

**ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΜΕΣΟΓΕΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΑΙ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**

**ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ
Τμήματα Λογιστικής και Χρηματοοικονομικής
ΔΙΔΡΥΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΚΑΙ ΕΛΕΓΚΤΙΚΗ»**

**Διαχείριση Χρηματοοικονομικού Κινδύνου με Υπολογιστικές
Μεθόδους**

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Λογιστικής και Χρηματοοικονομικής του Ελληνικού
Μεσογειακού Πανεπιστημίου και στο Τμήμα Λογιστικής και Χρηματοοικονομικής του
Πανεπιστημίου Μακεδονίας
ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στη Λογιστική και Ελεγκτική
από τον

Χαράλαμπος Παπαδάκης

Ηράκλειο
Νοέμβριος 2019

Δήλωση Αυθεντικότητας

«Ο μεταπτυχιακός φοιτητής που εκπόνησε την παρούσα διπλωματική εργασία φέρει ολόκληρη την ευθύνη προσδιορισμού της δίκαιης χρήσης του υλικού, η οποία ορίζεται στην βάση των εξής παραγόντων: του σκοπού και χαρακτήρα τη χρήσης (μη-εμπορικός, μη-κερδοσκοπικός, αλλά εκπαιδευτικός-ερευνητικός), της φύσης του υλικού που χρησιμοποιεί (τμήμα του κειμένου, πίνακες, σχήματα, εικόνες κ.λπ.), του ποσοστού και της σημαντικότητας του τμήματος που χρησιμοποιεί σε σχέση με το όλο κείμενο υπό copyright, και των πιθανόν συνεπειών της χρήσης αυτής στην αγορά ή την γενικότερη αξία του υπό copyright κειμένου».

Χαράλαμπος Παπαδάκης

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Copyright © Χαράλαμπος Παπαδάκης, 2019

« Η παρούσα διπλωματική εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την τριμελή εξεταστική επιτροπή η οποία ορίστηκε από την Σ.Ε. του Τμήματος Λογιστικής και Χρηματοοικονομικής του ΕΛ.ΜΕ.ΠΑ., σύμφωνα με το νόμο και τον εγκεκριμένο Οδηγό Σπουδών του ΔΠΜΣ «Λογιστική και Ελεγκτική». Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Φλώρος Χρήστος (Επιβλέπων)
- Αρβανίτης Σταύρος (Μέλος)
- Ταχυνάκης Παναγιώτης (Μέλος)

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από την Σ.Ε. δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα.»

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε το διάστημα μεταξύ Μαρτίου 2019 και Νοεμβρίου 2019 στα πλαίσια του διδρυματικού μεταπτυχιακού προγράμματος στη «Λογιστική και Ελεγκτική» των τμημάτων Λογιστικής και Χρηματοοικονομικής του Ελληνικού Μεσογειακού Πανεπιστημίου και Λογιστικής και Χρηματοοικονομικής του Πανεπιστημίου Μακεδονίας.

Ως την ελάχιστη δυνατή μνεία, με την παρούσα παράγραφο οφείλω να ευχαριστήσω όλους όσους συνέβαλαν στην εκπόνησή της. Ιδιαίτερα τον επιβλέποντα καθηγητή μου, τον Καθηγητή κο. Φλώρο Χρήστο, για την πολύτιμη υποστήριξή του, τις παραγωγικές υποδείξεις του και το πολύ καλό κλίμα συνεργασίας που διαμόρφωσε συμβάλλοντας τα μέγιστα για την κατάρτιση της διπλωματικής μου εργασίας.

Επίσης, εκφράζω τις ευχαριστίες μου στα μέλη της επιτροπής Καθηγητή κο. Αρβανίτη Σταύρο και τον Καθηγητή κο. Ταχυνάκη Παναγιώτη, καθώς και όλους τους υπόλοιπους Καθηγητές του προγράμματος για τις γνώσεις που μου μετέδωσαν κατά τη διάρκεια των μεταπτυχιακών σπουδών μου. Κρίνω απαραίτητο να εκφράσω την εκτίμησή μου στην γραμματέα του μεταπτυχιακού προγράμματος κα. Μαστοράκη Άννα για την άμεση ανταπόκριση που μου παρείχε.

Νιώθω επιπλέον την ανάγκη να ευχαριστήσω θερμά τους φίλους μου για την κατανόηση που επέδειξαν στο δημιουργικό διάστημα της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας. Ιδιαίτέρως, ευχαριστώ τη φίλη μου Ράνια, που με την έμπρακτη υποστήριξή της, τις επισημάνσεις της και τις επίμονες παροτρύνσεις της, με ενθάρρυνε καθημερινά, συμβάλλοντας με το δικό της τρόπο στην ολοκλήρωση της συγγραφής.

Κλείνοντας, ευχαριστώ ειλικρινά, την οικογένειά μου για την ηθική και υλική τους στήριξη και τους ευγνωμονώ που στέκονται δίπλα μου τόσο στις επιτυχίες όσο και στις αποτυχίες, δίνοντάς μου την ελπίδα και τη δύναμη να συνεχίσω να προσπαθώ για το καλύτερο.

Περίληψη

Η μεταβλητότητα των χρηματιστηριακών αγορών είναι ένα πεδίο έρευνας που απασχολεί όλο και πιο έντονα τα τελευταία σαράντα χρόνια τους οικονομολόγους. Μετά την παγκόσμια οικονομική ύφεση του 2008 παρατηρείται μεγαλύτερη ανάγκη για τη μελέτη της μεταβλητότητας, που σκοπό έχει την ακριβέστερη εκτίμηση προβλέψεων.

Αρχικά, παρουσιάζονται γενικές πληροφορίες για την παγκόσμια οικονομική κρίση του 2008, όπως το πως ξεκίνησε και πως μέσω της «κατάρρευσης» των Αμερικανικών τραπεζών γρήγορα επεκτάθηκε στην Ευρώπη και σε όλο τον κόσμο. Επιπρόσθετα, πραγματοποιείται μια θεωρητική ανάλυση του φαινομένου του Ιανουαρίου.

Στη συνέχεια, ορίστηκε η μεταβλητότητα και γίνεται θεωρητική ανάλυση των ιδιοτήτων της. Για την μελέτη της μεταβλητότητας έγινε συλλογή των ημερήσιων τιμών ανοίγματος, κλεισίματος, χαμηλού και υψηλού των χρηματιστηρίων που μελετώνται. Επίσης, υπολογίστηκαν οι ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις: $R_t = \ln(P_t / P_{t-1})$, όπου P_t είναι η ημερήσια τιμή τη χρονική στιγμή t . Διάφορες οικονομετρικές μέθοδοι χρησιμοποιήθηκαν, όπως το απλό μοντέλο GARCH, το EGARCH και το TGARCH.

Στόχος της εργασίας είναι να δείξει με ένα απλό, αποτελεσματικό και γενικό τρόπο την ενσωμάτωση του εύρους (range) σε ένα πρότυπο μοντέλο μεταβλητότητας GARCH. Δηλαδή, τροποποιήσαμε και δημιουργήσαμε ένα Range GARCH(1,1) μοντέλο. Οι εμπειρικές δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν σε πέντε χρηματιστηριακούς δείκτες έδειξαν ότι τα RGARCH μοντέλα έχουν καλύτερη απόδοση από τα πρότυπα μοντέλα GARCH.

Ειδικότερα, χρησιμοποιήθηκαν τα μοντέλα μεταβλητότητας Range (V_S), Parkinson (V_P), Rogers-Satchell (V_{RS}) και Garman-Klass (V_{GK}). Παρουσιάσαμε τη μέθοδο τροποποιώντας τα μοντέλα GARCH(1,1), EGARCH(1,1), και TGARCH(1,1) σε range-GARCH(1,1), range-EGARCH(1,1), range-TGARCH(1,1) μοντέλα. Το αποτέλεσμα της ανάλυσης που βασίζεται στα δεδομένα των χρηματιστηριακών αγορών δείχνει ότι το μοντέλο Range GARCH έχει πολύ καλύτερη απόδοση από το απλό GARCH.

Λέξεις Κλειδιά: μεταβλητότητα, υπό συνθήκη διακύμανση, GARCH, εύρος, απόδοση, τιμή ανοίγματος, τιμή κλεισίματος, υψηλή τιμή, χαμηλή τιμή

Abstract

The volatility of stock markets is a research field that has been the focus of most financial economics for the last forty years. Following the 2008 global economic downturn, there is a greater need for volatility estimation in order to make forecasts more accurate.

Initially, some general information is presented about the global financial crisis of 2008, such how the collapse of US banks rapidly expanded in Europe and around the world. In addition, a theoretical and an empirical analysis of January phenomenon is being carried out.

Volatility models and their properties were also defined. Particularly, for the volatility study was collected the daily open, close, low, and high prices of the stock exchanges. Daily returns are computed as logarithmic price relatives: $R_t = \ln(P_t / P_{t-1})$, where P_t is the daily price at time t . Various econometric methods are employed, including the simple GARCH model, as well as exponential GARCH, and threshold GARCH.

The goal of this thesis was to show a simple, effective and general way to incorporate range (the difference between the highest and the lowest price of the day) into the standard GARCH volatility models. We illustrated our idea on the GARCH(1,1) model, which we modify and create a Range GARCH(1,1) model. Empirical tests performed on 5 stock markets, and simulated data show that the RGARCH model outperforms the standard GARCH model.

Especially, we used as proxy volatility models the Range (V_S), Parkinson (V_P), Rogers-Satchell (V_{RS}), and Garman-Klass (V_{GK}). We illustrate the method by modifying GARCH(1,1), exponential GARCH(1,1), and threshold GARCH(1,1) model to a range-GARCH(1,1), range-exponential GARCH(1,1), and range-threshold GARCH(1,1) models. Our empirical analysis conducted on stock indexes data shows that the Range GARCH model performs significantly better than the standard GARCH.

Key words: volatility modeling, conditional variance, GARCH, range, return, open price, close price, high price, low price,

Η παρούσα εργασία αφιερώνεται στους γονείς μου,

Μαρία και Γιάννη, που με στήριζαν καθ' όλη

την διάρκεια των σπουδών μου.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1 : Εισαγωγή	1
1.1 Αντικείμενο Εργασίας.....	1
1.2 Σκοπός Εργασίας	2
1.3 Συνοπτική περιγραφή της εργασίας.....	3
Κεφάλαιο 2 : Ανασκόπηση βιβλιογραφίας	4
Κεφάλαιο 3 : Χρηματοοικονομική κρίση του 2008	7
Κεφάλαιο 4 : Το Φαινόμενο του Ιανουαρίου	14
Κεφάλαιο 5 : Βασικές στοχαστικές διαδικασίες	16
5.1 Στοχαστική διαδικασία.....	16
5.2 Στασιμότητα.....	16
5.3 Ανεξάρτητες και ισόνομες τυχαίες μεταβλητές	17
5.4 Λευκός θόρυβος	17
5.5 Τυχαίος περίπατος	18
5.6 Χρονολογικές σειρές	19
5.6.1 Χρονική τάση	20
5.7 Ολοκληρωμένη χρονική σειρά	22
5.8 Μεταβλητότητα.....	23
5.8.1 Ιδιότητες της Μεταβλητότητας.....	24
5.9 Βασικές κατηγορίες στοχαστικών υποδειγμάτων.....	26
5.9.1 Αυτοπαλινδρομούμενο μοντέλο, AR.....	26
5.9.2 Μοντέλο Κινητών Μέσων, MA.....	27
5.9.3 Αυτοπαλινδρομούμενο μοντέλο κινητών μέσων, ARMA	28
5.9.4 Μοντέλο ARIMA	28
Κεφάλαιο 6 : Ανάλυση υποδειγμάτων GARCH	29
6.1 Ιστορική αναδρομή ARCH, GARCH.....	29
6.2 Μοντέλα ARCH, GARCH	30
6.3 Διατύπωση μοντέλων.....	32
6.3.1 Ορισμός Return.....	32
6.3.2 Μοντέλο ARCH.....	33
6.3.3 Μοντέλο GARCH	37
6.3.4 Μοντέλο GARCH-in-Mean	38
6.3.5 Πλεονεκτήματα-Μειονεκτήματα μοντέλων ARCH.....	39
6.3.6 Μοντέλο EGARCH.....	39
6.3.7 Μοντέλο TGARCH.....	40

<i>Κεφάλαιο 7 : Range-based GARCH μοντέλα</i>	41
7.1 Range GARCH (RGARCH) μοντέλο	43
<i>Κεφάλαιο 8 : Μεθοδολογία</i>	46
<i>Κεφάλαιο 9 : Αποτελέσματα</i>	48
9.1 Υπολογισμός μεταβλητότητας	48
9.2 Εκτίμηση υποδειγμάτων GARCH	64
9.3 Φαινόμενο Ιανουαρίου με υπόδειγμα TGARCH	90
<i>Κεφάλαιο 10 : Συμπεράσματα</i>	92
<i>Βιβλιογραφία</i>	95

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Αντικείμενο Εργασίας

Η χρηματοοικονομική ανάλυση ως εργαλείο διεξαγωγής βασικής Μικροοικονομικής και Μακροοικονομικής έρευνας μας δίνει τη δυνατότητα σε πολλές περιπτώσεις να εξάγουμε χρήσιμα συμπεράσματα και μέσα από αυτά να οδηγηθούμε λήψη επιχειρηματικών και επενδυτικών αποφάσεων. Βέβαια, η χρηματοοικονομική ανάλυση απαιτεί συγκροτημένη και αναλυτική δουλειά προκειμένου τα συμπεράσματα που θα εξαχθούν να απορρέουν από τον ορθό συνδυασμό χρηματοοικονομικών δεδομένων και συνεπώς να αντανακλούν όσο το δυνατόν περισσότερο την πραγματική κατάσταση. Στο χώρο της χρηματοοικονομικής σημαντική θέση και αντικείμενο πολλών ερευνών καθίσταται η μελέτη των αποδόσεων και μετοχών και των γενικών δεικτών των χρηματιστηρίων πολλών χωρών με στόχο την προσέγγιση και την εξεύρεση μεθόδων που θα οδηγήσουν σε κερδοφόρες επενδύσεις. Η μεταβλητότητα των αποδόσεων στις χρηματοπιστωτικές αγορές μπορεί να είναι ένα σημαντικό εμπόδιο για την προσέλευση επενδύσεων.

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως αντικείμενο την ανάλυση της διακύμανσης των ημερήσιων τιμών των χρηματιστηρίων NASDAQ, NIKKEY 225, DAX, CAC 40 και DOW JONES, με τη χρήση χρονοσειρών, και την εξέταση του φαινομένου του Ιανουαρίου. Μας ενδιαφέρει να καταγράψουμε τη μεταβλητότητα των χρηματιστηριακών δεικτών και να διαπιστώσουμε ποια χρονοσειρά αποτυπώνει καλύτερα τη μεταβλητότητα σε κάθε χρηματιστήριο, καθώς και διαπιστώσουμε αν παρατηρείται το φαινόμενο του Ιανουαρίου σε κάποιο από τους χρηματιστηριακούς δείκτες.

Αρχικά, γίνεται μια παρουσίαση της βιβλιογραφικής ανασκόπησης με σκοπό την καταγραφή της υπάρχουσας βιβλιογραφίας γύρω από τη δημιουργία μοντέλων για ανάλυση της μεταβλητότητας.

Επίσης, γίνεται παρουσίαση της παγκόσμιας οικονομικής κρίσης του 2008, που είναι η σημαντικότερη για την περίοδο που μελετάμε, τους λόγους που οδηγήθηκαν σε

αυτήν και το αντίκτυπο που είχε στους χρηματιστηριακούς δείκτες διεθνώς. Επιπλέον, γίνεται αναφορά στο φαινόμενο της εποχικότητας (Ιανουαρίου).

Ακόμη, παρουσιάζεται μια θεωρητική ανάλυση των βασικότερων εννοιών και χαρακτηριστικών των χρονοσειρών και των διάφορων μοντέλων που θα χρησιμοποιηθούν στην εργασία.

Το εμπειρικό κομμάτι της εργασίας περιλαμβάνει τη στατιστική ανάλυση, με τη βοήθεια του προγράμματος R, των ημερήσιων τιμών ανοίγματος, κλεισίματος, υψηλού και χαμηλού των χρηματιστηρίων καθώς και της μεταβλητότητας με τη βοήθεια διάφορων οικονομετρικών μοντέλων GARCH.

Τέλος, παρατίθενται τα συμπεράσματα της ανάλυσης που έγινε.

1.2 Σκοπός Εργασίας

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η εφαρμογή υποδειγμάτων από την υπάρχουσα βιβλιογραφία και η επιλογή του καταλληλότερου για κάθε χρηματιστήριο που μελετάμε, προκειμένου να καταγραφεί η μεταβλητότητα που παρουσιάζει κάθε χρηματιστήριο με τον βέλτιστο τρόπο.

Πιο συγκεκριμένα, προηγήθηκε η προετοιμασία των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν. Δηλαδή, οι τιμές ανοίγματος, κλεισίματος, υψηλού και χαμηλού των χρηματιστηρίων NASDAQ, NIKKEY 225, DAX, CAC 40 και DOW JONES για την περίοδο 03/01/2000 έως 19/06/2019 και η στατιστική τους ανάλυση. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται δύο διαγράμματα για την τιμή κλεισίματος και για την απόδοση (return) για κάθε χρηματιστηριακό δείκτη. Ακολούθως, γίνεται η εκτίμηση των μοντέλων GARCH που χρησιμοποιούνται και η επιλογή του καταλληλότερου μοντέλου για κάθε χρηματιστήριο με τη βοήθεια του κριτηρίου καταλληλότητας AIC.

Ο σκοπός της εφαρμογής των μοντέλων GARCH είναι η ανάδειξη του μοντέλου το οποίο αποτυπώνει καλύτερα τη μεταβλητότητα σε κάθε χρηματιστήριο και η χρησιμοποίησή του για την εξέταση του φαινομένου του Ιανουαρίου.

1.3 Συνοπτική περιγραφή της εργασίας

Η παρούσα εργασία αποτελείται από 9 κεφάλαια τα οποία περιλαμβάνουν θεωρητική και εμπειρική ανάλυση. Συνολικά η εργασία παρουσιάζει τη διαδικασία μοντελοποίησης της μεταβλητότητας των πέντε χρηματιστηρίων που μελετώνται, με τη χρήση μοντέλων GARCH.

Πιο αναλυτικά, στο **πρώτο κεφάλαιο** γίνεται μια σύντομη παρουσίαση του αντικειμένου της εργασίας, του σκοπού αυτής και η παρούσα συνοπτική περιγραφή της εργασίας.

Το **δεύτερο κεφάλαιο** είναι η ανασκόπηση βιβλιογραφίας της εργασίας, όπου εστιάζει στην υπάρχουσα βιβλιογραφία για την δημιουργία των μοντέλων GARCH και των μοντέλων μεταβλητότητας που θα χρησιμοποιηθούν.

Στο **τρίτο κεφάλαιο** ακολουθεί μια συνοπτική περιγραφή της παγκόσμιας οικονομικής κρίσης του 2008.

Στο **τέταρτο κεφάλαιο** γίνεται λόγος για το φαινόμενο του Ιανουαρίου.

Το **πέμπτο κεφάλαιο** περιέχει την παρουσίαση κάποιων βασικών στοχαστικών διαδικασιών, όπως η στασιμότητα, ο λευκός θόρυβος κ.α. Επίσης, γίνεται αναφορά στη μεταβλητότητα και τις ιδιότητές της. Τέλος, παρουσιάζονται τα βασικά στοχαστικά υποδείγματα AR, MA, ARMA και ARIMA.

Στη συνέχεια, στο **έκτο κεφάλαιο** γίνεται μια ιστορική αναδρομή για τα μοντέλα ARCH και GARCH και η ανάλυση αυτών. Πιο συγκεκριμένα, θα δοθεί ο ορισμός της απόδοσης (return), θα παρουσιαστούν τα μοντέλα ARCH, GARCH, GARCH-in-Mean, EGARCH και TGARCH.

Ακολουθεί το **έβδομο κεφάλαιο** όπου αναλύεται το μοντέλο Range GARCH (RGARCH), δηλαδή το μοντέλο GARCH που βασίζεται στο εύρος (range) και όχι στην απόδοση (return) των τιμών ενός χρηματιστηρίου. Επίσης, παρουσιάζονται και οι εκτιμητές μεταβλητότητας των Parkinson, Garman-Klass και Rogers-Satchell.

Το **όγδοο κεφάλαιο** είναι αφιερωμένο στη μεθοδολογία που ακολουθείται για να καταλήξουμε στο **ένατο κεφάλαιο** που παρουσιάζονται τα αποτελέσματα.

Τέλος, η εργασία ολοκληρώνεται με το **δέκατο κεφάλαιο** και τα συμπεράσματα στα οποία οδηγηθήκαμε.

Κεφάλαιο 2: Ανασκόπηση βιβλιογραφίας

Η μεταβλητότητα της χρηματιστηριακής αγοράς αποτελεί ένα ιδιαίτερα δημοφιλές πεδίο έρευνας παγκοσμίως και στην πραγματικότητα έχουν πραγματοποιηθεί διάφορες εμπειρικές μελέτες που προσπαθούν να προσδιορίσουν τα κατάλληλα μοντέλα για την καταγραφή της μεταβλητότητας. Η μεταβλητότητα είναι μη παρατηρήσιμη στις χρηματοπιστωτικές αγορές και μετράται με την τυπική απόκλιση ή τη διακύμανση των αποδόσεων (returns), οι οποίες μπορούν να θεωρηθούν ως μέτρο κινδύνου για τα χρηματοοικονομικά στοιχεία. Τα πρώιμα μοντέλα οικονομικών χρονοσειρών υποθέτουν ότι η υπό όρους διακύμανση των αποδόσεων των στοιχείων του ενεργητικού παραμένει σταθερή με την πάροδο του χρόνου. Ωστόσο, εμπειρικά στοιχεία αποδεικνύουν ότι παραβιάζεται η παραπάνω υπόθεση (Enders 2004, Kim και Kon 1994, Hangerman 1978, Fama 1965).

Το 1963 ο Mandelbort, παρουσίασε και έλεγξε ένα νέο μοντέλο για τη συμπεριφορά των τιμών των μετοχών. Χρησιμοποίησε τους φυσικούς λογάριθμους των τιμών και επιπλέον αντικατέστησε την Gaussian κατανομή με μια πιο γενικευμένη και σταθερή την Paretian. Πιο συγκεκριμένα ο Mandelbort επεσήμανε τα χρονικά μεταβαλλόμενα χαρακτηριστικά στις αποδόσεις των χρηματιστηριακών δεδομένων, όπως είναι η ομαδοποίηση των αποδόσεων σε περιόδους χαμηλής και υψηλής μεταβλητότητας (volatility clustering), η χρονικά μεταβαλλόμενη (time varying volatility) και οι λεπτόκυρτες κατανομές που τις χαρακτηρίζουν.

Ορόσημο στην εμπειρική ανάλυση των τιμών της αγοράς αξιόγραφων, αποτελεί το έτος 1965. Πράγματι, ο Eugene Fama εκείνη τη χρονιά καθόρισε επισήμως τον όρο «αποτελεσματική αγορά», ενώ ταυτόχρονα κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι τιμές των μετοχών της αγοράς ακολουθούν το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου (Random Walk model).

Οι Glosten, Jaganathan και Runkle (1993) και Nelson (1991) υποστηρίζουν ότι κατά τη διάρκεια μιας δεδομένης χρονικής περιόδου δεν υπάρχει μια ξεκάθαρη σχέση μεταξύ των αποδόσεων και της μεταβλητότητας και μπορεί είτε να είναι θετική είτε αρνητική. Έχουν διεξαχθεί πολυάριθμες εμπειρικές μελέτες για τη διερεύνηση της σχέσης μεταξύ απόδοσης της χρηματιστηριακής αγοράς και μεταβλητότητας. Τα ευρήματα των πρώιμων μελετών είναι μικτά (Pindyck 1984, Porteba και Summers 1986).

Όπως τόνισαν οι Bollerslev, Chou και Kroner (1992), τα συμπεράσματα από πρώιμες μελέτες μπορεί να μην είναι αξιόπιστα, διότι, η μοντελοποίηση της διακύμανσης σε αυτές τις μελέτες δεν κάνει αποτελεσματική τη χρήση των δεδομένων.

Το υπόδειγμα αυτοπαλινδρομούμενης υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητας (ARCH) διατυπώθηκε από τον Engle (1982), ο οποίος πρότεινε ότι η διακύμανση του διαταρακτικού όρου έχει ένα τύπο ετεροσκεδαστικότητας η οποία εξαρτάται από προηγούμενες τιμές του.

Ο Bollerslev (1986) εξέλιξε την ιδέα του Engle προτείνοντας το γενικευμένο (generalized) ARCH υπόδειγμα (GARCH). Η διαφορά αυτών των δύο είναι ότι το μοντέλο GARCH περιλαμβάνει τις χρονικές υστερήσεις της σειράς υπό συνθήκη διακύμανσης (lagged conditional variance terms) σαν αυτοπαλινδρομούμενους όρους. Επίσης, το μοντέλο GARCH αναπτύχθηκε περαιτέρω με πολλές διαφορετικές προδιαγραφές όπως το εκθετικό (Exponential) GARCH, (Nelson, 1991), το Threshold GARCH (Closten Jaganathan και Runkle, 1993) και το GARCH-in-Mean (Engle και Bollerslev, 1986).

Το μοντέλο GARCH και οι διάφορες παραλλαγές και τροποποιήσεις του δέχονται έντονη κριτική για την προβλεπτική τους ικανότητα. Ο λόγος γι' αυτό είναι ότι οι τετραγωνικές αποδόσεις, όπως και οι απόλυτες αποδόσεις είναι μέτρα μεταβλητότητας που έχουν αρκετό θόρυβο. Αυτό το γεγονός ενισχύεται ιδιαίτερα όταν χρησιμοποιούνται για την ανάλυση ημερήσιων δεδομένων. Για να απαντήσουν, λοιπόν, στις κριτικές αυτές οι Andersen και Bollerslev, (1997), πραγματοποίησαν προσαρμογές διαμερίζοντας περαιτέρω την κάθε ημέρα σε περισσότερες χρονικές περιόδους αλλά και χρησιμοποιώντας και συνεχή χρόνο υποθέτοντας ότι οι αποδόσεις ακολουθούν τυπική Wiener process, έτσι ώστε να μπορέσει το GARCH και οι παραλλαγές του να χρησιμοποιήσουν υψίσυχνα δεδομένα μειώνοντας τις συνέπειες του θορύβου. Τα δεδομένα που χρησιμοποίησαν είναι ημερήσιες τιμές των ισοτιμιών μάρκου-δολαρίου και γιεν-δολαρίου από 01/10/1987 έως 30/09/1993. Τελικά, καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η κατά περιπτώσεις περιορισμένη απόδοση του GARCH οφείλεται στην εσφαλμένη επιλογή των εκάστοτε προδιαγραφών του και ότι με σωστή επιλογή των παραμέτρων του μπορεί να κάνει καλές προβλέψεις για τη μελλοντική μεταβλητότητα.

Το μοντέλο GARCH είναι βασισμένο στην απόδοση (return), δηλαδή, κατασκευάζεται με τα δεδομένα κλεισίματος των χρηματιστηρίων. Παρόλο που είναι

χρήσιμο εργαλείο για τη μέτρηση της διακύμανσης σε χρονοσειρές, μπορεί να παραμελήσει σημαντικές πληροφορίες για την κίνηση των τιμών μέσα σε μια ημέρα. Για το λόγο αυτό δημιουργήθηκε το μοντέλο GARCH που βασίζεται στο ημερήσιο εύρος (range) τιμών. Έτσι οι Parkinson (1980), Garman και Klass (1980) και Rogers και Satchell (1991), πρότειναν τρία διαφορετικά μοντέλα εκτίμησης της μεταβλητότητας αντίστοιχα.

Κεφάλαιο 3: Χρηματοοικονομική κρίση του 2008

Μια χρηματιστηριακή αγορά αποτελεί τον καθρέπτη μιας οικονομίας. Ανάλογα λοιπόν με την ανοδική ή καθοδική πορεία μιας οικονομίας υπάρχει και ανοδική ή καθοδική τάση αντίστοιχα στους χρηματοοικονομικούς δείκτες. Ακολούθως, θα δούμε λίγα πράγματα για την κρίση του 2008 και το πως επηρεάστηκαν οι Χρηματοοικονομικοί Δείκτες.

Η παγκόσμια οικονομική ύφεση του 2008 είναι το αποτέλεσμα που προκλήθηκε από τη διεθνή χρηματοπιστωτική κρίση του 2007 σε τομείς της πραγματικής οικονομίας της διεθνούς κοινότητας.

Το φαινόμενο της «παγκοσμιοποίησης», το άνοιγμα των αγορών εκτός του ότι προσέφερε γόνιμο έδαφος στην ροή κεφαλαίων μεταξύ των χωρών, είχε σαν αποτέλεσμα και τη δημιουργία των ίδιων «ιδανικών συνθηκών» για αλυσιδωτές αντιδράσεις από τη Φούσκα των ΗΠΑ το 2008.

Το ξέσπασμα της Μεγάλης αυτής Κρίσης έγινε 78 χρόνια μετά το Κραχ του 1929 στις ΗΠΑ και είχε συνέπειες όχι μόνο στην αμερικανική ήπειρο, αλλά και διεθνώς. Οι αιτίες ήταν πολλές με κυριότερη την προβληματική αγορά στεγαστικών δανείων χαμηλής εξασφάλισης και την αλόγιστη χρήση δομημένων επενδυτικών προϊόντων τα όποια ήταν αλληλένδετα με τη δυνατότητα αποπληρωμής των δανείων από τα οποία προέρχονταν. Σε συνδυασμό με την επιθυμία των τραπεζών να απομακρύνουν τον πιστωτικό τους κίνδυνο και τον κίνδυνο των επιτοκίων οδήγησαν σε μία πρωτοφανής κρίση στο τραπεζικό και στον κτηματομεσιτικό τομέα.

Η αύξηση της ποσότητας του χρήματος που εμφανίστηκε στις ΗΠΑ προκλήθηκε από την κεντρική τράπεζα των ΗΠΑ, η οποία, ακολούθησε πολιτική μηδενικών σχεδόν επιτοκίων. Το επιτόκιο που προσέφερε η κεντρική τράπεζα κυμαινόταν κατά τη διάρκεια των πρώτων χρόνων της δεκαετίας του 2000 ανάμεσα στο 0 και το 1%. Με όλο αυτό το φθινό χρήμα στην αγορά συνέβη το αναμενόμενο, δημιουργήθηκε μια φούσκα. Οι τράπεζες έδιναν αλόγιστα στεγαστικά δάνεια και το μεγαλύτερο μέρος του πληθυσμού είχε αγοράσει δικό του σπίτι. Ακόμα και ένας άνεργος είχε τη δυνατότητα να του χορηγηθεί στεγαστικό δάνειο και αν και δεν είχε πάντα τη δυνατότητα να το αποπληρώσει, οι τιμές όμως είχαν ανοδική συμπεριφορά και μέσα σε λίγους μήνες ξαναπουλούσε το ακίνητο αποκομίζοντας και κέρδος. Ολόκληρο το έθνος είχε επιδοθεί

σε επενδύσεις στην αγορά ακινήτων Στις ΗΠΑ το καθεστώς για τη χορήγηση του στεγαστικού δανείου είχε ως εξής: Ο μεσίτης έφερνε σε επαφή πωλητή και αγοραστή, διεκπεραίωνε τη μεταβίβαση του ακινήτου, αναλαμβάνοντας το συμβολαιογραφικό και νομικό κομμάτι και μεσολαβούσε στην τράπεζα για τη χορήγηση του δανείου. Το κίνητρό του για την αποπληρωμή του αντίθετα ήταν ανύπαρκτο. Αυτή η κατάσταση είχε σαν αποτέλεσμα να χορηγηθεί μεγάλος αριθμός επισφαλών στεγαστικών δανείων. Τα δάνεια, τα οποία ο δανειζόμενος κατά πάσα πιθανότητα δεν θα έχει χρήματα για να εξυπηρετήσει ονομάζονται subprime. Για μια μικρή χρονική περίοδο το σύστημα δούλεψε. Τα ακίνητα άλλαζαν χέρια με μεγάλη ταχύτητα, σε όλο και μεγαλύτερες τιμές και όλοι αποκόμιζαν κέρδη. Οι τράπεζες, οι οποίες πρώτες από όλους συνειδητοποίησαν ότι αυτή η κατάσταση δεν θα συνεχιζόταν επ' άπειρο, προσπάθησαν να ξεφορτωθούν αυτές τις επισφάλειες, τιλοποιώντας τις απαιτήσεις τους και πουλώντας τις σε τρίτους. Οι τράπεζες που είχαν χορηγήσει επισφαλή στεγαστικά, τα συγκέντρωναν κάτω από την ομπρέλα ενός τίτλου, τον οποίο πουλούσαν σε τρίτους. Ξεκαθάριζαν ότι πρόκειται για προϊόντα υψηλής απόδοσης, αλλά και υψηλού ρίσκου. Τα προϊόντα αυτά ονομάστηκαν Collateralized Debt Obligations (CDOs). Και μπορεί οι ονομαστικές αποδόσεις να ήταν υψηλές, όμως οι επενδυτές δεν είχαν φανταστεί σε πόσο σαθρές βάσεις θεμελιώναν τα μελλοντικά τους εισοδήματα. Τα CDOs ήταν στην πραγματικότητα «σκουπίδια», τα οποία διοχετεύτηκαν στην αγορά, σε επενδυτικές τράπεζες, ασφαλιστικά ταμεία, τράπεζες του εξωτερικού. Και ήταν πολλά. Τα χρεόγραφα που βασιζόταν σε ενυπόθηκα στεγαστικά δάνεια ανερχόταν το 2007 σε 7,3 τρισεκατομμύρια δολάρια. \$7.300.000.000.000. Το 1/3 από αυτά βασιζόταν σε subprime δάνεια, δηλαδή πάνω από δύο τρις δολάρια. Όταν προωθήθηκαν στην αγορά αυτά τα επενδυτικά προϊόντα αξιολογήθηκαν από οίκους αξιολόγησης και έλαβαν καλές αξιολογήσεις. Ξαφνικά κανένας δεν ήθελε πλέον να αγοράσει CDOs και η αγορά τους κατέρρευσε.

Ήδη από το Α' εξάμηνο του 2007 στους οικονομικούς κύκλους της Αμερικής γινόταν λόγος για μία επερχόμενη Κρίση. Οι αναλυτές έβλεπαν την αγορά ακινήτων να έχει υποστεί κορεσμό, κάτι που όπως έχει δείξει η ιστορία αποτελούσε συνήθως «προπομπός κρίσεων» Στην άλλη μεριά του Ατλαντικού, στην Ευρώπη, το δολάριο υποχωρούσε έναντι του ευρώ και αυτό είχε σαν αποτέλεσμα οι επιχειρήσεις να μετακινούνται προς τις ΗΠΑ, αυξάνοντας δραματικά την ανεργία στην γηραιά ήπειρο και πλήττοντας ταυτόχρονα και τις εξαγωγές. Η Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα προέβη

αρκετές φορές σε αύξηση του ευρωεπιτοκίου προκειμένου να μειωθεί ο πληθωρισμός στα ευρωπαϊκά κράτη-μέλη και παράλληλα έδινε εντολές στα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα να χορηγούν δάνεια κάνοντας καλύτερο έλεγχο και αναλαμβάνοντας λιγότερο κίνδυνο. Το καλοκαίρι του 2007 δημιουργήθηκε το φαινόμενο “flight to quality” όπου επενδυτές των ABCPs έχασαν την εμπιστοσύνη τους για τα συγκεκριμένα χρεόγραφα. Ταυτόχρονα, οι Τράπεζες με προγράμματα SVIs και conduits έπρεπε να ανταποκριθούν στις υποχρεώσεις τους απέναντι στις εγγυήσεις ρευστοποίησης με αποτέλεσμα η πραγματική έκθεση στον κίνδυνο να είναι τόσο μεγάλη που αποτέλεσε το λόγο για την αύξηση των διατραπεζικών επιτοκίων. Το φαινόμενο αυτό απεκλήθη “disaster myopia”. Στο τέλος του καλοκαιριού του ίδιου έτους ένα μεγάλο μέρος του πληθυσμού των ΗΠΑ δε μπορούσε να ανταποκριθεί στις υποχρεώσεις τους για τα δάνεια sup-primes. Στον επερχόμενο πανικό, πολλοί ήταν αυτοί που έκαναν μαζικές αναλήψεις με αποτέλεσμα ούτε οι Τράπεζες να μπορούν να ανταποκριθούν στις υποχρεώσεις τους και αυτό έθιξε την αποπληρωμή των τοκομεριδίων και αξιών των ομολόγων CDOs στα οποία είχαν επενδύσει πολλές ευρωπαϊκές τράπεζες. Αυτό, σαν αλυσιδωτή αντίδραση, προκάλεσε την αύξηση του διατραπεζικού δανεισμού λόγω του ότι τα προαναφερθέντα ομόλογα που κατείχαν δεν είχαν αντίκρισμα. Στα τέλη του 2007, οι Κεντρικές Τράπεζες προέβησαν σε «ενέσεις ρευστότητας» με στόχο τη σταθεροποίηση των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων.

Οι ρυθμοί ανάπτυξης σε παγκόσμια κλίμακα άρχισαν να μειώνονται μετά το ξέσπασμα της κρίσης με αποτέλεσμα από το 5,2 % που ήταν περίπου το 2007 να φτάσουν στο -1,1 % το 2009, και πιο συγκεκριμένα, για την Ευρωπαϊκή Ένωση το 2007 ενώ ήταν στο 3,1 %, το 2008 μειώθηκαν στο 1 % και το 2009 κατέληξαν στο -4,2 %. Σημαντικοί λοιπόν κλάδοι της οικονομίας επλήγησαν όπως ο ασφαλιστικός, ο κτηματομεσιτικός, οι αυτοκινητοβιομηχανίες, το εμπόριο, ο τραπεζικός και άλλοι. Συνεπώς, υπήρξε αντίκτυπο με άμεσα αποτελέσματα στα οικονομικά μεγέθη των οικονομιών, όπως η αύξηση της ανεργίας, νέες πληθωριστικές πιέσεις, υποτίμηση νομισμάτων και μείωση του ΑΕΠ παγκοσμίως.

Οι εξελίξεις που ακολουθούν είναι καταγιστικές:

- Τον Μάρτιο του 2008 η Αμερικανική Κεντρική Τράπεζα χορήγησε δάνειο αξίας 85 δις στην Ασφαλιστική Εταιρεία AIG καθώς ήταν στα πρόθυρα της κατάρρευσης

- Τον ίδιο μήνα πραγματοποιήθηκε η πώληση της Bear Stearns στην JPMorgan σε εξευτελιστική τιμή αφού η πρώτη δε μπορούσε να ανταποκριθεί στις υποχρεώσεις της.
- Λίγο αργότερα καταρρέει η Lehman Brother's και η Merrill Lynch εξαγοράζεται από την Bank of America για να μην παρασυρθεί από τη επερχόμενη δίνη. Εξαγοράζονται επίσης οι FreddieMac και FannieMae. Δεν είχε την ίδια τύχη και η Washington Mutual η οποία έκλεισε.
- Ο Πρόεδρος των ΗΠΑ, Τζορτζ Μπους πρότεινε άμεση ενίσχυση της ρευστότητας για να μην εξαπλωθεί περαιτέρω η κρίση στο χρηματοπιστωτικό σύστημα και να ξεφύγει από την δίνη στην οποία είχε περιέλθει. Αν και τα χρηματιστήρια ανά τον κόσμο είδαν θετικά την κίνηση των ΗΠΑ για «κρατισμούς», οι Αμερικάνοι πολίτες εξέφρασαν έντονα στη δυσφορία τους και το Κογκρέσο συμερίστηκε την ίδια άποψη καταψηφίζοντας το σχέδιο κρατικής ενίσχυσης του χρηματοπιστωτικού συστήματος με δημόσιο χρήμα με αποτέλεσμα την απογοήτευση των επενδυτών και την αισθητή πτώση των χρηματιστηρίων. Τον Οκτώβριο του 2008 ψηφίστηκε μία καλύτερη πρόταση, αλλά όλοι μιλούσαν για μία κρίση που είχε ήδη ξεκινήσει και πως κρατούσε το λιγότερο για πέντε χρόνια. Ο Πρόεδρος της Ευρωπαϊκής Ένωσης Ν. Σαρκοζί συμερίστηκε την απαισιοδοξία των επενδυτών και την πτώση στους δείκτες των χρηματιστηρίων και βέβαιος ότι η Κρίση κατευθύνεται με ταχείς ρυθμούς προς την γηραιά ήπειρο ζήτησε την άμεση αντιμετώπιση του επερχόμενου κινδύνου.
- Η Βρετανία η οποία επηρεάστηκε έντονα έχοντας στενές σχέσεις με τις ΗΠΑ κρατικοποίησε την Bradford και την Bringly και η Fortis από την Ολλανδία, Λουξεμβούργο και Βέλγιο αντίστοιχα.
- Ο Πρόεδρος της ΕΚΤ Ζ.Κ. Τρισέ ανέφερε ξεκάθαρα την μείωση των ρυθμών ανάπτυξης στην ευρωζώνη καθώς είναι βέβαιη η «μόλυνση» και της ευρωπαϊκής οικονομίας. Η Ιρλανδία υπόσχεται κρατικές εγγυήσεις στις καταθέσεις των πολιτών της ενώ η Γερμανίδα Καγκελάρια Α. Μέρκελ προτείνει την αντιμετώπιση της Κρίσης σε εθνικό επίπεδο και όχι σε πανευρωπαϊκό όπως πρότεινε ο Ν. Σαρκοζί.

- Τα Υπουργείο Οικονομικών της Ελλάδας και της Ιρλανδίας προχώρησαν σε δηλώσεις σχετικά με την παροχή κρατικών εγγυήσεων στις καταθέσεις των πολιτών κάτι το οποίο προκάλεσε νευρικότητα αφού αποτελούσε «κοινό μυστικό» ότι καμία από τις δύο χώρες δε διέθετε τα απαραίτητα χρηματικά αποθέματα. Η HypoRealEstate, η δεύτερη μεγαλύτερη τράπεζα στεγαστικών δανείων στην Ευρώπη καταρρέει παρά τον δανεισμό της με 35 δις. Από αυτό, επηρεάζονται ιδιαίτερα η Γερμανία το Βέλγιο, το Λουξεμβούργο, η Ιταλία και η Ισλανδία καθώς πολλές τράπεζες τους είχαν σχέσεις με την HypoRealEstate. Η άλλοτε εύπορη Ισλανδία τώρα κινδυνεύει με πτώχευση καθώς τα χρέη των τραπεζών της ανέρχονταν στα 138, 34 δις σε αντίθεση με το ΑΕΠ της το οποίο κυμαινόταν μόλις στα 19,37 δις.
- Στην Ιταλία κινδυνεύει με κατάρρευση ο κολοσσός Unicredit, ενώ η Γερμανία και η Δανία προκειμένου να «ξορκίσουν» την κρίση προβαίνουν σε δηλώσεις για κρατικές εγγυήσεις των τραπεζικών καταθέσεων από τα ίδια τα κράτη τους.
- Η Ευρωπαϊκή Ένωση εγκαταλείπει οριστικά το πανευρωπαϊκό σχέδιο αντιμετώπισης της κρίσης και η Ιταλία προτείνει ένα «εγγυητικό ταμείο σε ευρωπαϊκό επίπεδο» που θα συγκεντρώνει το 3% του ΑΕΠ. Το Ecofin αποφασίζει ελάχιστο όριο εγγύησης στις καταθέσεις τα 50.000 ευρώ ενώ ο Έλληνας Υπ. Οικ. Τα 100.000 ευρώ.
- Στη Γερμανία παγώνει η αυτοκινητοβιομηχανία ενώ στην Σουηδία οι απολύσεις παίρνουν την μορφή χιονοστιβάδας. Η Ισλανδία όμως δέχεται το μεγαλύτερο χτύπημα καθώς οι τράπεζες της ήταν μολυσμένες με τεράστιο όγκο από τοξικά ομόλογα και αναγκάζεται να υποτιμήσει το νόμισμα της με τον πληθωρισμό να καλπάζει.
- Η Βρετανία που ήταν από τις πρώτες που επλήγησαν από την κρίση ακολούθησε το αμερικανικό μοντέλο, δηλαδή τις κρατικοποιήσεις και τις συγχωνεύσεις τραπεζών.
- Η εξαγορά της αγγλικής τράπεζας HBOS, η οποία πτώχευσε, από την Lloyds TSB, έδωσε το εναρκτήριο λάκτισμα για μια αλληλουχία εξαγορών.
- Ο διεθνής χαρακτήρας της κρίσης επιβεβαιώθηκε όταν η κεντρική Τράπεζα της Αγγλίας υποχρεώθηκε, στις 14 Σεπτεμβρίου του 2007, να παραχωρήσει δάνειο

στην ιδιωτική Northern Rock, έναν από τους πιο κεντρικούς άξονες στον χώρο των στεγαστικών δανείων. Λίγο αργότερα, η Northern Rock κρατικοποιήθηκε.

- Ανακατατάξεις και αβεβαιότητα παρατηρούνται σε Γαλλία, Ιταλία, Βέλγιο, Ολλανδία, Λουξεμβούργο.
- Οι Ελληνικές Τράπεζες αν και δεν είχαν επενδύσει ιδιαίτερα σε CDOs, λόγω των υψηλών διατραπεζικών επιτοκίων επηρεάστηκαν εξίσου. Η Κρίση είναι γεγονός. Στην Ευρωπαϊκή Ένωση παρατηρείται αλματώδη αύξηση στην αγορά χρηματοκιβωτίων και παρατηρείται μετακίνηση στις καταθέσεις σε ράβδους και νομίσματα χρυσού.

Έτσι λοιπόν όπως και στην Αμερική, η ΕΕ και η ΕΚΤ έσπευσαν να μπαλώσουν τα κενά του τραπεζικού συστήματος με στόχο την εκτόνωση της έντασης και την σταθερότητα, μεταφέροντας χρέος στα ήδη ελλειμματικά Ευρωπαϊκά κράτη. Οι πολιτικές παρεμβάσεις για την αντιμετώπιση της κρίσης φαίνεται να απέτρεψαν προσωρινά, την χειρότερη δυνατή εξέλιξη, δηλαδή μια άμεση απενεργοποίηση του χρηματοπιστωτικού συστήματος, αλλά η ιδιαιτερότητα της Ευρωζώνης, θα οδηγούσε σε νέα προβλήματα.

Σε αντίθεση με το δολάριο, το ευρώ απαιτούσε πιο συντηρητικές πολιτικές καθώς δεν αποτελεί το «παγκόσμιο νόμισμα» με αποτέλεσμα περεταίρω αυξομειώσεις στην προσφορά χρήματος πρέπει να γίνεται σταδιακά και με έλεγχο για να μην δημιουργούνται άσχημες οικονομικές εξελίξεις στους κόλπους της ευρωζώνης. Το γεγονός ότι το νόμισμα της Ευρώπης είναι κοινό για όλη την ευρωζώνη παρά τις σημαντικές διακυμάνσεις των οικονομιών της καθώς και της μη ύπαρξης ειδικού σχεδίου για επενδύσεις των πλεονασματικών χωρών στις ελλειμματικές δεν δημιουργούσε πρόσφορο έδαφος για μία ευρωζώνη πραγματικής σύγκλισης αλλά για την ευρωζώνη των «μεγάλων ανισορροπιών».

Το Ευρώ δεν είχε την «πολυτέλεια» του δολαρίου που προσαρμοζόταν ανάλογα με τις εκάστοτε συγκυρίες, αφού κάθε κράτος- μέλος είναι υπεύθυνο για τα χρέη του σε αντίθεση με τις ΗΠΑ που έχουν κοινή νομισματική και δημοσιονομική πολιτική.

Το ευρωπαϊκό τραπεζικό σύστημα απεδείχθη ευάλωτο, κάτι που ώθησε τις ευρωπαϊκές κυβερνήσεις στη χορήγηση τεραστίων ποσοτήτων ρευστότητας, καθώς και στην εθνικοποίηση μεγάλων τραπεζικών ιδρυμάτων, με σκοπό την αποφυγή της ολοκληρωτικής του κατάρρευσης. Η κρίση δημοσίου χρέους στην ευρωζώνη αποτέλεσε

εν πολλοίς συνέπεια των παραπάνω, τόσο επειδή οι χορηγήσεις αυτές αύξησαν δραματικά τα ελλείμματα και τα χρέη των ευρωπαϊκών κυβερνήσεων, όσο και λόγω του ότι ένα σημαντικό μέρος της νέας αυτής ρευστότητας χρησιμοποιήθηκε για την άσκηση κερδοσκοπικών πιέσεων στα επιτόκια δανεισμού των πλέον χρεωμένων κρατών. Όσον αφορά μία ακόμη έκφανση της κρίσης, αυτή δεν είναι παρά η στάση επενδύσεων στην ευρωπαϊκή οικονομία, ως συνέπεια της ύφεσης στην πραγματική οικονομία, αλλά και της μείωσης των πιστώσεων και των χορηγήσεων δανείων στις επιχειρήσεις από το τραπεζικό σύστημα.

Εν κατακλείδι, παρ' όλη την προσπάθεια των χωρών με μείωση των επιτοκίων και σημαντικές πολιτικές για την ενίσχυση της ρευστότητας, η κρίση εμπιστοσύνης μεταξύ των επενδυτών είχε ήδη λάβει μεγάλες διαστάσεις. Η έλλειψη ρευστότητας από την πιστωτική κρίση έγινε εμφανής στους χρηματιστηριακούς δείκτες των ανεπτυγμένων χωρών, ενώ πολλά χρηματιστήρια είχαν παραμείνει κλειστά λόγω των μεγάλων απωλειών από τις πωλήσεις των επενδυτών.

Κεφάλαιο 4: Το Φαινόμενο του Ιανουαρίου

Σύμφωνα με διάφορες επιστημονικές έρευνες, το φαινόμενο του μήνα παρατηρείται σε πολλές χρηματιστηριακές αγορές, συμπεριλαμβανομένων των ΗΠΑ, της Γερμανίας, του Ηνωμένου Βασιλείου και πολλών άλλων χωρών με αποδόσεις συγκριτικά υψηλότερες από όλους τους άλλους μήνες του έτους.

Η σωστή διαμόρφωση ή η σωστή αναπροσαρμογή του χαρτοφυλακίου στον κατάλληλο χρόνο είναι για τους επενδυτές μια δύσκολη επιλογή. Η μεταβλητότητα των χρηματιστηριακών αγορών, οι οποίες ακολουθούν την πορεία των οικονομιών, αποτελεί πρόβλημα για τις αποφάσεις των επενδυτών. Πολλοί επενδυτές προβαίνουν σε αγορές λόγω της ανόδου των τιμών των μετοχών και σε πωλήσεις λόγω της πτώσης των τιμών αντίστοιχα.

Το φαινόμενο του Ιανουαρίου (the January Effect) είναι η κλασική περίπτωση που βασίζεται στο φαινόμενο του μήνα. Έτσι ο Δεκέμβρης και ο Ιανουάριος είναι περίοδοι όπου οι επενδυτές παίρνουν σημαντικές αποφάσεις για τους ίδιους, τα χαρτοφυλάκιά τους και κατ' επέκταση για την πορεία των δεικτών και των χρηματιστηριακών αγορών.

Οι λόγοι για τους οποίους συντρέχουν σε αυτές τις αποφάσεις είναι οι εξής:

➤ **Το φαινόμενο «Tax – Loss - Selling»** (φορολογικοί λόγοι)

Προκειμένου να μειώσουν το ποσό που θα καταβάλλουν στους φόρους, οι επενδυτές πωλούν μετοχές οι οποίες είναι ζημιογόνες στο τέλος κάθε Δεκέμβρη. Εφόσον έχουν καταγράψει ζημιές, καταλογίζουν τις φοροαπαλλαγές. Μετά την είσοδο του νέου έτους, αποφασίζουν είτε να αγοράσουν τις ίδιες μετοχές που είχαν πουλήσει την προηγούμενη περίοδο, είτε να προβούν στην αγορά νέων αν θελήσουν να αναδιαμορφώσουν το χαρτοφυλάκιο τους. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, τον Δεκέμβρη οι αυξημένες πωλήσεις, δηλαδή η αυξημένη προσφορά χρηματιστηριακών τίτλων να προκαλεί μείωση των τιμών των μετοχών. Αντίθετα, τον Ιανουάριο η αυξημένη αγορά, δηλαδή, η αυξημένη ζήτηση των χρηματιστηριακών τίτλων να αυξάνουν τις τιμές των μετοχών.

➤ **Ανάγκη για ρευστότητα**

Η αυξημένη κίνηση στις αγορές και επομένως η αυξημένη επιχειρηματική δραστηριότητα στο τέλος κάθε έτους, οδηγούν σε μεγαλύτερα κέρδη. Αυτά τα κέρδη προκύπτουν λόγω των ημερών των Χριστουγέννων, τα οποία είναι απαραίτητα για τη διάρκεια των διακοπών αυτών, αλλά και για άμεσες επενδύσεις με την είσοδο του νέου έτους.

Σε αυτές τις περιπτώσεις οι έμπειροι επενδυτές οι οποίοι μελετούν συστηματικά τις αγορές και λαμβάνουν υπόψη τους το οποιοδήποτε κόστος, εάν προβλέψουν ανοδική πορεία των μετοχών προβαίνουν στην αναπροσαρμογή του χαρτοφυλακίου τους. Ενώ αντίθετα οι επενδυτές με μη επαρκή εμπειρία ακολουθούν απλά τα γεγονότα, πράττοντας τις απαραίτητες επενδυτικές κινήσεις (Gultekin N. Mustafa, and Gultekin N.Bulent, 1983).

Κεφάλαιο 5: Βασικές στοχαστικές διαδικασίες

5.1 Στοχαστική διαδικασία

Μια χρονική σειρά είναι ένα δείγμα με ισαπέχοντα χρονικά σημεία (έτη, τρίμηνα, μήνες, κλπ.), ή ισαπέχοντα χρονικά διαστήματα. Αν οι παρατηρήσεις είναι συγκεκριμένες τιμές των τυχαίων μεταβλητών X_1, X_2, \dots, X_n και οι τυχαίες αυτές μεταβλητές είναι υποσύνολο μιας άπειρης σειράς τυχαίων μεταβλητών (ακολουθία τυχαίων μεταβλητών), τότε λέμε ότι η άπειρη αυτή ακολουθία των τυχαίων μεταβλητών ονομάζεται στοχαστική (stochastic process) και παριστάνεται ως X_t .

5.2 Στασιμότητα

Τα χαρακτηριστικά μιας κατανομής πιθανότητας περιορίζονται στο μέσο και στη διακύμανση. Σε μια συνδυασμένη συνάρτηση πιθανότητας εκτός από το μέσο και τη διακύμανση έχουμε και τη συνδυακύμανση. Επομένως από ένα μόνο δείγμα (n παρατηρήσεων) δεν μπορούμε να εκτιμήσουμε τις παραπάνω παραμέτρους. Το πρόβλημα που δημιουργείτε μπορεί να απλοποιηθεί με την υπόθεση της στασιμότητας (stationarity). Επομένως, μια στοχαστική διαδικασία είναι στάσιμη όταν οι ιδιότητές της δεν επηρεάζονται από μία αλλαγή μέτρησης της χρονικής περιόδου, δηλαδή η συνδυασμένη συνάρτηση πιθανότητας με αρχή τη χρονική περίοδο t είναι ακριβώς ίδια με τη συνδυασμένη συνάρτηση πιθανότητας με αρχή τη χρονική περίοδο $t + k$. Όπου k είναι μια τυχαία χρονική περίοδος κατά μήκος του άξονα του χρόνου. Άρα σύμφωνα με τα παραπάνω λέμε ότι σε μια συνδυασμένη συνάρτηση πιθανότητας ο μέσος και η διακύμανση δε μεταβάλλονται, ενώ η συνδυακύμανση είναι συνάρτηση μόνο χρονικών υστερήσεων ή προηγήσεων, Mills (1991).

5.3 Ανεξάρτητες και ισόνομες τυχαίες μεταβλητές

Μια απλή υπόθεση για τη χρονοσειρά $\{X_t\}$ είναι ότι αποτελείται από ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές αλλά που όλες ακολουθούν την ίδια κατανομή, και λέγεται χρονοσειρά ανεξάρτητων και ισόνομων τυχαίων μεταβλητών (independent and identically distributed, iid). Μαθηματικά η iid ορίζεται από την ανεξαρτησία για οποιοδήποτε σύνολο n μεταβλητών X_1, X_2, \dots, X_n της $\{X_t\}$, δηλαδή ισχύει:

$$P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n) = P(X_1 \leq x_1)P(X_2 \leq x_2) \dots P(X_n \leq x_n) \quad (5.1)$$

όπου P δηλώνει πιθανότητα, τα κεφαλαία γράμματα τις τυχαίες μεταβλητές και τα μικρά τυχαίες τιμές του πεδίου τιμών της χρονοσειράς.

Μια iid χρονοσειρά είναι εντελώς τυχαία και δεν περιέχει αυτοσυσχετίσεις (γραμμικές ή μη-γραμμικές), δηλαδή συσχετίσεις μεταξύ στοιχείων της χρονοσειράς. Η ανεξαρτησία σε μια χρονοσειρά δηλώνει πως δεν υπάρχει καμιά πληροφορία να αντλήσουμε από τη μελέτη της και η πραγματοποίηση της αποτελείται από τυχαίες τιμές και η μόνη περιγραφή που μπορούμε είναι στατική και περιορίζεται στην περιθώρια κατανομή της.

5.4 Λευκός θόρυβος

Είναι γνωστό πως η μηδενική συσχέτιση δύο τυχαίων μεταβλητών δε σημαίνει και την ανεξαρτησία τους. Κατά τον ίδιο τρόπο μια χρονοσειρά μπορεί να μην έχει γραμμικές συσχετίσεις αλλά τα στοιχεία της να μην είναι ανεξάρτητα, δηλαδή να μην είναι iid.

Όταν σε μια τυχαία διαδικασία $\{\varepsilon_t\}$ ισχύουν οι παρακάτω προϋποθέσεις:

- i. $E(\varepsilon_t) = 0$
- ii. $V(\varepsilon_t) = \sigma^2$
- iii. $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0$, για όλα τα t και για κάθε $k \neq 0$,

τότε λέμε ότι η διαδικασία αυτή είναι διαδικασία λευκού θορύβου (white noise process).

- i. Μια χρονοσειρά $\{\varepsilon_t: t = 1, 2, \dots, n\}$ είναι διακριτός λευκός θόρυβος εάν οι μεταβλητές $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ είναι ανεξάρτητες και έχουν μέσο όρο μηδέν, $E(\varepsilon_t) = 0$.
- ii. Αυτό σημαίνει ότι όλες οι μεταβλητές έχουν την ίδια διακύμανση, $V(\varepsilon_t) = \sigma^2$ και συνδιακύμανση μηδέν, $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0$.

Αν επιπλέον τα στοιχεία της χρονοσειράς λευκού θορύβου ακολουθούν κανονική (Γκαουσιανή) κατανομή (είναι η γνωστή κατανομή Gauss με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας σε σχήμα καμπάνας), τότε η χρονοσειρά λέγεται Γκαουσιανός λευκός θόρυβος (Gaussian white noise). Ο Γκαουσιανός λευκός θόρυβος ταυτίζεται με iid με Γκαουσιανή κατανομή αφού η κοινή Γκαουσιανή κατανομή ορίζεται μόνο από τις δύο πρώτες ροπές και μηδενική συσχέτιση συνεπάγεται ανεξαρτησία.

5.5 Τυχαίος περίπατος

Ο τυχαίος περίπατος (random walk) είναι μια μη-στάσιμη χρονοσειρά X_t , όπου η κάθε τυχαία μεταβλητή X_t για χρόνο t προκύπτει όταν στην προηγούμενη τυχαία μεταβλητή X_{t-1} προστεθεί ένα τυχαίο βήμα, δηλαδή iid τυχαία μεταβλητή ε_t ,

$$X_t = \beta X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (5.2)$$

όπου η ε_t ακολουθεί τη διαδικασία λευκού θορύβου.

Αν $\beta = 1$ το παραπάνω υπόδειγμα γίνεται:

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.3)$$

Το όνομα υποδηλώνει ακριβώς ότι η χρονοσειρά παράγεται από την κίνηση κάποιου (μεθυσμένου?) πάνω σε μια ευθεία γραμμή (στο R), που σε κάθε χρονική στιγμή

t κάνει ένα τυχαίο βήμα μπρος ή πίσω (ε_t) από το σημείο που βρίσκεται (X_{t-1}) στο επόμενο (X_t).

Όταν στο παραπάνω υπόδειγμα υπάρχει σταθερός όρος, δηλαδή είναι της μορφής

$$X_t = \alpha + X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.4)$$

τότε λέμε ότι το υπόδειγμα είναι τυχαίος περίπατος με περιπλάνηση (random walk with drift). Μια στοχαστική διαδικασία που ακολουθεί τον τυχαίο περίπατο.

Στη χρηματοοικονομία ο τυχαίος περίπατος αποτελεί συχνή υπόθεση για παρατηρούμενους δείκτες και χαρακτηρίζει την λεγόμενη αποτελεσματική αγορά, δηλαδή όταν όλες οι διαθέσιμες πληροφορίες επεξεργάζονται στιγμιαία με την εισαγωγή τους στην αγορά και αντανακλούν αμέσως σε νέες τιμές των συναλλασσόμενων προϊόντων.

5.6 Χρονολογικές σειρές

Οι χρονολογικές σειρές παρουσιάζονται πολύ συχνά μέσω γραφημάτων γραμμών. Οι χρονολογικές σειρές χρησιμοποιούνται στην στατιστική, στην επεξεργασία σήματος, στην αναγνώριση μοτίβων, στην οικονομετρία, στα μαθηματικά οικονομικών, στην πρόγνωση καιρού, στην σεισμική πρόβλεψη, στο ηλεκτροεγκεφαλογράφημα, στη μηχανική ελέγχου, στην αστρονομία, στην μηχανική επικοινωνιών και σε μεγάλο βαθμό σε οποιοδήποτε τομέα των εφαρμοσμένων επιστημών και της μηχανικής που περιλαμβάνει χρονικές μετρήσεις.

Οι συνιστώσες μιας χρονολογικής σειράς είναι:

- 1) Μακροχρόνια Τάση (trend) - T_t
 - γραμμική
 - μη-γραμμική

- 2) Κυκλική περιοδικότητα (cyclical variation) - C_t

- Αυξήσεις και μειώσεις των τιμών της σειράς (αποκλίσεις από την μακροχρόνια τάση της) ανά διαστήματα μεγαλύτερα του έτους.

3) Εποχιακή περιοδικότητα (seasonal variation) - S_t

- Η συμπεριφορά των τιμών της σειράς εναλλάσσεται σε διαστήματα μικρότερα του έτους (βδομάδα, μήνας , τρίμηνο)

4) Τυχαία περιοδικότητα (residual variation) - R_t

$$Y_t = T_t + C_t + S_t + R_t \quad (5.5)$$

Η ανάλυση χρονολογικών σειρών περιλαμβάνει μεθόδους για την ανάλυση δεδομένων χρονοσειρών προκειμένου να εξαχθούν σημαντικά στατιστικά στοιχεία και άλλα χαρακτηριστικά των δεδομένων.

5.6.1 Χρονική τάση

Χρονική τάση λέμε τη μακροχρόνια μεταβολή (αύξηση ή μείωση) που παρατηρείται σε μια μεταβλητή κατά τη διάρκεια μιας χρονικής περιόδου, δηλαδή την τάση που έχει μία μη στάσιμη χρονική σειρά. Έστω το υπόδειγμα:

$$X_t = \alpha + \beta t + \gamma X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.6)$$

όπου ε_t είναι ο λευκός θόρυβος και t ο χρόνος ως μία ανεξάρτητη μεταβλητή.

1. Αν $\beta = 0$ και $\gamma = 1$ τότε το υπόδειγμα γράφεται ως ακολούθως:

$$X_t = \alpha + X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.7)$$

ή

$$\Delta X_t = \alpha + \varepsilon_t \quad (5.8)$$

Στην τελευταία αυτή συνάρτηση η μεταβλητή X_t κινείται ανοδικά ή καθοδικά ανάλογα με το πρόσημο του α . Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι έχουμε στοχαστική τάση (stochastic trend) και η συνάρτηση ονομάζεται στάσιμη διαδικασία των διαφορών, διότι η μη στασιμότητα στη X_t μπορεί να απαλειφθεί όταν πάρουμε τις πρώτες (ή δεύτερες) διαφορές αυτής της χρονικής σειράς. Nelson and Plosser (1982).

2. Αν $\beta \neq 0$ και $\gamma = 0$ τότε το υπόδειγμα γράφεται ως ακολούθως:

$$X_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t \quad (5.9)$$

Στην περίπτωση αυτή η μεταβλητή X_t κινείται ανοδικά ή καθοδικά ανάλογα με το πρόσημο του β οπότε λέμε ότι έχουμε προσδιοριστική τάση (deterministic trend) και η συνάρτηση ονομάζεται στάσιμη διαδικασία τάσεως, διότι η μη στασιμότητα στη X_t μπορεί να απαλειφθεί αν αφαιρέσουμε την τάση ($\alpha + \beta t$) από τη χρονική αυτή σειρά.

Οι δύο παραπάνω μορφές (στοχαστική και προσδιοριστική) έχουν ουσιαστικές διαφορές, οι οποίες έχουν να κάνουν κυρίως με τις επιπτώσεις που ασκούν οι βραχυ-χρόνιες τυχαίες διαταραχές στη μακροχρόνια πορεία τους. Έτσι, η στοχαστική μορφή τάσης συνεπάγεται ότι σε μία τυχαία διαταραχή θα υπάρξουν μόνιμες επιπτώσεις στο μακροχρόνιο επίπεδο της χρονικής σειράς, ενώ στην προσδιοριστική μορφή τάσης θα υπάρξουν παροδικές μόνο επιπτώσεις. Άρα και οι δύο αυτές μορφές τάσης είναι σημαντικές στην άσκηση μιας οικονομικής πολιτικής από τα στελέχη των οικονομικών επιτελείων των κυβερνήσεων.

3. Αν $\beta \neq 0$ και $\gamma = 1$ τότε το υπόδειγμα γράφεται ως ακολούθως:

$$X_t = \alpha + \beta t + X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.10)$$

Στην περίπτωση αυτή η μεταβλητή X_t κινείται ανοδικά ή καθοδικά ανάλογα με το συνδυασμένο αποτέλεσμα και των δύο προσήμων (α και β) οπότε λέμε ότι έχουμε στοχαστική και προσδιοριστική τάση. Για την περίπτωση αυτή δηλαδή της στοχαστικής και προσδιοριστικής τάσης χρησιμοποιούμε διάφορους ελέγχους όπως είναι και ο έλεγχος των Dickey και Fuller (1979).

Η τάση που παρουσιάζουν πολλές χρονικές σειρές, κυρίως μακροοικονομικές, συνεπάγεται τη μη στασιμότητα των χρονικών αυτών σειρών. Ανάλογα με τη μορφή της τάσης που έχουν οι μακροοικονομικές σειρές (στοχαστική, προσδιοριστική) επιβάλλεται και η κατάλληλη μέθοδος μετατροπής της μακροοικονομικής σειράς σε στάσιμη. Η μη χρησιμοποίηση της κατάλληλης μεθόδου για την επίτευξη στασιμότητας συνεπάγεται λανθασμένα συμπεράσματα αναφορικά με τη μακροχρόνια συμπεριφορά της σειράς αυτής. Επομένως είναι ιδιαίτερα σημαντικό το θέμα της σωστής επιλογής της καταλληλότερης μεθόδου απαλοιφής της τάσης των μακροοικονομικών σειρών. Σύμφωνα με τους Nelson και Plosser (1982) καθορίστηκαν δύο κατηγορίες μετατροπής των χρονικών σειρών σε στάσιμες. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν αυτές που μετατρέπονται σε στάσιμες αν αφαιρέσουμε την τάση (trend stationary), για τις χρονικές σειρές που παρουσιάζουν προσδιοριστική τάση και στη δεύτερη κατηγορία που ανήκουν οι χρονικές σειρές που γίνονται στάσιμες κατόπιν λήψης των διαφορών (difference stationary) για τις χρονικές σειρές που παρουσιάζουν στοχαστική τάση. Πρέπει εδώ να επισημάνουμε ότι και οι δύο κατηγορίες αναφέρονται στη μη στασιμότητα εκείνων των χρονικών σειρών ως προς το μέσο. Για την εξάλειψη τυχόν μη στασιμότητας ως προς τη διακύμανση συνιστάται να μετασχηματιστούν οι αρχικές χρονικές σειρές σε λογαρίθμους και μετά να γίνουν στάσιμες.

5.7 Ολοκληρωμένη χρονική σειρά

Οι περισσότερες οικονομικές χρονικές σειρές είναι μη στάσιμες διαδικασίες. Μπορούν όμως να μετατραπούν σε στάσιμες παίρνοντας τις πρώτες ή ακόμη και τις

δεύτερες διαφορές τους. Όταν επομένως μετατρέπουμε σε στάσιμη διαδικασία μία χρονική σειρά παίρνοντας τις πρώτες διαφορές τότε λέμε ότι η χρονική αυτή σειρά είναι ολοκληρωμένη πρώτης τάξης (integrated first order) και συμβολίζεται ως $I(1)$. Φαίνεται ότι αρκετές οικονομικές χρονικές σειρές όπως η κατανάλωση, το εισόδημα, το ακαθάριστο εγχώριο προϊόν, οι ιδιωτικές και δημόσιες επενδύσεις, ο πληθωρισμός, οι δημόσιες δαπάνες και η προσφορά του χρήματος είναι ολοκληρωμένες πρώτης τάξης $I(1)$. Αν μετατρέπουμε σε στάσιμη διαδικασία μία χρονική σειρά παίρνοντας τις δεύτερες διαφορές τότε λέμε ότι η χρονική αυτή σειρά είναι ολοκληρωμένη δεύτερης τάξης και συμβολίζεται ως $I(2)$ κ.ο.κ.

5.8 Μεταβλητότητα

Η μεταβλητότητα διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην οικονομική ανάλυση και συνήθως έχει ως μέτρο την μεταβλητότητα (volatility). Υπάρχουν χρονολογικές σειρές, κυρίως χρηματοοικονομικές, που παρουσιάζουν διαστήματα μεγάλης μεταβλητότητας. Οι χρονολογικές αυτές σειρές διανύουν περιόδους με απότομες ανόδους και καθόδους, στη διάρκεια των οποίων η διακύμανσή τους είναι μεταβαλλόμενη. Η διακύμανση μιας τέτοιας χρονολογικής σειράς ονομάζεται «υπό συνθήκη» διακύμανση (conditional variance).

Η μεταβλητότητα ενός περιουσιακού στοιχείου εξελίσσεται συνεχώς με την πάροδο του χρόνου και δεν αποκλίνει στο άπειρο. Επιπλέον, υπάρχει μια ασύμμετρη κίνηση και συνήθως στην κατανομή της παρατηρείται μεγάλη κύρτωση, δηλαδή η πιθανότητα εμφάνισης ακραίων τιμών είναι μεγάλη. Ένα στοιχείο που επίσης χαρακτηρίζει την μεταβλητότητα είναι οι περίοδοι μεγάλων μεταβολών στις τιμές εναλλάσσονται με περιόδους που οι τιμές δύσκολα αλλάζουν. Το χαρακτηριστικό αυτό αναφέρεται ως μεταβλητότητα συμπλέγματος.

Τις δυο τελευταίες δεκαετίες η πρόβλεψη και η μοντελοποίηση της μεταβλητότητας στα Οικονομικά έλαβε μεγάλη προσοχή. Πολλές έρευνες προσπάθησαν να εκτιμήσουν με ακρίβεια την μεταβλητότητα, καθώς αυτή είναι το «κλειδί» για την τιμολόγηση των επιλογών και των περιουσιακών στοιχείων στις στρατηγικές κερδοσκοπίας. Πιο συγκεκριμένα, ένα μεγάλο κομμάτι της διαχείρισης του κινδύνου στις

κατανομές των περιουσιακών στοιχείων και στο εμπόριο είναι η ενδεχόμενη απώλεια. Οι επενδυτές για να μετρήσουν την ενδεχόμενη απώλεια πρέπει να εκτιμήσουν κινδύνους.

Το μέτρο κινδύνου των Αγορών που είναι το πιο αξιόπιστο και έχει οριστεί ως η αναμενόμενη τιμή της μεταβλητότητας είναι η μεταβλητότητα. Για όλες τις επενδυτικές αποφάσεις είναι σημαντική η εύρεση της χρυσής τομής μεταξύ αποδόσεων και κινδύνου.

Η μεταβλητότητα έχει χαρακτηριστικά που διευκολύνουν την πρόβλεψή της, ενώ είναι αρκετά δύσκολο να προβλέψουμε αποδόσεις. Ουσιαστικά η μεταβλητότητα μετρά κατά πόσο οι αποδόσεις κυμαίνονται γύρω από τον μέσο τους. Η στοχαστική και τυχαία φύση των τιμών και των αποδόσεων καθιστά απαραίτητη την χρήση της στατιστικής για την περιγραφή και την πρόβλεψη των διακυμάνσεων της Αγοράς.

Τα χαρακτηριστικά που διευκολύνουν την πρόβλεψη της μεταβλητότητας είναι το Volatility Clustering (Συσσώρευση της Μεταβλητότητας), το Leverage Effect (Μόχλευση) και το Mean reversion (Αντιστροφή προς τη μέση Μεταβλητότητα). (Katsiampa, 2017), (Suliman Zakaria, 2011), (Jaroslav Bukovina, 2016).

5.8.1 *Ιδιότητες της Μεταβλητότητας*

5.8.1.1 Συσσώρευση της μεταβλητότητας (Volatility Clustering)

Υπάρχουν περίοδοι κατά τις οποίες η μεταβλητότητα είναι παρατεταμένα υψηλή, ενώ άλλες κατά τις οποίες είναι παρατεταμένα χαμηλή. Η συσσώρευση της μεταβλητότητας και οι παχιές ουρές της κατανομής των αποδόσεων σχετίζονται άμεσα. Οι Mandelbort (1963) και Fama (1965) έδειξαν ότι οι μεγάλες μεταβολές στην τιμή ενός αγαθού ακολουθούνταν από άλλες μεγάλες μεταβολές και ότι οι μικρές μεταβολές, επίσης ακολουθούνταν από μικρές μεταβολές. Αυτή η επιμονή της μεταβλητότητας αναφέρεται σε αρκετές μελέτες, ενδεικτικά αναφέρονται αυτές των Baillie et al. (1996) και Schwert (1998). Η πρακτική συνέπεια αυτής της ιδιότητας είναι ότι ενδεχόμενα ασυνήθιστα υψηλές τιμές της μεταβλητότητας σήμερα, θα επηρεάσουν την πρόβλεψη της μελλοντικής μεταβλητότητας για μεγάλο χρονικό διάστημα. Το υπόδειγμα ARCH που παρουσιάστηκε από τον Engle (1982) και οι διάφορες προεκτάσεις και διαφοροποιήσεις του που ακολούθησαν, καθώς και τα υποδείγματα στοχαστικής

μεταβλητότητας στην ουσία αναπτύχθηκαν για να συμπεριλάβουν το φαινόμενο της συσσώρευσης της μεταβλητότητας.

5.8.1.2 Μόγλευση (Leverage effect)

Η μεταβλητότητα αντιδρά διαφορετικά στη μεγάλη αύξηση ή τη μεγάλη μείωση της αξίας του περιουσιακού στοιχείου. Στοιχεία για το Leverage Effect μπορεί να βρει κανείς από τους: Nelson (1991), Gallant, Rossi και Tauchen (1992).

5.8.1.3 Αντιστροφή προς τη μέση μεταβλητότητα (Mean reversion)

Οι περίοδοι υψηλής ή χαμηλής μεταβλητότητας τείνουν να ακολουθούνται από περιόδους αντιστροφής προς τη μέση/κανονική μεταβλητότητα. Επομένως, μια περίοδος υψηλής μεταβλητότητας θα δώσει τη θέση της σε πιο κανονικές διακυμάνσεις τιμών, και αντιστοίχως, μια περίοδος χαμηλής μεταβλητότητας θα ακολουθηθεί από άνοδο της μεταβλητότητας. Αυτό φυσικά υπονοεί ότι υπάρχει ένα κανονικό επίπεδο μεταβλητότητας, στο οποίο τελικά επανερχόμαστε. Άρα, οι προβλέψεις για τη μεταβλητότητα σε μακροπρόθεσμο ορίζοντα, ανεξαρτήτως σε ποια χρονική στιγμή αυτές γίνονται, θα πρέπει να συγκλίνουν στο ίδιο, πάνω ή κάτω, κανονικό επίπεδο τιμών. Παρόλο που όλοι σχεδόν συμφωνούν στο ότι η μεταβλητότητα επιστρέφει σε μια κανονική μέση τιμή, διαφωνίες υπάρχουν τόσο ως προς ποιο είναι αυτό το κανονικό επίπεδο, όσο και ως το αν αυτό παραμένει σταθερό στο πέρασμα του χρόνου, ή μεταβάλλεται καθώς οι συνθήκες στις αγορές αλλάζουν.

5.8.1.4 Ασύμμετρη μεταβλητότητα (Asymmetry Volatility)

Η σχέση μεταξύ των αποδόσεων μιας μετοχής και της μεταβλητότητας της είναι το κέντρο για την αξιολόγηση ενός χρηματοοικονομικού παραγώγου και της διαχείρισης χαρτοφυλακίων. Οι εμπειρικοί ερευνητές έχουν τεκμηριώσει μια ασυμμετρία στην διακύμανση των χρηματιστηριακών τιμών. Η ασυμμετρία σε αυτή την σχέση έχει σημαντικές επιπτώσεις στις αξιολογήσεις των επιλογών και της πρόβλεψης της

μεταβλητότητας. Οι ερευνητές παρατήρησαν ότι όταν οι κακές ειδήσεις φθάσουν στο χρηματιστήριο, η μελλοντική μεταβλητότητα αυξάνεται γενικά. Με άλλα λόγια οι αποδόσεις και η μεταβλητότητα είναι αρνητικά συσχετισμένες. Αυτή η επίδραση είναι εντονότερη κατά τη διάρκεια των συντριβών του χρηματιστηρίου. Αφ' ετέρου, οι καλές ειδήσεις δεν προκαλούν ιδιαίτερα μεγάλη μείωση στην μεταβλητότητα. Κατά συνέπεια, η μεταβλητότητα είναι ασύμμετρη ανάλογα στις καλές και τις κακές ειδήσεις.

5.9 Βασικές κατηγορίες στοχαστικών υποδειγμάτων

Γενικά υπάρχουν τρεις βασικές κατηγορίες στοχαστικών υποδειγμάτων χρονοσειρών. Αυτές είναι:

- Τα Αυτοπαλινδρομούμενα Υποδείγματα ή Υποδείγματα AR (Autoregressive Models)
- Τα υποδείγματα Κινητών Μέσων ή Υποδείγματα MA (Moving Average Models)
- Τα Μεικτά Υποδείγματα ή Υποδείγματα ARMA (Autoregressive Moving Average Models) που είναι συνδυασμός των δύο προηγούμενων.

Στη συνέχεια, θα εξεταστούν κάθε μια από αυτές τις τρεις κατηγορίες υποδειγμάτων χρονολογικών σειρών.

5.9.1 Αυτοπαλινδρομούμενο μοντέλο, AR

Τα μοντέλα παλινδρόμησης (regression models) ορίζουν μια μεταβλητή (εξαρτημένη) ως συνάρτηση κάποιων άλλων ανεξάρτητων μεταβλητών. Στα γραμμικά μοντέλα παλινδρόμησης η συνάρτηση αυτή είναι γραμμική δηλαδή η εξαρτημένη μεταβλητή δίνεται ως γραμμικός συνδυασμός των ανεξάρτητων μεταβλητών. Τα αυτοπαλινδρομούμενα μοντέλα (Autoregressive models, AR) είναι μοντέλα γραμμικής παλινδρόμησης, όπου θεωρούμε ως εξαρτημένη μεταβλητή την τυχαία μεταβλητή της χρονοσειράς σε μια χρονική στιγμή t , X_t και ως ανεξάρτητες μεταβλητές θεωρούμε την τυχαία μεταβλητή της χρονοσειράς σε προηγούμενους χρόνους, δηλαδή τις

X_{t-1}, \dots, X_{t-p} . Ο αριθμός των υστερήσεων που συμπεριλαμβάνουμε λέγεται τάξη (order) του αυτοπαλινδρομούμενου μοντέλου. Ένα αυτοπαλινδρομούμενο μοντέλο τάξης p συμβολίζεται AR(p) και ορίζεται ως:

$$X_t = c + \varphi_1 X_{t-1} + \dots + \varphi_p X_{t-p} + \varepsilon_t \quad (5.11)$$

όπου $c, \varphi_1, \dots, \varphi_p$ είναι οι συντελεστές του μοντέλου και $\{\varepsilon_t\} \sim \text{iid}$ με μέση τιμή 0 και διασπορά σ^2 . Άρα το AR μοντέλο είναι γνωστό αν γνωρίζουμε τους συντελεστές και τη διασπορά του λευκού θορύβου. Στην πράξη οι συντελεστές του AR(p) μοντέλου, καθώς και η διασπορά του λευκού θορύβου (iid) εκτιμώνται από τη χρονοσειρά και οι εκτιμήσεις τους χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη της χρονοσειράς τις επόμενες χρονικές στιγμές.

5.9.2 Μοντέλο Κινητών Μέσων, MA

Η γενική μορφή του μοντέλου κινητών μέσων είναι η εξής:

$$X_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (5.12)$$

όπου τα θ είναι σταθεροί παράμετροι και τα ε_t είναι ο λευκός θόρυβος. Στο μοντέλο αυτό θεωρείται ότι η χρονολογική σειρά X_t δημιουργείται ως ένας σταθμικός μέσος των τυχαίων σφαλμάτων των q προηγούμενων περιόδων και ονομάζεται μοντέλο κινητών μέσων (Moving Average) τάξεως q συμβολισμένο ως MA(q). Κάθε μοντέλο MA πεπερασμένης τάξεως q είναι πάντα στάσιμο διότι πληρούνται όλες οι συνθήκες στασιμότητας που αφορούν τον σταθερό μέσο, τη διακύμανση και την αυτοσυνδιακύμανση, οι οποίες είναι πεπερασμένες και ανεξάρτητες του t . Συχνά χρειάζεται να εκφραστεί μια MA διαδικασία σε αυτοπαλινδρομούμενη μορφή. Αυτό όμως δεν είναι πάντα εφικτό εκτός και αν πληρούνται οι αναγκαίες συνθήκες αντίστοιχες

με αυτές που απαιτούνται στα AR μοντέλα προκειμένου να ικανοποιείται η υπόθεση της στασιμότητας. Αν πληρούνται αυτές οι συνθήκες τότε το MA μοντέλο είναι αντιστρέψιμο που σημαίνει ότι μπορεί να μετατραπεί σε AR μοντέλο άπειρης τάξεως. Αντίστοιχα ισχύει ότι ένα AR μοντέλο είναι αντιστρέψιμο αν μπορεί να λάβει τη μορφή ενός MA μοντέλου άπειρης τάξεως.

5.9.3 Αυτοπαλινδρομούμενο μοντέλο κινητών μέσων, ARMA

Προηγουμένως, έγινε αναφορά σε δύο πολύ σημαντικές κατηγορίες υποδειγμάτων, τα αυτοπαλινδρομούμενα (AR) και τα μοντέλα κινητών μέσων (MA). Τα μοντέλα αυτά που έχουν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά τα οποία προσδιορίζονται εξετάζοντας τις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης του στατιστικού δείγματος παρατηρήσεων της χρονολογικής σειράς. Εντούτοις, υπάρχουν πολλές περιπτώσεις που τα χαρακτηριστικά αυτά δεν εμπίπτουν ούτε στην κατηγορία AR μοντέλων αλλά ούτε και στα MA. Έτσι, αν τα δεδομένα μιας χρονολογικής σειράς έχουν συναρτήσεις συσχέτισης ή μερικής αυτοσυσχέτισης που δεν φαίνονται να μηδενίζονται μετά από κάποιο σημείο αλλά φθίνουν και οι δύο με αργό ρυθμό, τότε έχουμε στοιχεία και των δύο μορφών AR και MA. Στις περιπτώσεις αυτές, κατασκευάζονται υποδείγματα που περιέχουν και τα δύο παραπάνω οπότε προκύπτουν τα μεικτά μοντέλα ARMA. Η γενική μορφή ενός ARMA(p,q) μοντέλου ορίζεται ως εξής:

$$X_t = c + \varepsilon_t + \varphi_1 X_{t-1} + \dots + \varphi_p X_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (5.13)$$

όπου p, q είναι οι σταθερές που ορίζουν την τάξη των AR και MA αντίστοιχα. Οι ιδιότητες των ARMA μοντέλων είναι ένας συνδυασμός των ιδιοτήτων των AR και MA μοντέλων.

5.9.4 Μοντέλο ARIMA

Η ανάλυση που προηγήθηκε για τα AR, MA και ARMA μοντέλα ήταν βασισμένη στην υπόθεση ότι οι χρονολογικές σειρές είναι στάσιμες. Σε πολλές περιπτώσεις όμως

ιδίως στα οικονομικά οι σειρές είναι μη στάσιμες. Για τον λόγο αυτό οι Box και Jenkins προτείνουν την μετατροπή των σειρών σε στάσιμες παίρνοντας διαφορές πρώτης, δεύτερης ή και μεγαλύτερης τάξης. Εφόσον εξασφαλιστεί η στασιμότητα με τις διαφορές, τότε ακολουθεί η γνωστή ανάλυση προσαρμογής του κατάλληλου ARMA(p,q) μοντέλου στην μετασχηματισμένη σειρά.

Έστω X_1, X_2, \dots, X_n είναι οι παρατηρήσεις μιας χρονολογικής σειράς στις αρχικές της τιμές, τότε παίρνοντας πρώτες διαφορές ισχύει:

$$x_t = X_t - X_{t-1} = (1 - B)X_t \quad (5.14)$$

Αν η μετασχηματισμένη σειρά ΔX_t είναι στάσιμη τότε το μοντέλο που προσαρμόζεται στη μετασχηματισμένη σειρά ΔX_t ονομάζεται ολοκληρωμένο πρώτης τάξεως ARMA(p,q) ή αλλιώς αυτοπαλινδρομούμενο ολοκληρωμένο μοντέλο κινητών μέσων (Autoregressive Integrated Moving Average) και συμβολίζεται ως ARIMA(p,1,q). Γενικά αν d είναι ο αριθμός των διαφορών που πρέπει να πάρει ένα ολοκληρωμένο μοντέλο προκειμένου να γίνει στάσιμο, τότε το μοντέλο που προσαρμόζεται στην αρχική σειρά X_t ονομάζεται αυτοπαλινδρομούμενο ολοκληρωμένο μοντέλο κινητών μέσων τάξεως (p,d,q) και συμβολίζεται ως ARIMA(p,d,q).

Κεφάλαιο 6: Ανάλυση υποδειγμάτων GARCH

6.1 Ιστορική αναδρομή ARCH, GARCH

Η ιστορία των υποδειγμάτων ARCH είναι πολύ σύντομη, αφού ο Robert Engle τα εισήγαγε στον επιστημονικό κόσμο περίπου τριάντα χρόνια πριν. Μέσα στη βραχεία αυτή περίοδο τόσο η αρθρογραφία όσο και η βιβλιογραφία, η οποία πραγματευόταν το φαινόμενο ARCH, αυξάνονταν με ολοένα και πιο θεαματικούς ρυθμούς. Η πληθώρα, μάλιστα, των εφαρμογών στις οποίες απαντόνταν τα υποδείγματα αυτά έμοιαζε να

αψηφούσε τις επιστημονικές τάσεις και ανακαλύψεις των καιρών. Μολονότι η εφαρμογή έπεται, κατά κανόνα, της θεωρητικής τεκμηρίωσης, το πρωτογενές ARCH υπόδειγμα του Engle, καθώς και οι διάφορες γενικεύσεις και διαφοροποιήσεις του, εφαρμόστηκε «εν ριπή οφθαλμού» σχεδόν σε πλειάδα οικονομικών και χρηματοοικονομικών συστημάτων διαφόρων χωρών του κόσμου, προτού καν επιτευχθεί η ανάλογη θεωρητική θεμελίωση τόσο του ιδίου όσο και των επιμέρους επεκτάσεών του.

Παρά τη σχετικά πρόσφατη επιστημονική καταγραφή του φαινομένου ARCH, η μελέτη των χρονοσειρών αντλεί τις ρίζες της από το μακρινό παρελθόν. Ο Bachelier (1900), ήταν ο πρώτος που διεξήγαγε στατιστικές μελέτες στον τομέα των επενδύσεων. Κατόπιν, επακολούθησε μακρά περίοδος σιγής έως ότου ο Mandelbort (1963) εκδηλώσει το επιστημονικό ενδιαφέρον του για την περιοχή της τιμολόγησης αξιών, για να καταλήξει στη συνέχεια, στη θεωρία ότι «τυχαίες μεταβλητές με μη πεπερασμένη διακύμανση ήταν απαραίτητες για την περιγραφή της μεταβολής των αξιών».

Προ της εισαγωγής των υποδειγμάτων ARCH, μόνο ανεπίσημα χρησιμοποιούνταν επιστημονικές μέθοδοι για την αποτίμηση των μεταβολών της διακύμανσης του τυχαίου σφάλματος. Ο Robert Engle (1982) υπήρξε ο πρώτος που ενσωμάτωσε, στο υπόδειγμα που εκείνος εισήγαγε, τις παρατηρήσεις και τα πορίσματα των προγενέστερων του. Η χρησιμότητα, όμως, του μοντέλου ARCH δεν εντοπιζόταν σε αυτόν και μόνο τον παράγοντα αλλά κυρίως στο ότι παρουσίαζε ένα ευρύτερο πεδίο εφαρμογών που απηχούσε σε ολόκληρο το φάσμα της οικονομικής επιστήμης. Η βιβλιογραφία και αρθρογραφία που ασχολήθηκε με την οικογένεια των ARCH μοντέλων υπήρξε ιδιαίτερα μεγάλη. Από τα πολύ σημαντικά άρθρα που πραγματεύθηκαν το εν λόγω φαινόμενο ήταν και εκείνο των Engle και Bollerslev (1986), καθώς και το άρθρο των Bollerslev, Chou και Krouer (1992). Το τελευταίο, μάλιστα, υπήρξε ο προπομπός για εκατοντάδες άρθρα που ανέπτυξαν το φαινόμενο ARCH. Μερικά άλλα πολύ αξιόλογα άρθρα που αξίζουν ιδιαίτερης μνείας ήταν και τα άρθρα των Duffee (1992) καθώς και των Bollerslev και Hodirck (1992).

6.2 Μοντέλα ARCH, GARCH

Η αποτίμηση του κινδύνου αποτελεί την κυριότερη δραστηριότητα σε κάθε χρηματοοικονομική ανάλυση. Τόσο οι επενδυτές όσο και οι διάφοροι

χρηματοοικονομικοί οργανισμοί επιθυμούν να γνωρίζουν ή καλύτερα να έχουν μια αίσθηση του μεγέθους του κινδύνου που δύναται να αντιμετωπίσουν σε κάθε επενδυτική δραστηριότητα που αναλαμβάνουν. Ο κίνδυνος, ο οποίος μετριέται σε όρους διακύμανσης, απετέλεσε και αποτελεί το αντικείμενο μελέτης πολλών ερευνητών. Ωστόσο, πολλοί χρηματοοικονομικοί αναλυτές, παρόλο που καταλάβαιναν ότι η μεταβλητότητα σε χρηματιστηριακούς τίτλους δεν μπορεί να θεωρείται σταθερή, εκτιμούσαν γραμμικά υποδείγματα, στα οποία θεωρούσαν ότι η διακύμανση του τυχαίου σφάλματος παραμένει σταθερή. Πολλές οικονομικές χρονοσειρές παρουσιάζουν περιόδους με ασυνήθιστα υψηλή μεταβλητότητα, ακολουθούμενη από περιόδους ηρεμίας. Σε τέτοιες περιπτώσεις η υπόθεση της σταθερής διακύμανσης (ομοσκεδαστικότητας) δεν θεωρείται κατάλληλη. Ο Engle βρίσκει ότι σε κάποια δεδομένα, η διακύμανση του διαταρακτικού όρου σε υποδείγματα χρονοσειρών είναι λιγότερο σταθερή από ότι πίστευαν και ανατρέπεται αυτή η υφιστάμενη παραδοχή της σταθερής και ίσης διαχρονικά διακύμανσης. Τα αποτελέσματα του Engle δείχνουν ότι σε υποδείγματα με πληθωρισμό, μεγάλα και μικρά κατάλοιπα εμφανίζονται σε ομάδες, κάτι που υποδηλώνει μια μορφή ετεροσκεδαστικότητας, κατά την οποία η διακύμανση των καταλοίπων εξαρτάται από το μέγεθος του προηγούμενου διαταρακτικού όρου. Έτσι ο Engle παρουσιάζει μια νέα κατηγορία υποδειγμάτων, τα ονομαζόμενα Αυτοπαλινδρομούμενα Υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικότητας υποδείγματα, γνωστά ως ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroscedastic processes) σαν ένα εναλλακτικό υπόδειγμα. Στα υποδείγματα αυτά η διακύμανση του τυχαίου σφάλματος εξαρτάται συστηματικά από τη διακύμανση των τιμών των προηγούμενων περιόδων. Με βάση αυτή την παραδοχή αναπτύχθηκε η μέθοδος εκτίμησης αυτών των υποδειγμάτων, δηλαδή η ταυτόχρονη εκτίμηση των συντελεστών ενός γραμμικού υποδείγματος, στο οποίο η διακύμανση του τυχαίου σφάλματος ακολουθεί μια συγκεκριμένη ARCH μορφή, όπως επίσης και στον στατιστικό έλεγχο για να διαπιστωθεί αν η διακύμανση του τυχαίου σφάλματος ακολουθεί μια συγκεκριμένη ARCH μορφή.

Οι τελευταίες έρευνες των χρηματαγορών δείχνουν ότι το φαινόμενο είναι αρκετά συχνό. Το ARCH μοντέλο αποδείχθηκε χρήσιμο στη μελέτη της διακύμανσης του πληθωρισμού, στη χρονική διάρθρωση των επιτοκίων, στη μεταβλητότητα των αποδόσεων των χρηματιστηρίων και σε πολλά άλλα.

Ο Bollerslev επέκτεινε την αρχική δουλειά του Engle αναπτύσσοντας μια τεχνική που επιτρέπει στην υπό συνθήκη διακύμανση να είναι μια ARMA ανέλιξη. Αυτό το γενικευμένο ARCH(p,q) μοντέλο λέγεται GARCH(p,q) και επιτρέπει την ύπαρξη αυτοπαλινδρομούμενων και κινητών μέσων συντελεστών στην ετεροσκεδαστική διακύμανση. Το πλεονέκτημα ενός GARCH μοντέλου είναι ότι ένα μεγάλης τάξης ARCH μοντέλο μπορεί να γραφεί σαν ένα GARCH μοντέλο μικρότερης τάξης, το οποίο είναι ευκολότερο να ταχτοποιηθεί και να εκτιμηθεί και επιπλέον χρειάζεται λιγότερους περιορισμούς στους συντελεστές.

Τα μοντέλα δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας ARCH/GARCH βοηθούν στην εκτίμηση της χρονικά μεταβαλλόμενης διασποράς των χρονολογικών σειρών. Η χρήση τους στοχεύει στη μέτρηση της μεταβλητότητας και της προσέγγισής της, ως προς μια τυπική απόκλιση, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί στις χρηματοοικονομικές αποφάσεις που αφορούν ανάλυση κινδύνου, επιλογή χαρτοφυλακίου και τιμολόγηση ομολογιών.

6.3 Διατύπωση μοντέλων

6.3.1 Ορισμός Return

Έστω P_t είναι η τιμή ενός περιουσιακού στοιχείου (asset) στο τέλος της ημέρας. Ορίζουμε την απόδοση (return), r_t , ως:

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (6.1)$$

Οι καθημερινές αποδόσεις είναι γνωστό ότι είναι απρόβλεπτες και η αναμενόμενη αξία τους είναι πολύ κοντά στο μηδέν. Από την άλλη πλευρά, η διακύμανση των ημερησίων αποδόσεων αλλάζει σημαντικά με την πάροδο του χρόνου. Υποθέτουμε ότι οι ημερήσιες αποδόσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή, με μέσο μηδέν και χρονικά μεταβαλλόμενη διακύμανση.

$$r_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (6.2)$$

Και οι δύο υποθέσεις, ο μηδενικός μέσος και η κανονική κατανομή, δεν είναι απαραίτητες και μπορούμε να τις εγκαταλείψουμε. Για λόγους ευκολίας τις διατηρούμε, και αυτό μας επιτρέπει να εστιάσουμε στη μοντελοποίηση της υπό συνθήκη διακύμανσης.

Το πρώτο μοντέλο που καταγράφει τη χρονική διακύμανση της μεταβλητότητας είναι το μοντέλο ARCH του Engle (1982).

6.3.2 Μοντέλο ARCH

Έστω το μοντέλο:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \dots + \beta_k x_{kt} + \varepsilon_t \quad (6.3)$$

Έστω επίσης ότι η διακύμανση του διαταρακτικού όρου δεν είναι συνάρτηση μιας από τις ερμηνευτικές μεταβλητές του υποδείγματος αλλά ότι μεταβάλλεται διαχρονικά και ότι η μεταβολή αυτή σχετίζεται με το πόσο ευμετάβλητος ήταν ο διαταρακτικός όρος στο πρόσφατο παρελθόν. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει μια ομοιόμορφη ετεροσκεδαστικότητα, με την έννοια, ότι η διακύμανση του διαταρακτικού όρου εξαρτάται από το ευμετάβλητο των προηγούμενων τιμών του. Η απλούστερη περίπτωση είναι να υποθέσουμε ότι εξαρτάται μόνο από το πόσο ευμετάβλητος ήταν ο διαταρακτικός όρος την προηγούμενη περίοδο. Η υπόθεση αυτή μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 (\varepsilon_{t-1})^2 \quad (6.4)$$

Δηλαδή, η διακύμανση του σ^2 του διαταρακτικού όρου ε_t αποτελείται από δύο μέρη: από τη σταθερά και από το τετράγωνο της τιμής της προηγούμενης περιόδου, $(\varepsilon_{t-1})^2$. Αυτό σημαίνει ότι, ο διαταρακτικός όρος είναι ετεροσκεδαστικός

δεδομένης της τιμής του στη προηγούμενη περίοδο. Με άλλα λόγια, η ακριβώς προηγούμενη σχέση είναι η υπό συνθήκη διακύμανση του διαταρακτικού όρου δεδομένης της τιμής του στην προηγούμενη περίοδο. Μια υπό συνθήκη διακύμανση, όπως αυτής της σχέσης, προκύπτει από ένα διαταρακτικό όρο ε_t ο οποίος προσδιορίζεται από την ακόλουθη διαδικασία:

$$\varepsilon_t = \nu_t \sqrt{\omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2} \quad (6.5)$$

Υποθέτουμε ότι ν_t κατανέμεται κανονικά και ανεξάρτητα με μέσο το μηδέν και διακύμανση τη μονάδα. Η υπόθεση ότι η διακύμανση ισούται με τη μονάδα γίνεται χάρη ευκολίας αλλά δεν είναι περιοριστική. Οποιοδήποτε άλλο μέγεθος θα μπορούσε να μετατραπεί σε μονάδα με κατάλληλη τροποποίηση των υπολοίπων παραμέτρων.

Η παραπάνω σχέση είναι γνωστή ως διαδικασία αυτοπαλινδρομούμενης υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητας πρώτης τάξεως (First Order Autoregressive Conditional heteroskedasticity) ή ARCH(1). Γενικά,

$$\varepsilon_t = \nu_t \sqrt{\omega + \sum_{j=1}^p \varepsilon_{t-j}^2} \quad (6.6)$$

Είναι μια διαδικασία αυτοπαλινδρομούμενης υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητας p τάξεως ή ARCH(p).

Στη γενική περίπτωση μια ARCH(p) διαδικασία, η υπό συνθήκη διακύμανση γίνεται:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \quad (6.7)$$

Από τα προηγούμενα συνεπάγεται ότι σε ένα υπόδειγμα παλινδρόμησης που ο διαταρακτικός όρος συμπεριφέρεται ως μια ARCH διαδικασία, τα κατάλοιπα εμφανίζουν αυτοσυσχέτιση, ενώ στην πραγματικότητα αυτό που υπάρχει είναι το γνωστό ως αποτέλεσμα ARCH, που οφείλεται στο γεγονός ότι η διακύμανση του διαταρακτικού όρου είναι συνάρτηση των τιμών του με υστέρηση. Το αποτέλεσμα ARCH παρατηρείται συνήθως στην ανάλυση χρηματοοικονομικών χρονοσειρών όπως αποδόσεις μετοχών.

6.3.2.1 Έλεγχος για ARCH

Έστω το ακόλουθο οικονομετρικό υπόδειγμα:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} + \varepsilon_t \quad (6.8)$$

Ο έλεγχος για τη διαπίστωση αποτελέσματος ARCH σημαίνει έλεγχο της μηδέν υποθέσεως ότι οι συντελεστές $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ είναι ίσοι με το μηδέν, δηλαδή:

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0 \quad (6.9)$$

Η διαδικασία για τον έλεγχο είναι η εξής:

- Εκτιμάται το αρχικό υπόδειγμα με την Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων και υπολογίζονται τα κατάλοιπα.
- Εκτιμάται η ακόλουθη βοηθητική παλινδρόμηση με την Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων και υπολογίζεται ο συντελεστής προσδιορισμού (R^2)

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \hat{\varepsilon}_{t-p}^2 + u_t \quad (6.10)$$

- Τέλος ο έλεγχος της μηδενικής υποθέσεως $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$ γίνεται με το κριτήριο F ή με την LM στατιστική η οποία ακολουθεί την κατανομή χ^2 με p βαθμούς ελευθερίας.

Εάν η μηδενική υπόθεση, ότι δεν υπάρχει αποτέλεσμα ARCH γίνει δεκτή σημαίνει ότι υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα.

6.3.2.2 Εκτίμηση μοντέλου ARCH

Ένας από τους τρόπους αντιμετώπισης του προβλήματος ετεροσκεδαστικότητας είναι να χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση του μοντέλου οι εκτιμήσεις των διακυμάνσεων του διαταρακτικού όρου που μπορεί να υπάρχει για κάθε τιμή του t , δηλαδή για κάθε παρατήρηση του δείγματος. Τέτοιες εκτιμήσεις μπορούν να προέλθουν από την παλινδρόμηση της σχέσεως (6.10). Η προσέγγιση αυτή όμως μπορεί να μην είναι πάντοτε επιτυχής, γιατί από την εκτίμηση είναι δυνατόν να προκύψουν μηδενικές ή αρνητικές διακυμάνσεις.

Σε αυτή την περίπτωση, θα μπορούσαν να τεθούν ορισμένοι περιορισμοί στο μέγεθος των συντελεστών α_i ώστε να αποφεύγονται τα παραπάνω ανεπιθύμητα αποτελέσματα. Ένας άλλος τρόπος είναι να σταθμίζονται με κατάλληλα σταθμά οι τιμές με χρονική υστέρηση της ε_t^2 στην παλινδρόμηση (6.10).

Συνήθως, το μοντέλο εκτιμάται με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας. Η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας επιλέγει το σύνολο των τιμών των παραμέτρων του μοντέλου που μεγιστοποιεί την συνάρτηση πιθανότητας. Διαισθητικά, αυτό μεγιστοποιεί την «συμφωνία» από το επιλεγμένο μοντέλο με τα παρατηρούμενα δεδομένα, και για διακριτές τυχαίες μεταβλητές μεγιστοποιεί την πιθανότητα των παρατηρούμενων δεδομένων σύμφωνα με την τελική κατανομή. Η εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας δίνει μια ενιαία προσέγγιση για την εκτίμηση, η οποία είναι καλά ορισμένη στην περίπτωση της κανονικής κατανομής και πολλά άλλα προβλήματα.

Η διαδικασία της ανάλυσης με στατιστικά μη-γραμμικά μοντέλα είναι ίδια όπως και με τα γραμμικά μοντέλα και συνίσταται στην επιλογή του μοντέλου, στην εκτίμηση των παραμέτρων του και στο διαγνωστικό έλεγχο της καταλληλότητας του μοντέλου.

Για την επιλογή του κατάλληλου μοντέλου θα πρέπει να μελετήσουμε κατάλληλα μη-γραμμικά χαρακτηριστικά. Αν πρέπει να διαλέξουμε μεταξύ M υποψήφιων μοντέλων μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κάποιο κριτήριο καταλληλότητας, όπως το κριτήριο πληροφορίας του Akaike (Akaike information criterion, AIC). Έστω x το διάνυσμα των παρατηρήσεων της χρονοσειράς που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση των παραμέτρων $\hat{\theta}_m$ του μοντέλου m , από μια σειρά M υποψήφιων μοντέλων ($m = 1, 2, \dots, M$). Τότε αν $g(x|\hat{\theta}_m(x))$ είναι η συνάρτηση μέγιστης πιθανοφάνειας για το μοντέλο m και r είναι ο αριθμός των ανεξάρτητων ορισμένων παραμέτρων του μοντέλου, τότε το AIC ορίζεται ως:

$$AIC(m) = -2 \ln g(x|\hat{\theta}_m(x)) + 2r \quad (6.11)$$

Η εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου γίνεται με τις γνωστές μεθόδους, δηλαδή τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας και τη μέθοδο των (δεσμευμένων) ελαχίστων τετραγώνων.

6.3.3 Μοντέλο GARCH

Ο Bollerslev (1986) επέκτεινε το μοντέλο του Engle εισάγοντας επιπλέον εξάρτηση από υστερήσεις (lags) παλαιότερων διακυμάνσεων, σ_{t-j}^2 , με αποτέλεσμα να μη χρειάζεται μοντέλο ARCH υψηλής τάξης για να περιγράψει τη χρονοσειρά. Το μοντέλο GARCH περιγράφεται από τους ακόλουθους τύπους:

$$\text{Εξίσωση μέσου:} \quad r_t = \mu + \varepsilon_t \quad (6.12)$$

$$\text{Εξίσωση διακύμανσης: } \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (6.13)$$

όπου p είναι η τάξη του ARCH και q είναι η τάξη του GARCH μοντέλου. Το σφάλμα, ε_t , ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέσο μηδέν και υπό συνθήκη διακύμανση, σ_t^2 . R_t είναι η απόδοση, οπότε αναμένουμε ότι η μέση τιμή της (που δίνεται από το μ) είναι μικρή και θετική. Επίσης, το ω είναι ένας σταθερός όρος μικρός και μεγαλύτερος του μηδενός. Όλες οι παράμετροι α, β της εξίσωσης διακύμανσης πρέπει να είναι μεγαλύτεροι του μηδενός και το άθροισμά τους να είναι μικρότερο του ένα. Ακόμη, πρέπει να ισχύει $\beta > \alpha$. Η μεταβλητότητα από τις προηγούμενες περιόδους μετρείται ως η υστέρηση του τετραγωνικού υπολοίπου από την εξίσωση του μέσου: ε_{t-i}^2 , όρος ARCH και η πρόβλεψη της διακύμανσης των προηγούμενων περιόδων δίνεται από: σ_{t-j}^2 , όρος GARCH.

6.3.4 Μοντέλο GARCH-in-Mean

Η οικονομική θεωρία μας λέει ότι η αύξηση της διακύμανσης έχει ως αποτέλεσμα υψηλότερα αναμενόμενη απόδοση. Για το λόγο αυτό, χρησιμοποιούμε το μοντέλο GARCH-M, όπως έκαναν οι Kim και Kon (1994). Το μοντέλο GARCH-M δίνεται από τον τύπο:

$$\text{Εξίσωση μέσου: } r_t = \mu + \lambda \sigma_t^2 + \varepsilon_t \quad (6.14)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (6.15)$$

$$\text{Εξίσωση διακύμανσης: } \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (6.16)$$

εάν το λ είναι θετικό και στατιστικά σημαντικό, τότε ο αυξημένος κίνδυνος οδηγεί σε αύξηση της μέσης απόδοσης (mean return). Το $\lambda\sigma_{\epsilon}^2$ μπορεί να ερμηνευτεί και ως ασφάλιστρο κινδύνου (risk premium).

6.3.5 Πλεονεκτήματα-Μειονεκτήματα μοντέλων ARCH

Πλεονεκτήματα των μοντέλων ARCH:

- Είναι απλά στη χρήση τους
- Έχουν καλή προσαρμογή στην ιδιότητα της μεταβλητότητας να παρουσιάζει πυκνότητα.

Μειονεκτήματα των υποδειγμάτων ARCH:

- Υποθέτουν ότι τα αρνητικά και θετικά σοκ έχουν την ίδια επίδραση στη μεταβλητότητα αφού αυτό είναι συνάρτηση των τετραγώνων των προηγούμενων σοκ. Στην πραγματικότητα όμως αντιδρά διαφορετικά σε αρνητικά και θετικά σοκ.
- Τα μοντέλα ARCH συνήθως υπερεκτιμούν τη μεταβλητότητα επειδή αργούν να ανταποκριθούν σε μεγάλα μεμονωμένα σοκ στις σειρές αποδόσεων.
- Απλά παρέχουν ένα μηχανισμό για να περιγράψουν τη συμπεριφορά της δεσμευμένες διασποράς και δεν εξηγούν τι επιφέρει αυτή τη συμπεριφορά.

6.3.6 Μοντέλο EGARCH

Τόσο τα ARCH όσο και τα GARCH μοντέλα είναι σε ένα βαθμό περιοριστικά, υπό την έννοια ότι αφήνουν την υπό συνθήκη διακύμανση να εξαρτάται μόνο από το μέγεθος προγενέστερων διαταραχών (shocks) αλλά όχι και από το πρόσημό τους, καθώς η υπό συνθήκη διακύμανση εξαρτάται από το τετράγωνο των πεπερασμένων διαταραχών. Ένα άλλο πρόβλημα με τα μοντέλα που έχουμε δει μέχρι τώρα είναι ότι κατά την εκτίμησή τέτοιων διαδικασιών πρέπει να θέσουμε επιπλέον περιορισμούς στις

παραμέτρους της διακύμανσης, έτσι ώστε αυτή να παραμένει πάντα θετική και πεπερασμένη. Τα μοντέλα ARCH και GARCH υποθέτουν ότι η υπό συνθήκη διακύμανση είναι συνάρτηση μόνο του μεγέθους των υστερήσεων του σφάλματος και όχι του πρόσημου τους, δηλαδή, μόνο το μέγεθος και όχι το πρόσημο των υστερήσεων του σφάλματος καθορίζουν την υπό συνθήκη διακύμανση. Αυτή η υπόθεση είναι περιοριστική και αυτά τα μοντέλα δεν είναι επαρκή για να συλλάβουν και να περιγράψουν το λεγόμενο «φαινόμενο της μόχλευσης» (leverage effect), για το οποίο μίλησε πρώτος ο Black (1976). Ο Black παρατήρησε ότι για τις μετοχές συχνά οι προς τα κάτω διαταραχές των τιμών τους ακολουθούνται από μεγαλύτερη μεταβλητότητα και αστάθεια από ότι οι αυξητικές διαταραχές ίσου μεγέθους. Λόγω αυτών των επιπλοκών, ο Nelson (1991) παρουσίασε μια πιο γενική μορφή για την υπό συνθήκη μεταβλητότητα, το μοντέλο του εκθετικού (exponential) GARCH(p,q) ή EGARCH(p,q). Στο μοντέλο αυτό έχουμε:

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q (a_j \left| \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sigma_{t-j}} \right| + \gamma_t \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sigma_{t-j}}) \quad (6.17)$$

Η λογαριθμική μορφή της υπό συνθήκη διακύμανσης υποδηλώνει ότι η μόχλευση είναι εκθετική και ότι οι προβλέψεις της διακύμανσης είναι θετικές. Η παρουσία της μόχλευσης μπορεί να δοκιμαστεί υπό την υπόθεση ότι $\gamma > 0$. Ενώ, αν $\gamma \neq 0$, τότε έχουμε ασυμμετρία.

6.3.7 Μοντέλο TGARCH

Το μοντέλο TGARCH εισήχθη από τους Zakoian (1994) και τους Clouten, Jaganathan και Runkle (1993). Βασίζεται στην υπόθεση ότι οι μη αναμενόμενες μεταβολές των αποδόσεων έχουν διαφορετικές επιπτώσεις στην υπό συνθήκη διακύμανση των αποδόσεων του χρηματιστηριακού δείκτη. Το μοντέλο TGARCH (Threshold GARCH) είναι ένας συνδυασμός μοντέλων ARCH και GARCH. Η υπό συνθήκη διακύμανση περιγράφεται από τον τύπο:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1} + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (6.18)$$

Όπου $d_t = 1$ αν $\varepsilon_t < 0$, αλλιώς $d_t = 0$.

Σε αυτό το μοντέλο, οι «καλές» ειδήσεις ($\varepsilon_t > 0$) και οι «κακές» ειδήσεις ($\varepsilon_t < 0$) έχουν διαφορετικές επιπτώσεις στην υπό συνθήκη διακύμανση. Ειδικότερα, τα «καλά» νέα έχουν αντίκτυπο στο α , ενώ τα «κακά» νέα έχουν αντίκτυπο στο $\alpha + \gamma$. Αν $\gamma > 0$ τότε υπάρχει μόχλευση και οι «κακές» ειδήσεις αυξάνουν τη μεταβλητότητα (volatility), ενώ αν $\gamma \neq 0$ η επίπτωση των ειδήσεων είναι ασύμμετρη.

Κεφάλαιο 7: Range-based GARCH μοντέλα

Το GARCH είναι ένα μοντέλο βασισμένο στην απόδοση (return), δηλαδή κατασκευάζεται με τα δεδομένα κλεισίματος των χρηματιστηρίων. Ωστόσο, παρόλο που το return είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για τη μέτρηση της διακύμανσης σε χρονοσειρές, μπορεί να παραμελήσει σημαντικές πληροφορίες για την κίνηση των τιμών μέσα σε μία μέρα. Για παράδειγμα, αν η σημερινή τιμή κλεισίματος ισούται με την προηγούμενη τιμή κλεισίματος, τότε το return θα είναι μηδενικό. Όμως, η διακύμανση των τιμών μέσα στη μέρα μπορεί να έχει μεγάλες αυξομειώσεις. Αυτό όμως το μοντέλο GARCH που είναι βασισμένο στο return δε μπορεί να εμφανίσει αυτή τη μεταβλητότητα που είχαν οι τιμές μέσα στη μέρα. Έτσι, πολλές μελέτες προσπάθησαν να αποκαταστήσουν αυτό το πρόβλημα δημιουργώντας ένα μοντέλο GARCH που θα ήταν βασισμένο στο ημερήσιο εύρος τιμών.

Το εύρος (range) τιμών, ορίζεται ως η λογαριθμική διαφορά μεταξύ της υψηλότερης και της χαμηλότερης τιμής ενός δείγματος (π.χ. μια ημέρα, μια εβδομάδα). Οι εκτιμήσεις αυτού του μοντέλου μπορεί να είναι πέντε με δεκατέσσερις φορές πιο αποτελεσματικές, (Garman και Klass, 1980, Parkinson, 1980, Rogers και Satchell, 1991, Yang και Zhang, 2000). Παρά τα πλεονεκτήματά τους οι εκτιμητές μεταβλητότητας range-based δεν χρησιμοποιούνται στο βαθμό που θα έπρεπε.

Έστω ότι επιλέγουμε μια ημέρα διαπραγμάτευσης t , και O_t, C_t, H_t, L_t υποδηλώνουμε το άνοιγμα, το κλείσιμο, το υψηλό και το χαμηλό των τιμών συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης την ημέρα t , αντίστοιχα. Το απλούστερο μέτρο της μεταβλητότητας είναι το εύρος (range), R_t , που ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ των υψηλών και των χαμηλών τιμών (σε λογάριθμους):

$$R_t = \ln(H_t) - \ln(L_t) = \ln(H_t/L_t) \quad (7.1)$$

Ο κλασσικός εκτιμητής εύρους τιμών εφαρμόστηκε από τον Parkinson (1980). Ο εκτιμητής μεταβλητότητάς του είναι ο ακόλουθος:

$$V_{P,t} = 0.361R_t^2 = 0.361[\ln(H_t) - \ln(L_t)]^2 = 0.361[\ln(H_t/L_t)]^2 \quad (7.2)$$

Αυτός ο εκτιμητής προέρχεται από την υπόθεση ότι, κατά τη διάρκεια της ημέρας, ο λογάριθμος της τιμής ακολουθεί μια κίνηση Brown με μηδενική τάση (zero drift). Αν και αυτό δεν είναι πάντα αληθές, ο εκτιμητής μεταβλητότητας του Parkinson λειτουργεί πολύ καλά με πραγματικά δεδομένα (Chou, Chou και Liu, 2010). Μάλιστα έχει αποδειχθεί ότι ο $V_{P,t}$ μπορεί να είναι έως και 8,5 φορές πιο αποδοτικός από το return.

Μια εναλλακτική λύση που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για τον υπολογισμό της μεταβλητότητας, είναι ο εκτιμητής μεταβλητότητας των Garman και Klass (1980). Ο συγκεκριμένος εκτιμητής ενσωματώνει επιπλέον δεδομένα ανοίγματος (O) και κλεισίματος (C). Έτσι διαμορφώνεται ως εξής:

$$V_{GK,t} = \frac{1}{2}[\ln(H_t) - \ln(L_t)]^2 - (2 \ln 2 - 1)[\ln(C_t) - \ln(O_t)]^2 \quad (7.3)$$

Και οι δύο μέθοδοι ($V_{P,t}, V_{GK,t}$) είναι αμερόληπτοι, όμως όταν χρησιμοποιούμε τα ίδια δεδομένα για τον υπολογισμό της μεταβλητότητας ο $V_{GK,t}$ είναι πιο αποτελεσματικός. Βέβαια και οι δύο μέθοδοι έχουν μειονεκτήματα τα οποία μπορούν να

διορθωθούν με τη χρήση κάποιων παραμέτρων, οι οποίοι δεν είναι εμπειρικά διαθέσιμοι (Yang και Zhang, 2000).

Στα περισσότερα οικονομικά δεδομένα το πιο πιθανό είναι να μην έχουμε μηδενική τάση (zero drift). Σε αυτή την περίπτωση, τόσο ο εκτιμητής του Parkinson όσο και ο εκτιμητής των Garman-Klass δεν είναι τόσο αποτελεσματικοί. Αυτό το έδειξαν στις μελέτες τους οι Yang και Zhang (2000). Έτσι, οι Rogers και Satchell (1991) και οι Rogers, Satchell και Yoon (1994) πρότειναν ένα εναλλακτικό μοντέλο που είναι ανεξάρτητο από drift.

$$V_{RS,t} = [\ln(H_t) - \ln(O_t)][\ln(H_t) - \ln(C_t)] + [\ln(L_t) - \ln(O_t)][\ln(L_t) - \ln(C_t)] \quad (7.4)$$

Όταν όμως εφαρμόστηκε σε πραγματικά δεδομένα δεν ανταποκρίθηκε ικανοποιητικά καθώς απαιτούνταν διορθώσεις. Μέθοδοι διόρθωσης συζητήθηκαν από τους Yang και Zhang (2000) αλλά και πάλι δεν είχαν κάποια πρακτική εφαρμογή.

7.1 Range GARCH (RGARCH) μοντέλο

Η πιο δημοφιλής μορφή του GARCH είναι η απλούστερη εκδοχή του, το GARCH(1,1):

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha r_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (7.5)$$

Η εκτίμηση του GARCH(1,1) τυπικά δίνει τα ακόλουθα αποτελέσματα. Η παράμετρος ω είναι πολύ μικρή (π.χ. 0,0006), το άθροισμα των συντελεστών α, β , δηλαδή το $\alpha + \beta$, είναι κοντά στο ένα, αλλά μικρότερο από αυτό. Επίσης, το μεγαλύτερο βάρος έχει ο συντελεστής β , π.χ. $\alpha = 0.04$ και $\beta = 0.95$. Με άλλα λόγια το GARCH(1,1) είναι συνήθως πού κοντά στη μειωμένη μορφή του, το μοντέλο του εκθετικά σταθμισμένου κινητού μέσου (Exponential Weighted Moving Average, EWMA):

$$\sigma_t^2 = a r_{t-1}^2 + (1 - a) \sigma_{t-1}^2 \quad (7.6)$$

Το μοντέλο EWMA είναι χρήσιμο ιδιαίτερα για λόγους κατανόησης. Σε αυτό το μοντέλο ο εκτιμητής μεταβλητότητας εκτιμάται ως σταθμισμένος μέσος όρος των πιο πρόσφατων περιπτώσεων μεταβλητότητας και της τελευταίας εκτίμησης της μεταβλητότητας.

Το μοντέλο GARCH μπορεί να τροποποιηθεί με την εισαγωγή μιας εξωγενούς μεταβλητής. Με αυτό τον τρόπο το μοντέλο GARCH(1,1) μπορεί να γίνει ως εξής:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \widehat{\sigma_{proxy,t-1}^2} + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (7.7)$$

όπου $\widehat{\sigma_{proxy,t-1}^2}$ είναι η λιγότερο θορυβώδης μεταβλητή μεταβλητότητας (noisy volatility proxy).

Στη συνέχεια, θα πρέπει να αποφασίσουμε ποια είναι η καλύτερη μεταβλητή μεταβλητότητας (volatility proxy), δηλαδή, η λιγότερο θορυβώδης, που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε. Γενικά όσο καλύτερη είναι αυτή η μεταβλητή τόσο καλύτερα θα δουλέψει το μοντέλο μας.

Στην εργασία αυτή θα χρησιμοποιηθούν οι εκτιμητές μεταβλητότητας των Parkinson ($\sigma_{proxy}^2 = \sigma_P^2$), Garman-Klass ($\sigma_{proxy}^2 = \sigma_{GK}^2$), Rogers-Satchell ($\sigma_{proxy}^2 = \sigma_{RS}^2$) και για range ($\sigma_{proxy}^2 = \sigma_S^2$).

Έτσι τα μοντέλα που θα χρησιμοποιηθούν είναι:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \widehat{\sigma_{P,t-1}^2} + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (7.8)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \widehat{\sigma_{GK,t-1}^2} + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (7.9)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \widehat{\sigma_{RS,t-1}^2} + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (7.10)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \widehat{\sigma_{S,t-1}^2} + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (7.11)$$

Όπου RGARCH(1,1) εννοούμε το μοντέλο range GARCH(1,1). Αυτό το μοντέλο μπορεί να επεκταθεί και στο μοντέλο RGARCH(p,q):

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \widehat{\sigma_{proxy,t-1}^2} + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (7.12)$$

όπου $\sigma_{proxy}^2 = \sigma_P^2, \sigma_{GK}^2, \sigma_{RS}^2, \sigma_S^2$.

Σύμφωνα με τους Javed και Mantalos (2013), η επιλογή του GARCH(1,1) είναι ικανοποιητική. Ισχυρίζονται ότι η πρώτη υστέρηση είναι αρκετή για να συλλάβει τις κινήσεις της μεταβλητότητας. Έτσι κι εμείς μελετάμε το μοντέλο RGARCH στην απλούστερη εκδοχή του, δηλαδή, το μοντέλο RGARCH(1,1).

Επίσης, υπολογίζουμε το σύνθετο (combined) GARCH(1,1) μοντέλο:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \alpha_2 \widehat{\sigma_{proxy,t-1}^2} + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (7.13)$$

όπου $\sigma_{proxy}^2 = \sigma_P^2, \sigma_{GK}^2, \sigma_{RS}^2, \sigma_S^2$. Αυτό μας επιτρέπει να καταλάβουμε ποια μεταβλητή μεταβλητότητας, r_{t-1}^2 (return) ή $\widehat{\sigma_{proxy,t-1}^2}$, επηρεάζει περισσότερο την εξίσωση μεταβλητότητας.

Κεφάλαιο 8: Μεθοδολογία

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία περιλαμβάνουν καθημερινές παρατηρήσεις των χρηματιστηρίων NASDAQ, NIKKEY 225, CAC 40, DAX και DOW JONES. Τα δεδομένα αναφέρονται στην περίοδο από 3 Ιανουαρίου 2000 έως 19 Ιουνίου 2019. Οι τιμές Ανοίγματος (Open), Κλεισίματος (Closing), Υψηλές (High) και Χαμηλές (Low) για τους δείκτες των χρηματιστηρίων που συλλέχθηκαν από τη βάση δεδομένων της ιστοσελίδας Yahoo Finance (<https://finance.yahoo.com/>).

Στην παρούσα εργασία έγινε παρουσίαση των δεδομένων χρησιμοποιώντας γραφήματα και περιγραφικές μεθόδους στατιστικής ανάλυσης. Η στατιστική ανάλυση πραγματοποιήθηκε στη γλώσσα προγραμματισμού R που αποτελεί μια γλώσσα προγραμματισμού ανοικτού κώδικα.

Αρχικά, υπολογίσαμε τα στατιστικά μεγέθη των ημερήσιων τιμών ανοίγματος, κλεισίματος, χαμηλού και ψηλού των χρηματιστηρίων που μελετάμε.

Επίσης, λαμβάνει χώρα η εκτίμηση μεταβλητότητας των τιμών μας. Έτσι, χρησιμοποιούμε τα μοντέλα εκτίμησης μεταβλητότητας Range (V_S), Parkinson (V_P), Rogers-Satchell (V_{RS}) και Garman-Klass (V_{GK}). Με αυτό τον τρόπο εκτιμούμε τη μεταβλητότητα για τα χρηματιστήρια μας και μπορούμε να συμπεράνουμε ποιο μοντέλο είναι καταλληλότερο για κάθε χρηματιστήριο.

Όλα τα μοντέλα GARCH στην εργασία εκτιμώνται με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας. Στα αποτελέσματα της εκτίμησης παρουσιάζονται οι εξισώσεις του μέσου (mean equation), της εξίσωσης διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Επίσης, σημαντικές είναι και οι τιμές του κριτηρίου AIC εφόσον θέλουμε να επιλέξουμε ανάμεσα σε περισσότερα υποδείγματα της οικογένειας ARCH.

Προκειμένου να αποφευχθεί το μειονέκτημα της συμμετρικής μεταβλητότητας των μοντέλων GARCH, αναπτύχθηκαν παραλλαγές αυτών. Δηλαδή, αναπτύχθηκαν τα μοντέλα GARCH-M, EGARCH και TGARCH.

Είναι γνωστό ότι για GARCH(p,q) σπάνια υπολογίζουμε το μοντέλο για τάξη μεγαλύτερη του (1,1), (Hausen και Lunde, (2005)). Αυτό συμβαίνει γιατί οι πληροφορίες για την πιο πρόσφατη μεταβλητότητα μπορούν να ενσωματωθούν καλύτερα στα μοντέλα

μας και να προβλέψουν καλύτερα τη μελλοντική μεταβλητότητα. Έτσι, και σε αυτή την εργασία εκτιμήθηκαν τα μοντέλα της οικογενείας GARCH(1,1).

Στη συνέχεια, εκτιμούμε τη μεταβλητότητα των χρηματιστηριακών δεικτών που έχουμε επιλέξει με τη βοήθεια των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M με εξωγενείς μεταβλητές τις $\sigma_{prox}^2 = \sigma_P^2, \sigma_{GK}^2, \sigma_{RS}^2, \sigma_S^2$ και των μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M που βασίζονται στην απόδοση (return). Εφόσον, ολοκληρώσαμε την εκτίμηση των μοντέλων το επόμενο βήμα είναι η επιλογή του καταλληλότερου μοντέλου. Η εν λόγω διαδικασία πραγματοποιείται με τη βοήθεια του κριτηρίου αξιολόγησης AIC (Akaike Information Criteria). Το AIC αποτελεί ένα από τα πιο αξιόπιστα και δημοφιλή κριτήρια επιλογής μοντέλων και βασίζεται στην κατάλληλη ποινικοποίηση της μέγιστης πιθανοφάνειας.

Έχοντας πραγματοποιήσει την εκτίμηση των μοντέλων που είναι υπό εξέταση και παρατηρώντας τα αποτελέσματα, συγκεντρώνουμε τα αποτελέσματα του δείκτη AIC. Έπειτα, ακολουθεί η επιλογή του μοντέλου με τους μικρότερους δείκτες AIC ως το καλύτερο υπόδειγμα για την εκτίμηση της μεταβλητότητας για κάθε χρηματιστήριο.

Τέλος, στο τρίτο μέρος έγινε έλεγχος για το αν οι χρηματιστηριακοί δείκτες που εξετάζονται ακολουθούν το φαινόμενο του Ιανουαρίου. Πιο συγκεκριμένα, υπολογίσαμε τις αποδόσεις (returns) και τις υπό συνθήκη διακυμάνσεις (conditional variances) του μήνα Ιανουαρίου για τα έτη από 2000 έως 2019 και στη συνέχεια προσθέσαμε τις υπό συνθήκη διακυμάνσεις ως εξωγενείς μεταβλητές στην εξίσωση του μέσου του μοντέλου TGARCH.

Κεφάλαιο 9: Αποτελέσματα

9.1 Υπολογισμός μεταβλητότητας

Εξετάστηκαν τα περιγραφικά στατιστικά μέτρα έτσι ώστε να έχουμε κάποια συμπεράσματα για τις ημερήσιες τιμές ανοίγματος (Open), κλεισίματος (Close), υψηλού (High) και χαμηλού (Low) των χρηματιστηριακών δεικτών NASDAQ, NIKKEY 225, DAX, CAC 40 και DOW JONES για την περίοδο 3 Ιανουαρίου 2000 έως 19 Ιουνίου 2019, (Πίνακες 1-5).

Στον πίνακα 1 παρουσιάζονται τα βασικά περιγραφικά στατιστικά μέτρα των τιμών Open, Close, High και Low για τον δείκτη NASDAQ.

Πίνακας 1. Υπολογισμός στατιστικών μεγεθών για τις τιμές Close, High, Low, Open του χρηματιστηριακού δείκτη NASDAQ (^IXIC).

NASDAQ	Close	High	Low	Open
nobs	4895,00	4895,00	4895,00	4895,00
Minimum	1114,11	1135,89	1108,49	1116,76
Maximum	8164,00	8176,08	8136,41	8150,85
1. Quartile	2072,49	2088,76	2057,90	2075,17
3. Quartile	4470,14	4491,49	4432,49	4470,34
Mean	3336,83	3359,65	3311,65	3337,25
Median	2599,41	2618,84	2579,79	2601,06
Variance	3058065,00	3080929,00	3029730,00	3057202,00
Stdev	1748,73	1755,26	1740,61	1748,49
Skewness	1,11	1,11	1,11	1,11
Kurtosis	0,23	0,24	0,23	0,23

Σημειώσεις:

- Skewness (Ασυμμετρία) είναι ένα μέτρο ασυμμετρίας της κατανομής της σειράς γύρω από το μέσο της.
- Kurtosis (Κύρτωση) είναι ένα μέτρο της αιχμηρότητας της καμπύλης της κατανομής.

Πιο συγκεκριμένα, για τον δείκτη NASDAQ, παρατηρούμε ότι η κατανομή έχει θετική ασυμμετρία, περίπου 1,11 για όλες τις τιμές του δείκτη, άρα έχει μακριά δεξιά ουρά. Η τιμή της κύρτωσης είναι μικρότερη από τρία, άρα η κατανομή είναι πλατύκυρτη.

Στον πίνακα 2 παρουσιάζονται τα βασικά περιγραφικά στατιστικά μέτρα των τιμών Open, Close, High και Low για τον δείκτη NIKKEY 225.

Πίνακας 2. Υπολογισμός στατιστικών μεγεθών για τις τιμές Close, High, Low, Open του χρηματιστηριακού δείκτη NIKKEY 225(^N225).

NIKKEY 225	Close	High	Low	Open
nobs	4774	4774	4774	4774
Minimum	7054,98	7100,77	6994,9	7059,77
Maximum	24270,62	24448,07	24217,26	24376,17
1. Quartile	10235,95	10324,54	10171,76	10254,55
3. Quartile	17164,01	17267,97	17019,44	17161,17
Mean	14024,89	14117,59	13932,21	14029,65
Median	13537,31	13624,56	13398,22	13551,56
Variance	18248800	18352730	18114620	18248000
Stdev	4271,861	4284,008	4256,128	4271,768
Skewness	0,418461	0,413585	0,423659	0,41814
Kurtosis	-0,96894	-0,976285	-0,960226	-0,96909

Σημειώσεις:

- Skewness (Ασυμμετρία) είναι ένα μέτρο ασυμμετρίας της κατανομής της σειράς γύρω από το μέσο της.
- Kurtosis (Κύρτωση) είναι ένα μέτρο της αιχμηρότητας της καμπύλης της κατανομής.

Για τον δείκτη NIKKEY 225, βλέπουμε ότι η κατανομή έχει θετική ασυμμετρία, περίπου 0,42 για όλες τις τιμές του δείκτη, άρα έχει μακριά δεξιά ουρά. Η κύρτωση είναι πολύ μικρότερη του τρία, κυμαίνεται γύρω στο -0,97, άρα η κατανομή είναι και αυτή πλατύκυρτη.

Στον πίνακα 3 παρουσιάζονται τα βασικά περιγραφικά στατιστικά μέτρα των τιμών Open, Close, High και Low για τον δείκτη DAX.

Πίνακας 3. Υπολογισμός στατιστικών μεγεθών για τις τιμές Close, High, Low, Open του χρηματιστηριακού δείκτη DAX (^GDAXI).

DAX	Close	High	Low	Open
nobs	4939	4939	4939	4939
Minimum	2202,96	2319,65	2188,75	2203,97
Maximum	13559,6	13596,89	13517,81	13577,14
1. Quartile	5188,075	5235,3	5130,755	5187,16
3. Quartile	9530,06	9597,71	9456,095	9539,735
Mean	7289,056	7343,667	7230,687	7289,981
Median	6748,13	6801,15	6690,72	6745,9
Variance	7760713	7802795	7720051	7762758
Stdev	2785,806	2793,348	2778,498	2786,173
Skewness	0,487606	0,486822	0,488812	0,487965
Kurtosis	-0,769998	-0,774803	-0,763689	-0,768589

Σημειώσεις:

- Skewness (Ασυμμετρία) είναι ένα μέτρο ασυμμετρίας της κατανομής της σειράς γύρω από το μέσο της.
- Kurtosis (Κύρτωση) είναι ένα μέτρο της αιχμηρότητας της καμπύλης της κατανομής.

Για τον δείκτη DAX, η κατανομή έχει θετική ασυμμετρία, περίπου 0,49, άρα έχει μακριά δεξιά ουρά. Επίσης, η κύρτωση είναι πολύ μικρότερη του τρία, περίπου -0,77, άρα η κατανομή είναι και αυτή πλατύκυρτη.

Στον πίνακα 4 παρουσιάζονται τα βασικά περιγραφικά στατιστικά μέτρα των τιμών Open, Close, High και Low για τον δείκτη CAC 40.

Πίνακας 4. Υπολογισμός στατιστικών μεγεθών για τις τιμές Close, High, Low, Open του χρηματιστηριακού δείκτη CAC 40 (^FCHI).

CAC 40	Close	High	Low	Open
nobs	4971	4971	4971	4971
Minimum	2403,04	2518,29	2401,15	2453,05
Maximum	6922,33	6944,77	6838,7	6929,05
1. Quartile	3691,765	3718,065	3664,23	3692,325
3. Quartile	5115,865	5144,38	5087,585	5119,24
Mean	4404,911	4437,379	4371,262	4406,293
Median	4366,52	4395,94	4333,33	4366,22
Variance	833537,9	836512	831087,5	833949,2
Stdev	912,983	914,6103	911,64	913,2082
Skewness	0,260679	0,283053	0,241123	0,264687
Kurtosis	-0,684761	-0,661333	-0,701348	-0,677678

Σημειώσεις:

- Skewness (Ασυμμετρία) είναι ένα μέτρο ασυμμετρίας της κατανομής της σειράς γύρω από το μέσο της.
- Kurtosis (Κύρτωση) είναι ένα μέτρο της αιχμηρότητας της καμπύλης της κατανομής.

Για τον δείκτη CAC 40, παρατηρούμε και σ' αυτόν ότι η κατανομή έχει θετική ασυμμετρία, κυμαίνεται από 0,24 έως 0,28 περίπου, άρα έχει μακριά δεξιά ουρά. Επιπλέον η κύρτωση είναι μικρότερη του τρία, από -0,66 έως -0,7, άρα η κατανομή είναι πλατύκυρτη.

Στον πίνακα 5 παρουσιάζονται τα βασικά περιγραφικά στατιστικά μέτρα των τιμών Open, Close, High και Low για τον δείκτη DOW JONES.

Πίνακας 5. Υπολογισμός στατιστικών μεγεθών για τις τιμές Close, High, Low, Open του χρηματιστηριακού δείκτη DOW JONES (^DJI).

DOW JONES	Close	High	Low	Open
nobs	4895	4895	4895	4895
Minimum	6547,05	6709,61	6469,95	6547,01
Maximum	26828,39	26951,81	26789,08	26833,47
1. Quartile	10397,38	10453,94	10325,38	10396,72
3. Quartile	16523,28	16594,87	16448,29	16527,15
Mean	13678,49	13755,51	13592,98	13675,78
Median	11951,09	12020,52	11832,72	11946,45
Variance	22903060	22974600	22803860	22892760
Stdev	4785,715	4793,182	4775,339	4784,638
Skewness	1,158825	1,167003	1,151195	1,159731
Kurtosis	0,423085	0,441335	0,407702	0,425849

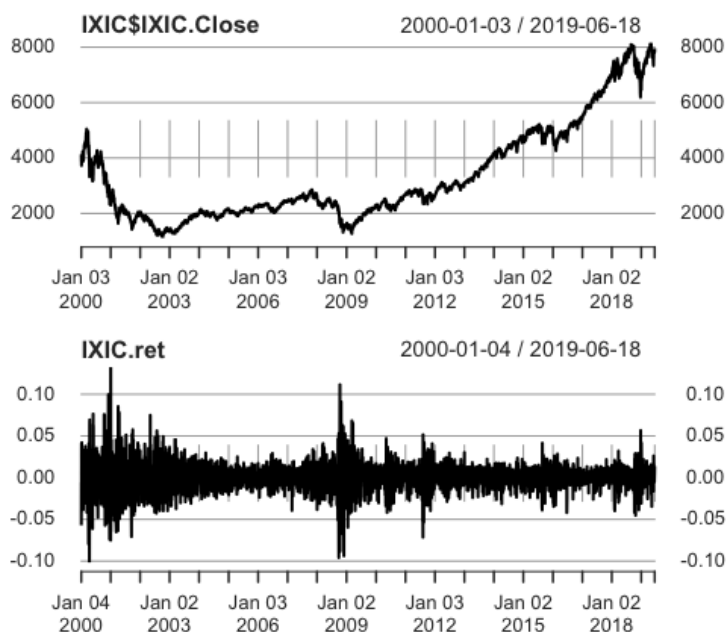
Σημειώσεις:

- Skewness (Ασυμμετρία) είναι ένα μέτρο ασυμμετρίας της κατανομής της σειράς γύρω από το μέσο της.
- Kurtosis (Κύρτωση) είναι ένα μέτρο της αιχμηρότητας της καμπύλης της κατανομής.

Τέλος, στον πίνακα 5, για τον δείκτη DOW JONES, παρατηρούμε ότι η κατανομή έχει θετική ασυμμετρία, από 1,15 έως 1,17 περίπου, άρα έχει μακριά δεξιά ουρά. Ακόμη, η τιμή της κύρτωσης είναι μικρότερη του τρία, από 0,4 έως 0,44, άρα και εδώ η κατανομή είναι πλατύκυρτη.

Συνοψίζοντας, και στα πέντε χρηματιστήρια που μελετάμε, είδαμε παρόμοια χαρακτηριστικά. Πιο συγκεκριμένα είχαμε θετική ασυμμετρία σε όλους τους πίνακες, με μικρές διαφορές ανάμεσα σε κάθε χρηματιστήριο. Όσο αναφορά για την κύρτωση είχαμε αρνητικές τιμές στους δείκτες NIKKEY 225, DAX και CAC 40, ενώ θετικές τιμές είχαμε στους NASDAQ και DOW JONES. Σε όλες όμως τις περιπτώσεις η κύρτωση ήταν μικρότερη του τρία, άρα όλες μας οι κατανομές ήταν πλατύκυρτες.

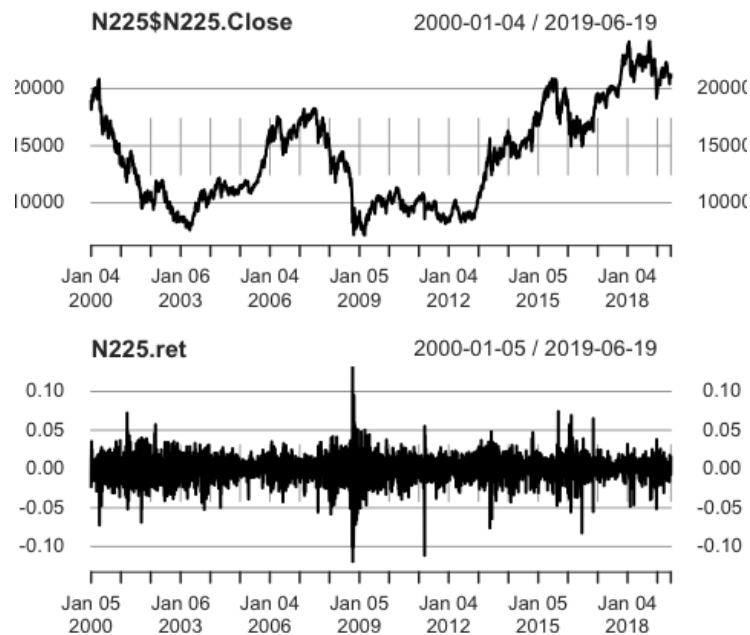
Στα παρακάτω γραφήματα αποτυπώνονται οι ημερήσιες τιμές κλεισίματος αλλά και οι αποδόσεις των χρηματιστηρίων NASDAQ, NIKKEY 225, DAX, CAC 40 και DOW JONES για την περίοδο από 03/01/2000 έως 19/06/2019.



Γράφημα 1. Σε αυτό το γράφημα απεικονίζονται οι τιμές κλεισίματος (Close) και οι αποδόσεις (return) του NASDAQ.

Το Γράφημα 1 απεικονίζει στο πρώτο μέρος του το διάγραμμα της χρονοσειράς των ημερήσιων τιμών του κλεισίματος (Close) του χρηματιστηρίου NASDAQ μεταξύ 03/01/2000 και 18/06/2019, στο οποίο παρουσιάζονται έντονες διακυμάνσεις, με ελάχιστες τιμές, κάτω από 1000 μονάδες, να παρατηρούνται τον Δεκέμβριο του 2002 και τον Φεβρουάριο του 2009. Ενώ μέγιστη τιμή παρατηρείται τον Ιούνιο του 2019, πάνω από 8000 μονάδες. Όπως διακρίνεται στο διάγραμμα, η χρονοσειρά παρουσιάζει μη γραμμικά στοιχεία.

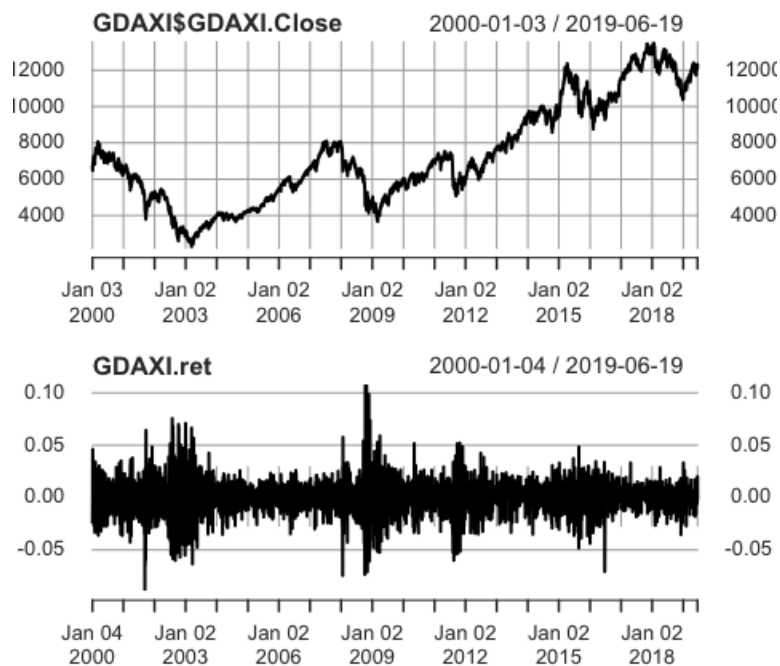
Στο δεύτερο μέρος του γραφήματος απεικονίζεται το διάγραμμα των ποσοστιαίων αποδόσεων των ημερήσιων τιμών του χρηματιστηρίου NASDAQ από 04/01/2000 έως 18/06/2019, οι οποίες κυμαίνονται από -0,1% έως 0,15%.



Γράφημα 2. Σε αυτό το γράφημα απεικονίζονται οι τιμές κλεισίματος (Close) και οι αποδόσεις (return) του NIKKEY 225.

Το Γράφημα 2 απεικονίζει στο πρώτο μέρος του το διάγραμμα της χρονοσειράς των ημερήσιων τιμών του κλεισίματος (Close) του χρηματιστηρίου NIKKEY 225 μεταξύ 04/01/2000 και 19/06/2019, στο οποίο παρουσιάζονται έντονες διακυμάνσεις, με ελάχιστες τιμές, κάτω από 10000 μονάδες, να παρατηρούνται τον Φεβρουάριο του 2009. Ενώ μέγιστη τιμή παρατηρείται τον Φεβρουάριο του 2018, πάνω από 25000 μονάδες. Όπως διακρίνεται στο διάγραμμα, η χρονοσειρά παρουσιάζει μη γραμμικά στοιχεία.

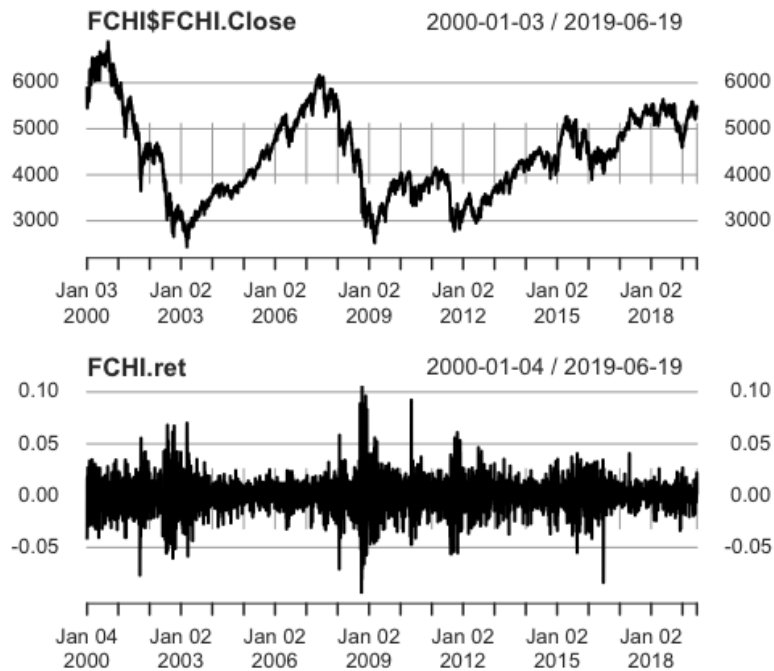
Στο δεύτερο μέρος του γραφήματος απεικονίζεται το διάγραμμα των ποσοστιαίων αποδόσεων των ημερήσιων τιμών του χρηματιστηρίου NIKKEY 225 από 05/01/2000 έως 19/06/2019, οι οποίες κυμαίνονται από -0,04% έως 0,15%.



Γράφημα 3. Σε αυτό το γράφημα απεικονίζονται οι τιμές κλεισίματος (Close) και οι αποδόσεις (return) του DAX.

Το Γράφημα 3 απεικονίζει στο πρώτο μέρος του το διάγραμμα της χρονοσειράς των ημερήσιων τιμών του κλεισίματος (Close) του χρηματιστηρίου DAX μεταξύ 03/01/2000 και 19/06/2019, στο οποίο παρουσιάζονται έντονες διακυμάνσεις, με ελάχιστες τιμές, κάτω από 2000 μονάδες, να παρατηρούνται τον Φεβρουάριο του 2003. Ενώ μέγιστη τιμή παρατηρείται τον Ιανουάριο του 2018, πάνω από 13000 μονάδες. Όπως διακρίνεται στο διάγραμμα, η χρονοσειρά παρουσιάζει μη γραμμικά στοιχεία.

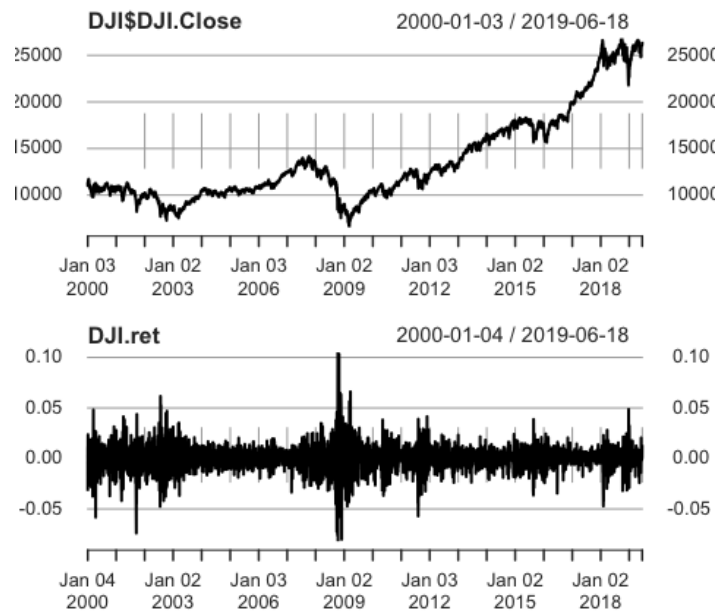
Στο δεύτερο μέρος του γραφήματος απεικονίζεται το διάγραμμα των ποσοστιαίων αποδόσεων των ημερήσιων τιμών του χρηματιστηρίου DAX από 04/01/2000 έως 19/06/2019, οι οποίες κυμαίνονται από -0,01% έως 0,11%.



Γράφημα 4. Σε αυτό το γράφημα απεικονίζονται οι τιμές κλεισίματος (Close) και οι αποδόσεις (return) του CAC 40.

Το Γράφημα 4 απεικονίζει στο πρώτο μέρος του το διάγραμμα της χρονοσειράς των ημερήσιων τιμών του κλεισίματος (Close) του χρηματιστηρίου CAC 40 μεταξύ 03/01/2000 και 19/06/2019, στο οποίο παρουσιάζονται έντονες διακυμάνσεις, με ελάχιστες τιμές, πάνω από 2000 μονάδες, να παρατηρούνται τον Φεβρουάριο του 2003 και του 2009. Ενώ μέγιστη τιμή παρατηρείται τον Ιανουάριο του 2001, σχεδόν 7000 μονάδες. Όπως διακρίνεται στο διάγραμμα, η χρονοσειρά παρουσιάζει μη γραμμικά στοιχεία.

Στο δεύτερο μέρος του γραφήματος απεικονίζεται το διάγραμμα των ποσοστιαίων αποδόσεων των ημερήσιων τιμών του χρηματιστηρίου CAC 40 από 04/01/2000 έως 19/06/2019, οι οποίες κυμαίνονται από -0,01% έως 0,11%.



Γράφημα 5. Σε αυτό το γράφημα απεικονίζονται οι τιμές κλεισίματος (Close) και οι αποδόσεις (return) του DOW JONES.

Το Γράφημα 5 απεικονίζει στο πρώτο μέρος του το διάγραμμα της χρονοσειράς των ημερήσιων τιμών του κλεισίματος (Close) του χρηματιστηρίου DOW JONES μεταξύ 03/01/2000 και 19/06/2019, στο οποίο παρουσιάζονται έντονες διακυμάνσεις, με ελάχιστες τιμές, πάνω από 5000 μονάδες, να παρατηρούνται τον Φεβρουάριο του 2009. Ενώ μέγιστη τιμή παρατηρείται τον Ιανουάριο του 2018, πάνω από 26000 μονάδες. Όπως διακρίνεται στο διάγραμμα, η χρονοσειρά παρουσιάζει μη γραμμικά στοιχεία.

Στο δεύτερο μέρος του γραφήματος απεικονίζεται το διάγραμμα των ποσοστιαίων αποδόσεων των ημερήσιων τιμών του χρηματιστηρίου DOW JONES από 04/01/2000 έως 18/06/2019, οι οποίες κυμαίνονται από -0,01% έως 0,11%.

Σύμφωνα με τον Cheung (2009), οι ημερήσιες υψηλές (High) τιμές και οι ημερήσιες χαμηλές (Low) τιμές των χρηματιστηριακών δεικτών δεν αποκλίνουν με την πάροδο του χρόνου. Στη συνέχεια, στους πίνακες 6 έως 10, ακολουθεί η εκτίμηση της ημερήσιας μεταβλητότητας, για την ίδια χρονική περίοδο, με τους εκτιμητές μεταβλητότητας Range (V_S), Parkinson (V_P), Rogers-Satchell (V_{RS}) και Garman-Klass (V_{GK}), καθώς και τα γραφήματά τους.

Στον πίνακα 6 παρουσιάζονται τα βασικά περιγραφικά στατιστικά μέτρα των V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} του δείκτη NASDAQ.

Πίνακας 6. Υπολογισμός στατιστικών μεγεθών για τις μεταβλητές V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} του χρηματιστηριακού δείκτη NASDAQ (^IXIC).

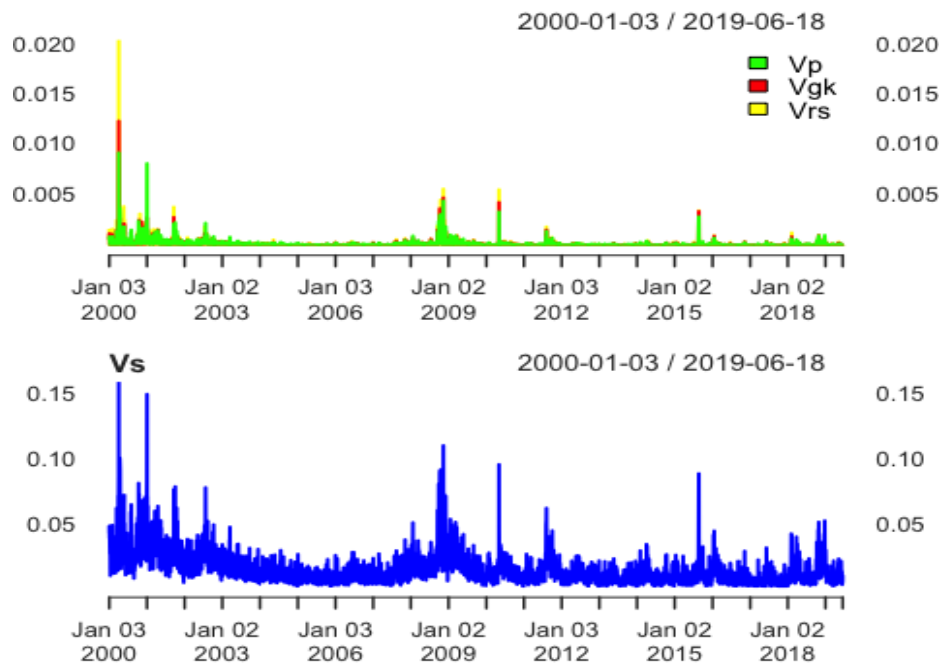
NASDAQ	Vs	Vp	Vgk	Vrs
nobs	4895	4895	4895	4895
Minimum	0,00204	0,000002	0,000001	0
Maximum	0,160275	0,009273	0,012451	0,020573
1. Quartile	0,008117	0,000024	0,000024	0,00002
3. Quartile	0,019892	0,000143	0,000127	0,000121
Mean	0,015994	0,000145	0,000131	0,00013
Median	0,012556	0,000057	0,000052	0,000047
Variance	0,000147	0	0	0
Stdev	0,012132	0,000326	0,000313	0,000411
Skewness	2,754682	11,152604	16,519258	28,083517
Kurtosis	14,146831	226,785794	527,090427	1277,38041

Σημειώσεις:

- Skewness (Ασυμμετρία) είναι ένα μέτρο ασυμμετρίας της κατανομής της σειράς γύρω από το μέσο της.
- Kurtosis (Κύρτωση) είναι ένα μέτρο της αιχμηρότητας της καμπύλης της κατανομής.

Ειδικότερα, για τον δείκτη NASDAQ, βλέπουμε ότι ο μέσος (mean), χρησιμοποιώντας τον τύπο Range (V_S) για τον υπολογισμό της μεταβλητότητας, είναι πολύ υψηλότερος από όταν χρησιμοποιούμε τα μοντέλα των Parkinson (V_P), Rogers-Satchell (V_{RS}), και Garman-Klass (V_{GK}). Επίσης, η κατανομή έχει θετική ασυμμετρία για V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} , άρα έχει μακριά δεξιά ουρά και η κύρτωση είναι πολύ μεγαλύτερη του τρία, επομένως, η κατανομή είναι λεπτόκυρτη.

Στο Γράφημα 6 που ακολουθεί αναπαρίσταται η εκτίμηση μεταβλητότητας που υπολογίστηκε από τα μοντέλα V_S, V_P, V_{RS}, V_{GK} .



Γράφημα 6: Σε αυτό το γράφημα φαίνεται η εκτίμηση μεταβλητότητας του NASDAQ από τους εκτιμητές V_S, V_P, V_{RS}, V_{GK} .

Στον πίνακα 7 παρουσιάζονται τα βασικά περιγραφικά στατιστικά μέτρα των V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} του δείκτη NIKKEY 225.

Πίνακας 7. Υπολογισμός στατιστικών μεγεθών για τις μεταβλητές V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} του χρηματιστηριακού δείκτη NIKKEY 225(^N225).

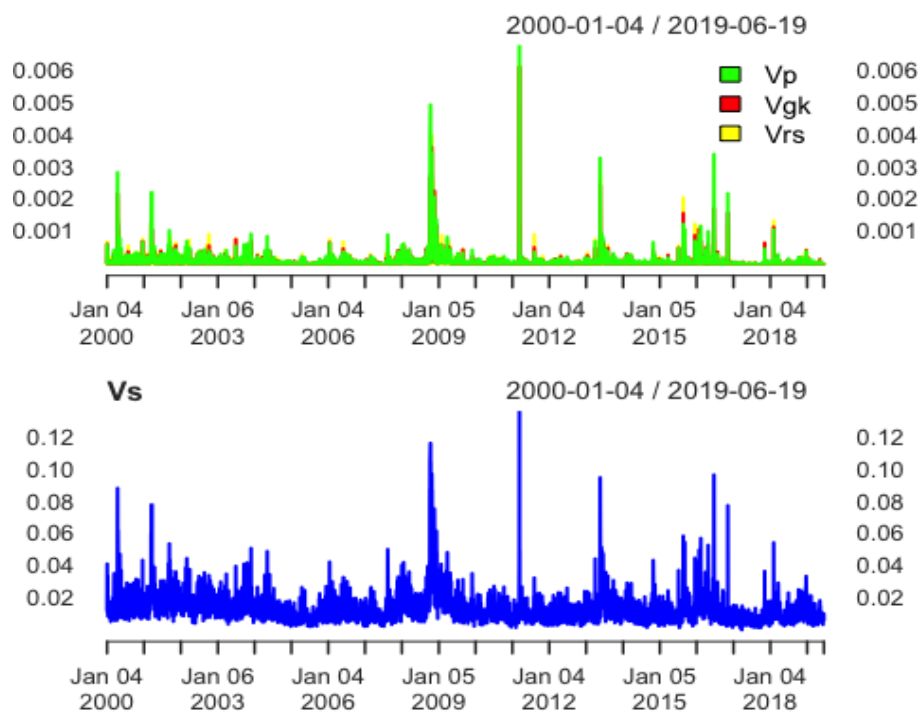
NIKKEY 225	V_S	V_P	V_{GK}	V_{RS}
nobs	4774	4774	4774	4774
Minimum	0	0	0	0
Maximum	0,137634	0,006838	0,006147	0,006175
1. Quartile	0,007973	0,000023	0,000023	0,00002
3. Quartile	0,017081	0,000105	0,000096	0,000092
Mean	0,013787	0,0001	0,000088	0,000086
Median	0,011625	0,000049	0,000047	0,000043
Variance	0,000087	0	0	0
Stdev	0,009344	0,000238	0,000182	0,000186
Skewness	3,557575	13,070281	13,896019	14,228678
Kurtosis	25,321634	250,129108	330,431403	336,546111

Σημειώσεις:

- Skewness (Ασυμμετρία) είναι ένα μέτρο ασυμμετρίας της κατανομής της σειράς γύρω από το μέσο της.
- Kurtosis (Κύρτωση) είναι ένα μέτρο της αιχμηρότητας της καμπύλης της κατανομής.

Για τον δείκτη NIKKEY 225, παρατηρούμε ότι ο μέσος (mean), για το μοντέλο Range (V_S), είναι πολύ υψηλότερος από όταν χρησιμοποιούμε τα μοντέλα των Parkinson (V_P), Rogers-Satchell (V_{RS}), και Garman-Klass (V_{GK}). Ακόμη, η κατανομή έχει θετική ασυμμετρία για V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} , άρα έχει μακριά δεξιά ουρά και η κύρτωση είναι πολύ μεγαλύτερη του τρία, επομένως, η κατανομή είναι λεπτόκυρτη.

Στο Γράφημα 7 που ακολουθεί αναπαρίσταται η εκτίμηση μεταβλητότητας που υπολογίστηκε από τα μοντέλα V_S, V_P, V_{RS}, V_{GK} .



Γράφημα 7: Σε αυτό το γράφημα φαίνεται η εκτίμηση μεταβλητότητας του NIKKEY 225 από τους εκτιμητές V_S, V_P, V_{RS}, V_{GK} .

Στον πίνακα 8 παρουσιάζονται τα βασικά περιγραφικά στατιστικά μέτρα των V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} του δείκτη DAX.

Πίνακας 8. Υπολογισμός στατιστικών μεγεθών για τις μεταβλητές V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} του χρηματιστηριακού δείκτη DAX (^GDAXI).

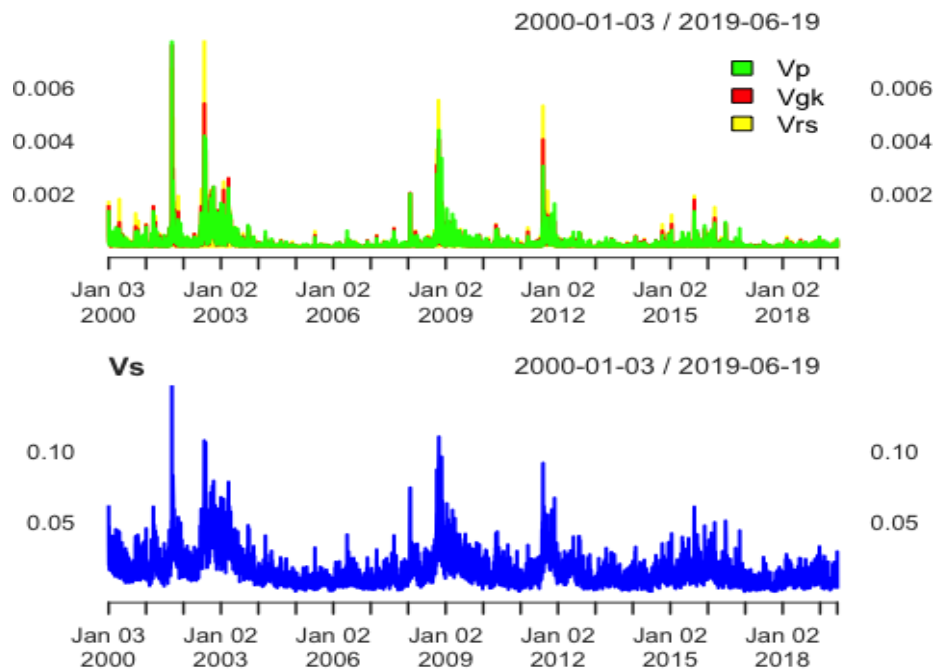
DAX	Vs	Vp	Vgk	Vrs
nobs	4939	4939	4939	4939
Minimum	0,001438	0,000001	0,000001	0
Maximum	0,147789	0,007885	0,00772	0,007918
1. Quartile	0,009295	0,000031	0,000033	0,000029
3. Quartile	0,021095	0,000161	0,000155	0,000151
Mean	0,017221	0,00016	0,000153	0,000153
Median	0,014067	0,000071	0,000071	0,000065
Variance	0,000147	0	0	0
Stdev	0,012122	0,00031	0,000301	0,000331
Skewness	2,447279	7,942313	8,718983	9,617941
Kurtosis	10,199205	117,116403	135,395691	150,563818

Σημειώσεις:

- Skewness (Ασυμμετρία) είναι ένα μέτρο ασυμμετρίας της κατανομής της σειράς γύρω από το μέσο της.
- Kurtosis (Κύρτωση) είναι ένα μέτρο της αιχμηρότητας της καμπύλης της κατανομής.

Για τον δείκτη DAX, παρατηρούμε ότι ο μέσος (mean), για το μοντέλο Range (V_S), είναι πολύ μεγαλύτερος από ότι των μοντέλων Parkinson (V_P), Rogers-Satchell (V_{RS}), και Garman-Klass (V_{GK}). Επιπλέον, η κατανομή έχει θετική ασυμμετρία για V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} , άρα έχει μακριά δεξιά ουρά και η κύρτωση είναι πολύ μεγαλύτερη του τρία, επομένως, η κατανομή είναι λεπτόκυρτη.

Στο Γράφημα 8 που ακολουθεί αναπαρίσταται η εκτίμηση μεταβλητότητας που υπολογίστηκε από τα μοντέλα V_S, V_P, V_{RS}, V_{GK} .



Γράφημα 8: Σε αυτό το γράφημα φαίνεται η εκτίμηση μεταβλητότητας του DAX από τους εκτιμητές V_S, V_P, V_{RS}, V_{GK}

Στον πίνακα 9 παρουσιάζονται τα βασικά περιγραφικά στατιστικά μέτρα των V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} του δείκτη CAC 40.

Πίνακας 9. Υπολογισμός στατιστικών μεγεθών για τις μεταβλητές V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} του χρηματιστηριακού δείκτη CAC 40 (^FCHI).

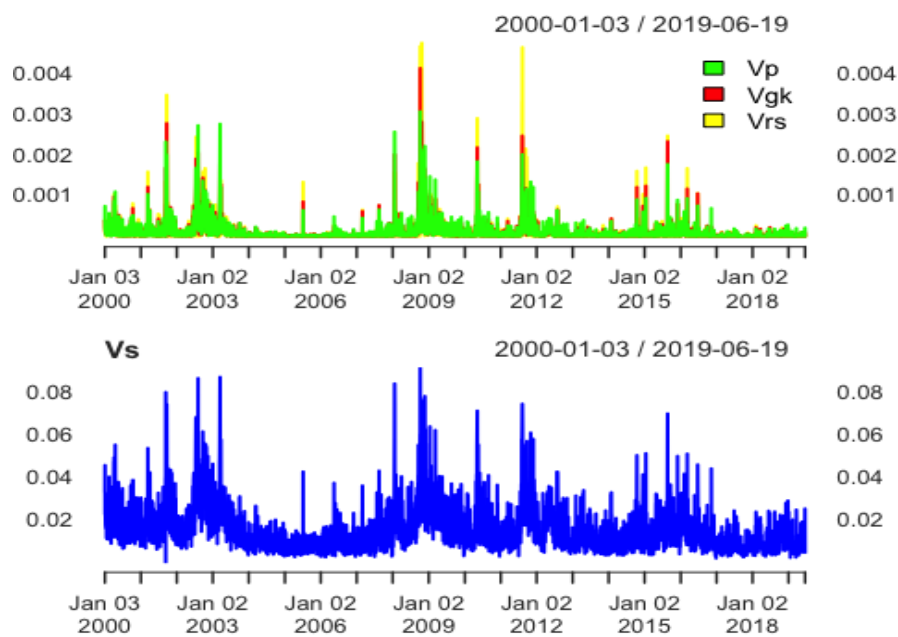
CAC 40	V_S	V_P	V_{GK}	V_{RS}
nobs	4971	4971	4971	4971
Minimum	0	0	0	0
Maximum	0,092607	0,003096	0,00416	0,004812
1. Quartile	0,008742	0,000028	0,000029	0,000027
3. Quartile	0,019376	0,000136	0,000134	0,00013
Mean	0,015666	0,000127	0,000122	0,000123
Median	0,012962	0,000061	0,000062	0,000059
Variance	0,000107	0	0	0
Stdev	0,010327	0,000218	0,000213	0,000245
Skewness	2,194764	5,496114	6,681256	8,554251
Kurtosis	7,468491	43,110576	69,291347	112,882148

Σημειώσεις:

- Skewness (Ασυμμετρία) είναι ένα μέτρο ασυμμετρίας της κατανομής της σειράς γύρω από το μέσο της.
- Kurtosis (Κύρτωση) είναι ένα μέτρο της αιχμηρότητας της καμπύλης της κατανομής.

Για τον δείκτη CAC 40, παρατηρούμε ότι ο μέσος (mean), για το μοντέλο Range (V_S), είναι πολύ μεγαλύτερος από ότι των μοντέλων Parkinson (V_P), Rogers-Satchell (V_{RS}), και Garman-Klass (V_{GK}). Επιπλέον, η κατανομή έχει θετική ασυμμετρία για V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} , άρα έχει μακριά δεξιά ουρά και η κύρτωση είναι πολύ μεγαλύτερη του τρία, άρα η κατανομή είναι λεπτόκυρτη.

Στο Γράφημα 9 που ακολουθεί αναπαρίσταται η εκτίμηση μεταβλητότητας που υπολογίστηκε από τα μοντέλα V_S, V_P, V_{RS}, V_{GK} .



Γράφημα 9: Σε αυτό το γράφημα φαίνεται η εκτίμηση μεταβλητότητας του CAC 40 από τους εκτιμητές V_S, V_P, V_{RS}, V_{GK}

Στον πίνακα 10 παρουσιάζονται τα βασικά περιγραφικά στατιστικά μέτρα των V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} του δείκτη DOW JONES.

Πίνακας 10. Υπολογισμός στατιστικών μεγεθών για τις μεταβλητές V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} του χρηματιστηριακού δείκτη DOW JONES (^DJI).

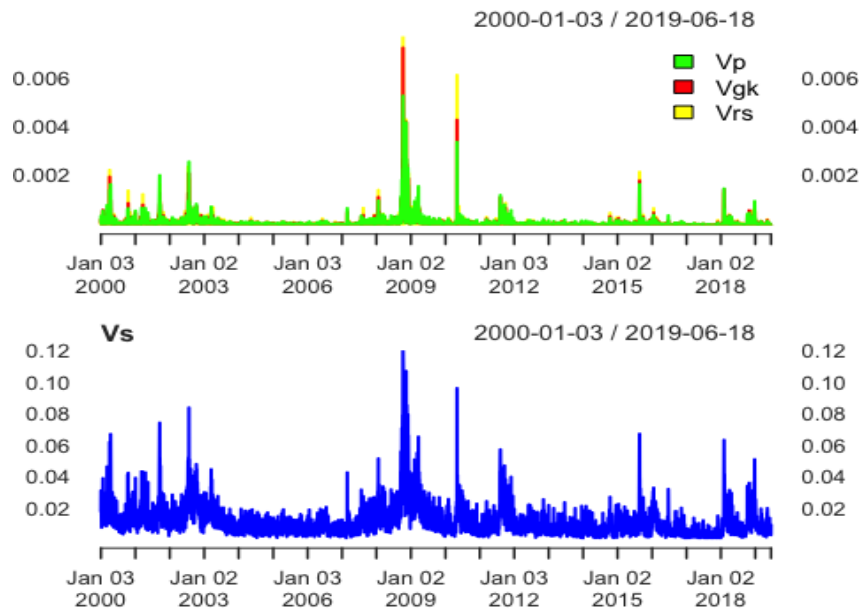
DOW JONES	Vs	Vp	Vgk	Vrs
nobs	4895	4895	4895	4895
Minimum	0,001666	0,000001	0,000001	0
Maximum	0,121549	0,005333	0,007313	0,00779
1. Quartile	0,006868	0,000017	0,000017	0,000014
3. Quartile	0,016014	0,000093	0,000081	0,000076
Mean	0,012935	0,000095	0,000084	0,000082
Median	0,010474	0,00004	0,000037	0,000033
Variance	0,000095	0	0	0
Stdev	0,009743	0,000232	0,000217	0,000237
Skewness	3,281744	10,483071	14,824061	16,010467
Kurtosis	19,280445	157,168074	353,190241	387,229146

Σημειώσεις:

- Skewness (Ασυμμετρία) είναι ένα μέτρο ασυμμετρίας της κατανομής της σειράς γύρω από το μέσο της.
- Kurtosis (Κύρτωση) είναι ένα μέτρο της αιχμηρότητας της καμπύλης της κατανομής.

Τέλος, για τον δείκτη DOW JONES, βλέπουμε ότι ο μέσος (mean), για το μοντέλο Range (V_S), είναι πολύ μεγαλύτερος από ότι των μοντέλων Parkinson (V_P), Rogers-Satchell (V_{RS}), και Garman-Klass (V_{GK}). Επίσης, η κατανομή έχει θετική ασυμμετρία για V_S, V_P, V_{GK}, V_{RS} , άρα έχει μακριά δεξιά ουρά. Όσο αναφορά την κύρτωση είναι μεγαλύτερη του τρία, άρα και σε αυτή την περίπτωση η κατανομή είναι λεπτόκυρτη.

Στο Γράφημα 10 που ακολουθεί αναπαρίσταται η εκτίμηση μεταβλητότητας που υπολογίστηκε από τα μοντέλα V_S, V_P, V_{RS}, V_{GK} .



Γράφημα 10: Σε αυτό το γράφημα φαίνεται η εκτίμηση μεταβλητότητας του DOW JONES από τους εκτιμητές V_S, V_P, V_{RS}, V_{GK} .

9.2 Εκτίμηση υποδειγμάτων GARCH

Σε αυτό το σημείο αρχικά, θα γίνει η εκτίμηση των υποδειγμάτων και στη συνέχεια θα επιλεγεί το καταλληλότερο μοντέλο σύμφωνα με το κριτήριο επιλογής υποδειγμάτων AIC (Akaike Information Criterion). Πιο συγκεκριμένα, θα γίνει η εκτίμηση των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M, TGARCH(1,1)-M και των μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M που βασίζονται στην απόδοση (return). Αφού αναλυθούν τα αποτελέσματα της εκτίμησης των υποδειγμάτων, θα γίνει σύγκριση των δεικτών των κριτηρίων AIC και θα επιλεγεί το καταλληλότερο υπόδειγμα.

Στον πίνακα 11 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{S,t-1}^2$, για τον δείκτη NASDAQ.

Πίνακας 11. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{S,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

NASDAQ	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)-M	EGARCH(1,1)-M	TGARCH(1,1)-M
Mean						
μ (constant)	0,00062*	0,00028*	0,00030*	0,00047*	0,00023*	0,00030*
Risk premium λ				1,38304*	0,44720*	0,02956*
Variance						
ω (constant)	0,0000	-0,2508	0,00029*	0,0000	-0,2566	0,00029*
α (ARChEffect)	0,08651*	-0,1166	0,05154*	0,08694*	-0,1167	0,05155*
β (GARCH effect)	0,86110*	0,97327*	0,83559*	0,86077*	0,97265*	0,83557*
γ (leverage effect)		0,10027*	1,00000*		0,10052*	1,00000*
vxreg1	0,00061*	1,00000*	0,08546*	0,00061*	1,00000*	0,08543*
$\alpha+\beta$	0,9476	0,8566	0,8871	0,9477	0,8559	0,8871
Log likelihood	14630,66	14706,39	14755,03	14631,17	14706,45	14755,0300
AIC	-5,977	-6,0075	-6,0274	-5,9768	-6,0071	-6,027

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Πιο συγκεκριμένα, ο πίνακας 11 περιλαμβάνει τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα 'επίμονα'. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,0274, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 12 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{P,t-1}^2$, για τον δείκτη NASDAQ.

Πίνακας 12. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{p,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

NASDAQ	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)-M	EGARCH(1,1)-M	TGARCH(1,1)-M
Mean						
μ (constant)	0,00029*	0.0002831767 0	0,00027*	0,00041*	0,00015*	0,00030*
Risk premium λ				-1,13E+00	1,32144*	-0,3491634
Variance						
ω (constant)	2,18E-06	-0,1683192	0,00036*	2,19E-06	-0,1844865	0,00036*
α (ARChEffect)	5,72E-08	-0,1159156	0,06360*	5,64E-08	-0,1161097	0,06355*
β (GARCH effect)	0,80414*	0,98070*	0,91191*	0,80432*	0,97895*	0,91262*
γ (leverage effect)		0,12126*	1,00000*		0,12176*	1,00000*
vxreg1	0,31437*	0,99997*	1,00000*	0,31375*	0,99998*	1,00000*
α+β	8,04E-01	8,65E-01	9,76E-01	8,04E-01	8,63E-01	9,76E-01
Log likelihood	14720,33	14684,69	14718,55	14720,78	14685,18	14718,61
AIC	-6,0136	-5,9986	-6,0125	-6,0134	-5,9984	-6,0121

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Επίσης, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα 'επίμονα'. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,0125, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 13 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M,

EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{GK,t-1}^2$, για τον δείκτη NASDAQ.

Πίνακας 13. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{GK,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

NASDAQ	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	0,00031*	0,00028*	0,00027*	0,00043*	0,00014*	0,00029*
Risk premium λ				-1,21E+00	1,43037*	-0,2440005
Variance						
ω (constant)	0.00001*	-0,1681586	0,00035*	1,51E-06	-0,1856374	0,00034*
α (ARChEffect)	2,66E-08	-0,115922	0,06343*	6,23E-07	-0,1161038	0,06339*
β (GARCH effect)	0,78006*	0,98072*	0,91394*	0,78013*	0,97883*	0,91443*
γ (leverage effect)		0,12129*	1,00000*		0,12187*	1,00000*
v _{xreg1}	0,39891*	1,00000*	1,00000*	0,39835*	0,99999*	1,00000*
$\alpha+\beta$	7,80E-01	8,65E-01	9,77E-01	7,80E-01	8,63E-01	9,78E-01
Log likelihood	14750,88	14684,72	14723,14	14751,4	14685,21	14723,17
AIC	-6,0261	-5,9987	-6,0144	-6,0259	-5,9985	-6,014

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Ακόμη, περιλαμβάνει τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα 'επίμονα'. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,0144, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 14 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{RS,t-1}^2$, για τον δείκτη NASDAQ.

Πίνακας 14. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{RS,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

NASDAQ	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	0,00037*	0,00028*	0,00027*	0,00046*	0,00015*	0,00029*
Risk premium λ				-9,97E-01	1,32048*	-0,2486946
Variance						
ω (constant)	1,26E-06	-0,1680924	0,00035*	1,25E-06	-0,1842263	0,00034*
α (ARChEffect)	0,01873	-0,1159002	0,06360*	0,01810*	-0,1160754	0,06357*
β (GARCH effect)	0,78705*	0,98073*	0,91397*	0,78745*	0,97898*	0,91447*
γ (leverage effect)		0,12125*	1,00000*		0,12175*	1,00000*
vxreg1	0,36301*	0,99998*	1,00000*	0,36343*	0,99999*	1,00000*
$\alpha+\beta$	8,06E-01	8,65E-01	9,78E-01	8,06E-01	8,63E-01	9,78E-01
Log likelihood	14751,01	14684,77	14725,88	14751,38	14685,26	14725,9
AIC	-6,0262	-5,9987	-6,0155	-6,0259	-5,9985	-6,0151

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Πιο συγκεκριμένα, περιλαμβάνει τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα 'επίμονα'. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο

μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,0155, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 15 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, που βασίζονται στην απόδοση (return), για τον δείκτη NASDAQ.

Πίνακας 15. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1) και GARCH-M(1,1), καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

NASDAQ	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)-M
Mean				
μ (constant)	0,00071*	0,00028*	0,00022*	0,00057*
Risk premium λ				1,35041*
Variance				
ω (constant)	0.000002*	-0,1671719	0,00028*	2,37E-06
α (ARChEffect)	0,09240*	-0,1159866	0,07351*	0,09333*
β (GARCH effect)	0,89530*	0,98081*	0,92104*	0,89431*
γ (leverage effect)		0,12177*	0,93056*	
α+β	9,88E-01	8,65E-01	9,95E-01	9,88E-01
Log likelihood	14605,83	14684,17	14691,24	14606,45
AIC	-5,9672	-5,9988	-6,0017	-5,9671

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Επίσης, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα 'επίμονα'. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο

μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,0017, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 16 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{S,t-1}^2$, για τον δείκτη NIKKEY 225.

Πίνακας 16. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{S,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

NIKKEY 225	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	0,00037*	0,00008*	0,00009*	0,00016*	0,00002*	0,00017*
Risk premium λ				1,40888*	0,49426*	-0,6000729
Variance						
ω (constant)	1,03E-11	-4,02E-01	0,00059*	1,07E-11	-4,07E-01	0,00058*
α (ARChEffect)	0,09273*	-9,98E-02	0,06731*	0,09306*	-9,98E-02	0,06732*
β (ARCH effect)	0,81080*	0,95475*	0,81298*	0,81061*	0,95416*	0,81416*
γ (leverage effect)		0,18865*	1,00000*		0,18872*	1,00000*
vxreg1	0,00142*	1,00000*	0,09160*	0,00142*	1,00000*	0,09161*
α+β	9,04E-01	8,55E-01	8,80E-01	9,04E-01	8,54E-01	8,81E-01
Log likelihood	13925,16	13962	13999,08	13925,48	13962,05	13999,15
AIC	-5,8329	-5,8479	-5,8634	-5,8326	-5,8475	-5,863

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Ακόμη, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι

πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα 'επίμονα'. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -5,8634, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 17 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{p,t-1}^2$, για τον δείκτη NIKKEY 225.

Πίνακας 17. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{p,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

NIKKEY 225	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	0,00023	0,00008*	0,00007*	0,00014*	-1,07E-05	0,00010*
Risk premium λ				0,63612*	0,73493*	-2,05E-01
Variance						
ω (constant)	6,32E-06	-0,3284042	0,00059*	6,32E-06	-3,36E-01	0,00059*
α (ARChEffect)	0,06247*	-0,0994966	0,09837*	0,06289*	-9,95E-02	0,09836*
β (GARCH effect)	0,78852*	0,96152*	0,87415*	0,78864*	0,96068*	0,87451*
γ (leverage effect)		0,20172*	0,60611*		0,20179*	0,60623*
vxreg1	0,28301*	0,99993*	1,00000*	0,28180*	0,99997*	1,00000*
$\alpha+\beta$	8,51E-01	8,62E-01	9,73E-01	8,52E-01	8,61E-01	9,73E-01
Log likelihood	13929,71	13953,95	13965,47	13929,8	13954,06	13965,48
AIC	-5,8348	-5,8445	-5,8493	-5,8344	-5,8441	-5,8489

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Επιπλέον, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές

επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέτασης χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -5,8493, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 18 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{GK,t-1}^2$, για τον δείκτη NIKKEY 225.

Πίνακας 18. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1),GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{GK,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

NIKKEY 225	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	0,00027	0,00008*	0,00008*	0,00024*	-4,73E-05	0,00010*
Risk premium λ				0,19420*	0,87703*	-1,77E-01
Variance						
ω (constant)	0,000000*	-3,28E-01	0,00057*	5,91E-06	-3,38E-01	0,00057*
α (ARChEffect)	0,07000*	-9,95E-02	0,10046*	0,07019*	-9,97E-02	0,10044*
β (GARCH effect)	0,76375*	0,96154*	0,87455*	0,76376*	0,96046*	0,87486*
γ (leverage effect)		0,20179*	0,59033*		0,20181*	0,59046*
vxreg1	0,36075*	0,99998*	1,00000*	0,36025*	0,99989*	1,00000*
$\alpha+\beta$	8,34E-01	8,62E-01	9,75E-01	8,34E-01	8,61E-01	9,75E-01
Log likelihood	13943,24	13953,93	13966,38	13943,25	13954,04	13966,38
AIC	-5,8405	-5,8445	-5,8497	-5,84	-5,8441	-5,8493

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Πιο συγκεκριμένα, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο

σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέτασης χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα 'επίμονα'. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -5,8497, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 19 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{RS,t-1}^2$, για τον δείκτη NIKKEY 225.

Πίνακας 19. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{RS,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

NIKKEY 225	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)-M	EGARCH(1,1)-M	TGARCH(1,1)-M
Mean						
μ (constant)	0,00033*	0,00008*	0,00008*	0,00033*	-1,15E-05	0,00010*
Risk premium λ				0,00033*	0,74036*	-0,1933152
Variance						
ω (constant)	0.00000*	-3,28E-01	0,00057*	5,64E-06	-3,36E-01	0,00057*
α (ARChEffect)	0,08237*	-9,95E-02	0,10145*	0,08236*	-9,95E-02	0,10144*
β (GARCH effect)	0,76665*	0,96154*	0,87411*	0,76666*	0,96069*	0,87445*
γ (leverage effect)		0,20183*	0,58459*		0,20187*	0,58473*
vxreg1	0,33117*	0,99968*	1,00000*	0,33115*	0,99996*	1,00000*
$\alpha+\beta$	8,49E-01	8,62E-01	9,76E-01	8,49E-01	8,61E-01	9,76E-01
Log likelihood	13945,3	13953,93	13967,14	13945,3	13954,04	13967,15
AIC	-5,8413	-5,8445	-5,85	-5,8409	-5,8441	-5,8496

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Επίσης, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του

μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα 'επίμονα'. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -5,85, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 20 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, που βασίζονται στην απόδοση (return), για τον δείκτη NIKKEY 225.

Πίνακας 20. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1) και GARCH-M(1,1), καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

NIKKEY 225	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)-M
Mean				
μ (constant)	0,00050*	0,00008*	0,00007*	0,00027*
Risk premium λ				1,62468*
Variance				
ω (constant)	0.00000*	-3,27E-01	0,00051*	4,48E-06
α (ARChEffect)	0,11353*	-9,95E-02	0,10953*	0,11384*
β (GARCH effect)	0,86960*	0,96162*	0,87873*	0,86911*
γ (leverage effect)		0,20198*	0,54423*	
α+β	9,83E-01	8,62E-01	9,88E-01	9,83E-01
Log likelihood	13891,16	13953,8	13954,78	13891,78
AIC	-5,8191	-5,8449	-5,8453	-5,8189

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Ακόμη, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο,

καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέτασης χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα 'επίμονα'. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -5,8453, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 21 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{S,t-1}^2$, για τον δείκτη DAX.

Πίνακας 21. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{S,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

DAX	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)-M	EGARCH(1,1)-M	TGARCH(1,1)-M
Mean						
μ (constant)	0,00054*	0,00015*	0,00020*	0,00037*	0,00005*	0,00019*
Risk premium λ				1,44786*	0,78964*	0,09457*
Variance						
ω (constant)	2,31E-13	-0,2829418	0,00036*	1,15E-11	-2,93E-01	0,00036*
α (ARChEffect)	0,07946*	-0,1165666	0,05911*	0,07968*	-1,17E-01	0,05912*
β (GARCH effect)	0,85851*	0,96976*	0,85392*	0,85850*	0,96868*	0,85385*
γ (leverage effect)		0,09800*	1,00000*		0,09806*	1,00000*
vxreg1	0,00065*	1,00000*	0,05475*	0,00065*	1,00000*	0,05470*
$\alpha+\beta$	9,38E-01	8,53E-01	9,13E-01	9,38E-01	8,52E-01	9,13E-01
Log likelihood	14755,88	14845,59	14870,55	14756,29	14845,72	14870,55
AIC	-5,9744	-6,0104	-6,0205	-5,9742	-6,01	-6,0201

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Επιπλέον, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6.0205, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 22 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{P,t-1}^2$, για τον δείκτη DAX.

Πίνακας 22. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1),GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{P,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

DAX	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	0,00018	0,00016*	0,00016*	0,00025*	-2,00E-05	0,00020*
Risk premium λ				-5,59E-01	1,50919*	-0,3527076
Variance						
ω (constant)	0.00000*	-0,1860445	0,00041*	4,08E-06	-2,03E-01	0,00041*
α (ARChEffect)	1,18E-06	-0,1139877	0,06303*	1,25E-07	-1,14E-01	0,06300*
β (GARCH effect)	0,77785*	0,97869*	0,90722*	0,77785*	0,97678*	0,90787*
γ (leverage effect)		0,11921*	1,00000*		0,11904*	1,00000*
vxreg1	0,28420*	0,99999*	1,00000*	0,28424*	0,99999*	1,00000*
$\alpha+\beta$	7,78E-01	8,65E-01	9,70E-01	7,78E-01	8,63E-01	9,71E-01
Log likelihood	14807,85	14827,32	14853,2	14807,94	14827,81	14853,24
AIC	-5,9955	-6,003	-6,0134	-5,9951	-6,0028	-6,0131

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Πιο συγκεκριμένα, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,0134 που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 23 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{GK,t-1}^2$, για τον δείκτη DAX.

Πίνακας 23. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{GK,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

DAX	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	0,00019	0,00016*	0,00015*	0,00024*	-1,98E-05	0,00019*
Risk premium λ						
Variance						
ω (constant)	0.00000*	-0,1859681	0,00041*	4,44E-06	-2,03E-01	0,00040*
α (ARChffect)	0,00626	-0,113976	0,06316*	0,00603*	-1,14E-01	0,06313*
β (GARCH effect)	0,73228*	0,97870*	0,90785*	0,73209*	0,97679*	0,90840*
γ (leverage effect)		0,11924*	1,00000*		0,11910*	1,00000*
vxreg1	0,35037*	0,99998*	1,00000*	0,35088*	0,99998*	1,00000*
α+β	7,39E-01	8,65E-01	9,71E-01	7,38E-01	8,63E-01	9,72E-01
Log likelihood	14834,11	14827,36	14859,51	14834,16	14827,85	14859,54
AIC	-6,0061	-6,003	-6,016	-6,0057	-6,0028	-6,0156

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Επίσης, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,016 που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 24 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{RS,t-1}^2$, για τον δείκτη DAX.

Πίνακας 24. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1),GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{RS,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

DAX	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	0,00025	0,00016*	0,00015*	0,00025*	-1,99E-05	0,00018*
Risk premium λ				-4,08E-02	1,50851*	-0,2922342
Variance						
ω (constant)	0.00000*	-0,1859658	0,00041*	4,37E-06	-2,03E-01	0,00040*
α (ARChffect)	0,03208*	-0,1139726	0,06367*	0,03208*	-1,14E-01	0,06365*
β (GARCH effect)	0,73367*	0,97870*	0,90731*	0,73362*	0,97679*	0,90784*
γ (leverage effect)		0,11924*	1,00000*		0,11911*	1,00000*
vxreg1	0,31476*	0,99998*	1,00000*	0,31484*	0,99993*	1,00000*
α+β	7,66E-01	8,65E-01	9,71E-01	7,66E-01	8,63E-01	9,71E-01
Log likelihood	14832,69	14827,4	14862,05	14832,69	14827,89	14862,08
AIC	-6,0055	-6,003	-6,017	-6,0051	-6,0028	-6,0166

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Ακόμη, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,017 που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 25 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, που βασίζονται στην απόδοση (return), για τον δείκτη DAX.

Πίνακας 25. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1) και GARCH-M(1,1), καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

DAX	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)-M
Mean				
μ (constant)	0,00066*	0,00016*	0,00010*	0,00048*
Risk premium λ				1,54658*
Variance				
ω (constant)	0.000002*	-0,1845974	0,00028*	2,25E-06
α (ARChEffect)	0,08834*	-0,1139841	0,06859*	0,08836*
β (GARCH effect)	0,90078*	0,97883*	0,92491*	0,90071*
γ (leverage effect)		0,11977*	0,95422*	
α+β	9,89E-01	8,65E-01	9,94E-01	9,89E-01
Log likelihood	14728,89	14826,82	14835,31	14729,5
AIC	-5,9639	-6,0032	-6,0066	-5,9638

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Επιπλέον, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,0066 που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 26 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{S,t-1}^2$, για τον δείκτη CAC 40.

Πίνακας 26. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{S,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

CAC 40	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	0,00038*	-7,48E-05	1,27E-06	0,00014*	-0,000255	-0,0001114
Risk premium λ				2,17775*	1,76547*	1,14761*
Variance						
ω (constant)	3,11E-12	-2,59E-01	0,00028*	9,12E-13	-0,2858801	0,00029*
α (ARChEffect)	0,09324*	-1,42E-01	0,06740*	0,09349*	-0,142856	0,06754*
β (GARCH effect)	0,83776*	0,97256*	0,85172*	0,83787*	0,96963*	0,85070*
γ (leverage effect)		0,08536*	1,00000*		0,08558*	1,00000*
vxreg1	0,00076*	1,00000*	0,05982*	0,00075*	1,00000*	0,05895*
$\alpha+\beta$	9,31E-01	8,30E-01	9,19E-01	9,31E-01	8,27E-01	9,18E-01
Log likelihood	14992,51	15108,93	15122,68	14993,39	15109,69	15123,03
AIC	-6,0312	-6,0776	-6,0832	-6,0311	-6,0775	-6,0829

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Πιο συγκεκριμένα, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,0832 που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 27 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{p,t-1}^2$, για τον δείκτη CAC 40.

Πίνακας 27. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{p,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

CAC 40	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	-2,94E-06	-5,794E-05	-4,24E-05	7,86E-06	-0,0002948	-0,0001109
Risk premium λ				-1,07E-01	2,31416*	0,73197*
Variance						
ω (constant)	3,57E-06	-0,1718659	0,00035*	3,57E-06	-0,2056446	0,00036*
α (ARChEffect)	1,77E-07	-0,1393754	0,07052*	4,47E-06	-0,1399958	0,07060*
β (GARCH effect)	0,71248*	0,98054*	0,90813*	0,71250*	0,97686*	0,90661*
γ (leverage effect)		0,10212*	1,00000*		0,10205*	1,00000*
vxreg1	0,43464*	0,99984*	1,00000*	0,43460*	0,99971*	1,00000*
α+β	7,12E-01	8,41E-01	9,79E-01	7,13E-01	8,37E-01	9,77E-01
Log likelihood	15061,03	15093,71	15105,53	15061,03	15094,99	15105,7
AIC	-6,0588	-6,0715	-6,0763	-6,0584	-6,0716	-6,0759

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Επίσης, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,0763 που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 28 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{GK,t-1}^2$, για τον δείκτη CAC 40.

Πίνακας 28. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{GK,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

CAC 40	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)-M	EGARCH(1,1)-M	TGARCH(1,1)-M
Mean						
μ (constant)	6,86E-06	-5,80E-05	-4,478E-05	-7,51E-06	-0,0002964	-0,000117
Risk premium λ				0,14722*	2,32829*	0,78381*
Variance						
ω (constant)	0.00000*	-1,72E-01	0,00034*	4,22E-06	-0,2058373	0,00036*
α (ARChEffect)	0,01221	-1,39E-01	0,07129*	0,01231*	-0,1399987	0,07137*
β (GARCH effect)	0,63223*	0,98054*	0,90794*	0,63209*	0,97684*	0,90631*
γ (leverage effect)		0,10214*	1,00000*		0,10207*	1,00000*
vxreg1	0,55967*	0,99996*	1,00000*	0,55971*	0,99952*	1,00000*
α+β	6,44E-01	8,41E-01	9,79E-01	6,44E-01	8,37E-01	9,78E-01
Log likelihood	15088,86	15093,73	15110,07	15088,87	15095,02	15110,27
AIC	-6,07	-6,0715	-6,0781	-6,0696	-6,0716	-6,0778

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Ακόμη, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,0781, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 29 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{RS,t-1}^2$, για τον δείκτη CAC 40.

Πίνακας 29. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{RS,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

CAC 40	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	0,00010	-5,798E-05	-4,75E-05	0,00005*	-0,0002961	-0,0001193
Risk premium λ				0,50444*	2,32705*	0,78344*
Variance						
ω (constant)	0.00000*	-0,1718593	0,00035*	3,96E-06	-0,2058288	0,00036*
α (ARChEffect)	0,05255*	-0,1393838	0,07214*	0,05278*	-0,1399988	0,07223*
β (GARCH effect)	0,64033*	0,98054*	0,90698*	0,64008*	0,97684*	0,90533*
γ (leverage effect)		0,10214*	1,00000*		0,10207*	1,00000*
vxreg1	0,48818*	0,99997*	1,00000*	0,48815*	0,99998*	1,00000*
α+β	6,93E-01	8,41E-01	9,79E-01	6,93E-01	8,37E-01	9,78E-01
Log likelihood	15084,72	15093,76	15111,89	1584,79	15095,05	15112,1
AIC	-6,0683	-6,0715	-6,0788	-6,0679	-6,0716	-6,0785

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Επιπλέον, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,0788, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 30 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, που βασίζονται στην απόδοση (return), για τον δείκτη CAC 40.

Πίνακας 30. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1) και GARCH-M(1,1), καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

CAC 40	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)-M
Mean				
μ (constant)	0,00048*	-5,78E-05	-7,18E-05	0,00027*
Risk premium λ				2,02968*
Variance				
ω (constant)	2,01E-06	-1,71E-01	0,00025*	2,05E-06
α (ARCHeffect)	0,09402*	-1,39E-01	0,07245*	0,09457*
β (GARCH effect)	0,89733*	0,98064*	0,92424*	0,89653*
γ (leverage effect)		0,10260*	1,00000*	
α+β	9,91E-01	8,41E-01	9,97E-01	9,91E-01
Log likelihood	14959,63	15093,38	15093,53	14960,67
AIC	-6,0184	-6,0718	-6,0718	-6,0184

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Ειδικότερα, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στα μοντέλα EGARCH(1,1) και TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,0718 που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 31 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{S,t-1}^2$, για τον δείκτη DOW JONES.

Πίνακας 31. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{S,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

DOW JONES	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	0,00048*	0,00024*	0,00027*	0,00032*	0,00013*	0,00023*
Risk premium λ				2,62431*	1,87765*	0,61759*
Variance						
ω (constant)	6,13E-12	-0,3324027	0,00025*	2,84E-12	-0,3541664	0,00026*
α (ARCHEffect)	0,09552*	-0,1418773	0,06502*	0,09596*	-0,1420471	0,06517*
β (ARCH effect)	0,83186*	0,96588*	0,83573*	0,83187*	0,96365*	0,83534*
γ (leverage effect)		0,13503*	1,00000*		0,13486*	1,00000*
vxreg1	0,00057*	1,00000*	0,06594*	0,00057*	1,00000*	0,06557*
α+β	9,27E-01	8,24E-01	9,01E-01	9,28E-01	8,22E-01	9,01E-01
Log likelihood	16115,92	16201,65	16244,11	16116,77	16202,23	16244,16
AIC	-6,5839	-6,6186	-6,6359	-6,5839	-6,6184	-6,6355

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Επιπλέον, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,6359, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 32 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{p,t-1}^2$, για τον δείκτη DOW JONES.

Πίνακας 32. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1),GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{p,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

DOW JONES	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	0,00024*	0,00025*	0,00020*	0,00029*	0,00009*	0,00018*
Risk premium λ				-9,11E-01	2,61158*	0,34296*
Variance						
ω (constant)	1,75E-06	-0,2604169	0,00032*	1,74E-06	-2,89E-01	0,00032*
α (ARChEffect)	1,44E-06	-0,1411133	0,07956*	2,97E-08	-1,41E-01	0,07958*
β (GARCH effect)	0,77573*	0,97205*	0,89656*	0,77600*	0,96908*	0,89600*
γ (leverage effect)		0,15179*	1,00000*		0,15109*	1,00000*
vxreg1	0,28406*	0,99999*	1,00000*	0,28386*	0,99999*	1,00000*
α+β	7,76E-01	8,31E-01	9,76E-01	7,76E-01	8,28E-01	9,76E-01
Log likelihood	16196,43	16187,18	16218,73	16196,57	16188,28	16218,76
AIC	-6,6168	-6,6127	-6,6256	-6,6165	-6,6127	-6,6252

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Πιο συγκεκριμένα, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,6256, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 33 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{GK,t-1}^2$, για τον δείκτη DOW JONES.

Πίνακας 33. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1),GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{GK,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

DOW JONES	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	0,00028*	0,00025*	0,00020*	0,00034*	0,00009*	0,00017*
Risk premium λ				-1,04E+00	2,62123*	0,46801*
Variance						
ω (constant)	1,45E-06	-0,260282	0,00031*	1,44E-06	-2,89E-01	0,00031*
α (ARChEffect)	0,01305	-0,1411064	0,07980*	0,01244*	-1,41E-01	0,07981*
β (GARCH effect)	0,74815*	0,97206*	0,89826*	0,74809*	0,96908*	0,89752*
γ (leverage effect)		0,15184*	1,00000*		0,15114*	1,00000*
vxreg1	0,34590*	0,99997*	1,00000*	0,34719*	0,99997*	1,00000*
α+β	7,61E-01	8,31E-01	9,78E-01	7,61E-01	8,28E-01	9,77E-01
Log likelihood	16223,13	16187,19	16224,02	16223,31	16188,29	16224,08
AIC	-6,6278	-6,6127	-6,6277	-6,6274	-6,6127	-6,6273

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Επίσης, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,6278, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 34 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M, με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{RS,t-1}^2$, για τον δείκτη DOW JONES.

Πίνακας 34. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των σύνθετων μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1),GARCH-M(1,1), EGARCH-M(1,1) και TGARCH-M(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{RS,t-1}^2$, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

DOW JONES	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M	EGARCH(1,1)- M	TGARCH(1,1)- M
Mean						
μ (constant)	0,00036*	0,00025*	0,00019*	0,00039*	0,00009*	0,00017*
Risk premium λ				-4,82E-01	2,61020*	0,49506*
Variance						
ω (constant)	1,37E-06	-0,2602387	0,00031*	1,37E-06	-0,2891933	0,00031*
α (ARChEffect)	0,05286*	-0,141096	0,07994*	0,05277*	-0,1412199	0,07995*
β (GARCH effect)	0,75087*	0,97207*	0,89851*	0,75099*	0,96909*	0,89773*
γ (leverage effect)		0,15186*	1,00000*		0,15116*	1,00000*
vxreg1	0,28878*	0,99998*	1,00000*	0,28892*	0,99996*	1,00000*
$\alpha+\beta$	8,04E-01	8,31E-01	9,78E-01	8,04E-01	8,28E-01	9,78E-01
Log likelihood	16219,44	16187,21	16227,02	16219,49	16188,31	16227,08
AIC	-6,6263	-6,6127	-6,6289	-6,6259	-6,6127	-6,6286

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Ακόμη, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε AIC= -6,6289, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Στον πίνακα 35 παρουσιάζονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, που βασίζονται στην απόδοση (return), για τον δείκτη DOW JONES.

Πίνακας 35. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές των μοντέλων GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1) και GARCH-M(1,1), καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC.

DOW JONES	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	GARCH(1,1)- M
Mean				
μ (constant)	0,00058*	0,00025*	0,00016*	0,00040*
Risk premium λ				2,82521*
Variance				
ω (constant)	0.00000*	-0,259522	0,00026*	1,84E-06
α (ARChEffect)	0,11256*	-0,1411211	0,08476*	0,11300*
β (GARCH effect)	0,87270*	0,97213*	0,90753*	0,87200*
γ (leverage effect)		0,15217*	0,99999*	
α+β	9,85E-01	8,31E-01	9,92E-01	9,85E-01
Log likelihood	16080,4	16186,86	16202,17	16081,8
AIC	-6,5698	-6,6129	-6,6192	-6,57

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Ειδικότερα, περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης του μέσου (mean equation), της εξίσωσης της διακύμανσης (variance equation) και τα βασικά στατιστικά αποτελέσματα της παλινδρόμησης χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα της εξίσωσης του μέσου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των συντελεστών με αστερίσκο, καταλαβαίνουμε ότι οι συντελεστές αυτοί θεωρούνται σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, γεγονός το οποίο δηλώνει ότι οι παρελθούσες (προηγούμενες) τιμές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Επίσης, εάν υπολογίσουμε το άθροισμα των συντελεστών των ARCH και GARCH βλέπουμε ότι πλησιάζει τη μονάδα, υποδεικνύοντας ότι τα σοκ της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα ‘επίμονα’. Ακόμη, σημαντική είναι η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου AIC. Στο μοντέλο TGARCH(1,1) έχουμε $AIC = -6,6192$, που είναι το μικρότερο και παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους.

Ολοκληρώνοντας την εκτίμηση των παραπάνω υποδειγμάτων για όλα τα χρηματιστήρια και βλέποντας τα αποτελέσματά τους, πρέπει να επιλέξουμε το καλύτερο μοντέλο με τη βοήθεια των δεικτών του κριτηρίου AIC. Καταλληλότερο μοντέλο θα κριθεί αυτό με τους χαμηλότερους δείκτες.

Παρατηρώντας τα παραπάνω αποτελέσματα, συμπεραίνουμε δύο πράγματα τα οποία ισχύουν για όλα τα χρηματιστήρια που μελετήθηκαν:

- Το πρώτο είναι ότι το μοντέλο Range (V_S), σύμφωνα με το κριτήριο AIC, είναι το καλύτερο μοντέλο για τον υπολογισμό της μεταβλητότητας και για τους πέντε χρηματιστηριακούς δείκτες.
- Και το δεύτερο είναι ότι από την «οικογένεια» των μοντέλων GARCH(1,1) που δοκιμάστηκαν, αυτό με τα ακριβέστερα αποτελέσματα ήταν το μοντέλο TGARCH(1,1) σε κάθε ένα από τα χρηματιστήρια που εφαρμόστηκε.

9.3 Φαινόμενο Ιανουαρίου με υπόδειγμα TGARCH

Στην παρούσα ενότητα εξετάσαμε το φαινόμενο Ιανουαρίου για τα πέντε χρηματιστήρια που μελετήσαμε στην εργασία. Επίσης, το φαινόμενο του Ιανουαρίου το

ελέγχουμε για το μοντέλο TGARCH(1,1), το οποίο όπως αναφέραμε φέρει τα βέλτιστα αποτελέσματα σε σχέση με τα υπόλοιπα.

Στον παρακάτω πίνακα παρατηρούμε ότι στα χρηματιστήρια NASDAQ, NIKKEY 225, CAC 40 και DOW JONES δεν παρατηρείται το φαινόμενο του Ιανουαρίου καθώς δεν είναι στατιστικά σημαντικοί όλοι οι παράμετροί τους. Αντίθετα το χρηματιστήριο DAX ικανοποιεί το φαινόμενο του Ιανουαρίου, καθώς παρουσιάζει στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους και μεγαλύτερους από το μηδέν ($p < 0.05$ και $mxreg1 > 0$, όπου $mxreg1$ είναι dummy variable).

Πίνακας 36. Στον πίνακα αναφέρονται οι εκτιμώμενοι συντελεστές του μοντέλου TGARCH(1,1) με εξωγενή μεταβλητή την υπό συνθήκη διακύμανση σ^2 στην εξίσωση του μέσου, καθώς και τα κριτήρια καταλληλότητας των Log likelihood και AIC των πέντε χρηματιστηρίων που μελετώνται κατά την περίοδο Ιανουαρίου μεταξύ του 2000 και 2019.

	NASDAQ	NIKKEY 225	DAX	CAC 40	DOW JONES
	TGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)
Mean					
μ (constant)	-0.000088	-0.001989*	-0.000813	-0.000674	0.000288
$mxreg1$	0.852756	3.57664	9.70332*	4.140524	-6.602018
Variance					
ω (constant)	0.000816*	0.001675*	0.00131*	0.000996*	0.000756*
α (ARChEffect)	0.142743*	0.111861*	0.146778*	0.1442*	0.162468*
β (GARCH effect)	0.833737*	0.797782*	0.785645*	0.80217*	0.798281*
γ (leverage effect)	0.713469*	1*	0.796011*	0.999999*	0.525535*
$vxreg1$					
Log likelihood	1158.741	1082.392	1270.818	1308.773	1308.347
AIC	-5.6925	-5.6802	-5.8966	-6.0735	-6.4313

*Επίπεδο σημαντικότητας 5%

Κεφάλαιο 10: Συμπεράσματα

Η μεταβλητότητα στις χρηματοπιστωτικές αγορές έχει προσελκύσει την προσοχή των επαγγελματιών, των υπευθύνων χάραξης πολιτικής και των ερευνητών, δεδομένου ότι πρόκειται για μέτρηση του κινδύνου. Η εξεύρεση μεθοδολογιών για την πρόβλεψη οικονομικών μεγεθών που καθορίζουν την οικονομική ανάπτυξη σε αβέβαιο οικονομικό περιβάλλον παγκοσμίως είναι επιτακτική ανάγκη.

Το έτος 2007 ήταν ένα έτος ορόσημο για την παγκόσμια οικονομία, καθώς η κρίση στο χρηματοπιστωτικό σύστημα ήταν γεγονός. Η αυξημένη κίνηση ρευστότητας, οι μεγάλες επενδύσεις και η δανειακή ευδαιμονία των προηγούμενων ετών οδήγησαν σε μια φούσκα. Το πρώτο κρούσμα της κρίσης εμφανίστηκε στις ΗΠΑ λόγω του μεγάλου αριθμού στεγαστικών δανείων χαμηλής εξασφάλισης (subprime) που οδήγησαν τις αγορές σε ένα ντόμινο. Στην Ευρώπη τα πρώτα σημάδια φάνηκαν στις αρχές του 2008 όταν πλέον είχε αρχίσει και εκεί να επικρατεί ένας πανικός στα τραπεζικά συστήματα.

Τα αποτελέσματα αυτής της εργασίας αναφέρονται στις εκτιμήσεις μεταβλητότητας στα χρηματιστήρια NASDAQ, NIKKEY 225, DAX, CAC 40 και DOW JONES. Υπολογίσαμε τη μεταβλητότητα χρησιμοποιώντας τέσσερα μοντέλα που βασίζονται στις ημερήσιες τιμές ανοίγματος, κλεισίματος, υψηλού και χαμηλού των χρηματιστηρίων αυτών. Χρησιμοποιήσαμε τα καθημερινά δεδομένα από τους πέντε αυτούς χρηματιστηριακούς δείκτες για να δούμε ποιο μοντέλο εκτιμάει καλύτερα τη μεταβλητότητα σε καθένα από αυτούς τους δείκτες.

Αρχικά, βρήκαμε ισχυρές ενδείξεις ότι οι ημερήσιες τιμές χαρακτηρίζονται από μοντέλα μεταβλητότητας. Συγκεκριμένα, οι τιμές έχουν όλα τα χαρακτηριστικά: συσσωμάτωση μεταβλητότητας, πλατοκύρτωση και μη στασιμότητα. Έτσι, χρησιμοποιήσαμε τέσσερα μοντέλα μεταβλητότητας για να υπολογίσουμε την ημερήσια μεταβλητότητα. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το μοντέλο V_S , που είναι ένα απλό μέτρο μεταβλητότητας και ορίζεται ως η πρώτη λογαριθμική διαφορά μεταξύ της υψηλής και της χαμηλής τιμής, είναι αποτελεσματικότερο στην εκτίμηση της μεταβλητότητας απ' ό,τι τα μοντέλα V_P , V_{GK} , V_{RS} . Επίσης, όπως αναφέρθηκε ο εκτιμητής μεταβλητότητας των Rogers και Satchell είναι ανεξάρτητος της τάσης (drift). Επομένως, πιστεύουμε ότι τα αποτελέσματα που προέρχονται από τον εκτιμητή V_{RS} είναι περισσότερο αξιόπιστα.

Στη συνέχεια, ενσωματώσαμε το εύρος (range) σε ένα πρότυπο μοντέλο μεταβλητότητας GARCH και δημιουργήσαμε ένα Range GARCH(1,1) μοντέλο. Οι εμπειρικές δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν έδειξαν ότι τα RGARCH μοντέλα έχουν καλύτερη απόδοση από τα πρότυπα μοντέλα GARCH.

Η κύρια διαίσθηση πίσω από αυτό το αποτέλεσμα είναι ότι προσθέτοντας λιγότερο θορυβώδη εξωγενείς μεταβλητές μεταβλητότητας έχουμε δύο πλεονεκτήματα. Αρχικά, χρησιμοποιώντας μια πιο ακριβή εξωγενή μεταβλητή μεταβλητότητας σε ένα δοσμένο μοντέλο, δίνεται μεγαλύτερη σημασία στην πιο πρόσφατη εκτίμηση μεταβλητότητας. Κατά συνέπεια, αποδίδει ιδιαίτερα καλά όταν το επίπεδο της μεταβλητότητας αλλάζει γρήγορα. Αυτό είναι ένα επιθυμητό χαρακτηριστικό, επειδή η πρόβλεψη της μεταβλητότητας είναι ιδιαίτερα σημαντική σε καταστάσεις ταχέως μεταβαλλόμενων επιπέδων μεταβλητότητας. Επίσης, όταν ένα μοντέλο εκτιμάται, περισσότερο βάρος από ότι πριν θα δοθεί στην πιο πρόσφατη εκτίμηση μεταβλητότητας, επειδή αυτή η εκτίμηση είναι λιγότερο θορυβώδης. Ένα άλλο πλεονέκτημα του μοντέλου μας είναι ότι παρέχει τόσο υψηλή ακρίβεια του εύρους ως μεταβλητή μεταβλητότητας με απλότητα και ευκολία στην εκτίμηση του πρότυπου μοντέλου GARCH. Αυτό το μοντέλο προσφέρει αυξημένη ακρίβεια στη μοντελοποίηση της μεταβλητότητας σχεδόν χωρίς κόστος: πρόσθετα απαιτούμενα δεδομένα (high και low prices) είναι τυπικά ευρέως διαθέσιμα και το μοντέλο μπορεί να εκτιμηθεί εύκολα χρησιμοποιώντας το λογισμικό R.

Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιήσαμε τα σύνθετα μοντέλα GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), GARCH(1,1)-M, EGARCH(1,1)-M και TGARCH(1,1)-M με εξωγενείς μεταβλητές τις $\sigma_{S,t-1}^2$, $\sigma_{P,t-1}^2$, $\sigma_{GK,t-1}^2$, $\sigma_{RS,t-1}^2$ και τα μοντέλα GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1) και GARCH(1,1)-M που βασίζονται στην απόδοση (return). Αυτό που συμπεράναμε με τη βοήθεια του κριτηρίου καταλληλότητας AIC είναι ότι το μοντέλο TGARCH(1,1) με εξωγενή μεταβλητή $\sigma_{S,t-1}^2$ ήταν αυτό που εκτιμούσε καλύτερα την μεταβλητότητα σε όλους τους χρηματιστηριακούς δείκτες.

Ακόμη, χρησιμοποιώντας το μοντέλο TGARCH(1,1) προσπαθήσαμε να εκτιμήσουμε αν παρατηρείται το φαινόμενο του Ιανουαρίου στους χρηματιστηριακούς δείκτες που μελετήσαμε. Το αποτέλεσμα ήταν ότι μόνο ο δείκτης DAX παρουσίασε στατιστικά σημαντικούς παραμέτρους και μεγαλύτερους του μηδενός. Άρα μπορούμε να πούμε ότι στον δείκτη DAX παρατηρείται το φαινόμενο του Ιανουαρίου.

Η εκτίμηση της μεταβλητότητας των χρηματιστηριακών δεικτών ήταν πάντα ένα πολύ σημαντικό θέμα έρευνας από πολλούς ερευνητές και με πολύ σημαντικά αποτελέσματα. Μετά την παγκόσμια ύφεση του 2008 και το μεγάλο σοκ που υπέστησαν πολλά χρηματιστήρια σε όλο τον πλανήτη, κρίνεται απαραίτητη η σωστότερη και πιο υπεύθυνη χρήση μοντέλων για τον υπολογισμό και την πρόβλεψη της μεταβλητότητας, αλλά και η συνέχιση της έρευνας για βελτίωση των ήδη υπαρχόντων μοντέλων.

Βιβλιογραφία

Andersen, T. G. and Bollerslev, T., 1997, Intraday periodicity and volatility persistence in financial markets, *Journal of Empirical Finance*, 4, 115–58.

Andersen, T.G., Bollerslev, T., 1998, Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International Economic Review* 39, 885–905.

Bollerslev, T., 1986, Generalised autoregressive conditional heteroscedasticity. *Journal of Econometrics* 31, 307-27.

Bollerslev, T., Hodrick R.J., 1995, Financial Market Efficiency Tests, *Handbook of Applied Econometrics*.

Bollerslev, T., Chou, R. Y., Kroner, F.K., 1992, ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence, *Journal of Econometrics* 5-59.

Chan, L. and Lien, D., 2003, Using high, low, open, and closing prices to estimate the effects of cash settlement on futures prices. *International Review of Financial Analysis* 12, 35-47.

Charles R. Nelson, Charles R. Plosser, 1982, Trends and random walks in macroeconomic time series: Some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, Volume 10, Issue 2, Pages 139-162.

Chou, R. Y. 1988, Volatility Persistence and Stock Valuations: Some Empirical Evidence Using garch, *Journal of Applied Econometrics* 3 (4):279-94.

David A. Dickey and Wayne A. Fuller, 1979, Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, No. 366, pp. 427-431.

Dongcheol Kim and Stanley J. Kon, 1994, Alternative Models for the Conditional Heteroscedasticity of Stock Returns, *The Journal of Business*, Vol. 67, No. 4, pp. 563-598.

Fama, E., 1970, Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *Journal of Finance* 25, 383–417.

Floros Christos, 2009, Modelling Volatility Using High, Low, Open and Closing Prices: Evidence from Four S&P Indices. *International Research Journal of Finance and Economics*.

Garman, M. B., and Klass, M. J., 1980, On the estimation of security price volatilities from historical data. *Journal of Business* 53, 67–78.

Glosten, L. R., Jagannathan, R., and Runkle, D., 1993, On the relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks”, *Journal of Finance*, 48, 1779-1801.

Gultekin N. Mustafa, and Gultekin N.Bulent, 1983, Stock market seasonality: International Evidence”, *Journal of Financial Economics*, Volume 12, Issue 4, Pages 469-481.

Javed Farrukh & Mantalos Panagiotis, 2013, GARCH-Type Models and Performance of Information Criteria, *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, 42:8, 1917-1933

Jui-Cheng Hung , Tien-Wei Lou, Yi-Hsien Wang & Jun-De Lee, 2013, Evaluating and improving GARCH-based volatility forecasts with range-based estimators, *Applied Economics*, 45:28, 4041-4049.

Karunanithy Banumathy, Ramachandran Azhagaiah, 2015, *Modelling Stock Market Volatility: Evidence from India*, *Managing Global Transitions International Research Journal* volume 13, number 1, issn 1854-6935.

Katsiamba Paraskevi, 2017, Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models, *Economics Letters* Volume 158, , Pages 3-6.

Li, H., Hong, Y., 2011, Financial volatility forecasting with range-based autoregressive volatility model, *Finance Research Letters* 8 69–76.

Mandelbrot, B. and Taylor, H., 1967, On the Distribution of Stock Price Differences. *Operations Research* 15, 1057-1062.

Molnár Peter, 2016, High-low range in GARCH models of stock return volatility, *Applied Economics*, 48:51, 4977-4991.

Nelson, D. B., 1991, Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach.’ *Econometrica* 59 (2): 347–70.

Suliman Zakaria Suliman Abdalla, 2011, Modelling Exchange Rate Volatility using GARCH Models: Empirical Evidence from Arab Countries, *International Journal of Economics and Finance*.

Parkinson, M., 1980, The extreme value method for estimating the variance of the rate of return. *Journal of Business* 53, 61–65.

Rogers, L. C. G., and Satchell, S. E., 1991, Estimating variance from high, low, and closing prices. *Annals of Applied Probability* 1, 50–512.

Rogers, L. C. G., Satchell, S. E., and Yoon, Y., 1994, Estimating the volatility of stock prices: a comparison of methods that use high and low prices. *Applied Financial Economics* 4, 241–247.

Terence C. Mills, 1993, Is there long-term memory in UK stock returns?, *Applied Financial Economics*, 3:4, 303-306.

Yang, D., Zhang, Q., 2000, Drift-Independent Volatility Estimation Based on High, Low, Open, and Close Prices, *The Journal of Business* , Vol. 73, No. 3, pp. 477-492.

Zakoian, J.M., 1994, Threshold heteroskedastic models, *Journal of Economic Dynamics and Control*.

Διαδίκτυο

<https://finance.yahoo.com/>

<http://users.auth.gr/dkugiu/Teach/Econophysics/Chp4.pdf>

http://www.eviews.com/help/helpintro.html#page/content%2Farch-Additional_ARCH_Models.html%23ww166914

https://repository.kallipos.gr/bitstream/11419/5691/1/7_%CE%9C%CE%AD%CE%B8%CE%BF%CE%B4%CE%BF%CF%82%CE%9C%CE%AD%CE%B3%CE%B9%CF%83%CF%84%CE%B7%CF%82%20%CE%A0%CE%B9%CE%B8%CE%B1%CE%BD%CE%BF%CF%86%CE%AC%CE%BD%CE%B5%CE%B9%CE%B1%CF%82%CE%A1%CE%BF%CF%80%CF%8E%CE%BD.pdf

<http://users.auth.gr/dkugiu/Teach/TimeSeries/TimeSeries.pdf>

<http://www.ba.teiwest.gr/pages/statistiki/%CE%A3%CE%A5%CE%9D%CE%9F%CE%9B%CE%99%CE%9A%CE%95%CE%A3%20%CE%A3%CE%A5%CE%9D%CE%9F%CE%A0%CE%A4%CE%99%CE%9A%CE%95%CE%A3%20%CE%A3%CE%97%CE%9C%CE%95%CE%99%CE%A9%CE%A3%CE%95%CE%99%CE%A3%20%CE%A3%CE%A4%CE%91%CE%A4%CE%99%CE%A3%CE%A4%CE%99%CE%9A%CE%97%CE%A3.pdf>