σχέσεις που δίνουν τη θερμοροή, για αγωγή, συναγωγή και ακτινοβολία, ανάλογα με το φαινόμενο (ή τα φαινόμενα) που λαμβάνουν χώρα

1.5. Μηχανισμοί μετάδοσης θερμότητας

Σύμφωνα με την υπάρχουσα βιβλιογραφία και ακόμη λόγω της πολυπλοκότητας του φαινόμενου, οι τρεις μηχανισμοί μελέτης της μεταφοράς θερμότητας είναι οι παρακάτω :

- Αγωγιμότητα (αγωγή)
- Συναγωγιμότητα (συναγωγή)
- Ακτινοβολία

Έχοντας υπόψη το γενικό ορισμό της μεταφοράς θερμότητας, δηλαδή θεωρώντας την εμφάνιση του φαινομένου, υπό την προϋπόθεση της ύπαρξης δυναμικής θερμοκρασιακής διαφοράς μεταξύ συστημάτων, μόνο η θερμική αγωγιμότητα μπορεί να ταξινομηθεί ως διεργασία καθαρής μεταφοράς θερμότητας, ενώ η μεταφορά θερμότητας με συναγωγή προϋποθέτει την ύπαρξη ροής μάζας και η ακτινοβολία τη θερμοκρασία του συστήματος.

Παρόλα αυτά και επειδή υφίσταται μεταφορά ενέργειας από σύστημα υψηλής θερμοκρασίας, σε σύστημα χαμηλής θερμοκρασίας, έχει γίνει αποδεκτό να μελετάται και ως ένας μηχανισμός μεταφοράς θερμότητας. Στη συνέχεια, μια σύντομη περιγραφή αυτών των μηχανισμών μεταφοράς θερμότητας δίνεται παρακάτω.

1.6. Θερμική Αγωγιμότητα (Αγωγή)

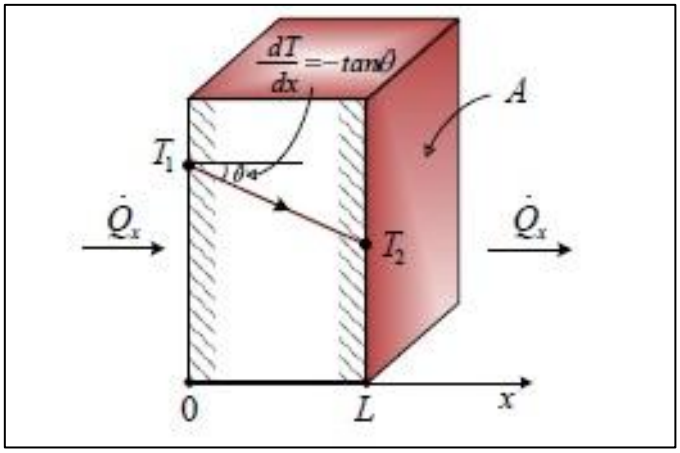
Θερμική αγωγιμότητα ορίζεται, ως ο μηχανισμός μεταφοράς θερμότητας από ένα σύστημα υψηλής θερμοκρασίας σε ένα άλλο χαμηλότερης θερμοκρασίας, μέσω ενός μέσου (στερεού, υγρού ή αέριου σε ηρεμία), υπό την προϋπόθεση φυσικής επαφής.

Η μεταφορά αυτή επιτυγχάνεται είτε με μοριακή αλληλεπίδραση, δηλαδή μεταφορά ενέργειας από τα περισσότερο ενεργητικά μόρια στα γειτονικά τους με χαμηλότερο επίπεδο ενέργειας, είτε μέσω της συγκέντρωσης των ελεύθερων ηλεκτρονίων στα καθαρώς μεταλλικά στερεά.

Ειδικότερα, όταν τα μόρια μιας περιοχής της ύλης αποκτούν μία μέση κινητική ενέργεια, μεγαλύτερη αυτής των μορίων της γειτονικής περιοχής, αυτό εκδηλώνεται υπό τη μορφή μιας θερμοκρασιακής διαφοράς. Οπότε, η ενέργεια μεταφέρεται στα μόρια της περιοχής της μικρότερης θερμοκρασίας, γεγονός το οποίο επαληθεύει τον ορισμό της θερμικής αγωγιμότητας.

Η μεταφορά της θερμικής ενέργειας μέσω αγωγιμότητας, λαμβάνει χώρα μέσω ελαστικών κρούσεων ή μέσω διάχυσης των μορίων, κατά την τυχαία κίνησή τους, στα αέρια και στα ρευστά. Στην περίπτωση των στερεών μέσων, η αντίστοιχη θερμική ενέργεια μεταφέρεται, μέσω των ταλαντώσεων των μορίων του πλέγματος και των κινουμένων ηλεκτρονίων από περιοχές υψηλής σε περιοχές χαμηλής θερμοκρασίας.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα μετάδοσης θερμότητας με αγωγιμότητα είναι το φαινόμενο απώλειας θερμότητας, που παρατηρείται σε κλειστούς θερμαινόμενους χώρους κατά τη διάρκεια της ψυχρής περιόδου, το οποίο οφείλεται στην αγωγιμότητα των τοίχων, των παραθύρων, της οροφής κλπ.



Σχήμα 1.4: Χαρακτηριστικό παράδειγμα θερμικής αγωγιμότητας

Ο ρυθμός μεταβολής της θερμικής αγωγιμότητας, μέσω ενός μέσου, εξαρτάται από τη γεωμετρία του μέσου, το πάχος, το υλικό και από τη θερμοκρασιακή διαφορά ανάμεσα στα όριά του.

Πειράματα που έλαβαν μέρος στο παρελθόν έδειξαν ότι η ροή θερμότητας, $\dot{Q}$ μέσω ενός τοιχώματος είναι ανάλογη της θερμοκρασιακής διαφοράς ΔT των ορίων του

μέσου και της κάθετης επιφάνειας A στην κατεύθυνση της μεταφοράς θερμότητας, ενώ είναι αντιστρόφως ανάλογη του πάχους του μέσου Δx. Επομένως προκύπτει ότι:

$$\dot{Q}_{cond} = -kA\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

όπου, η σταθερή ποσότητα k είναι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του μέσου και είναι η χαρακτηριστική φυσική ιδιότητα του υλικού, υποδηλώνοντας την ικανότητά του να μεταφέρει θερμότητα.

Στην οριακή περίπτωση, όπου το πάχος του μέσου, δηλαδή το Δx τείνει στο 0, η εξίσωση μπορεί να γραφεί σε διαφορική μορφή:

$$\dot{Q}_{cond} = -kA\frac{dT}{dx}$$

η οποία καλείται και Νόμος του Fourier, προς τιμή του Γάλλου μαθηματικού και φυσικού, ο οποίος, την παρουσίασε το 1822.

Ο όρος, dT/dx είναι η πρώτη παράγωγος της θερμοκρασίας ως προς τη χωρική μεταβολή x ή αλλιώς η θερμοκρασιακή κλίση.

Το αρνητικό πρόσημο της εξίσωσης είναι η συνέπεια του δεύτερου θερμοδυναμικού νόμου, όπου εξασφαλίζει ότι η θερμότητα μεταφέρεται κατά αντίθετη κατεύθυνση με τη θερμοκρασιακή κλίση.

1.7. Θερμική Συναγωγιμότητα (Συναγωγή)

Η μεταφορά θερμότητας με συναγωγή αναφέρεται στη μετάδοση θερμότητας σε κινούμενα ρευστά. Στην περίπτωση αυτή συνυπάρχουν δύο μηχανισμοί μετάδοσης ενέργειας. Ο πρώτος είναι η διάχυση ενέργειας μέσω των σωματιδιακών αλληλεπιδράσεων, ενώ ο δεύτερος μηχανισμός συνδέεται με τη μακροσκοπική κίνηση του ρευστού.

Κατά την μακροσκοπική κίνηση του ρευστού τα στοιχειώδη σωματίδια, που απαρτίζουν τα στοιχεία του ρευστού, μεταφέρουν μαζί με τη μάζα τους και την θερμική ενέργεια που σχετίζεται με την τυχαία μεταφορική κίνηση τους, την εσωτερική περιστροφή τους και την ταλάντωση τους.

Έτσι η συνολική μετάδοση θερμικής ενέργειας είναι το άθροισμα της μετάδοσης λόγω συγκρούσεων και της μετάδοσης λόγω της μεταφοράς της θερμικής ενέργειας των σωματιδίων μέσω της μακροσκοπικής κίνησης του ρευστού.

Η κύρια περιοχή εφαρμογής της μετάδοσης θερμότητας με συναγωγή είναι η μετάδοση από στερεή επιφάνεια προς κινούμενο ρευστό σε επαφή με την επιφάνεια ή το αντίθετο.

Γνωρίζουμε από τη μηχανική των ρευστών ότι στην περιοχή επαφής του ρευστού με στερεή επιφάνεια αναπτύσσεται το λεγόμενο οριακό στρώμα ταχύτητας, ως

αποτέλεσμα της δράσης των δυνάμεων συνεκτικότητας στο εσωτερικό του ρευστού. Στο οριακό στρώμα εμφανίζεται ομαλή μετάβαση από την ταχύτητα της ροής μακριά από το τοίχωμα στην μηδενική ταχύτητα στην επιφάνεια του ακίνητου τοιχώματος.

Στην περίπτωση κινούμενης επιφάνειας, η ταχύτητα της ροής πάνω στην επιφάνεια ισούται, ως γνωστόν, με την ταχύτητα της επιφάνειας. Το πάχος του οριακού στρώματος αυξάνεται κατά της ροής.

Στην περίπτωση διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ της στερεής επιφάνειας και του ρευστού εμφανίζεται και το λεγόμενο θερμικό οριακό στρώμα, του οποίου το πάχος μπορεί να είναι ίσο, μικρότερο ή μεγαλύτερο από αυτό του υδραυλικού οριακού στρώματος.

Εντός του θερμικού οριακού στρώματος εμφανίζεται ομαλή μεταβολή της θερμοκρασίας από τη θερμοκρασία στερεής επιφάνειας T_S έως την θερμοκρασία της κύριας ροής T_o. Στην περίπτωση που η πρώτη είναι μεγαλύτερη της δεύτερης, η ροή θερμότητας πραγματοποιείται από την θερμή επιφάνεια στο ψυχρότερο ρευστό.

Επειδή στην περιοχή κοντά στο στερεό τοίχωμα οι ταχύτητες της ροής είναι πολύ μικρές, ο μηχανισμός της διάχυσης είναι αυτός που επικρατεί. Αντίθετα, μακριά από το τοίχωμα, όπου έχουν αυξηθεί οι ταχύτητες της ροής, επικρατεί η μετάδοση θερμότητας με μεταφορά. Ειδικά πάνω στο τοίχωμα, όπου η σχετική ταχύτητα της ροής είναι μηδενική, υπάρχει αποκλειστικά μετάδοση θερμότητας με διάχυση.

Η ροή που προκαλεί τη συναγωγή θερμότητας μπορεί να οφείλεται σε εξωτερικούς παράγοντες ή στην ίδια τη μετάδοση θερμότητας. Έτσι, στην περίπτωση των σωμάτων κεντρικής θέρμανσης ενός σπιτιού, ο θερμαινόμενος ακίνητος αέρας, λόγω μείωσης της πυκνότητας του ανέρχεται, προκαλώντας φυσική κυκλοφορία στο εσωτερικό του δωματίου.

Η φυσική αυτή κυκλοφορία δίνει την αναγκαία μεταφορική κίνηση για την εμφάνιση συναγωγής μεταξύ του θερμαντικού σώματος και του αέρα. Ο μηχανισμός της συναγωγής είναι πολύ πιο έντονος από τον αντίστοιχο της αγωγής. Στην παραπάνω περίπτωση έχουμε συναγωγή με φυσική κυκλοφορία.

Στην περίπτωση που η ροή του ρευστού συντηρείται από εξωτερικό αίτιο (μία αντλία ή ένα ανεμιστήρα) τότε έχουμε μετάδοση θερμότητας με συναγωγή με εξαναγκασμένη κυκλοφορία. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η θέρμανση του αέρα με πιστολάκι των μαλλιών ή η ψύξη μιας θερμής επιφάνειας με τη χρήση ανεμιστήρα.

Συνήθως μαζί με την εξαναγκασμένη κυκλοφορία συνυπάρχει και φυσική κυκλοφορία λόγω των αντωτικών δυνάμεων από τη μεταβολή πυκνοτήτων, μόνο που το πρώτο φαινόμενο είναι πιο έντονο στις περισσότερες των περιπτώσεων.

Συνήθως η συναλλαγή θερμότητας με συναγωγή αναφέρεται στην εσωτερική θερμική ενέργεια, η οποία συνδέεται με τη θερμική του κίνηση. Υπάρχουν όμως περιπτώσεις

όπου η μετάδοση θερμότητας συνοδεύεται αλλαγή φάσης, δηλαδή περιλαμβάνει και την λανθάνουσα θερμότητα αλλαγής φάσης.

Ένα παράδειγμα της παραπάνω περίπτωσης είναι η μετάδοση θερμότητας προς το ρευστό από τις φυσαλίδες ατμού που ανέρχονται προς την επιφάνεια, σε δοχείο με νερό που βράζει. Αυτές προκαλούν ισχυρή κίνηση εντός του ρευστού, με αποτέλεσμα να εντείνεται η συναγωγή. Η μετάδοση θερμότητας με συναγωγή όταν υπάρχει και αλλαγή φάσης είναι πολύ πιο έντονη από την απλή περίπτωση της συναγωγής.

Το φαινόμενο της συναγωγής εξαρτάται από την ροή του ρευστού και από τη διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ του ρευστού και της στερεής επιφάνειας. Μια γενική σχέση που περιγράφει τη μετάδοση θερμότητας με συναγωγή είναι ο νόμος Newton για τη συναγωγή, ο οποίος δίνει την πυκνότητα ροής θερμότητας:

$$q_x'' = h(T_s - T_o)$$

Ο συντελεστής h ονομάζεται συντελεστής μετάδοσης θερμότητας με συναγωγή και δίδεται W/m^2K. Η τιμή του εξαρτάται από το είδος της ροής, τη μορφή της επιφάνειας και τα θερμοδυναμικά και ρευστομηχανικά χαρακτηριστικά του ρευστού. Ο προσδιορισμός του συνήθως απαιτεί σοβαρές γνώσεις ρευστομηχανικής, ενώ για τυπικές ροές η τιμή του βρίσκεται από πίνακες και διαγράμματα.

Ο συνολικός ρυθμός μεταβολής θερμότητας μέσα από την επιφάνεια προκύπτει πολλαπλασιάζοντας με το εμβαδόν A της επιφάνειας, δηλαδή:

$$q_x = q_x'' A = A\, h\, (T_S - T_O)$$

1.8. Μετάδοση θερμότητας με ακτινοβολία

Κάθε σώμα (στερεό, υγρό ή αέριο), το οποίο βρίσκεται σε θερμοκρασία διαφορετική από 0 $Kelvin$, εκπέμπει θερμική ακτινοβολία. Η ακτινοβολία δημιουργείται με αλλαγές στην ενεργειακή κατάσταση των ηλεκτρονίων των ατόμων του σώματος.

Σε αντίθεση με τους άλλους δύο μηχανισμούς μετάδοσης θερμότητας (αγωγή, συναγωγή), η μετάδοση θερμότητας με ακτινοβολία δεν απαιτεί την ύπαρξη ύλης, αλλά μπορεί να πραγματοποιείται και εν κενό.

Για τη στερεή εξωτερική επιφάνεια ενός σώματος. Η ακτινοβολία που εξέρχεται από την επιφάνεια παράγεται στο εσωτερικό του σώματος και ο ρυθμός με τον οποίο η ενέργεια εξέρχεται από μοναδιαίο εμβαδόν της επιφάνειας καλείται πυκνότητα εκπεμπόμενης ακτινοβολίας E ενώ η μέγιστη τιμή της E_b δίδεται από τον νόμο Stefan - Boltzmann ως:

$$E_b = \sigma\, T_s^4$$

όπου T_s η απόλυτη θερμοκρασία της επιφάνειας (σε K) και σ η σταθερά των Stefan-Boltzmann $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\, W/m^2\, K^4$. Η επιφάνεια που εκλύει τη μέγιστη αυτή ισχύ

ακτινοβολίας ονομάζεται μέλαν σώμα. Σε μία πραγματική επιφάνεια η ακτινοβολούσα ισχύς είναι προφανώς μικρότερη για την ίδια θερμοκρασία και δίδεται:

$$E = \varepsilon\, \sigma\, T_s^4$$

όπου ε η ικανότητα εκπομπής της επιφάνειας, με τιμές μεταξύ 0 και 1. Η τιμή της εξαρτάται από το υλικό και τα χαρακτηριστικά της επιφάνειας και δείχνει πόσο προσεγγίζει η συγκεκριμένη επιφάνεια το μέλαν σώμα.

Εκτός από την εκπομπή ακτινοβολίας από μια επιφάνεια, γίνεται και πρόσπτωση ακτινοβολίας, η οποία παράγεται εκτός της επιφάνειας. Αν G η πυκνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, τότε ένα τμήμα της μπορεί να απορροφηθεί από το σώμα, ένα τμήμα μπορεί να ανακλαστεί, ενώ το υπόλοιπο τμήμα μπορεί να διαπεράσει το σώμα.

Το ποσοστό της προσπίπτουσας ακτινοβολίας που απορροφάται από το σώμα περιγράφεται με την απορροφητικότητα α , οπότε ισχύει:

$$G_{\alpha\pi o\rho\rho} = \alpha\, G$$

Προφανώς η απορροφητικότητα παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1. Η απορροφητικότητα της επιφάνειας δεν εξαρτάται μόνο από την επιφάνεια αλλά και από το είδος της ακτινοβολίας. Η ίδια επιφάνεια μπορεί να έχει διαφορετική απορροφητικότητα σε ακτινοβολίες διαφορετικού μήκους κύματος. Μόνο η απορροφημένη ακτινοβολία μεταβάλλει την εσωτερική ενέργεια του σώματος, ενώ η ανακλώμενη και η ακτινοβολία που διαπερνά το σώμα δεν έχουν προφανώς καμία επίδραση σε αυτή.

Μια ειδική περίπτωση της μετάδοσης θερμότητας με ακτινοβολία αφορά στην περίπτωση μίας μικρής επιφάνειας η οποία περικλείεται ολοκληρωτικά από μία αρκετά μεγαλύτερη επιφάνεια, η οποία βρίσκεται σε διαφορετική θερμοκρασία $T_{\varepsilon\xi}$.

Μία τέτοια περίπτωση επιφάνειας είναι τα τοιχώματα ενός φούρνου. Στην περίπτωση αυτή η προσπίπτουσα ακτινοβολία στην μικρή εσωτερική επιφάνεια θερμοκρασίας T_s μπορεί να προσεγγιστεί από την ακτινοβολία που παράγει ένα μέλαν σώμα θερμοκρασίας $T_{\varepsilon\xi}$, δηλαδή:

$$G = \sigma\, T_{\varepsilon\xi}^2$$

Στην ειδική περίπτωση κατά την οποία υποθέτουμε ότι η μικρή επιφάνεια είναι μία γκρίζα επιφάνεια θα ισχύει:

$$\alpha = \varepsilon$$

Η καθαρή ισχύς ανά μονάδα επιφάνειας που εξέρχεται από την μικρή εσωτερική επιφάνεια εμβαδού A θα δίδεται:

$$q''_{rad} = \frac{q_{rad}}{A} = \varepsilon\, E_b - \alpha\, G = \varepsilon\, E_b - \alpha\, G = \varepsilon\, \sigma\, (T_s^4 - T_{\varepsilon\xi}^4)$$

Η παραπάνω σχέση δίνει την καθαρή ισχύ που απελευθερώνεται από την επιφάνεια ως αποτέλεσμα της ισχύος που απορροφάται και της ισχύος που εκλύεται, λόγω της υπάρχουσας διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ της εσωτερικής και της περικλείουσας επιφάνειας.

Η θερμική ισχύς που ακτινοβολείται συχνά εκφράζεται σε μορφή αντίστοιχη με αυτή που μεταδίδεται με συναγωγή, δηλαδή:

$$q_{rad} = h_{rad}\, A\, (T_s - T_{\varepsilon\xi})$$

όπου h_{rad} ο συντελεστής μετάδοσης θερμότητας με ακτινοβολία, ο οποίος δίδεται:

$$h_{rad} = \varepsilon\, \sigma\, (T_s + T_{\varepsilon\xi})(T_s^2 - T_{\varepsilon\xi}^2)$$

Προφανώς, ο συντελεστής μετάδοσης θερμότητας με ακτινοβολία μεταβάλλεται ισχυρά με τη θερμοκρασία. Η παραπάνω μοντελοποίηση είναι χρήσιμη στις περιπτώσεις που έχουμε ταυτόχρονη μετάδοση θερμότητας με ακτινοβολία και συναγωγή.

2. Αγωγή - Συναγωγή

Αυτό το κεφάλαιο περιέχει τα διαγράμματα και τους τύπους των μηχανισμών μετάδοσης θερμότητας με αγωγή και συναγωγή μέσω επίπεδου τοιχώματος, κυλινδρικού τοιχώματος και σφαιρικού τοιχώματος.

2.1. Αγωγή

Όπως αναφέρεται στην εισαγωγή μετάδοση θερμότητας με θερμική αγωγιμότητα ορίζεται η μεταφορά θερμότητας από μια ζώνη σε μια άλλη ενός ίδιου σώματος ή μεταξύ δύο σωμάτων που βρίσκονται σε απόλυτη επαφή.

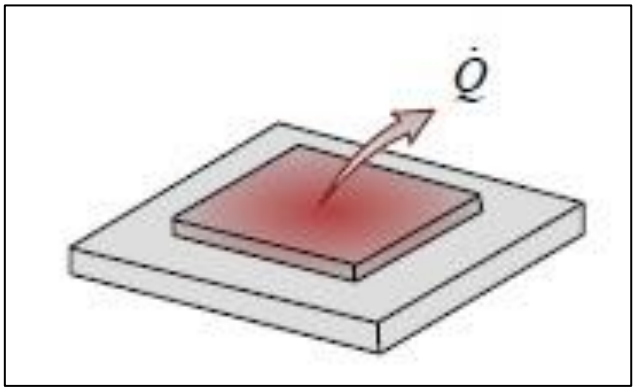
Αυτή η μεταφορά οφείλεται σε μοριακές κινήσεις χωρίς να πραγματοποιούνται μακροσκοπικές κινήσεις της ύλης από την οποία αποτελείται το σώμα ή τα σώματα που εξετάζονται. Το φαινόμενο της μετάδοσης της θερμότητας με αγωγή, μπορεί να πραγματοποιηθεί σε όλα τα φυσικά σώματα, είτε αυτά είναι στερεά, είτε είναι υγρά, είτε είναι σε αέρια μορφή.

2.2. Συναγωγή

Όπως αναφέρεται στην εισαγωγή μετάδοση θερμότητας με συναγωγή ορίζεται ως ο μηχανισμός μεταφοράς θερμότητας από μια στερεή επιφάνεια σε κινούμενο ρευστό υγρής ή αέριας μορφής και αντίστροφα.

Αρχικά, η ροή θερμότητας διενεργείται μέσω αγωγιμότητας από μία στερεή επιφάνεια στα γειτονικά μόρια του ρευστού. Η μεταφερόμενη ενέργεια κατ' αυτόν τον τρόπο συντελεί στην αύξηση της θερμοκρασίας και της εσωτερικής ενέργειας των μορίων του ρευστού.

Στη συνέχεια, τα μόρια του ρευστού κινούνται προς την περιοχή της χαμηλότερης θερμοκρασίας και αναμειγνύονται με το υπόλοιπο μέρος των μορίων του ρευστού. Η θερμική ενέργεια αποθηκεύεται στα μόρια του ρευστού και μεταφέρεται στην κινούμενη μάζα του. Η διαδικασία αυτού του είδους της μεταφοράς θερμότητας, ορίζεται ως μεταφορά θερμότητας με συναγωγή.



Σχήμα 2.1: Μετάδοση θερμότητας με συναγωγή

2.3. Μονοδιάστατη μετάδοση θερμότητας με αγωγή (χωρίς θερμικές πηγές)

❖ **Νόμος αγωγιμότητας του Fourier**

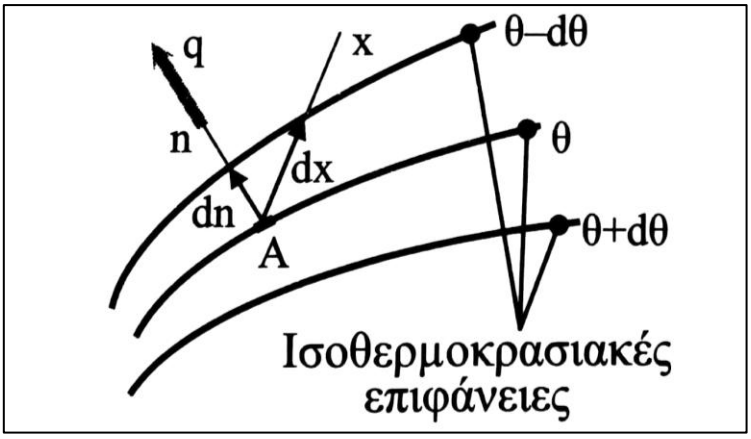
Η θερμορροή κατά την διεύθυνση n, είναι κάθετη σε μια ισοθερμοκρασιακή επιφάνεια A:

$$q = -\lambda \cdot A \cdot \frac{\partial \theta}{\partial n}$$

Αν η θερμοκρασία μεταβάλλεται μόνο κατά μία διεύθυνση x:

$$q = -\lambda \cdot A \cdot \frac{d\theta}{dx}$$

λ: *Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του υλικού* (W/mK).



Σχήμα 2.2: Νόμος αγωγιμότητας του Fourier

❖ **Αγωγή δια μέσου απλού επιπέδου τοιχώματος, με $\boldsymbol{\lambda = \sigma\tau\alpha\theta}$.**

$$q = \frac{\lambda}{\delta}\, A\, (\theta_1 - \theta_2)$$

$$\frac{q}{A} = \frac{\lambda}{\delta}\, (\theta_1 - \theta_2)$$

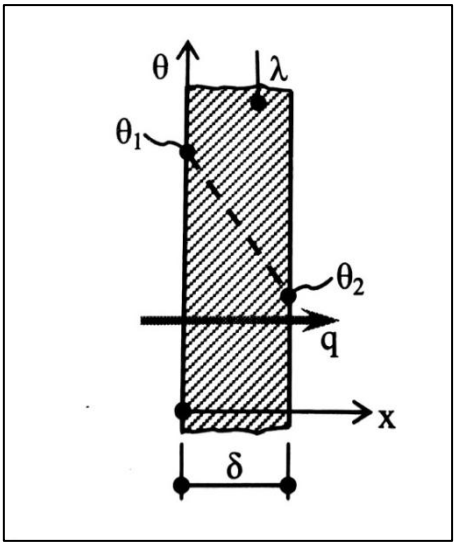
$$\frac{q}{A} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\delta/\lambda}$$

$\frac{q}{A}$: $\Pi\upsilon\kappa\nu\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\ \theta\varepsilon\rho\mu o\rho o\acute{\eta}\varsigma\ (W/m^2)$

$\delta/\lambda = R$: $\Sigma\upsilon\nu\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\tau\acute{\eta}\varsigma\ \theta\varepsilon\rho\mu\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma\ \alpha\nu\tau\acute{\iota}\sigma\tau\alpha\sigma\eta\varsigma\ \sigma\tau\rho\acute{\omega}\sigma\eta\varsigma\ (m^2 \cdot K/W)$

$\lambda/\delta = \Lambda$: $\Sigma\upsilon\nu\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\tau\acute{\eta}\varsigma\ \theta\varepsilon\rho\mu o\delta\iota\alpha\varphi\upsilon\gamma\acute{\eta}\varsigma\ \varepsilon\pi\acute{\iota}\pi\varepsilon\delta\eta\varsigma\ \sigma\tau\rho\acute{\omega}\sigma\eta\varsigma\ (W/m^2 \cdot K)$

$\delta/\lambda A = R$: $\Theta\varepsilon\rho\mu\iota\kappa\acute{\eta}\ \alpha\nu\tau\acute{\iota}\sigma\tau\alpha\sigma\eta\ \varepsilon\pi\acute{\iota}\pi\varepsilon\delta\eta\varsigma\ \sigma\tau\rho\acute{\omega}\sigma\eta\varsigma\ (K/W)$



Σχήμα 2.3: Αγωγή δια μέσου απλού επιπέδου τοιχώματος.

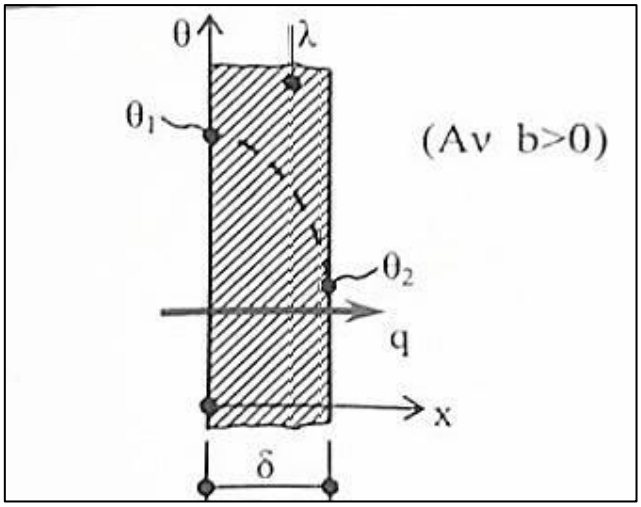
Παρατηρήσεις

- ✓ Τοίχωμα αρκετά μεγάλο, εμβαδού A.
- ✓ Η θερμορροή μεταδίδεται ομοιόμορφα μόνο κατά την κατεύθυνση x, (κάθετα στο τοίχωμα).
- ✓ Η διακεκομμένη γραμμή παριστά την μεταβολή της θερμοκρασίας μέσα στο τοίχωμα (γραμμική).

❖ **Αγωγή δια μέσου απλού επιπέδου τοιχώματος, με $\boldsymbol{\lambda = \lambda_o \cdot (1 + b \cdot \theta)}$**

$$q = \frac{\lambda_o}{\delta} \cdot A \cdot \left[(\theta_1 - \theta_2) + \frac{b}{2} \cdot \left({\theta_1}^2 - {\theta_2}^2 \right) \right]$$

$$q = \frac{\lambda_m}{\delta} \cdot A \cdot (\theta_1 - \theta_2)$$



Σχήμα 2.4: Αγωγή δια μέσου απλού επιπέδου τοιχώματος.

Παρατηρήσεις

- ✓ Τοίχωμα αρκετά μεγάλο, εμβαδού A.
- ✓ Η θερμορροή μεταδίδεται ομοιόμορφα μόνο κατά την κατεύθυνση x, (κάθετα στο τοίχωμα).
- ✓ Η διακεκομμένη γραμμή παριστά την μεταβολή της θερμοκρασίας μέσα στο τοίχωμα (παραβολή).
- ✓ Όπου λ_m η μέση τιμή του λ $\left(\delta\eta\lambda.\ \sigma\tau\eta\nu\ \theta_m = \frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)$

❖ **Αγωγή δια μέσου σύνθετου επιπέδου τοιχώματος, με n στρώσεις διαφορετικών υλικών, με σταθερούς $\boldsymbol{\lambda_1, \lambda_2, \dots \lambda_n}$.**

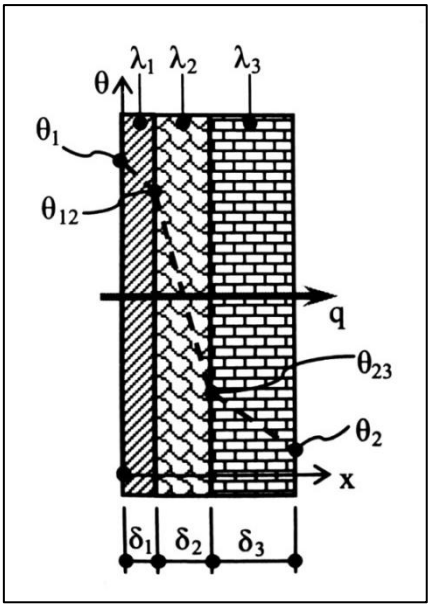
$$\frac{q}{A} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \cdots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}}$$

Οι θερμοκρασίες διεπαφής $\theta_{12}, \theta_{23}\ \kappa\lambda\pi.$ βρίσκονται από σχέσεις της μορφής:

$$\frac{q}{A} = \frac{\theta_{12} - \theta_{23}}{\frac{\delta_2}{\lambda_2}}$$

$$\frac{q}{A} = \frac{\theta_1 - \theta_{23}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}}$$

$$\frac{q}{A} = \frac{\theta_{23} - \theta_n}{\frac{\delta_3}{\lambda_3} + \cdots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}}$$



Σχήμα 2.5: Αγωγή δια μέσου σύνθετου επιπέδου τοιχώματος.

Παρατηρήσεις

- ✓ Τοίχωμα αρκετά μεγάλο, εμβαδού A.
- ✓ Η θερμορροή μεταδίδεται ομοιόμορφα μόνο κατά την κατεύθυνση x, (κάθετα στο τοίχωμα).
- ✓ Οι στρώσεις βρίσκονται σε πολύ καλή επαφή μεταξύ τους. Διαφορετικά, παρεμβάλλεται και πρόσθετος συντελεστής θερμικής αντίστασης επαφής, R $(\mathrm{m}^2\mathrm{K/W})$ που προστίθεται στον παρονομαστή.
- ✓ Η διακεκομμένη γραμμή παριστά την μεταβολή της θερμοκρασίας μέσα στο τοίχωμα (γραμμική, αλλά με διαφορετική κλίση σε κάθε στρώση)

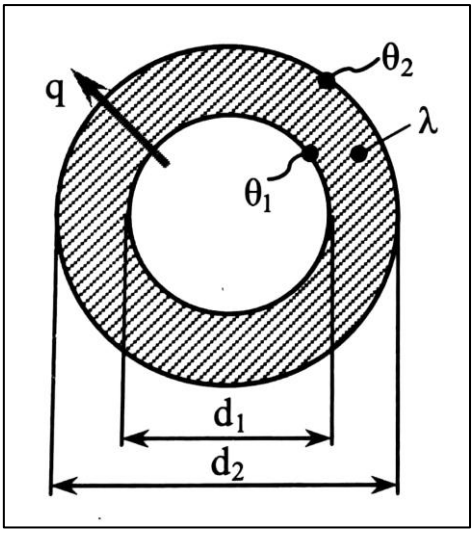
❖ **Αγωγή δια μέσου απλού κυλινδρικού τοιχώματος (σωλήνα), με $\boldsymbol{\lambda = \sigma\tau\alpha\theta}$.**

$$q = \frac{2\lambda\pi l}{\ln\frac{d_2}{d_1}} \cdot (\theta_1 - \theta_2)$$

$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\frac{1}{2\pi\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}}$$

$$\frac{1}{2\pi\lambda} ln\frac{d_2}{d_1} = R\text{: Συντελεστής θερμικής αντίστασης στρώσης } (m \cdot K/W)$$

$$\frac{1}{2\pi\lambda l}\ln\frac{d_2}{d_1} = R\theta\text{: Θερμική αντίσταση κυλινδρικής στρώσης } (K/W)$$



Σχήμα 2.6: Αγωγή δια μέσου απλού κυλινδρικού τοιχώματος (σωλήνα).

Παρατηρήσεις

- ✓ Τοίχωμα αρκετά μεγάλου μήκους l.
- ✓ Η θερμορροή μεταδίδεται ομοιόμορφα, μόνο ακτινικά.

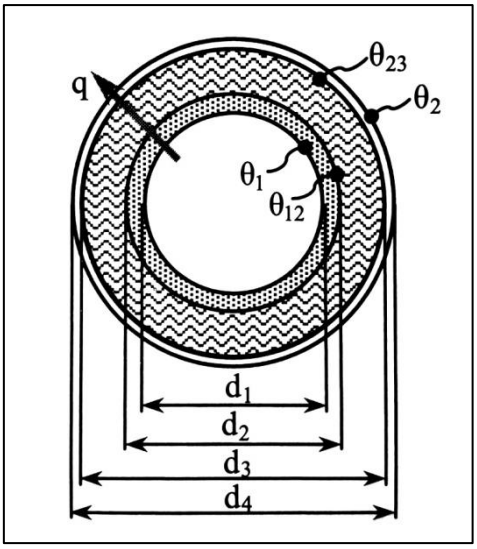
❖ **Αγωγή δια μέσου σύνθετου κυλινδρικού τοιχώματος, με n στρώσεις διαφορετικών υλικών, με σταθερούς $\boldsymbol{\lambda_1, \lambda_2, \dots \lambda_n}$.**

$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\frac{1}{2\pi\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2} + \dots + \frac{1}{2\pi\lambda_n}\ln\frac{d_{n+1}}{d_n}}$$

Οι θερμοκρασίες διεπαφής θ_{12}, θ_{23} $\kappa\lambda\pi$. βρίσκονται από σχέσεις της μορφής:

$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_{12} - \theta_{23}}{\frac{1}{2\pi\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}}$$

$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_{12} - \theta_{34}}{\frac{1}{2\pi\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2\pi\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}}$$



Σχήμα 2.7: Αγωγή δια μέσου σύνθετου κυλινδρικού τοιχώματος.

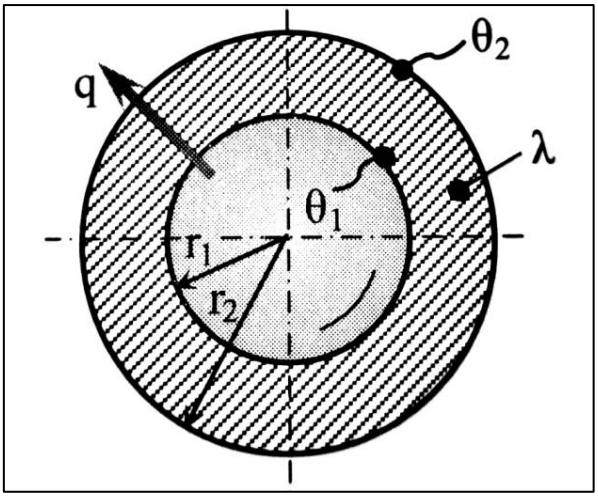
Παρατηρήσεις

- ✓ Τοίχωμα αρκετά μεγάλου μήκους l.
- ✓ Η θερμορροή μεταδίδεται ομοιόμορφα, μόνο ακτινικά.
- ✓ Οι στρώσεις βρίσκονται σε πολύ καλή επαφή μεταξύ τους. Διαφορετικά, παρεμβάλλεται και πρόσθετος συντελεστής θερμικής αντίστασης επαφής, R $(\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K/W})$. Τότε προστίθεται στον παρονομαστή ο όρος $\frac{\mathrm{R}}{\pi \mathrm{dR}}$, όπου dR η διάμετρος στην οποία υπάρχει μη τέλεια επαφή των στρώσεων.

❖ **Αγωγή δια μέσου απλού σφαιρικού τοιχώματος, με $\boldsymbol{\lambda = \sigma\tau\alpha\theta}$.**

$$q = \frac{4\pi\lambda}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \cdot (\theta_1 - \theta_2)$$

$$q = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\frac{1}{4\lambda\pi}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$



Σχήμα 2.8: Αγωγή δια μέσου απλού σφαιρικού τοιχώματος.

Παρατηρήσεις

- ✓ Η θερμορροή μεταδίδεται ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις (ακτινικά).

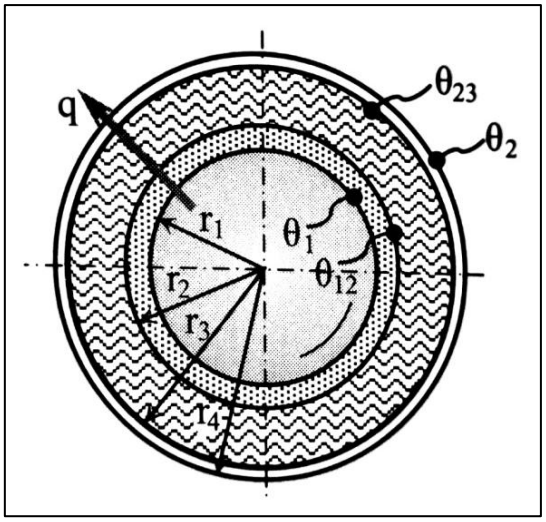
❖ **Αγωγή δια μέσου σύνθετου σφαιρικού τοιχώματος, με n στρώσεις διαφορετικών υλικών, με σταθερούς $\boldsymbol{\lambda_1, \lambda_2, \dots \lambda_n}$.**

$$q = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\frac{1}{4\lambda_1\pi}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \cdots + \frac{1}{4\lambda_n\pi}\left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_{n+1}}\right)}$$

Οι θερμοκρασίες διεπαφής θ_{12}, θ_{23} $\kappa\lambda\pi$. βρίσκονται από σχέσεις της μορφής:

$$q = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\frac{1}{4\lambda_1\pi}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

$$q = \frac{\theta_1 - \theta_{23}}{\frac{1}{4\lambda_1\pi}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{4\lambda_2\pi}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right)}$$



Σχήμα 2.9: Αγωγή δια μέσου σύνθετου σφαιρικού τοιχώματος.

Παρατηρήσεις

- ✓ Η θερμορροή μεταδίδεται ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις (ακτινικά).
- ✓ Οι στρώσεις βρίσκονται σε πολύ καλή επαφή μεταξύ τους.

2.4. Μονοδιάστατη μετάδοση θερμότητας με αγωγή (με θερμικές πηγές)

❖ **Χαρακτηριστικά θερμικών πηγών**

Θερμική ισχύς ανά μονάδα όγκου

$$\left(= \varepsilon\iota\delta\iota\kappa\acute{\eta}\ \theta\varepsilon\rho\mu o\ddot{\iota}\sigma\chi\acute{\upsilon}\varsigma:\ q''' = \frac{q}{V}\ (W/m^3)\right)$$

όπου q η θερμική ισχύς που παράγεται μέσα στον όγκο V ενός υλικού.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ : Σε κάθε ισοθερμοκρασιακή επιφάνεια ισχύει ο νόμος του Fourier

$$q = -\lambda \cdot A \cdot \frac{d\theta}{dn}$$

Παρατηρήσεις

- ✓ Η θερμική ισχύς που παράγεται (από θερμικές πηγές) είναι θετική. Μπορεί όμως και να απορροφάται (σε θερμικές καταβόθρες) οπότε είναι αρνητική.

- ✓ Οι θερμικές πηγές θεωρούνται ομοιόμορφα κατανεμημένες μέσα στην μάζα του υλικού.

❖ **Αγωγή σε επίπεδο τοίχωμα με πηγές** $(\boldsymbol{\lambda = \sigma\tau\alpha\theta.})$

Γενική λύση για την κατανομή της θερμοκρασίας:

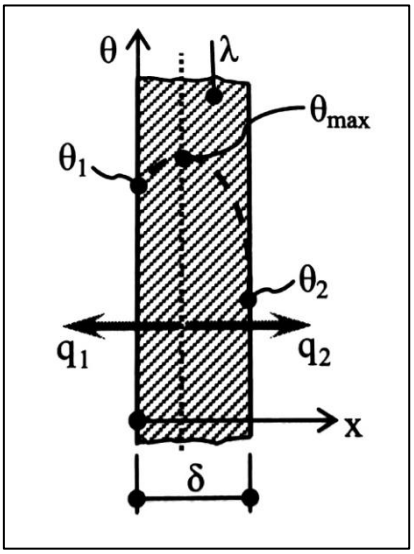
$$\theta(x) = -\frac{q'''}{2\lambda} \cdot x^2 + C_1 x + C_2$$

Οι σταθερές C_1 και C_2 προσδιορίζονται από τις οριακές συνθήκες. Επιπλέον, σε οποιαδήποτε θέση x , θα προκύψει:

$$\frac{q}{A} = q''' \cdot x - C_1 \lambda$$

Αν π.χ. είναι γνωστές οι θ_1 και θ_2, τότε:

$$\theta(0) = \theta_1 \; και \; \theta(\delta) = \theta_2$$



Σχήμα 2.10: Αγωγή σε επίπεδο τοίχωμα με πηγές.

Αν υπάρχει μετάδοση θερμότητας από μία πλευρά, π.χ. στην θέση δ, του τοιχώματος προς/από ρευστό, θερμοκρασίας θ_0, με αντίστοιχο συντελεστή μεταφοράς θερμότητας h, τότε:

$$\left.\frac{q}{A}\right|_{x=\delta} = h(\theta_2 - \theta_0)$$

❖ **Αγωγή σε κυλινδρικό τοίχωμα με πηγές** $(\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\sigma\tau\alpha\theta.})$

Γενική λύση για την κατανομή της θερμοκρασίας:

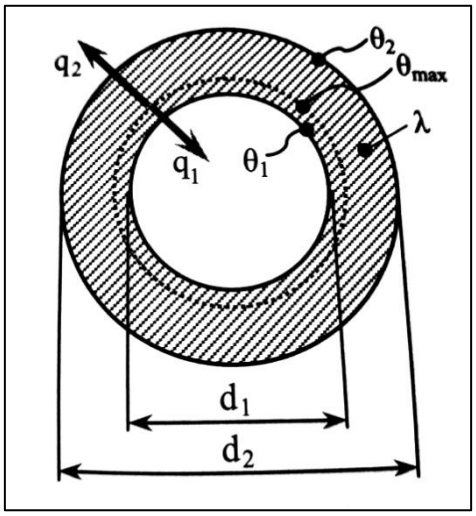
$$\theta(r) = -\frac{q'''}{4\lambda} \cdot r^2 + C_1 \ln r + C_2$$

Οι σταθερές C_1 και C_2 προσδιορίζονται από τις οριακές συνθήκες. Επιπλέον, σε οποιαδήποτε θέση r , θα προκύψει:

$$\frac{q}{A} = \frac{q''' \cdot r}{2} - \frac{C_1 \lambda}{r}$$

Αν π.χ. είναι γνωστές οι θ_1 και θ_2, τότε:

$$\theta(r_1) = \theta_1 \; \kappa\alpha\iota \; \theta(r_2) = \theta_2$$



Σχήμα 2.11: Αγωγή σε κυλινδρικό τοίχωμα με πηγές.

Αν υπάρχει μετάδοση θερμότητας από μία επιφάνεια, π.χ. στην εξωτερική (r_2), του τοιχώματος προς/από ρευστό, θερμοκρασίας θ_0, με συντελεστή μεταφοράς θερμότητας h, τότε:

$$\left.\frac{q}{A}\right|_{r=r_2} = h(\theta_2 - \theta_0)$$

- **Συμπαγής κύλινδρος ακτίνας $\mathbf{r_c}$: (ράβδος με πηγές ή αγωγός, διαρρεόμενος από ρεύμα)**

Γενική λύση για την κατανομή της θερμοκρασίας:

$$\theta(r) = -\frac{q'''}{4\lambda} \cdot r^2 + C$$

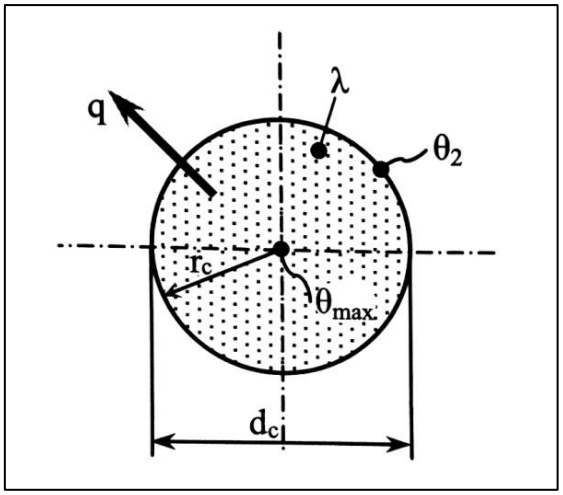
Η σταθερά C ορίζεται από μία οριακή συνθήκη.

Αν π.χ. είναι γνωστή η θ_2, τότε $\theta(r_c) = \theta_2$, οπότε προκύπτει :

$$\theta(r) = \theta_2 + \frac{q'''}{4\lambda} \cdot ({r_c}^2 - r^2)$$

Η μέγιστη θερμοκρασία θ_{max} στο κέντρο της ράβδου $(r = 0)$:

$$\theta_{max} = \theta_0 = \theta_2 + \frac{q''' \cdot {r_c}^2}{4\lambda}$$



Σχήμα 2.12: Συμπαγής κύλινδρος.

Για ηλεκτρικό αγωγό $q = RI^2$, όπου:

$I =$ Η ένταση του ρεύματος (σε Α)

$R =$ Η ηλεκτρική αντίσταση R του αγωγού (σε Ω)

Για την αντίσταση R

Αν είναι γνωστή η ειδική ηλεκτρική αντίσταση του υλικού του αγωγού ρ, σε $\Omega \cdot m$ ή $\Omega \cdot mm^2/m$, τότε:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A_c}\ , \text{όπου } A_c = \pi {r_c}^2 \ (\text{η διατομή του αγωγού}).$$

Αν είναι γνωστή η ανοιγμένη ηλεκτρική αντίσταση του αγωγού ρ, σε Ω/m, τότε:

$$R = \rho \cdot l$$

❖ **Αγωγή σε σφαιρικό τοίχωμα με πηγές** $(\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\sigma\tau\alpha\theta}.)$

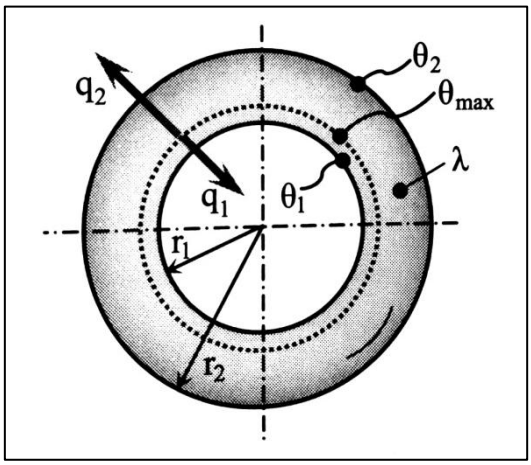
Γενική λύση για την κατανομή της θερμοκρασίας:

$$\theta(r) = -\frac{q'''}{6\lambda} \cdot r^2 - \frac{C_1}{r} + C_2$$

Οι σταθερές C_1 και C_2 προσδιορίζονται από τις οριακές συνθήκες.

Αν π.χ. είναι γνωστές οι θ_1 και θ_2, τότε:

$$\theta(r_1) = \theta_1 \; και \; \theta(r_2) = \theta_2$$



Σχήμα 2.13: Αγωγή σε σφαιρικό τοίχωμα με πηγές.

Αν υπάρχει μετάδοση θερμότητας από μία επιφάνεια, π.χ. στην εξωτερική (r_2), της σφαίρας προς/από ρευστό, θερμοκρασίας θ_0, με συντελεστή μεταφοράς θερμότητας h, τότε:

$$\left.\frac{q}{A}\right|_{r=r_s} = h(\theta_2 - \theta_0)$$

❖ **Συμπαγής σφαίρα ακτίνας $\mathbf{r_s}$: με πηγές**

Γενική λύση για την κατανομή της θερμοκρασίας:

$$\theta(r) = -\frac{q'''}{6\lambda} \cdot r^2 + C$$

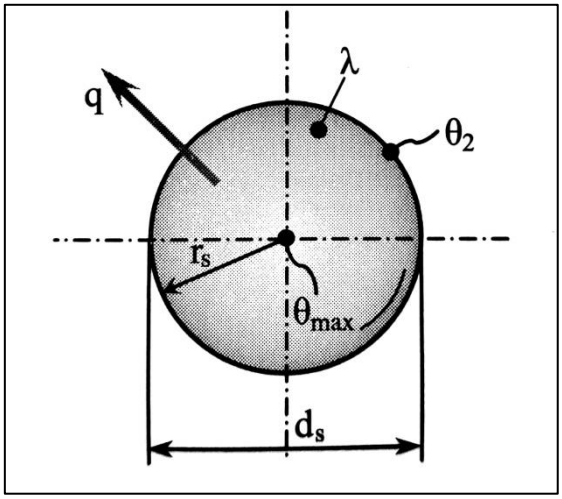
Η σταθερά C ορίζεται από μία οριακή συνθήκη.

Αν π.χ. είναι γνωστή η θ_2, τότε $\theta(r_s) = \theta_2$, οπότε προκύπτει :

$$\theta(r) = \theta_2 + \frac{q'''}{6\lambda} \cdot ({r_s}^2 - r^2)$$

Η μέγιστη θερμοκρασία θ_{max} στο κέντρο της σφαίρας $(r = 0)$:

$$\theta_{max} = \theta_0 = \theta_2 + \frac{q''' \cdot {r_s}^2}{6\lambda}$$



Σχήμα 2.14: Συμπαγής σφαίρα ακτίνας.

2.5. Βασικές έννοιες στη μετάδοση θερμότητας με συναγωγή

❖ **Νόμος συν-αγωγιμότητας του Newton:**

$$q = h_c \cdot A \cdot (\theta_s - \theta_\infty)$$

$$q = h \cdot A \cdot (\theta_s - \theta_\infty)$$

$$\frac{q}{A} = \frac{(\theta_s - \theta_\infty)}{\frac{1}{h}}$$

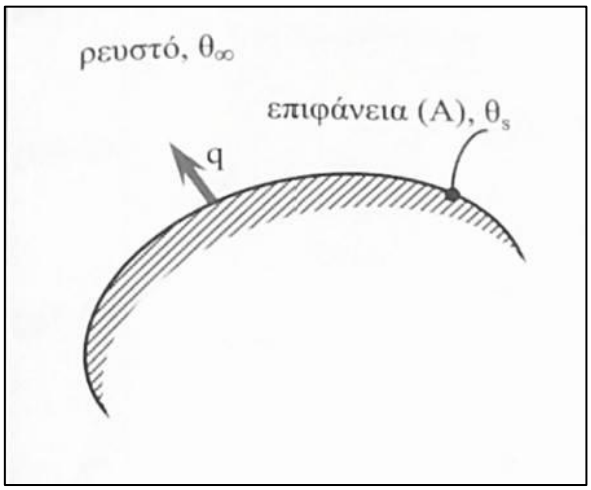
$h_c = \text{Συντελεστής συναγωγής } (W/m^2 \cdot K)$

$\frac{1}{h_c} = R_c$: $\textit{Συντελεστής αντίστασης συναγωγής } (m^2 \cdot K/W)$

$\frac{1}{Ah_c} = R_{c\Theta}$: $\textit{Αντίσταση συναγωγής } (K/W)$

$\frac{1}{h} = R$: $\Sigma\upsilon\nu\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\tau\acute{\eta}\varsigma\ \alpha\nu\tau\acute{\iota}\sigma\tau\alpha\sigma\eta\varsigma\ \theta\varepsilon\rho\mu\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma\ \mu\varepsilon\tau\alpha\varphi o\rho\acute{\alpha}\varsigma\ (m^2 \cdot K/W)$

$\frac{1}{Ah} = R_\theta$: $A\nu\tau\acute{\iota}\sigma\tau\alpha\sigma\eta\ \theta\varepsilon\rho\mu\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma\ \mu\varepsilon\tau\alpha\varphi o\rho\acute{\alpha}\varsigma\ (K/W)$



Σχήμα 2.15: Νόμος συν-αγωγιμότητας του Newton.

Παρατηρήσεις

- ✓ Ο συντελεστής (καθαρής) συναγωγής h_c έχει ενιαία μέση τιμή, σ' όλη την έκταση της επιφάνειας A. (Ο δείκτης c, σημαίνει καθαρή συναγωγή). Τότε η q είναι η μεταδιδόμενη μόνο με συναγωγή (q_c).
- ✓ Ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας h έχει ενιαία μέση τιμή, σ' όλη την έκταση της επιφάνειας A και αφορά συνδυασμένη μετάδοση θερμότητας με συναγωγή και ακτινοβολία. Τότε η q είναι η συνολικά μεταδιδόμενη.
- ✓ Το ρευστό είναι ομογενές.

2.6. Μονοδιάστατη μετάδοση θερμότητας με συναγωγή και αγωγή

❖ **Από ρευστό σε ρευστό δια μέσου απλού επίπεδου τοιχώματος** $(\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\sigma\tau\alpha\theta}.)$

$$\frac{q}{A} = \frac{\theta_i - \theta_0}{\frac{1}{h_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_0}}$$

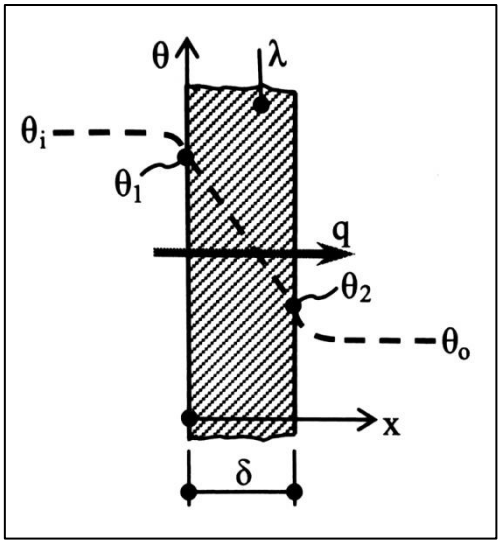
Οι θερμοκρασίες θ_1, θ_2 πάνω στις επιφάνειες βρίσκονται από τις σχέσεις :

$$\frac{q}{A} = \frac{\theta_i - \theta_1}{\frac{1}{h_i}}$$

$$\frac{q}{A} = \frac{\theta_2 - \theta_0}{\frac{1}{h_0}}$$

$\frac{1}{h_c} = R_c$: $\Sigma\upsilon\nu\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\tau\acute{\eta}\varsigma\ \alpha\nu\tau\acute{\iota}\sigma\tau\alpha\sigma\eta\varsigma\ \sigma\upsilon\nu\alpha\gamma\omega\gamma\acute{\eta}\varsigma\ \sigma\varepsilon\ \varepsilon\pi\acute{\iota}\pi\varepsilon\delta o\ \tau o\acute{\iota}\chi\omega\mu\alpha\ (m^2 \cdot K/W)$

$\frac{1}{h} = R$: $\Sigma\upsilon\nu\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\tau\acute{\eta}\varsigma\ \alpha\nu\tau\acute{\iota}\sigma\tau\alpha\sigma\eta\varsigma\ \theta\varepsilon\rho\mu\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma\ \mu\varepsilon\tau\alpha\varphi o\rho\acute{\alpha}\varsigma\ \sigma\varepsilon\ \varepsilon\pi\acute{\iota}\pi\varepsilon\delta o\ \tau o\acute{\iota}\chi\omega\mu\alpha\ (m^2 \cdot K/W)$



Σχήμα 2.16: Από ρευστό σε ρευστό δια μέσου απλού επίπεδου τοιχώματος.

Παρατηρήσεις

- ✓ Τοίχωμα αρκετά μεγάλο, εμβαδού A.
- ✓ Η θερμορροή μεταδίδεται ομοιόμορφα μόνο κατά την κατεύθυνση x, (κάθετα στο τοίχωμα).
- ✓ Η q είναι συνολικά μεταδιδόμενη, δηλ. οι h_i, h_0 είναι συντελεστές μεταφοράς θερμότητας, (h). Αν δεν υπάρχει ή αγνοείται η ακτινοβολία, τότε οι h_i, h_0 είναι συντελεστές καθαρής συναγωγής, (αντίστοιχοι h_{ci}, h_{c0}).
- ✓ Η διακεκομμένη γραμμή παριστά την μεταβολή της θερμοκρασίας στα ρευστά και μέσα στο τοίχωμα.

❖ **Από ρευστό σε ρευστό δια μέσου σύνθετου επίπεδου τοιχώματος, με n στρώσεις διαφορετικών υλικών** $(\boldsymbol{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n = \sigma\tau\alpha\theta.})$

$$\frac{q}{A} = \frac{\theta_i - \theta_0}{\frac{1}{h_i} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \cdots + + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{h_0}}$$

Ο συντελεστής θερμοπερατότητας του τοιχώματος είναι:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \cdots + + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{h_0}}$$

Άρα προκύπτει:

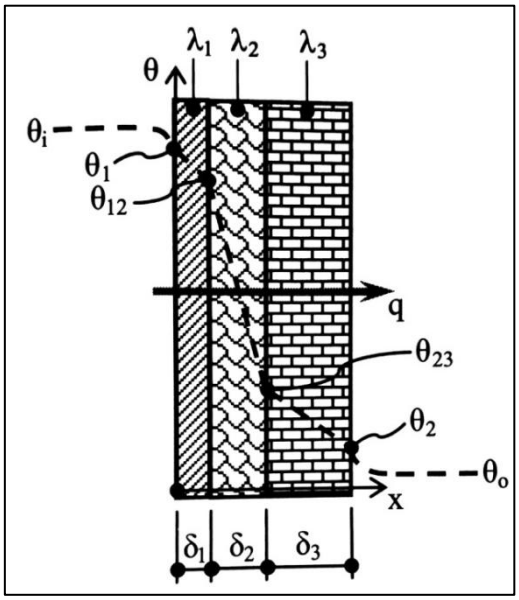
$$\frac{q}{A} = U(\theta_i - \theta_0)$$

Οι θερμοκρασίες $\theta_1, \theta_{12}, \theta_{23}, \theta_2$ κ.τ.λ., βρίσκονται από σχέσεις της μορφής:

$$\frac{q}{A} = \frac{\theta_i - \theta_{12}}{\frac{1}{h_i} + \frac{\delta_1}{\lambda_1}}$$

$$\frac{q}{A} = \frac{\theta_1 - \theta_{23}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}}$$

$$\frac{q}{A} = \frac{\theta_{23} - \theta_0}{\frac{\delta_3}{\lambda_3} + \cdots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{h_0}}$$



Σχήμα 2.17: Από ρευστό σε ρευστό δια μέσου σύνθετου επίπεδου τοιχώματος.

Ένα μόνο επίπεδο στρώμα, θερμικά ισοδύναμο με όλες τις επίπεδες στρώσεις, πρέπει να έχει λ*:

$$\lambda^* = \frac{\delta}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \cdots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}}$$

(Το πάχος $\delta = \delta_1 + \delta_2 + \cdots + \delta_n$)

Παρατηρήσεις

- ✓ Τοίχωμα αρκετά μεγάλο, εμβαδού A.
- ✓ Η θερμορροή μεταδίδεται ομοιόμορφα μόνο κατά την κατεύθυνση x, (κάθετα στο τοίχωμα).
- ✓ Οι στρώσεις βρίσκονται σε πολύ καλή επαφή μεταξύ τους. Διαφορετικά, παρεμβάλλεται και πρόσθετος συντελεστής θερμικής αντίστασης επαφής, R $(m^2 \cdot K/W)$ που προστίθεται στον παρονομαστή.
- ✓ Η q είναι συνολικά μεταδιδόμενη, δηλ. οι h_i, h_0 είναι συντελεστές μεταφοράς θερμότητας, (h). Αν δεν υπάρχει ή αγνοείται η ακτινοβολία, τότε οι h_i, h_0 είναι συντελεστές καθαρής συναγωγής, (αντίστοιχοι h_{ci}, h_{c0}).
- ✓ Η διακεκομμένη γραμμή παριστά την μεταβολή της θερμοκρασίας στα ρευστά και μέσα στο τοίχωμα.

- **Από ρευστό σε ρευστό δια μέσου απλού κυλινδρικού τοιχώματος (σωλήνα), με** $(\boldsymbol{\lambda = \sigma\tau\alpha\theta.})$

$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_i - \theta_0}{\frac{1}{\pi d_1 h_i} + \frac{1}{2\lambda\pi}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\pi d_2 h_0}}$$

Οι θερμοκρασίες θ_1, θ_2 πάνω στις επιφάνειες βρίσκονται από τις σχέσεις:

$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_\iota - \theta_1}{\frac{1}{\pi d_1 h_i}}$$

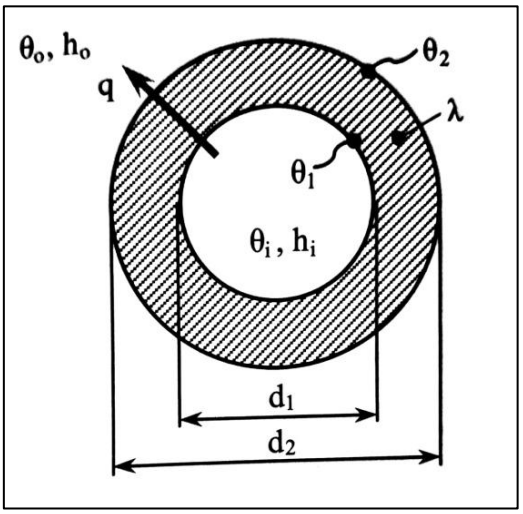
$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_2 - \theta_0}{\frac{1}{\pi d_2 h_0}}$$

$\frac{1}{\pi d h_c} = R_c$: $\Sigma\upsilon\nu\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\tau\acute{\eta}\varsigma\ \theta\varepsilon\rho\mu\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma\ \alpha\nu\tau\acute{\iota}\sigma\tau\alpha\sigma\eta\varsigma\ \sigma\upsilon\nu\alpha\gamma\omega\gamma\acute{\eta}\varsigma\ \sigma\varepsilon\ \kappa\upsilon\lambda\iota\nu\delta\rho\iota\kappa\acute{o}\ \tau o\acute{\iota}\chi\omega\mu\alpha\ (mK/W)$

$\frac{1}{\pi d h_c l} = R_{c\theta}$: $\Theta\varepsilon\rho\mu\iota\kappa\acute{\eta}\ \alpha\nu\tau\acute{\iota}\sigma\tau\alpha\sigma\eta\ \sigma\upsilon\nu\alpha\gamma\omega\gamma\acute{\eta}\varsigma\ \sigma\varepsilon\ \kappa\upsilon\lambda\iota\nu\delta\rho\iota\kappa\acute{o}\ \tau o\acute{\iota}\chi\omega\mu\alpha\ (K/W)$

$\frac{1}{\pi d h} = R$: $\Sigma\upsilon\nu\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\tau\acute{\eta}\varsigma\ \alpha\nu\tau\acute{\iota}\sigma\tau\alpha\sigma\eta\varsigma\ \theta\varepsilon\rho\mu\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma\ \mu\varepsilon\tau\alpha\varphi o\rho\acute{\alpha}\varsigma\ \sigma\varepsilon\ \kappa\upsilon\lambda\iota\nu\delta\rho\iota\kappa\acute{o}\ \tau o\acute{\iota}\chi\omega\mu\alpha\ (mK/W)$

$\frac{1}{\pi d h l} = R_\theta$: $\Alpha\nu\tau\acute{\iota}\sigma\tau\alpha\sigma\eta\ \theta\varepsilon\rho\mu\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma\ \mu\varepsilon\tau\alpha\varphi o\rho\acute{\alpha}\varsigma\ \sigma\varepsilon\ \kappa\upsilon\lambda\iota\nu\delta\rho\iota\kappa\acute{o}\ \tau o\acute{\iota}\chi\omega\mu\alpha\ (K/W)$



Σχήμα 2.18: Από ρευστό σε ρευστό δια μέσου απλού κυλινδρικού τοιχώματος.

Παρατηρήσεις

- ✓ Τοίχωμα αρκετά μεγάλου μήκους l.
- ✓ Η θερμορροή μεταδίδεται ομοιόμορφα, μόνο ακτινικά.
- ✓ Η q είναι η συνολικά μεταδιδόμενη, δηλ. οι h_i, h_0 είναι συντελεστές μεταφοράς θερμότητας, (h) , σταθεροί σε όλο το μήκος l.
- ✓ Αν δεν υπάρχει ή αγνοείται η ακτινοβολία, τότε οι h_i, h_0 είναι συντελεστές καθαρής συναγωγής , (αντίστοιχοι h_{ci}, h_{co}).

❖ **Από ρευστό σε ρευστό δια μέσου σύνθετου κυλινδρικού τοιχώματος, με n στρώσεις διαφορετικών υλικών** $(\boldsymbol{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n = \sigma\tau\alpha\theta.})$

$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_i - \theta_0}{\frac{1}{\pi d_1 h_i} + \frac{1}{2\lambda_1 \pi}\ln\frac{d_2}{d_1} + \cdots + \frac{1}{2\lambda_n \pi}\ln\frac{d_{n+1}}{d_n} + \frac{1}{\pi d_{n+1} h_o}}$$

Οι θερμοκρασίες $\theta_1, \theta_{12}, \theta_{23}, \theta_2$ κ.τ.λ., βρίσκονται από σχέσεις της μορφής:

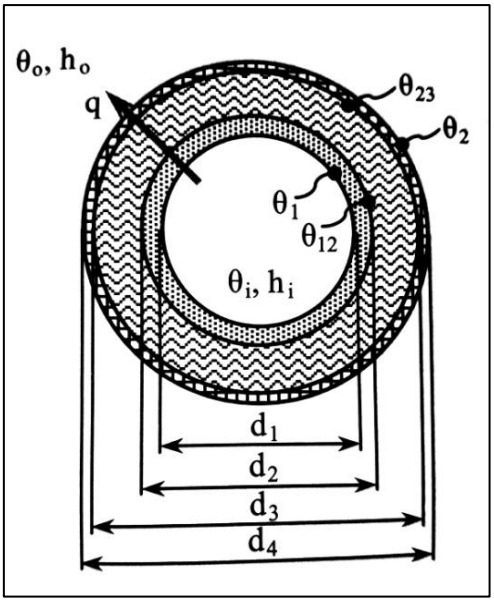
$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_i - \theta_{12}}{\frac{1}{\pi d_i h_i} + \frac{1}{2\lambda_2 \pi}\ln\frac{d_2}{d_1}}$$

$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_{23} - \theta_o}{\frac{1}{2\lambda_3 \pi}\ln\frac{d_4}{d_3} + \cdots + \frac{1}{2\lambda_n \pi}\ln\frac{d_{n+1}}{d_n} + \frac{1}{\pi d_{n+1} h_o}}$$

$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_2 - \theta_o}{\frac{1}{\pi d_{n+1} h_o}}$$

Ένα μόνο κυλινδρικό στρώμα, θερμικά ισοδύναμο με όλες τις κυλινδρικές στρώσεις, πρέπει να έχει λ*:

$$\lambda^* = \frac{\ln\frac{d_{n+1}}{d_1}}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2} + \cdots + \frac{1}{\lambda_n}\ln\frac{d_{n+1}}{d_n}}$$



Σχήμα 2.19: Από ρευστό σε ρευστό δια μέσου σύνθετου κυλινδρικού τοιχώματος.

Παρατηρήσεις

- ✓ Τοίχωμα αρκετά μεγάλου μήκους l.
- ✓ Η θερμορροή μεταδίδεται ομοιόμορφα, μόνο ακτινικά.
- ✓ Οι στρώσεις βρίσκονται σε πολύ καλή επαφή μεταξύ τους. Διαφορετικά, παρεμβάλλεται και πρόσθετος συντελεστής θερμικής αντίστασης επαφής, R (m^2K/W). Τότε προστίθεται στον παρονομαστή ο όρος $\frac{R}{\pi d_R}$, όπου d_R η διάμετρος στην οποία υπάρχει μη τέλεια επαφή των στρώσεων.
- ✓ Η q είναι η συνολικά μεταδιδόμενη, δηλ. οι h_i, h_0 είναι συντελεστές μεταφοράς θερμότητας, (h) , σταθεροί σε όλο το μήκος l.
- ✓ Αν δεν υπάρχει ή αγνοείται η ακτινοβολία, τότε οι h_i, h_0 είναι συντελεστές καθαρής συναγωγής , (αντίστοιχοι h_{ci}, h_{co}).

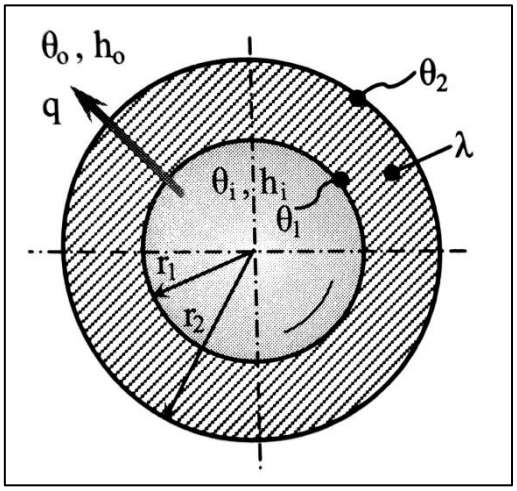
❖ **Από ρευστό σε ρευστό δια μέσου απλού σφαιρικού τοιχώματος, με $\boldsymbol{\lambda = \sigma\tau\alpha\theta}$.**

$$q = \frac{\theta_i - \theta_o}{\frac{1}{\pi {d_1}^2 h_i} + \frac{1}{2\pi\lambda}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) + \frac{1}{\pi {d_2}^2 h_o}}$$

Οι θερμοκρασίες θ_1, θ_2 πάνω στις επιφάνειες βρίσκονται από τις σχέσεις:

$$q = \frac{\theta_i - \theta_1}{\frac{1}{\pi {d_1}^2 h_i}}$$

$$q = \frac{\theta_2 - \theta_o}{\frac{1}{\pi {d_2}^2 h_o}}$$



Σχήμα 2.20: Από ρευστό σε ρευστό δια μέσου απλού σφαιρικού τοιχώματος.

Παρατηρήσεις

- ✓ Η q είναι η συνολικά μεταδιδόμενη, δηλ. οι h_i, h_o είναι συντελεστές μεταφοράς θερμότητας (h), σταθεροί στις επιφάνειες A_1 $\kappa\alpha\iota$ A_2.
- ✓ Αν δεν υπάρχει ή αγνοείται η ακτινοβολία, τότε οι h_i, h_0 είναι συντελεστές καθαρής συναγωγής , (αντίστοιχοι h_{ci}, h_{co}).

❖ **Από ρευστό σε ρευστό δια μέσου σύνθετου σφαιρικού τοιχώματος, με n στρώσεις διαφορετικών υλικών** $(\boldsymbol{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n = \sigma\tau\alpha\theta.})$

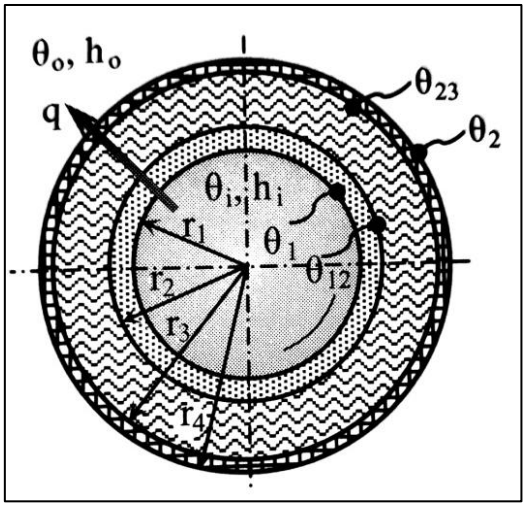
$$q = \frac{\theta_i - \theta_o}{\frac{1}{\pi {d_1}^2 h_i} + \frac{1}{2\pi\lambda_1}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) + \dots + \frac{1}{2\pi\lambda_n}\left(\frac{1}{d_n} - \frac{1}{d_{n+1}}\right) + \frac{1}{\pi {d_{n+1}}^2 h_o}}$$

Οι θερμοκρασίες $\theta_1, \theta_{12}, \theta_{23}, \theta_2$ κ.τ.λ. , βρίσκονται από σχέσεις της μορφής:

$$q = \frac{\theta_i - \theta_{12}}{\frac{1}{\pi {d_1}^2 h_i} + \frac{1}{2\pi\lambda_1}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right)}$$

$$q = \frac{\theta_2 - \theta_o}{\frac{1}{\pi {d_{n+1}}^2 h_o}}$$

$$q = \frac{\theta_{23} - \theta_o}{\frac{1}{2\pi\lambda_3}\left(\frac{1}{d_3} - \frac{1}{d_4}\right) + \cdots + \frac{1}{2\pi\lambda_n}\left(\frac{1}{d_n} - \frac{1}{d_{n+1}}\right) + \frac{1}{\pi {d_{n+1}}^2 h_o}}$$



Σχήμα 2.21: Από ρευστό σε ρευστό δια μέσου σύνθετου σφαιρικού τοιχώματος.

Παρατηρήσεις

- ✓ Η q είναι η συνολικά μεταδιδόμενη, δηλ. οι h_i, h_o είναι συντελεστές μεταφοράς θερμότητας (h), σταθεροί σε όλη την επιφάνεια A_1 $\kappa\alpha\iota$ A_{n+1}.
- ✓ Αν δεν υπάρχει ή αγνοείται η ακτινοβολία, τότε οι h_i, h_0 είναι συντελεστές καθαρής συναγωγής , (αντίστοιχοι h_{ci}, h_{co}).

3. Ακτινοβολία

Θερμική ακτινοβολία είναι η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που εκπέμπεται από αντικείμενα στις συνήθεις γήινες θερμοκρασίες. Προέρχεται από την ενέργεια των κινούμενων σωματιδίων εντός των ατόμων και εκπέμπεται κατά την αποδιέγερση τους, οπότε και χαμηλώνει η θερμοκρασία τους.

Η θερμική ακτινοβολία συλλαμβάνεται από την ύλη στην οποία προσπίπτει και αυξάνει τη θερμοκρασία της, αυξάνοντας την ενέργεια των κινούμενων σωματιδίων εντός των ατόμων. Η θερμική ακτινοβολία είναι κατά βάση υπέρυθρη ακτινοβολία, αλλά και ακτινοβολία μικροκυμάτων και ορατή ακτινοβολία κοντά στο κόκκινο.

Κάθε σώμα, το οποίο βρίσκεται σε θερμοκρασία διαφορετική από $0K$, εκπέμπει θερμική ακτινοβολία. Η ακτινοβολία δημιουργείται με αλλαγές στην ενεργειακή κατάσταση των ηλεκτρονίων των ατόμων του σώματος. Η βασική διαφορά της σε

σχέση με τους άλλους δύο μηχανισμούς μετάδοσης θερμότητας είναι πως δεν απαιτείται η ύπαρξη ύλης, αλλά μπορεί να πραγματοποιηθεί και εν κενό.

Μέλαν σώμα ορίζεται ένα ιδανικό σώμα που απορροφά όλη την ποσότητα ακτινοβολίας που δέχεται για όλα τα μήκη κύματος και για όλες τις γωνίες πρόσπτωσης της ακτινοβολίας.

3.1. Βασικές έννοιες και ορισμοί στην ακτινοβολία

❖ Εισαγωγικές έννοιες

Η θερμική ακτινοβολία, ως τμήμα του γενικού ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, διαδίδεται στο κενό με την ταχύτητα του φωτός

$$c \approx 3 \cdot 10^8\, m/s$$

$$c = \lambda \cdot \nu$$

όπου: $\lambda = \mu\acute{\eta}\kappa o\varsigma\ \kappa\acute{\upsilon}\mu\alpha\tau o\varsigma, (m\ \acute{\eta}\ \mu m)$

$\nu = \sigma\upsilon\chi\nu\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\ (Hz = s^{-1})$

Κάθε σώμα εκπέμπει θερμική ακτινοβολία, αφού βρίσκεται σε θερμοκρασία άνω του 0 K.

Ταυτόχρονα μπορεί να δέχεται προσπίπτουσα θερμική ακτινοβολία από άλλα σώματα.

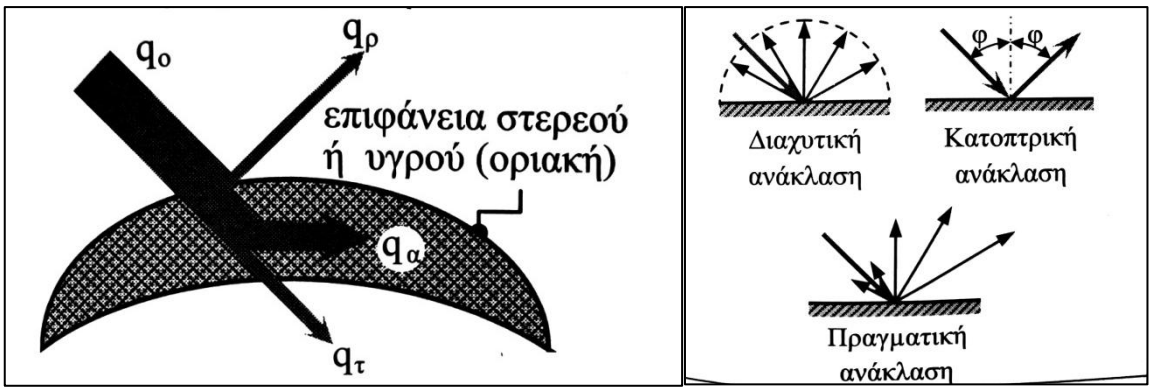
$\alpha = \Alpha\pi o\rho\rho o\varphi\eta\tau\iota\kappa\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\ \acute{\eta}\ \sigma\upsilon\nu\tau\epsilon\lambda\epsilon\sigma\tau\acute{\eta}\varsigma\ \alpha\pi o\rho\rho o\varphi\eta\tau\iota\kappa\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\varsigma : \alpha = \frac{q_\alpha}{q_o}$

$\rho = \Alpha\nu\alpha\kappa\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\ \acute{\eta}\ \sigma\upsilon\nu\tau\epsilon\lambda\epsilon\sigma\tau\acute{\eta}\varsigma\ \alpha\nu\acute{\alpha}\kappa\lambda\alpha\sigma\eta\varsigma : \rho = \frac{q_\rho}{q_o}$

$\tau = \Delta\iota\alpha\pi\epsilon\rho\alpha\tau\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\ \acute{\eta}\ \sigma\upsilon\nu\tau\epsilon\lambda\epsilon\sigma\tau\acute{\eta}\varsigma\ \delta\iota\alpha\pi\epsilon\rho\alpha\tau\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\varsigma : \tau = \frac{q_\tau}{q_o}$

Γενικά ισχύει: $\rho + \alpha + \tau = 1$

Για αδιαφανή στερεά σώματα $(\tau = 0)$: $\rho + \alpha = 1$



Σχήμα 2.21: Διάφορα παραδείγματα ακτινοβολίας.

Παρατηρήσεις

- ✓ Οι συντελεστές α, ρ, τ αφορούν ολική ακτινοβολία, δηλ. είναι μέσες τιμές για όλα τα μήκη κύματος και όλες τις κατευθύνσεις πρόσπτωσης, ανάκλασης κλπ.
- ✓ Οι τιμές των α, ρ, τ εξαρτώνται από τη θερμοκρασία της επιφάνειας και τις φασματικές ιδιότητες της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Σε πολλές πρακτικές εφαρμογές μπορούν να θεωρηθούν , κατά προσέγγιση, σταθερές.

❖ Βασικοί ορισμοί και σχέσεις

$$J = E + \rho G = E + (1 + \alpha)G$$

$E\ (W/m^2) = Ολική\ εκπεμπόμενη\ ισχύς$ Θερμική ισχύς που εκπέμπεται με ακτινοβολία από μία επιφάνεια, ανά μονάδα επιφάνειας.

$G\ (W/m^2) = \text{Ολική προσπίπτουσα ισχύς}$: Ολική θερμική ισχύς που προσπίπτει με ακτινοβολία πάνω σε μία επιφάνεια, ανά μονάδα επιφάνειας.

$J\ (W/m^2) = Ολική\ ακτινοβόλος\ ισχύς$: Θερμική ισχύς που απομακρύνεται συνολικά με ακτινοβολία, ανά μονάδα επιφάνειας.

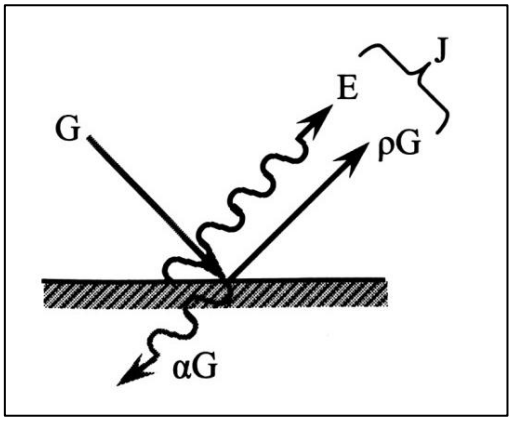
$$q = A(J - G) = A(E - \alpha G)$$

$E_\lambda(W/m^2\mu m) = Μονοχρωματική\ εκπεμπόμενη\ ισχύς$:Θερμική ισχύς που εκπέμπεται με ακτινοβολία συγκεκριμένου μήκους κύματος, ανά μονάδα επιφάνειας.

$G_\lambda(W/m^2\mu m) = Μονοχρωματική\ προσπίπτουσα\ ισχύς$

$J_\lambda(W/m^2\mu m) = Μονοχρωματική\ ακτινοβόλος\ ισχύς$

$q(W) = Μεταδιδόμενη\ με\ ακτινοβολία\ ολική\ θερμική\ ισχύς\ από\ μία\ επιφάνεια\ (i).$



Σχήμα 2.22: Παράδειγμα ακτινοβολίας.

Παρατηρήσεις

- ✓ Τα μεγέθη E, G, J αλλά και τα $E_\lambda, G_\lambda, J_\lambda$ εννοούνται ως ημισφαιρικά, δηλ. αφορούν τον χώρο πάνω από την υπόψη επιφάνεια.
- ✓ Η λέξη ολική υποδηλώνει ότι το μέγεθος αφορά όλα τα μήκη κύματος και όλες τις κατευθύνσεις διάδοσης της ακτινοβολίας.
- ✓ Η λέξη μονοχρωματική υποδηλώνει ότι το μέγεθος αφορά ένα συγκεκριμένο μήκος κύματος και όλες τις κατευθύνσεις διάδοσης της ακτινοβολίας.

3.2. Ακτινοβολία μαύρου σώματος

❖ Νόμοι ακτινοβολίας μαύρου σώματος

Μαύρο σώμα :

Ορίζεται η κάθε επιφάνεια που έχει $\alpha = \alpha_\lambda = 1$

Νόμος ακτινοβολίας των Stefan - Boltzmann:

$$E_b = \sigma T^4$$

$E_b = Ολική\ εκπεμπόμενη\ ισχύς\ μαύρου\ σώματος\ (W/m^2)$

$T = Απόλυτη\ θερμοκρασία\ μαύρου\ σώματος\ (K)$

$\sigma = Παγκόσμια\ σταθερά\ Stefan - Boltzmann\ \approx 5{,}67 \cdot 10^{-8}$

Νόμος ακτινοβολίας του Planck:

$$E_{b\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \left(e^{C_2/\lambda T} - 1\right)}$$

$E_{b\lambda} = Μονοχρωματική\ εκπεμπόμενη\ ισχύς\ μαύρου\ σώματος, στο\ μήκος\ κύματος\ \lambda\ (W/m^2 \cdot \mu m)$

$C_1, C_2 = σταθερές$

$T = Απόλυτη\ θερμοκρασία\ μαύρου\ σώματος\ (K)$

Με ολοκλήρωμα, σε όλο το φάσμα, προκύπτει:

$$E_b = \int_0^\infty E_{b\lambda}\, d\lambda = \sigma \cdot T^4$$

Νόμος μετατόπισης του Wien:

$$\lambda_{max} = σταθερό = 2898\ \mu m \cdot K$$

$\lambda_{max} =$ Το μήκος κύματος στο οποίο γίνεται μέγιστη η μονοχρωματική ισχύς μαύρου σώματος θερμοκρασίας Τ.

Παρατηρήσεις

- ✓ Το μαύρο σώμα απορροφά κάθε προσπίπτουσα ακτινοβολία, ανεξαρτήτως μήκους κύματος και κατεύθυνσης.
- ✓ Το μαύρο σώμα εκπέμπει θερμική ισχύ που εξαρτάται μόνο από την θερμοκρασία του. Αυτή η θερμική ισχύς είναι η μέγιστη δυνατή που μπορεί να εκπέμψει ένα σώμα στην ίδια θερμοκρασία.
- ✓ Η θερμική ενέργεια του μαύρου σώματος εκπέμπεται ομοιόμορφα προς όλες τις διευθύνσεις.
- ✓ Ακτινοβολία γκρίζου σώματος

❖ Νόμοι ακτινοβολίας γκρίζου σώματος

Γκρίζο σώμα :

Ορίζεται η κάθε επιφάνεια που έχει, για όλα τα μήκη κύματος και για ημισφαιρική εκπομπή :

$$\frac{E_\lambda(T)}{E_{b\lambda}(T)} = \sigma\tau\alpha\theta. = \varepsilon_\lambda(T)$$

Ο σταθερός, ανεξάρτητος συντελεστής του λ, συντελεστής ε_λ ορίζεται ως :

Συντελεστής μονοχρωματικής εκπομπής του σώματος και γενικά μεταβάλλεται με την θερμοκρασία T.

Αν η εκπομπή μιας γκρίζας επιφάνειας είναι και ομοιόμορφη προς όλες τις διευθύνσεις τότε ορίζεται :

Ο συντελεστής ολικής εκπομπής ε, ο οποίος μεταβάλλεται συνήθως με την θερμοκρασία T.

Νόμος ακτινοβολίας για γκρίζο σώμα :

$$E = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4$$

$E =$ Ολική εκπεμπόμενη ισχύς γκρίζου σώματος (W/m^2)

$T = Απόλυτη\ θερμοκρασία$ γκρίζου $σώματος\ (K)$

$\varepsilon = Συντελεστής\ ολικής\ εκπομπής\ γκρίζου\ σώματος$

Νόμος ακτινοβολίας του Kirchhoff:

Για ορισμένη θερμοκρασία T, ισχύει: $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$

και, αν η εκπομπή και η απορρόφηση θεωρηθεί ομοιόμορφη για όλες τις διευθύνσεις,

τότε: $\varepsilon = \alpha$

Παρατηρήσεις

- ✓ Σε πολλές πρακτικές εφαρμογές η τιμή του ε θεωρείται σταθερή, δηλ. ανεξάρτητη της θερμοκρασίας του γκρίζου σώματος.
- ✓ Σε άλλες εφαρμογές δεν πρέπει να θεωρείται ο ε ανεξάρτητος της θερμοκρασίας.
- ✓ Στην εφαρμογή του Kirchhoff η ισότητα $\varepsilon = \alpha$ ισχύει για θερμοκρασία T σώματος ίση με τη θερμοκρασία της πηγής της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.

- ✓ Η ισότητα $\varepsilon = \alpha$ ισχύει πάντα, αρκεί οι συντελεστές ε και α, να μπορούν να θεωρηθούν ανεξάρτητοι της θερμοκρασίας.
- ✓ Επίσης, η ισότητα $\varepsilon = \alpha$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί, όταν οι θερμοκρασίες σώματος και πηγής δεν διαφέρουν υπερβολικά.

3.3. Συναλλαγή θερμότητας με ακτινοβολία

❖ Οι συντελεστές θέας: Ορισμοί και σχέσεις μεταξύ συντελεστών θέας

Συντελεστής θέας F_{ij}: Το ποσοστό της ακτινοβολίας που απομακρύνεται από την επιφάνεια (i)και προσπίπτει απευθείας στην επιφάνεια (j).

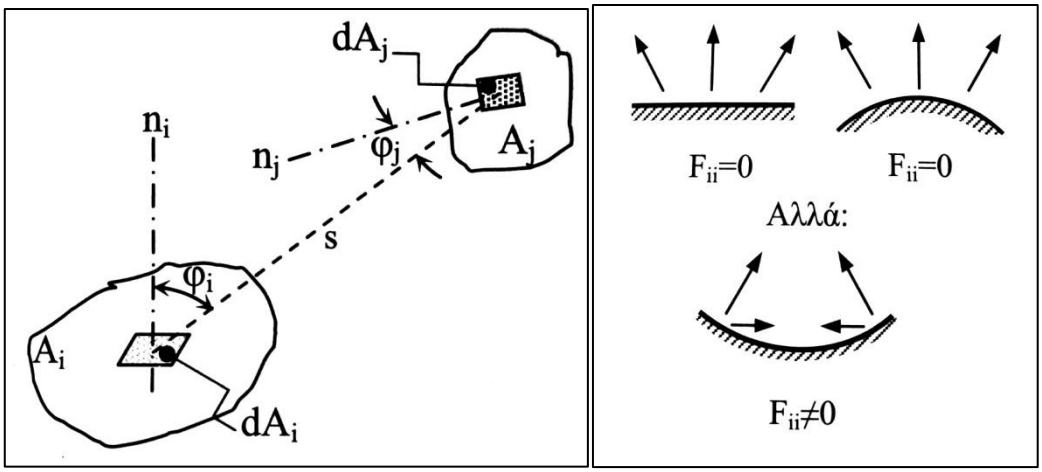
Συντελεστής θέας F_{ii}: Το ποσοστό της ακτινοβολίας που απομακρύνεται από την επιφάνεια (i)και προσπίπτει απευθείας στον εαυτό της.

Ο συντελεστής θέας είναι ένα καθαρά γεωμετρικό μέγεθος και γενικά: $0 \leq F_{ij} \leq 1$.

Τιμές συντελεστών θέας, για απλές διατάξεις συνηθισμένων γεωμετρικών σχημάτων, δίνονται με αναλυτικές σχέσεις που προκύπτουν από τη σχέση:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \iint \frac{\cos\varphi_i \cdot \cos\varphi_j}{\pi s^2} dA_i dA_j$$

αλλά επίσης από σχετικά διαγράμματα.



Σχήμα 2.22: Συντελεστές θέας στην ακτινοβολία.

Σχέσεις μεταξύ συντελεστών θέας.

Κανόνας της συμμετρίας:

Ισχύει για επιφάνειες (j) και (k)που είναι συμμετρικές ως προς μία τρίτη (i).

$$F_{ij} = F_{ik} \text{ και } F_{ji} = F_{ki}$$

Σχέση αμοιβαιότητας :

Ισχύει για οποιεσδήποτε επιφάνειες, με εμβαδά A_i $\kappa\alpha\iota$ A_j .

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

Σχέσεις για κλειστό σύστημα :

Ισχύουν για οσεσδήποτε και οποιεσδήποτε N επιφάνειες που αποτελούν κλειστό σύστημα.

Είναι οι σχέσεις της μορφής :

$$\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

δηλαδή: $F_{11} + F_{12} + \cdots + F_{1N} = 1$

$F_{21} + F_{22} + \cdots + F_{2N} = 1$

.....

$F_{N1} + F_{N2} + \cdots + F_{NN} = 1$

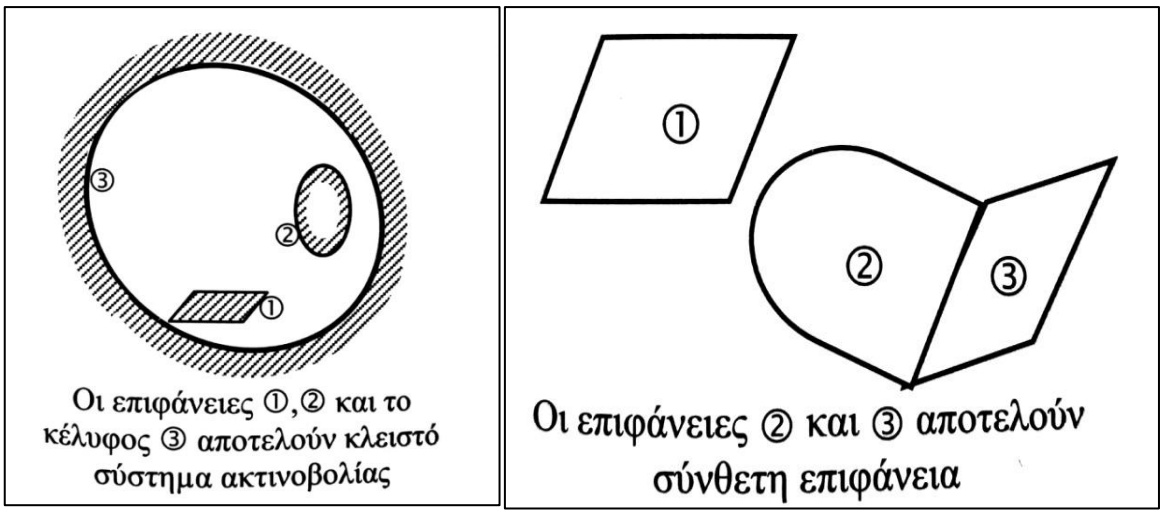
Κανόνας της υπέρθεσης (σύνθετων επιφανειών) :

Αφορά τον συντελεστή θέας μιας απλής επιφάνειας (1) ως προς μία άλλη που έχει επιμέρους τμήματα (2+3), οπότε :

$$F_{1(2+3)} = F_{12} + F_{13}$$

Γενικεύοντας, αν η δεύτερη επιφάνεια αποτελείται από n επιμέρους τμήματα, θα είναι :

$$F_{1(2+3+\cdots+n)} = F_{12} + F_{13} + \cdots + F_{1n}$$



Σχήμα 2.23: Επιφάνειες που εκπέμπουν ακτινοβολία.

Κλειστά συστήματα

Μπορούν να θεωρηθούν ως κλειστά, συστήματα συνεχόμενων επιφανειών που εκτείνονται σε πολύ μεγάλο μήκος σε σχέση με τις άλλες τους διαστάσεις.

Σε μερικές περιπτώσεις είναι χρήσιμο να μεταβάλουμε σε κλειστό σύστημα προσθέτοντας κατάλληλα μερικές υποθετικές επιφάνειες.

❖ **Έννοιες και μεγέθη για τη συναλλαγή θερμότητας με ακτινοβολία.**

$$q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{\frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i A_i}}$$

$q_i\ (W) = Μεταδιδόμενη\ με\ ακτινοβολία\ ολική\ θερμική\ ισχύ\ απο\ μια\ επιφάνεια\ (i).$

Αν $q_i > 0\ \eta\ (i)$ χάνει/στέλνει θερμότητα συνολικά.

Αν $q_i < 0\ \eta\ (i)$ κερδίζει/δέχεται θερμότητα συνολικά.

Επιφανειακή αντίσταση ακτινοβολίας:

$$R_{\varepsilon i} = \frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i A_i}$$

Έχουμε:

$$q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{R_{\varepsilon i}}$$

$q_{ij}\ (W) = Μεταδιδόμενη\ με\ ακτινοβολία\ \ θερμική\ ισχύς\ απο\ μια\ επιφάνεια\ (i) σε\ μία\ άλλη\ (j).$

$$q_{ij} = A_i F_{ij}\left(J_i - J_j\right)$$

Αν $q_{ij} > 0\ η\ (i)$ χάνει/στέλνει θερμότητα στην (j) .

Αν $q_{ij} < 0\ η\ (i)$ κερδίζει/δέχεται θερμότητα από την (j) .

Έτσι : $$q_{ij} = -q_{ji}$$

Χωρική αντίσταση ακτινοβολίας:

$$R_{xij} = \frac{1}{F_{ij} A_i}$$

Έχουμε:

$$q_{ij} = \frac{J_i - J_j}{R_{xij}}$$

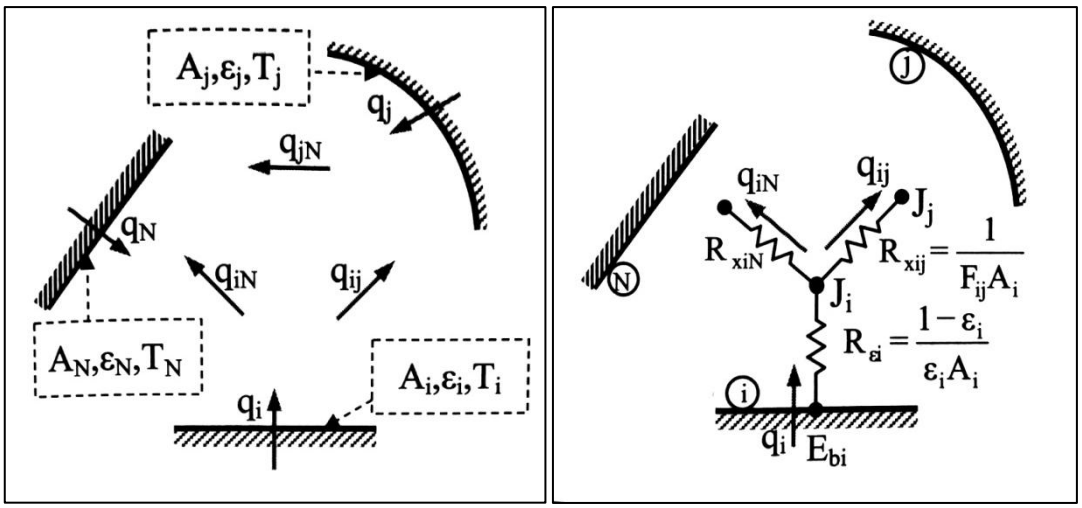
Προϋποθέσεις

Οι επιφάνειες είναι γκρίζες (ή μαύρες), αδιαφανείς και παρουσιάζουν διάχυση, δηλ. οι ιδιότητες είναι ανεξάρτητες από την διεύθυνση της ακτινοβολίας.

Η τιμή του ολικού συντελεστή εκπομπής ε θεωρείται σταθερή, δηλ. ανεξάρτητη της θερμοκρασίας του γκρίζου σώματος.

Οι θερμοκρασίες και οι ακτινοβολίες είναι ομοιόμορφες σ' όλη την έκταση των επιφανειών.

Ο αέρας σε χώρους ή στο περιβάλλον σε μικρή σχετικά έκταση θεωρείται πλήρως διαφανείς ως προς την θερμική ακτινοβολία, δηλ. έχει συμπεριφορά κενού.



Σχήμα 2.24: Θερμικά κυκλώματα.

❖ **Συνήθεις περιπτώσεις συναλλαγής θερμότητας με ακτινοβολία.**

Δύο μόνο επιφάνειες, με εμβαδά A_1 $και$ A_2:

$$q_{12} = \frac{\sigma\left({T_1}^4 - {T_2}^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \frac{1}{A_1F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}}$$

Για δύο άπειρες παράλληλες πλάκες, εμβαδού A.

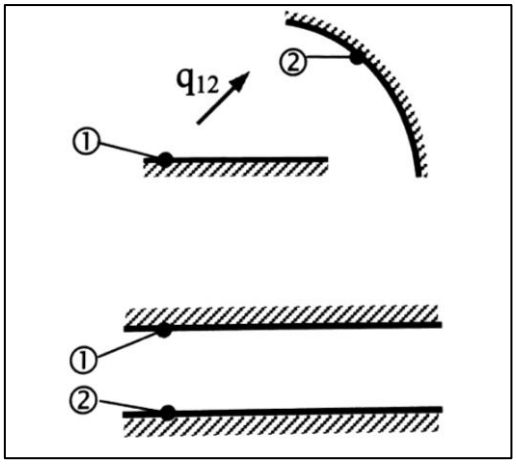
$$q_{12} = \frac{A\sigma\left({T_1}^4 - {T_2}^4\right)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

Περίκλειστο δύο επιφανειών

$$q_{12} = \frac{A\sigma\left({T_1}^4 - {T_2}^4\right)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}$$

Αν $\varepsilon \approx 1$, τότε: $q_{12} = \varepsilon_1 A_1 \sigma\left({T_1}^4 - {T_2}^4\right)$

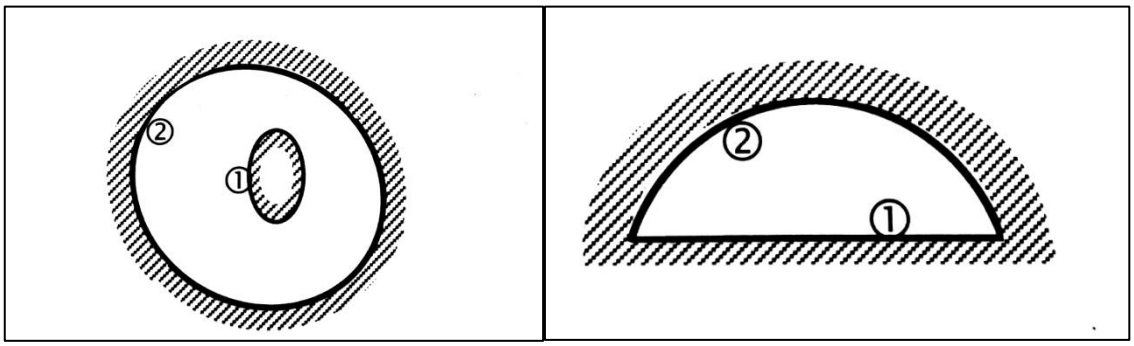
Αν $A_2 \gg A_1$, τότε: $q_{12} = \varepsilon_1 A_1 \sigma\left({T_1}^4 - {T_2}^4\right)$



Σχήμα 2.25: Συνήθεις περιπτώσεις συναλλαγής θερμότητας με ακτινοβολία.

Όλες οι σχέσεις ισχύουν με τις γνωστές προϋποθέσεις (επιφάνειες γκρίζες (ή μαύρες), αδιαφανείς που παρουσιάζουν διάχυση, με σταθερό συντελεστή εκπομπής, θερμοκρασίες και ακτινοβολίες ομοιόμορφες κτλ).

Η σχέση $q_{12} = \frac{A\sigma\left({T_1}^4 - {T_2}^4\right)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$ μπορεί να εφαρμοστεί και στην περίπτωση περασμένων πλακών, αν η απόσταση τους είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις διαστάσεις τους.



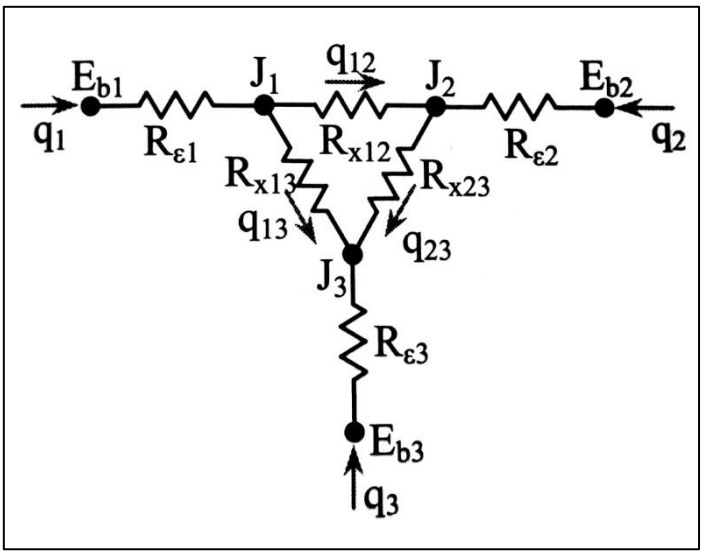
Σχήμα 2.26: Συνήθεις περιπτώσεις συναλλαγής θερμότητας με ακτινοβολία.

❖ **Συναλλαγή θερμότητας με ακτινοβολία: Μέθοδος δικτύου.**

Κατασκευάζεται και επιλύεται ένα ισοδύναμο ηλεκτρικό δίκτυο, στο οποίο τα ρεύματα στους κλάδους είναι οι θερμικές ισχύς q_i, q_{ij} κλπ. , ενώ τα δυναμικά των κόμβων του είναι οι E_{bi} $\kappa\alpha\iota$ J_i .

Ρόλο αντιστάσεων παίζουν οι επιφανειακές θερμικές αντιστάσεις $R_{\varepsilon i}$ και οι χωρικές αντιστάσεις R_{xij} .

Σκοπός είναι να υπολογιστούν οι τιμές των J_i $\kappa\alpha\iota$ J_j κλπ, οπότε εύκολα υπολογίζονται όλες οι q_i, q_{ij} κλπ.



Σχήμα 2.27: Σύνθετο θερμικό κύκλωμα.

ΠΡΟΣΟΧΗ

Στις περιπτώσεις που $R_{\varepsilon i} \approx 0$, οπότε και $E_{bi} = J_i$, τότε η αντίστοιχη εξίσωση έχει απροσδιοριστία και δεν πρέπει να χρησιμοποιείται.

Αν $R_{\varepsilon i} \neq 0$, αλλά $q_i = 0$, οπότε πάλι $E_{bi} = J_i$, τότε η αντίστοιχη εξίσωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί.

Συνήθης πορεία εργασίας

Έστω ότι N επιφάνειες συναλλάσουν θερμότητα με ακτινοβολία.

Βήμα 1. Σχεδιάζονται N κόμβοι για τις E_bκαι N κόμβοι για τις J, και συνδέονται ανάλογα με τις αντιστάσεις $R_{\varepsilon i}$ και τις αντιστάσεις R_{xij}, αλλά έχοντας υπόψη τις παρακάτω πιθανές απλουστεύσεις :

Για ένα μαύρο σώμα $R_{\varepsilon i} = 0$, οπότε $E_{bi} = J_i$

Για μία πλήρως θερμομονωμένη επιφάνεια, η $q_i = 0$, οπότε και $E_{bi} = J_i$

Αν μία επιφάνεια (i) έχει εμβαδόν A_i πολύ μεγαλύτερο σε σχέση με όλες τις άλλες, τότε $R_{\varepsilon i} \approx 0$, αλλά και $R_{xij} \approx 0$. Οπότε και $E_{bi} = J_i$ και $J_i = J_j$.

Αν μία επιφάνεια (i) δεν βλέπει μια άλλη (j) , τότε δεν υπάρχει R_{xij} (είναι άπειρη) και επομένως οι αντίστοιχοι κόμβοι $J_i \; και \; J_j$ δεν διασυνδέονται.

Βήμα 2. Στους κλάδους του δικτύου τοποθετούνται τα ρεύματα q_i, q_{ij} κτλ. Η φορά τους δεν έχει σημασία, αλλά καλό είναι να τηρείται μια ενιαία λογική.

Βήμα 3. Καταγράφονται όσες $E_{bi} \; ή \; J_i$ είναι γνωστές και υπολογίζονται οι διάφοροι απαιτούμενοι συντελεστές θέας F_{ij}.

Βήμα 4. Υπολογίζονται όλες οι αντιστάσεις $R_{\varepsilon i} \; και \; R_{xij}$. Ταυτόχρονα, εξετάζονται πιθανές απλοποιήσεις του δικτύου. (π.χ. συνδέσεις αντιστάσεων σε σειρά ή παράλληλα).

Βήμα 5. Καταστρώνονται N εξισώσεις για τους N κόμβους J_i , (το άθροισμα των ρευμάτων που συντρέχουν σε κάθε κόμβο θα είναι 0).

Βήμα 6. Επιλύεται το σύστημα N εξισώσεων και προσδιορίζονται οι άγνωστοι J_i , οπότε προκύπτουν όλες οι q_i, q_{ij} κλπ.

Για τρείς επιφάνειες έχουμε:

$$\frac{E_{b1} - J_1}{R_{\varepsilon 1}} + \frac{J_2 - J_1}{R_{x12}} + \frac{J_3 - J_1}{R_{x13}} = 0$$

$$\frac{J_1 - J_2}{R_{x12}} + \frac{E_{b2} - J_2}{R_{\varepsilon 2}} + \frac{J_3 - J_2}{R_{x23}} = 0$$

$$\frac{J_1 - J_3}{R_{x13}} + \frac{J_2 - J_3}{R_{x23}} + \frac{E_{b3} - J_3}{R_{\varepsilon 3}} = 0$$

4. Εναλλάκτες θερμότητας

Οι εναλλάκτες θερμότητας είναι συσκευές με τις οποίες επιτυγχάνεται η μεταφορά ενέργειας από ένα ρευστό υψηλής θερμοκρασίας σε ένα άλλο ρευστό χαμηλότερης θερμοκρασίας.

Το πολύ αυξημένο ενδιαφέρον για τη μείωση της κατανάλωσης ενέργειας σε παγκόσμιο επίπεδο τις τελευταίες δεκαετίες του 20ου αιώνα σε συνδυασμό με τα οικονομικά κίνητρα που έδωσαν οι περισσότερες κεντρικές κυβερνήσεις σε όλο το κόσμο οδήγησε τις παραγωγικές εταιρείες ανεξαρτήτως μεγέθους να αναπτύξουν τεχνολογίες αποτελεσματικότερης αξιοποίησης της ενέργειας.

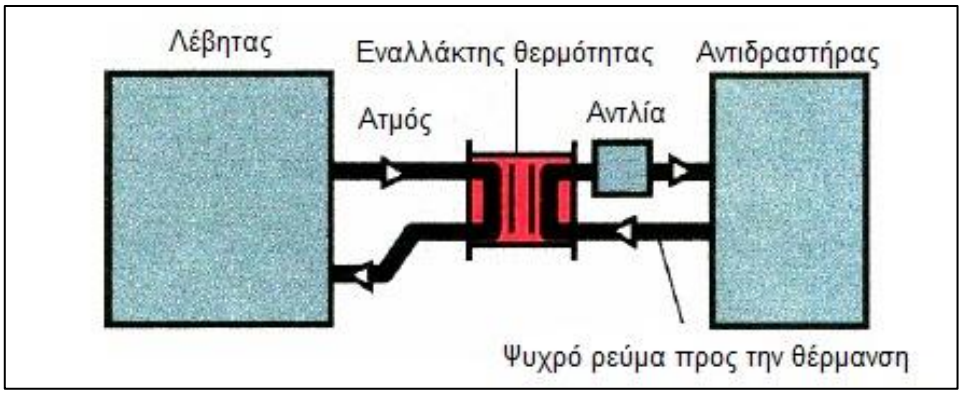
Σημαντικό ρόλο για την επίτευξη του παραπάνω στόχου έπαιξαν και συνεχίζουν να παίζουν οι συσκευές εναλλαγής θερμότητας. Οι εναλλάκτες θερμότητας βρίσκουν πολλές εφαρμογές σε όλους τους βιομηχανικούς τομείς, ανάμεσα σε αυτούς εξέχουσα θέση έχουν η χημική και η μεταλλουργική βιομηχανία.

Οι τυπικές εφαρμογές των εναλλακτών θερμότητας στη χημική και μεταλλουργική βιομηχανία διακρίνονται σε τρεις κυρίως κατηγορίες οι οποίες είναι οι ενεργειακά και οικονομικά αποδοτικοί τρόποι θέρμανσης, η ανάκτηση θερμότητας από θερμά ρεύματα και η αναγέννηση θερμότητας.

4.1 Ενεργειακά και οικονομικά αποδοτικοί τρόποι θέρμανσης

Η θέρμανση οποιουδήποτε ρεύματος ρευστού που οδεύει σε βιομηχανικό χημικό αντιδραστήρα γίνεται συνήθως με χαμηλής πίεσης ατμό με εξαίρεση τις περιπτώσεις που απαιτείται θέρμανση σε σχετικά υψηλές θερμοκρασίες.

Το ρευστό το οποίο πρέπει να εισέλθει στον αντιδραστήρα θερμαίνεται μέσα σε ένα εναλλάκτη θερμότητας έως την επιθυμητή θερμοκρασία από χαμηλής πίεσης ατμού ή σε ορισμένες περιπτώσεις από άλλα μέσα θέρμανσης όπως θερμό νερό και ειδικά λάδια. Ένα απλοποιημένο διάγραμμα ροής μιας τέτοιας εφαρμογής δίνεται στο σχήμα 4.1.

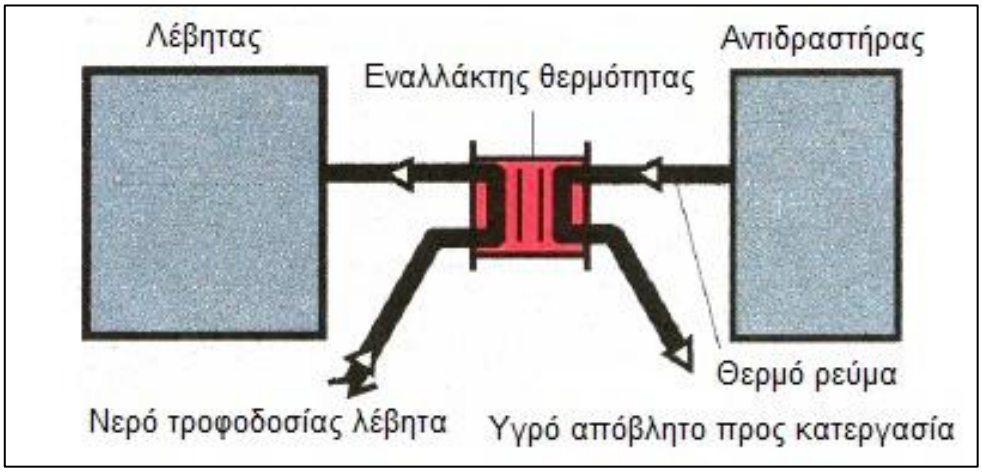


Σχήμα 4.1: Ενεργειακά και οικονομικά αποδοτικοί τρόποι θέρμανσης.

4.2 Ανάκτηση θερμότητας από θερμά ρεύματα

Κάθε βιομηχανική δραστηριότητα χαρακτηρίζεται από ένα μεγάλο αριθμό θερμών ρευμάτων τα οποία πρέπει να ψυχθούν ή θερμών ρευστών αποβλήτων τα οποία πριν υποστούν κατεργασία προς απόρριψη πρέπει επίσης να ψυχθούν για να ανακτηθεί η περιεχόμενη σε αυτά ενέργεια.

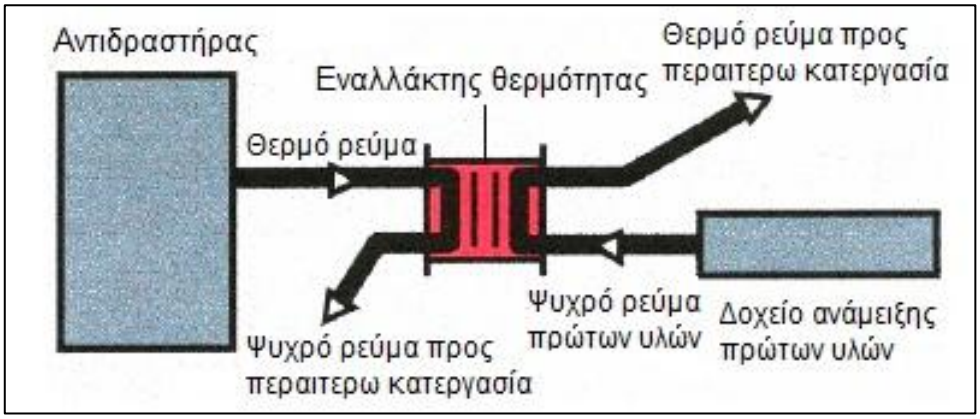
Ο αποτελεσματικότερος τρόπος ανάκτησης της θερμότητας είναι μέσω ενός εναλλάκτη θερμότητας, ο οποίος όπως φαίνεται στο σχήμα 4.2 χρησιμοποιείται συνήθως για την προθέρμανση του νερού που τροφοδοτεί ένα λέβητα παραγωγής ατμού μειώνοντας με αυτό το τρόπο την κατανάλωση ενέργειας στο λέβητα.



Σχήμα 4.2: Ανάκτηση θερμότητας από θερμά ρεύματα.

4.3 Αναγέννηση θερμότητας

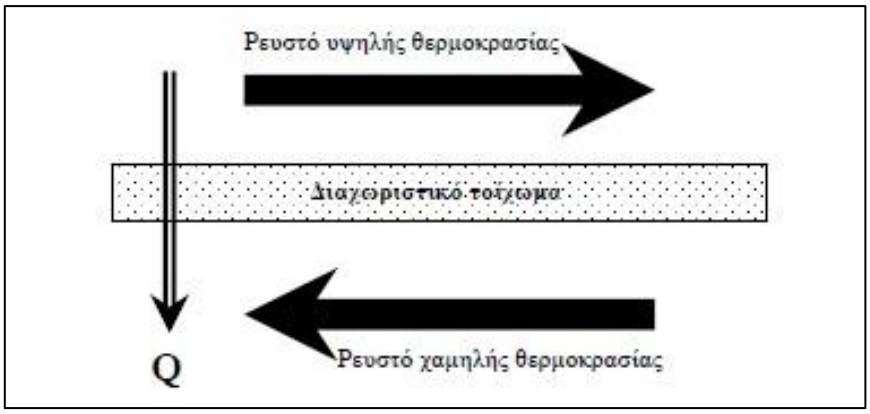
Η φιλοσοφία της αναγέννησης θερμότητας είναι η ανάκτηση της ενέργειας ενός θερμού ρεύματος μιας παραγωγικής διαδικασίας που απαιτεί ψύξη για την άμεση θέρμανση ενός άλλου ψυχρού ρεύματος της ίδιας παραγωγικής διαδικασίας, το οποίο απαιτεί θέρμανση πριν την περαιτέρω κατεργασία του.



Σχήμα 4.3: Αναγέννηση θερμότητας.

Ονομάζεται αναγέννηση θερμότητας διότι μεταφέρει άμεσα ένα ποσό ενέργειας από ένα θερμό ρεύμα εξόδου σε ένα ψυχρό ρεύμα εισόδου της ίδιας παραγωγικής διαδικασίας.

Ανεξαρτήτως του τρόπου εφαρμογής των εναλλακτών θερμότητας, η αρχή λειτουργίας τους φαίνεται παραστατικά στο σχήμα 4.4.



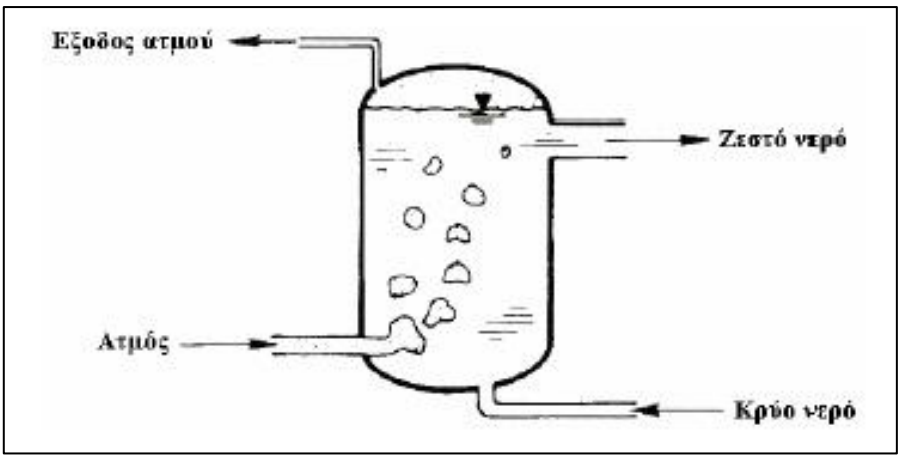
Σχήμα 4.4: Αρχή λειτουργίας εναλλακτών θερμότητας.

Οι ροές των δύο ρευστών συνήθως διαχωρίζονται μεταξύ τους μέσω ενός μη διαπερατού θερμοαγώγιμου διαχωριστικού τοιχώματος. Λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας ανάμεσα στα δυο ρευστά, υπάρχει ωθούσα δύναμη για μεταφορά ενέργειας υπό μορφή θερμότητας από το ρευστό υψηλής θερμοκρασίας προς το ρευστό χαμηλής θερμοκρασίας μέσω του διαχωριστικού τοιχώματος που έχει ως άμεση συνέπεια την αύξηση του ενεργειακού περιεχομένου του ψυχρού ρευστού και προφανώς της θερμοκρασίας του.

Εκτός από το μηχανισμό μεταφοράς ενέργειας που περιγράφεται απλοϊκά στο σχήμα 4.4, υπάρχουν και διατάξεις εναλλαγής ενέργειας όπου υπάρχει άμεση επαφή μεταξύ των δύο ρευστών όπως φαίνεται στο σχήμα 4.5.

Οι εναλλάκτες θερμότητας αυτού του τύπου ονομάζονται άμεσης επαφής και περιέχουν είτε δύο πλήρως μη-αναμίξιμα ρευστά, είτε ένα μη-υγροποιήσιμο αέριο στις συνθήκες λειτουργίας της συσκευής που διέρχεται μέσω ενός ρευστού, είτε τέλος ατμό που διασπείρεται σε ψυχρό νερό.

Στο σχήμα 4.5 φαίνεται ένας εναλλάκτης θερμότητας άμεσης επαφής στον οποίο κορεσμένος ατμός έρχεται σε άμεση επαφή με κρύο νερό με συνέπεια ο ατμός να υγροποιείται αποβάλλοντας ενέργεια υπό μορφή θερμότητας ενώ ταυτοχρόνως το νερό να θερμαίνεται.



Σχήμα 4.5: Αρχή λειτουργίας εναλλακτών θερμότητας.

Οι δύο τύποι εναλλακτών θερμότητας είναι οι εξής:

- άμεσης επαφής
- έμμεσης επαφής

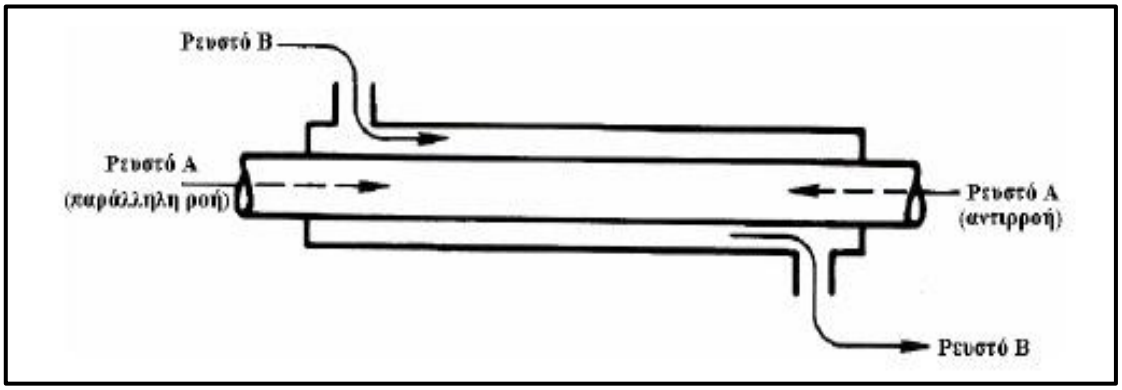
Στον άμεσης επαφής υπάρχουν ρευστά σε διαφορετική φάση που έρχονται σε άμεση επαφή, ανταλλάσσουν θερμότητα και στη συνέχεια διαχωρίζονται πάλι.

Στον έμμεσης επαφής, τα δύο ρευστά παραμένουν συνεχώς χωρισμένα και η θερμότητα μεταφέρεται μέσω διαχωριστικής επιφάνειας.

Στους πιο απλούς εναλλάκτες το θερμό και το ψυχρό ρευστό αναμιγνύονται απευθείας. Πιο συνηθισμένος όμως είναι ο τύπος που τα δύο ρευστά διαχωρίζονται με κάποιο τοίχωμα.

Αυτός ο τύπος του εναλλάκτη μπορεί να φέρει είτε ένα απλό επίπεδο τοίχωμα για να διαχωρίζονται τα δύο ρευστά, είτε πιο πολύπλοκες γεωμετρίες με πολλαπλές διαδρομές, όπως πτερύγια και ανακλαστήρες.

Η πιο απλή μορφή εναλλάκτη αυλών-κελύφους είναι ο εναλλάκτης διπλού σωλήνα, ο οποίος απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 4.6: Εναλλάκτης διπλού σωλήνα

Αν και τα δύο ρευστά κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση, τότε έχουμε παράλληλη ροή και των δύο ρευστών, δηλαδή ομορροή, ενώ αν κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις, τότε έχουμε αντιρροή.

❖ Γενικοί ορισμοί και βασικές σχέσεις

Εξωτερική εξίσωση εναλλάκτη:

$$q = \dot{m}_h C_h(\theta_{hi} - \theta_{ho}) = \dot{m}_c C_c(\theta_{co} - \theta_{ci})$$

Εσωτερική εξίσωση εναλλάκτη:

$$q = U \cdot A \cdot \Delta\theta_m$$

με $\Delta\theta_m$ κατάλληλη θερμοκρασιακή διαφορά.

q: $\Theta\varepsilon\rho\mu\iota\kappa\acute{\eta}\ \iota\sigma\chi\acute{\upsilon}\varsigma\ \varepsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\kappa\tau\eta - \sigma\upsilon\nu\alpha\lambda\lambda\alpha\sigma\sigma\acute{o}\mu\varepsilon\nu\eta\ (W)$

U ή U_m: $O\lambda\iota\kappa\acute{o}\varsigma\ \mu\acute{\varepsilon}\sigma o\varsigma\ \sigma\upsilon\nu\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\tau\acute{\eta}\varsigma\ \mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}\delta o\sigma\eta\varsigma\ \theta\varepsilon\rho\mu\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\varsigma\ \tau o\upsilon\ \varepsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\kappa\tau\eta\ (W/m^2K)$

A ή A_m: $\Sigma\upsilon\nu o\lambda\iota\kappa\acute{\eta}\ \mu\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ \varepsilon\pi\iota\varphi\acute{\alpha}\nu\varepsilon\iota\alpha\ \sigma\upsilon\nu\alpha\lambda\lambda\alpha\gamma\acute{\eta}\varsigma\ (m^2)$

$C = \dot{m}c$: $\Theta\varepsilon\rho\mu o\chi\omega\rho\eta\tau\iota\kappa\acute{\eta}\ \pi\alpha\rho o\chi\acute{\eta}\ \rho\varepsilon\upsilon\sigma\tau o\acute{\upsilon}\ (W/K)$ ή $P\upsilon\theta\mu\acute{o}\varsigma\ \Theta\varepsilon\rho\mu o\chi\omega\rho\eta\tau\iota\kappa\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\varsigma$

$C^* = \dfrac{C_{min}}{C_{max}}$: $\Theta\varepsilon\rho\mu o\chi\omega\rho\iota\tau\iota\kappa\acute{o}\varsigma\ \lambda\acute{o}\gamma o\varsigma$

$R = \dfrac{\Theta_1 - \Theta_2}{\theta_2 - \theta_1}$: $\Theta\varepsilon\rho\mu o\kappa\rho\alpha\sigma\iota\alpha\kappa\acute{o}\varsigma\ \lambda\acute{o}\gamma o\varsigma\ \pi\alpha\rho o\chi\acute{\omega}\nu$

$P = \dfrac{\theta_2 - \theta_1}{\Theta_1 - \Theta_2}$: $\Theta\varepsilon\rho\mu o\kappa\rho\alpha\sigma\iota\alpha\kappa\acute{o}\varsigma\ \lambda\acute{o}\gamma o\varsigma\ \alpha\pi\acute{o}\delta o\sigma\eta\varsigma$

$NTU = \dfrac{UA}{C_{min}}$: $\Pi\lambda\acute{\eta}\theta o\varsigma\ \mu o\nu\acute{\alpha}\delta\omega\nu\ \mu\varepsilon\tau\alpha\varphi o\rho\acute{\alpha}\varsigma$

ε: Αποτελεσματικότητα εναλλάκτη

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{id}} = \frac{q}{C_{min}(\theta_{hi} - \theta_{ci})} = \frac{q}{C_{min}|\Theta_1 - \theta_1|}$$

Ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$R = C^*, \qquad \alpha\nu\ C_t = C_{min}$

$R = \frac{1}{C^*}, \qquad \alpha\nu\ C_t = C_{max}$

$P = \varepsilon, \qquad \alpha\nu\ C_t = C_{min}$

$P = \varepsilon C^*, \qquad \alpha\nu\ C_t = C_{max}$

Μέση Λογαριθμική Θερμοκρασιακή Διαφορά (ΜΛΘΔ):

$$\Delta\vartheta_m = \frac{\Delta\vartheta_1 - \Delta\vartheta_2}{\ln\frac{\Delta\vartheta_1}{\Delta\vartheta_2}}$$

$\Delta\vartheta_1$: *Η Θερμοκρασιακή διαφορά στην αρχή του εναλλάκτη*

$\Delta\vartheta_2$: *Η Θερμοκρασιακή διαφορά στο τέλος του εναλλάκτη*

F: *Διορθωτικός συντελεστής για εύρεση της* $\Delta\theta_m$

Για όλους τους εναλλάκτες: $\Delta\theta_m = F\Delta\theta_{ma}$,

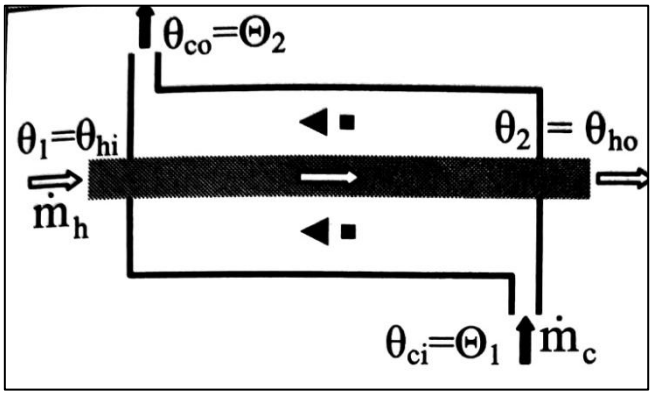
όπου $\Delta\theta_{ma} = \eta$ ΜΛΘΔ της καθαρής αντιρροής

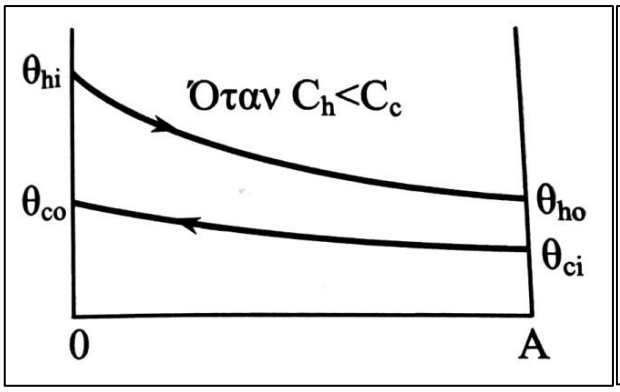
❖ *Εναλλάκτης αντιρροής*

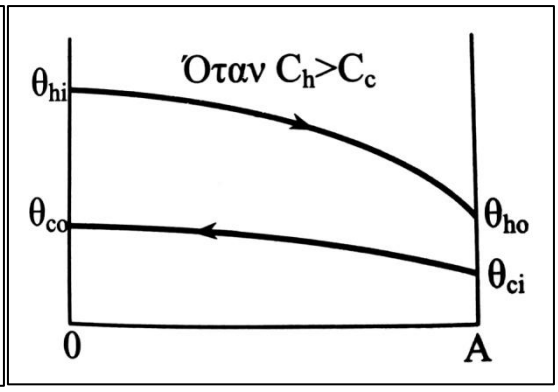
$$q = U \cdot A \cdot \Delta\theta_m$$

$$q = \dot{m}_h C_h(\theta_{hi} - \theta_{ho}) = \dot{m}_c C_c(\theta_{co} - \theta_{ci})$$

$$\Delta\vartheta_m = \frac{(\theta_{hi} - \theta_{co}) - (\theta_{ho} - \theta_{ci})}{\ln \frac{\theta_{hi} - \theta_{co}}{\theta_{ho} - \theta_{ci}}}$$





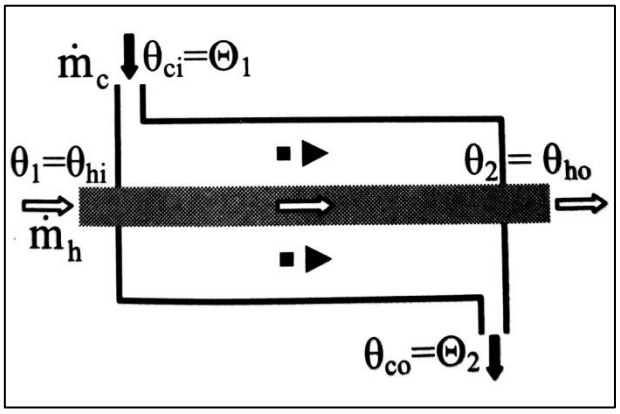


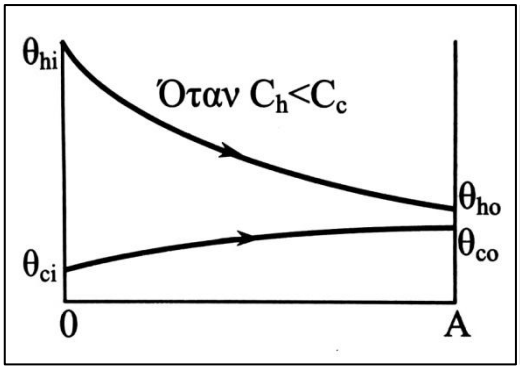
❖ ***Εναλλάκτης ομορροής***

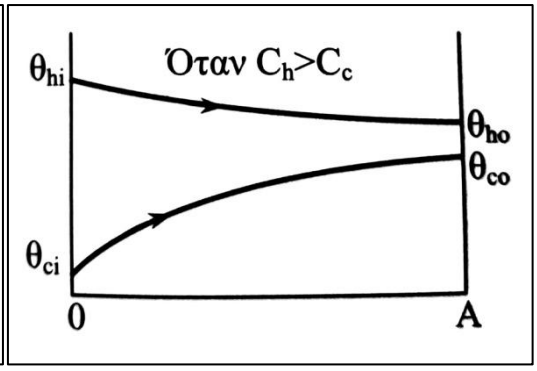
$$q = U \cdot A \cdot \Delta\theta_m$$

$$q = \dot{m}_h C_h(\theta_{hi} - \theta_{ho}) = \dot{m}_c C_c(\theta_{co} - \theta_{ci})$$

$$\Delta\vartheta_m = \frac{(\theta_{hi} - \theta_{ho}) - (\theta_{co} - \theta_{ci})}{\ln \frac{\theta_{hi} - \theta_{ho}}{\theta_{co} - \theta_{ci}}}$$







Επεξήγηση δεικτών - συμβόλων

- min: Αφορά το ρευστό με την μικρότερη θερμοχωρητική παροχή C_{min}
- max: Αφορά το ρευστό με την μεγαλύτερη θερμοχωρητική παροχή C_{max}
- 1 ή i: Αφορά την κατάσταση εισόδου των ρευστών
- 2 ή o: Αφορά την κατάσταση εξόδου των ρευστών
- t: Αφορά το ρευστό των σωλήνων
- s: Αφορά το ρευστό του κελύφους
- θ: Θερμοκρασίες του ρευστού των σωλήνων
- Θ: Θερμοκρασίες του ρευστού του κελύφους
- $\alpha\nu$: ρευστό αναμειγνυόμενης ροής
- $\mu\alpha\nu$: ρευστό μη αναμειγνυόμενης ροής

Γενικές παραδοχές και προϋποθέσεις

Συνθήκες λειτουργίας μόνιμες (όσων αφορά παροχές μάζας και θερμοκρασίες των ρευστών).

Οι ειδικές θερμότητες C_p των ρευστών είναι σταθερές.

Η εξωτερική επιφάνεια του εναλλάκτη είναι πλήρως θερμομονωμένη, δηλ. οποιαδήποτε συναλλαγή θερμότητας γίνεται μόνο μεταξύ των ρευστών.

Ο ολικός μέσος συντελεστής μετάδοσης θερμότητας του εναλλάκτη U ή U_m, είναι σταθερός, σε όλη την επιφάνεια συναλλαγής.

Οι σχέσεις εφαρμόζονται ανεξάρτητα αν στο κέλυφος ρέει θερμό ή ψυχρό ρευστό (και αντίστοιχα στους σωλήνες το ψυχρό ή θερμό ρευστό).

Η μέθοδος της ΜΛΘΔ είναι χρήσιμη για τον προσδιορισμό - επιλογή του μεγέθους του εναλλάκτη (για ορισμένες θερμοκρασίες εισόδου - εξόδου και με γνωστές τις παροχές μάζας).

5. Παραδείγματα επίλυσης ασκήσεων μετάδοσης θερμότητας

Άσκηση αγωγής - συναγωγής σε επίπεδη επιφάνεια

Α. Να υπολογισθεί ο συντελεστής θερμοπερατότητας μίας γυάλινης πόρτας, από κρύσταλλο πάχους 6mm:

Α1. Όταν χρησιμοποιείται ως ενδιάμεση θύρα από τον προθάλαμο ενός καταστήματος στο εσωτερικό του.

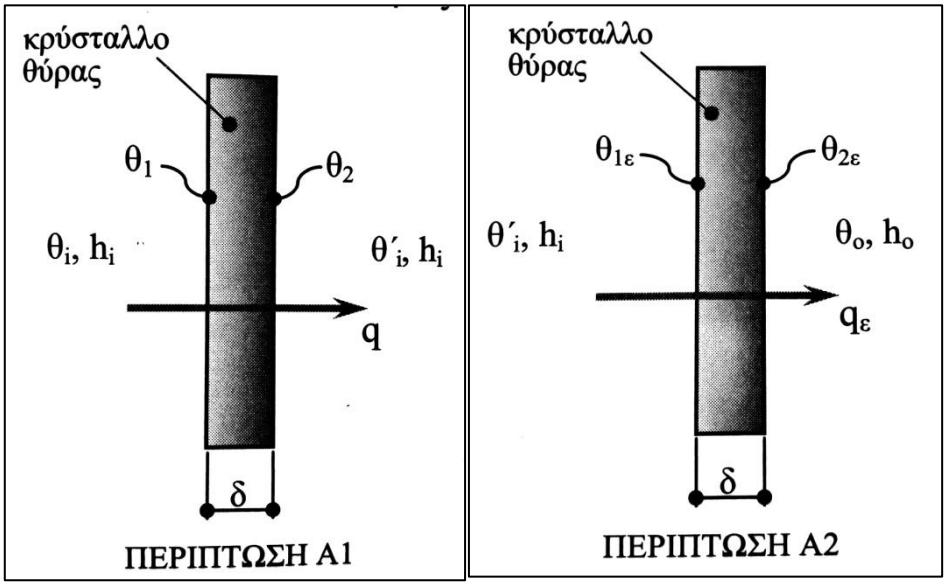
Α2. Όταν χρησιμοποιείται ως εξωτερική θύρα εισόδου του καταστήματος, από τον δρόμο στον προθάλαμο.

Β. Να υπολογισθεί η πυκνότητα θερμορροής (W/m^2) και οι θερμοκρασίες πάνω στις δύο πλευρές του κρυστάλλου, για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις, αν είναι γνωστές οι θερμοκρασίες:

- Του περιβάλλοντος -4℃
- Του προθάλαμου 12℃
- Του καταστήματος 21℃

ΛΥΣΗ

Α. Κατεύθυνση λύσης: Θα χρησιμοποιηθούν οι απλές σχέσεις υπολογισμού του συντελεστή θερμοπερατότητας U, αλλά με διαφορετικούς σε κάθε περίπτωση συντελεστές μεταφοράς θερμότητας από τις δύο πλευρές της πόρτας.



Εφαρμόζεται η σχέση:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \cdots + + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{h_0}}$$

για τον υπολογισμό του U, αλλά με διαφορετικούς h_i και h_0 κάθε φορά.

Τα δεδομένα είναι:

- $\delta = 6mm = 0{,}006m$
- $\lambda = 0{,}81\, W/mK$
- $h_i = 7{,}7\ W/m^2K$
- $h_O = 25\ W/m^2K$

Έτσι έχουμε:

Α1. Γυάλινη θύρα προθάλαμου, δηλ. εσωτερικός χώρος και από τις δύο πλευρές, (οπότε $h_i = h_O$)

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_0}} \quad => \quad \frac{1}{U} = \frac{1}{\frac{1}{7{,}7} + \frac{0{,}006}{0{,}81} + \frac{1}{7{,}7}} \quad => \quad \boldsymbol{U \approx 3{,}74\ W/m^2K}$$

Α2. Γυάλινη θύρα ως κεντρική είσοδος, δηλ. εσωτερικός χώρος από τη μία πλευρά και εξωτερικός χώρος από την άλλη.

$$\frac{1}{U_\varepsilon} = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_0}} \quad => \quad \frac{1}{U_\varepsilon} = \frac{1}{\frac{1}{7{,}7} + \frac{0{,}006}{0{,}81} + \frac{1}{25}} \quad => \quad \boldsymbol{U_\varepsilon \approx 5{,}64\ W/m^2K}$$

Παρατηρούμε τον σημαντικά αυξημένο U στην δεύτερη περίπτωση.

Β. Κατεύθυνση λύσης:

Χρησιμοποιούμε τη γνωστή σχέση

$$\frac{q}{A} = \frac{\theta_i - \theta_0}{\frac{1}{h_i} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \cdots + + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{h_0}} = U(\theta_i - \theta_0)$$

που δίνει τη θερμορροή διά μέσου επιπέδου τοιχώματος και περιέχει τον U και, κατόπιν τις σχέσεις

$$\frac{q}{A} = \frac{\theta_i - \theta_1}{\frac{1}{h_i}} \text{ ή } \frac{q}{A} = \frac{\theta_2 - \theta_0}{\frac{1}{h_0}}$$

για να υπολογίσουμε τις ζητούμενες θερμοκρασίες.

Έχουμε επί πλέον δεδομένες τις θερμοκρασίες:

- $\theta_i = 21°\text{C}$ (του καταστήματος)
- $\theta_i' = 12°\text{C}$ (του προθάλαμου)
- $\theta_o = -4°\text{C}$ (του εξωτερικού χώρου)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ Α1

$$\frac{q}{A} = U(\theta_i - \theta_i') \;=>\; \frac{q}{A} = 3{,}74 \cdot (21 - 12) \;=>\; \boldsymbol{\frac{q}{A} \approx 33{,}7\, W/m^2K}$$

και για τις θερμοκρασίες πάνω στις δύο επιφάνειες της θύρας:

$$\frac{q}{A} = h_i(\theta_i - \theta_1) \;=>\; 33{,}7 = 7{,}7 \cdot (21 - \theta_1) \;=>\; \boldsymbol{\theta_1 \approx 16{,}6}\ °\text{C}$$

$$\frac{q}{A} = h_i(\theta_2 - \theta_i') \;=>\; 33{,}7 = 7{,}7 \cdot (\theta_2 - 12) \;=>\; \boldsymbol{\theta_2 \approx 16{,}4}\ °\text{C}$$

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ Α2

$$\frac{q_\varepsilon}{A} = U_\varepsilon(\theta_i' - \theta_o) \;=>\; \frac{q_\varepsilon}{A} = 5{,}64 \cdot (12 - (-4)) \;=>\; \boldsymbol{\frac{q_\varepsilon}{A} \approx 90{,}2\, W/m^2K}$$

και για τις θερμοκρασίες πάνω στις δύο επιφάνειες της θύρας:

$$\frac{q_\varepsilon}{A} = h_i(\theta_i' - \theta_{1\varepsilon}) \;=>\; 90{,}2 = 7{,}7 \cdot (12 - \theta_{1\varepsilon}) \;=>\; \boldsymbol{\theta_{1\varepsilon} \approx 0{,}3}\ °\text{C}$$

$$\frac{q}{A} = h_i(\theta_{2\varepsilon} - \theta_o) \;=>\; 90{,}2 = 25 \cdot (\theta_{2\varepsilon} - (-4)) \;=>\; \boldsymbol{\theta_2 \approx -0{,}4}\ °\text{C}$$

Άσκηση αγωγής - συναγωγής σε κυλινδρική επιφάνεια

Πλαστικός σωλήνας πολυαιθυλενίου $(\lambda = 0{,}42\, W/mK)$, έχει εξωτερική διάμετρο $40mm$ και πάχος τοιχώματος 5,5 mm.

Ο σωλήνας χρησιμοποιείται σε δίκτυο θέρμανσης, μέσα στο οποίο κυκλοφορεί (με μεγάλη ταχύτητα) νερό θερμοκρασίας 85℃, ενώ ο αέρας περιβάλλοντος θεωρείται σταθερής θερμοκρασίας 20℃.

Ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας εξωτερικά του σωλήνα εκτιμάται σε $16W/m^2K$.

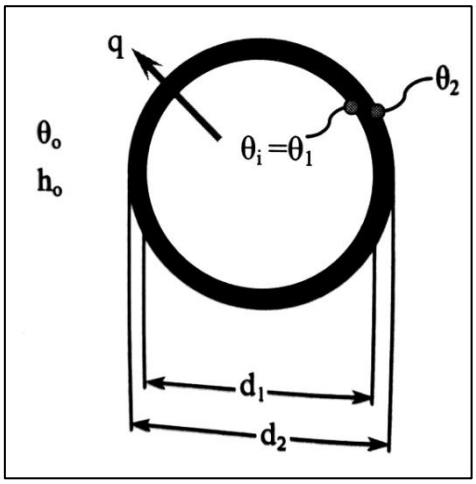
Α. Να υπολογισθούν οι ανά μέτρο μήκους απώλειες του σωλήνα και να βρεθεί η θερμοκρασία πάνω στην εξωτερική επιφάνεια του.

Β. Να υπολογισθούν οι ανά μέτρο μήκους απώλειες του σωλήνα και να βρεθεί η θερμοκρασία πάνω στην εξωτερική επιφάνεια του σωλήνα, στην περίπτωση που εξωτερικά του σωλήνα τοποθετηθεί διογκωμένο συνθετικό μονωτικό υλικό, πάχους $9mm$.

ΛΥΣΗ

Α. Έχουμε τα δεδομένα:

- $d_2 = 40\ mm = 0{,}04\ m$
- $d_1 = 40 - 2 \cdot 5{,}5\ mm = 29\ mm = 0{,}029\ m$
- $\lambda = 0{,}42\ \ W/mK$
- $\theta_i = 85$ ℃
- $\theta_o = 20$ ℃
- $h_o = 16\ \ W/m^2K$



Επίσης, λόγω μεγάλης ταχύτητας ροής, ο εσωτερικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας (συναγωγής) μπορεί να ληφθεί $h_i \gg$ και, συνεπώς $\theta_i \approx \theta_1$.

Κατευθύνσεις λύσης:

Έχουμε γνωστές τις θερμοκρασίες τοιχώματος θ_1 και ρευστού εξωτερικά θ_o, οπότε υπολογίζουμε τα ζητούμενα, εφαρμόζοντας απλές σχέσεις αγωγής-συναγωγής.

Έτσι παίρνουμε τη σχέση

$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_{23} - \theta_o}{\frac{1}{2\lambda_3\pi}\ln\frac{d_4}{d_3} + \cdots + \frac{1}{2\lambda_n\pi}\ln\frac{d_{n+1}}{d_n} + \frac{1}{\pi d_{n+1}h_o}}$$

από θ_1 έως θ_o:

$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_1 - \theta_o}{\frac{1}{2\lambda\pi}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\pi d_2 h_o}} = \frac{85 - 20}{\frac{1}{2 \cdot 0{,}42 \cdot \pi}\ln\frac{0{,}04}{0{,}029} + \frac{1}{\pi \cdot 0{,}04 \cdot 16}} \Rightarrow$$

$$\frac{q}{l} = \frac{65}{0{,}12186 + 0{,}49736} = \frac{65}{0{,}61922} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{q}{l} \approx 105\, W/m}$$

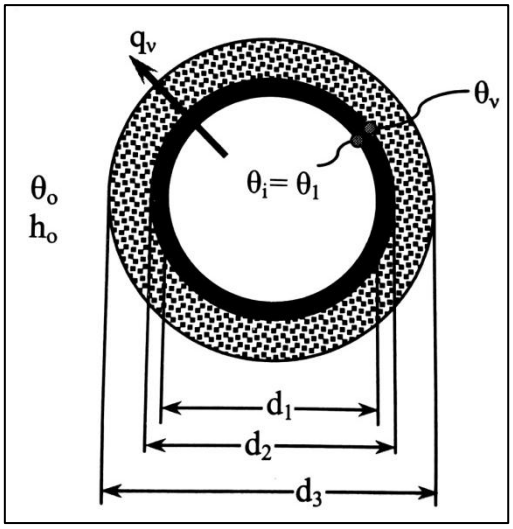
Για την θερμοκρασία στην εξωτερική επιφάνεια θ_2 έχουμε τώρα τη σχέση συναγωγής

$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_2 - \theta_0}{\frac{1}{\pi d_2 h_0}} \Rightarrow \theta_2 = \frac{q}{l}\,\frac{1}{\pi d_2 h_0} + \theta_0 \Rightarrow \theta_2 = \frac{105}{\pi \cdot 0{,}04 \cdot 16} + 20 \Rightarrow \boldsymbol{\theta_2 = 72{,}2}\,^\circ\mathrm{C}$$

Β. Ισχύουν όλα τα δεδομένα του Α. ερωτήματος και επί πλέον:

$d_3 = 40 + 2 \cdot 9\, mm = 58\, mm = 0{,}058\, m$

$\lambda_\mu = 0{,}041\ W/mK$



Κατεύθυνση λύσης:

Με την προσθήκη στρώσης μονωτικού εξωτερικά θα έχουμε μεταβολή της q, και η νέα θερμορροή έστω q_ν.

Οπότε, εφαρμόζουμε την ίδια σχέση

$$\frac{q}{l} = \frac{\theta_{23} - \theta_o}{\frac{1}{2\lambda_3\pi}\ln\frac{d_4}{d_3} + \cdots + \frac{1}{2\lambda_n\pi}\ln\frac{d_{n+1}}{d_n} + \frac{1}{\pi d_{n+1}h_o}}$$

αλλά τώρα προσθέτοντας τη θερμική αντίσταση του μονωτικού:

$$\frac{q_\nu}{l} = \frac{\theta_1 - \theta_o}{\frac{1}{2\lambda\pi}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_\mu\pi}\ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\pi d_3 h_o}} =>$$

$$\frac{q_\nu}{l} = \frac{85 - 20}{\frac{1}{2\cdot 0{,}42\cdot\pi}\ln\frac{0{,}04}{0{,}029} + \frac{1}{2\cdot 0{,}041\cdot\pi}\ln\frac{0{,}058}{0{,}04} + \frac{1}{\pi\cdot 0{,}058\cdot 16}} =>$$

$$\frac{q_\nu}{l} = \frac{65}{0{,}12186 + 1{,}44235 + 0{,}34300} => \boldsymbol{\frac{q_\nu}{l} \approx 34{,}1}$$

Για τη θερμοκρασία στην εξωτερική επιφάνεια του σωλήνα θ_ν, το ευκολότερο είναι να την υπολογίσουμε με χρήση της σχέσης αγωγής στο σωλήνα, δηλαδή:

$$\frac{q_\nu}{l} = \frac{\theta_1 - \theta_\nu}{\frac{1}{2\lambda\pi}\ln\frac{d_2}{d_1}} => \theta_\nu = \theta_1 - \frac{q_\nu}{l}\cdot\frac{1}{2\lambda\pi}\ln\frac{d_2}{d_1} =>$$

$$\theta_\nu = 85 - 34{,}1\cdot\frac{1}{2\cdot 0{,}42\cdot\pi}\ln\frac{0{,}04}{0{,}029} => \boldsymbol{\theta_\nu \approx 80{,}8}\,^\circ\mathrm{C}$$

Άσκηση με εναλλάκτες

Παροχή νερού 1500 kg/h, θερμοκρασίας 25°C, θερμαίνεται σε εναλλάκτη αντιρροής, μέχρι θερμοκρασία 67,5°C. Η θέρμανση γίνεται με θερμό νερό από λέβητα, θερμοκρασίας 85°C, παροχής 2000 kg/h.

Ο εναλλάκτης έχει συνολικό συντελεστή μετάδοσης θερμότητας 1650W/m^2K.

Η ειδική θερμότητα του νερού θεωρείται σταθερή και ίση με 4,179$kJ/kg \cdot K$.

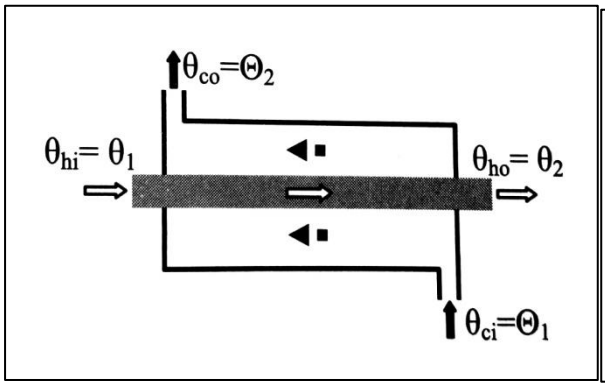
Ζητούνται:

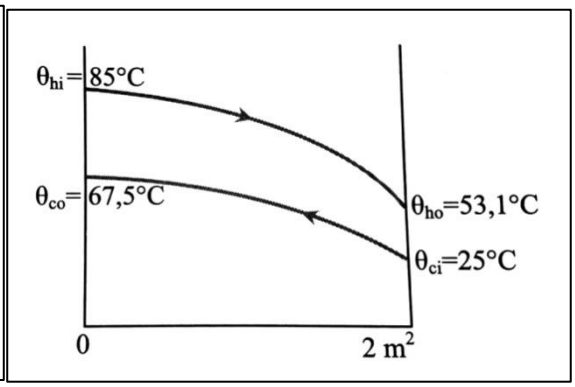
Α. Η θερμοκρασία εξόδου του νερού θέρμανσης και η απαιτούμενη επιφάνεια συναλλαγής του εναλλάκτη.

Β. Μπορούν τα παραπάνω να επιτευχθούν με σύνδεση του εναλλάκτη ώστε τα ρευστά να είναι σε ομορροή; Ναι ή όχι και γιατί.

Γ. Έστω ότι ο εναλλάκτης συνδέεται κατά ομορροή. Με τις ίδιες παροχές και θερμοκρασίες εισόδου των δύο ρευστών, να υπολογισθούν οι θερμοκρασίες εξόδου και η συναλλασσόμενη θερμική ισχύς.

Λύση





Α. Κατευθύνσεις λύσης:

Πρόκειται για περίπτωση εναλλάκτη με γνωστά:

Τον συνολικό συντελεστή μετάδοσης θερμότητας U, τις παροχές καθώς και τις θερμοκρασίες λειτουργίας. Οπότε μπορεί να βρεθεί εύκολα η συναλλασσόμενη θερμική ισχύς και η τέταρτη θερμοκρασία. Κατόπιν, από την εσωτερική εξίσωση του εναλλάκτη, υπολογίζεται εύκολα και η απαιτούμενη επιφάνεια συναλλαγής.

Τα δεδομένα του εναλλάκτη είναι:

- Θερμό ρευστό (h): Νερό λέβητα
- Ψυχρό ρευστό (c): Νερό για θέρμανση
- $\theta_{hi} = 85$ °C
- $\theta_{ci} = 25$ °C
- $\theta_{co} = 67{,}5$ °C
- $\dot{m}_h = 2000\ kg/h = 0{,}5555\ kg/h$
- $\dot{m}_c = 1500\ kg/h = 0{,}4167\ kg/h$
- $c_h = c_h = 4179\, J/kg \cdot K$
- $U = 1650\ W/m^2K$

Αφού έχουμε πλήρη δεδομένα για το ένα ρευστό (c), υπολογίζουμε τη συναλλασσόμενη θερμική ισχύ q, από την εξωτερική εξίσωση του εναλλάκτη:

$$q = \dot{m}_c c_c(\theta_{co} - \theta_{ci}) = 0{,}4167 \cdot 4179 \cdot (67{,}5 - 25) => q \approx 74000\ W$$

Και η άγνωστη θερμοκρασία εξόδου θ_{ho} βρίσκεται από την όμοια σχέση:

$$q = \dot{m}_h c_h(\theta_{hi} - \theta_{ho}) => 74000 = 0{,}5555 \cdot 4179 \cdot (85 - \theta_{ho}) => \boldsymbol{\theta_{ho}} \approx \mathbf{53{,}1}°\text{C}$$

Για να βρεθεί η ζητούμενη επιφάνεια συναλλαγής A από την σχέση

$$q = U \cdot A \cdot \Delta\theta_m\ ,$$

πρέπει πρώτα να υπολογισθεί η ΜΛΘΔ, δηλ. η $\Delta\theta_m$. Έτσι, για αντιρροή, χρησιμοποιούμε τη σχέση:

$$\Delta\vartheta_m = \frac{(\theta_{hi} - \theta_{co}) - (\theta_{ho} - \theta_{ci})}{\ln\frac{\theta_{hi} - \theta_{co}}{\theta_{ho} - \theta_{ci}}}$$

$$\Delta\vartheta_m = \frac{(85 - 67{,}5) - (53{,}1 - 25)}{\ln\frac{17{,}5}{28{,}1}} = \frac{-10{,}6}{-0{,}47357} \approx 22{,}4°\text{C}$$

Με γνωστή τη θερμική ισχύ $q = 74000\ W$, αντικαθιστώντας έχουμε:

$$q = U \cdot A \cdot \Delta\theta_m => 74000 = 1650 \cdot A \cdot 22{,}4\ => \boldsymbol{A} \approx \mathbf{2\ m^2}$$

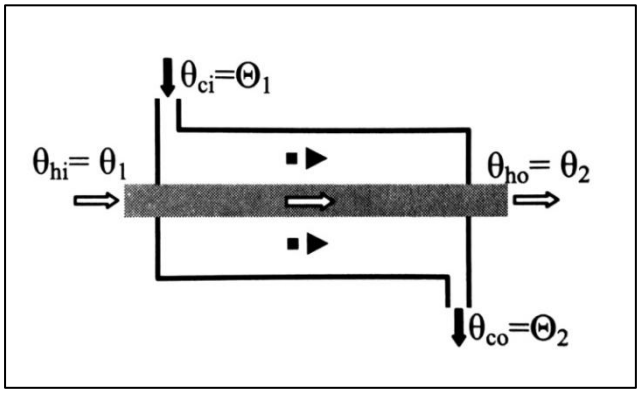
Β. Κατευθύνσεις λύσης:

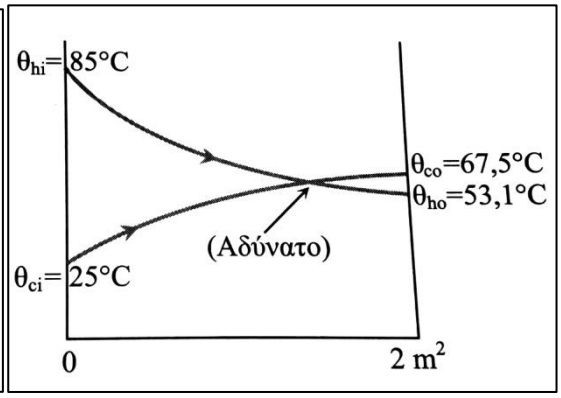
Πρέπει να εξετασθούν οι θερμοκρασίες κατά μήκος της επιφάνειας συναλλαγής, αφού σε εναλλάκτη ομορροής, σε κάθε θέση θα είναι $\theta_h > \theta_c$.

Εδώ, αν θέλουμε να επιτύχουμε την ίδια συναλλασσόμενη θερμότητα κλπ, θα έχουμε πάλι $\theta_{ho} = 53{,}1°\text{C}$ και $\theta_{co} = 67{,}5°\text{C}$. Οπότε προφανώς, στην έξοδο του εναλλάκτη θα ήταν $\theta_h > \theta_c$, πράγμα αδύνατο.

Συνεπώς, με σύνδεση του εναλλάκτη κατά ομορροή, δεν μπορούμε να επιτύχουμε τα ίδια αποτελέσματα. Βλέπε και το παρακάτω διάγραμμα, όπου φαίνεται ότι θα υπάρξει "τομή θερμοκρασιών".

Γ. Για λειτουργία ομορροής, με δεδομένα τις παροχές και τις θερμοκρασίες εισόδου των ρευστών αλλά γνωστά τα λοιπά θερμοτεχνικά χαρακτηριστικά του εναλλάκτη, μπορούν να προκύψουν οι θερμοκρασίες εξόδου των ρευστών και η νέα συναλλασσόμενη θερμική ισχύς, αν εργασθούμε ως εξής:





Υπολογισμός των θερμοκρασιών εξόδου των ρευστών σε ΟΜΟΡΡΟΗ:

Για τη θερμική ισχύ του εναλλάκτη ισχύουν οι γνωστές εξισώσεις:

$$q = \dot{m}_h c_h(\theta_{hi} - \theta_{ho}) = \dot{m}_c c_c(\theta_{co} - \theta_{ci})$$

$$q = U \cdot A \cdot \Delta\theta_{mo} = U \cdot A \cdot \frac{(\theta_{hi} - \theta_{ci}) - (\theta_{ho} - \theta_{co})}{\ln \frac{\theta_{hi} - \theta_{ci}}{\theta_{ho} - \theta_{co}}}$$

Εξισώνοντας τις σχέσεις προκύπτει ένα σύστημα τριών εξισώσεων με τρείς αγνώστους $q, \theta_{ho}\ \kappa\alpha\iota\theta_{co}$, εφόσον είναι γνωστά τα στοιχεία του εναλλάκτη και οι θερμοκρασίες εισόδου των ρευστών $\theta_{hi}\ \kappa\alpha\iota\ \theta_{ci}$. Από τη λύση του προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\theta_{ho} = \theta_{hi} - (\theta_{hi} - \theta_{ci}) \frac{1 - e^{-UA\cdot\left[\frac{1}{m_h c_h} + \frac{1}{m_c c_c}\right]}}{1 + \frac{m_c c_c}{m_h c_h}}$$

και

$$\theta_{ho} = \theta_{ci} + (\theta_{hi} - \theta_{ci}) \frac{1 - e^{-UA\cdot\left[\frac{1}{m_h c_h} + \frac{1}{m_c c_c}\right]}}{1 + \frac{m_c c_c}{m_h c_h}}$$

Εφαρμόζοντας τις παραπάνω σχέσεις, με τα δεδομένα του εναλλάκτη, βρίσκουμε αντίστοιχα τις νέες θερμοκρασίες εξόδου των ρευστών $\theta_{ho}^{'}$ *και* $\theta_{co}^{'}$.

$$\theta_{ho}^{'} = 85 - (85 - 25) \cdot \frac{1 - e^{-1650\cdot 2\cdot\left[\frac{1}{0,5555} + \frac{1}{0,4167}\right]\cdot\frac{1}{4179}}}{1 + \frac{0,5555}{0,4167}} =>$$

$$\theta_{ho}^{'} = 25 + 60 \cdot \frac{1 - e^{-3,3166}}{1 + 1,333} => \boldsymbol{\theta_{ho}^{'} \approx 60,2}°\mathrm{C}$$

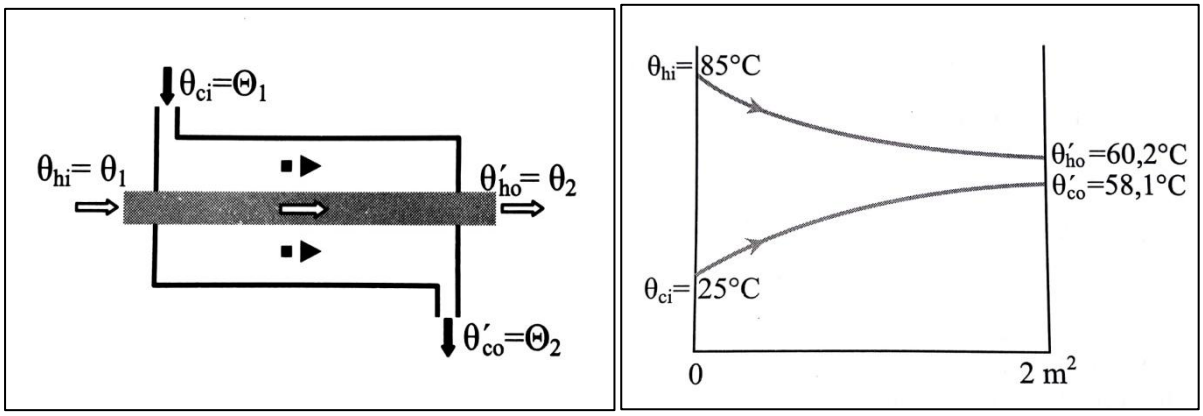
και

$$\theta_{co}^{'} = 85 - (85 - 25) \cdot \frac{1 - e^{-1650\cdot 2\cdot\left[\frac{1}{0,5555} + \frac{1}{0,4167}\right]\cdot\frac{1}{4179}}}{1 + \frac{0,4167}{0,5555}} =>$$

$$\theta_{co}^{'} = 25 + 60 \cdot \frac{1 - e^{-3,3166}}{1,75} => \boldsymbol{\theta_{co}^{'} \approx 58,1}$$

Η νέα συναλλασσόμενη θερμική ισχύς $q^{'}$ θα είναι:

$$q^{'} = \dot{m}_h c_h \left(\theta_{hi} - \theta_{ho}^{'}\right) = 0,5555 \cdot 4179 \cdot (85 - 60,2) => \boldsymbol{q^{'} \approx 57600\ W}$$



6. Κώδικας

Βιβλιοθήκη του προγράμματος

```
#include <iostream>
#include <math.h>
#include <fstream>
#include <sstream>
#include <string>
using namespace std;
#define MIN_TEMP_1 -273.15
#define MAX_TEMP_1 1000
#define MIN_TEMP_2 -273.15
#define MAX_TEMP_2 1000
#define PI 3.14
```

Κατάλογος του προγράμματος

```
{
cout << endl << "You can choose" << endl << endl;
cout << "1 : Plates" << endl;
cout << "2 : Cylinder Plates" << endl;
cout << "3 : Spherical Plates" << endl;
cout << "4 : Exchangers" << endl;
cout << "5 : Exit" << endl<< endl;
cout << "Choice : ";
cin >> choice;
if (choice == 1 || choice == 2 || choice == 3)
{
cout << endl << "Enter the number of conductive layers. " << endl << "(It should be at least
one, but less than six)."<< endl;
cout << endl << "Choice of layers : ";
cin >> layer_num;
while (layer_num < 1 || layer_num > 5)
{
cout << endl << "You entered " << layer_num << " layers which is outside the available range."
<< endl << "You can enter from one until five layers." << endl;
cout << endl << "Please try again providing the correct number of layers." << endl;
cout << endl << "Choice of layers : ";
cin >> layer_num;
}
}
switch (choice)
{
case 1:
cout << endl << "The heat transfer per unit area q/A is equal to : " << flat_plates(layer_num) <<
" W/m2" << endl;
break;
case 2:
cout << endl << "The heat transfer per unit length q/l is equal to : " <<
cylinder_plates(layer_num) << " W/m" << endl;
```

```
30. break;
31. case 3:
32. cout << endl << "The heat transfer q is equal to : "<< spherical_plates(layer_num) << " W " <<
    endl;
33. break;
34. case 4:
35. int ch;
36. do
37. {
38. cout << endl << "You can choose" << endl << endl;
39. cout << "1 : Counterflow exchanger" << endl;
40. cout << "2 : Parallel exchanger" << endl;
41. cout << endl << "Choice of exchanger : " ;
42. cin >> ch;
43. if (ch == 1)
44. {
45. cout << endl << "The thermal power q of the exchanger is equal to : " << counterflow() << " W "
    << endl;
46. }
47. else if (ch == 2)
48. {
49. cout << endl <<"The thermal power q of the exchanger is equal to : " << parallel() << " W " <<
    endl;
50. }
51. } while (ch != 1 && ch != 2);
52. break;
53. case 5:
54. cout << endl <<"The program is finished !";
55. break;
56. default:
57. cout << endl << "Try Again" << endl;
58. break;
59. }
60. } while (choice != 5);
61. }
```

Ο κατάλογος του προγράμματος εμφανίζει στον χρήστη τις επιλογές των ασκήσεων που μπορεί να λύση, οι οποίες είναι:

1. Επίπεδες στρώσεις
2. Κυλινδρικές στρώσεις
3. Σφαιρικές στρώσεις
4. Εναλλάκτες
5. Έξοδος

Επίσης υπάρχει και η πέμπτη επιλογή η οποία είναι η έξοδος από το πρόγραμμα.

Συνάρτηση flat_plates()

```
double flat_plates(int layer_num)
{
int i, j;
double int_temp, ext_temp, ho, hi, u_inv, width, area, heat_transfer, flat_plates;
VALUE *values = new VALUE[layer_num];
char answer;
int lamda_choice;
do
{
cout << endl << "Enter the internal temperature θi " <<"(C) : ";
cin >> int_temp;
cout << endl << "Enter the external temperature θo " <<"(C) : ";
cin >> ext_temp;
if (int_temp < MIN_TEMP_1 || int_temp > MAX_TEMP_1)
{
cout << endl << "The internal temperature you entered is out of the available range." << endl
<< "Please try again." << endl;
}
if (ext_temp < MIN_TEMP_1 || ext_temp > MAX_TEMP_1)
{
cout << endl << "The external temperature you entered is out of the available range." << endl
<< "Please try again." << endl;
}
} while (int_temp < MIN_TEMP_1 || int_temp > MAX_TEMP_1 || ext_temp < MIN_TEMP_1 ||
ext_temp > MAX_TEMP_1);
cout << endl << "Enter the internal convective heat transfer coefficient hi (W/m^2*K) : ";
cin >> hi;
cout << endl << "Enter the external convective heat transfer coefficient ho (W/m^2*K) : ";
cin >> ho;
u_inv = (1 / ho) + (1 / hi);
for (i = 0; i < layer_num; i++)
{
cout << endl << "Enter material for layer " << i + 1 << endl << endl;
printLamda_1();
cout << endl << "Choice of material : ";
cin >> lamda_choice;
values[i].lamda = pickLamda_1(lamda_choice);
cout << endl << "Enter material width (cm): " ;
cin >> values[i].width;
values[i].width = values[i].width / 100;
u_inv += values[i].width / values[i].lamda;
}
flat_plates = (int_temp - ext_temp) / u_inv;
cout << endl << "Do you want the program to display the heat transfer ? (y/n) " << endl;
cout << endl << "Answer : ";
cin >> answer;
if (answer == 'y')
{
cout << endl << "Enter the area (m^2) : ";
cin >> area;
```

```
heat_transfer = flat_plates * area;
cout << endl << "The heat transfer q is equal to : " << heat_transfer << " W " << endl;
}
cout << endl << "Do you want the program to display the outermost left and right temperatures ?  (y/n) " << endl;
cout << endl << "Answer : " ;
cin >> answer;
if (answer == 'y')
{
cout << endl << "θ1 = " << int_temp - flat_plates*(1 / hi) << " (C)" << endl;
double temp_value = 0;
for ( j = 1; j < layer_num; j++)
{
temp_value = 0;
for (i = 1; i < j+1; i++)
{
temp_value += (1 / hi) + (values[i-1].width/values[i].lamda);
}
temp_value += int_temp - flat_plates*temp_value;
cout << endl << "θ" << j << j + 1 << " = " << temp_value << " (C)" << endl;
}
cout << endl << "θ2 = " << ext_temp + flat_plates*(1 / ho) <<" (C)" << endl;
}
return flat_plates;
}
```

Η συνάρτηση flat_plates δίνει την δυνατότητα στον χρήστη να λύση την άσκηση 1, όπου έχει ως ζητούμενο την πυκνότητα θερμορροής q/A. Τα δεδομένα που ζητά το πρόγραμμα από τον χρήστη είναι το πλήθος στρώσεων, η εσωτερική θερμοκρασία, η εξωτερική θερμοκρασία, ο εσωτερικός συντελεστής μετάδοσης θερμότητας με συναγωγή, ο εξωτερικός συντελεστής μετάδοσης θερμότητας με συναγωγή, το είδος του υλικού και το πάχος του.

Συνάρτηση cylinder_plates()

```
double cylinder_plates(int layer_num)
{
int i = 0, j = 0;
double int_temp, ext_temp, ho, hi, u_inv=0, length, heat_transfer, cylinder_plates;
double *diameter = new double[layer_num];
double *lamda = new double[layer_num-1];
char answer;
int lamda_choice;
do
{
cout << endl << "Enter the internal temperature θi " <<"(C) : ";
cin >> int_temp;
cout << endl << "Enter the external temperature θo " <<"(C) : ";
cin >> ext_temp;
if (int_temp < MIN_TEMP_2 || int_temp > MAX_TEMP_2)
{
```

```
cout << endl << "The internal temperature you entered is out of the available range." << endl << "Please try again." << endl;
}
if (ext_temp < MIN_TEMP_2 || ext_temp > MAX_TEMP_2)
{
cout << endl << "The external temperature you entered is out of the available range." << endl << "Please try again." << endl;
}
} while (int_temp < MIN_TEMP_2 || int_temp > MAX_TEMP_2 || ext_temp < MIN_TEMP_2 || ext_temp > MAX_TEMP_2);
cout << endl << "Enter the internal convective heat transfer coefficient hi (W/m^2*K) : ";
cin >> hi;
cout << endl << "Enter the external convective heat transfer coefficient ho (W/m^2*K) : ";
cin >> ho;
cout << endl << "Starting from the inner layer and moving outwards, enter the following values. " << endl;
while (i <= layer_num)
{
if (i==0)
{
cout << endl << "Enter the internal diameter (cm) : ";
cin >> diameter[i];
diameter[i] = diameter[i] / 100;
}
if (i != 0 && i != layer_num)
{
do
{
cout << endl << "Enter diameter (cm) : ";
cin >> diameter[i];
diameter[i] = diameter[i] / 100;
if (diameter[i] <= diameter[i - 1])
{
cout << endl << "Please rerun the solver keeping in mind that diameters must increase with" << endl << "increasing layer number" << endl;
}
} while (diameter[i] <= diameter[i-1]);
}
if (i == layer_num)
{
do
{
cout << endl << "Enter the external diameter (cm) : ";
cin >> diameter[i];
diameter[i] = diameter[i] / 100;
if (diameter[i] <= diameter[i - 1])
{
cout << endl << "Please rerun the solver keeping in mind that diameters must increase with" << endl << "increasing layer number" << endl;
}
} while (diameter[i] <= diameter[i - 1]);
}
```

```
if (i < layer_num)
{
cout << endl << "Enter material for layer " << i + 1 << endl << endl;
printLamda_2();
cout << endl << "Choice of material : ";
cin >> lamda_choice;
lamda[i] = pickLamda_2(lamda_choice);
}
i += 1;
}
for (i = 1; i <= layer_num; i++)
{
u_inv += 1/( 2 * PI*lamda[i-1])*log(diameter[i]/diameter[i-1]);
}
u_inv += 1 / (PI*diameter[0] * hi) + 1 / (PI*diameter[layer_num] * ho);
cylinder_plates = (int_temp - ext_temp) / u_inv;
cout << endl << "Do you want the program to display the heat transfer ? (y/n) " << endl;
cout << endl << "Answer : " ;
cin >> answer;
if (answer == 'y')
{
cout << endl << "Enter Length (m) : ";
cin >> length;
heat_transfer = cylinder_plates*length;
cout << endl << "The heat transfer q is equal to : " << heat_transfer << " W " << endl;
}
cout << endl << "Do you want the program to display the outermost left and right temperatures ?  (y/n) " << endl;
cout << endl << "Answer : " ;
cin >> answer;
if (answer == 'y')
{
cout << endl << "θ1 = " << int_temp - cylinder_plates / (PI*diameter[0] * hi) << " (C)" << endl;
double temp_value;
for (i = 1; i < layer_num; i++)
{
temp_value = 0;
for (j = 1; j < i+1; j++)
{
temp_value += 1 / (2 * PI*lamda[j - 1] * log(diameter[j] / diameter[j - 1]));
}
temp_value += int_temp - cylinder_plates / (PI*diameter[0] * hi) + temp_value;
cout << endl << "θ" << i << i + 1 << " = " << temp_value << " (C)" << endl;
}
cout << endl << "θ2 = " << ext_temp + cylinder_plates / (PI*diameter[layer_num] * ho) << " (C)" << endl;
}
return cylinder_plates;
}
```

Η συνάρτηση cylinder_plates δίνει την δυνατότητα στον χρήστη να λύση την άσκηση 2, όπου έχει ως ζητούμενο την πυκνότητα θερμορροής q/l. Τα δεδομένα που ζητά το πρόγραμμα από τον χρήστη είναι το πλήθος στρώσεων, η εσωτερική θερμοκρασία, η εξωτερική θερμοκρασία, ο εσωτερικός συντελεστής μετάδοσης θερμότητας με συναγωγή, ο εξωτερικός συντελεστής μετάδοσης θερμότητας με συναγωγή, το είδος του υλικού και η διάμετρος του.

Συνάρτηση spherical_plates()

```
double spherical_plates(int layer_num)
{
int i = 0, j = 0;
double int_temp, ext_temp,ho,hi,u_inv = 0,sperical_plates;
double *diameter = new double[layer_num];
double *lamda = new double[layer_num - 1];
char answer;
int lamda_choice;
do
{
cout << endl << "Enter the internal temperature θi (C) : ";
cin >> int_temp;
cout << endl << "Enter the external temperature θo (C) : ";
cin >> ext_temp;
if (int_temp < MIN_TEMP_2 || int_temp > MAX_TEMP_2)
{
cout << endl << "The internal temperature you entered is out of the available range." << endl << "Please try again." << endl;
}
if (ext_temp < MIN_TEMP_2 || ext_temp > MAX_TEMP_2)
{
cout << endl << "The external temperature you entered is out of the available range." << endl << "Please try again." << endl;
}
} while (int_temp < MIN_TEMP_2 || int_temp > MAX_TEMP_2 || ext_temp < MIN_TEMP_2 || ext_temp > MAX_TEMP_2);
cout << endl << "Enter the internal convective heat transfer coefficient hi (W/m^2*K) : ";
cin >> hi;
cout << endl << "Enter the external convective heat transfer coefficient ho (W/m^2*K) : ";
cin >> ho;
cout << endl << "Starting from the inner layer and moving outwards, enter the following values. " << endl;
while (i <= layer_num)
{
if (i==0)
{
cout << endl << "Enter the internal diameter (cm) : ";
cin >> diameter[i];
diameter[i] = diameter[i] / 100;
}
if (i != 0 && i != layer_num)
{
```

```
do
{
cout << endl << "Enter diameter (cm) : ";
cin >> diameter[i];
diameter[i] = diameter[i] / 100;
if (diameter[i] <= diameter[i - 1])
{
cout << endl << "Please rerun the solver keeping in mind that diameters must increase with"
<< endl << "increasing layer number" << endl;
}
} while (diameter[i] <= diameter[i-1]);
}
if (i == layer_num)
{
do
{
cout << endl << "Enter the external diameter (cm) : ";
cin >> diameter[i];
diameter[i] = diameter[i] / 100;
if (diameter[i] <= diameter[i - 1])
{
cout << endl << "Please rerun the solver keeping in mind that diameters must increase with"
<< endl << "increasing layer number" << endl;
}
} while (diameter[i] <= diameter[i - 1]);
}
if (i < layer_num)
{
cout << endl << "Enter material for layer " << i + 1 << endl << endl;
printLamda_3();
cout << endl << "Choice of material : ";
cin >> lamda_choice;
lamda[i] = pickLamda_3(lamda_choice);
}
i += 1;
}
for (i = 1; i < layer_num; i++)
{
u_inv += (1 / (2 * PI*lamda[i - 1])) + (1 / diameter[i] - 1 / diameter[i - 1]);
}
double test = diameter[0];
u_inv += 1 / (PI*(diameter[0] * diameter[0])*hi) + 1 / (PI*(diameter[layer_num] *
diameter[layer_num])*ho);
sperical_plates = (int_temp - ext_temp) / u_inv;
cout << endl << "Do you want the program to display the outermost left and right temperatures
?  (y/n) " << endl;
cout << endl << "Answer : " ;
cin >> answer;
if (answer == 'y')
{
cout << endl << "θ1 = " << int_temp - sperical_plates / (PI*diameter[0] * hi) << " (C)" << endl;
double temp_value;
```

```
for (i = 1; i < layer_num; i++)
{
temp_value = 0;
for (j = 1; j < i + 1; j++)
{
temp_value += (1 / (2 * PI*lamda[j-1]))*(1/diameter[j] - 1/diameter[j-1]);
}
temp_value += int_temp - sperical_plates / (PI*diameter[0] * diameter[0] * hi);
cout << endl << "θ" << i << i + 1 << " = " << temp_value << " (C)" << endl;
}
cout << endl << "θ2 = " << ext_temp + sperical_plates / (PI*diameter[layer_num] *
diameter[layer_num] * ho) << " (C)" << endl;
}
return sperical_plates;
}
```

Η συνάρτηση spherical_plates δίνει την δυνατότητα στον χρήστη να λύση την άσκηση 3, όπου έχει ως ζητούμενο την θερμική ισχύς q. Τα δεδομένα που ζητά το πρόγραμμα από τον χρήστη είναι το πλήθος στρώσεων, η εσωτερική θερμοκρασία, η εξωτερική θερμοκρασία, ο εσωτερικός συντελεστής μετάδοσης θερμότητας με συναγωγή, ο εξωτερικός συντελεστής μετάδοσης θερμότητας με συναγωγή, το είδος του υλικού και η διάμετρος του.

Συνάρτηση counterflow()

```
double counterflow()
{
double temp_hi, temp_ho, temp_ci, temp_co,mh,mc,_ch,cc,area,u,temp_dif;
double max_temp=1000,min_temp=-1000,counterflow = 0;
int ch;
do
{
cout << endl << "Choose equation" << endl;
cout << endl << "1 : q = U*A*Δθm" << endl;
cout << "2 : qh = mh*ch*(θhi-θho)" << endl;
cout << "3 : qc = mc*cc*(θco-θci)" << endl;
cout << endl << "Choice : " ;
cin >> ch;
if (ch < 1 || ch > 3)
{
cout << endl << "The number you have entered is out of range. " << endl << "Please try again."
<< endl;
}
} while (ch < 1 || ch > 3);
switch (ch)
{
case 1:
cout << endl << "Enter thermal transmittance (W/m^2*K) : ";
cin >> u;
cout << endl << "Enter area (m^2) : ";
cin >> area;
do
```

```
{
do
{
cout << endl << "Enter the internal hot water temperature θhi (C) : ";
cin >> temp_hi;
cout << endl << "Enter the external hot water temperature θho (C) : ";
cin >> temp_ho;
cout << endl << "Enter the internal cold water temperature θci (C) : ";
cin >> temp_ci;
cout << endl << "Enter the external cold water temperature θco (C) : ";
cin >> temp_co;
if (temp_hi < min_temp || temp_hi > max_temp)
{
cout << endl <<"The internal hot water temperature you entered is out out the available range."
<< endl << "Please try again." << endl;
}
if (temp_ho < min_temp || temp_ho > max_temp)
{
cout << endl << "The external hot water temperature you entered is out out the available
range." << endl << "Please try again." << endl;
}
if (temp_ci < min_temp || temp_ci > max_temp)
{
cout << endl << "The internal cold water temperature you entered is out out the available
range." << endl << "Please try again." << endl;
}
if (temp_co < min_temp || temp_co > max_temp)
{
cout << endl << "The external cold water temperature you entered is out out the available
range." << endl << "Please try again." << endl;
}
} while (temp_hi < min_temp || temp_hi > max_temp || temp_ho < min_temp || temp_ho >
max_temp || temp_ci < min_temp || temp_ci > max_temp || temp_co < min_temp || temp_co >
max_temp);
if (temp_hi <= temp_ho)
{
cout << endl << "The internal hot water must have higher temperature than the external hot
water." << endl << "Please try again." << endl;
}
if (temp_ci >= temp_co)
{
cout << endl << "The internal cold water must have lower temperature than the external" <<
endl << "cold water.";
cout << endl << endl << "Please try again." << endl;
}
if (temp_hi <= temp_co)
{
cout << endl << "The internal hot water must have higher temperature than the external" <<
endl << "cold water.";
cout << endl << endl << "Please try again." << endl;
}
} while (temp_hi <= temp_ho || temp_ci >= temp_co || temp_hi <= temp_co);
```

```
70. temp_dif = ((temp_hi - temp_co) - (temp_ho - temp_ci)) / log((temp_hi-temp_co)/(temp_ho-
    temp_ci));
71. counterflow = u*area*temp_dif;
72. break;
73. case 2:
74. cout << endl << "Enter mass flow rate of hot water (kg/sec) : ";
75. cin >> mh;
76. cout << endl << "Enter specific heat capacity of hot water (J/kg*K) : ";
77. cin >> _ch;
78. do
79. {
80. cout << endl << "Enter the internal hot water temperature θhi (C) : ";
81. cin >> temp_hi;
82. cout << endl << "Enter the external hot water temperature θho (C) : ";
83. cin >> temp_ho;
84. if (temp_hi < min_temp || temp_hi > max_temp)
85. {
86. cout << endl << "The internal hot water temperature you entered is out out the available
    range." << endl << "Please try again." << endl;
87. }
88. if (temp_ho < min_temp || temp_ho > max_temp)
89. {
90. cout << endl << "The external hot water temperature you entered is out out the available
    range." << endl << "Please try again." << endl;
91. }
92. if (temp_hi <= temp_ho)
93. {
94. cout << endl << "The internal hot water must have higher temperature than the external hot
    water." << endl << "Please try again." << endl;
95. }
96. } while (temp_hi < min_temp || temp_hi > max_temp || temp_ho < min_temp || temp_ho >
    max_temp || temp_hi <= temp_ho);
97. counterflow = mh*_ch*(temp_hi-temp_ho);
98. break;
99. case 3:
100. cout << endl << "Enter mass flow rate of cold water (kg/sec) : ";
101. cin >> mc;
102. cout << endl << "Enter specific heat capacity of cold water (J/kg*K) : ";
103. cin >> cc;
104. do
105. {
106. cout << endl << "Enter the internal cold water temperature θci (C) : ";
107. cin >> temp_ci;
108. cout << endl << "Enter the external cold water temperature θco (C) : ";
109. cin >> temp_co;
110. if (temp_ci < min_temp || temp_ci > max_temp)
111. {
112. cout << endl << "The internal cold water temperature you entered is out out the available
     range." << endl << "Please try again." << endl;
113. }
114. if (temp_co < min_temp || temp_co > max_temp)
115. {
```

```
116. cout << endl << "The external cold water temperature you entered is out out the available
     range." << endl << "Please try again." << endl;
117. }
118. if (temp_ci >= temp_co)
119. {
120. cout << endl << "The internal cold water must have lower temperature than the external " <<
     endl << "cold water." << endl << "Please try again." << endl;
121. }
122. } while (temp_ci < min_temp || temp_ci > max_temp || temp_co < min_temp || temp_co >
     max_temp || temp_ci >= temp_co);
123. counterflow = mc * cc * (temp_co - temp_ci);
124. break;
125. default:
126. break;
127. }
128. return counterflow;
129. }
```

Η συνάρτηση counterflow() δίνει την δυνατότητα στον χρήστη να λύση την άσκηση 4, όπου έχει ως ζητούμενο την θερμική ισχύ q του εναλλάκτη αντιρροής. Η θερμική ισχύ q μπορεί να βρεθεί με τους εξής τύπους:

1. $q = U \cdot A \cdot \Delta\theta_m$
2. $q = \dot{m}_h C_h (\theta_{hi} - \theta_{ho})$
3. $q = \dot{m}_c C_c (\theta_{co} - \theta_{ci})$

Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει τον τύπο με τον οποίο θέλει να λύση το πρόβλημα ανάλογα με τα δεδομένα που γνωρίζει.

Συνάρτηση parallel()

```
1.  double parallel()
2.  {
3.  double temp_hi, temp_ho, temp_ci, temp_co, mh, mc=0, _ch, cc, area, u, temp_dif;
4.  double max_temp = 1000, min_temp = -1000, parallel = 0;
5.  int ch;
6.  do
7.  {
8.  cout << endl << "Choose equation" << endl;
9.  cout << endl << "1 : q = U*A*Δθm" << endl;
10. cout << "2 : qh = mh*ch*(θhi-θho)" << endl;
11. cout << "3 : qc = mc*cc*(θco-θci)" << endl;
12. cout << endl << "Choice : " ;
13. cin >> ch;
14. if (ch < 1 || ch > 3)
15. {
16. cout << endl << "The number you have entered is out of range.Please try again." << endl;
17. }
18. } while (ch < 1 || ch > 3);
19. switch (ch)
20. {
21. case 1:
```

```
22. cout << endl << "Enter thermal transmittance (W/m^2*K) : ";
23. cin >> u;
24. cout << endl << "Enter area (m^2) : ";
25. cin >> area;
26. do
27. {
28. do
29. {
30. cout << endl << "Enter the internal hot water temperature θhi" << " (C) : ";
31. cin >> temp_hi;
32. cout << endl << "Enter the external hot water temperature θho" << " (C) : ";
33. cin >> temp_ho;
34. cout << endl << "Enter the internal cold water temperature θci" << " (C) : ";
35. cin >> temp_ci;
36. cout << endl << "Enter the external cold water temperature θco" << " (C) : ";
37. cin >> temp_co;
38. if (temp_hi < min_temp || temp_hi > max_temp)
39. {
40. cout << endl <<"The internal hot water temperature you entered is out out the available range."
    << endl << "Please try again." << endl;
41. }
42. if (temp_ho < min_temp || temp_ho > max_temp)
43. {
44. cout << endl << "The external hot water temperature you entered is out out the available
    range." << endl << "Please try again." << endl;
45. }
46. if (temp_ci < min_temp || temp_ci > max_temp)
47. {
48. cout << endl << "The internal cold water temperature you entered is out out the available
    range." << endl << "Please try again." << endl;
49. }
50. if (temp_co < min_temp || temp_co > max_temp)
51. {
52. cout << endl << "The external cold water temperature you entered is out out the available
    range." << endl << "Please try again." << endl;
53. }
54. } while (temp_hi < min_temp || temp_hi > max_temp || temp_ho < min_temp || temp_ho >
    max_temp || temp_ci < min_temp || temp_ci > max_temp || temp_co < min_temp || temp_co >
    max_temp);
55. if (temp_hi <= temp_ho)
56. {
57. cout << endl << "The internal hot water must have higher temperature than the external hot
    water." << endl << "Please try again." << endl;
58. }
59. if (temp_ci >= temp_co)
60. {
61. cout << endl << "The internal cold water must have lower temperature than the external" <<
    endl << "cold water.";
62. cout << endl << endl << "Please try again." << endl;
63. }
64. if (temp_hi <= temp_co)
65. {
```

```
cout << endl << "The internal hot water must have higher temperature than the external" << endl << "cold water.";
cout << endl << endl << "Please try again." << endl;
}
} while (temp_hi <= temp_ho || temp_ci >= temp_co || temp_hi <= temp_co);
temp_dif = ((temp_hi - temp_ci) - (temp_ho - temp_co)) / log((temp_hi - temp_ci) / (temp_ho - temp_co));
parallel = u*area*temp_dif;
break;
case 2:
cout << endl << "Enter mass flow rate of hot water (kg/sec) : ";
cin >> mh;
cout << endl << "Enter specific heat capacity of hot water (J/kg*K) : ";
cin >> _ch;
do
{
cout << endl << "Enter the internal hot water temperature θhi (C) : ";
cin >> temp_hi;
cout << endl << "Enter the external hot water temperature θho (C) : ";
cin >> temp_ho;
if (temp_hi < min_temp || temp_hi > max_temp)
{
cout << endl << "The internal hot water temperature you entered is out out the available range." << endl << "Please try again." << endl;
}
if (temp_ho < min_temp || temp_ho > max_temp)
{
cout << endl << "The external hot water temperature you entered is out out the available range." << endl << "Please try again." << endl;
}
if (temp_hi <= temp_ho)
{
cout << endl << "The internal hot water must have higher temperature than the external hot water." << endl << "Please try again." << endl;
}
} while (temp_hi < min_temp || temp_hi > max_temp || temp_ho < min_temp || temp_ho > max_temp || temp_hi <= temp_ho);
parallel = mh*_ch*(temp_hi - temp_ho);
break;
case 3:
cout << endl << "Enter mass flow rate of hot water (kg/sec) : ";
cin >> mc;
cout << endl << "Enter specific heat capacity of cold water (J/kg*K) : ";
cin >> cc;
do
{
cout << endl << "Enter the internal cold water temperature θci (C) : ";
cin >> temp_ci;
cout << endl << "Enter the external cold water temperature θco (C) : ";
cin >> temp_co;
if (temp_ci < min_temp || temp_ci > max_temp)
{
```

```
cout << endl << "The internal cold water temperature you entered is out out the available range." << endl << "Please try again." << endl;
}
if (temp_co < min_temp || temp_co > max_temp)
{
cout << endl << "The external cold water temperature you entered is out out the available range." << endl << "Please try again." << endl;
}
if (temp_ci >= temp_co)
{
cout << endl << "The internal cold water must have lower temperature than the external" << endl << "cold water.";
cout << endl << endl << "Please try again." << endl;
}
} while (temp_ci < min_temp || temp_ci > max_temp || temp_co < min_temp || temp_co > max_temp || temp_ci >= temp_co);
parallel = mc * cc * (temp_co - temp_ci);
break;
default:
break;
}
return parallel;
}
```

Η συνάρτηση parallel() δίνει την δυνατότητα στον χρήστη να λύση την άσκηση 4, όπου έχει ως ζητούμενο την θερμική ισχύ q του εναλλάκτη ομορροής. Η θερμική ισχύ q μπορεί να βρεθεί με τους εξής τύπους:

1. $q = U \cdot A \cdot \Delta\theta_m$
2. $q = \dot{m}_h C_h (\theta_{hi} - \theta_{ho})$
3. $q = \dot{m}_c C_c (\theta_{co} - \theta_{ci})$

Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει τον τύπο με τον οποίο θέλει να λύση το πρόβλημα ανάλογα με τα δεδομένα που γνωρίζει.

Συνάρτηση printLamda()

```
1.  void printLamda_1()
2.  {
3.  double lamda;
4.  ifstream infile("lamda_1.txt");
5.  string lineStr;
6.  string split[3];
7.  int j = 0;
8.  while (getline(infile, lineStr))
9.  {
10. j=0;
11. istringstream f(lineStr);
12. while (getline(f, split[j], '|')) {
13. j++;
14. }
15. cout << split[0] <<": " << split[1]<< endl;
16. }
17. infile.close();
18. }
```

Η συνάρτηση printLamda() βρίσκει εφαρμογή στις ασκήσεις ένα, δύο και τρία. Αυτό που κάνει είναι να εμφανίζει έναν κατάλογο με τα υλικά που μπορεί να επιλέξει ο χρήστης. Τα υλικά που μπορεί να διαλέξει ο χρήστης διαφέρουν από άσκηση σε άσκηση.

Οι επιλογές του χρήστη στην άσκηση 1 είναι οι εξής:

1. Γυαλί
2. Διάκενο αέρα
3. Υαλοπίνακας
4. Διογκωμένο συνθετικό υλικό
5. Ασβεστοκονίαμα
6. Τσιμεντοκονίαμα
7. Οπλισμένο σκυρόδεμα (C12/5)
8. Οπλισμένο σκυρόδεμα (C16/20)
9. Τούβλα Πλήρη 1200 kg/m3
10. Τούβλα Πλήρη 1400 kg/m3
11. Τούβλα διάτρητα 1200 kg/m3
12. Τούβλα διάτρητα 1400 kg/m3

Οι επιλογές του χρήστη στις ασκήσεις 2 και 3 είναι οι εξής:

1. Χαλκός
2. Χάλυβας
3. Πολυαιθυλένιο υψηλής πυκνότητας
4. Πολυαιθυλένιο μέσης πυκνότητας
5. Πολυαιθυλένιο χαμηλής πυκνότητας
6. Διογκωμένο συνθετικό υλικό

Συνάρτηση pickLamda()

```
1.  double pickLamda_1(int choice)
2.  {
3.  double lamda;
4.  ifstream infile("lamda_1.txt");
5.  string lineStr;
6.  string split[3];
7.  int j = 0;
8.  while (getline(infile, lineStr))
9.  {
10. istringstream f(lineStr);
11. while (getline(f, split[j], '|')) {
12. j++;
13. }
14. if (atof(split[0].c_str()) == choice)
15. {
16. infile.close();
17. return atof(split[2].c_str());
18. }
19. j = 0;
20. }
21. infile.close();
22. return 0;
23. }
```

Η συνάρτηση pickLamda() σαρώνει τον κατάλογο και περνά στην μεταβλητή λάμδα την τιμή του υλικού που επέλεξε ο χρήστης.

Βιβλιογραφία

http://courseware.mech.ntua.gr/ml22034/Presentation_heat_transfer1%20(1).pdf

http://users.uoi.gr/vkalpak/files/Notes_Heat-Transfer_Nikolos.pdf

http://www.eng.auth.gr/~chemtech/foititika/fd/heat_exchangers/ch05_enallaktes_A4.pdf

http://ikaros.teipir.gr/heattransfer/deigma_book_A.pdf

https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%98%CE%B5%CF%81%CE%BC%CF%8C%CF%84%CE%B7%CF%84%CE%B1

https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A0%CF%81%CF%8E%CF%84%CE%BF%CF%82_%CE%B8%CE%B5%CF%81%CE%BC%CE%BF%CE%B4%CF%85%CE%BD%CE%B1%CE%BC%CE%B9%CE%BA%CF%8C%CF%82_%CE%BD%CF%8C%CE%BC%CE%BF%CF%82

https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CE%BA%CF%84%CE%B9%CE%BD%CE%BF%CE%B2%CE%BF%CE%BB%CE%AF%CE%B1

https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A3%CF%85%CE%BD%CE%B1%CE%B3%CF%89%CE%B3%CE%AE_%CE%B8%CE%B5%CF%81%CE%BC%CF%8C%CF%84%CE%B7%CF%84%CE%B1%CF%82

https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%95%CE%BD%CE%B1%CE%BB%CE%BB%CE%AC%CE%BA%CF%84%CE%B7%CF%82_%CE%B8%CE%B5%CF%81%CE%BC%CF%8C%CF%84%CE%B7%CF%84%CE%B1%CF%82

Κτενιαδάκης Μιχάλης, Εκδόσεις Ζήτη, Ιούνιος 2010, Θεσσαλονίκη