



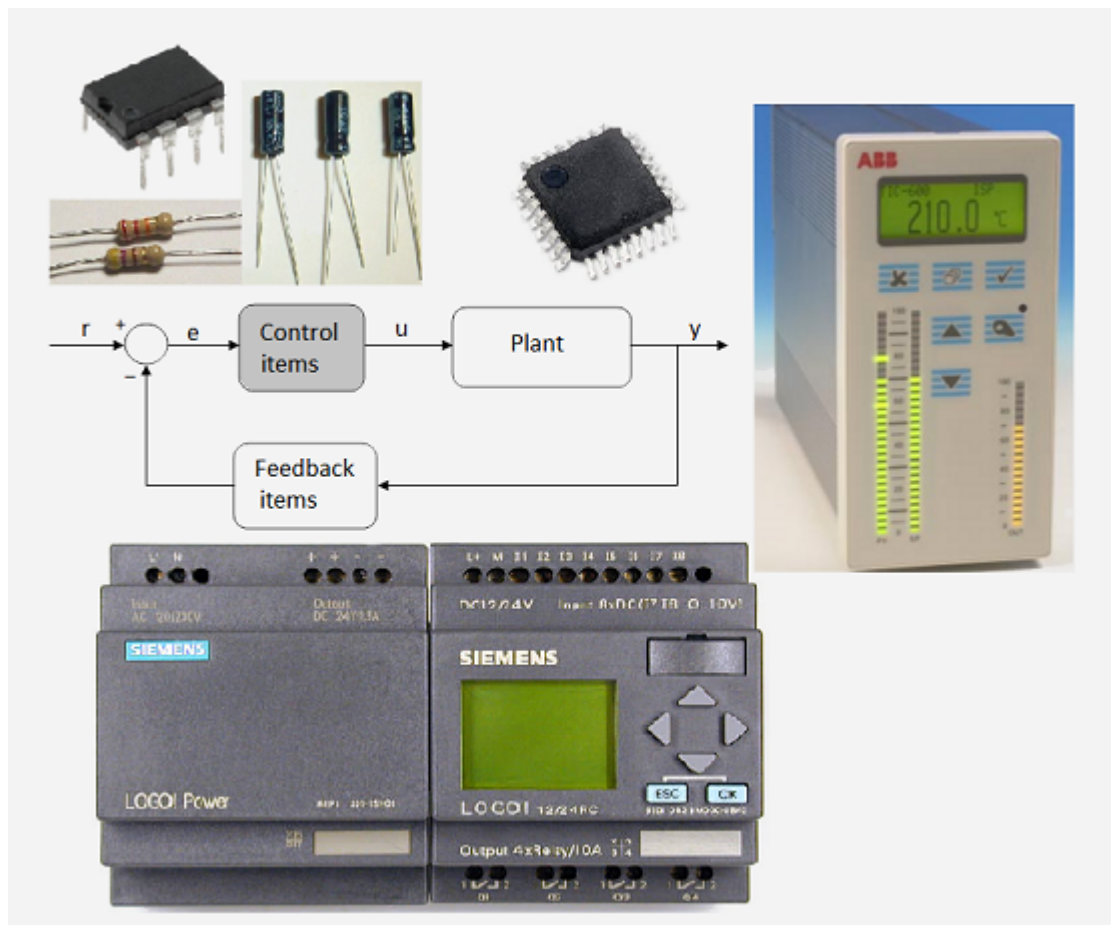
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΚΡΗΤΗΣ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΧΑΝΙΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

*"Μελέτη ελεγκτών"*



Επιμέλεια: Χρήστος Λάμπρου

Επιβλέπων καθηγητής: Νίκος Φραγκιαδάκης – Καθηγητής  
Εφαρμογών

ΧΑΝΙΑ 2014

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος .....	4
----------------	---

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 – ΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ

1.1 Εισαγωγή .....	5
1.2 Περιγραφή ΣΑΕ – Μαθηματικά μοντέλα .....	6
1.2.1 Οι ολοκληρωδιαφορικές εξισώσεις .....	7
1.2.2 Η συνάρτηση μεταφοράς .....	8
1.2.3 Η κρουστική απόκριση .....	9
1.2.4 Οι εξισώσεις κατάστασης .....	9
1.3 Διαγράμματα βαθμίδων .....	12

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΣΑΕ

2.1 Η σχεδίαση των ΣΑΕ και οι μέθοδοι που συναντώνται .....	17
2.2 Προδιαγραφές κλειστών συστημάτων .....	17
2.2.1 Προδιαγραφές στο πεδίο του χρόνου .....	17
2.2.2 Προδιαγραφές στο πεδίο της συχνότητας .....	19

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 – ΒΑΣΙΚΕΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ

3.1 Η αρχή της ανάδρασης .....	24
3.2 Βασικοί νόμοι ελέγχου .....	25
3.2.1 On-Off ελεγκτής .....	25
3.2.2 Αναλογικός ελεγκτής ή ελεγκτής τύπου P .....	26
3.2.3 Έλεγχος τριών όρων PID (Αναλογικός-Ολοκληρωτικός- Διαφορικός) .....	28
3.2.3.1 Παράδειγμα ελέγχου PID .....	29
3.2.3.2 Ρύθμιση του ελεγκτή PID με τη μέθοδο των Ziegler-Nichols .....	38

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 – ΥΛΟΠΟΙΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΡΥΘΜΙΣΤΩΝ

4.1 Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής .....	42
4.1.1 Κύρια υλοποίηση του αναλογικού υπολογιστή .....	43

4.1.1.1	Μια αναφορά στους τελεστικούς ενισχυτές .....	43
4.1.1.1.1	Βασικές συνδεσμολογίες τελεστικών ενισχυτών .....	46
4.1.1.2	Αναλογικός PID ελεγκτής με τελεστικούς ενισχυτές .....	54
4.1.2	Υλοποίηση ελεγκτών με βάση τον ψηφιακό υπολογιστή .....	55
4.1.2.1	Η βασική δομή ενός ψηφιακού ελεγκτή .....	55
4.1.2.2	Υλοποίηση του νόμου ελέγχου στον μικροεπεξεργαστή .....	61

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 - ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΛΟΓΙΚΟΙ ΕΛΕΓΚΤΕΣ: PLC (PROGRAMMABLE LOGIC CONTROLLERS)**

5.1	Στοιχειώδης λειτουργία του PLC .....	64
5.2	Συσκευές στην είσοδο και στην έξοδο του PLC .....	64
5.3	Ρύθμιση-προγραμματισμός του PLC .....	66
5.4	Χρονικά και καταμετρητές .....	70
5.4.1	Χρονικά .....	70
5.4.2	Καταμετρητές .....	73
5.5	Ενσωματωμένο PID λογισμικό σε PLC .....	73
5.6	PLC και συστήματα SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition) .....	74
5.7	Το σύστημα GSM στα PLCs .....	76
5.8	Σύγκριση του PLC σε σχέση με άλλες επιλογές υλοποίησης ελέγχου .....	77

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 - PID ΕΛΕΓΚΤΕΣ ΠΟΥ ΒΑΣΙΖΟΝΤΑΙ ΣΕ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗΣ**

6.1	Οι τεχνικές προσαρμογής .....	78
6.1.1	Αυτορρυθμιζόμενοι ελεγκτές .....	78
6.1.1.1	Η μέθοδος relay feedback .....	79
6.1.2	Προσαρμοστικοί ελεγκτές .....	81
6.1.3	Ελεγκτές επιλογής κατάλληλης δέσμης-σχεδίου παραμέτρων ελέγχου (Gain Scheduling controllers) .....	82
6.2	Εμπορικά προϊόντα με χαρακτηριστικά τεχνικών προσαρμογής .....	83

<b>Βιβλιογραφία .....</b>	<b>87</b>
---------------------------	-----------

## Πρόλογος

Κύριος σκοπός αυτής της πτυχιακής εργασίας είναι η ανάλυση των βασικών κατηγοριών αυτόματου ελέγχου, καθώς και η παρουσίαση των τεχνικών που χρησιμοποιούνται ώστε οι ελεγκτές αυτοί να λειτουργούν προσαρμοστικά. Η έννοια του ελεγκτή εξετάζεται από καθαρά θεωρητική άποψη καθώς γίνεται και μια παρουσίαση των δομικών στοιχείων των ελεγκτών, τόσο για τους αναλογικούς όσο και για τους ψηφιακούς ελεγκτές.

Η εργασία χωρίζεται σε 6 κεφάλαια. Στο 1ο κεφάλαιο δίδεται το βασικό μαθηματικό υπόβαθρο των Σ.Α.Ε. (Συστημάτων Αυτόματου Ελέγχου) και αποσαφηνίζεται ο ρόλος του ελεγκτή.

Το 2ο κεφάλαιο αναφέρεται στις μεθόδους σχεδίασης των ΣΑΕ που συναντάμε καθώς και στα μεγέθη και διαγράμματα που χρησιμοποιούμε κατά τη σχεδίαση.

Στο 3ο κεφάλαιο αναλύουμε τις βασικές κατηγορίες ελέγχου. Εξετάζουμε τους ελεγκτές On-Off, P, PI, PD και PID. Παρουσιάζεται επίσης η μέθοδος των Ziegler-Nichols για τη ρύθμιση των ελεγκτών τύπου PID.

Στο 4ο κεφάλαιο δίδονται οι κύριοι τρόποι για την υλοποίηση των αναλογικών και των ψηφιακών ελεγκτών. Για το σκοπό αυτό γίνεται και μια αναφορά στον αναλογικό υπολογιστή με τελεστικούς ενισχυτές.

Στο 5ο κεφάλαιο μελετάμε τους προγραμματιζόμενους λογικούς ελεγκτές (PLC). Παρουσιάζονται επίσης οι εκτεταμένες λειτουργίες PID firmware (ενσωματωμένο λογισμικό που αποτελεί ελεγκτή τύπου PID) και το GSM PLC. Επίσης γίνεται μια αναφορά στη δομή SCADA και στον τρόπο με τον οποίο τα PLCs συμμετέχουν σε αυτή τη δομή.

Στο 6ο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι τεχνικές με τις οποίες ένας PID ελεγκτής σταθερών παραμέτρων καθίσταται προσαρμοστικός, καθώς επίσης και τα βασικά χαρακτηριστικά κάποιων εμπορικών προϊόντων που υιοθετούν αυτές τις τεχνικές.

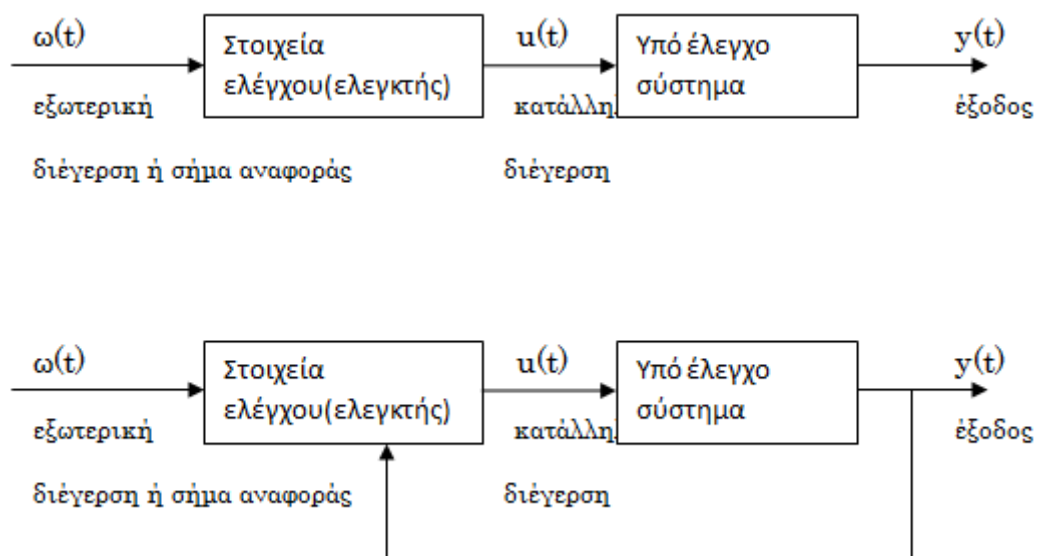
Τέλος, ευχαριστώ την οικογένειά μου για τη συνεχή της στήριξη στις προσπάθειές μου.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 – ΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ

## 1.1 Εισαγωγή

Στα συστήματα αυτομάτου ελέγχου (ΣΑΕ), δηλαδή διάφορων διατάξεων που συνδέονται μεταξύ τους για να επιτελέσουν μια προσχεδιασμένη λειτουργία, απαραίτητος είναι ο καθορισμός των στοιχείων εκείνων που κατευθύνουν την απόκριση του συστήματος στα επιθυμητά ή ανεκτά όρια. Τα στοιχεία αυτά τα ονομάζουμε ρυθμιστές, αντισταθμιστές ή ελεγκτές.

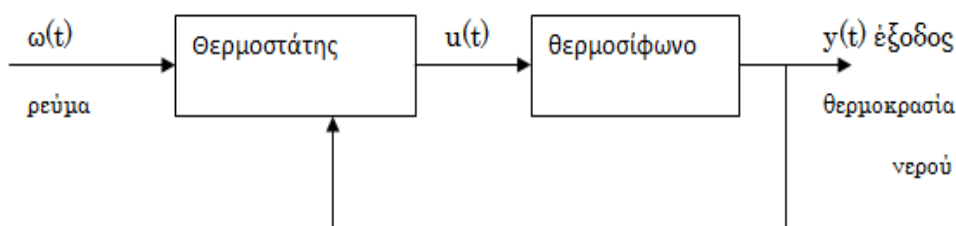
Για τη δομή ενός ΣΑΕ παρουσιάζονται τα παρακάτω διαγράμματα λειτουργίας όπου φαίνεται ο τρόπος που συμμετέχουν τα στοιχεία ελέγχου για την επιθυμητή λειτουργία του συστήματος. Και στα δύο διαγράμματα ο ελεγκτής έχει είσοδο μια εξωτερική διέγερση και παρέχει την κατάλληλη είσοδο  $u(t)$  στο υπό έλεγχο σύστημα. Στο δεύτερο διάγραμμα η έξοδος  $y(t)$  ανατροφοδοτείται στον ελεγκτή. Εδώ η  $u(t)$  είναι συνάρτηση της εξόδου και λέμε ότι το σύστημα είναι **κλειστό**, ενώ στο πρώτο σχήμα το σύστημα ονομάζεται **ανοικτό**.



Σχήμα 1.1.1. Διαγράμματα λειτουργίας ανοικτού και κλειστού συστήματος αντίστοιχα.

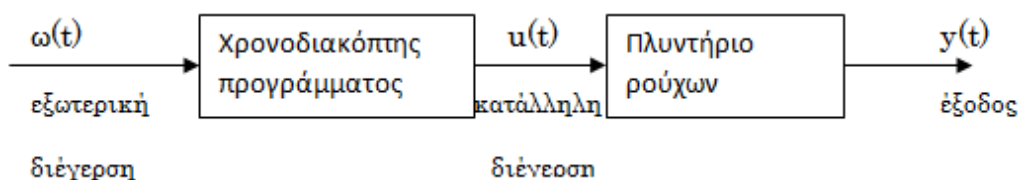
Συστήματα αυτομάτου ελέγχου συναντούμε σήμερα σχεδόν παντού. Σε κάθε σπίτι, σε κάθε βιομηχανική εγκατάσταση και σε όλα τα οχήματα. Για παράδειγμα το θερμοσίφωνο, το πλυντήριο, το ψυγείο είναι συστήματα οικιακής χρήσης που λειτουργούν αυτόματα. Στις βιομηχανίες επίσης, ο έλεγχος της στάθμης υγρού μιας δεξαμενής, ένα σύστημα ελέγχου που καθορίζει το πάχος λαμαρινών, ή μια διάταξη που ελέγχει τη γωνιακή ταχύτητα ενός κινητήρα είναι μερικά παραδείγματα.

Συγκεκριμένα το θερμοσίφωνο είναι ένα κλειστό σύστημα αυτομάτου ελέγχου (σχήμα 1.1.2). Το ρόλο του ρυθμιστή αναλαμβάνει η διάταξη του θερμοστάτη, ο οποίος σχεδιάζεται έτσι ώστε η θερμοκρασία του νερού η οποία μετράται στην έξοδο του συστήματος να μην παραβαίνει κάποια όρια. Τα όρια αυτά συνήθως είναι 65 με 70 °C. Ο θερμοστάτης λειτουργεί ως διακόπτης, ο οποίος καθορίζει πότε ο ηλεκτρικός αντιστάτης που θερμαίνει το νερό θα διαρρέεται από ρεύμα. Ο διακόπτης ανοίγει όταν μετρηθεί θερμοκρασία ίση με 70°C στην έξοδο και κλείνει όταν η θερμοκρασία του νερού πέσει στους 65°C.



Σχήμα 1.1.2. Διάγραμμα λειτουργίας του θερμοσίφωνου.

Ένα παράδειγμα ανοικτού ΣΑΕ είναι το πλυντήριο ρούχων (σχήμα 1.1.3) όπου σαν έξοδο έχουμε την κατάσταση των ρούχων, δηλαδή το κατά πόσο τα ρούχα έχουν πλυθεί ικανοποιητικά. Ως ρυθμιστής του συστήματος είναι ένας χρονοδιακόπτης προγράμματος που εκτελεί μια σειρά από λειτουργίες όπως αλλαγή νερού, στύψιμο ρούχων κλπ.



Σχήμα 1.1.3. Διάγραμμα λειτουργίας του πλυντηρίου ρούχων.

## 1.2 Περιγραφή ΣΑΕ – Μαθηματικά μοντέλα

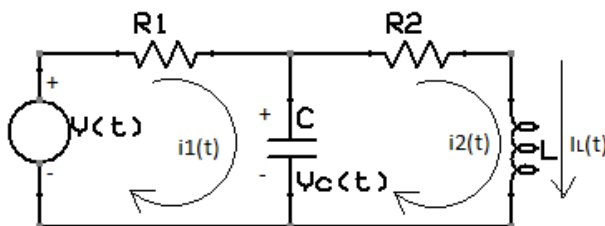
Η ανάλυση (π.χ. χρονική απόκριση), η μελέτη της δομής και των ιδιοτήτων ενός συστήματος (π.χ. μελέτη της ευστάθειας) καθώς και η βελτίωση της συμπεριφοράς του, απαιτεί την εξαγωγή ενός μαθηματικού μοντέλου που να προσεγγίζει το φυσικό σύστημα. Το μοντέλο αυτό πρέπει να συνδέει φυσικές ποσότητες (π.χ. τάση ή ρεύμα) με στοιχεία του συστήματος (π.χ. αντίσταση, χωρητικότητα, αυτεπαγωγή). Για παράδειγμα αν κάποιο σύστημα αποτελείται από έναν αντιστάτη σε σειρά με ένα πηνίο, τότε η τάση  $v$  στα άκρα του συστήματος, το ρεύμα  $i$  που διαρρέει το σύστημα, η αντίσταση  $R$  και η αυτεπαγωγή  $L$  συνδέονται με τη σχέση  $v=Ldi/dt+Ri$ . Γενικά, το μαθηματικό μοντέλο ενός συστήματος είναι μία μαθηματική

έκφραση που συσχετίζει την είσοδο, το σύστημα και την έξοδο έτσι ώστε να μπορούμε να υπολογίσουμε την έξοδο του συστήματος για οποιαδήποτε διέγερση.

Τα επικρατέστερα μαθηματικά μοντέλα είναι α) οι ολοκληρωδιαφορικές εξισώσεις (ο.δ.ε.), β) η συνάρτηση μεταφοράς, γ) η κρουστική απόκριση και δ) οι εξισώσεις κατάστασης. Οι ο.δ.ε., η συνάρτηση μεταφοράς και η κρουστική απόκριση ονομάζονται και περιγραφές εισόδου – εξόδου, επειδή συσχετίζουν την είσοδο με την έξοδο χωρίς να μας δίνουν πληροφορίες για την κατάσταση του συστήματος. Αντίθετα οι εξισώσεις κατάστασης εκτός του ότι μπορούν να περιγράψουν περισσότερες κατηγορίες συστημάτων σε σχέση με τα παραπάνω μοντέλα, παρέχουν επίσης την πληροφορία για την κατάσταση του συστήματος.

### 1.2.1 Οι ολοκληρωδιαφορικές εξισώσεις

Για την περιγραφή συστημάτων με ο.δ.ε. καταστρώνουμε το σύνολο των γραμμικών εξισώσεων του υπό μελέτη συστήματος καθώς επίσης και τις απαραίτητες αρχικές συνθήκες. Για παράδειγμα θεωρούμε το δίκτυο του παρακάτω σχήματος.



Σχήμα 1.2.1.1. Ηλεκτρικό δίκτυο δύο βρόχων.

Οι ο.δ.ε. αυτού του δικτύου είναι οι δύο εξισώσεις που προκύπτουν από το νόμο των τάσεων του Kirchoff στους δύο βρόχους του κυκλώματος.

$$R1i1(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i1(t)dt - \frac{1}{C} \int_0^t i2(t)dt = v(t)$$

$$-\frac{1}{C} \int_0^t i1(t)dt + R2i2(t) + L \frac{di2}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i2(t)dt = 0$$

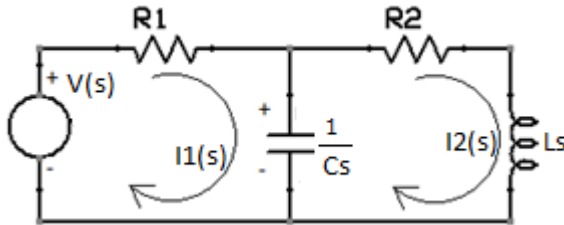
με αρχικές συνθήκες  $v_c(0)=V_0$  και  $i_L(0)=I_0$

### 1.2.2 Η συνάρτηση μεταφοράς

Η περιγραφή συστημάτων με τη συνάρτηση μεταφοράς είναι μια περιγραφή στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας ( $s=\sigma+j\omega$ ) και ισχύει μόνο για γραμμικά και χρονικά αμετάβλητα συστήματα με μηδενικές αρχικές συνθήκες [1]. Η συνάρτηση μεταφοράς είναι ο λόγος του μετασχηματισμού Laplace της εξόδου  $y(t)$  προς τον μετασχηματισμό Laplace της εισόδου  $u(t)$ , δηλαδή

$$H(s) = \frac{L\{y(t)\}}{L\{u(t)\}} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Ως παράδειγμα ας θεωρήσουμε το ίδιο δίκτυο δύο βρόχων όπως το παραπάνω. Ζητούμε να προσδιορισθεί η συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)=I_2(s)/V(s)$



Σχήμα 1.2.2.1

Αρχικά καταστρώνουμε τις εξισώσεις βρόχων στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας.

$$\left(R1 + \frac{1}{Cs}\right)I1(s) - \frac{1}{Cs}I2(s) = V(s) \quad (1)$$

$$-\frac{1}{Cs}I1(s) + \left(R2 + Ls + \frac{1}{Cs}\right)I2(s) = 0 \quad (2)$$

Λύνουμε το σύστημα ως προς  $I_2(s)$ .

$$(2) \Rightarrow I1(s) = (LCs^2 + R2Cs + 1)I2(s) \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας την (3) στην (1) έχουμε

$$(R1Cs + 1)(LCs^2 + R2Cs + 1)I2(s) - I2(s) = CsV(s) \quad (4)$$

$$\text{ή} \quad I2(s)[(R1Cs + 1)(LCs^2 + R2Cs + 1) - 1] = CsV(s) \quad (5)$$

και από την (5) έχουμε

$$H(s) = \frac{Cs}{(R1Cs + 1)(LCs^2 + R2Cs + 1) - 1} =$$



$$\begin{aligned}
&= \frac{\frac{Cs}{Cs}}{\frac{[(R1Cs + 1)(LCs^2 + R2Cs + 1) - 1]}{Cs}} = \\
&= \frac{1}{\frac{[R1LC^2s^3 + R1R2C^2s^2 + R1Cs + LCs^2 + R2Cs + 1 - 1]}{Cs}} = \\
&= \frac{1}{\frac{Cs(R1LCs^2 + R1R2Cs + R1 + Ls + R2)}{Cs}} \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow H(s) = \frac{1}{R1LCs^2 + (R1R2C + L)s + R1 + R2}
\end{aligned}$$

### 1.2.3 Η κρουστική απόκριση

Η κρουστική απόκριση είναι μια περιγραφή στο πεδίο του χρόνου και ισχύει για γραμμικά συστήματα με μηδενικές αρχικές συνθήκες. Ως κρουστική απόκριση ορίζουμε την έξοδο του συστήματος όταν έχουμε για είσοδο τη μοναδιαία κρουστική συνάρτηση  $\delta(t-T)$ . Η  $\delta(t-T)$  ορίζεται ως εξής:

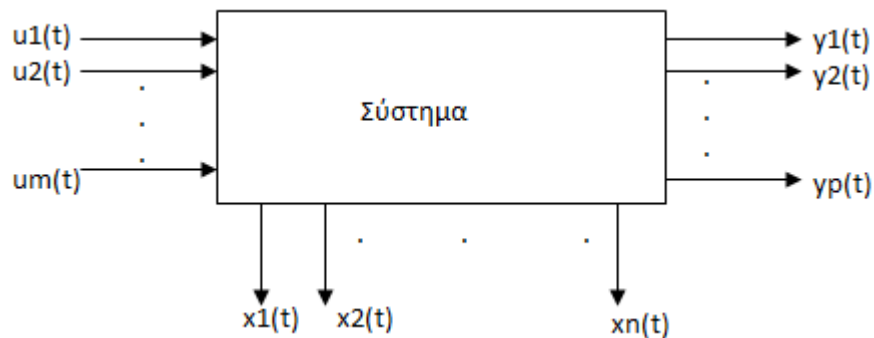
$$\delta(t - T) = \begin{cases} 0 & \forall t, \text{ πλην του } t = T \\ \infty & \text{για } t = T \end{cases}$$

### 1.2.4 Οι εξισώσεις κατάστασης

Οι εξισώσεις κατάστασης είναι μια περιγραφή στο πεδίο του χρόνου και ισχύει για αρκετές κατηγορίες συστημάτων όπως τα γραμμικά και μη, τα χρονικά μεταβαλλόμενα και μη, τα συστήματα με αρχικές συνθήκες μη μηδενικές κ.α. [1]. Η κατάσταση του συστήματος εκφράζεται με τις μεταβλητές κατάστασης οι οποίες αντιπροσωπεύουν μεγέθη ή φυσικές ποσότητες του συστήματος (π.χ. τάση ή ρεύμα) συναρτήσει του χρόνου.

**Ορισμός μεταβλητών κατάστασης:** Οι μεταβλητές κατάστασης ενός συστήματος συμβολίζονται ως  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$  και ορίζονται ως ένας αριθμός μεταβλητών τέτοιων ώστε, αν γνωρίζουμε τις τιμές τους για οποιαδήποτε χρονική στιγμή  $t_0$ , τη συνάρτηση εισόδου που εφαρμόζεται στο σύστημα για  $t \geq t_0$ , και το μαθηματικό νόμο που συνδέει την είσοδο, τις μεταβλητές κατάστασης και το σύστημα, να υπάρχει η δυνατότητα προσδιορισμού της κατάστασης του συστήματος για οποιαδήποτε χρονική στιγμή  $t > t_0$  [1].

Θεωρούμε ένα σύστημα με πολλές εισόδους και πολλές εξόδους όπως αυτό που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 1.2.4.1. Σύστημα πολλών εισόδων και πολλών εξόδων.

Το διάνυσμα εισόδου του είναι το  $\mathbf{u}(t)=[u_1(t) \ u_2(t) \ \dots \ u_m(t)]^T$ , το διάνυσμα εξόδου του είναι το  $\mathbf{y}(t)=[y_1(t) \ y_2(t) \ \dots \ y_p(t)]^T$  και το διάνυσμα κατάστασης είναι το  $\mathbf{x}(t)=[x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_n(t)]^T$ .

Για την περιγραφή ενός δυναμικού συστήματος στο χώρο κατάστασης χρειαζόμαστε τις **εξισώσεις κατάστασης**, την **εξίσωση εξόδου** και τις **αρχικές συνθήκες των εξισώσεων κατάστασης**.

Οι **εξισώσεις κατάστασης** είναι ένα σύστημα  $n$  διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης, που συνδέει το διάνυσμα εισόδου  $\mathbf{u}(t)$  με το διάνυσμα κατάστασης  $\mathbf{x}(t)$  και έχει τη μορφή  $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)]$ , όπου  $\mathbf{f}$  είναι μια στήλη με  $n$  στοιχεία.

Η **εξίσωση εξόδου** συνδέει το διάνυσμα εξόδου  $\mathbf{y}(t)$  με τα  $\mathbf{u}(t)$  και  $\mathbf{x}(t)$  και έχει τη μορφή  $\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)]$ , όπου  $\mathbf{g}$  είναι μια στήλη με  $p$  στοιχεία.

Οι **αρχικές συνθήκες των εξισώσεων κατάστασης** είναι οι τιμές των στοιχείων του διανύσματος κατάστασης  $\mathbf{x}(t)$  για  $t=t_0$  και συμβολίζονται  $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 = [x_1(t_0) \ x_2(t_0) \ \dots \ x_n(t_0)]^T$ .

Οπότε, η περιγραφή ενός δυναμικού συστήματος στο χώρο κατάστασης αποτελείται από τις σχέσεις

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)]$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)]$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 = [x_1(t_0) \ x_2(t_0) \ \dots \ x_n(t_0)]^T$$

οι οποίες για απλούστευση καλούνται και **εξισώσεις κατάστασης**.

Οι παραπάνω συναρτήσεις  $\mathbf{f}$  και  $\mathbf{g}$  είναι πεπλεγμένες μη γραμμικές συναρτήσεις των  $\mathbf{x}(t)$  και  $\mathbf{u}(t)$ . Αν το σύστημα που πρόκειται να μελετήσουμε είναι γραμμικό και χρονικά αμετάβλητο, τότε οι εξισώσεις κατάστασης παίρνουν τη μορφή

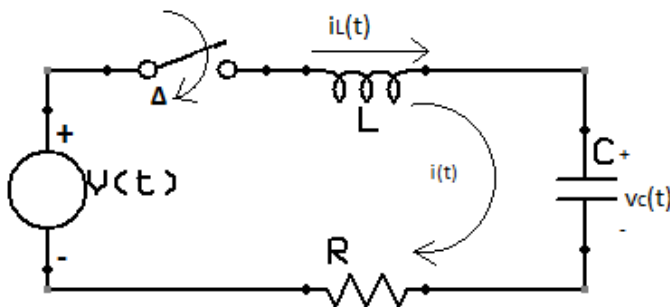
$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$$x(t_0) = x(0) = x_0$$

όπου **A** είναι ο **πίνακας του συστήματος** διαστάσεων  $n \times n$ , **B** είναι ο **πίνακας εισόδου** διαστάσεων  $n \times m$ , **C** είναι ο **πίνακας εξόδου** με διαστάσεις  $r \times n$  και ο **πίνακας D** με διαστάσεις  $r \times m$  ονομάζεται **απευθείας πίνακας**.

Ως παράδειγμα ας θεωρήσουμε το δίκτυο του σχήματος 1.2.4.2 με αρχικές συνθήκες  $i_L(0)=I_0$  και  $v_C(0)=V_0$ . Ζητούμε να καταστρωθούν οι εξισώσεις κατάστασης του δικτύου θεωρώντας έξοδο την τάση  $v_R(t)$  στα άκρα του αντιστάτη  $R$ .



Σχήμα 1.2.4.2

Γράφουμε την εξίσωση βρόχου

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int_0^t idt = v(t)$$

Οι μεταβλητές κατάστασης του συστήματος είναι

$$x_1(t) = i_L(t) = \text{το ρεύμα του πηνίου}$$

$$x_2(t) = \int_0^t idt = \text{το ηλεκτρικό φορτίο του πυκνωτή}$$

Παραγωγίζοντας την τελευταία σχέση προκύπτει

$$\dot{x}_2(t) = i(t) = i_L(t) = x_1(t) \quad (1)$$

Εισάγουμε τις μεταβλητές κατάστασης στην εξίσωση βρόχου και έχουμε

$$L\dot{x}_1(t) + Rx_1(t) + \frac{1}{C}x_2(t) = v(t)$$

ή

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{R}{L}x_1(t) - \frac{1}{LC}x_2(t) + \frac{1}{L}v(t) \quad (2)$$

Οι σχέσεις (1) και (2) συνθέτουν το ακόλουθο σύστημα διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R}{L}x_1(t) + \frac{1}{L}v(t) & -\frac{1}{LC}x_2(t) \\ x_1(t) & 0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{R}{L}x_1(t) & -\frac{1}{LC}x_2(t) \\ x_1(t) & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L}v(t) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{LC} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v(t) \quad (3) \end{aligned}$$

Για την εξίσωση εξόδου του δικτύου έχουμε

$$y(t) = v_R(t) = Ri(t) = Rx_1(t) = [R \ 0] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

και το διάνυσμα των αρχικών συνθηκών του δικτύου είναι

$$x(0) = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_L(0) \\ Qc(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_0 \\ CV_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Οι σχέσεις (3), (4) και (5) συνθέτουν τις εξισώσεις κατάστασης του δικτύου όπου

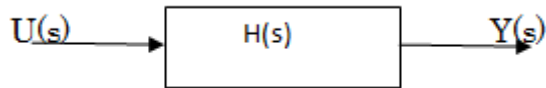
το διάνυσμα κατάστασης είναι το  $x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ Cv_C(t) \end{bmatrix}$ , η είσοδος αντιστοιχεί στο μέγεθος  $u(t)=v(t)$ , η έξοδος είναι η  $y(t)=v_R(t)$ ,

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{LC} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c = [R], \quad x_0 = \begin{bmatrix} I_0 \\ CV_0 \end{bmatrix}$$

Ένα ακόμη σημαντικό πλεονέκτημα της περιγραφής συστημάτων με εξισώσεις κατάστασης είναι ότι οι εξισώσεις αυτές είναι πρώτης τάξης και μπορούν να εξομοιωθούν ευκολότερα σε η/υ.

### 1.3 Διαγράμματα βαθμίδων

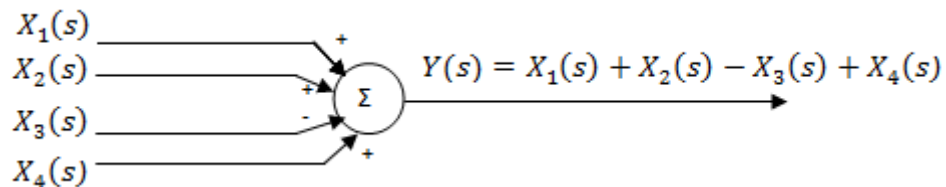
Για να έχουμε μια εποπτική περιγραφή ενός συστήματος χρησιμοποιούμε τα διαγράμματα βαθμίδων. Κάθε βαθμίδα εκφράζει μια περιγραφή εισόδου εξόδου και παρίσταται στο πεδίο  $s$ , δηλαδή ως συνάρτηση μεταφοράς.



Σχήμα 1.3.1. Σύστημα μιας βαθμίδας.

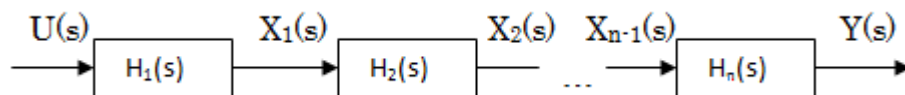
Όταν διάφορες βαθμίδες συνδέονται μεταξύ τους ποικιλοτρόπως, τότε προκύπτει η ανάγκη διατύπωσης κανόνων για τη μετατροπή των εκάστοτε συνδεσμολογιών σε απλούστερες ώστε τα συστήματα που αυτές αποτελούν να καθίστανται ευκολότερα και πιο προσβάσιμα για μελέτη. Μερικοί από αυτούς τους βασικούς κανόνες παρουσιάζονται παρακάτω.

1. **Σημείο άθροισης.** Στο σημείο άθροισης μπορούν να προστίθενται ή να αφαιρούνται δύο ή περισσότερα σήματα.

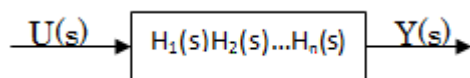


Σχήμα 1.3.2. Σημείο άθροισης.

2. **Βαθμίδες σε σειρά.** Δύο ή περισσότερες βαθμίδες σε σειρά μπορούν να απλοποιηθούν σε μία βαθμίδα.



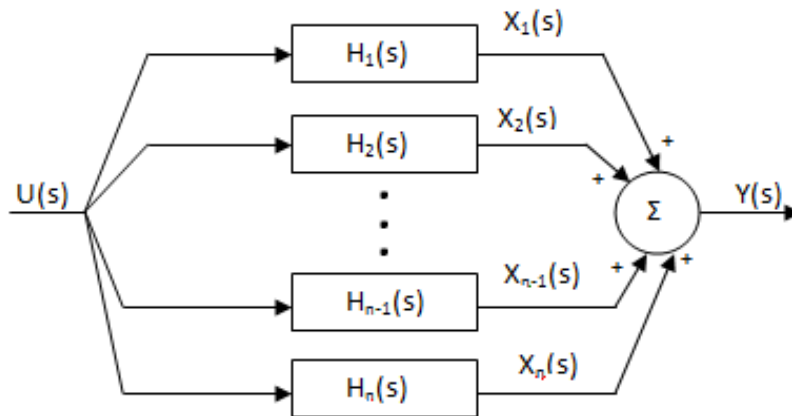
(α) Βαθμίδες σε σειρά



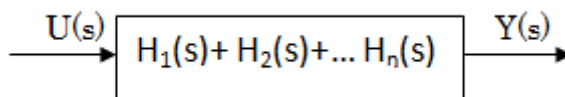
(β) Ισοδύναμη βαθμίδα

Σχήμα 1.3.3. Βαθμίδες σε σειρά και απλοποίηση σε μία βαθμίδα.

3. **Βαθμίδες παράλληλα.** Δύο ή περισσότερες βαθμίδες παράλληλα μπορούν να απλοποιηθούν σε μία βαθμίδα.



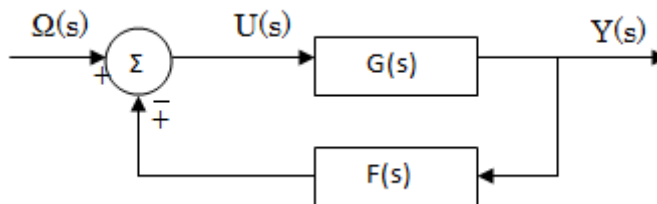
(α) Βαθμίδες παράλληλα



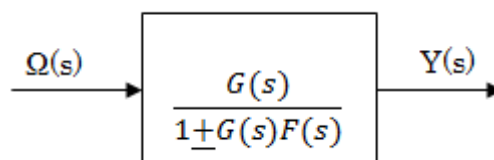
(β) Ισοδύναμη βαθμίδα

Σχήμα 1.3.4. Βαθμίδες παράλληλα και απλοποίηση σε μία βαθμίδα.

#### 4. Μετατροπή κλειστού συστήματος σε ανοικτό.



(α) Κλειστό σύστημα



(β) Ισοδύναμο ανοικτό σύστημα

Σχήμα 1.3.5. Διαγράμματα βαθμίδων κλειστού και ισοδύναμου ανοικτού συστήματος.

Στο σχήμα 1.3.5, το  $G(s)$  καλείται **απευθείας κλάδος** και το  $F(s)$  **κλάδος ανατροφοδότησης**.

Στην ειδική περίπτωση που ο κλάδος ανατροφοδότησης είναι μοναδιαίος, δηλαδή  $F(s)=1$ , τότε η συνάρτηση μεταφοράς του ισοδύναμου ανοικτού συστήματος παίρνει τη μορφή

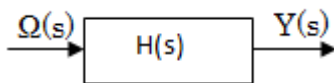
$$H(s) = \frac{G(s)}{1 \pm G(s)} \quad (1)$$

### 5. Μετατροπή ανοικτού συστήματος σε κλειστό.

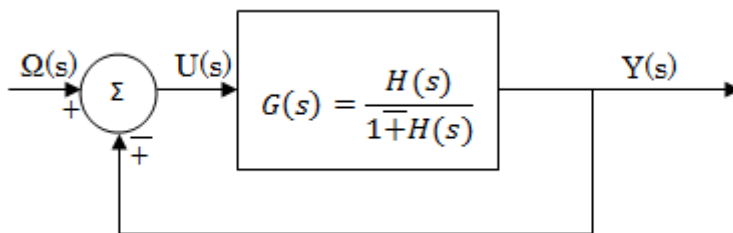
Ένα ανοικτό σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)$  είναι ισοδύναμο με ένα κλειστό σύστημα με μοναδιαίο κλάδο ανατροφοδότησης και με συνάρτηση μεταφοράς απευθείας κλάδου  $G(s)$ . Η  $G(s)$  βρίσκεται λύνοντας την παραπάνω εξίσωση (1) ως προς  $G(s)$  και τελικά έχουμε:

$$G(s) = \frac{H(s)}{1 \pm H(s)}$$

Άρα το ισοδύναμο κλειστό σύστημα είναι αυτό του σχήματος 1.3.6β.



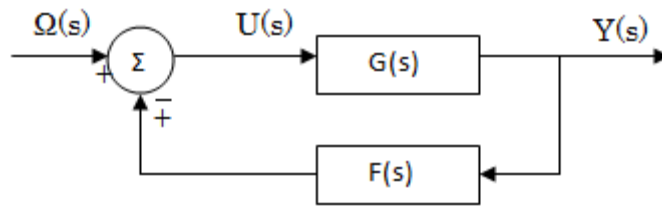
(α) Ανοικτό σύστημα



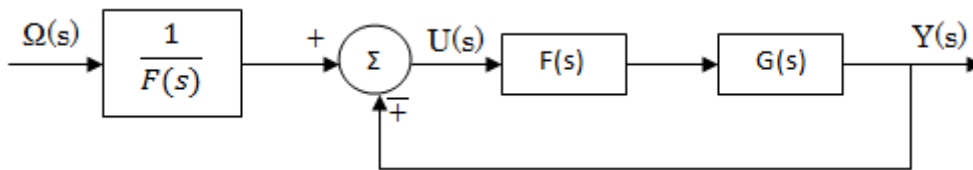
(β) Ισοδύναμο κλειστό σύστημα

Σχήμα 1.3.6. Διαγράμματα βαθμίδων ανοικτού και ισοδύναμου κλειστού συστήματος.

6. Μετατροπή του κλάδου ανατροφοδότησης  $F(s)$  σε μοναδιαίο.



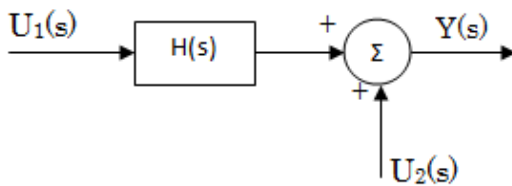
(α) Κλειστό σύστημα με κλάδο ανατροφοδότησης  $F(s)$



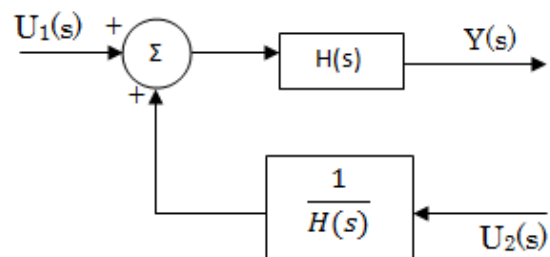
(β) Ισοδύναμο κλειστό σύστημα με μοναδιαία ανατροφοδότηση

Σχήμα 1.3.7. Διαγράμματα βαθμίδων κλειστού συστήματος με ανατροφοδότηση  $F(s)$  και ισοδύναμο κλειστό σύστημα μοναδιαίας ανατροφοδότησης.

7. Μετατόπιση σημείου άθροισης.



Το σημείο άθροισης μετά την  $H(s)$



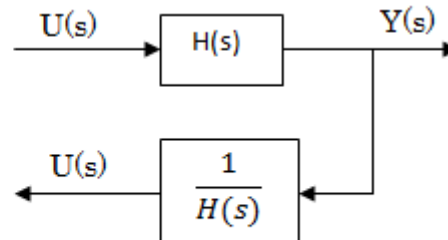
Το σημείο άθροισης μπροστά από την  $H(s)$

Σχήμα 1.3.8. Μετατόπιση σημείου άθροισης.

8. Μετατόπιση σημείου λήψης.



Το σημείο λήψης στην είσοδο της  $H(s)$



Το σημείο λήψης στην έξοδο της  $H(s)$

Σχήμα 1.3.9. Μετατόπιση σημείου λήψης.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΣΑΕ

### 2.1 Η σχεδίαση των ΣΑΕ και οι μέθοδοι που συναντώνται

Η σχεδίαση ενός ΣΑΕ είναι το πρόβλημα όπου, για ένα δεδομένο σύστημα για το οποίο έχουμε προδιαγεγραμμένη απόκριση, αναζητούμε την ανάπτυξη κατάλληλου σήματος  $u(t)$  στην είσοδο του συστήματος για το οποίο θα έχουμε την προδιαγραφείσα απόκριση .

Για τη σύνθεση του κατάλληλου σήματος εισόδου  $u(t)$  θα χρειαστεί να σχεδιάσουμε έναν ελεγκτή. Για τη σχεδίαση του έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι οι οποίες διακρίνονται σε δύο κατηγορίες, τις **κλασσικές** και τις **σύγχρονες** μεθόδους σχεδίασης.

Οι κλασσικές μέθοδοι είναι γραφικές και αναπτύσσονται στο πεδίο της συχνότητας. Το πλεονέκτημα των κλασσικών μεθόδων είναι ότι είναι απλές στην εφαρμογή τους. Μειονεκτήματα των μεθόδων αυτών είναι ότι έχουν αναπτυχθεί κυρίως για συστήματα μ.ε.μ.ε (μιας εισόδου - μιας εξόδου) και ότι πολλές φορές δεν μας παρέχουν τις αναγκαίες και ικανές συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται ώστε οι προδιαγραφές που θέτουμε σε μια σχεδίαση να είναι πραγματοποιήσιμες [1].

Αντίθετα προς τις κλασσικές μεθόδους, οι σύγχρονες μέθοδοι σχεδίασης είναι αναλυτικές και αναπτύσσονται κυρίως στο πεδίο του χρόνου. Θεμελιώνουν επίσης τις ικανές και αναγκαίες συνθήκες για να έχει ένα πρόβλημα σχεδίασης λύση. Πολλές από τις μεθόδους αυτές βασίζονται στην ιδέα της ελαχιστοποίησης ενός **κριτηρίου κόστους** (π.χ. αντιστάθμιση ενός συστήματος από κάποια εξωτερική διαταραχή καταναλώνοντας την ελάχιστη ενέργεια).

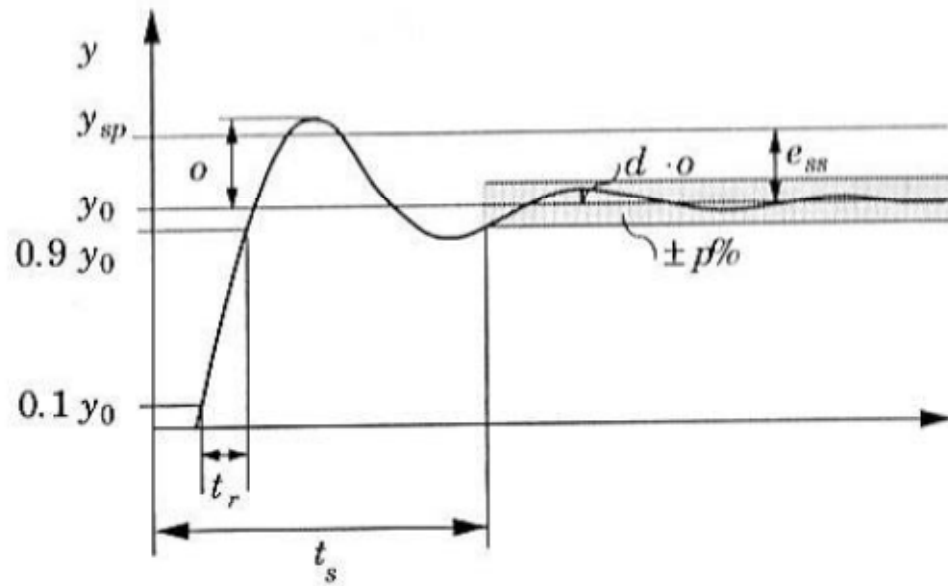
### 2.2 Προδιαγραφές κλειστών συστημάτων

Για τη σχεδίαση ενός ελεγκτή πρέπει να ορίσουμε το σκοπό που θα εξυπηρετεί, με άλλα λόγια να θέσουμε προδιαγραφές για τη συμπεριφορά του συστήματος που θέλουμε να ελέγξουμε. Οι προδιαγραφές αυτές μπορούν να οριστούν τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο της συχνότητας.

#### 2.2.1 Προδιαγραφές στο πεδίο του χρόνου

Στο πεδίο του χρόνου οι προδιαγραφές δίνονται με βάση τη συνάρτηση εξόδου  $y(t)$  και στηρίζονται κυρίως στη μεταβατική και τη μόνιμη κατάσταση της  $y(t)$ . Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της  $y(t)$

με διέγερση  $y_{sp}(t)$  τη μοναδιαία βηματική συνάρτηση, όπου υποδεικνύονται κάποιες από τις προδιαγραφές που σχετίζονται με το πεδίο του χρόνου.



Σχήμα 2.2.1.1. Προδιαγραφές για συστήματα όπου θέλουμε η έξοδος  $y$  να ακολουθεί την είσοδο αναφοράς  $y_{sp}$  για  $y_{sp}$  τη μοναδιαία βηματική συνάρτηση (Πηγή: PID controllers: Theory, Design, and Tuning/Κ. Åström and T. Hägglund. -- 2nd edition, σελίδα 127).

$t_r$ : χρόνος ανύψωσης. Είναι ο χρόνος που χρειάζεται για να φθάσει η  $y(t)$  από το 10% στο 90% της τελικής της τιμής.

$t_s$ : χρόνος αποκατάστασης. Είναι ο χρόνος που χρειάζεται για να φθάσει και να παραμείνει η  $y(t)$  μέσα σε μια ορισμένη περιοχή τιμών. Η περιοχή αυτή είναι συνήθως το  $p=2\%$  της μόνιμης κατάστασης της  $y(t)$ .

$d$  (*decay ratio*): λόγος εξασθένισης. Είναι ο λόγος ανάμεσα σε δύο συνεχόμενα μέγιστα του σφάλματος  $e=y_{sp}-y$  όταν η μεταβολή που έχουμε στην είσοδο  $y_{sp}$  ή σε κάποια μεταβλητή του συστήματος είναι βηματική. Συνήθως θέλουμε την τιμή  $d=1/4$  ή μικρότερη.

$o$  (*overshoot*): μέγιστη υπερακόντιση/υπερύψωση. Είναι ο λόγος της διαφοράς ανάμεσα στη μέγιστη τιμή  $y_m$  και στην τελική τιμή  $y_0$  της  $y(t)$  προς την τελική τιμή  $y_0$  της  $y(t)$ . Δηλαδή  $o = (y_m - y_0) / y_0$ . Σε εφαρμογές βιομηχανικού ελέγχου συνηθίζεται να θέτουμε μέγιστη υπερύψωση 8%-10%. Υπάρχουν επίσης περιπτώσεις όπου θέλουμε η απόκριση του συστήματος να έχει πλήρη απόσβεση χωρίς υπερύψωση.

$e_{ss}$ : σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Είναι η τιμή του σφάλματος ελέγχου  $e$  στη μόνιμη κατάσταση και ορίζεται ως  $e_{ss} = y_{sp} - y_0$ .

Συστήματα τα οποία έχουν απόκριση όπως αυτή του παραπάνω σχήματος, δηλαδή παρουσιάζουν ταλάντωση στην έξοδο για είσοδο τη μοναδιαία βηματική συνάρτηση, είναι συστήματα **δεύτερης τάξης** και εκφράζονται από τη συνάρτηση μεταφοράς

$$G(s) = \frac{K\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$$

Το μοντέλο αυτό έχει τρεις παραμέτρους: το στατικό κέρδος  $K$ , τη φυσική συχνότητα  $\omega$  και τη σχετική απόσβεση  $\zeta$ . Αυτές οι παράμετροι μπορούν να προσδιοριστούν προσεγγιστικά από τη βηματική απόκριση που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Θέτοντας  $T_p$  την περίοδο της ταλάντωσης (χρόνος μεταξύ των δύο πρώτων κορυφών) έχουμε

$$d = e^{-\frac{2\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad T_p = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{1-\zeta^2}}$$

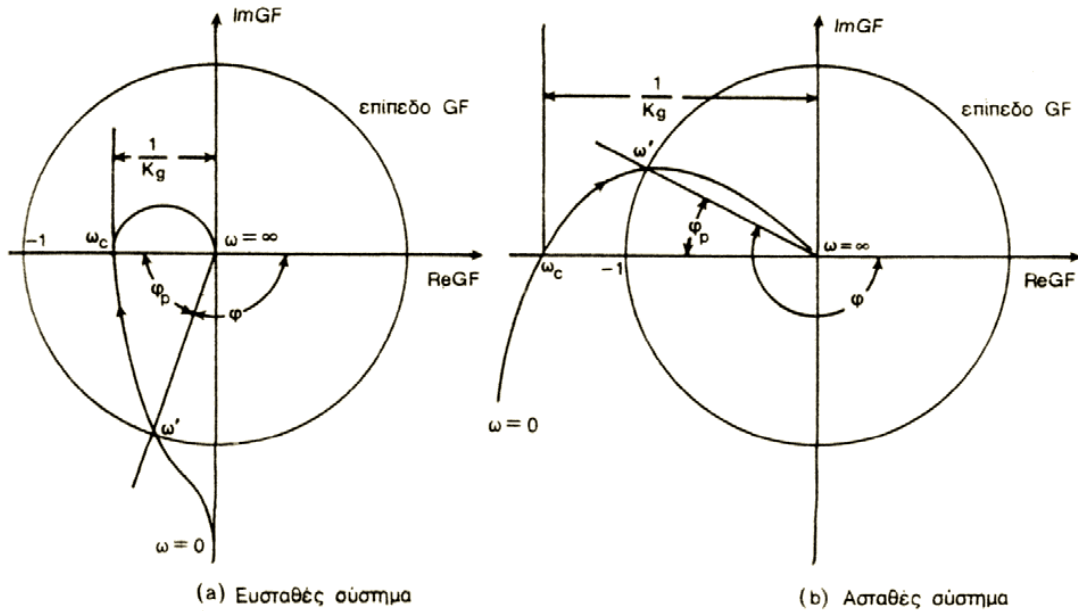
ή

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi/\log d)^2}} \quad \omega = \frac{2\pi}{T_p\sqrt{1-\zeta^2}}$$

## 2.2.2 Προδιαγραφές στο πεδίο της συχνότητας

Στο πεδίο της συχνότητας οι προδιαγραφές δίνονται με βάση τα διαγράμματα Nyquist, Bode ή Nichols της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου  $G(s)F(s)$  και αναφέρονται κυρίως στα περιθώρια ενίσχυσης και φάσης και

στο εύρος ζώνης. Τα περιθώρια ενίσχυσης και φάσης επιδιώκουμε να είναι μεγάλα προκειμένου να εξασφαλίσουμε ικανοποιητική **σχετική ευστάθεια**. Επιδιώκουμε επίσης μεγάλο εύρος ζώνης για να έχουμε μικρό χρόνο ανύψωσης. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται δύο διαγράμματα Nyquist όπου φαίνονται τα περιθώρια ενίσχυσης και φάσης καθώς επίσης και οι συχνότητες  $\omega_c$  και  $\omega'$ .



Σχήμα 2.2.2.1. Περιθώρια ενίσχυσης και περιθώρια φάσης (Πηγή: [1], σελ. 295).

Το περιθώριο ενίσχυσης  $K_g$  του κλειστού συστήματος δίνεται από τη σχέση

$$K_g(db) = -20 \log_{10} |G(j\omega_c)F(j\omega_c)|$$

Η φυσική σημασία του περιθωρίου ενίσχυσης  $K_g$  είναι το ποσό της ενίσχυσης σε db κατά το οποίο επιτρέπεται να αυξηθεί η συνάρτηση μεταφοράς ανοιχτού βρόχου προτού το κλειστό σύστημα μεταπέσει σε αστάθεια. Η αύξηση αυτή γίνεται συνήθως αυξάνοντας τη σταθερά ενίσχυσης  $K$  του συστήματος.

Το περιθώριο φάσης  $\varphi_p$  του κλειστού συστήματος δίνεται από τη σχέση

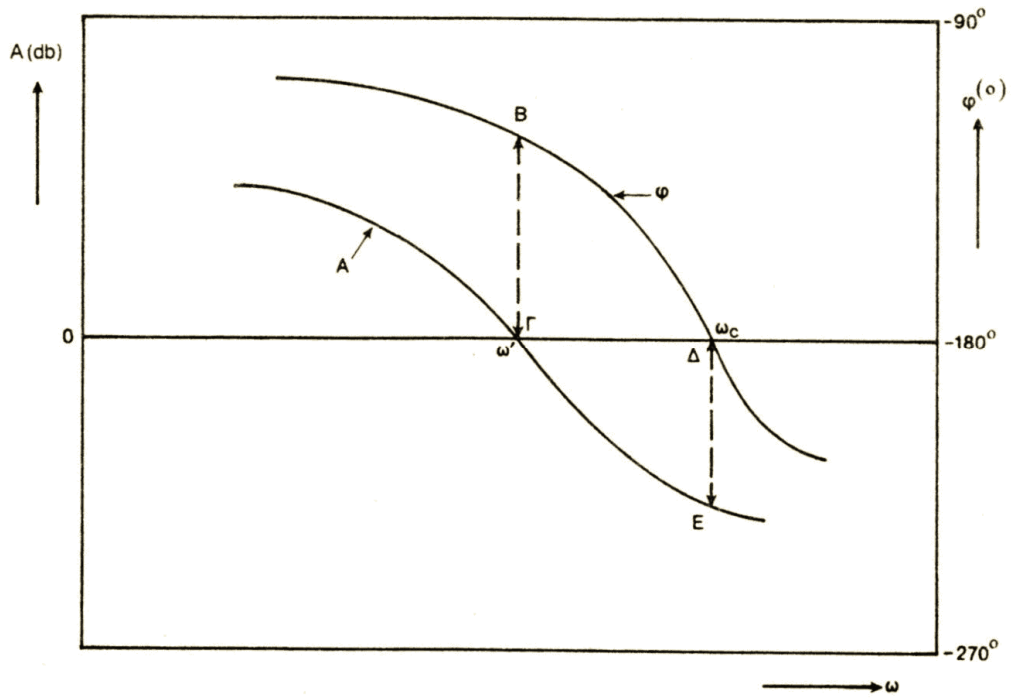
$$\varphi_p = 180^\circ + \varphi$$

Το περιθώριο φάσης είναι στην ουσία η γωνία που πρέπει να περιστραφεί το διάγραμμα Nyquist της  $G(j\omega)F(j\omega)$  γύρω από την αρχή των αξόνων μέχρις ότου το σημείο όπου  $|G(j\omega)F(j\omega)|=1$  (δηλαδή στην  $\omega'$ ) ταυτιστεί με το κρίσιμο σημείο  $(-1, j0)$ . Η μεταβολή αυτή στη γωνία γίνεται συνήθως μεταβάλλοντας τις παραμέτρους του συστήματος π.χ. μεταβάλλοντας σταθερά χρόνου, σταθερά απόσβεσης κ.α.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται τα περιθώρια ενίσχυσης και φάσης από το διάγραμμα Bode.

Όταν  $\omega = \omega_c$ , τότε  $\varphi(\omega_c) = -180^\circ$ . Επομένως, το  $K_g$  είναι το κατακόρυφο ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει το σημείο  $\omega_c$ , με την καμπύλη  $A$ , δηλαδή το ΔΕ.

Όταν  $\omega = \omega'$ , τότε  $|G(j\omega)F(j\omega)|=1$ , και επομένως  $A(\omega') = 0$ . Επομένως το  $\varphi_p$  είναι το κατακόρυφο ευθύγραμμο τμήμα (σε μοίρες) που συνδέει το σημείο  $\omega'$  με την καμπύλη  $\varphi$ , δηλαδή το ΓΒ.



Σχήμα 2.2.2.2. Το περιθώριο ενίσχυσης και το περιθώριο φάσης όπως φαίνονται σε ένα διάγραμμα Bode (Πηγή: [1], σελ. 374).

Ένα κλειστό σύστημα είναι ευσταθές όταν τα περιθώρια  $\varphi_p$  και  $K_g$  είναι θετικά. Το κριτήριο όμως αυτό ισχύει, μόνο όταν η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου  $G(s)F(s)$  δεν περιέχει πόλους ή μηδενικά στο δεξιό μιγαδικό ημιεπίπεδο, δηλαδή μόνο όταν η  $G(s)F(s)$  είναι **ελάχιστης φάσης**.

Μερικές από τις προδιαγραφές μπορεί να είναι ισοδύναμες ή και αντικρουόμενες. Για παράδειγμα, ισοδύναμες προδιαγραφές είναι η ταχύτητα απόκρισης και το εύρος ζώνης. Αντικρουόμενες προδιαγραφές είναι π.χ. το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση και τα περιθώρια ενίσχυσης και φάσης. Αντικρουόμενες είναι επίσης και οι προδιαγραφές της μεταβατικής και της μόνιμης κατάστασης της  $y(t)$  [1].

Το πρόβλημα των αντικρουόμενων προδιαγραφών, η κλασική θεωρία αυτομάτου ελέγχου το αντιμετωπίζει κάνοντας ένα συγκερασμό μεταξύ των αντικρουόμενων προδιαγραφών, δηλαδή θυσιάζουμε κάποιο όφελος για κάποιο άλλο που κρίνουμε σημαντικότερο. Με την σύγχρονη θεωρία ελέγχου όμως δεν μπαίνουμε στη διαδικασία συγκερασμού μεταξύ αντικρουόμενων προδιαγραφών, αλλά οι υπολογισμοί για την εύρεση του κατάλληλου ελεγκτή βασίζονται στην ελαχιστοποίηση ενός κριτηρίου κόστους το οποίο αναφέρεται σε μία ή και περισσότερες απαιτήσεις όπως π.χ. την ελαχιστοποίηση του χρόνου ή της ενέργειας των σημάτων διέγερσης.

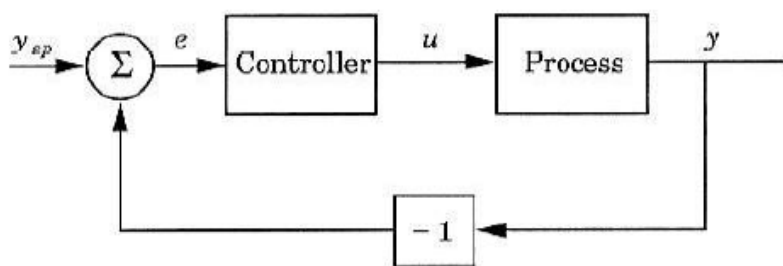
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 – ΒΑΣΙΚΕΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ

### 3.1 Η αρχή της ανάδρασης

Πριν δούμε ποιοι τύποι ελεγκτών υπάρχουν ας εξετάσουμε την **αρχή της ανάδρασης**. Υποθέτουμε ότι για το σύστημα που εξετάζουμε αν αυξήσουμε το σήμα εισόδου του  $u$ , τότε αυξάνεται και το σήμα εξόδου  $y$ . Σύμφωνα με αυτή την υπόθεση η αρχή της ανάδρασης μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

Αυξάνεται το  $u$  όταν το  $y$  είναι μικρότερο από το σήμα διέγερσης  $y_{sp}$ , ενώ το  $u$  μειώνεται όταν το  $y$  είναι μεγαλύτερο από το  $y_{sp}$ .

Αυτός ο τύπος ανάδρασης ονομάζεται **αρνητική ανάδραση** επειδή η έξοδος του ελεγκτή  $u$  κινείται αντίθετα από την απόκριση του συστήματος  $y$ . Για την αρχή της αρνητικής ανάδρασης δίνεται το διάγραμμα βαθμίδων του σχήματος 3.1.1. Ο αντιστροφέας στον κλάδο ανάδρασης δείχνει ότι η ανάδραση είναι αρνητική.



Σχήμα 3.1.1. Αρνητική ανάδραση για τον έλεγχο μιας διαδικασίας.

Ο λόγος για τον οποίο δίνεται έμφαση στα συστήματα με ανάδραση είναι ότι με την ανάδραση, η έξοδος  $y$  του συστήματος τείνει να γίνει ίση με την διέγερση  $y_{sp}$  (ή το σφάλμα ελέγχου  $e$  τείνει στο 0) παρά τις εξωτερικές διαταραχές και τις μεταβολές των χαρακτηριστικών του συστήματος που θέλουμε να ελέγξουμε. Αμέσως παρακάτω εξετάζουμε τους αντισταθμιστές που βασίζονται στη διαχείριση του σήματος  $e(t)$ .



## 3.2 Βασικοί νόμοι ελέγχου

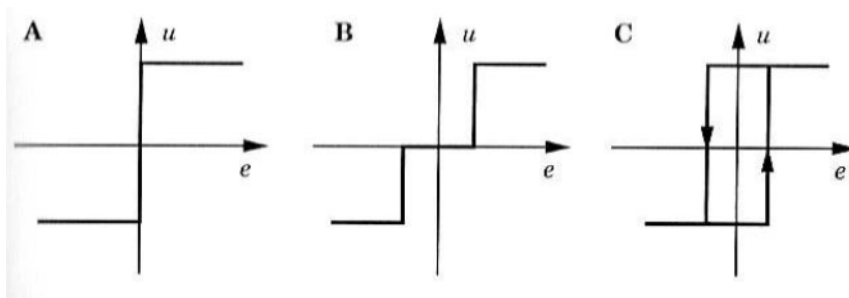
**Νόμο ελέγχου** σε ένα ΣΑΕ εννοούμε τον τρόπο με τον οποίο οδηγείται το υπό έλεγχο σύστημα. Ο νόμος ελέγχου ακολουθείται από τις συγκεκριμένες διατάξεις που καλούμε ελεγκτές και για τις οποίες αναφερθήκαμε νωρίτερα. Πολλές φορές, οι έννοιες *νόμος ελέγχου* και *ελεγκτής* χρησιμοποιούνται εναλλακτικά. Ακολουθούν οι περιγραφές των βασικών ελεγκτών που βασίζονται στο σφάλμα ελέγχου  $e$ .

### 3.2.1 On-Off ελεγκτής

Η έξοδος  $u$  αυτού του τύπου ελεγκτή μπορεί να εκφραστεί μαθηματικά ως εξής:

$$u = \begin{cases} u_{max} & \text{αν } e > 0 \\ u_{min} & \text{αν } e < 0 \end{cases}$$

όπου  $e=y_{sp}-y$  είναι το σφάλμα ελέγχου. Άρα, η έξοδος  $u$  αυτού του ελεγκτή έχει τη μέγιστη τιμή της όταν το σφάλμα είναι θετικό και την ελάχιστη όταν το σφάλμα είναι αρνητικό, δηλαδή είναι ένας διακόπτης που ελέγχεται από το σήμα  $e(t)$ . Αυτόν τον τύπο ανάδρασης τον ονομάζουμε **έλεγχος on-off**. Με τον on-off έλεγχο συχνά επιτυγχάνεται να τείνει το σφάλμα στο μηδέν, δηλαδή η τιμή της εξόδου του συστήματος να παρακολουθεί όσο πιο «πιστά» γίνεται την επιθυμητή τιμή  $y_{sp}$ . Παρολαυτά, η έξοδος και οι μεταβλητές του συστήματος θα καταλήξουν σε ταλάντωση, κάτι το οποίο είναι ανεπιθύμητο σε αρκετές περιπτώσεις ελέγχου. Στην παραπάνω εξίσωση παρατηρούμε ότι η για τη μεταβλητή ελέγχου  $u$  δεν ορίζεται κάποια τιμή όταν το σφάλμα είναι μηδενικό. Για το λόγο αυτό συχνά τροποποιούμε τον on-off ελεγκτή εισάγοντας μια νεκρή ζώνη ή υστέρηση. Τα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζουν τις χαρακτηριστικές του ιδανικού on-off ελέγχου και των τροποποιήσεών του.

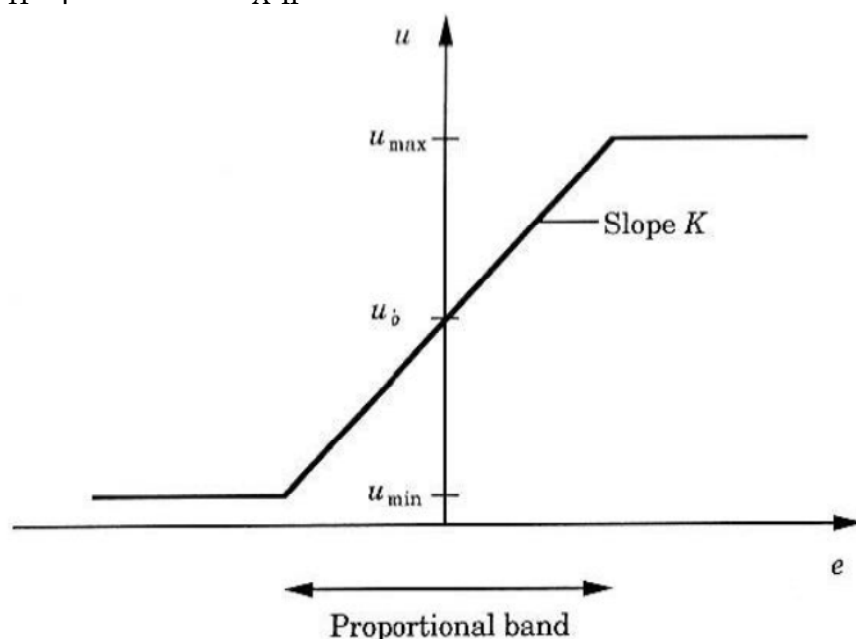


Σχήμα 3.2.1.1. Χαρακτηριστικές ελεγκτή για ιδανικό on-off έλεγχο (A), με τροποποίηση νεκρής ζώνης (B) και υστέρησης (C) (Πηγή: [3], σελ.61).

Έλεγχος τύπου on-off συναντούμε συνήθως σε βιομηχανικούς ελεγκτές όπως τους PLC ή και τα διαφόρων κατηγοριών θερμικά. Για βιομηχανικούς ελεγκτές θα αναφερθούμε σε παρακάτω ενότητα.

### 3.2.2 Αναλογικός ελεγκτής ή ελεγκτής τύπου P

Τα παραπάνω μειονεκτήματα του on-off ελέγχου μπορούν να αντιμετωπισθούν με τον αναλογικό έλεγχο, όταν βέβαια ο επιθυμητός τύπος ελέγχου το επιβάλλει. Η χαρακτηριστική του αναλογικού ελεγκτή είναι ανάλογη του σφάλματος όταν το σφάλμα είναι σχετικά μικρό. Αυτό μπορεί να δοθεί γραφικά από το σχήμα 3.2.2.1.



Σχήμα 3.2.2.1. Χαρακτηριστική ενός αναλογικού ελεγκτή. Η είσοδος είναι το σφάλμα ελέγχου  $e$  και η έξοδος είναι το σήμα ελέγχου  $u$  (Πηγή: [3], σελ. 62).

Ο ελεγκτής τύπου P όπως φαίνεται και από τη χαρακτηριστική του παραπάνω σχήματος μπορεί να εκφραστεί από τη μη γραμμική συνάρτηση  $u=f_c(e)$ . Το κέρδος  $K$  του ελεγκτή υπολογίζεται ως

$$K = \frac{u_{max} - u_{min}}{P_b} \quad \text{όπου } P_b \text{ είναι η αναλογική ζώνη (Proportional band)}$$

Επίσης από τη χαρακτηριστική βλέπουμε ότι ο ελεγκτής τύπου P συμπεριφέρεται ως ελεγκτής On-Off για μεγάλες τιμές του σφάλματος  $e$ .

Συνήθως όταν ελέγχουμε ένα σύστημα με ελεγκτή τύπου P έχουμε μη μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση. Αυτό μπορούμε να το δείξουμε μελετώντας ένα σύστημα με ελεγκτή τύπου P με στατική ανάλυση.

Θεωρούμε ότι η χαρακτηριστική του ελεγκτή εκφράζεται από τη σχέση

$$u = f_c(y_{sp} - y)$$

Επίσης εισάγουμε και την αντίστροφη χαρακτηριστική συνάρτηση του ελεγκτή  $f_c^{-1}$ , έτσι ώστε η παραπάνω σχέση να μπορεί να γραφεί ως

$$y_{sp} - y = f_c^{-1}(u) \quad (1)$$

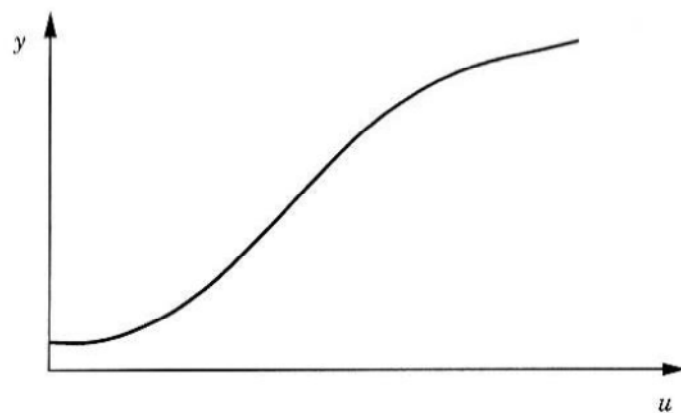
Εισάγοντας επίσης την στατική χαρακτηριστική συνάρτηση του συστήματος που θέλουμε να ελέγξουμε

$$y = f_p(u) \quad (2)$$

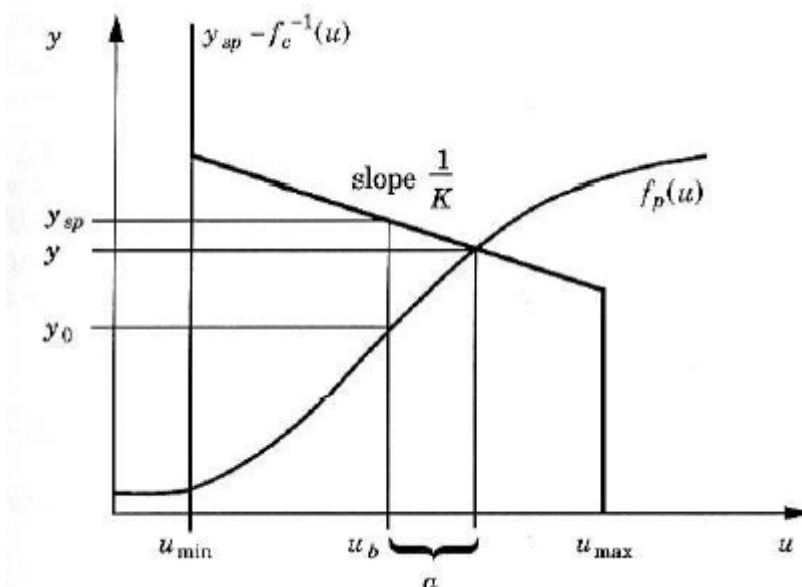
η οποία φαίνεται στο σχήμα 3.2.2.2, βρίσκουμε ότι η τιμή του σήματος ελέγχου  $u$  που ικανοποιεί τις σχέσεις (1) και (2) βρίσκεται από την εξίσωση

$$y_{sp} - f_c^{-1}(u) = f_p(u) \quad (3)$$

Αυτή η εξίσωση μπορεί να λυθεί γραφικά βρίσκοντας το σημείο στο οποίο τέμνονται τα γραφήματα των  $f_p(u)$  και  $y_{sp} - f_c^{-1}(u)$  όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2.2.3.



Σχήμα 3.2.2.2. Στατική χαρακτηριστική του συστήματος/διαδικασίας (Πηγή: [3], σελ. 63).



Σχήμα 3.2.2.3. Προσδιορισμός της εξισορρόπησης από τη στατική χαρακτηριστική του συστήματος και τη χαρακτηριστική του ελεγκτή (Πηγή: [3], σελ 63).

Η τιμή της διέγερσης  $y_{sp}$  που ικανοποιεί την εξίσωση (3) είναι η  $y_0$  και από το σχήμα Β έχουμε ότι

$$y_{sp} = y_0 \stackrel{\text{def}}{=} f_p(u_b)$$

Για οποιαδήποτε άλλη τιμή της  $y_{sp}$  θα υπάρχει κάποια απόκλιση μεταξύ διέγερσης και απόκρισης του συστήματος, δηλαδή σφάλμα ελέγχου. Αν το κέρδος του ελεγκτή είναι  $K$  και η κλίση της στατικής χαρακτηριστικής του συστήματος είναι  $K_p$ , μπορούμε να υπολογίσουμε το σφάλμα αυτό σύμφωνα με το σχήμα Β ως εξής:

$$y_{sp} - y_0 = (y_{sp} - y) + (y - y_0) = \frac{1}{K}a + K_p a = (K_p + \frac{1}{K})a$$

$$e = y_{sp} - y = \frac{1}{K}a = \frac{1}{K} \cdot \frac{y_{sp} - y_0}{K_p + \frac{1}{K}} = \frac{1}{1 + KK_p} (y_{sp} - y_0)$$

Από την τελευταία σχέση παρατηρούμε ότι όταν αυξάνει το κέρδος βρόχου  $K_p K$  μικραίνει το σφάλμα  $e$ .

### 3.2.3 Έλεγχος τριών όρων PID (Αναλογικός-Ολοκληρωτικός-Διαφορικός)

Όπως είδαμε παραπάνω, με τον ελεγκτή τύπου P έχουμε πάντα σφάλμα μόνιμης κατάστασης στην έξοδο του υπό έλεγχο συστήματος. Έτσι, οι ελεγκτές που χρησιμοποιούμε στην πράξη δεν είναι τόσο απλοί στη δομή τους όσο αυτοί που παρουσιάστηκαν παραπάνω. Εμπειρικά έχει βρεθεί ότι ο PID ελεγκτής είναι μια χρήσιμη δομή. Ο βασικός αλγόριθμος ενός PID ελεγκτή μπορεί να γραφεί ως εξής:

α) χρησιμοποιώντας τη σχέση που εκφράζει το σήμα ελέγχου

$$u(t) = K \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (1)$$

ή β) ως συνάρτηση μεταφοράς:

$$G(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad (2)$$

ή

$$G(s) = k + \frac{k_i}{s} + s k_d \quad \text{όπου } k = K, \quad k_i = \frac{K}{T_i}, \quad k_d = K T_d \quad (3)$$

Στην (1)  $u$  είναι η μεταβλητή ελέγχου και  $e$  είναι το σφάλμα ελέγχου ( $e = y_{sp} - y$ ). Παρατηρούμε ότι η μεταβλητή ελέγχου είναι ένα άθροισμα τριών όρων, των P, I και D. Ο όρος P είναι ανάλογος του σφάλματος, ο όρος I είναι ανάλογος του ολοκληρώματος του σφάλματος και ο όρος D είναι ανάλογος της παραγώγου του σφάλματος. Οι παράμετροι του ελεγκτή είναι το αναλογικό κέρδος  $K$ , ο χρόνος ολοκλήρωσης  $T_i$  και ο χρόνος παραγώγισης  $T_d$ . Οι επιδράσεις των παραμέτρων των PID ελεγκτών στην απόκριση ενός συστήματος συνοψίζονται στον πίνακα 3.2.3.1.

	Χρόνος ανύψωσης	Υπερύψωση	Χρόνος αποκατάστασης	Μόνιμο σφάλμα
<b>Kp</b>	Μείωση	Αύξηση	Μικρή αλλαγή	Μείωση
<b>Ki</b>	Μείωση	Αύξηση	Αύξηση	Εξάλειψη
<b>Kd</b>	Μικρή αλλαγή	Μείωση	Μείωση	Μικρή αλλαγή

Πίνακας 3.2.3.1. Η επίδραση των όρων P, I και D στην απόκριση ενός συστήματος.

Να σημειωθεί ότι οι συσχετισμοί του πίνακα 3.2.3.1 δεν είναι απόλυτα ακριβείς αφού οι όροι P, I και D αλληλοεξαρτώνται.

Ας δούμε τώρα με ένα παράδειγμα τον τρόπο με τον οποίο επιδρά στην πράξη ο κάθε όρος ενός PID ελεγκτή σε ένα σύστημα που θέλουμε να ελέγξουμε.

### 3.2.3.1 Παράδειγμα ελέγχου PID

Θεωρούμε ένα σύστημα όπως αυτό του παρακάτω σχήματος. Έχουμε μια μάζα  $M$ , ένα ελατήριο και έναν αποσβεστήρα που λόγω μιας δύναμης  $F$  κινούνται οριζόντια.

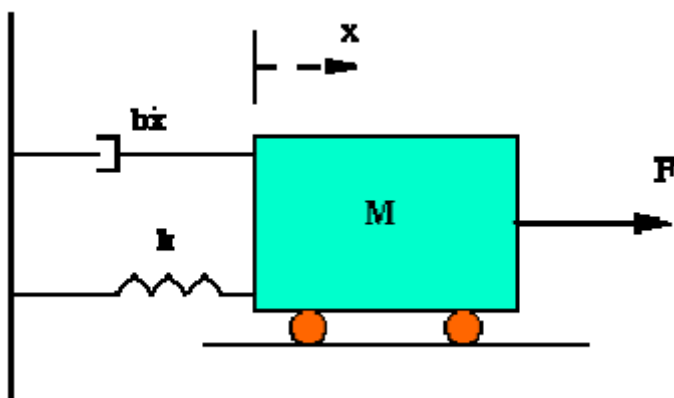
Έστω:

μάζα  $M=1\text{kg}$

σταθερά απόσβεσης  $b=10\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$

σταθερά ελατηρίου  $k=20\text{N}/\text{m}$

διέγερση συστήματος  $F(s)=1$



Σχήμα 3.2.3.1.1. Σύστημα ελατηρίου-αποσβεστήρα με μάζα που κινείται οριζόντια.

Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει το σύστημα είναι:

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F$$

Με μετασχηματισμό Laplace της διαφορικής έχουμε:

$$Ms^2X(s) + bsX(s) + kX(s) = F(s)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει υπολογίζοντας το λόγο της εξόδου προς την είσοδο του συστήματος, δηλαδή

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + bs + k}$$

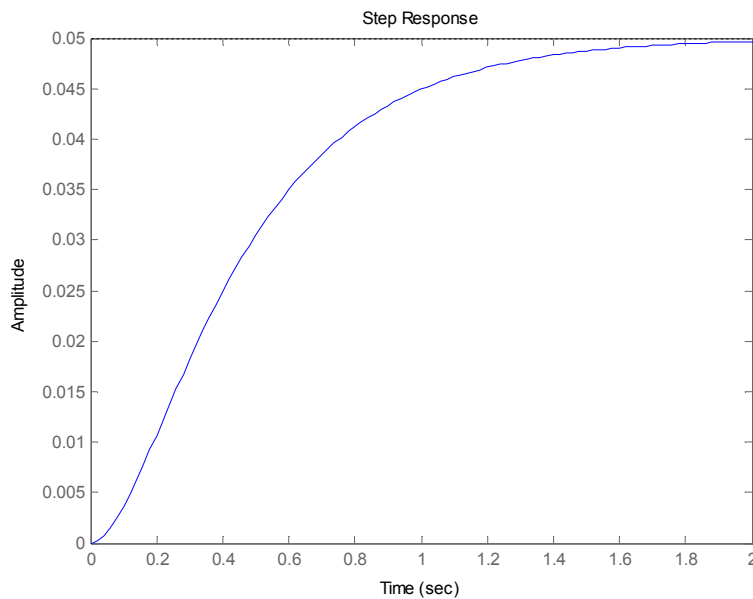
Αντικαθιστώντας τις μεταβλητές με τις παραπάνω τιμές για τα στοιχεία του συστήματος έχουμε

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 10s + 20}$$

Πριν δούμε πως αποκρίνεται το σύστημα με ελεγκτή, ας δούμε την βηματική του απόκριση σε ανοιχτό βρόχο. Εξομοιώνουμε στο Matlab ορίζοντας τη συνάρτηση μεταφοράς και στη συνέχεια εκτελούμε τη συνάρτηση 'step' με παραμέτρους τον αριθμητή και τον παρονομαστή της Σ.Μ. Στο Command Window εκτελούμε διαδοχικά τις παρακάτω εντολές (ή δημιουργούμε ένα m-file που περιέχει τα παρακάτω και το εκτελούμε στο Command Window):

```
num=1;  
den=[1 10 20];  
step(num,den)
```

Ως αποτέλεσμα παίρνουμε την παρακάτω απόκριση για είσοδο τη μοναδιαία βαθμίδα.



**Σχήμα 3.2.3.1.2. Βηματική απόκριση ανοιχτού βρόχου.**

Από το γράφημα του σχήματος 3.2.3.1.2 βλέπουμε ότι η απόκριση του συστήματος χωρίς ελεγκτή έχει τελική τιμή 0.05, που σημαίνει ότι έχουμε στατικό κέρδος (DC gain) ίσο με  $K_{ss}=0.05/1=1/20$ . Επίσης το σφάλμα μόνιμης κατάστασης που προκύπτει είναι  $e_{ss}=1-0.05=0.95$  το οποίο είναι αρκετά μεγάλο. Ο χρόνος ανύψωσης  $t_r$  είναι περίπου 1sec και ο χρόνος αποκατάστασης  $t_s$  είναι περίπου 1.5sec.

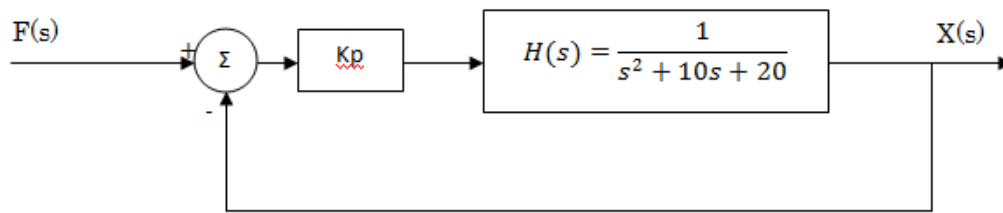
### Αναλογική δράση

Στην περίπτωση του απλού αναλογικού ελεγκτή ο αλγόριθμος που βασίζεται στην παραπάνω σχέση γίνεται

$$u(t) = Ke(t) + u_b$$

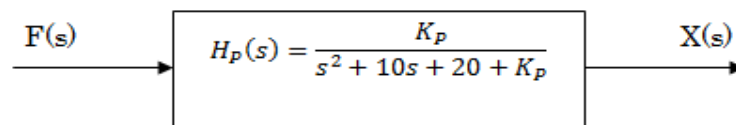
όπου το σήμα ελέγχου είναι απλά ανάλογο του σφάλματος. Η μεταβλητή  $u_b$  είναι μια αρχική τιμή για το σήμα ελέγχου (bias ή reset). Όταν το σφάλμα ελέγχου  $e$  είναι μηδέν το σήμα ελέγχου είναι  $u(t)=u_b$ . Το bias συνήθως τοποθετείται στην τιμή  $(u_{max}+u_{min})/2$ , όμως κάποιες φορές υπάρχει η δυνατότητα ρύθμισης έτσι ώστε το σφάλμα μόνιμης κατάστασης να είναι μηδενικό για δεδομένη είσοδο  $y_{sp}$ .

Ας δούμε τώρα την επίδραση που έχει ένας αναλογικός ελεγκτής (αγνοώντας το bias) ο οποίος τοποθετείται πριν από το σύστημα και διαχειρίζεται το σφάλμα ελέγχου μέσω μοναδιαίας αρνητικής ανατροφοδότησης όπως φαίνεται στο διάγραμμα του παρακάτω σχήματος. Ως προδιαγραφές θεωρούμε ελάχιστο χρόνο ανύψωσης και αποκατάστασης και μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση. Επίσης θέλουμε την ελάχιστη δυνατή υπερύψωση.



Σχήμα 3.2.3.1.3. Διάγραμμα βαθμίδων κλειστού βρόχου όπου το σύστημα του παραδείγματος ελέγχεται από ελεγκτή τύπου P.

Απλοποιώντας το παραπάνω διάγραμμα σε ανοιχτό βρόχο μιας βαθμίδας έχουμε:



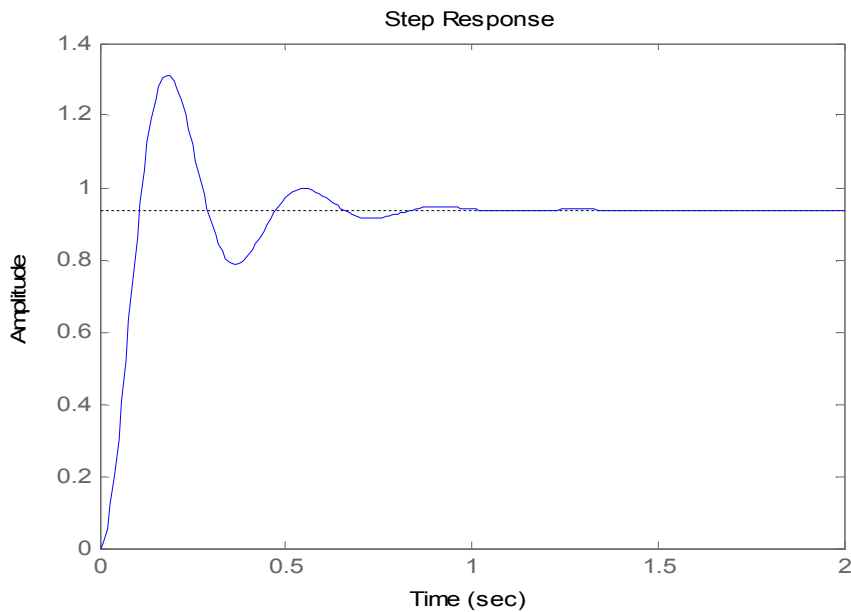
Σχήμα 3.2.3.1.4. Έλεγχος τύπου P στο σύστημα του παραδείγματος σε απλοποιημένη μορφή ανοιχτού βρόχου.

Θέτοντας την τιμή του αναλογικού κέρδους ίση με 300, εξομοιώνουμε στο Matlab ως εξής:

```
Kp=300;
num=[Kp];
den=[1 10 20+Kp];
t=0:0.01:2;
step(num,den,t)
```

Ως αποτέλεσμα της εξομοίωσης έχουμε το παρακάτω διάγραμμα.





Σχήμα 3.2.3.1.5. Βηματική απόκριση του συστήματος του παραδείγματος με ελεγκτή τύπου P.

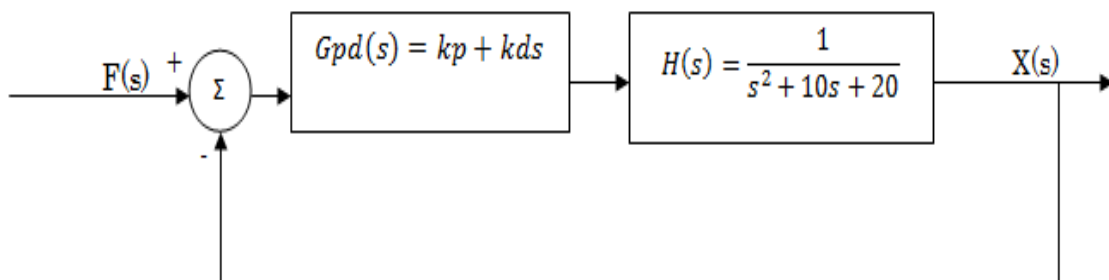
Από το διάγραμμα αυτό παρατηρούμε ότι έχουν μειωθεί σημαντικά ο χρόνος ανύψωσης και το σφάλμα μόνιμης κατάστασης, ο χρόνος αποκατάστασης έχει μειωθεί κατά ένα μικρό ποσοστό, ενώ έχουμε αύξηση της υπερύψωσης.

### Έλεγχος PD (Αναλογικός - Διαφορικός)

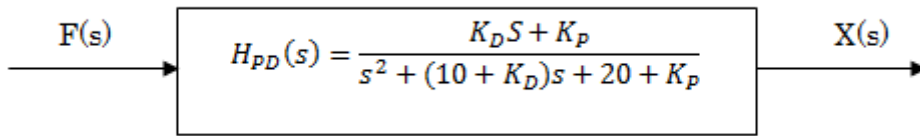
Ο PD ελεγκτής εκφράζεται με τη συνάρτηση μεταφοράς

$$G_{pd}(s) = Kp + Kds$$

Και τα διαγράμματα βαθμίδων είναι τα εξής



Σχήμα 3.2.3.1.6. Διάγραμμα βαθμίδων κλειστού βρόχου όπου το σύστημα του παραδείγματος ελέγχεται από ελεγκτή τύπου PD.



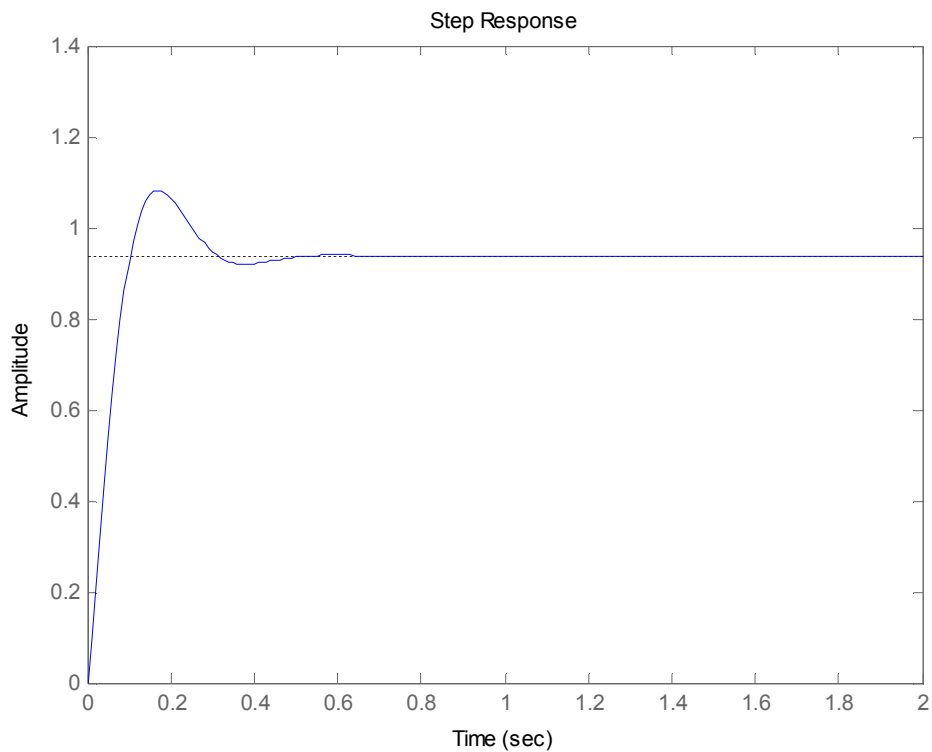
Σχήμα 3.2.3.1.7. Ισοδύναμο ανοικτό σύστημα για έλεγχο τύπου PD στο σύστημα του παραδείγματος.

Για βηματική απόκριση στο Matlab γράφουμε:

```

Kp=300;
Kd=10;
num=[Kd Kp];
den=[1 10+Kd 20+Kp];
t=0:0.01:2;
step(num,den,t)

```



Σχήμα 3.2.3.1.8. Βηματική απόκριση του συστήματος του παραδείγματος με ελεγκτή τύπου PD.

Από το διάγραμμα της βηματικής απόκρισης βλέπουμε ότι ο διαφορικός ελεγκτής έχει μειώσει τόσο την υπερύψωση όσο και τον χρόνο

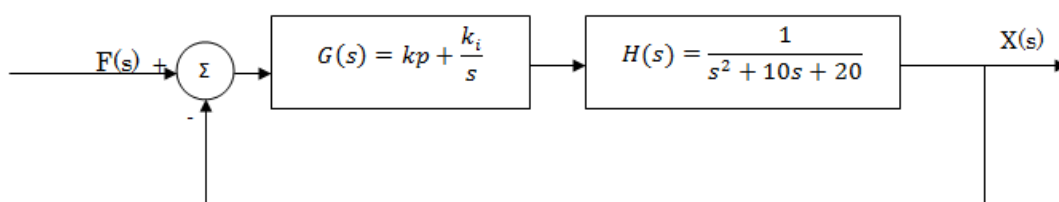
αποκατάστασης και υπάρχει μικρή επίδραση στον χρόνο ανύψωσης και στο μόνιμο σφάλμα.

### Έλεγχος PI (Αναλογικός - Ολοκληρωτικός)

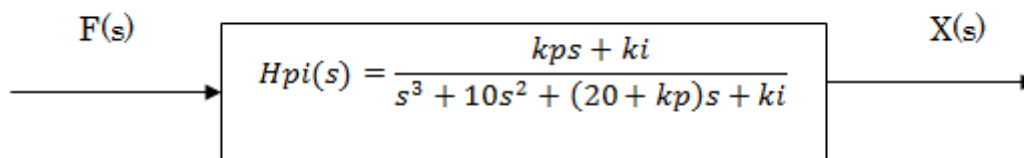
Ένας PI ελεγκτής μπορεί να εκφραστεί από τη συνάρτηση μεταφοράς του ως

$$G(s) = k + \frac{k_i}{s}$$

και έχουμε τα παρακάτω διαγράμματα βαθμίδων.



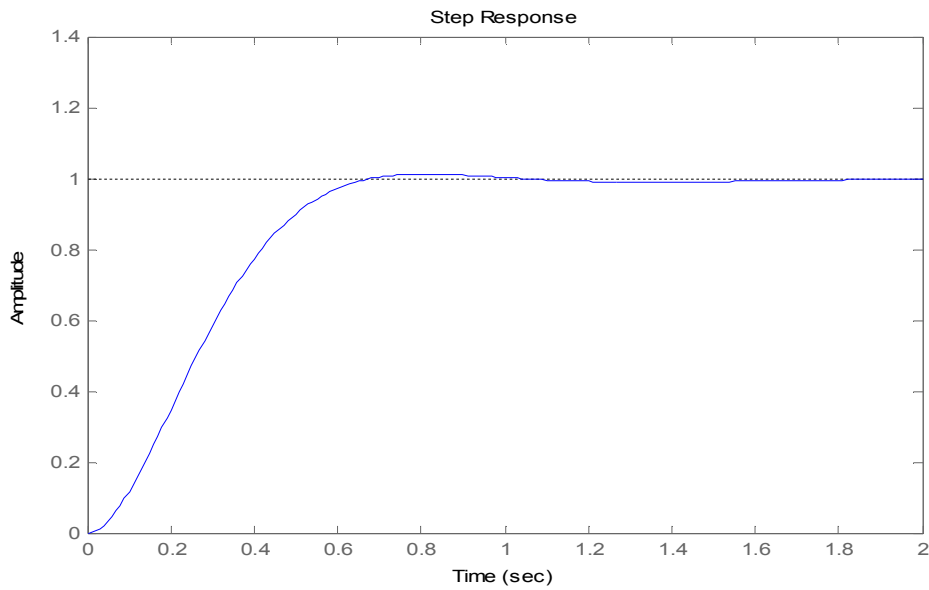
3.2.3.1.9. Διάγραμμα βαθμίδων κλειστού βρόχου όπου το σύστημα του παραδείγματος ελέγχεται από ελεγκτή τύπου PI.



Σχήμα 3.2.3.1.10. Ισοδύναμο ανοικτό σύστημα για έλεγχο τύπου PI στο σύστημα του παραδείγματος.

Εξομοιώνουμε στο Matlab ως εξής για βηματική απόκριση.

```
Kp=30;
Ki=70;
num=[Kp Ki];
den=[1 10 20+Kp Ki];
t=0:0.01:2;
step(num,den,t)
```



Σχήμα 3.2.3.1.11. Βηματική απόκριση του συστήματος του παραδείγματος με ελεγκτή τύπου PI.

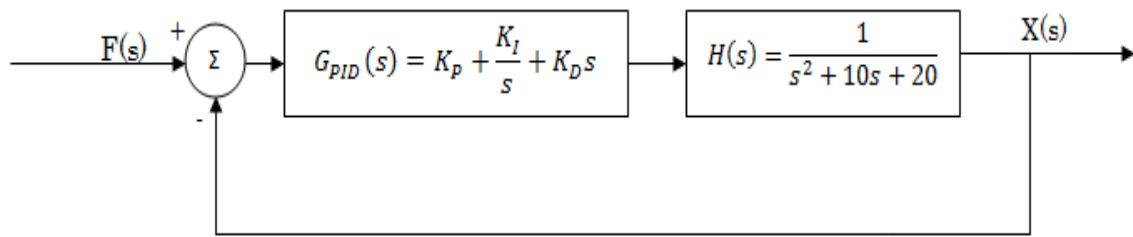
Σε αυτήν την περίπτωση έχουμε επιλέξει αρκετά **χαμηλότερο αναλογικό κέρδος** αφού ο **ολοκληρωτικός ελεγκτής** όπως και ο αναλογικός μειώνουν το χρόνο ανύψωσης και αυξάνουν την υπερύψωση. Από το παραπάνω γράφημα βλέπουμε ότι ο ολοκληρωτικός παράγοντας εξαλείφει το μόνιμο σφάλμα.

### Έλεγχος PID (Αναλογικός - Ολοκληρωτικός - Διαφορικός)

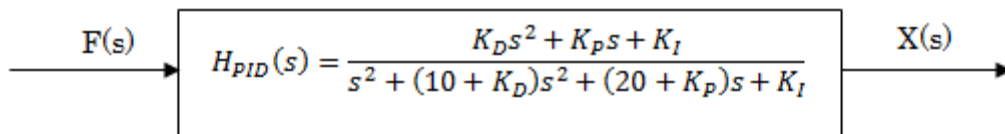
Η συνάρτηση μεταφοράς του PID ελεγκτή είναι

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

Τα διαγράμματα βαθμίδων για το σύστημα που θέλουμε να ελέγξουμε είναι τα εξής:



Σχήμα 3.2.3.1.12. Διάγραμμα βαθμίδων κλειστού βρόχου όπου το σύστημα του παραδείγματος ελέγχεται από ελεγκτή τύπου PID.



Σχήμα 3.2.3.1.13. Ισοδύναμο ανοικτό σύστημα για έλεγχο τύπου PI στο σύστημα του παραδείγματος.

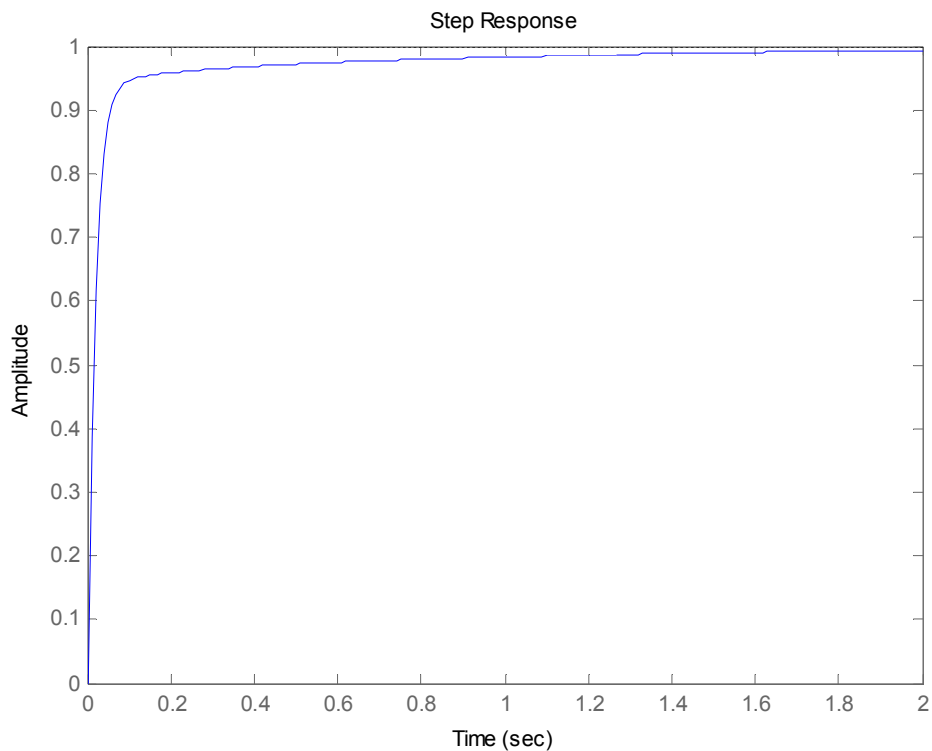
Εξομοιώνουμε στο Matlab ως εξής:

```

Kp=350;
Ki=300;
Kd=50;
num=[Kd Kp Ki];
den=[1 10+Kd 20+Kp Ki];
t=0:0.01:2;
step(num,den,t)

```

Τα κέρδη  $K_p$ ,  $K_i$  και  $K_d$  επιλέχθηκαν πειραματικά έτσι ώστε να έχουμε το βέλτιστο αποτέλεσμα το οποίο φαίνεται στην παρακάτω καμπύλη.



Σχήμα 3.2.3.1.14. Βηματική απόκριση του συστήματος του παραδείγματος με ελεγκτή τύπου PID.

Από την παραπάνω χρονική απόκριση για είσοδο τη μοναδιαία βαθμίδα βλέπουμε ότι δεν έχουμε καθόλου υπερύψωση, αρκετά γρήγορη ανύψωση και καθόλου μόνιμο σφάλμα.

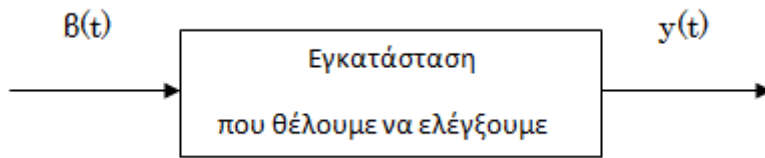
### 3.2.3.2 Ρύθμιση του ελεγκτή PID με τη μέθοδο των Ziegler-Nichols

Η επιλογή των παραμέτρων του PID ελεγκτή μπορεί να πραγματοποιηθεί μεθοδικά έναντι της απλής εμπειρικής επιλογής που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο παράδειγμα. Αναφερόμαστε στο σημείο αυτό για τη ρύθμιση ενός ελεγκτή τύπου PID ακόμα κι όταν δεν γνωρίζουμε ποια είναι η συνάρτηση μεταφοράς της υπό έλεγχο εγκατάστασης. Μια κλασική μέθοδος είναι αυτή των **Ziegler-Nichols**.

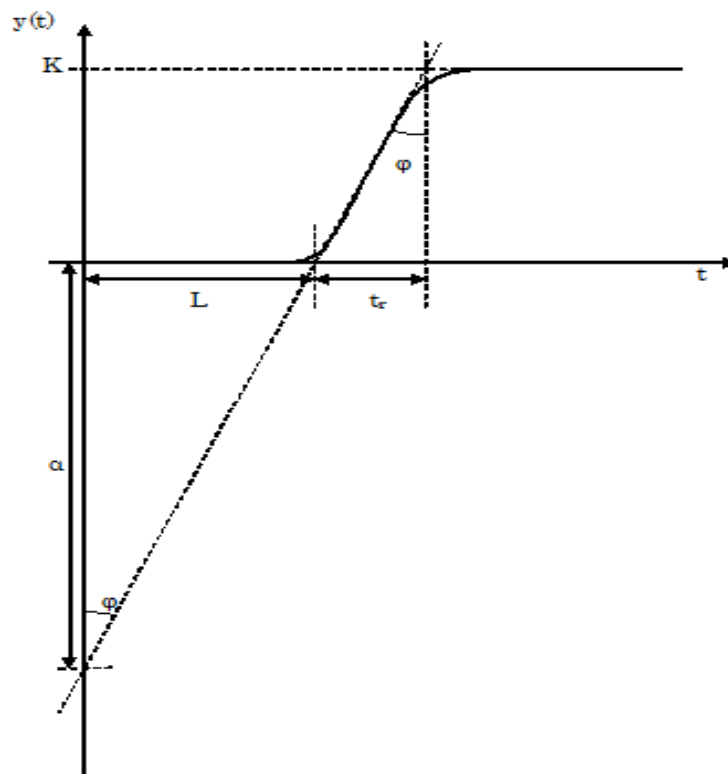
Στην περίπτωση όπου η βηματική απόκριση της υπό έλεγχο εγκατάστασης δεν παρουσιάζει ταλαντώσεις αναφερόμαστε στη **μέθοδο της βηματικής απόκρισης**. Στην περίπτωση αυτή εργαζόμαστε ως εξής. Στην είσοδο του συστήματος-εγκατάστασης που θέλουμε να ελέγξουμε, εφαρμόζουμε μοναδιαία βαθμίδα και απεικονίζουμε γραφικά την απόκριση του συστήματος. Από το γράφημα της απόκρισης (σχήμα 3.2.3.2.2) προσδιορίζουμε τα μεγέθη  $a$  και  $L$ . Η τιμή  $a$  μπορεί επίσης να βρεθεί ότι είναι  $a=L \cdot (K/t_r)$  και προκύπτει ως εξής:

$$\tan \varphi = \frac{t_r}{K} = \frac{L}{\alpha} \quad \text{που προκύπτει από τις εντός εναλλάξ γωνίες } \varphi$$

$$\text{και λύνοντας ως προς } \alpha \text{ έχουμε ότι } \alpha = L \cdot \frac{K}{t_r}$$



Σχήμα 3.2.3.2.1. Μοναδιαία βαθμίδα στην είσοδο του υπό έλεγχο συστήματος.



Σχήμα 3.2.3.2.2. Απόκριση εγκατάστασης για είσοδο μοναδιαία βαθμίδα χωρίς ταλαντώσεις.

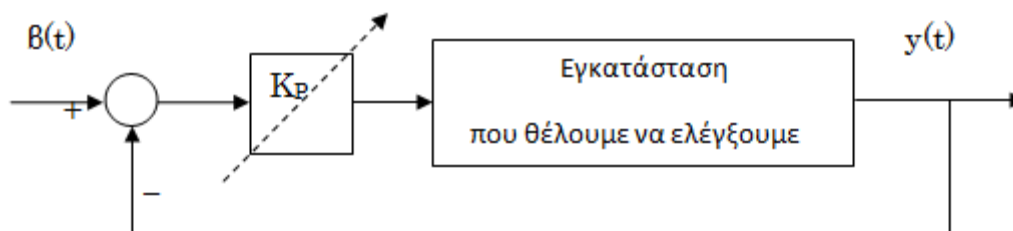
Οι τιμές αυτές είναι οι παράγοντες που προσδιορίζουν τις παραμέτρους  $K_P$ ,  $T_I$  και  $T_D$  του PID ελεγκτή, σύμφωνα με τον πίνακα που ακολουθεί.

Ελεγκτής	$K_P$	$T_I$	$T_D$
P	$1/\alpha$		
P-I	$0.9/\alpha$	$3 \cdot L$	
P-I-D	$1.2/\alpha$	$2 \cdot L$	$L/2$

Πίνακας 3.2.3.2.1. Οι τιμές των παραμέτρων  $K_P$ ,  $T_I$  και  $T_D$  του PID ελεγκτή, σύμφωνα με τη μέθοδο της βηματικής απόκρισης των Ziegler-Nichols.

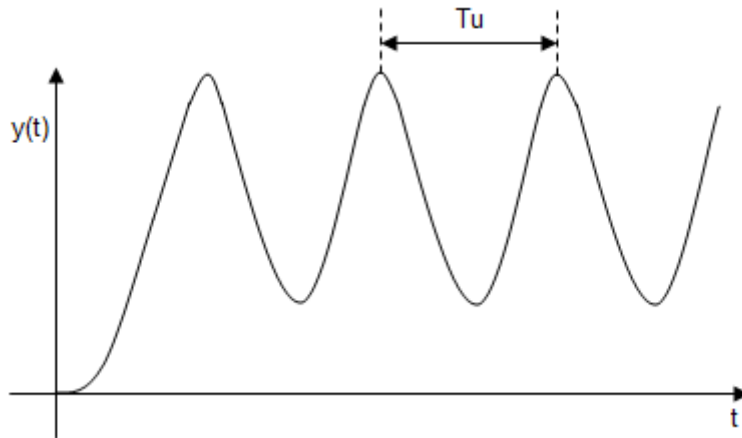
Στην περίπτωση τώρα όπου η απόκριση της υπό έλεγχο εγκατάστασης παρουσιάζει ταλαντώσεις για είσοδο μοναδιαία βαθμίδα, χρησιμοποιούμε τη μέθοδο της απόκρισης συχνότητας των Ziegler-Nichols. Εδώ δρούμε ως εξής:

Στην είσοδο του υπό έλεγχο συστήματος συνδέουμε ένα ελεγκτή τύπου P (αναλογικό) με ρυθμιζόμενο κέρδος και κλείνουμε το βρόχο με μοναδιαία αρνητική ανάδραση όπως στο σχήμα παρακάτω. Αυξάνουμε σταδιακά το κέρδος του αναλογικού ελεγκτή μέχρις ότου η απόκριση του συστήματος να γίνει μια ταλάντωση σταθερού πλάτους (βλ. αντίστοιχο σχήμα παρακάτω). Στο σημείο αυτό, το κέρδος του ελεγκτή είναι  $K_u$  (*ultimate gain*) και η περίοδος της ταλάντωσης είναι  $T_u$  (*ultimate period*). Οι παράμετροι  $K_P$ ,  $T_I$  και  $T_D$  προσδιορίζονται συναρτήσει των  $K_u$  και  $T_u$  σύμφωνα με τον πίνακα 3.2.3.2.2.



Σχήμα 3.2.3.2.3. Μέθοδος απόκρισης συχνότητας των Ziegler-Nichols. Ελεγκτής τύπου P σε σειρά με την εγκατάσταση και μοναδιαία αρνητική ανάδραση.





Σχήμα 3.2.3.2.4. Απόκριση σε είσοδο μοναδιαία βαθμίδα του συστήματος κλειστού βρόχου του σχήματος 3.2.3.2.3.

Ελεγκτής	$K_P$	$T_I$	$T_D$
P	$0.5 \cdot K_u$		
P-I	$0.45 \cdot K_u$	$T_u/1.2$	
P-I-D	$0.6 \cdot K_u$	$T_u/2$	$T_u/8$

Πίνακας 3.2.3.2.2. Οι τιμές των  $K_p$ ,  $T_I$  και  $T_D$  του PID ελεγκτή, σύμφωνα με τη μέθοδο της απόκρισης συχνότητας των Ziegler-Nichols.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - ΥΛΟΠΟΙΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΡΥΘΜΙΣΤΩΝ

### 4.1 Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής

Η υλοποίηση των ρυθμιστών (αντισταθμιστών ή ελεγκτών) είτε πρόκειται για έλεγχο τύπου *on-off* ή έλεγχο των τριών όρων *PID (P, PI και PID)* ή ο *συνδυασμός αυτών*, πραγματοποιείται για μεγάλο εύρος απαιτήσεων από τον τομέα της Ηλεκτρονικής Τεχνολογίας. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει να αναφερθούμε στην έννοια του **Ηλεκτρονικού Υπολογιστή**.

Οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές κατατάσσονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, α) τους **ψηφιακούς** και β) τους **αναλογικούς** υπολογιστές [5].

Οι ψηφιακοί υπολογιστές διακρίνονται για την **ακρίβεια** των αποτελεσμάτων που δίνουν στην έξοδό τους χάρη στην ανοχή που παρουσιάζουν από εξωτερικό θόρυβο, χωρίς όμως η έξοδος αυτή να είναι συνεχούς μορφής. Επίσης υπάρχει το πλεονέκτημα της χρησιμοποίησης του ίδιου υπολογιστή (στην περίπτωση που μελετάμε εδώ πρόκειται για έναν αντισταθμιστή) για διαφορετικές εφαρμογές αφού μπορούν να παραμετροποιηθούν και να επαναπρογραμματισθούν εύκολα· όταν φυσικά πρόκειται για προγραμματιστική υλοποίηση του αντισταθμιστή με μικροελεγκτή. Υπάρχει δηλαδή σημαντική υπεροχή ως προς την **προσαρμοστικότητα** του ψηφιακού υπολογιστή. Ως εκ τούτου και σε συνδυασμό με το κόστος των ψηφιακών υπολογιστών τους καθιστούν μια αρκετά **οικονομική λύση**.

Οι αναλογικοί υπολογιστές κατασκευάζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να δίνουν λύση υπό συνεχή μορφή. Αυτό σημαίνει ότι μια συνάρτηση μεταφοράς εκφράζεται **πιο πιστά με έναν αναλογικό υπολογιστή** παρά με έναν ψηφιακό. Από την άλλη πλευρά βλέπουμε ότι η ακρίβεια των αναλογικών υπολογιστών μειώνεται στις πολύ υψηλές ή πολύ χαμηλές ταχύτητες λόγω διαρροής των πυκνωτών που χρησιμοποιούνται στους ολοκληρωτές (κυκλώματα που πραγματοποιούν την πράξη της ολοκλήρωσης).

Άλλα συστήματα υπολογιστών είναι οι **υβριδικοί υπολογιστές** οι οποίοι χρησιμοποιούν τα πλεονεκτήματα των ψηφιακών και αναλογικών υπολογιστών. Για τις ανάγκες του προγραμματισμού εκμεταλλευόμαστε τους ψηφιακούς υπολογιστές και οι αναλογικοί υπολογιστές μας δίνουν έξοδο συνεχούς μορφής.

Επίσης να αναφέρουμε μια ακόμη εξέλιξη στο χώρο των αναλογικών υπολογιστών όπου χρησιμοποιούνται ψηφιακοί υπολογιστές που περιέχουν μετατροπείς των αναλογικών σημάτων σε ψηφιακά (**Analog to Digital Converters**) και μετατροπείς που εκτελούν ακριβώς την αντίστροφη λειτουργία δηλαδή μετατροπή ψηφιακού σήματος σε αναλογικό (**Digital to**

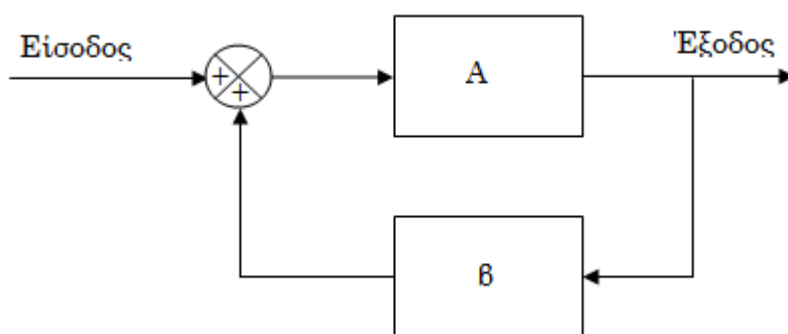
**Analog Converters**). Αυτό που συμβαίνει εδώ είναι ότι η αναλογικής μορφής πληροφορία μετατρέπεται σε ψηφιακή μορφή η οποία και επεξεργάζεται από τον ψηφιακό υπολογιστή και στη συνέχεια η ADC μονάδα μετατρέπει το ψηφιακό αποτέλεσμα σε αναλογικό κι έτσι έχουμε συνεχές σήμα στην έξοδο.

#### 4.1.1 Κύρια υλοποίηση του αναλογικού υπολογιστή

Για την σύνθεση ενός αναλογικού υπολογιστή το βασικότερο στοιχείο είναι ο Τελεστικός Ενισχυτής (Operational Amplifier) γι αυτό και κάνουμε μια εισαγωγή για τη λειτουργία του και τα κύρια χαρακτηριστικά του.

##### 4.1.1.1 Μία αναφορά στους τελεστικούς ενισχυτές

Ο τελεστικός ενισχυτής (Τ.Ε.) είναι μια ηλεκτρονική διάταξη με πολύ μεγάλη περιοχή ενίσχυσης με τιμές που συνήθως κυμαίνονται μεταξύ  $10^3$  και  $10^8$ . Παρακάτω απεικονίζεται το δομικό διάγραμμα ενός τελεστικού ενισχυτή με θετική ανατροφοδότηση.



Σχήμα 4.1.1.1.1. Δομικό διάγραμμα τελεστικού ενισχυτή με θετική ανατροφοδότηση.

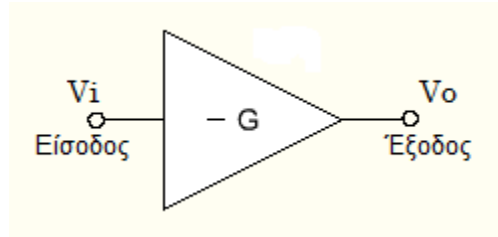
Απλοποιώντας το παραπάνω διάγραμμα σε μία βαθμίδα βλέπουμε ότι η ολική ενίσχυση ενός Τ.Ε. με θετική ανασύζευξη δίνεται από τη σχέση

$$G = \frac{A}{1 - \beta A}$$

όπου **A** είναι η ενίσχυση του ενισχυτή χωρίς την ανασύζευξη και **β** είναι ο συντελεστής ανασύζευξης ή αλλιώς το ποσοστό ανάδρασης.

Από την παραπάνω σχέση βλέπουμε ότι αν  $\beta A=1$  τότε η ολική ενίσχυση  $G$  είναι θεωρητικά άπειρη. Η ενίσχυση όμως περιορίζεται στις τιμές μεταξύ  $10^3$  και  $10^8$  λόγω κατασκευαστικών περιοριστικών παραγόντων.

Παρακάτω δίνεται το σύμβολο του τελεστικού ενισχυτή με μια είσοδο.



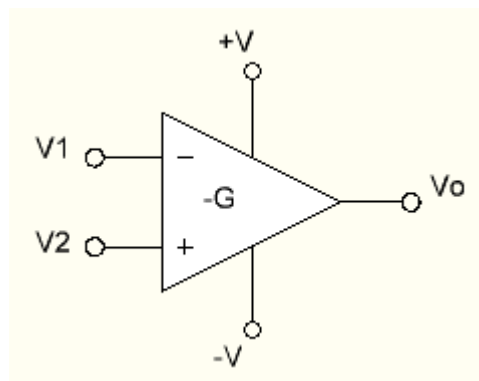
Σχήμα 4.1.1.1.2. Σύμβολο τελεστικού ενισχυτή με μία είσοδο.

Εδώ βλέπουμε ότι η είσοδος και η έξοδος συνδέονται με τη σχέση

$$V_o = -GV_i$$

Την ενίσχυση την συμβολίζουμε με  $-G$  επειδή ο τελεστικός ενισχυτής αναστρέφει το σήμα εισόδου στην έξοδό του.

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το σύμβολο του τελεστικού ενισχυτή με δύο εισόδους.



Σχήμα 4.1.1.1.3. Σύμβολο τελεστικού ενισχυτή με δύο εισόδους.

Οι εισοδοί  $V_1$  και  $V_2$  ονομάζονται αναστρέφουσα και μη αναστρέφουσα είσοδος αντιστοίχα. Οι τάσεις τροφοδοσίας κυμαίνονται μεταξύ  $\pm 5V$  και  $\pm 20V$ . Εδώ η είσοδος και η έξοδος συνδέονται με τη σχέση

$$V_o = -G(V_1 - V_2)$$

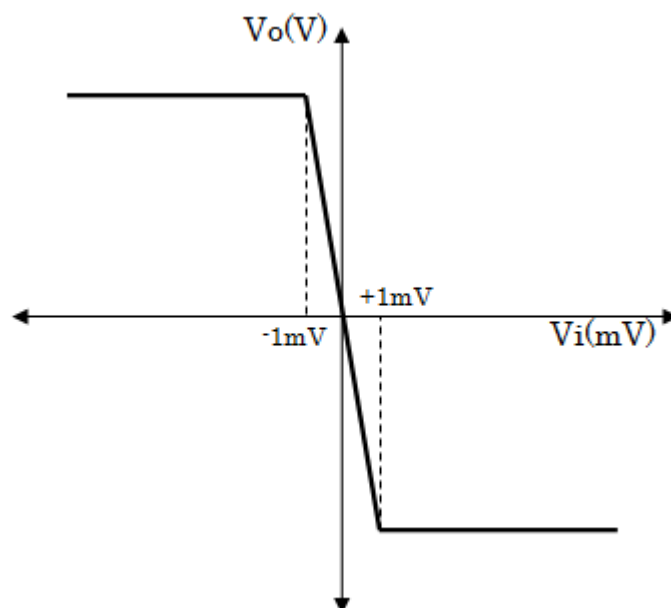
δηλαδή ο τελεστικός ενισχυτής ενισχύει τη διαφορά των δύο εισόδων του.

Όταν σχεδιάζουμε κυκλώματα με τελεστικούς ενισχυτές κάτι που πρέπει οπωσδήποτε να λάβουμε υπόψη είναι η *Γραμμική Περιοχή*

Λειτουργίας του τελεστικού. Για το λόγο αυτό ας δούμε τη **χαρακτηριστική εισόδου – εξόδου** ενός τελεστικού με ενίσχυση  $G=10.000$  και τροφοδοσία  $\pm 10V$ . Η γραμμική περιοχή λειτουργίας αυτού του ενισχυτή είναι το εύρος των τάσεων διέγερσης που μπορούν να εφαρμοσθεί στην είσοδό του ώστε στην έξοδο να μην έχουμε απώλεια πληροφορίας ή αλλιώς ψαλιδισμό του σήματος. Για τον υπολογισμό αυτού του εύρους των τάσεων έχουμε

$$V_I = \frac{V_O}{G} = \frac{10V}{10000} = 0,001V \quad \text{ή} \quad V_I = 1mV$$

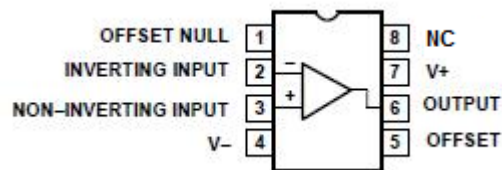
Άρα η γραμμική περιοχή λειτουργίας αυτού του ενισχυτή είναι από  $-1mV$  ως  $+1mV$  (σχήμα 4.1.1.1.4).



Σχήμα 4.1.1.1.4. Χαρακτηριστική εισόδου - εξόδου τελεστικών ενισχυτών.

Από την παραπάνω σχέση βλέπουμε επίσης ότι όσο αυξάνει η ενίσχυση  $G$  του Τ.Ε. τόσο μικραίνει η γραμμική περιοχή λειτουργίας του ενισχυτή και η συνεπώς η είσοδος προσεγγίζει τη μηδενική τιμή.

Τους τελεστικούς ενισχυτές τους συναντάμε με τη μορφή ολοκληρωμένων κυκλωμάτων (IC) και σε συσκευασίες DIP8 και DIP16. Στην παρακάτω εικόνα δείχνουμε τη λειτουργία των ακροδεκτών ενός Τ.Ε. τύπου  $\mu A741$ .



- 1: Εξωτερική ρύθμιση offset
- 2: Αναστρέφουσα είσοδος
- 3: Μη αναστρέφουσα είσοδος
- 4: -V
- 5: Εξωτερική ρύθμιση offset
- 6: Έξοδος
- 7: +V
- 8: Αχρησιμοποίητος ακροδέκτης

Τα κυριότερα χαρακτηριστικά των τελεστικών ενισχυτών είναι:

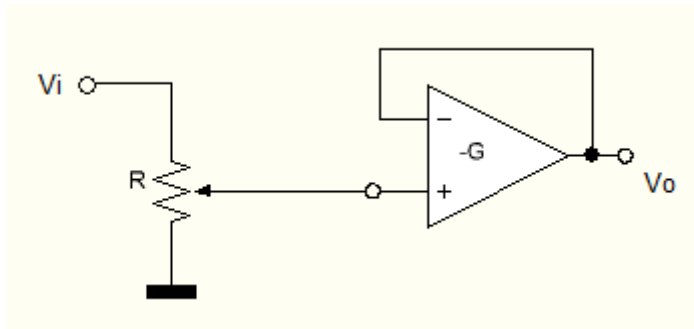
- α) θεωρητικά άπειρη **ενίσχυση** και πρακτικά από  $10^3$  ως  $10^8$
- β) για την **τάση εξόδου** έχουμε  $V_o = -GV_i$
- γ) αρκετά μεγάλη αντίσταση εισόδου και αρκετά μικρή αντίσταση εξόδου. Οι συνήθεις τιμές είναι  $R_i = 100k\Omega \sim 10^{12}\Omega$  και  $R_o = 50\Omega \sim 100\Omega$ . Βέβαια ο ιδανικός τελεστικός ενισχυτής έχει άπειρη αντίσταση εισόδου και μηδενική αντίσταση εξόδου ώστε να μη φορτίζονται οι διατάξεις που συνδέονται στην είσοδο και στην έξοδό του.

Όσον αφορά στην αναλογική υλοποίηση PID ελεγκτών, μπορούν να χρησιμοποιηθούν διατάξεις με τελεστικούς ενισχυτές. Ο Τ.Ε., στο φάσμα των γραμμικών λειτουργιών, μπορεί να πραγματοποιήσει εκτός από πολλαπλασιασμό σήματος, άθροιση, ολοκλήρωση καθώς επίσης και διαφόριση. Για τις λειτουργίες αυτές ο τελεστικός ενισχυτής συνδέεται κατάλληλα με κυκλώματα παθητικών στοιχείων δηλαδή αντιστάσεων και πυκνωτών.

#### 4.1.1.1.1 Βασικές συνδεσμολογίες τελεστικών ενισχυτών

##### 1. Ποτενσιόμετρο – υποβιβαστής τάσης.

Πρόκειται για το απλούστερο γραμμικό κύκλωμα με συντελεστή ενίσχυσης  $k \leq 1$ .



Σχήμα 4.1.1.1.1.1. Ο τελεστικός ενισχυτής ως απομονωτής (buffer).

Στο κύκλωμα του σχήματος 4.1.1.1.1.1 βλέπουμε ότι ο Τ.Ε. είναι συνδεσμοποιημένος ως απομονωτής αφού για το κέρδος του σε κλειστό βρόχο έχουμε:

$$A_{CL} = \frac{G}{1 + G * 1} = \frac{G}{1 + G} \quad \text{και επειδή } G \gg 1 \text{ θεωρούμε } A_{CL} = 1$$

Επίσης,

$$V_o = kV_i * A_{CL} \quad k = \frac{V_o}{A_{CL} * V_i} = \frac{V_o}{V_i}$$

όπου k το ποσοστό της τάσης πάνω στην R ή αλλιώς η τάση που εφαρμόζεται στη μη αναστρέφουσα είσοδο του τελεστικού ενισχυτή. Αν  $R=R_1+R_2$  και  $V_+=V_{R_1}$  η τάση που εφαρμόζεται στη μη αναστρέφουσα είσοδο, τότε έχουμε:

$$k = \frac{V_+}{V_i} = \frac{I_{R_1}R_1}{I_{R_1}R_1 + I_{R_2}R_2}$$

και επειδή η αντίσταση εισόδου του τελεστικού ενισχυτή είναι πολύ μεγάλη μπορούμε να πούμε ότι  $I_{R_1}=I_{R_2}=I$ , άρα:

$$k = \frac{IR_1}{I(R_1 + R_2)} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{V_+}{V_i} = \frac{V_o}{V_i}$$

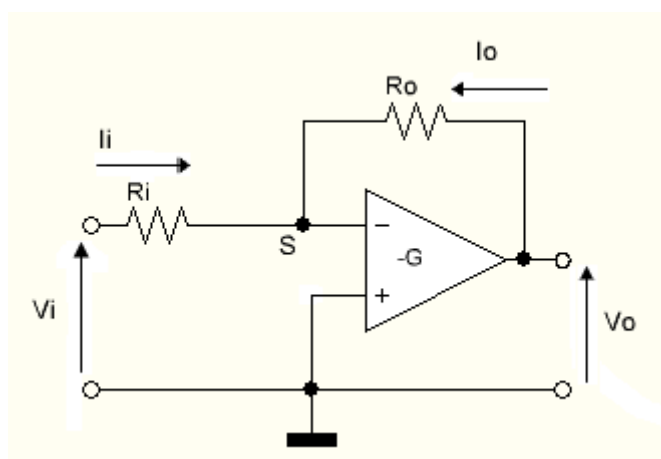
δηλαδή,

$$0 < k = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \leq 1$$

Από αυτό το παράδειγμα καταλαβαίνουμε ότι παραλείποντας τον τελεστικό ενισχυτή θα υπήρχε απορρόφηση ρεύματος από το φορτίο με συνέπεια τα  $I_{R_1}$  και  $I_{R_2}$  να μεταβάλλονται ανάλογα με τη θέση του ποτενοσιόμετρου και

ανάλογα με το φορτίο. Έτσι ο συντελεστής ενίσχυσης  $k$  γίνεται ευμετάβλητος, κάτι που δεν είναι συχνά επιθυμητό.

## 2. Αντιστροφέας ( $k=1$ ) ή πολλαπλασιαστής σήματος ( $k>1$ ).



Σχήμα 4.1.1.1.1.2. Αντιστροφέας ή ενισχυτής σήματος.

Για το κύκλωμα του σχήματος 4.1.1.1.1.2 έχουμε ότι επειδή ο Τ.Ε. έχει πολύ μεγάλη αντίσταση εισόδου, η αναστρέφουσα είσοδος διαρρέεται από αμελητέο ρεύμα και επειδή οι εισοδοί του παρακολουθούν η μία την άλλη, η αναστρέφουσα είσοδος βρίσκεται επίσης σε δυναμικό μηδέν δηλαδή το σημείο S βρίσκεται στο δυναμικό της γης. Όσο για την αναστρέφουσα είσοδο του Τ.Ε. λέμε ότι βρίσκεται σε σημείο φαινομενικής γης (virtual ground) επειδή βρίσκεται σε δυναμικό μηδέν και ταυτόχρονα δεν διαρρέεται από ρεύμα. Οπότε,

$$I_i + I_o = 0 \quad \text{ή} \quad I_i = -I_o$$

Επίσης,

$$V_i = I_i R_i$$

$$V_o = I_o R_o = -I_i R_o$$

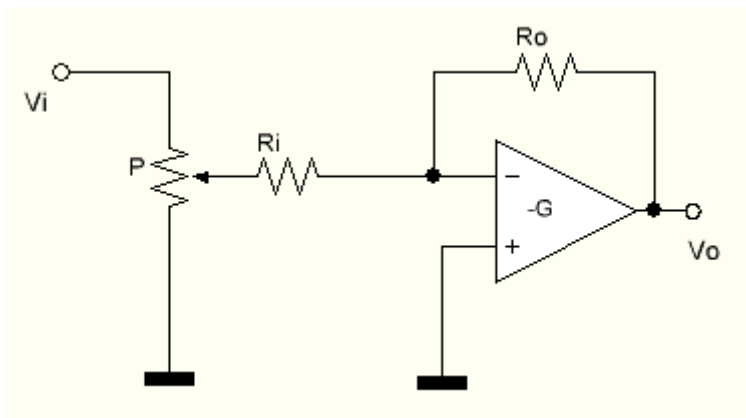
και για το κέρδος  $k$  της διάταξης έχουμε,

$$k = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_o}{R_i}$$

άρα αν θέλουμε απλή αντιστροφή επιλέγουμε ίδιες τιμές για τις  $R_i$  και  $R_o$ . Σε περίπτωση που θέλουμε ενίσχυση του σήματος εισόδου επιλέγουμε τις κατάλληλες τιμές των αντιστάσεων αυτών για το επιθυμητό  $k$ . Επειδή όμως



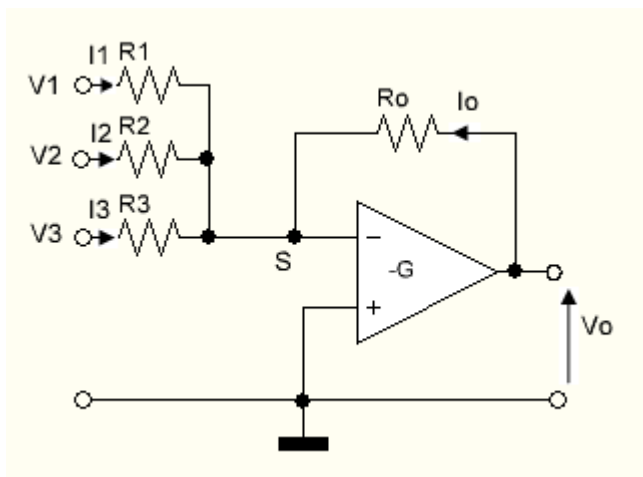
οι τιμές των αντιστάσεων που κυκλοφορούν στο εμπόριο είναι συγκεκριμένες, για να πετύχουμε διαφορετικές ενισχύσεις μπορούμε να συνδέσουμε τη μεσαία λήψη ενός ποτενοσιόμετρου στην αντίσταση εισόδου  $R_i$  όπως στο σχήμα 4.1.1.1.1.3.



Σχήμα 4.1.1.1.1.3. Συνδυασμός τελεστικού ενισχυτή με ποτενοσιόμετρο.

### 3. Αθροιστής.

Για τη δημιουργία ενός αθροιστή αρκεί να ενώσουμε περισσότερες από μία ωμικές αντιστάσεις στην αναστρέφουσα είσοδο του Τ.Ε. όπως στο σχήμα 4.1.1.1.1.4.



Σχήμα 4.1.1.1.1.4. Αθροιστής.

Όπως και προηγουμένως η αναστρέφουσα είσοδος βρίσκεται σε φαινομενική γη καθώς και το σημείο S έχει μηδενικό δυναμικό. Επομένως έχουμε,

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_o = 0$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = -I_o$$

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} = \frac{V_o}{R_o}$$

Μετά από πράξεις, καταλήγουμε ότι η τάση εξόδου εκφράζεται από τη σχέση

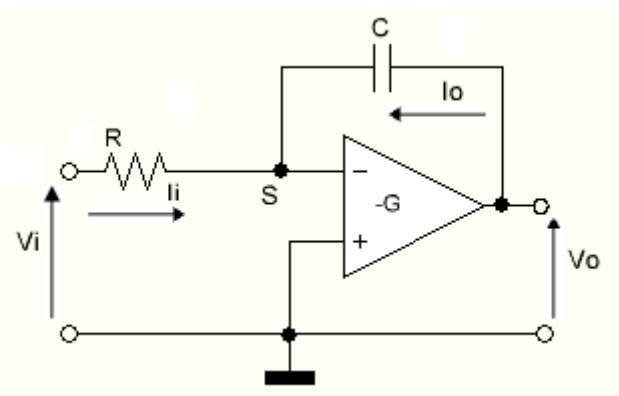
$$V_o = -\left(\frac{R_o}{R_1}V_1 + \frac{R_o}{R_2}V_2 + \frac{R_o}{R_3}V_3\right) = -(k_1V_1 + k_2V_2 + k_3V_3)$$

$$\text{όπου } k_1 = \frac{R_o}{R_1}, \quad k_2 = \frac{R_o}{R_2}, \quad k_3 = \frac{R_o}{R_3}$$

Παρατηρούμε ότι αν για τιμές των αντιστάσεων επιλέξουμε  $R_o=R_1=R_2=R_3$ , τότε στην έξοδο έχουμε το άθροισμα των τάσεων εισόδου με αντίθετη φορά.

#### 4. Ολοκληρωτής.

Με τη χρήση πυκνωτή στον κλάδο της αρνητικής ανάδρασης μπορούμε να πετύχουμε έξοδο η οποία να είναι το ολοκλήρωμα της εισόδου. Παρακάτω παρατίθενται η διάταξη του ολοκληρωτή και ο υπολογισμός της τάσης εξόδου.



Σχήμα 4.1.1.1.5. Ολοκληρωτής.

Με τις συνήθειες παραδοχές για αυτού του τύπου τις διατάξεις εργαζόμαστε όπως και προηγουμένως,

$$I_i + I_o = 0 \quad \text{ή} \quad I_o = -I_i$$

Επίσης τα  $I_o$  και  $I_i$  εκφράζονται ως

$$I_o = C \frac{dV_o}{dt} \quad \text{και} \quad I_i = -\frac{V_i}{R}$$

Τότε τα  $I_o$  και  $I_i$  σχετίζονται ως εξής:

$$C \frac{dV_o}{dt} = -\frac{V_i}{R}$$

Λύνοντας ως προς  $V_o$  έχουμε:

$$dV_o = -\frac{1}{RC} V_i \cdot dt$$

$$V_o = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_i \cdot dt + V_o(0)$$

όπου  $V_o(0)$  η τάση του πυκνωτή για  $t=0$  ή διαφορετικά η αρχική τιμή της τάσης εξόδου. Οπότε για μηδενικές αρχικές συνθήκες, η τάση εξόδου  $V_o$  είναι το ολοκλήρωμα της τάσης εισόδου  $V_i$  επί τη σταθερά  $-1/RC$ . Έτσι επιλέγοντας κατάλληλη σταθερά χρόνου  $RC$  μπορούμε να έχουμε και την επιθυμητή ενίσχυση.

Ας δείξουμε ακόμα έναν δεύτερο τρόπο υπολογισμού της  $V_o$  χρησιμοποιώντας την έννοια της εμπέδησης και κάνοντας χρήση του μετασχηματισμού Laplace.

Για το κύκλωμα που εξετάζουμε ισχύει

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{Z_o(s)}{Z_i(s)} \quad \text{όπου} \quad Z_o(s) = Z_C(s) = \frac{1}{sC} \quad \text{και} \quad Z_i(s) = R$$

Άρα,

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{\frac{1}{sC}}{R} = -\frac{1}{sRC}$$

Λύνοντας ως προς  $V_o(s)$  έχουμε:

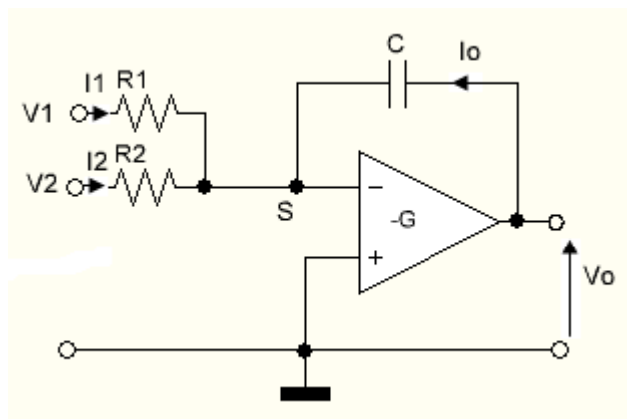
$$V_o(s) = -\frac{1}{sRC} V_i(s) \quad \text{ή} \quad V_o(s) = -\frac{1}{RC} \frac{1}{s} V_i(s)$$

και

$$V_o(t) = L^{-1}\{V_o(s)\} = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_i(t) dt$$

## 5. Αθροιστικός ολοκληρωτής.

Συνδέοντας περισσότερες αντιστάσεις στην αναστρέφουσα είσοδο του ολοκληρωτή σχηματίζουμε έναν αθροιστικό ολοκληρωτή όπως αυτόν του σχήματος 4.1.1.1.6 όπου υποδειγματικά χρησιμοποιούμε δύο αντιστάσεις.



Σχήμα 4.1.1.1.6. Αθροιστικός ολοκληρωτής με δύο εισόδους.

Εδώ η έξοδος  $V_o$  έχει τη μορφή

$$V_o = \left[ -\frac{1}{R_1 C} \int_0^t V_1(t) dt - \frac{1}{R_2 C} \int_0^t V_2(t) dt \right] + V_o(0)$$

θέτοντας

$$k_1 = \frac{1}{R_1 C} \quad \text{και} \quad k_2 = \frac{1}{R_2 C}$$

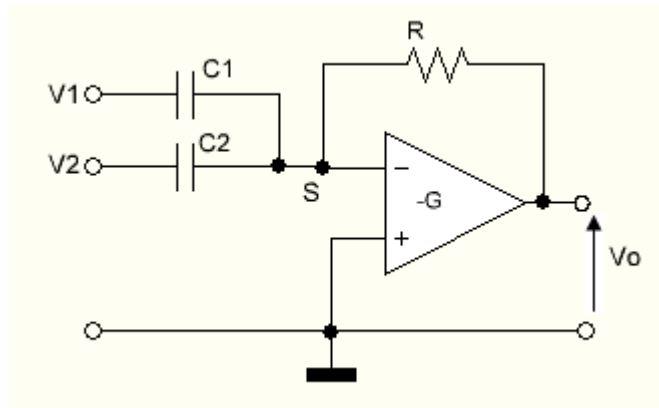
ξαναγράφουμε τη σχέση της εξόδου ως εξής:

$$V_o = \left[ -k_1 \int_0^t V_1(t) dt - k_2 \int_0^t V_2(t) dt \right] + V_o(0)$$

## 6. Διαφοριστής.

Για τη σύνθεση ενός διαφοριστή με χρήση Τ.Ε. τοποθετούμε ωμική αντίσταση στον κλάδο ανάδρασης και όσους πυκνωτές χρειαζόμαστε στην

αναστρέφουσα είσοδο του Τ.Ε. ανάλογα με τον αριθμό εισόδων που επιθυμούμε. Μια τέτοια διάταξη φαίνεται στο σχήμα 4.1.1.1.7.



Σχήμα 4.1.1.1.7. Κύκλωμα διαφόρισης με δύο εισόδους.

Για τον υπολογισμό της τάσης εξόδου χρησιμοποιούμε την αρχή της επαλληλίας γειώνοντας κάθε φορά τη μία από τις δύο εισόδους. Έτσι, με μηδενισμένη τη  $V_2$ , έχουμε:

$$\frac{V_{o1}(s)}{V_1(s)} = -\frac{R}{\frac{1}{sC_1}} = -RC_1s \quad \text{ή} \quad V_{o1}(s) = -RC_1 \cdot sV_1(s)$$

Ομοίως μηδενίζοντας τη  $V_1$  έχουμε:

$$\frac{V_{o2}(s)}{V_2(s)} = -\frac{R}{\frac{1}{sC_2}} = -RC_2s \quad \text{ή} \quad V_{o2}(s) = -RC_2 \cdot sV_2(s)$$

και με την αρχή της επαλληλίας η έξοδος  $V_o(s)$  είναι:

$$V_o(s) = V_{o1}(s) + V_{o2}(s) = -RC_1 \cdot sV_1(s) - RC_2 \cdot sV_2(s)$$

απ' όπου με αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace έχουμε ότι:

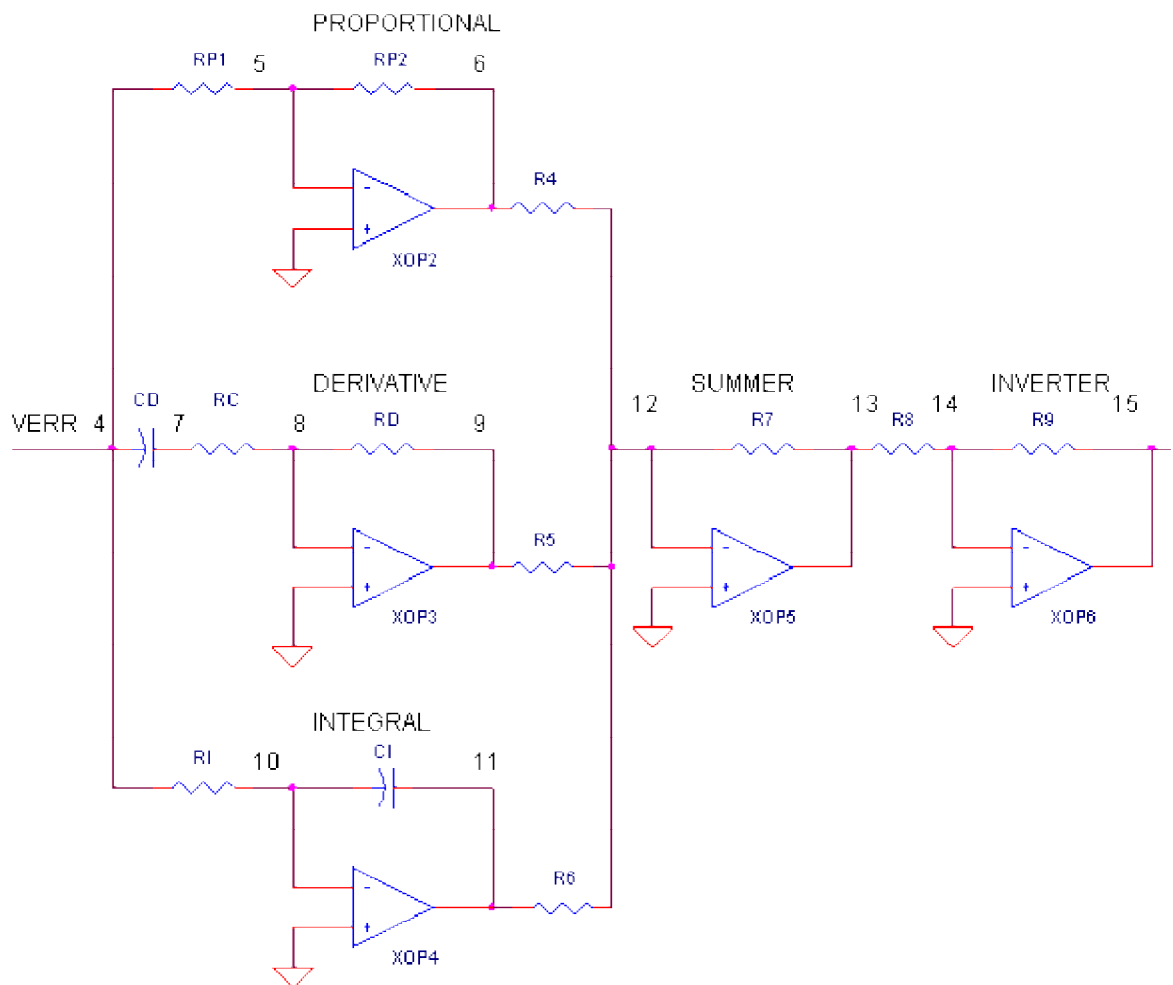
$$L^{-1}\{V_o(s)\} = V_o(t) = -RC_1 \cdot \frac{dV_1(t)}{dt} - RC_2 \cdot \frac{dV_2(t)}{dt}$$

Εδώ παρατηρούμε ότι η έξοδος  $V_o(t)$  είναι το άθροισμα των γινομένων της κάθε μιας παραγώγου του σήματος εισόδου επί την αντιστοιχη σταθερά χρόνου  $RC$ .

Επίσης βλέπουμε ότι η παρουσία θορύβου μπορεί πολύ εύκολα να μεταβάλει την έξοδο, αφού ο θόρυβος είναι συνήθως υψηλής συχνότητας σήμα με αποτέλεσμα οι παραπάνω παράγωγοι να λάβουν αρκετά μεγάλες

τιμές. Για τη μείωση του θορύβου μπορούμε να τοποθετήσουμε μια μικρή αντίσταση σε σειρά με τον πυκνωτή ή μια μικρή χωρητικότητα παράλληλα προς την αντίσταση R στον κλάδο ανάδρασης, δημιουργώντας με αυτόν τον τρόπο φίλτρο αποκοπής υψηλών συχνοτήτων.

#### 4.1.1.2 Αναλογικός PID ελεγκτής με τελεστικούς ενισχυτές



Σχήμα 4.1.1.2.1. PID ελεγκτής με τελεστικούς ενισχυτές (από [www.ecircuitcenter.com](http://www.ecircuitcenter.com)).

Το κύκλωμα που βλέπουμε στο σχήμα 4.1.1.2.1 είναι ένας PID ελεγκτής με τελεστικούς ενισχυτές. Βλέπουμε καθαρά ότι το σφάλμα Verr εφαρμόζεται ταυτοχρόνως σε έναν απλό ενισχυτή σήματος, έναν διαφοριστή και έναν ολοκληρωτή. Οι έξοδοι των διατάξεων αυτών, δηλαδή οι όροι P, D και I αντιστοίχως αθροίζονται από έναν αθροιστή. Στο παραπάνω σχήμα αν θέλουμε να πειραματιστούμε και να ρυθμίσουμε τις παραμέτρους  $K_P$ ,  $T_I$  και

$T_D$ , επιθυμητό είναι να αντικαταστήσουμε τις  $RP1$ ,  $RD$  και  $RI$  με ποτενοϊόμετρα.

#### 4.1.2 Υλοποίηση ελεγκτών με βάση τον ψηφιακό υπολογιστή

Ένας ελεγκτής μπορεί επίσης να υλοποιηθεί σε ψηφιακή μορφή και επί το πλείστον για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται οι **μικροελεγκτές ή μικροϋπολογιστές**. Η υλοποίηση αυτή λόγω των πλεονεκτημάτων που παρουσιάζει έναντι των κυκλωματικών διατάξεων, προτιμάται για τις περισσότερες εφαρμογές.

Όπως αναφέραμε στην αρχή της ενότητας τα κύρια πλεονεκτήματα αφορούν την **ακρίβεια**, την **προσαρμοστικότητα** και την **οικονομία**. Σαφώς υπάρχουν και μειονεκτήματα στην υλοποίηση με μικροϋπολογιστές. Αυτά σχετίζονται κυρίως:

α) με τον **χρονισμό**, όταν η περίοδος δειγματοληψίας  $T$  απαιτείται να είναι αρκετά μικρή, με αποτέλεσμα ο ψηφιακός υπολογιστής να έχει κάποια καθυστέρηση στην παραγωγή του σήματος εξόδου του. Δηλαδή οι κύκλοι μηχανής του μικροϋπολογιστή υπάρχει περίπτωση να χρειαστούν παραπάνω από  $T$  χρόνο για την παραγωγή του σήματος εξόδου του(ή της λέξης εξόδου του), όταν ο χρόνος  $T$  είναι αρκετά μικρός.

β) με την **κβαντοποίηση σήματος**. Εδώ το διακριτό σήμα πρέπει να παρασταθεί σε δυαδική μορφή στον μικροϋπολογιστή στην κατάλληλη και επιτρεπόμενη από τις διαθέσιμες στάθμες του  $\mu Y$ . Το σύνολο των διαθέσιμων αυτών σταθμών καθορίζει και την πιστότητα αναπαράστασης των σημάτων του συνεχούς χρόνου. Μεγαλύτερη ακρίβεια-πιστότητα επιτυγχάνεται με περισσότερες στάθμες δηλαδή με μεγαλύτερο μήκος λέξης του  $\mu Y$ . Σε κάθε περίπτωση όμως η αναπαράσταση του διακριτού σήματος σε ψηφιακό ενέχει ένα σφάλμα κβαντοποίησης.

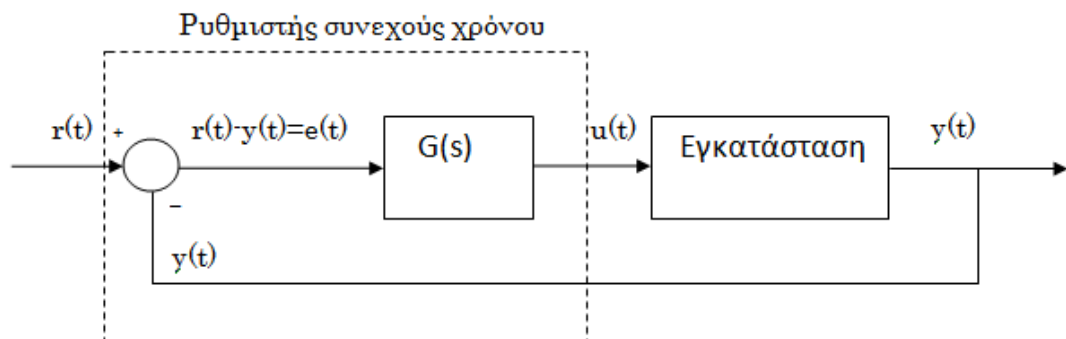
Στη σχεδίαση ψηφιακών κατευθυντών πρέπει να προσέχουμε ότι το κριτήριο ευστάθειας για τα διακριτά συστήματα με βάση τη συνάρτηση μεταφοράς στο πεδίο  $Z$  διατυπώνεται ως εξής:

*Ένα σύστημα διακριτού χρόνου είναι ευσταθές, αν και μόνον αν, όλοι οι πόλοι του συστήματος βρίσκονται εντός του μοναδιαίου κύκλου στο μιγαδικό πεδίο [7].*

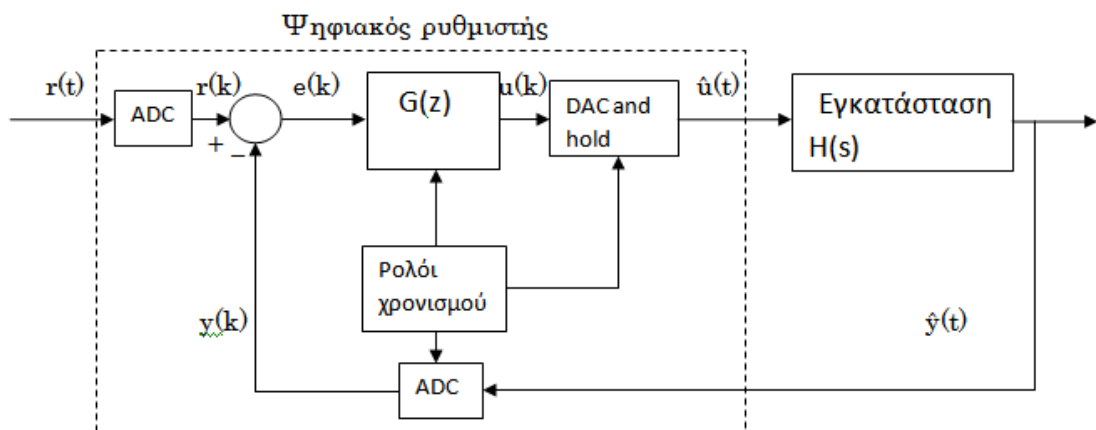
##### 4.1.2.1 Η βασική δομή ενός ψηφιακού ελεγκτή

Ας δούμε τώρα με τη μορφή μπλοκ διαγραμμάτων από τι αποτελείται ένας ψηφιακός ελεγκτής. Στα σχήματα 4.1.2.1.1-2 φαίνεται η αντικατάσταση ενός ρυθμιστή συνεχούς χρόνου από ρυθμιστή διακριτού

χρόνου όπου και στις δύο περιπτώσεις επιτελείται η ίδια λειτουργία ως προς την ελεγχόμενη εγκατάσταση.



Σχήμα 4.1.2.1.1. Έλεγχος εγκατάστασης με αρνητική ανάδραση από ρυθμιστή συνεχούς χρόνου (Πηγή: [8]).



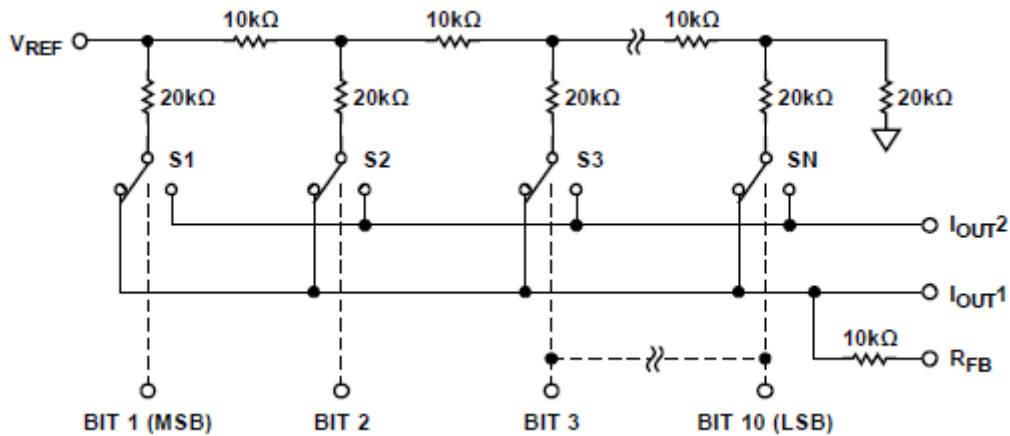
Σχήμα 4.1.2.1.2. Έλεγχος εγκατάστασης με αρνητική ανάδραση από ψηφιακό ρυθμιστή (Πηγή: [8]).

Στον ψηφιακό ρυθμιστή του σχήματος 4.1.2.1.2 διακρίνουμε τις βαθμίδες:

- **DAC and hold:** Πρόκειται για το δικτύωμα που μετατρέπει ένα ψηφιακό σήμα σε αναλογικό με συγκράτηση της στάθμης αυτού στα χρονικά διαστήματα που επιβάλλει το ρολόι. Αποτελείται δηλαδή από έναν **DAC** και ένα δικτύωμα **δειγματοληψίας/συγκράτησης (S/H)**.

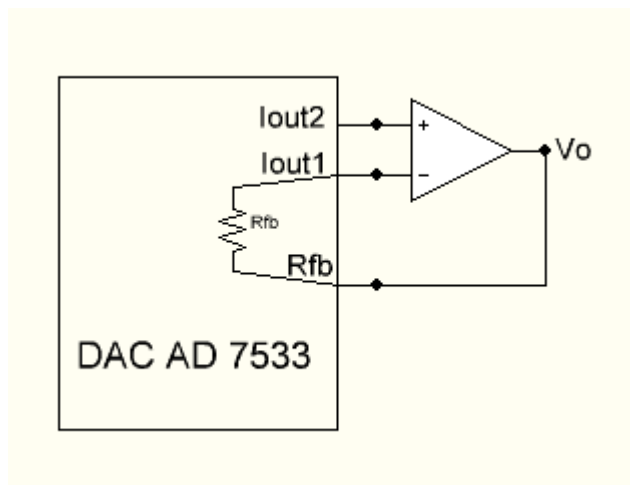
Ως παράδειγμα ενός DAC θα αναφέρουμε το μοντέλο AD 7533 σε τεχνολογία C-MOS της Analog Devices. Η συσκευή αυτή βασίζεται στον τύπο ανάστροφης σκάλας R-2R και στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το λειτουργικό διάγραμμα του ολοκληρωμένου.





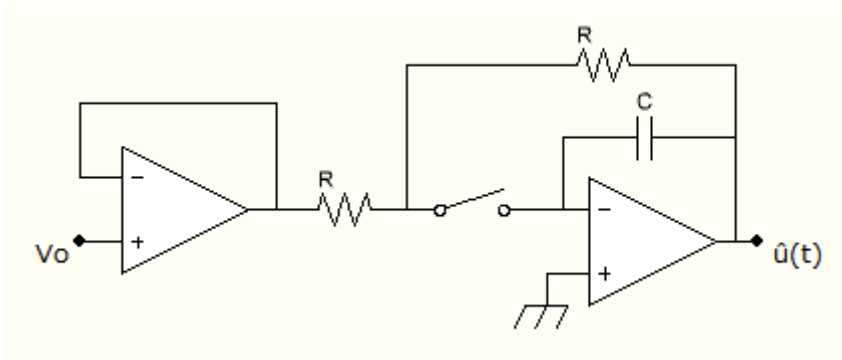
Σχήμα 4.1.2.1.3. Λειτουργικό διάγραμμα του AD 7533 (Πηγή: [11]).

Στο παράδειγμα αυτό για να πάρουμε την  $V_o$  συνδέουμε τις εξόδους  $I_{OUT1}$  και  $I_{OUT2}$  στην αναστρέφουσα και μη αναστρέφουσα αντίστοιχα είσοδο ενός τελεστικού ενισχυτή, με τον  $R_{FB}$  ακροδέκτη στην έξοδο του τελεστικού (σχήμα 4.1.2.1.4).



Σχήμα 4.1.2.1.4. Συνδεσμολογία του AD 7533 για την παραγωγή του αναλογικού σήματος  $V_o$ .

Την έξοδο τώρα  $V_o$  την επεξεργαζόμαστε με ένα κύκλωμα S/H ώστε να παράγουμε το σήμα ελέγχου  $\hat{u}(t)$  (σχήμα 4.1.2.1.5).



Σχήμα 4.1.2.1.5. Κύκλωμα δειγματοληψίας/συγκράτησης (S/H) (πηγή: ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ 2η Έκδοση σελ.341).

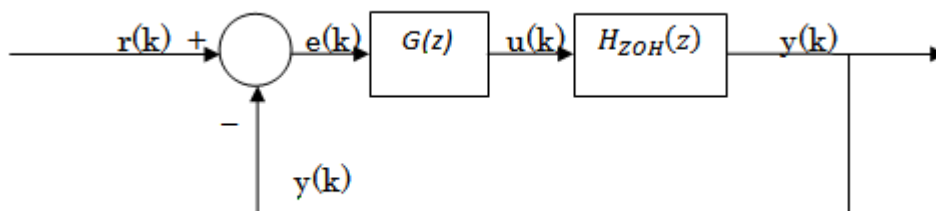
Το  $\hat{u}(t)$  είναι ένα συνεχές σήμα η στάθμη όμως του οποίου κρατείται σταθερή στα επίπεδα όπου συμβαίνει η δειγματοληψία. Με αυτόν τον τρόπο έχουμε απόκριση της εγκατάστασης για τις στάθμες του  $\hat{u}(t)$  κι έτσι ο ψηφιακός ελεγκτής θα διαβάζει τις στάθμες που πρέπει από το παραγόμενο μετέπειτα σφάλμα  $e(k)$ . Με άλλα λόγια μπορούμε να πούμε ότι με αυτόν τον τρόπο, θεωρούμε και μελετούμε την εγκατάσταση ως διακριτή και σύμφωνα με αυτή σχεδιάζουμε τον ψηφιακό μας κατευθυντή.

Ένα κύκλωμα αυτού του τύπου είναι ένα κύκλωμα συγκράτησης μηδενικής τάξης (zero-order hold circuit). Όταν αυτό τοποθετείται σε σειρά προ συνεχούς χρόνου συστήματος μας δίνει το αντίστοιχο διακριτού χρόνου σύστημα. Η τεχνική αυτή είναι μια από τις μεθόδους διακριτοποίησης ενός συστήματος συνεχούς χρόνου στο αντίστοιχο του διακριτό και καλείται *step invariant response*.

Η συνάρτηση μεταφοράς ενός zoh κυκλώματος είναι:

$$G_{zoh}(s) = \frac{1 - e^{-sT_s}}{s}, \quad \text{όπου } T_s \text{ η περίοδος δειγματοληψίας}$$

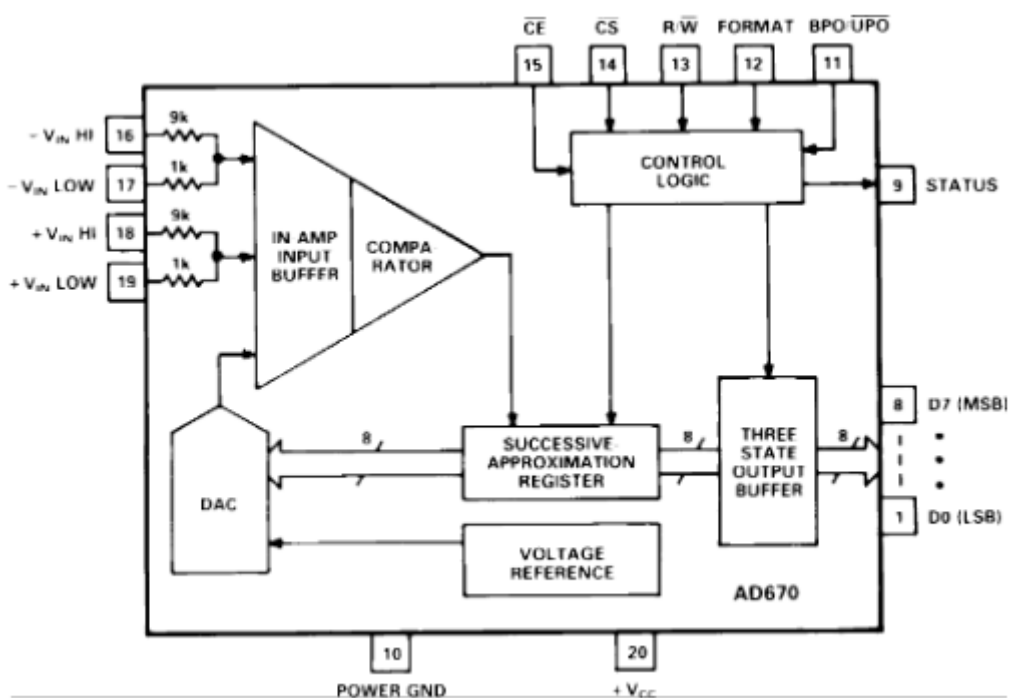
Το μπλοκ διάγραμμα που μελετάμε αν θέλουμε να το δούμε στην διακριτή του μορφή (μόνο διακριτά τμήματα) τότε το ξανασχεδιάζουμε όπως στο σχήμα 4.1.2.1.6.



Σχήμα 4.1.2.1.6. Αντικατάσταση του  $H(s)$  με το  $H_{zoh}(z)$  που είναι η διακριτοποίηση του  $H(s)$  κατά zoh.

- **ADC:** Αυτό το κομμάτι είναι ο μετατροπέας του αναλογικού σήματος σε ψηφιακό.

Ως παράδειγμα μιας τέτοιας διάταξης, εδώ θα δώσουμε το ολοκληρωμένο AD 670 της Analog Devices με το λειτουργικό του διάγραμμα στο σχήμα 4.1.2.1.7. Όπως μπορούμε να διακρίνουμε από το διάγραμμα, το ολοκληρωμένο είναι κατασκευασμένο ώστε να μπορεί εύκολα να λειτουργήσει παράλληλα με μικροεπεξεργαστές. Διαθέτει όπως βλέπουμε τις 5 εισόδους οδήγησης: CE (Chip-Enable), CS (Chip-Select), R/W (Read/Write), FORMAT (έξοδος σε δυαδικό κώδικας ή σε συμπλήρωμα του 2), BPO/UPO (Bipolar/Unipolar range: Διπολική/Μονοπολική περιοχή λειτουργίας).



Σχήμα 4.1.2.1.7. Λειτουργικό διάγραμμα του AD 670 (Πηγή: [12]).

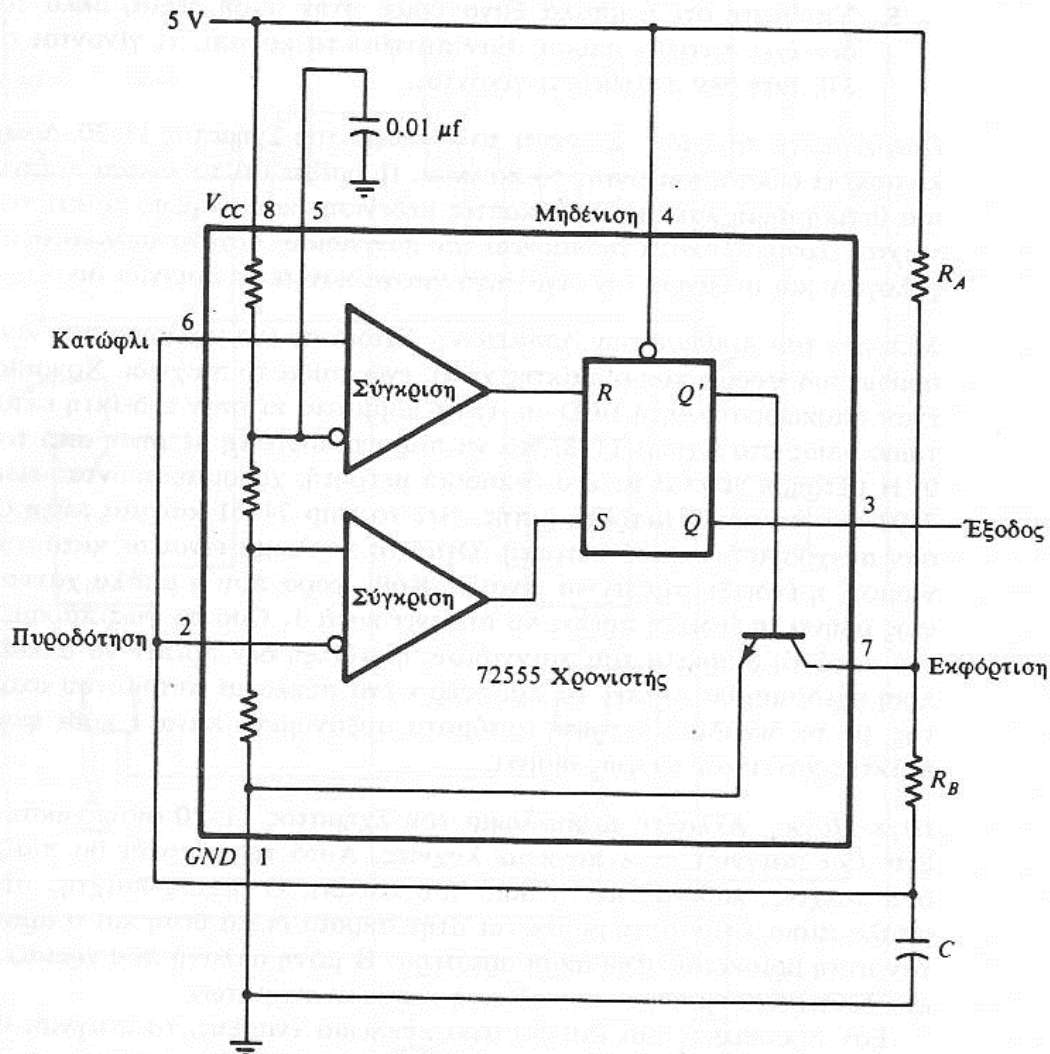
- **Ρολόι χρονισμού:** Η διάταξη που παράγει τους παλμούς που συγχρονίζουν τις ψηφιακές μονάδες G(z), DAC και ADC. Για υλοποίηση με μικροϋπολογιστή πάντοτε το ρολόι είναι εντός αυτού.

Σε άλλες εφαρμογές όπου θέλουμε συγχρονισμό ένας απλός τρόπος κατασκευής παλμών οδήγησης είναι με τη χρήση του 555 χρονιστή.

Στο διάγραμμα που βλέπουμε στο σχήμα 4.1.2.1.8 παρουσιάζεται η συνδεσμολογία του 555 για ασταθή λειτουργία. Εν συντομία, η έξοδος παραμένει στην υψηλή κατάσταση κατά τη διάρκεια του χρόνου φόρτισης του C, ενώ μένει στη χαμηλή κατάσταση κατά τη διάρκεια της εκφόρτισής του. Η φόρτιση συμβαίνει όταν το τρανζίστορ βρίσκεται σε αποκοπή και

φορτίζει μέσω των  $R_A$  και  $R_B$ . Όταν το τρανζίστορ άγει τότε ο πυκνωτής εκφορτίζεται μέσω της  $R_B$ . Επίσης όπως βλέπουμε από το διάγραμμα, η κατάσταση του τρανζίστορ (on ή off) εξαρτάται από την έξοδο  $Q'$  του flip-flop και κατά συνέπεια από τα δυναμικά των ακροδεκτών 6 και 2 ή από την τάση στα άκρα του C. Για τη σχεδίαση του επιθυμητού παλμού στην έξοδο έχουμε υπόψη τις εκφράσεις των χρόνων της υψηλής και της χαμηλής κατάστασης της εξόδου:

$$t_H = 0.693(R_A + R_B)C \quad \text{και} \quad t_L = 0.693R_B C$$



Σχήμα 4.1.2.1.8. Παλμογεννήτρια ρολογιού με βάση τον χρονιστή 72555 (Πηγή: Ψηφιακή Σχεδίαση Μ. MORRIS ΜΑΝΟ ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΚΔΟΣΗ σελ. 586).

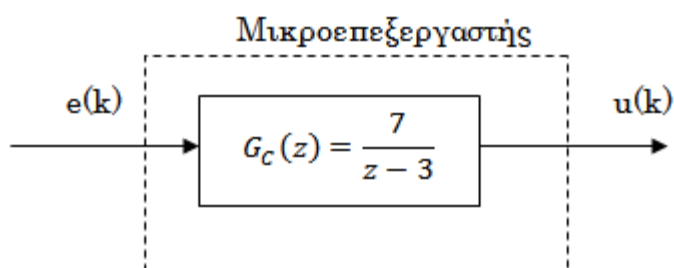
-  $G(z)$ : Πρόκειται ουσιαστικά για τη διάταξη που είναι απαραίτητη για την επεξεργασία του σφάλματος  $e(k)$  ως προς την παραγωγή του κατάλληλου σήματος ελέγχου  $u(k)$ . Στην επικρατέστερη πλέον **ψηφιακή υλοποίηση με μικροελεγκτή**, η μονάδα  $G(z)$  είναι η καρδιά ενός μικροελεγκτή: ο

μικροεπεξεργαστής, η ρύθμισή του οποίου ανάγεται ουσιαστικά στην σύνθεση ενός προγράμματος Η/Υ.

#### 4.1.2.2 Υλοποίηση του νόμου ελέγχου στον μικροεπεξεργαστή

Ας δούμε στο σημείο αυτό τον τρόπο με τον οποίο μπορούμε να υλοποιήσουμε μια  $G_c(z)$  σε μικροελεγκτή.

Έστω ότι θέλουμε να υλοποιήσουμε την  $G_c(z)$  που φαίνεται στην βαθμίδα του σχήματος 4.1.2.2.1.



Σχήμα 4.1.2.2.1. Είσοδος, έξοδος και επιθυμητή συνάρτηση μεταφοράς του μικροεπεξεργαστή.

Το πρώτο που κάνουμε είναι να εκφράσουμε την έξοδο  $u(k)$  ως εξίσωση διαφορών. Οπότε γράφουμε:

$$\frac{u(k)}{e(k)} \equiv \frac{7}{z - 3}$$

ή

$$u(k + 1) - 3u(k) = 7e(k)$$

ή

$$u(k + 1) = 3u(k) + 7e(k)$$

ή

$$u(k) = 3u(k - 1) + 7e(k - 1)$$

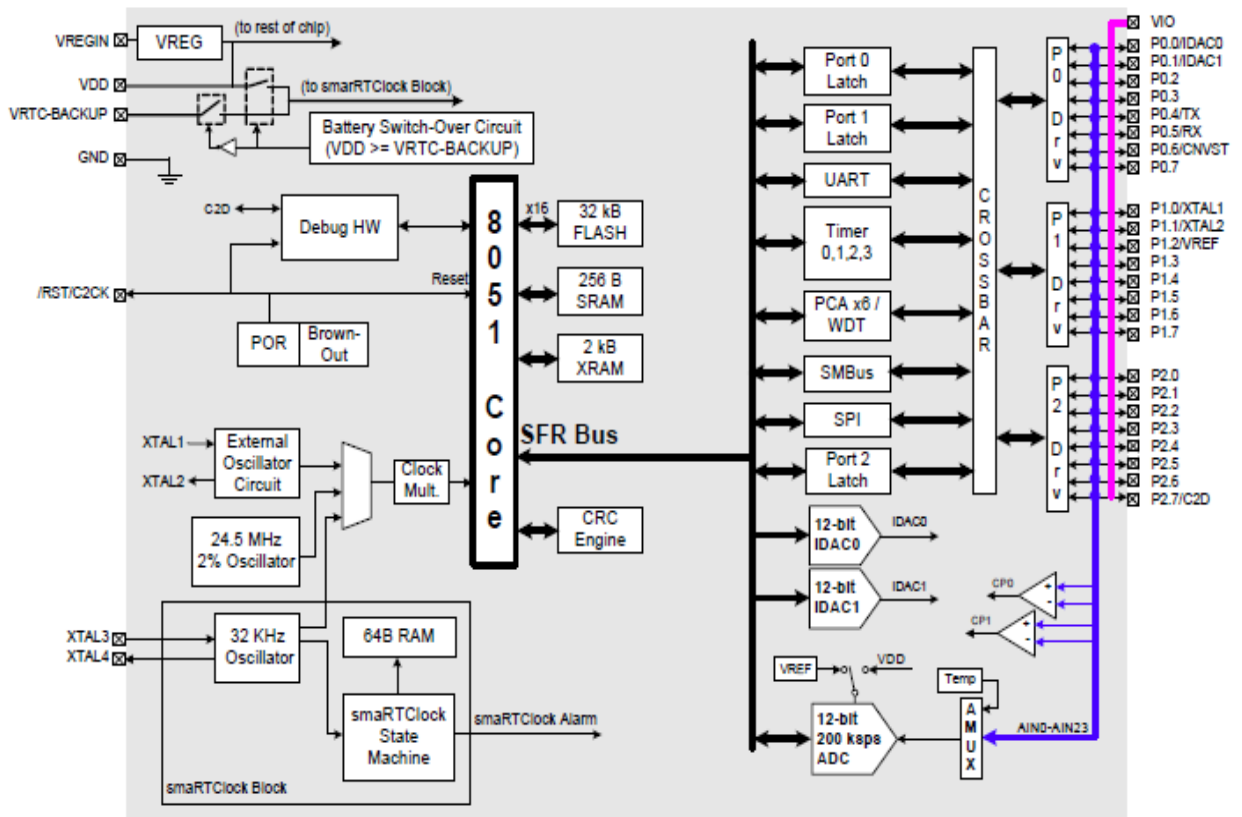
Η τελευταία έκφραση είναι η πράξη που θέλουμε να εκτελεί ο μικροεπεξεργαστής. Ο προγραμματισμός για αυτή τη διεργασία μπορεί να γίνει σε γλώσσα Assembly όπως στο παρακάτω πρόγραμμα.

XOR A	; $A \leftarrow 0$ (Ο καταχωρητής A είναι ο συσσωρευτής ;(Accumulator))
XOR B	; $B \leftarrow 0$ (Ο B χρησιμοποιείται για την καταχώρηση ; της μεταβλητής u)
LOOP: LD HL,nn	; σημείο του προγράμματος όπου μεταβαίνει ο ; μικροεπεξεργαστής κάθε μία περίοδο ; δειγματοληψίας Ts. Με nn συμβολίζουμε τον ; 16μπιτο αριθμό που χρησιμοποιούμε για την ; παραγωγή του επιθυμητού Ts
IN A,(PORT 1)	; $A \leftarrow (\text{PORT } 1)$
LD C,A	; $C \leftarrow A$ (Ο C χρησιμοποιείται για την καταχώρηση ; της μεταβλητής e)
LD A,B	; $A \leftarrow B$
ADD A	; $A \leftarrow 2B$
ADD A,B	; $A \leftarrow 3B$
LD B,A	; $B \leftarrow 3B$ ( $B := 3u$ )
LD A,C	; $A \leftarrow C$
ADD A	; $A \leftarrow 2C$
ADD A	; $A \leftarrow 4C$
ADD A	; $A \leftarrow 8C$
SUB A,C	; $A \leftarrow 7C$ ( $A := 7e$ )
ADD A,B	; $A \leftarrow A+B$ ( $A := 7e+3u$ )
LD B,A	; $B \leftarrow A$ ( $B := 7e+3u$ )
DELAY: DEC HL	; ελάττωση του HL κατά 1
NOP	; καμία εργασία
JPNZ DELAY	; άλμα στο σημείο DELAY εκτός αν HL=0
OUT (PORT 2),B	; $(\text{PORT } 2) \leftarrow B$
JP LOOP	; άλμα στο σημείο LOOP (έχει περάσει χρόνος Ts)
END.	

Για το παραπάνω πρόγραμμα να σχολιάσουμε ότι:

- α) για τον υπολογισμό του 16μπιτου αριθμού nn πρέπει να γνωρίζουμε το χρόνο εκτέλεσης της καθεμιάς γραμμής του προγράμματος και
- β) πρέπει να φροντίσουμε ώστε η περίοδος δειγματοληψίας Ts του σήματος που επεξεργαζόμαστε (το  $e(k)$  εδώ) να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της περιόδου του ωρολογιακού παλμού του μικροεπεξεργαστή. Αυτό είναι απαραίτητο ώστε να μην έχουμε φαινόμενα αστάθειας χρονισμού.

Βαθμίδες σαν αυτές που παρουσιάσαμε στην παράγραφο 4.1.2.1, κυρίως DAC και ADC, μπορούμε να τις βρούμε σε σύγχρονους μικροελεγκτές ενσωματωμένες. Ως παράδειγμα θα αναφέρουμε τη σειρά C8051F41x της silicon labs. Στο σχήμα 4.1.2.2.2 δίδεται το μπλοκ διάγραμμα του C8051F410.



Σχήμα 4.1.2.2.2. Μπλοκ διάγραμμα του C8051F410.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 - ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΛΟΓΙΚΟΙ ΕΛΕΓΚΤΕΣ: PLC (PROGRAMMABLE LOGIC CONTROLLERS)

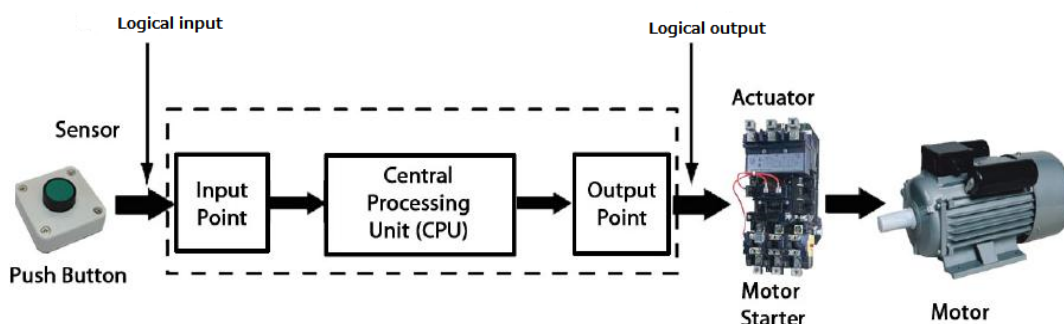
### 5.1 Στοιχειώδης λειτουργία του PLC

Ένας αρκετά συνηθισμένος τρόπος υλοποίησης ελεγκτών και κυρίως όταν το ενδιαφέρον εστιάζεται σε on-off έλεγχο διεργασιών, είναι με τη χρήση των PLCs.

Όσο για το τι είναι τα PLCs μπορούμε να πούμε ότι είναι ολοκληρωμένες συσκευές που χρησιμοποιούνται συνήθως σε βιομηχανικό περιβάλλον ώστε να ελέγχουν τις διάφορες ενέργειες ή διεργασίες-διαδικασίες.

Τα PLCs σήμερα όμως δεν περιορίζονται μόνο σε on-off έλεγχο καθώς τα νέα προϊόντα υποστηρίζουν και αναλογικά σήματα εισόδου-εξόδου.

Πρόκειται για συστήματα τα οποία αλληλεπιδρούν με το “περιβάλλον” μέσω *μονάδων εισόδων* και *μονάδων εξόδων*. Τα σήματα που δέχεται το PLC διέρχονται από τη μονάδα εισόδου όπου εκεί μετατρέπονται σε σήματα μηχανής (low, high) ώστε να είναι επεξεργάσιμα στη συνέχεια από την CPU του PLC. Η CPU επεξεργάζεται τα σήματα από τη μονάδα εισόδου και παράγει τα αποτελέσματα τα οποία και μεταβιβάζονται στη μονάδα εξόδου. Η μονάδα της εξόδου τώρα μεταφράζει τα αποτελέσματα της CPU από λογικά δεδομένα σε σήματα που θα χρησιμοποιηθούν από τις συσκευές εξόδου. Τα σήματα στην είσοδο καθώς και στην έξοδο του PLC μπορούν να είναι ή τάσεις ή ρεύματα. Ένα γενικό διάγραμμα για τη λειτουργία του PLC φαίνεται στο σχήμα 5.1.1.



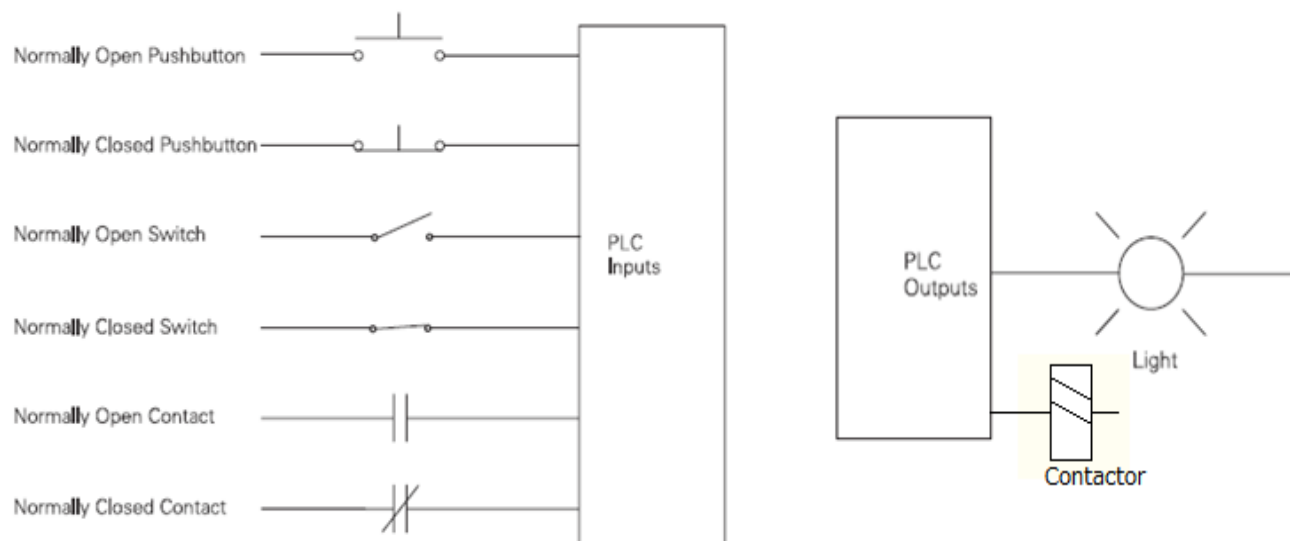
Σχήμα 5.1.1. Γενικό διάγραμμα λειτουργίας του PLC (Πηγή: [17]).

### 5.2 Συσκευές στην είσοδο και στην έξοδο του PLC

Οι συσκευές εισόδου του PLC όταν πρόκειται για λογικά σήματα εισόδου-εξόδου (σήματα δύο καταστάσεων ON και OFF) μπορεί να είναι



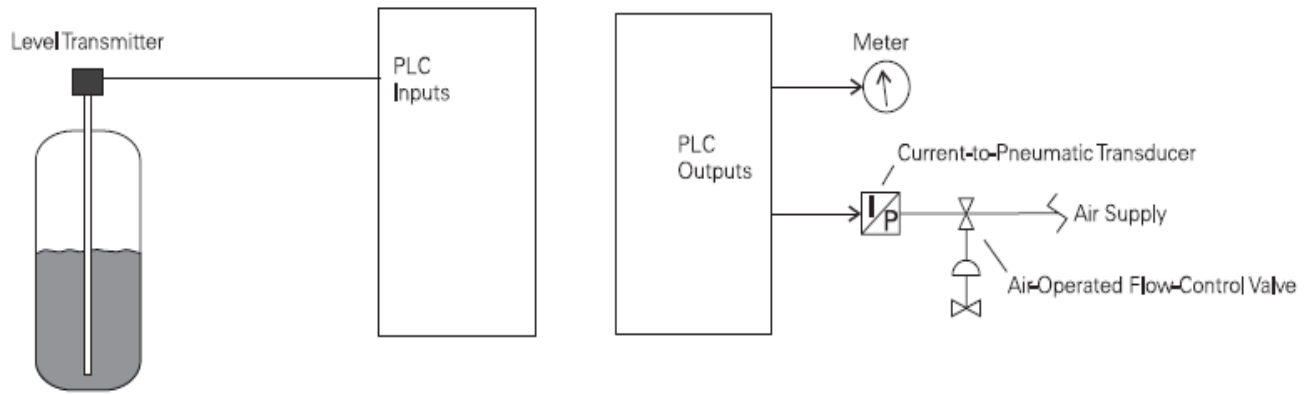
μηχανικοί ή ηλεκτρονικοί διακόπτες, μπουτόν κ.α. Οι συσκευές εξόδου είναι συνήθως ρελαί που ανάλογα με τη διέγερσή τους θα ενεργοποιήσουν ή όχι κάποια άλλη συσκευή. Στο σχήμα 5.2.1 βλέπουμε διάφορες συσκευές εισόδου και εξόδου που χρησιμοποιούν λογικά σήματα.



**Σχήμα 5.2.1. Συσκευές εισόδου και εξόδου δύο καταστάσεων (ON-OFF) σε ένα PLC (Πηγή: [18]).**

Όσο για τα αναλογικά σήματα, στην είσοδο μπορούμε να έχουμε διάφορους αισθητήρες πίεσης, θερμοκρασίας, ταχύτητας κλπ. και στην έξοδο μπορούμε να έχουμε για παράδειγμα κάποια βάνα η οποία περιορίζει τη ροή ενός υγρού προς το εσωτερικό μιας δεξαμενής, καθώς και διάφορους αισθητήρες όμοιους με αυτούς που μπορούν να υπάρχουν στην είσοδο.

Στο σχήμα 5.2.2 δίδονται κάποιες συσκευές εισόδου και εξόδου που χρησιμοποιούν αναλογικά σήματα.



Σχήμα 5.2.2. Συσκευές εισόδου και εξόδου που χρησιμοποιούν αναλογικά σήματα (Πηγή: [18]).

### 5.3 Ρύθμιση-προγραμματισμός του PLC

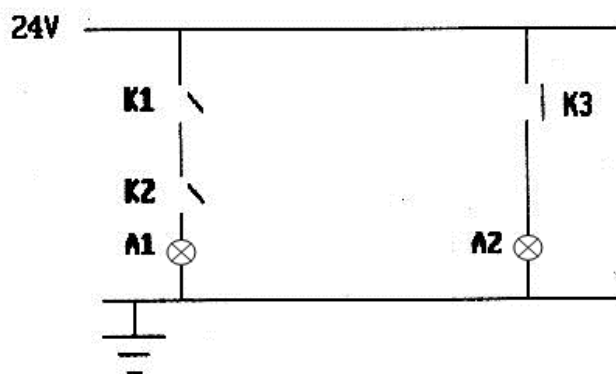
Ο προγραμματισμός ενός PLC μπορεί να πραγματοποιηθεί χρησιμοποιώντας:

- α) Λίστα εντολών ή STL (statement list)
- β) Λογικό διάγραμμα ή CSF (control system flowchart)
- γ) Λογικό διάγραμμα κλίμακας (ladder logic diagram)

Ας δούμε μερικά παραδείγματα.

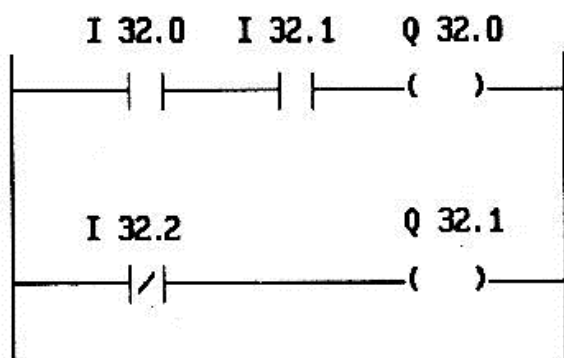
#### Παράδειγμα 1. Έλεγχος λαμπτήρων με PLC.

Ζητείται να κατασκευαστεί πρόγραμμα σε διάγραμμα κλίμακας που να υλοποιεί τη λειτουργία του παρακάτω κυκλώματος λαμπτήρων.



Σχήμα 5.3.1. Κύκλωμα λαμπτήρων.

**Λύση:** Σύμφωνα με το κύκλωμα του λαμπτήρα Λ1 θέλουμε να ανάβει ο Λ1 όταν οι κανονικά ανοιχτοί (NO: normally open) διακόπτες K1 και K2 πατηθούν. Στο κύκλωμα του Λ2 έχουμε τον διακόπτη K3 ο οποίος είναι κανονικά κλειστός (NC: normally closed) και ο Λ2 είναι συνεχώς αναμμένος. Οπότε θέλουμε να σβήσει ο Λ2 όταν πατηθεί ο K3. Το ζητούμενο πρόγραμμα είναι το αυτό που βλέπουμε στο σχήμα 5.3.2. Στις εισόδους του PLC I32.0, I32.1 και I32.2 συνδέουμε τους διακόπτες K1, K2 και K3 αντίστοιχα και στις εξόδους Q32.0 και Q32.1 τους λαμπτήρες Λ1 και Λ2 αντίστοιχα.



Σχήμα 5.3.2. Πρόγραμμα σε διάγραμμα κλίμακας.

### Παράδειγμα 2. Ρουτίνα εξασφάλισης ασφάλειας λειτουργίας (safe fail) για κινητήρα.

Για την έναρξη και τη λήξη της λειτουργίας ενός κινητήρα με μπουτόν έναρξης και μπουτόν λήξης απαιτείται: Ο κινητήρας να εκκινήσει αν πατηθεί το μπουτόν έναρξης και να συνεχίσει να λειτουργεί ανεξάρτητα από την κατάσταση του μπουτόν έναρξης εκτός αν πατηθεί το μπουτόν λήξης.

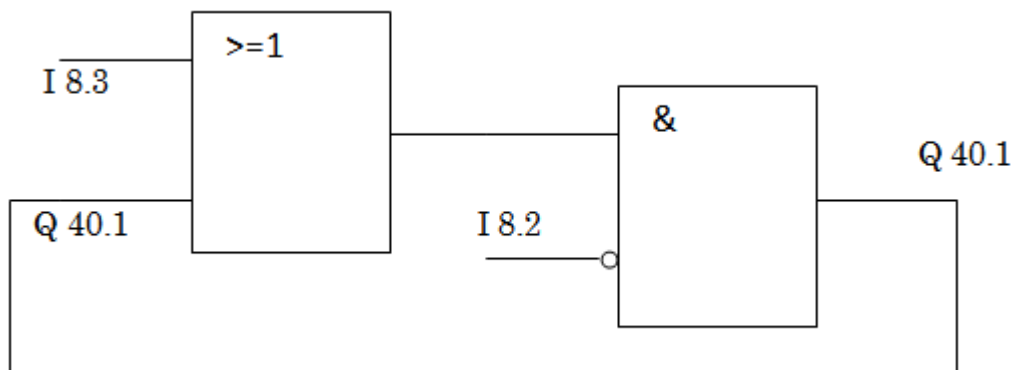
Η απαίτηση αυτή μπορεί να υλοποιηθεί με λίστα εντολών (STL) από την παρακάτω ρουτίνα. Χρησιμοποιείται η γλώσσα προγραμματισμού STEP 5 για τα PLC τύπου Simatic-SIEMENS.

```

SEGMENT 1 0000
0000 :A(
0001 :O I 8.3
0002 :O Q 40.1
0003 :)
0004 :AN I 8.2
0005 := Q 40.1
0006 :
0007 :***

```

Μεταφράζοντας το παραπάνω πρόγραμμα λίστας εντολών σε λογικό διάγραμμα (CSF) έχουμε το εξής διάγραμμα:



Σχήμα 5.3.3. Πρόγραμμα PLC χρησιμοποιώντας λογικό διάγραμμα (CSF) για τη ρουτίνα safe fail του κινητήρα.

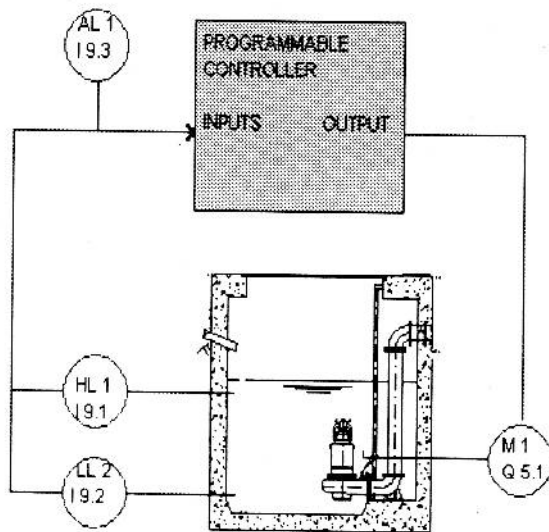
Το πρώτο από αριστερά μπλοκ επιτελεί τη λογική πράξη OR και το δεύτερο τη λογική πράξη AND. Στις εισόδους I8.3 και I8.2 συνδέουμε τα μπουτόν έναρξης και λήξης αντίστοιχα. Στην έξοδο Q40.1 συνδέεται κατάλληλο ρελαί ισχύος για ζεύξη κινητήρων (contactor). Ένα τέτοιο προϊόν φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Ρελαί ισχύος της Siemens για ζεύξη κινητήρων (από [www.siemens.com](http://www.siemens.com))

### Παράδειγμα 3. Έλεγχος αντλιοστασίου με PLC.

Για το αντλιοστάσιο του σχήματος 5.3.4 θέλουμε: Η αντλία να τίθεται σε λειτουργία όταν οι δύο αισθητήρες στάθμης για το χαμηλό και το υψηλό επίπεδο είναι σε κατάσταση ON, ενώ όταν ο αισθητήρας στο χαμηλό επίπεδο είναι OFF ή πατηθεί το Alarm button η αντλία να τίθεται εκτός λειτουργίας. Θεωρούμε τους αισθητήρες στάθμης N.O. (κανονικά δίνουν λογικό σήμα 0) και το Alarm button N.C. (κανονικά δίνει λογικό σήμα 1).



Σχήμα 5.3.4. Έλεγχος αντλιοστασίου με PLC (Πηγή: [1], σελ.471).

Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε συγκεκριμένη περιοχή της μνήμης όπου θα αποθηκεύουμε το λογικό αποτέλεσμα (RLO) και το οποίο θα εξετάζουμε στη συνέχεια ώστε να ενεργοποιούμε (S: Set) ή να απενεργοποιούμε (R: Reset) την έξοδο. Για τη διεύθυνση της μνήμης που φιλοξενεί το RLO μας αναφερόμαστε σε αυτή μέσω του FLAG F40.1.

Το πρόγραμμα που ικανοποιεί τις παραπάνω απαιτήσεις σε STL είναι το εξής:

```

SEGMENT 1 0000
0000 :A I 9.1
0001 :A I 9.2
0002 :S F 40.1           ενεργοποίηση του F40.1 όταν οι αισθητήρες
                        στάθμης είναι και οι δύο ON

0003 :AN I 9.2
0004 :ON I 9.3
0005 :R F 40.1           Απενεργοποίηση του F40.1 αν ο αισθητήρας
                        στάθμης του χαμηλού επιπέδου είναι OFF ή το
                        Alarm button είναι πατημένο (δίνει λογικό σήμα
                        0)

0006 :A F 40.1
0007 :S Q 5.1           Ενεργοποίηση της εξόδου όταν το F40.1 είναι
                        ενεργοποιημένο

0008 :AN F 40.1
0009 :R Q 5.1           Απενεργοποίηση της εξόδου όταν το F40.1 είναι
                        απενεργοποιημένο

```

## 5.4 Χρονικά και καταμετρητές

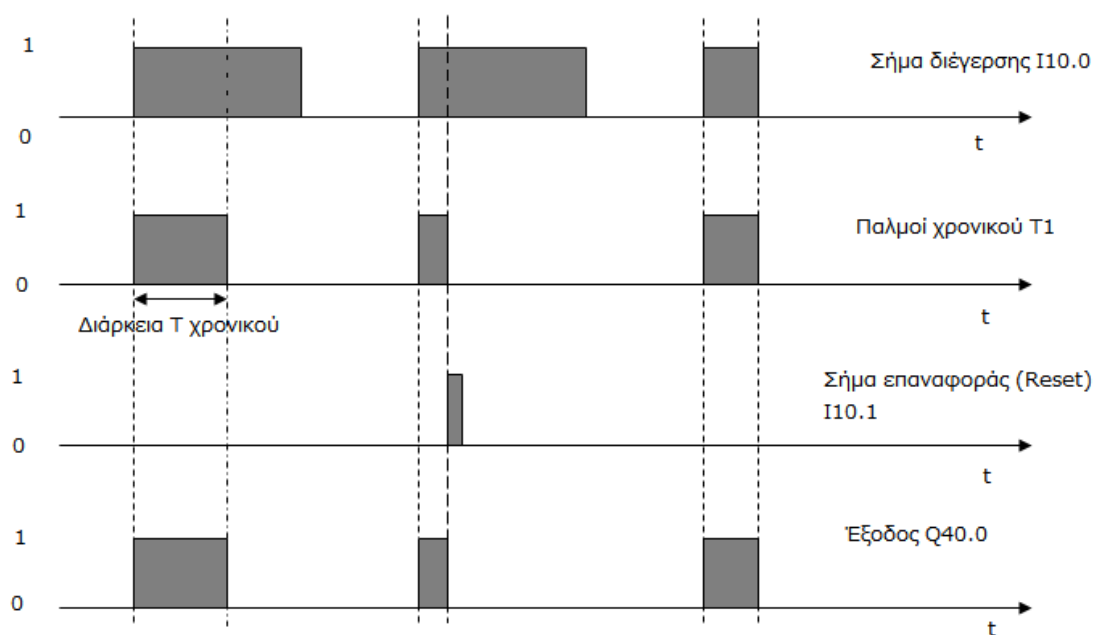
Τα PLC γενικά διαθέτουν πλήθος δυνατοτήτων χάρη στις διάφορες λειτουργίες που παρέχουν όπως είναι τα **χρονικά (timers)** και οι **καταμετρητές**.

### 5.4.1 Χρονικά

Με τα χρονικά μπορούν να δημιουργηθούν παλμοί συγκεκριμένου εύρους και συχνότητας ή να καταγραφεί ο χρόνος της κατάστασης ενός σήματος. Οι συνηθέστεροι τύποι των χρονικών είναι οι εξής:

- **Χρονικά PULSE**

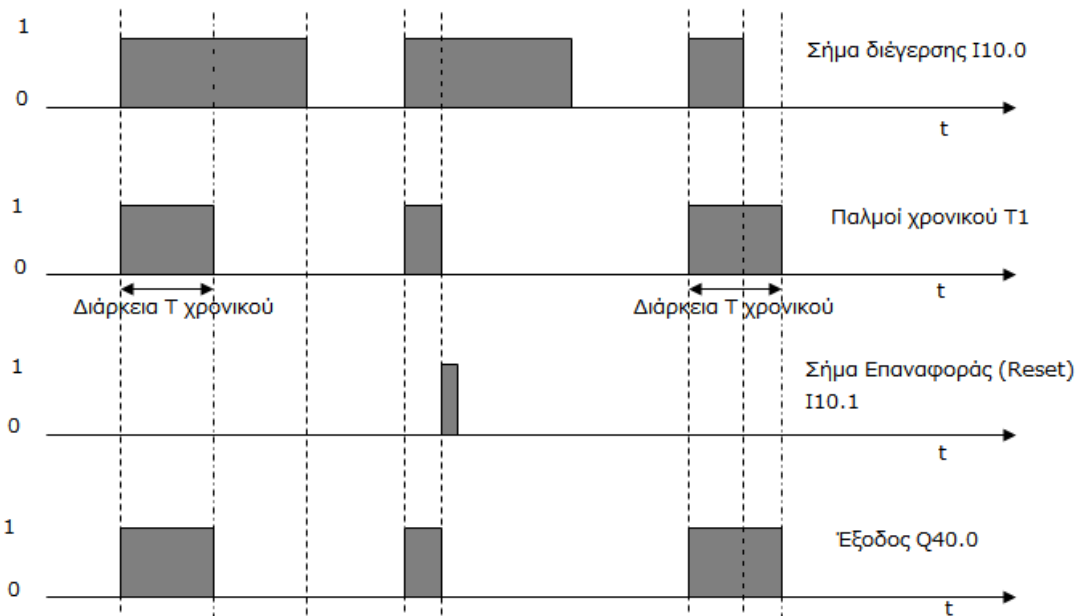
Δημιουργία παλμών των οποίων το εύρος ορίζεται από την τιμή που δίνουμε στο χρονικό, από το παλμικό σήμα διέγερσης καθώς και από το σήμα Reset το οποίο επαναφέρει το χρονικό (το θέτει στην κατάσταση '0') κατά προτεραιότητα. Η θετική ακμή του σήματος διέγερσης ορίζει την έναρξη του χρονικού. Το χρονικό παραμένει στην κατάσταση '1' για τη χρονική διάρκεια που έχει οριστεί στο χρονικό και για όσο το σήμα διέγερσης παραμένει στην κατάσταση '1' και επίσης δεν έχει ενεργοποιηθεί το Reset. Η έξοδος ακολουθεί τους παλμούς του χρονικού. Το διάγραμμα που ακολουθεί δείχνει συνοπτικά αυτή τη λειτουργία.



Σχήμα 5.4.1.1. Λειτουργία του χρονικού τύπου PULSE.

- **Χρονικά EXTENDED PULSE**

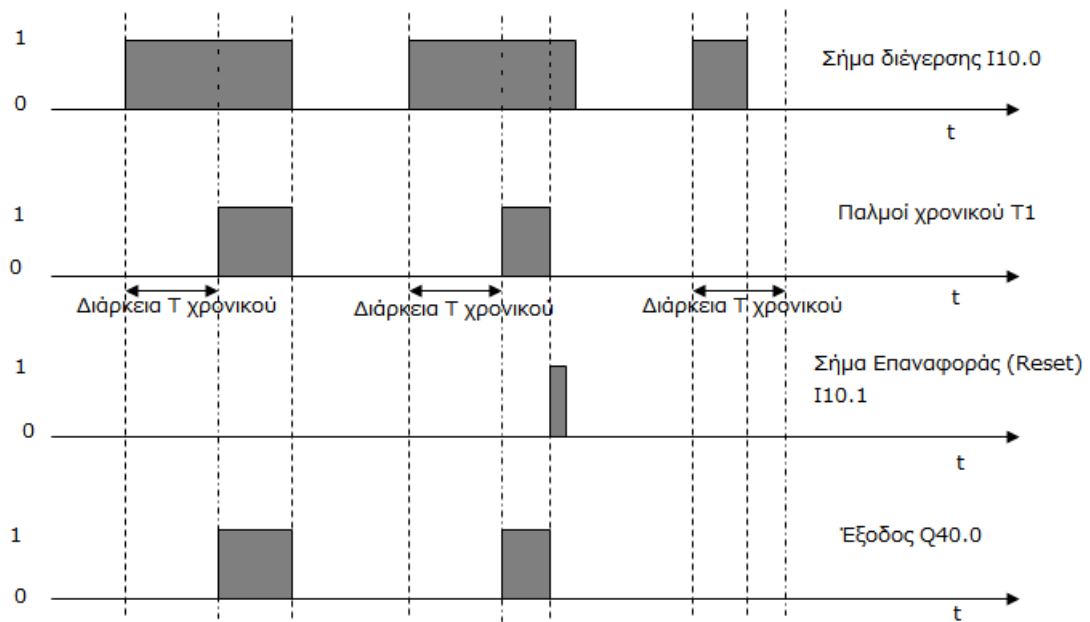
Η λειτουργία αυτού του τύπου χρονικού μπορεί να περιγραφεί όπως και η λειτουργία του χρονικού PULSE με την εξής όμως διαφορά: Το χρονικό παραμένει στην κατάσταση '1' για τη χρονική διάρκεια που έχει οριστεί στο χρονικό ανεξαρτήτως της κατάστασης του σήματος διέγερσης και επίσης αν δεν έχει ενεργοποιηθεί το Reset. Συνοπτικά στο διάγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζεται αυτή η συμπεριφορά.



Σχήμα 5.4.1.2. Λειτουργία του χρονικού τύπου EXTENDED PULSE.

- **Χρονικά ON DELAY**

Το ON DELAY χρονικό λειτουργεί όπως και το χρονικό PULSE μόνο που η έναρξη του παλμού πραγματοποιείται με καθυστέρηση σε σχέση με τη μετάβαση από '0' σε '1' του σήματος διέγερσης κατά το χρονικό διάστημα που έχει τεθεί στο χρονικό. Στο σχήμα 5.4.1.3 δίδεται το διάγραμμα για τη λειτουργία του ON DELAY χρονικού.

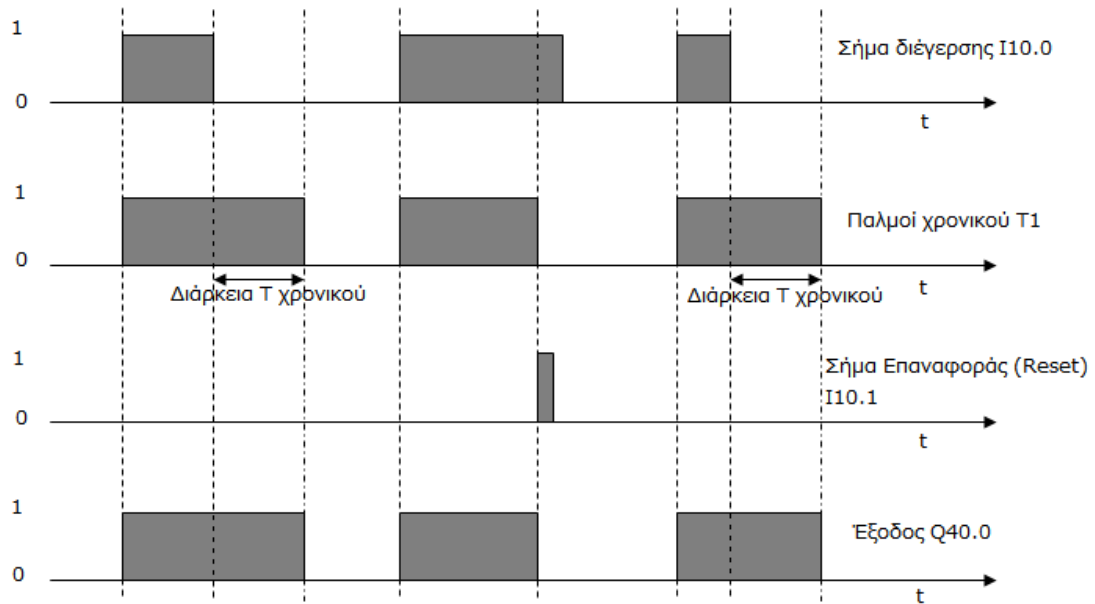


Σχήμα 5.4.1.3. Λειτουργία του ON DELAY χρονικού.

- **Χρονικά OFF DELAY**

Η λειτουργία του OFF DELAY χρονικού είναι η εξής: Με τη θετική ακμή του σήματος διέγερσης I10.0 μεταβαίνει και ο παλμός T1 του χρονικού από το '0' στο '1' και παραμένει εκεί για χρονικό διάστημα που ισούται με τη διάρκεια του παλμού I10.0 συν το χρονικό διάστημα που έχει οριστεί στο χρονικό και εφόσον δεν έχει ενεργοποιηθεί το Reset. Η συμπεριφορά αυτή φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 5.4.1.4.





Σχήμα 5.4.1.4. Λειτουργία του OFF DELAY χρονικού.

### 5.4.2 Καταμετρητές

Οι καταμετρητές είναι ειδικού τύπου καταχωρητές και χρησιμοποιούνται στην αρίθμηση σημάτων, στη μέτρηση των παλμών ενός σήματος κλπ. Για παράδειγμα αυξάνουμε κατά 1 τον καταμετρητή C7 όταν ενεργοποιείται η είσοδος I10.0 με

```
A I 10.0
CU C 7
```

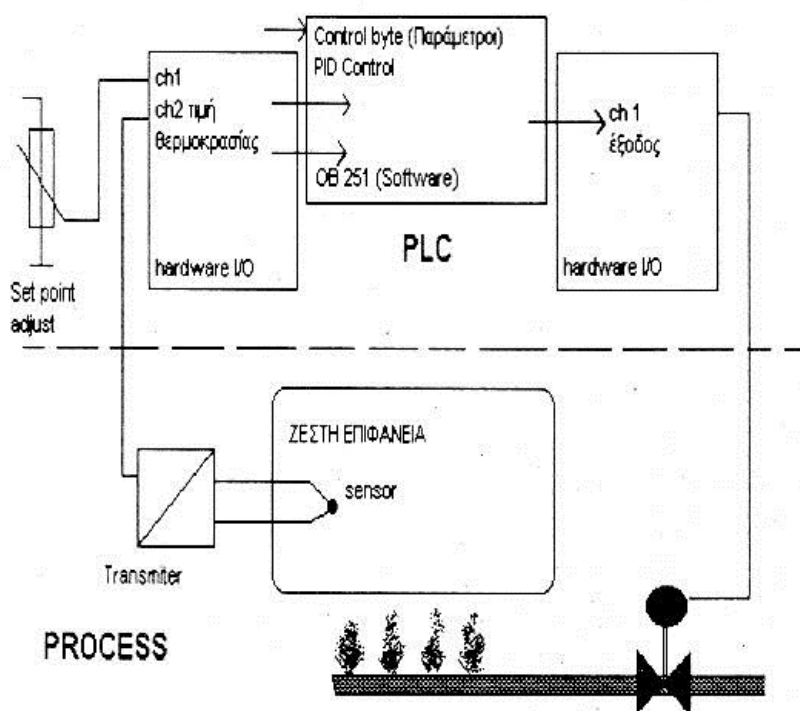
ή τον μειώνουμε κατά 1 αντίστοιχα με

```
A I 10.0
CD C 7
```

## 5.5 Ενσωματωμένο PID λογισμικό σε PLC

Έχουν αναπτυχθεί PLCs που παρέχουν ενσωματωμένο λογισμικό που εκτελεί υπολογισμούς PID (PID control firmware). Αφού σχεδιαστεί ο κατάλληλος PID αυτό που έπεται είναι να οριστούν οι PID παράμετροι στην ειδικά για το σκοπό αυτό περιοχή της μνήμη του PLC.

Ως παράδειγμα θα δώσουμε τον έλεγχο της θερμοκρασίας ενός θαλάμου με την υλοποίηση όπως φαίνεται στο σχήμα 5.5.1.



Σχήμα 5.5.1. Έλεγχος θερμοκρασίας θαλάμου με PLC κάνοντας χρήση του ενσωματωμένου λογισμικού PID (PID control firmware) (Πηγή: [1], σελ. 509).

## 5.6 PLC και συστήματα SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition)

Ένα βασικό χαρακτηριστικό των PLCs είναι η χρήση τους σε συστήματα SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition).

Με τον όρο SCADA αναφερόμαστε κυρίως στον έλεγχο συστημάτων βιομηχανικού τύπου όπου ένας απομακρυσμένος υπολογιστικός σταθμός συλλέγει και επεξεργάζεται δεδομένα από PLCs ή RTUs (Remote Terminal Units) και χρησιμοποιείται για την επιτήρηση και των έλεγχο διαδικασιών.

Ένα σύστημα SCADA αποτελείται συνήθως από τα εξής τμήματα:

- **HMI (Human-Machine Interface)**

Είναι η μονάδα που καθιστά εφικτή την αλληλεπίδραση του χειριστή του συστήματος με τους διάφορους τοπικούς ελεγκτές (PLCs, RTUs) των διαδικασιών (υπό έλεγχο συστήματα, plants).

- **Σύστημα επιτήρησης (Supervisory system)**

Συνήθως πρόκειται για ένα υπολογιστικό σύστημα που συλλέγει δεδομένα από τις υπό έλεγχο διαδικασίες και στέλνει τις ανάλογες εντολές για τον έλεγχο αυτών των διαδικασιών.

- **RTUs (Remote Terminal Units)**

Είναι μονάδες που λαμβάνουν τα αναλογικά σήματα από τις υπό έλεγχο διαδικασίες τα οποία μετατρέπουν σε ψηφιακά και τα στέλνουν στο σύστημα επιτήρησης. Το σύστημα επιτήρησης με τη σειρά του μπορεί να στείλει σε κάποιες RTUs κατάλληλα σήματα για τον έλεγχο των συστημάτων που είναι συνδεδεμένα σε αυτές. Μπορούμε να πούμε ότι οι RTUs αποτελούν τη διεπαφή (interface) μεταξύ των συστημάτων που ελέγχονται και του SCADA συστήματος επιτήρησης. Καλούνται συχνά και με τον όρο **Remote Telemetry Units**. Η λειτουργία τους είναι παρόμοια με αυτή των PLCs χωρίς όμως να διαθέτουν αλγόριθμους ελέγχου καθώς επίσης δεν έχουν τη δυνατότητα να ελέγξουν κάποιο σύστημα σε σχηματισμό κλειστού βρόχου.

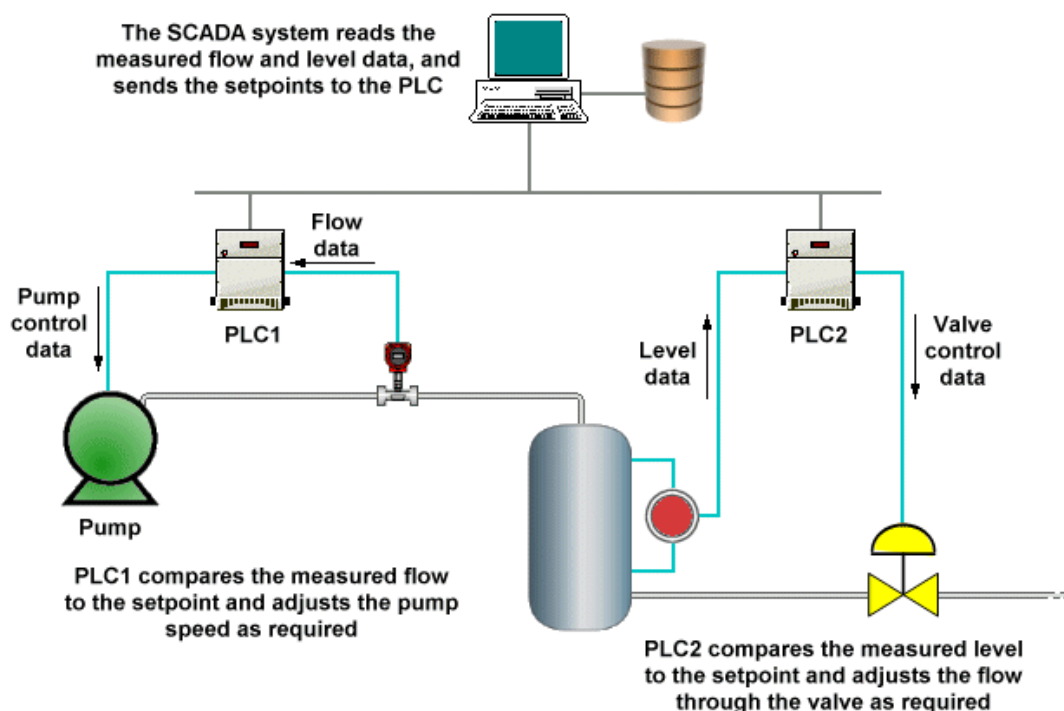
- **PLCs (Programmable Logic Controllers)**

Οικονομικές και ευέλικτες συσκευές ελέγχου.

- **Υποδομή επικοινωνιών**

Όλα τα απαραίτητα στοιχεία για τη σύνδεση του συστήματος επιτήρησης με τις μονάδες RTU και PLC.

Ένα τυπικό σύστημα SCADA είναι αυτό που φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Σχήμα 5.6.1. Ένα τυπικό παράδειγμα SCADA (Πηγή: [19]).

Στο σύστημα SCADA που βλέπουμε στην εικόνα το σύστημα επιτήρησης διαβάζει το μέγεθος της ροής του ρευστού προς την αντλία καθώς και τη στάθμη του ρευστού. Στη συνέχεια από το σύστημα επιτήρησης στέλνονται

τα επιθυμητά σήματα στα δύο PLCs που καθορίζουν τη στάθμη του ρευστού στη δεξαμενή στα επιθυμητά όρια.

Συστήματα SCADA εφαρμόζονται συνήθως *α) σε βιομηχανικές διεργασίες* όπως είναι ο κατασκευαστικός-παραγωγικός τομέας ή η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, *β) στις υποδομές* όπως στον έλεγχο ύδρευσης και λυμάτων ή στη μετάδοση και διανομή της ηλεκτρικής ενέργειας και *γ) σε συστήματα διευκολύνσεων ή σε βοηθητικά συστήματα* όπως είναι ο έλεγχος πολλών συσκευών από μία κονσόλα ελέγχου (environmental control) σε κτήρια ή σε μέσα μεταφοράς.

## 5.7 Το σύστημα GSM στα PLCs

Κάποια άλλη καινοτομία στα PLCs είναι η ενσωμάτωση GSM (Global System for Mobile communications) μόντεμ που επιτρέπει λειτουργίες όπως την αποστολή μετρήσεων σε μήνυμα SMS ή ακόμα και με τη μορφή πακέτων δεδομένων μέσω GPRS (General Packet Radio Service), τη λήψη εντολών μέσω SMS ή μέσω κλήσης, την αναγνώριση εισερχομένων κλήσεων κ.α.



GSM-PLC (από [www.ff-automation.com](http://www.ff-automation.com))

Ένα τέτοιο προϊόν είναι το AutoLog GSM-PLC της FF-Automation.

Το AutoLog GSM-PLC μπορεί επίσης να προγραμματιστεί απομακρυσμένα μέσω δικτύου GSM.

Μια άλλη δυνατότητα του AutoLog GSM-PLC είναι η καταγραφή μετρήσεων στη μνήμη απ' όπου στη συνέχεια οι αποθηκευμένες μετρήσεις μπορούν να κληθούν για αποστολή σε σύστημα SCADA μέσω GPRS. Αυτό επιτρέπει την αποστολή των μετρήσεων χωρίς να είναι απαραίτητη η συνεχόμενη σύνδεση με τον server κι έτσι δεν καταναλώνεται

περιττή ισχύς ειδικά σε εφαρμογές όπου οι απαιτήσεις σε ισχύ είναι αρκετά χαμηλές.

Ακόμη με το GSM-PLC μπορούν να παραχθούν πληροφορίες τύπου alarm όταν για παράδειγμα κάποια μέτρηση υπερβεί ορισμένα όρια. Η πληροφορία αυτή επειδή είναι χρονικά κρίσιμη στέλνεται αμέσως στον SCADA server απ' όπου και προωθείται με τη μορφή κειμένου SMS ή e-mail στους αρμόδιους.

## 5.8 Σύγκριση του PLC σε σχέση με άλλες επιλογές υλοποίησης ελέγχου

Σε βιομηχανικές κυρίως εφαρμογές, όπου η εξαρχής ανάπτυξη και η συντήρηση ενός συστήματος αυτοματισμού κοστίζει πολύ περισσότερο από το ίδιο το σύστημα ή από τα κέρδη που αποφέρει αυτό το σύστημα, τότε τα PLCs προτιμώνται έναντι άλλων υλοποιήσεων όπως η υλοποίηση με μικροελεγκτή.

Οι μονάδες της εισόδου και της εξόδου των PLCs είναι συμβατές με τις περισσότερες διατάξεις οδήγησης των διαφόρων υπό έλεγχο συστημάτων. Επίσης τα απαιτούμενα ηλεκτρικά κυκλώματα για τη συνολική εγκατάσταση είναι αρκετά περιορισμένα αφού τα περισσότερα μέρη της σχεδίασης υλοποιούνται προγραμματιστικά στο PLC. Ένα ακόμα πλεονέκτημα είναι η προσαρμοστικότητά τους σε περιπτώσεις αλλαγής του υπό έλεγχο συστήματος, αφού ο προγραμματισμός μπορεί να γίνει πιο εύκολα. Αυτό συμβαίνει διότι χρησιμοποιούνται συνήθως συγκεκριμένα πακέτα software στον προγραμματισμό των PLCs χωρίς να χρειαστεί να γραφεί επιπλέον κώδικας σε χαμηλότερο επίπεδο για την υλοποίηση των απαιτούμενων λειτουργιών. Ακόμη σε κάποια PLCs μπορούν να χρησιμοποιηθούν μπλοκ διαγράμματα (CSF) επί τόπου δηλαδή μέσω του HMI του PLC.

Σε αρκετές περιπτώσεις όμως οι πιο εξειδικευμένες υλοποιήσεις καθίστανται πιο οικονομικές. Σε αυτές τις περιπτώσεις το κόστος της ανάπτυξης των συστημάτων ελέγχου υπερκαλύπτεται από τα κέρδη που αποφέρουν οι παραγόμενες μονάδες αυτών των συστημάτων ελέγχου. Όταν για παράδειγμα πρόκειται να παραχθούν συστήματα ελέγχου μαζικά, επιλέγοντας την βέλτιστη σε απόδοση και σε κόστος λύση χρησιμοποιώντας τα κατάλληλα εξαρτήματα, τότε αυτή η λύση μπορεί να είναι πιο συμφέρουσα δεδομένου βέβαια ότι αυτή η συνδεσμολογία και το πρόγραμμα κάποιου μικροελεγκτή δεν χρειάζεται να αλλάξει για σχετικά μεγάλο αριθμό προϊόντων (κόστος εργασίας μηχανικού). Έτσι με μικρότερο κόστος παράγονται οι απαιτούμενες μονάδες προϊόντος. Ένα παράδειγμα είναι οι εφαρμογές στα αυτοκίνητα όπου εκατομμύρια μονάδες παράγονται κάθε χρόνο.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 - PID ΕΛΕΓΚΤΕΣ ΠΟΥ ΒΑΣΙΖΟΝΤΑΙ ΣΕ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗΣ

### 6.1 Οι τεχνικές προσαρμογής

Στο κεφάλαιο αυτό θα περιγράψουμε τις τεχνικές που χρησιμοποιούνται για την επίτευξη αυτόματης προσαρμογής των παραμέτρων ενός PID ελεγκτή. Αναφορικά οι τεχνικές αυτές τις οποίες και περιγράφουμε στη συνέχεια, είναι η αυτορρύθμιση, η προσαρμογή και η επιλογή σχεδίου παραμέτρων (gain scheduling).

Να σημειώσουμε ότι οι τεχνικές αυτές δεν μπορούν πάντοτε να διορθώσουν μια μη επιθυμητή συμπεριφορά ενός συστήματος που ελέγχεται από ελεγκτή με σταθερές παραμέτρους.

Αν το σύστημα που ελέγχουμε δεν έχει αρκετά μελετημένη σχεδίαση, π.χ. παρουσιάζει μεγάλους νεκρούς χρόνους, μεγάλες χρονικές σταθερές, μη γραμμικότητες κ.α., τότε θα πρέπει προβούμε σε διορθώσεις του ίδιου του συστήματος ή να επιλέξουμε κάποια διαφορετική διάταξη για τον έλεγχο του συστήματος.

Κάποια άλλη αιτία μη επιθυμητής συμπεριφοράς μπορεί να εντοπίζεται σε αισθητήρες ή ενεργοποιητές. Μπορούν να προκύψουν εσφαλμένα σήματα από αισθητήρες και ενεργοποιητές οι οποίοι παρουσιάζουν σημαντική φθορά ή δεν έχουν εγκατασταθεί σωστά.

Οπότε, σημαντικό είναι, πριν την εφαρμογή τεχνικών προσαρμογής για τη διόρθωση μη επιθυμητών συμπεριφορών να προβούμε σε διαδικασίες αναγνώρισης των συστημάτων και έπειτα σε διάγνωση.

#### 6.1.1 Αυτορρυθμιζόμενοι ελεγκτές

Συνδυάζοντας μεθόδους που προσδιορίζουν τη συμπεριφορά μιας διαδικασίας (π.χ. μέσω μεταβατικών αποκρίσεων ή απόκρισης συχνότητας) με μεθόδους υπολογισμού των παραμέτρων ενός PID ελεγκτή, μπορούμε να έχουμε μεθόδους για αυτόματη ρύθμιση των PID ελεγκτών. Με τον όρο αυτόματη ρύθμιση εννοούμε μια μέθοδο όπου ο ελεγκτής ρυθμίζεται αυτόματα κατ' απαίτηση του χειριστή, πατώντας για παράδειγμα κάποιο μπουτόν ή στέλνοντας κατάλληλη εντολή στον ελεγκτή. Η διαδικασία της αυτόματης ρύθμισης αποτελείται από τα εξής τρία βήματα τα οποία προέρχονται από διαδικασίες χειροκίνητης ρύθμισης των ελεγκτών:

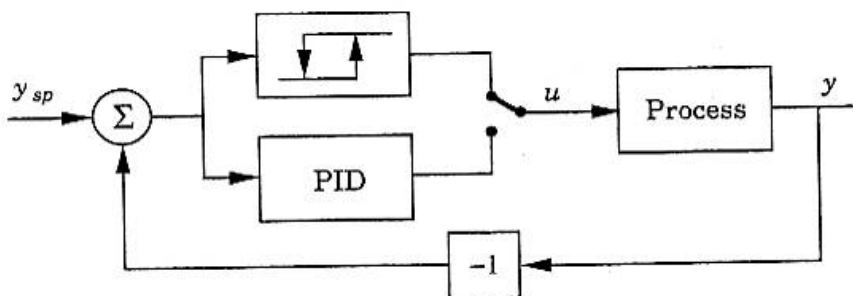
1. Εφαρμογή ή αναμονή για κάποια διέγερση-διαταραχή στο υπό έλεγχο σύστημα π.χ. βηματική συνάρτηση, παλμοί, ημιτονοειδή σήματα ή ενδεχομένως κάποια διαταραχή στο φορτίο.
2. Εκτίμηση της απόκρισης της διέγερσης.
3. Υπολογισμός των παραμέτρων του ελεγκτή.

Η διαδικασία της αυτορρύθμισης μπορεί να υπάρχει εντός των ελεγκτών ή να αποτελεί λειτουργία ξεχωριστών μονάδων-συσκευών.

Εφαρμόζονται δύο προσεγγίσεις στην αυτόματη ρύθμιση. Έχουμε α) τις μεθόδους που βασίζονται στην κατασκευή του μοντέλου της διαδικασίας (model-based methods) όπου και η ρύθμιση βασίζεται σε αυτό το μοντέλο, π.χ. τα χαρακτηριστικά του μοντέλου συλλέγονται από μεταβατικές αποκρίσεις ή αποκρίσεις συχνότητας και β) τις μεθόδους που βασίζονται σε κανόνες (rule-based methods) που έχουν προκύψει από μελέτη και εμπειρία και σχετίζονται με την τήρηση προδιαγραφών όπως τα επιθυμητά όρια για μέγιστη υπερύψωση ή χρόνο αποκατάστασης. Για παράδειγμα, αυξάνοντας το αναλογικό κέρδος ενός PID κατευθυντή αυξάνουμε την ταχύτητα της απόκρισης του συστήματος που ελέγχουμε, ενώ αυτή η αύξηση μπορεί να έχει αρνητικές επιπτώσεις στη σταθερότητα του συστήματος.

### 6.1.1.1 Η μέθοδος relay feedback

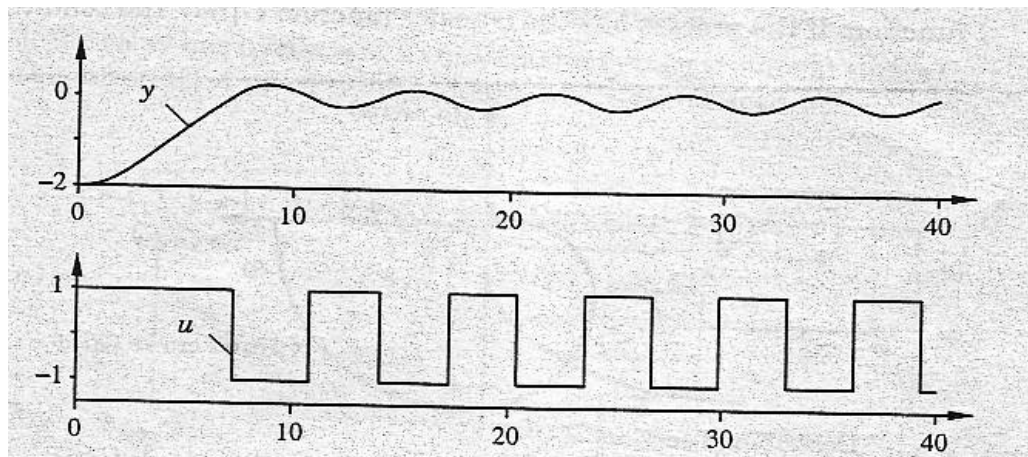
Στην προσέγγιση της αυτόματης ρύθμισης με βάση το μοντέλο που αναφέραμε παραπάνω, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η μέθοδος της απόκρισης συχνότητας για την εξαγωγή των χαρακτηριστικών της υπό έλεγχο διαδικασίας και τον έλεγχο αυτής. Η μέθοδος απόκρισης συχνότητας των Ziegler και Nichols για να μπορέσει να εφαρμοστεί στην αυτόματη ρύθμιση ενός PID ελεγκτή, απαιτεί τη βοήθεια μιας μεθόδου όπου χρησιμοποιείται κλειστός βρόχος με κατάλληλη βαθμίδα που αποτελεί ρελαί με υστέρηση (relay feedback) όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 6.1.1.1.1.



Σχήμα 6.1.1.1.1. PID ελεγκτής με αυτόματη ρύθμιση των παραμέτρων του, κατ' απαίτηση του χειριστή. Στη φάση της ρύθμισης η υπό έλεγχο διαδικασία συνδέεται σε ανάδραση ρελαί (relay feedback) (Πηγή: PID controllers: Theory, Design, and Tuning/K. Åström and T. Hägglund. -- 2nd edition, σελίδα 240).

Ο λόγος που η μέθοδος των Ziegler-Nichols δεν μπορεί να εφαρμοστεί από μόνη της στην αυτόματη ρύθμιση είναι ότι α) πρέπει εκ των προτέρων να γνωρίζουμε ποιά είναι το ακριβές κέρδος  $K_u$  που θα συντηρήσει μια ταλάντωση σταθερού πλάτους στην έξοδο της διαδικασίας και β) σε πραγματικές συνθήκες λειτουργίας, τα χαρακτηριστικά κάποια βαθμίδας πιθανότατα θα αλλάξουν από εξωτερικές διαταραχές ή από θόρυβο και το σύστημα πολύ εύκολα θα οδηγηθεί σε αστάθεια, οπότε εισάγεται και επικινδυνότητα. Με τη βοήθεια του relay feedback επιτυγχάνεται ο προσδιορισμός της ταλάντωσης  $u$  που θα φέρει το σύστημα σε οριακή ευστάθεια με ασφαλή αυτοματοποιημένο τρόπο.

Όταν θέλουμε αυτόματη ρύθμιση του PID ελεγκτή, το σύστημα που ελέγχουμε αποσυνδέεται από τη βαθμίδα PID και συνδέεται στη βαθμίδα του ρελαί με υστέρηση. Στη λειτουργία relay feedback, έχουμε για την είσοδο  $u$  και την έξοδο  $y$  της υπό έλεγχο διαδικασίας τα γραφήματα που ακολουθούν. Υποθέτουμε επίσης για λόγους απλότητας ότι  $y_{sp}=0$ .



Σχήμα 6.1.1.1.2. Έξοδος διαδικασίας  $y$  και έξοδος ρελαί  $u$  σε λειτουργία κλειστού βρόχου relay feedback (Πηγή: PID controllers: Theory, Design, and Tuning/K. Åström and T. Hägglund. -- 2nd edition, σελίδα 37).

Από τις κυματομορφές εισόδου-εξόδου της διαδικασίας (σχήμα 6.1.1.1.2), παρατηρούμε ότι η έξοδος  $y$  τείνει προς τις στάθμες του σήματος εισόδου  $u$ , κινούμενη ημιτονοειδώς και καθυστερημένη ως προς την είσοδο κατά  $\pi$  rads. Με βάση αυτό μπορούμε να πούμε ότι το σύστημα βρίσκεται σε οριακή ευστάθεια και ότι η κυματομορφή  $y$  μας δίνει την περίοδο  $T_u$  (*ultimate period*). Επίσης, από το πλάτος της  $y$  μπορεί να εξαχθεί το κέρδος  $K_u$  (*ultimate gain*). Από αυτές τις τιμές μπορούν τώρα να υπολογιστούν οι παράμετροι του PID ελεγκτή με βάση τη μέθοδο απόκρισης συχνότητας των Ziegler-Nichols. Στη συνέχεια επανασυνδέεται αυτομάτως ο PID ελεγκτής με την εγκατάσταση έχοντας τις νέες παραμέτρους.

Η υστέρηση που εισάγεται στη λειτουργία του ρελαί εξασφαλίζει την ανοχή στο θόρυβο. Χωρίς την υστέρηση μια μικρή ποσότητα θορύβου στην

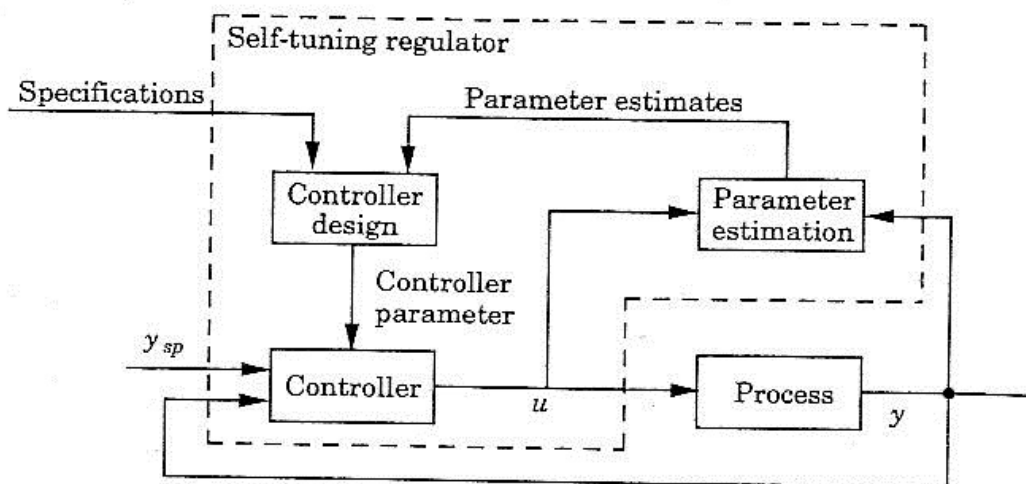


είσοδο του ρελαί θα προκαλούσε την αλλαγή της κατάστασής του. Η υστέρηση είναι μία παράμετρος που είναι δυνατόν να οριστεί αυτόματα μέσω μετρήσεων του επιπέδου του θορύβου. Ακόμη μία παράμετρος που πρέπει να οριστεί είναι το πλάτος του ρελαί, ώστε να εξασφαλίσουμε ότι η ταλάντωση στην έξοδο της διαδικασίας είναι εντός λογικών ορίων.

### 6.1.2 Προσαρμοστικοί ελεγκτές

Με τον όρο του προσαρμοστικού ελέγχου εννοούμε έναν ελεγκτή ο οποίος αλλάζει συνεχώς τις παραμέτρους του ώστε να καλύπτει αλλαγές που προκύπτουν στο ίδιο το σύστημα ή που προέρχονται από εξωτερικούς παράγοντες.

Έχουμε δύο ειδών προσαρμοστικούς ελεγκτές. Τους άμεσους και τους έμμεσους. Στους άμεσους οι παράμετροι αυτών προσαρμόζονται απευθείας από τα δεδομένα που προέρχονται από τη λειτουργία τους σε κλειστό βρόχο. Στους έμμεσους προσαρμοστικούς ελεγκτές υπολογίζονται οι παράμετροι ενός μοντέλου της υπό έλεγχο διαδικασίας ώστε στη συνέχεια να υπολογιστούν οι παράμετροι του κατευθυντή σύμφωνα με γνωστές μεθόδους σχεδίασης (π.χ. μέθοδοι Ziegler-Nichols). Ένα μπλοκ διάγραμμα έμμεσου προσαρμοστικού ελεγκτή φαίνεται στο σχήμα 6.1.2.1.

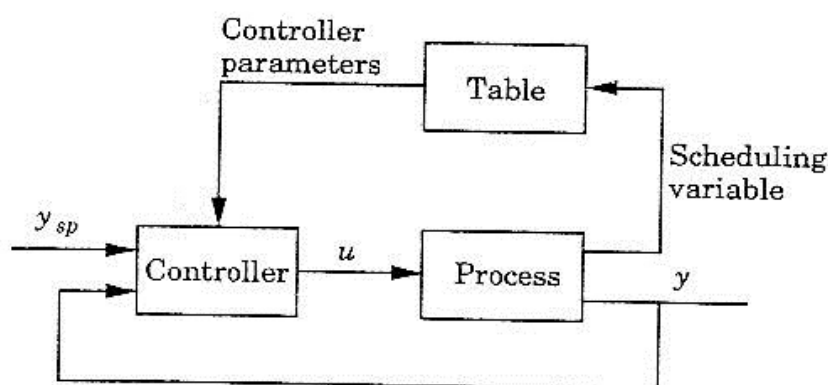


Σχήμα 6.1.2.1. Μπλοκ διάγραμμα έμμεσου προσαρμοστικού ελεγκτή (Πηγή: PID controllers: Theory, Design, and Tuning/K. Åström and T. Hägglund. -- 2nd edition, σελίδα 234).

### 6.1.3 Ελεγκτές επιλογής κατάλληλης δέσμης-σχεδίου παραμέτρων ελέγχου (Gain Scheduling controllers)

Η τεχνική gain scheduling χρησιμοποιείται για τον έλεγχο μη γραμμικών συστημάτων, συστημάτων χρονικά μεταβαλλόμενων, ή σε περιπτώσεις όπου οι απαιτήσεις ελέγχου εξαρτώνται από τις συνθήκες λειτουργίας.

Για τη λειτουργία του gain scheduling πρέπει να οριστούν μία ή περισσότερες μετρήσιμες μεταβλητές: μεταβλητές για την επιλογή της δέσμης παραμέτρων ελέγχου (scheduling variables), οι οποίες να έχουν ένα δυνατό συσχετισμό με τις εκάστοτε καταστάσεις της υπό έλεγχο διαδικασίας. Μια τέτοια μεταβλητή μπορεί να είναι για παράδειγμα η έξοδος του συστήματος, το σήμα ελέγχου ή κάποιο εξωτερικό σήμα. Επειδή ο καθορισμός των παραμέτρων του ελεγκτή με βάση τις μεταβλητές που περιγράψαμε, εμπεριέχει σημαντικές απαιτήσεις από τον μηχανικό-σχεδιαστή, η τεχνική gain scheduling συνδυάζεται με τεχνικές αυτορρύθμισης ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί εύκολα. Το μπλοκ διάγραμμα του σχήματος 6.1.3.1. παρουσιάζει τη λειτουργία ενός ελεγκτή με βάση το gain scheduling.



Σχήμα 6.1.3.1. Μπλοκ διάγραμμα της προσαρμοστικής τεχνικής gain scheduling (Πηγή: PID controllers: Theory, Design, and Tuning/K. Åström and T. Hägglund. -- 2nd edition, σελίδα 235).

Όταν το υπό έλεγχο σύστημα λειτουργεί υπό συγκεκριμένες συνθήκες λειτουργίας, υπολογίζονται οι παράμετροι του ελεγκτή με μια μέθοδο αυτόματης ρύθμισης. Οι παράμετροι αυτοί αποθηκεύονται στη συνέχεια στη μνήμη ως στοιχεία ενός πίνακα. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται ωσότου καλυφθεί το σύνολο των συνθηκών λειτουργίας της εγκατάστασης. Έτσι για τις εκάστοτε συνθήκες λειτουργίας επιλέγεται και εφαρμόζεται η κατάλληλη δέσμη παραμέτρων για τη λειτουργία του ελεγκτή.

## 6.2 Εμπορικά προϊόντα με χαρακτηριστικά τεχνικών προσαρμογής

Ελεγκτές όπως ο Foxboro EXACT (760/761) και ο Alfa Laval Automation ECA400, που φαίνονται στις παρακάτω φωτογραφίες, ενσωματώνουν τεχνικές προσαρμογής όπως αυτές που παρουσιάστηκαν προηγουμένως.



Foxboro EXACT 760 controller



ECA series controller

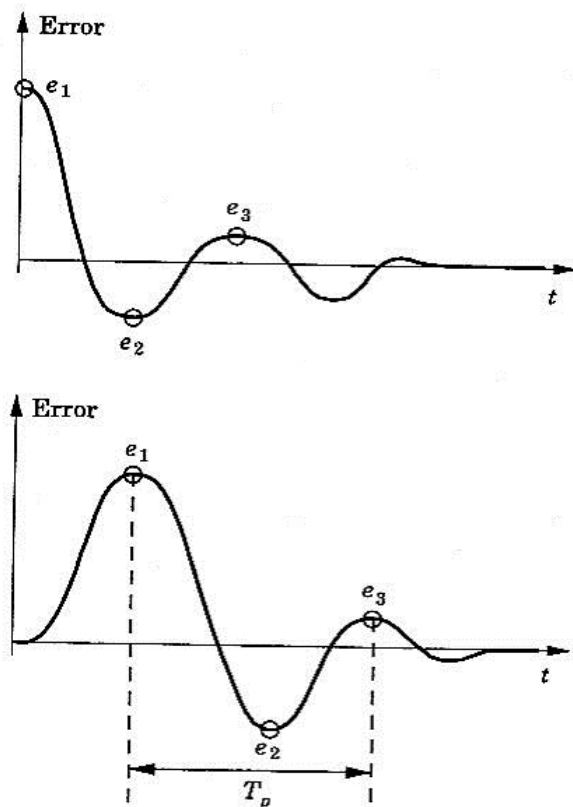
Ακολουθούν σύντομες περιγραφές με τα κύρια σημεία αυτών των δύο ελεγκτών.

### Foxboro EXACT (760/761)

Ο Foxboro EXACT (760/761) χρησιμοποιεί ανάλυση βηματικής απόκρισης για τον καθορισμό των P, I και D παραμέτρων (αυτόματη ρύθμιση). Στη συνέχεια οι παράμετροι αυτοί δύναται να προσαρμόζονται με βάση τις μεταβολές του σήματος αναφοράς (setpoint) ή/και τις διαταραχές φορτίου. Η προσαρμογή αυτή πραγματοποιείται σύμφωνα με προδιαγραφές που εισάγει ο χρήστης. Οι προδιαγραφές αυτές είναι η μέγιστη απόσβεση (damping) και η μέγιστη υπερακόντιση (overshoot), όπου

$$damping = \frac{e_3 - e_2}{e_1 - e_2} \quad \text{και} \quad overshoot = \left| \frac{e_2}{e_1} \right|.$$

Τα σφάλματα  $e_1$  ως  $e_3$  στις αποκρίσεις των διαταραχών του σήματος αναφοράς και του φορτίου, αντιστοιχούν με αυτά που σημειώνονται στα διαγράμματα του σχήματος 6.2.1.

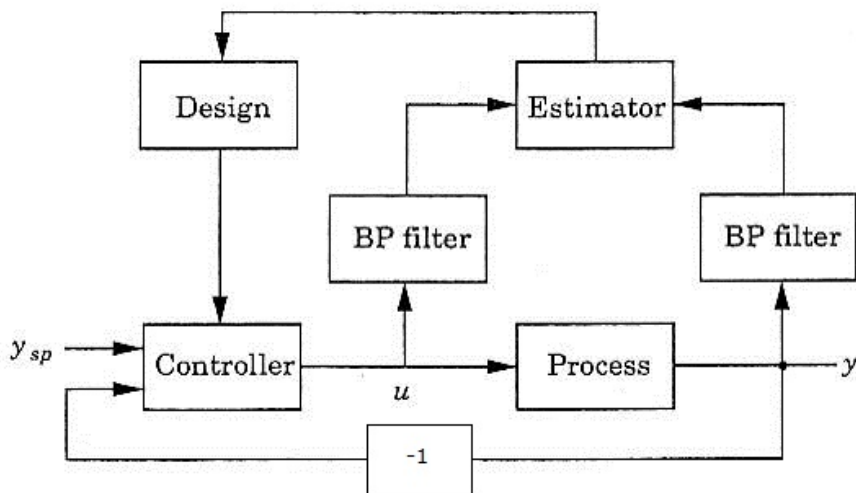


Σχήμα 6.2.1. Διαγράμματα σφαλμάτων στις αποκρίσεις βηματικών μεταβολών του σήματος αναφοράς (setpoint) στο πάνω γράφημα και του φορτίου από κάτω (Πηγή: PID controllers: Theory, Design, and Tuning/K. Åström and T. Hägglund. – 2nd edition, σελίδα 245).

### Alfa Laval Automation ECA400

Ο Alfa Laval Automation ECA400 χρησιμοποιεί αυτόματη ρύθμιση με ρελαί και στη συνέχεια για προσαρμοστικό έλεγχο χρησιμοποιεί μια μέθοδο κατασκευής ενός μοντέλου της εγκατάστασης (model-based method).

Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη συχνότητα  $\omega_o$  από την οποία και εκτιμάται το σημείο  $G_p(i\omega_o)$  του διαγράμματος Nyquist της εγκατάστασης. Η  $\omega_o$  είναι η συχνότητα που προκύπτει από το πείραμα του relay feedback δηλαδή η συχνότητα της απόκρισης της εγκατάστασης η οποία καθιστά την εγκατάσταση οριακά ευσταθή. Το διάγραμμα του σχήματος 6.2.2 δίνει τη λειτουργία του προσαρμοστικού ελέγχου του ECA400.



Σχήμα 6.2.2. Διάγραμμα της διαδικασίας του προσαρμοστικού ελέγχου στον ECA400.

Η είσοδος  $u$  και η έξοδος  $y$  της εγκατάστασης φιλτράρονται από στενής ζώνης διέλευσης φίλτρα με κεντρική συχνότητα την  $\omega_o$ . Η έξοδος των φίλτρων χρησιμοποιείται έπειτα για την εκτίμηση του σημείου  $G_p(i\omega_o)$ .

Στο τμήμα της σχεδίασης, συνήθως επιλέγονται οι PID παράμετροι ώστε να ικανοποιούν τα παρακάτω κριτήρια:

$$G_p(i\omega_o)G_c(i\omega_o) = 0.5e^{-\frac{i135\pi}{180}}$$

και

$$T_i = 4T_d$$

Σε περιπτώσεις όπου η εγκατάσταση εκτιμάται ότι προσεγγίζει σύστημα πρώτης τάξης η παράμετρος D παραλείπεται και χρησιμοποιείται ελεγκτής PI. Η διαδικασία αυτή λειτουργεί αυτόματα και οι PI παράμετροι υπολογίζονται ως εξής:

$$K = \frac{0.5}{|G_p(i\omega_o)|}$$

$$T_i = \frac{4}{\omega_o}$$

Μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί PI ελεγκτής κατ' επιλογή του χειριστή, επιλέγοντας ως μέθοδο σχεδίασης την *dead time* όταν πρόκειται για εγκαταστάσεις που παρουσιάζουν μεγάλη διάρκεια νεκρού χρόνου. Οι διαθέσιμες επιλογές σχεδίασης είναι οι *normal*, *PI* και *dead time*. Επιλέγοντας *dead time* σχεδιάζεται PI ελεγκτής ως εξής:

$$K = \frac{0.25}{|G_p(i\omega_o)|}$$

$$T_i = \frac{1.6}{\omega_o}$$

Ο ECA400 διαθέτει επίσης επιλογή σχεδίου παραμέτρων (gain scheduling) με δυνατότητα αποθήκευσης τριών σχεδίων. Ο χειριστής εδώ μπορεί να επιλέξει το σήμα αναφοράς (scheduling variable) βάσει του οποίου θα επιλέγεται το σχέδιο παραμέτρων. Το σήμα αναφοράς μπορεί να είναι το σήμα ελέγχου, το σήμα που μετράται στην έξοδο της εγκατάστασης, ή κάποιο εξωτερικό σήμα. Η λειτουργία gain scheduling είναι διαθέσιμη μόνο όταν έχει επιλεγεί κάποιο σήμα αναφοράς. Δίδεται ακόμη η δυνατότητα στο χειριστή να ρυθμίσει τις αντιστοιχίες μεταξύ ευρών του σήματος αναφοράς και σχεδίου παραμέτρων.

## Βιβλιογραφία

1. Π.Ν. Παρασκευόπουλος, 2002, *Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου, Βασικές έννοιες με Εφαρμογές*, πρώτη έκδοση.
2. Π.Ν. Παρασκευόπουλος, 2007, *Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου, Θεωρία και Εφαρμογές, Τόμος Α: Σ.Α.Ε. συνεχούς χρόνου*, πρώτη έκδοση.
3. K. Åström and T. Hägglund, 1995, *PID controllers: Theory, Design, and Tuning*, 2nd edition.
4. Τ.Ε.Ι. Πειραιά, 2000. Τμήμα Η/Υ Συστημάτων, Ψηφιακά Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου, *Ελεγκτές PID [online]*. Διαθέσιμο από: <http://gun.teipir.gr/DSAELAB/Ergastiriakes/pidtutorial.pdf> [προσβάσιμο στις 29 Οκτωβρίου 2014].
5. Νικόλαος Α. Πανταζής, 1999, *Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου, Εργαστηριακές Ασκήσεις, Τόμος Α*.
6. *Op Amp PID Controller*, 2004 [online]. Διαθέσιμο από: [http://www.ecircuitcenter.com/Circuits/op\\_pid/op\\_pid.htm](http://www.ecircuitcenter.com/Circuits/op_pid/op_pid.htm) [προσβάσιμο στις 29 Οκτωβρίου 2014].
7. Δρ. Γεώργιος Ν. Φουσκιάκης, 2006, *Σημειώσεις στο μάθημα: Ψηφιακά Συστήματα Ελέγχου, Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα (Τ.Ε.Ι.) Κρήτης, Παράρτημα Χανίων, Τμήμα Ηλεκτρονικής*.
8. *Introduction: Digital controller Design*, 2012 [online]. Διαθέσιμο από: <http://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=Introduction&section=ControlDigital> [προσβάσιμο στις 29 Οκτωβρίου 2014].
9. Tran Tien Lang, 2000, *Ηλεκτρονικά Συστήματα Μετρήσεων*, 2η έκδοση, εκδόσεις Τζιόλα.
10. Wikipedia, the free encyclopedia, 2014. *Zero-order hold [online]*. Διαθέσιμο από: [http://en.wikipedia.org/wiki/Zero-order\\_hold](http://en.wikipedia.org/wiki/Zero-order_hold) [προσβάσιμο στις 30 Οκτωβρίου 2014].
11. Analog Devices, 2007. *Datasheet του AD7533 [online]*. Διαθέσιμο από: [http://www.analog.com/static/imported-files/data\\_sheets/AD7533.pdf](http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/AD7533.pdf) [προσβάσιμο στις 31 Οκτωβρίου 2014].
12. Analog Devices. *Datasheet του AD670 [online]*. Διαθέσιμο από: <http://web.mit.edu/6.111/www/s2004/datasheets/ad670.pdf> [προσβάσιμο στις 31 Οκτωβρίου 2014].
13. M. Morris Mano, 1992, *Ψηφιακή Σχεδίαση*, 2η έκδοση, Παπασωτηρίου, Prentice - Hall International.

14. Silicon Laboratories, 2008. Datasheet του μικροελεγκτή C8051F41x [online]. Διαθέσιμο από: <https://www.silabs.com/support%20documents/technicaldocs/c8051f41x.pdf> [προσβάσιμο στις 31 Οκτωβρίου 2014].
15. Διαδίκτυο: <http://www.plcmanual.com/> [προσβάσιμο στις 30 Οκτωβρίου 2014].
16. Wikipedia, the free encyclopedia, 2014. Programmable logic controller [online]. Διαθέσιμο από: [http://en.wikipedia.org/wiki/Programmable\\_logic\\_controller](http://en.wikipedia.org/wiki/Programmable_logic_controller) [προσβάσιμο στις 30 Οκτωβρίου 2014].
17. Διαδίκτυο: <http://supremeco.wordpress.com/2010/04/05/plc-based-industrial-automationpart-ii/> [προσβάσιμο στις 30 Οκτωβρίου 2014].
18. Διαδίκτυο: <http://lib.znate.ru/docs/index-25970.html> [προσβάσιμο στις 14 Δεκεμβρίου 2014].
19. Supervisory Control and Data Acquisition (SCADA) [online]. Διαθέσιμο από: [http://www.technologyuk.net/telecommunications/industrial\\_networks/scada.shtml](http://www.technologyuk.net/telecommunications/industrial_networks/scada.shtml) [προσβάσιμο στις 30 Οκτωβρίου 2014].
20. Wikipedia, the free encyclopedia, 2014. Remote Terminal Unit [online]. Διαθέσιμο από: [http://en.wikipedia.org/wiki/Remote\\_Terminal\\_Unit](http://en.wikipedia.org/wiki/Remote_Terminal_Unit) [προσβάσιμο στις 30 Οκτωβρίου 2014].
21. FF-Automation, 2013. AutoLog® GSM-PLC Service manual v.1.51 [online]. Διαθέσιμο από: [http://www.ff-automation.com/download/Documents/English/AutoLog\\_Manuals/AutoLog\\_GSM\\_PLC\\_Service\\_Manual.pdf](http://www.ff-automation.com/download/Documents/English/AutoLog_Manuals/AutoLog_GSM_PLC_Service_Manual.pdf) [προσβάσιμο στις 31 Οκτωβρίου 2014].
22. Foxboro®, 1996. Foxboro® EXACT 760 datasheet [online]. Διαθέσιμο από: <http://www.sullivanandsons.com/Files/Products/760datasheet.pdf> [προσβάσιμο στις 6 Νοεμβρίου 2014].
23. ABB Automation, 2000. ECA Process Controllers datasheet [online]. Διαθέσιμο από: [http://das.ufsc.br/~aarc/ensino/graduacao/DAS5901/ECA\\_controlador.pdf](http://das.ufsc.br/~aarc/ensino/graduacao/DAS5901/ECA_controlador.pdf) [προσβάσιμο στις 6 Νοεμβρίου 2014].