



**Τεχνολογικό
Εκπαιδευτικό
Ίδρυμα Κρήτης**

**Σχολή Εφαρμοσμένων
Επιστημών
Τμήμα Ηλεκτρονικών
Μηχανικών**

Πτυχιακή Εργασία

Αντίστροφα Προβλήματα στην Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος

του Θεοδωρίδη Γεώργιου

**Επιβλέπων Καθηγητής
Δρ. Κόκκινος Ευάγγελος**

Χανιά 2014

Περίληψη

Υπάρχουν πολλές περιπτώσεις όπου ένα επιθυμητό σήμα δεν μπορεί να μετρηθεί άμεσα. Η μέτρηση μπορεί να αποδομηθεί από φυσικούς περιορισμούς της πηγής σήματος ή/και από την ίδια συσκευή μέτρησης. Το αποκτηθέν σήμα είναι ένας μετασχηματισμός του επιθυμητού σήματος. Η αντιστροφή των μετασχηματισμών αυτών αποτελεί το αντικείμενο της παρούσας πτυχιακής εργασίας. Στα κεφάλαια θα δούμε πολλά αντίστροφα προβλήματα και διάφορες μεθόδους υλοποίησης της αναστροφής ή της διαδικασίας ανάκτησης. Οι μέθοδοι διαφέρουν ως προς την ικανότητα να ασχολούνται με τους ειδικούς περιορισμούς που υπάρχουν σε κάθε εφαρμογή. Ο στόχος της εργασίας αυτής είναι να παρουσιάσει τις βασικές προσεγγίσεις της αντιστροφής και την ανάκτηση του σήματος. Κάθε κεφάλαιο επικεντρώνεται σε μια συγκεκριμένη περιοχή εφαρμογής και περιγράφει τις κατάλληλες μεθόδους για την εν λόγω περιοχή.

Abstract

There are many situations where a desired signal cannot be measured directly. The measurement might be degraded by physical limitations of the signal source and/or by the measurement device itself. The acquired signal is thus a transformation of the desired signal. The inversion of such transformations is the subject of this graduation project. In the following chapters we will review several inverse problems and various methods of implementation of the inversion or recovery process. The methods differ in the ability to deal with the specific limitations present in each application. The goal of this project is to present the basic approaches of inversion and signal recovery. Each chapter focuses on a particular application area and describes the appropriate methods for that area.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1

Ανάκτηση σήματος από επιμέρους πληροφορίες

1.1 Εισαγωγή.....	9
1.2 Διατύπωση του προβλήματος ανάκτησης σήματος.....	11
1.3 Ελάχιστες λύσεις τετραγώνου.....	18
1.4 Ανάκτηση σήματος με χρήση προβολής σε κυρτά σύνολα	27
1.5 Μέθοδοι βασισμένοι σε σειρά.....	31
1.6 Μέθοδοι με βάση τον αποκλεισμό.....	34
1.7 Αποκατάσταση εικόνας χρησιμοποιώντας POCS.....	36
Αναφορές.....	43

Κεφάλαιο 2

Αλγόριθμοι για την Αξονική τομογραφία

2.1 Εισαγωγή.....	47
2.2 Πρόβλημα ανασυγκρότησης.....	47
2.3 Μέθοδοι μετακίνησης.....	48
2.4 Φιλτραρισμένη οπίσθια προβολή.....	49
2.5 Μέθοδος Linogram.....	51
2.6 Μέθοδοι επέκτασης με σειρά.....	54
2.7 Αλγεβρικές τεχνικές ανασυγκρότησης.....	55
2.8 Προσδοκία μεγιστοποίησης	58
2.9 Σύγκριση της εμφάνισης των αλγόριθμων	60
2.10 Επιπλέον ανάγνωση.....	62
Αναφορές.....	62

Κεφάλαιο 3

Αντίστροφα προβλήματα στη Στατιστική Μηχανική

3.1 Ιστορικό.....	64
3.2 Αντίστροφα προβλήματα σε DSP.....	65
3.3 Αναλογίες με στατιστική μηχανική.....	67
3.4 Προσομοιωμένη διαδικασία ανόπτησης.....	75
Αναφορές.....	80

Κεφάλαιο 4

Αντίστροφα προβλήματα σε Array Processing

4.1 Εισαγωγή.....	82
4.2 Θεωρία ιστορικού.....	83
4.3 Συστοιχία στενής ζώνης.....	88
4.4 Ευρυζωνικοί πίνακες.....	92
4.5 Αντίστροφη μαθηματική μοντελοποίηση για την Επεξεργασία Συστοιχίας.....	97
4.6 Αποτελέσματαπροσομοίωσης.....	103
4.7 Περίληψη.....	112
Αναφορές	112

Κεφάλαιο 5

Εξισορρόπηση καναλιώνως τακτοποίηση αντίστροφου προβλήματος

5.1 Εισαγωγή.....	114
5.2 Μοντέλο καναλιού διακριτού χρόνου με σύμβολα και παρεμβολές.....	115
5.3 Κανάλι εξίσωσης φιλτραρίσματος.....	118
5.4 Κανονικοποίηση.....	119
5.5 Προσαρμοστικό φιλτράρισμα διακριτού χρόνου.....	123
5.6 Αριθμητικά αποτελέσματα.....	130
5.7 Συμπέρασμα.....	130
Αναφορές	131

Κεφάλαιο 6

Αντίστροφα προβλήματα σε διατάξεις μικροφώνων

6.1 Εισαγωγή από-αντήχησης (De-reverberation) με τη χρήση μικροφωνικής διάταξης.....	132
6.2 Απλοί Διαμορφωτές Δέσμης Καθυστέρησης-Αθροίσματος.....	136
6.3 Προσαρμοσμένο Φιλτράρισμα.....	149
6.4 Διοφαντικό Αντίστροφο Φιλτράρισμα με τη Χρήση του πολλαπλού μοντέλου Εισόδου-Εξόδου.....	153
6.5 Αποτελέσματα Αναγνώριση ομιλητή.....	155
6.6 Περίληψη.....	162
Αναφορές.....	163

Κεφάλαιο 7

Αλγόριθμοι ραντάρ συνθετικού ανοίγματος

7.1 Εισαγωγή.....	166
7.2 Διαμόρφωση Εικόνας	174
7.3 Ενίσχυση εικόνας SAR	181
7.4 Αυτόματη Ανίχνευση και Κατηγοριοποίηση Αντικειμένων στην Αποτύπωση SAR.....	185
Αναφορές	189

Κεφάλαιο 8

Αλγόριθμοι επαναληπτικής αποκατάστασης εικόνας

8.1 Εισαγωγή.....	191
8.2 Αλγόριθμοι Επαναληπτικής Ανάκτησης.....	193
8.3 Χωρικά Αμετάβλητη Αποικοδόμηση.....	194
8.4 Διατύπωση πίνακα-διανύσματος.....	200
8.5 Πίνακας-διάνυσμα και Αναπαραστάσεις Διακριτής Συχνότητας.....	202
8.6 Σύγκλυση.....	203
8.7 Χρήση των Περιορισμών Μέθοδος προβολής πάνω σε κυρτά σύνολα.....	206
8.8 Κατηγορίες Επαναληπτικών Αλγορίθμων Υψηλότερου Βαθμού	208
8.9 Άλλες μορφές $\Phi(x)$	209
8.10 Συζήτηση.....	219
Αναφορές.....	220

Εισαγωγή

Υπάρχουν πολλές περιπτώσεις όπου ένα επιθυμητό σήμα δεν μπορεί να μετρηθεί άμεσα. Η μέτρηση μπορεί να αποδομηθεί από φυσικούς περιορισμούς της πηγής σήματος and/οραπό την ίδια συσκευή μέτρησης. Το σήμα που αποκτήθηκε είναι έτσι μια μετατροπή του επιθυμητού σήματος. Η αντιστροφή των μετασχηματισμών αυτών αποτελεί το αντικείμενο του παρόντος τμήματος. Στα επόμενα κεφάλαια θα αναθεωρήσουμε πολλά αντίστροφα προβλήματα και διάφορες μεθόδους υλοποίησης της αναστροφής ή της διαδικασίας ανάκτησης. Οι μέθοδοι διαφέρουν ως προς την ικανότητα να ασχολούνται με τους ειδικούς περιορισμούς που υπάρχουν σε κάθε εφαρμογή. Για παράδειγμα, ο πρότερος περιορισμός της μη αρνητικότητας είναι σημαντικός για την αποκατάσταση εικόνας, αλλά όχι τόσο για την προσαρμοστική επεξεργασία συστοιχίας. Ο στόχος των ακόλουθων κεφαλαίων είναι να παρουσιάσει τις βασικές προσεγγίσεις της αντιστροφής και την ανάκτηση του σήματος. Κάθε κεφάλαιο επικεντρώνεται σε μια συγκεκριμένη περιοχή εφαρμογής και περιγράφει τις κατάλληλες μεθόδους για την εν λόγω περιοχή. Το κεφάλαιο 1 δίνει κριτική για το βασικό πρόβλημα της ανάκτησης σήματος. Η ιδέα της προβολής σε κυρτά σύνολα (POCs) εισάγεται ως μια κομψή λύση στο πρόβλημα ανάκτησης σήματος. Η συμπερίληψη των γραμμικών και μη γραμμικών περιορισμών απευθύνεται. Η μέθοδος POCs δείχνεται να είναι ένα υποσύνολο της συνολικής θεωρητικής προσέγγισης στην εκτίμηση του σήματος. Η εφαρμογή της εικόνας της αποκατάστασης περιγράφεται λεπτομερώς.

Το κεφάλαιο 2 παρουσιάζει μεθόδους για να ανακατασκευάσει το εσωτερικό των αντικειμένων από τα δεδομένα που συλλέγονται με βάση την ακτινοβολία που έχει μεταδοθεί ή εκπέμπεται. Το πρόβλημα εμφανίζεται σε ένα ευρύ φάσμα των τομέων εφαρμογής. Συζητούνται οι αλγόριθμοι υπολογιστή που χρησιμοποιείται για την επίτευξη των αναπαραστάσεων. Οι βασικές τεχνικές της ανοικοδόμησης εικόνας από τις προβλέψεις κατατάσσονται σε « Μέθοδοι Μετατροπής»

(συμπεριλαμβανομένων των « Φιλτραρισμένη Προβολή» και τις «Μεθόδους Linogram») και « Μέθοδοι Επέκτασης σειράς» (συμπεριλαμβανομένων, ιδίως, των « Τεχνικές Αλγεβρικής Ανασυγκρότησης» και η μέθοδος της «Μεγιστοποίησης προσδοκίας»). Επιπλέον, δίνεται μια σύγκριση των επιδόσεων των διαφόρων αλγορίθμων για υπολογιστική τομογραφία.

Στο κεφάλαιο 3, παρουσιάζεται μια υπολογιστική προσέγγιση σε 3-D (τρισεδιάστατη) αποκατάσταση. Το πρόβλημα είναι να ληφθούν υψηλής ανάλυσης συντεταγμένες του 3-D στοιχείων όγκου (voxels) από παρατηρήσεις των αντίστοιχων 2-D στοιχείων εικόνας (pixels). Το πρόβλημα τίθεται ως ένα συνδυαστικό πρόβλημα βελτιστοποίησης και δανείζεται από την κατανόησή μας της στατιστικής μηχανικής, δείχνουμε πώς να προσαρμοστεί το εργαλείο της προσομοιωμένης ανόπτησης για

την επίλυση αυτού του προβλήματος. Αυτή η μέθοδος είναι ιδιαίτερα δεκτική σε παράλληλη και κατανεμημένη επεξεργασία.

Η επεξεργασία πίνακα χρησιμοποιεί πολλαπλούς αισθητήρες για τη βελτίωση της λήψης σήματος μειώνοντας τις επιδράσεις των παρεμβαλλόμενων σημάτων που προέρχονται από διαφορετικές χωρικές θέσεις. Οι αλγόριθμοι επεξεργασίας πίνακα εφαρμόζονται γενικά μέσω πινάκων στενής και ευρείας ζώνης, τα οποία συζητούνται στο κεφάλαιο 4. Γίνεται κριτική δύο κλασικών προσεγγίσεων, δηλαδή διαγραφέα sidelobe και διαμορφωτές δέσμης Frost. Οι αλγόριθμοι αυτοί διαμορφώνονται ως ένα αντίστροφο πρόβλημα και παρέχεται μια επαναληπτική προσέγγιση για την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος που προκύπτει. Στο κεφάλαιο 5 εξετάζεται η σχέση μεταξύ της εξισορρόπησης καναλιού επικοινωνίας και της αναστροφής ενός γραμμικού συστήματος εξισώσεων. Μια διευθετημένη μέθοδος αντιστροφής είναι μια διαδικασία αντιστροφής στην οποία κυριαρχεί ο θόρυβος μέσα στο ανακαινισμένο σήμα που είναι εξασθενημένο. Η εξισορρόπηση καναλιού είναι η διαδικασία που μειώνει τις επιδράσεις ενός καναλιού στο δέκτη ενός συστήματος επικοινωνίας. Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται μια μέθοδος διευθέτησης της εξίσωσης καναλιού. Αν και υπάρχουν πολλοί τρόποι για να επιτευχθεί αυτό, η μέθοδος που παρουσιάζεται χρησιμοποιεί γραμμικά και προσαρμοστικά φίλτρα, που κάνει την μετάβαση στην αντιστροφή μήτρας δυνατή.

Η απόκριση ενός ακουστικού περιβλήματος είναι, σε γενικές γραμμές, μία -μη ελάχιστης φάσης- λειτουργία και επομένως δεν είναι αντιστρέψιμη. Στο κεφάλαιο 6, θα συζητήσουμε τεχνικές που χρησιμοποιούν συστοιχίες μικροφώνων που προσπαθούν να ανακτήσουν σήματα ομιλίας υποβαθμισμένα από την επίδραση του φιλτραρίσματος των ακουστικών περιβλημάτων είτε από την περίπου ή ακριβώς "αντιστροφή" στην απάντηση δωματίου. Ο σκοπός τέτοιων συστημάτων είναι να αναγκάσει την παλμική απόκριση του συνολικού συστήματος, μετά την απόκλιση, να είναι μια λειτουργία ώθησης. Οι τεχνικές φιλτραρίσματος (που προσεγγίζουν αυτή την ιδανική περίπτωση) και η αντιστροφή μέθοδος φιλτραρίσματος Diophantine (μια τεχνική που παρέχει ένα ακριβές αντίστροφο) συζητούνται λεπτομερώς.

Ένα ραντάρ συνθετικού ανοίγματος (SAR) είναι ένας αισθητήρας ραντάρ που παρέχει ανώτερη ανάλυση με αζιμούθιο, με εκείνο που επιτυγχάνεται με την πραγματική ακτίνα από τη σύνθεση με μεγάλη κίνηση από το άνοιγμα της πλατφόρμας. Το κεφάλαιο 7 παρουσιάζει μια επισκόπηση των βασικών στοιχείων της φαινομενολογίας SAR και τους σχετικούς αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται για να σχηματίσουν την εικόνα του ραντάρ και να το ενισχύσουν. Το κεφάλαιο ξεκινά με μια επισκόπηση των εφαρμογών SAR, την ιστορική εξέλιξη, τη θεμελιώδη φαινομενολογία, και μια έρευνα των σύγχρονων συστημάτων SAR.

Παρουσιάζει επίσης παραδείγματα των εικόνων SAR. Αυτό ακολουθείται από μια συζήτηση από τις βασικές αρχές του σχηματισμού εικόνας SAR που ξεκινά με την πλευρά του να κοιτάζει ραντάρ, εξελίσσεται σε αόριστες SAR, και τελειώνει με εστιασμένες SAR. Ακολουθεί μία συζήτηση με τεχνικές βελτίωσης της εικόνας SAR, όπως τα φίλτρα πολωσιμετρικής λεύκανσης. Τέλος, προσφέρεται μια σύντομη συζήτηση της αυτόματης ανίχνευσης στόχου και των τεχνικών ταξινόμησης. Στο κεφάλαιο 8, παρουσιάζεται η κατηγορία των επαναληπτικών αλγορίθμων αποκατάστασης. Τέτοιοι αλγόριθμοι παρέχουν λύσεις στο πρόβλημα ανάκτησης ενός αρχικού σήματος ή εικόνας από μία θορυβώδη και θολή παρατήρηση της. Η κατάσταση αυτή συναντάται σε μια σειρά σημαντικών εφαρμογών, που κυμαίνονται από την αποκατάσταση των εικόνων που λαμβάνονται από το διαστημικό τηλεσκόπιο Hubble για την αποκατάσταση των συμπιεσμένων εικόνων. Οι διαδοχικές μέθοδοι προσέγγισης αποτελούν τη βάση του υλικού που παρουσιάστηκε σε αυτή την ενότητα.

Το δείγμα των εφαρμογών και των μεθόδων που περιγράφονται στο κεφάλαιο αυτό εννοείται ότι είναι αντιπροσωπευτικό του μεγάλου όγκου των εργασιών που εκτελούνται σε αυτό το πεδίο. Δεν υπάρχει καμία αξίωση πληρότητας, τυχόν παραλείψεις σημαντικών συντελεστών ή άλλα λάθη είναι αποκλειστική ευθύνη του τμήματος σύνταξης, καθώς και όλες οι συνεισφορές οφείλονται αποκλειστικά και μόνο στους συγγραφείς του κεφαλαίου.

1

Ανάκτηση σήματος από επιμέρους πληροφορίες

1.1 Εισαγωγή

Η ανάκτηση σήματος υπήρξε ένας ενεργός τομέας της έρευνας για εφαρμογές σε πολλούς διαφορετικούς επιστημονικούς κλάδους. Ένας βασικός λόγος για τη διερεύνηση της σκοπιμότητας της ανάκτησης σήματος οφείλεται στους περιορισμούς που επιβάλλονται από τη φυσική συσκευή με την ποσότητα των δεδομένων που μπορεί κανείς να καταγράψει. Για παράδειγμα, για περίθλαση-περιορισμένων συστημάτων, το πεπερασμένο μέγεθος ανοίγματος του φακού περιορίζει την ποσότητα πληροφοριών συχνότητας που μπορούν να συλληφθούν. Η υποβάθμιση της εικόνας οφείλεται στην εξασθένηση των συνιστωσών υψηλής συχνότητας με αποτέλεσμα την απώλεια των στοιχείων και άλλων πληροφοριών υψηλής συχνότητας. Με άλλα λόγια, το πεπερασμένο μέγεθος ανοίγματος του φακού δρα σαν ένα βαθυπερατό φίλτρο για τα δεδομένα εισόδου. Σε ορισμένες περιπτώσεις, η ποιότητα των δεδομένων της καταγεγραμμένης εικόνας μπορεί να βελτιωθεί με τη δημιουργία μίας πιο δαπανηρής συσκευής καταγραφής, αλλά πολλές φορές η απαιτούμενη συνθήκη για αποδεκτή ποιότητα των δεδομένων είναι φυσικώς απραγματοποίητο ή υπερβολικά δαπανηρό. Άλλες φορές η ανάκτηση του σήματος μπορεί να είναι απαραίτητη για την καταγραφή ενός μοναδικού γεγονότος που δεν μπορεί να αναπαραχθεί με πιο ιδανικές συνθήκες εγγραφής.

Μερικές από τις πρώτες εργασίες για την ανάκτηση του σήματος περιλαμβάνει το έργο του Sondhi [1] και Slepian [2] σχετικά με την ανάκτηση εικόνων από θαμπή κίνηση και Helstrom [3] σχετικά με την αποκατάσταση ελάχιστων τετραγώνων. Ένα δείγμα από μερικούς αλγόριθμους ανάκτησης σήματος που εφαρμόζεται σε διαφορετικούς τύπους προβλημάτων μπορούν να βρεθούν στο [4-21]. Περαιτέρω ανάγνωση περιλαμβάνει τα άλλα τμήματα σε αυτό το βιβλίο, το κεφάλαιο 15 της

Ψηφιακής Επεξεργασίας Σήματος: Video, ομιλία, ήχος, και τα σχετικά πρότυπα, και την εκτεταμένη λίστα των αναφορών που παρέχονται από όλους τους συγγραφείς. Το απλό μοντέλο υποβάθμισης του σήματος που περιγράφεται στην επόμενη ενότητα αποδεικνύεται ότι είναι μία χρήσιμη εκπροσώπηση για πολλά διαφορετικά προβλήματα που αντιμετωπίζονται στην πράξη. Μερικά παραδείγματα που μπορούν να διαμορφωθούν χρησιμοποιώντας το γενικό παράδειγμα της ανάκτησης του σήματος εικόνας, περιλαμβάνουν αποκατάσταση, ανακατασκευή εικόνας, υπολογισμοί του φάσματος, και σχεδιασμό του φίλτρου. Διακρίνουμε μεταξύ της αποκατάστασης εικόνας, η οποία σχετίζεται με την ανάκτηση εικόνων με βάση μια μετρημένη διαστρεβλωμένη εκδοχή της αρχικής εικόνας, και της ανακατασκευής της εικόνας, η οποία αναφέρεται πιο συχνά για ιατρική απεικόνιση, όπου η εικόνα είναι ανακατασκευασμένη από ένα σύνολο από έμμεσες μετρήσεις, συνήθως προβολές. Για πολλές από τις εφαρμογές ανάκτησης σήματος, είναι επιθυμητό να επεκτείνουμε ένα σήμα έξω από ένα γνωστό διάστημα. Επεκτείνοντας ένα σήμα στο χωρικό ή χρονικό τομέα θα μπορούσε να οδηγήσει σε βελτίωση της φασματικής ανάλυσης και εφαρμόζεται σε προβλήματα όπως η εκτίμηση του φάσματος ισχύος, ραδιο αστρονομίας, ανίχνευση στόχων ραντάρ, και γεωφυσική έρευνα. Το διπλό πρόβλημα, προεκτείνοντας το σήμα στο πεδίο της συχνότητας, επίσης γνωστό ως αποτέλεσμα υπερέκφρασης, σε βελτιωμένη χωρική ή χρονική ανάλυση και είναι επιθυμητό σε πολλά προβλήματα αποκατάστασης εικόνας. Όπως θα φανεί αργότερα, οι τυποποιημένες τεχνικές αντίστροφου φιλτραρίσματος δεν είναι σε θέση να επιλύσουν το σήμα εκτίμησης πέρα από το όριο περίθλασης που επιβάλλεται από τη φυσική διάταξη μετρήσεως.

Το παρατηρούμενο σήμα είναι αποικοδομημένο από το αρχικό σήμα τόσο από την συσκευή μέτρησης, καθώς και τις εξωτερικές συνθήκες. Εκτός από το μετρημένο, παραμορφωμένο σήμα εξόδου μπορεί να έχουμε κάποιες πρόσθετες πληροφορίες σχετικά με τα ακόλουθα: το σύστημα μέτρησης και τις εξωτερικές συνθήκες, όπως ο θόρυβος, καθώς και κάποια προηγούμενη γνώση για το επιθυμητό σήμα να αποκατασταθεί ή να ανακατασκευαστεί. Για να παραχθεί μια καλή εκτίμηση του αρχικού σήματος, θα πρέπει να επωφεληθούμε από όλες τις διαθέσιμες πληροφορίες.

Αν και οι αλγόριθμοι ανάκτησης δεδομένων που περιγράφονται εδώ εφαρμόζονται γενικά σε οποιοδήποτε τύπο δεδομένων, αντλούμε περισσότερες από τις τεχνικές που βασίζονται σε δύο διαστάσεων δεδομένα εισόδου για εφαρμογές επεξεργασίας εικόνας. Για τις περισσότερες περιπτώσεις, είναι εύκολο να προσαρμοστούν οι αλγόριθμοι για άλλους τύπους δεδομένων. Τα παραδείγματα των τεχνικών ανάκτησης δεδομένων για διαφορετικές εισόδους απεικονίζονται στα άλλα τμήματα αυτού του βιβλίου, καθώς και στο κεφάλαιο 15 της Ψηφιακής Επεξεργασίας Σήματος: Video, Ομιλία, ήχος, και τα σχετικά πρότυπα για την αποκατάσταση της

εικόνας. Το υλικό σε αυτή την ενότητα απαιτεί κάποιες βασικές γνώσεις της γραμμικής άλγεβρας, όπως διαπιστώθηκε στο [22]. Το τμήμα 25.2 παρουσιάζει το μοντέλο υποβάθμισης του σήματος και διαμορφώνει το πρόβλημα ανάκτησης σήματος. Οι πρόωρες προσπάθειες ανάκαμψης σήματος με βάση αντίστροφο φιλτράρισμα παρουσιάζονται στην Ενότητα 25.3. Η έννοια της προβολής στα επάνω κυρτά σύνολα (POCS) περιγράφεται στην ενότητα 25.4 και μας επιτρέπει να εισαχθεί μία προηγούμενη γνώση σχετικά με το αρχικό σήμα με τη μορφή γραμμικών καθώς και μη γραμμικών περιορισμών στον αλγόριθμο ανάκτησης. Τα θεωρητικά σκευάσματα θα μας επιτρέψουν να σχεδιάσουμε αλγόριθμους ανάκτησης που είναι εξαιρετικά ευέλικτοι και ισχυροί. Οι ενότητες 25,5 και 25,6 παρουσιάζουν κάποιους βασικούς αλγορίθμους POCS και το τμήμα 25,7 παρουσιάζει έναν αλγόριθμο POCS για την αποκατάσταση εικόνας, καθώς και κάποια αποτελέσματα. Οι αλγόριθμοι που παρουσιάζονται εδώ ως δείγμα δεν σκοπεύουν να είναι εξαντλητικοί και ο αναγνώστης ενθαρρύνεται να διαβάσει τις υπόλοιπες ενότητες του παρόντος κεφαλαίου, καθώς και τις αναφορές για περισσότερες λεπτομέρειες.

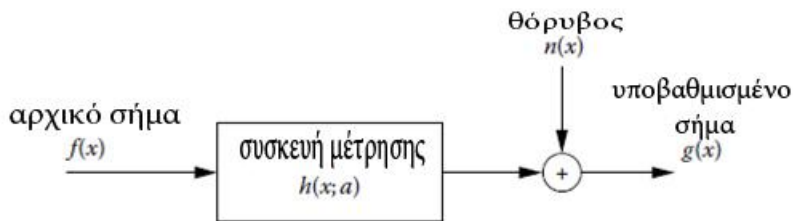
1.2 Διατύπωση του προβλήματος ανάκτησης σήματος

Η ανάκτηση του σήματος μπορεί να θεωρηθεί ως μία διαδικασία εκτίμησης στην οποία οι λειτουργίες πραγματοποιούνται σε ένα παρατηρούμενο σήμα προκειμένου να εκτιμηθεί το ιδανικό σήμα που θα παρατηρούταν εάν καμία υποβάθμιση δεν ήταν παρούσα. Για να σχεδιάσουμε ένα σύστημα ανάκτησης σήματος αποτελεσματικά, είναι απαραίτητος ο χαρακτηρισμός των αποτελεσμάτων αποικοδόμησης του συστήματος φυσικής μετρήσεως. Η βασική ιδέα είναι να μοντελοποιήσουμε τις επιπτώσεις της υποβάθμισης του σήματος όσο το δυνατόν ακριβέστερα και να εκτελέσουμε εργασίες για να αναιρέσουμε τις υποβαθμίσεις και να αποκατασταθεί το σήμα. Όταν η υποβάθμιση δεν μπορεί να μοντελοποιηθεί επαρκώς, ακόμα και οι καλύτεροι αλγόριθμοι δεν θα αποφέρουν ικανοποιητικά αποτελέσματα. Για πολλές εφαρμογές, το σύστημα αποικοδόμησης υποτίθεται ότι είναι γραμμικό και μπορεί να μοντελοποιηθεί ως μία αναπόσπαστη εξίσωση Fredholm πρώτου είδους που εκφράζεται ως:

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x; a)f(a)da + n(x). \quad (25.1)$$

Αυτή είναι η γενική περίπτωση για ένα μονοδιάστατο σήμα, όπου f και g είναι τα πρωτότυπα και μετρημένα σήματα, αντιστοίχως, το n αντιπροσωπεύει το θόρυβο, και $h(x;a)$ είναι η παλμική απόκριση ή η απόκριση του συστήματος μετρήσεων σε έναν παλμό σε συντονισμένο a . * Ένα διάγραμμα που απεικονίζει το γενικό μονοδιάστατο σήμα

* Αυτό αντιστοιχεί στην περίπτωση κρουστικής απόκρισης.



EIKONA 25,1 Σχηματικό διάγραμμα του προβλήματος ανάκτησης σήματος.

Σύστημα αποκωδόμεσης δείχνεται στο Σχήμα 25.1. Για εφαρμογές επεξεργασίας εικόνας, έχουμε τροποποιήσει αυτή την εξίσωση στην διδιάστατη περίπτωση, δηλαδή,

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y; a, b) f(a, b) da db + n(x, y). \quad (25.2)$$

Ο χειριστής αποκωδόμεσης h συνήθως αναφέρεται ως μια συνάρτηση εξάπλωσης σημείου (PSF) σε εφαρμογές απεικόνισης, επειδή στην οπτική, το h είναι η μετρούμενη απόκριση ενός συστήματος απεικόνισης σε ένα σημείο του φωτός.

Ο μετασχηματισμός Fourier του PSF $h(x, y)$ συμβολίζεται ως $H(w_x, w_y)$ είναι γνωστός ως η λειτουργία οπτικής μεταφοράς (OTF) και μπορεί να εκφραστεί ως

$$\mathcal{H}(w_x, w_y) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} h(x, y) \exp(-i(w_x x + w_y y)) dx dy}{\iint_{-\infty}^{\infty} h(x, y) dx dy}. \quad (25.3)$$

Η απόλυτη τιμή του OTF είναι γνωστή ως η συνάρτηση μεταφοράς διαμόρφωσης. Μια συνηθισμένη οπτική συστήματος σχηματισμού της εικόνας είναι ένα κυκλικός

λεπτός φακός. Το πρόβλημα ανάκτησης θεωρείται κακό όταν μια μικρή αλλαγή στην παρατηρούμενη εικόνα, g , οδηγεί σε μια μεγάλη αλλαγή στο διάλυμα, f . Τα περισσότερα προβλήματα ανάκτησης σήματος είναι στην πράξη λάθος. Η συνεχής έκδοση του συστήματος αποικοδόμησης για δύο διαστάσεων σήματα που διαμορφώνεται στην Εξίσωση 25.2, μπορεί να εκφραστεί σε διακριτή μορφή, αντικαθιστώντας τα συνεχή επιχειρήματα με συστοιχίες των δειγμάτων σε δύο διαστάσεις, δηλαδή,

$$g(i,j) = \sum_m \sum_n h(i,j;m,n)f(m,n) + n(i,j). \quad (25.4)$$

Είναι βολικό για σκοπούς ανάκτησης εικόνας να παρουσιάσουμε το διακριτό σκεύασμα που δίνεται στην Εξίσωση 25.4 ως ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων που εκφράζονται ως

$$\mathbf{g} = \mathbf{Hf} + \mathbf{n}, \quad (25.5)$$

όπου

g , f και n είναι οι λεξικογραφικές εκδοχές που στοιβάζονται σε σειρά των διακριτοποιημένων εκδόσεων του g , f , και n στην εξίσωση 25.4.

H είναι η μήτρα που αποτελείται από υποβάθμιση της PSF.

Η ενότητα αυτή παρουσιάζει μια γενική εικόνα ορισμένων από τις τεχνικές που προτείνονται για την εκτίμηση f όταν το πρόβλημα ανάκτησης μπορεί να μοντελοποιηθεί από την Εξίσωση 25.5. Εάν δεν υπάρχει εξωτερικός θόρυβος ή σφάλμα μέτρησης και το σύνολο των εξισώσεων είναι συνεπές, η εξίσωση 25.5 μειώνει σε

$$\mathbf{g} = \mathbf{Hf}. \quad (25.6)$$

Δεν είναι συνήθως η περίπτωση, ότι ένα πρακτικό σύστημα μπορεί να περιγράφεται από την Εξίσωση 25.6. Σε αυτή την ενότητα, θα εστιάσουμε σε αλγόριθμους ανάκτησης όπου μια εκτίμηση της λειτουργίας στρέβλωσης είναι γνωστή πως αντιπροσωπεύεται από τη μήτρα H . Για τα προβλήματα αποκατάστασης, όπου τόσο το επιθυμητό σήμα, f , και ο χειριστής της υποβάθμισης, H , είναι άγνωστες, αναφέρονται σε άλλα κεφάλαια αυτού του βιβλίου.

Για τα περισσότερα συστήματα, η μήτρα υποβάθμισης H είναι εξαιρετικά δομημένη και αρκετά αραιά. Ο όρος προσθετικού θορύβου οφείλεται σε σφάλματα μέτρησης και εξωτερικές και εσωτερικές πηγές θορύβου αντιπροσωπεύονται από το διάνυσμα n . Με την πρώτη ματιά, η λύση στο πρόβλημα αποκατάστασης σήματος φαίνεται να είναι απλή, βρείτε το αντίστροφο του πίνακα H για να λύσει για το άγνωστο διάνυσμα f . Αποδεικνύεται ότι η λύση δεν είναι τόσο απλή, διότι στην πράξη η υποβάθμιση του χειριστή είναι συνήθως κακός κλιματισμός ή έλλειψη τάξης και το πρόβλημα των ασυνεπειών ή του θορύβου πρέπει να αντιμετωπιστεί. Άλλα προβλήματα που μπορεί να προκύψουν περιλαμβάνουν υπολογιστική πολυπλοκότητα, λόγω των εξαιρετικά μεγάλων διαστάσεων πρόβλημα ειδικά για εφαρμογές επεξεργασίας εικόνας. Οι αλγόριθμοι που περιγράφονται εδώ προσπαθούν να αντιμετωπίσουν αυτά τα ζητήματα για το γενικό πρόβλημα ανάκτησης σήματος που περιγράφεται από την Εξίσωση 25.5.

1.2.1 Ωοειδείς σφαιροειδείς κυματοσυναρτήσεις

Εισάγουμε το πρόβλημα της ανάκτησης του σήματος εξετάζοντας ένα μονοδιάστατο, γραμμικό, χρονικά αναλλοίωτο σύστημα που μπορεί να εκφραστεί ως

$$g(x) = \int_{-T}^{+T} f(\alpha)h(x - \alpha)d\alpha, \quad (25.7)$$

όπου

$g(x)$ είναι το παρατηρούμενο σήμα

$f(a)$ είναι το επιθυμητό σήμα των πεπερασμένων στήριξης στο διάστημα $(-T, +T)$

$h(x)$ χαρακτηρίζει τον χειριστή της υποβάθμισης

Υποθέτοντας ότι ο χειριστής αποικοδόμηση σε αυτήν την περίπτωση είναι ένα ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο, h μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά ως

$$h(x) = \frac{\sin(x)}{x}. \quad (25.8)$$

Για τη συγκεκριμένη αυτή περίπτωση, είναι δυνατόν να επιλυθούν για το ακριβές σήμα $f(x)$ με επιμήκεις σφαιροειδείς λειτουργίες σήματος [23]. Το κλειδί για την επιτυχή επίλυση για f έγκειται στο γεγονός ότι οι επιμήκεις σφαιροειδείς κυματοσυναρτήσεις είναι οι ιδιοσυναρτήσεις της αναπόσπαστης εξίσωσης που

εκφράζεται από την Εξίσωση 25.7 με την Εξίσωση 25.8 ως φορέα αποδόμησης. Η σχέση αυτή εκφράζεται ως

$$\int_{-T}^{+T} \psi_n(\alpha) \frac{\sin(x - \alpha)}{x - \alpha} d\alpha = \lambda_n \psi_n(x), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (25.9)$$

όπου

$\psi_n(x)$ είναι τα επιμήκη σφαιροειδή κυματοσυναρτήσεις

λ_n είναι οι αντίστοιχες ιδιοτιμές

Ένα κρίσιμο χαρακτηριστικό των επιμηκών σφαιροειδών κυματοσυναρτήσεων είναι ότι είναι πλήρεις ορθογώνιες βάσεις στο διάστημα $(-\infty, +\infty)$ καθώς και το χρονικό διάστημα $(-T, +T)$, δηλαδή

R_{mn}^{-1}

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n(x) \psi_m(x) dx = \begin{cases} 1, & \text{if } n = m, \\ 0, & \text{if } n \neq m, \end{cases} \quad (25.10)$$

και

$$\int_{-T}^{+T} \psi_n(x) \psi_m(x) dx = \begin{cases} \lambda_n, & \text{if } n = m, \\ 0, & \text{if } n \neq m. \end{cases} \quad (25.11)$$

Αυτό επιτρέπει τις συναρτήσεις $g(x)$ και $f(x)$ να εκφράζονται ως ανάπτυγμα σε σειρά:

$$g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \psi_n(x), \quad (25.12)$$

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} d_n \psi_{Ln}(x), \quad (25.13)$$

όπου $\psi_{L_n}(x)$ είναι η ωσειδής σφαιροειδή λειτουργίες περικοπεί στο διάστημα $(-T, T)$. Οι συντελεστές

c_n και d_n δίνονται από

$$c_n = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)\psi_n(x)dx \quad (25.14)$$

και

$$d_n = \frac{1}{\lambda_n} \int_{-T}^T f(x)\psi_n(x)dx. \quad (25.15)$$

Αν αντικαταστήσουμε τις επεκτάσεις σειράς που δίνονται από τις εξισώσεις 25.12 και 25.13 σε 25.7 εξίσωση, παίρνουμε

$$\begin{aligned} g(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} c_n \psi_n(x) \\ &= \int_{-T}^{+T} \left[\sum_{n=0}^{\infty} d_n \psi_{L_n}(\alpha) \right] h(x - \alpha) d\alpha \end{aligned} \quad (25.16)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} d_n \left[\int_{-T}^{+T} \psi_n(\alpha) h(x - \alpha) d\alpha \right]. \quad (25.17)$$

Συνδυάζοντας αυτό το αποτέλεσμα με την εξίσωση 25.9,

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n \psi_n(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n d_n \psi_n(x), \quad (25.18)$$

όπου

$$c_n = \lambda_n d_n, \quad (25.19)$$

Και

$$d_n = \frac{c_n}{\lambda_n}. \quad (25.20)$$

Θα πάρουμε μια ακριβή λύση για το άγνωστο σήμα $f(x)$ με την αντικατάσταση της Εξίσωσης 25.20 σε 25.13 εξίσωση, δηλαδή,

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_n}{\lambda_n} \psi_{Ln}(x). \quad (25.21)$$

Επομένως, θεωρητικά, είναι δυνατό να λάβουμε την ακριβή εικόνα $f(x)$ από την εικόνα με περιορισμένη περίθλαση, $g(x)$, χρησιμοποιώντας επιμήκεις σφαιροειδείς κυματοσυναρτήσεις. Οι δυσκολίες της ανάκτησης σήματος γίνονται περισσότερο εμφανείς όταν εξετάζουμε την απλή υπόθεση με περιορισμένη διάθλαση σε σχέση με ωειδείς σφαιροειδείς κυματοσυναρτήσεις όπως περιγράφεται στην Εξίσωση 25.21. Το πεπερασμένο μέγεθος ενός ανοίγματος περιορισμένης περίθλασης μεταφράζεται σύστημα ιδιοτιμές λ_n το οποίο επιδεικνύει μια βήμα-βήμα απόκριση; Δηλαδή, οι διάφορες μεγαλύτερες ιδιοτιμές είναι περίπου το ένα ακολουθούμενο από μια διαδοχή των ιδιοτιμών που γρήγορα θα πέσουν στο μηδέν. Η λύση που δόθηκε από την Εξίσωση 25.21 θα είναι εξαιρετικά ευαίσθητη στο θόρυβο για μικρό λ_n ιδιοτιμές. Ως εκ τούτου, για το γενικό πρόβλημα που εκπροσωπείται στο διανυσματικό χώρο από την Εξίσωση 25.5, ο χειριστής H υποβάθμισης έχει λάθος κλιματισμό ή ανεπαρκή βαθμό λόγω των μικρών ή μηδενικών ιδιοτιμών, και μια απλή αντίστροφη λειτουργία δεν θα αποφέρει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Πολλοί αλγόριθμοι έχουν προταθεί για να βρεθεί μια συμβιβαστική λύση μεταξύ ακριβής μη θαμπάδας και ενίσχυση του θορύβου. Αυτές οι τεχνικές περιλαμβάνουν φιλτράρισμα Wiener και ψευδοαντίστροφο φιλτράρισμα. Έχουμε ξεκινήσει επισκόπηση των τεχνικών ανάκτησης σήματος εξετάζοντας μερικές από τις

μεθόδους που εμπίπτουν στην κατηγορία των προσεγγίσεων που βασίζονται στη βελτιστοποίηση.

1.3 Λύσεις ελαχίστων τετραγώνων

Οι πρώτες απόπειρες προς την ανάκτηση του σήματος βασίζονται στην ιδέα της αναστροφής του διαχειριστή αποκωδόμησης να αποκατασταθεί το επιθυμητό σήμα. Επειδή σε πρακτικές εφαρμογές, το σύστημα θα έχει συχνά λάθος κλιματισμό, πολλά προβλήματα μπορεί να προκύψουν. Συγκεκριμένα, η πληροφορία σήματος με υψηλή λεπτομέρεια μπορεί να καλυφθεί από το θόρυβο παρατήρησης, ή ένα μικρό ποσό του θορύβου παρατήρησης μπορεί να οδηγήσει σε μια εκτίμηση που περιέχει πολύ μεγάλες ψευδείς συνιστώσες υψηλής συχνότητας. Ένα άλλο πιθανό πρόβλημα με την προσέγγιση αυτή είναι ότι για μια τάξη με ανεπάρκεια του φορέα αποκωδόμησης, οι ιδιοτιμές που έχουν εκτιμηθεί μηδενικά δεν μπορεί να αναστραφούν. Επομένως, η γενική αντίστροφη προσέγγιση φιλτραρίσματος δεν θα είναι σε θέση να επιλύσει το επιθυμητό σήμα πέρα από το όριο περίθλασης που επιβάλλεται από την συσκευή μέτρησης. Με άλλα λόγια, αναφερόμενοι στην περιγραφή του χώρου του φορέα, τα δεδομένα που έχουν μηδενιστεί από τις ιδιοτιμές που έχουν εκτιμηθεί μηδενικά δεν μπορούν να ανακτηθούν.

1.3.1 Φιλτράρισμα Wiener

Το φιλτράρισμα Wiener συνδυάζει το αντίστροφο φιλτράρισμα με εκ των προτέρων γνώση στατιστικών για το θόρυβο και το άγνωστο σήμα [24], προκειμένου να ασχοληθεί με τα προβλήματα που συνδέονται με το κακό κλιματιζόμενο σύστημα. Η παλμική απόκριση του φίλτρου αποκατάστασης επιλέγεται ώστε να ελαχιστοποιήσει το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE), όπως ορίζεται από

$$\varepsilon_f = E\{(\mathbf{f} - \hat{\mathbf{f}})^2\} \quad (25.22)$$

όπου

$\hat{\mathbf{f}}$ δηλώνει την εκτίμηση του ιδανικού σήματος \mathbf{f}
 $E\{\cdot\}$ δηλώνει την αναμενόμενη τιμή

Η εκτίμηση του φιλτραρίσματος Wiener εκφράζεται ως

$$\mathbf{H}_W^{-1} = \frac{\mathbf{R}_{ff}\mathbf{H}^T}{\mathbf{H}\mathbf{R}_{ff}\mathbf{H}^T + \mathbf{R}_{nn}} \quad (25.23)$$

όπου \mathbf{R}_{ff} και \mathbf{R}_{nn} είναι οι μήτρες συνδιακύμανσης των \mathbf{f} και \mathbf{n} , αντιστοίχως, και \mathbf{f} και \mathbf{n} υποτίθεται ότι είναι ασυσχέτιστες; δηλαδή,

$$\mathbf{R}_{ff} = E\{\mathbf{f}\mathbf{f}^T\}, \quad (25.24)$$

$$\mathbf{R}_{nn} = E\{\mathbf{n}\mathbf{n}^T\}, \quad (25.25)$$

και

$$\mathbf{R}_{fn} = \mathbf{0}. \quad (25.26)$$

Ο εκθέτης T στις παραπάνω εξισώσεις υποδηλώνει τη μεταφορά. Το φιλτράρισμα Wiener μπορεί επίσης να εκφράζεται στον τομέα Fourier ως

$$\mathcal{H}_W^{-1} = \frac{\mathcal{H}^* S_{ff}}{|\mathcal{H}|^2 S_{ff} + S_{nn}} \quad (25.27)$$

όπου

S υποδηλώνει την φασματική πυκνότητα ισχύος

ο εκθέτης $*$ υποδηλώνει το συζυγή μιγαδικό

\mathcal{H} δηλώνει το μετασχηματισμό Fourier του H

Σημειώστε ότι όταν η ισχύς του θορύβου είναι μηδέν, το φίλτρο Wiener μειώνει στο ανάστροφο φίλτρο; Δηλαδή,

$$\mathcal{H}_W^{-1} = \mathcal{H}^{-1}. \quad (25.28)$$

Το φίλτρο Wiener προσεγγίζει για την ανάκτηση του σήματος υποθέτοντας ότι τα φάσματα ισχύος είναι γνωστά για το σήμα εισόδου και το θόρυβο. Επίσης, η προσέγγιση αυτή υποθέτει ότι η εξεύρεση λύσης ελαχίστων τετραγώνων που βελτιστοποιούν την εξίσωση 25.22, έχει νόημα. Για την περίπτωση της επεξεργασίας εικόνας, έχει αποδειχθεί, και ειδικότερα στο πλαίσιο της συμπίεσης εικόνας, ότι η mse δεν προβλέπει υποκειμενική ποιότητα εικόνας [25]. Πολλοί αλγόριθμοι επεξεργασίας σήματος βασίζονται στο παράδειγμα λιγότερων τετραγώνων, επειδή οι λύσεις είναι ανιχνεύσιμες και, στην πράξη, τέτοιες προσεγγίσεις έχουν παράγει μερικά χρήσιμα αποτελέσματα. Ωστόσο, προκειμένου να καθοριστεί μια πιο ουσιαστική μετρική βελτιστοποίηση στο σχεδιασμό των αλγορίθμων επεξεργασίας εικόνας, θα πρέπει να ενσωματώσουμε ένα ανθρώπινο οπτικό μοντέλο στο σχεδιασμό αλγορίθμου. Στον τομέα της κωδικοποίησης της εικόνας, πολλά συστήματα κωδικοποίησης βασισμένα σε κριτήρια αντίληψης έχουν αποδειχθεί ότι παράγουν βελτιωμένα αποτελέσματα επί συστημάτων που βασίζονται στην μεγιστοποίηση του σήματος-προς-θόρυβο (SNR) ή στην ελαχιστοποίηση mse [25]. Ομοίως, η προσέγγιση του φιλτραρίσματος Wiener δεν θα παράγει αναγκαστικά μια εκτίμηση που μεγιστοποιεί την αντιληπτή εικόνα ή την ποιότητα του σήματος. Ένας άλλος περιορισμός της προσέγγισης του φίλτρου Wiener είναι ότι το διάλυμα δεν θα είναι απαραίτητο να είναι συνεπές με οποιαδήποτε γνώση εκ των προτέρων σχετικά με τα επιθυμητά χαρακτηριστικά σήματος. Επιπλέον, η προσέγγιση του φίλτρου Wiener δεν επιλύει το επιθυμητό σήμα πέρα από το όριο περίθλασης που επιβάλλεται από το σύστημα μέτρησης. Για περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με το φιλτράρισμα Wiener και τις διάφορες εφαρμογές, δείτε άλλα κεφάλαια αυτού του βιβλίου.

1.3.2 Ψευδοαντίστροφη Λύση

Τα φίλτρα Wiener επιχειρούν να ελαχιστοποιήσουν την ενίσχυση θορύβου που λαμβάνεται σε άμεση αναστροφή παρέχοντας μία λέπτυνση που καθορίζεται από τις στατιστικές του σήματος και του θορύβου, της διαδικασίας υπό εξέταση. Στην πράξη, τα φάσματα ισχύος του θορύβου και το επιθυμητό σήμα μπορεί να μην είναι γνωστά. Εδώ παρουσιάζουμε αυτό που συνήθως αναφέρεται ως γενικευμένου

αντίστροφη λύση. Αυτό θα είναι το πλαίσιο για ορισμένους από τους αλγορίθμους ανάκτησης σήματος που περιγράφονται αργότερα.

Η ψευδοαντίστροφη λύση είναι μια προσέγγιση βελτιστοποίησης που επιδιώκει να ελαχιστοποιήσει το σφάλμα μικρότερων τετραγώνων, όπως δίνεται από

$$\varepsilon_n = \mathbf{n}^T \mathbf{n} = (\mathbf{g} - \mathbf{H}\mathbf{f})^T (\mathbf{g} - \mathbf{H}\mathbf{f}). \quad (25.29)$$

Η λύση ελαχίστων τετραγώνων δεν είναι μοναδική, όταν η θέση της $M \times N$ μήτρας \mathbf{H} είναι $r < N \leq M$. Με άλλα λόγια, υπάρχουν πολλές λύσεις που ικανοποιούν την εξίσωση 25.29. Ωστόσο, η Moore-Penrose γενικευμένη αντίστροφη ή ψευδοαντίστροφη [26] παρέχει μια μοναδική λύση ελαχίστων τετραγώνων βασισμένη στον προσδιορισμό της λύση ελαχίστων τετραγώνων με ελάχιστη νόρμα. Για ένα συνεκτικό σύνολο εξισώσεων, όπως περιγράφεται στην Εξίσωση 25.6, ένα διάλυμα επιδιώκεται ότι ελαχιστοποιεί το σφάλμα εκτίμησης ελάχιστων τετραγώνων; Δηλαδή,

$$\begin{aligned} \varepsilon_f &= (\mathbf{f} - \hat{\mathbf{f}})^T (\mathbf{f} - \hat{\mathbf{f}}) \\ &= \text{tr}\{(\mathbf{f} - \hat{\mathbf{f}})(\mathbf{f} - \hat{\mathbf{f}})^T\}, \end{aligned} \quad (25.30)$$

όπου

\mathbf{f} είναι το επιθυμητό διάνυσμα σήματος

$\hat{\mathbf{f}}$ είναι η εκτίμηση

$\text{tr}\{\cdot\}$ υποδηλώνει το ίχνος [22]

Η γενικευμένη αντίστροφη παρέχει μια βέλτιστη λύση που ελαχιστοποιεί το σφάλμα εκτίμησης για ένα συνεκτικό σύνολο των εξισώσεων. Έτσι, η γενικευμένη αντίστροφη παρέχει μια βέλτιστη λύση τόσο για το συνεπές και ασυνεπές σύνολο εξισώσεων, όπως ορίζεται από την απόδοση λειτουργιών ε_f και ε_n , αντίστοιχα. Η λύση γενικευμένης αντίστροφης ικανοποιεί τις κανονικές εξισώσεις

$$\mathbf{H}^T \mathbf{g} = \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{f}. \quad (25.31)$$

Η λύση γενικευμένου αντιστροφής, επίσης γνωστή ως η Moore-Penrose γενικευμένη αντίστροφη, ψευδοαντιστροφή, ή λύση ελαχίστων τετραγώνων με ελάχιστη νόρμα ορίζεται ως

$$\mathbf{f}^\dagger = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{g} = \mathbf{H}^\dagger \mathbf{g}, \quad (25.32)$$

όπου

το στίλετο \dagger υποδηλώνει την ψευδοαντιστροφή, η τάξη του \mathbf{H} είναι $r = N \leq M$. Για την περίπτωση ενός ασυνεπούς συνόλου εξισώσεων, όπως περιγράφεται στην Εξίσωση 25.5, η ψευδοαντίστροφη λύση καθίσταται

$$\mathbf{f}^\dagger = \mathbf{H}^\dagger \mathbf{g} = \mathbf{H}^\dagger \mathbf{H} \mathbf{f} + \mathbf{H}^\dagger \mathbf{n}, \quad (25.33)$$

όπου \mathbf{f} είναι το ελάχιστο ποσοστό, λύση ελάχιστων τετραγώνων. Αν το σύνολο των εξισώσεων είναι υπερορισμένο με τάξη $r = N < M$, $\mathbf{H}^\dagger \mathbf{H}$ γίνεται μήτρα ταυτότητας του μεγέθους και N συμβολίζεται με \mathbf{I}_N και η λύση ψευδοαντιστροφής μειώνει σε

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^\dagger &= \mathbf{f} + \mathbf{H}^\dagger \mathbf{n} \\ &= \mathbf{f} + \Delta \mathbf{f}. \end{aligned} \quad (25.34)$$

προκύπτουν από απλή γραμμική άλγεβρα και είναι η δέσμευση στο σχετικό σφάλμα:

$$\frac{\|\Delta \mathbf{f}\|}{\|\mathbf{f}\|} \|\mathbf{H}^\dagger\| \|\mathbf{H}\| \frac{\|\mathbf{n}\|}{\|\mathbf{g}\|}, \quad (25.35)$$

όπου το προϊόν $\|\mathbf{H}^\dagger\| \|\mathbf{H}\|$ είναι ο αριθμός κατάστασης του \mathbf{H} . Η ποσότητα αυτή καθορίζει το σχετικό σφάλμα στην εκτίμηση όσον αφορά την αναλογία της νόρμας διανύσματος του θορύβου με το πρότυπο φορέα της παρατηρούμενης εικόνας. Ο αριθμός κατάστασης του \mathbf{H} ορίζεται ως

$$C_H = \|\mathbf{H}^\dagger\| \|\mathbf{H}\| = \frac{\sigma_1}{\sigma_N} \quad (25.36)$$

όπου σ_1 και σ_N δηλώνουν τις μεγαλύτερες και μικρότερες ιδιάζουσες τιμές της μήτρας \mathbf{H} , αντίστοιχα. Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός της κατάστασης, τόσο

μεγαλύτερη είναι και η ευαισθησία σε διαταραχές θορύβου. Μια μήτρα με ένα μεγάλο αριθμό κατάστασης, τυπικά μεγαλύτερο από 100, έχει ως αποτέλεσμα ένα κακώς ρυθμισμένο σύστημα.

Η ψευδοαντίστροφη λύση περιγράφεται καλύτερα από την υποβάθμιση διαγωνίζοντας την H μήτρα χρησιμοποιώντας αποσύνθεση με ενική αξία (SVD) [22]. Το SVD παρέχει έναν τρόπο για να διαγωνιστεί οποιοδήποτε αυθαίρετη μήτρα $M \times N$. Στην περίπτωση αυτή, θα θέλαμε να διαγωνίσουμε το H ; Ότι είναι,

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (25.37)$$

όπου

\mathbf{U} είναι μία μοναδιαία μήτρα αποτελούμενη από τα ορθοκανονικά ιδιοδιανύσματα $\mathbf{H}^T\mathbf{H}$

\mathbf{V} είναι μία μοναδιαία μήτρα αποτελούμενη από τα ορθοκανονικά ιδιοδιανύσματα $\mathbf{H}\mathbf{H}^T$

$\mathbf{\Sigma}$ είναι ένας διαγώνιος πίνακας που αποτελείται από τις ιδιάζουσες τιμές της H

Ο αριθμός των μη μηδενικών διαγωνίων όρων υποδηλώνει το βαθμό του H . Η μήτρα αποικοδόμησης μπορεί να εκφραστεί σε μορφή σειράς ως

$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^r \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \quad (25.38)$$

όπου

\mathbf{u}_i και \mathbf{v}_i είναι οι στήλες του \mathbf{U} και \mathbf{V} , αντίστοιχα

r είναι η τάξη του H

Από τις Εξισώσεις 25.37 και 25.38, η ψευδοαντιστροφή του H γίνεται ως

$$\mathbf{H}^\dagger = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^\dagger\mathbf{U}^T = \sum_{i=1}^r \sigma_i^{-1} \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T. \quad (25.39)$$

Έτσι από την εξίσωση 25.39, η ψευδοαντίστροφη λύση μπορεί να εκφραστεί ως

$$\mathbf{f}^\dagger = \mathbf{H}^\dagger \mathbf{g} = \mathbf{V} \boldsymbol{\Sigma}^\dagger \mathbf{U}^T \mathbf{g} \quad (25.40)$$

ή

$$\mathbf{f}^\dagger = \sum_{i=1}^r \sigma_i^{-1} \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T \mathbf{g} = \sum_{i=1}^r \sigma_i^{-1} (\mathbf{u}_i^T \mathbf{g}) \mathbf{v}_i. \quad (25.41)$$

Η μορφή σειράς της ψευδοαντίστροφης λύσης χρησιμοποιώντας SVD μας επιτρέπει να λύσουμε για την ψευδοαντίστροφη λύση χρησιμοποιώντας ένα αλγόριθμο διαδοχικής αποκατάστασης εκφράζεται ως

$$\mathbf{f}^{\dagger(k+1)} = \mathbf{f}^{\dagger(k)} + \sigma_k^{-1} (\mathbf{u}_k^T \mathbf{g}) \mathbf{v}_k. \quad (25.42)$$

Η επαναληπτική προσέγγιση για την εξεύρεση ψευδοαντίστροφης λύσης είναι επωφελής όταν πρόκειται για συστήματα με κακό κλιματισμό και δεδομένα κατεστραμμένα από θόρυβο. Η επαναληπτική μορφή μπορεί να τερματιστεί πριν από την αντιστροφή των αξιών με μικρό ενικό που προκύπτουν κατά την ασταθή εκτίμηση. Η τεχνική αυτή γίνεται αρκετά εύκολη να εφαρμοστούν για την περίπτωση μίας κυκλικής μήτρας αποικοδόμησης \mathbf{H} , όπου οι μοναδιαίες μήτρες στην Εξίσωση 25.37 μειώνουν στο διακριτό μετασχηματισμό Fourier.

1.3.3 Τεχνικές Τακτοποίησης

Οι τεχνικές λείανσης και τακτοποίησης [27-29] έχουν προταθεί σε μια προσπάθεια στο να ξεπεραστούν τα προβλήματα που συνδέονται με τους αναστρεφόμενους φορείς αποικοδόμησης με κακό κλιματισμό για την ανάκτηση του σήματος. Αυτές οι μέθοδοι προσπαθούν να αναγκάσουν την ομαλότητα για τη λύση του προβλήματος ενός τουλάχιστον σφάλματος τετραγώνων. Το πρόβλημα μπορεί να τυποποιηθεί με δύο διαφορετικούς τρόπους. Ένας τρόπος για τη διαμόρφωση του προβλήματος είναι να ελαχιστοποιηθεί:

$$\hat{\mathbf{f}}^T \mathbf{S} \hat{\mathbf{f}} \quad (25.43)$$

σε

$$(\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}})^T \mathbf{W}(\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}) = e \quad (25.44)$$

όπου

\mathbf{S} παριστάνει μία μήτρα εξομάλυνσης

\mathbf{W} είναι μία μήτρα στάθμισης σφάλματος

e είναι ένα υπολειπόμενο βαθμωτό σφάλμα εκτίμησης

Η μήτρα στάθμισης σφάλματος μπορεί να επιλεγεί ως $\mathbf{W} = \mathbf{C}_+$. Η μήτρα εξομάλυνσης τυπικά αποτελείται από την πρώτη ή τη δεύτερη διαφορά τάξης. Για την περίπτωση αυτή, θέλουμε να βρούμε το σταθερό σημείο της έκφρασης Lagrangian:

$$F(\hat{\mathbf{f}}, \lambda) = \hat{\mathbf{f}}^T \mathbf{S} \hat{\mathbf{f}} + \lambda[(\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}})^T \mathbf{W}(\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}) - e]. \quad (25.45)$$

Η λύση βρίσκεται με τη λήψη παραγώγων σε σχέση με $\hat{\mathbf{f}}$ και λ και τη ρύθμισή τους ίση με μηδέν. Η λύση για ένα ομαλό υπερορισμένο σύνολο εξισώσεων γίνεται

$$\hat{\mathbf{f}} = \left(\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H} + \frac{1}{\lambda} \mathbf{S} \right)^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{g}, \quad (25.46)$$

όπου λ επιλέγεται να ικανοποιήσει τον συμβιβασμό μεταξύ υπολειμματικού σφάλματος και της ομαλότητας στην εκτίμηση.

Εναλλακτικά, αυτό το πρόβλημα μπορεί να διαμορφωθεί ως να

ελαχιστοποιηθεί:

$$(\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}})^T \mathbf{W}(\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}) \quad (25.47)$$

σε:

$$\hat{\mathbf{f}}^T \mathbf{S} \hat{\mathbf{f}} = d \quad (25.48)$$

όπου d αντιπροσωπεύει ένα σταθερό βαθμό ομαλότητας. Η Lagrangian έκφραση για αυτό το σκεύασμα γίνεται

$$G(\hat{\mathbf{f}}, \gamma) = (\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}})^T \mathbf{W}(\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}) + \gamma(\hat{\mathbf{f}}^T \mathbf{S} \hat{\mathbf{f}} - d) \quad (25.49)$$

και το διάλυμα για ένα υπερορισμένο ομαλό σύνολο εξισώσεων γίνεται

$$\hat{\mathbf{f}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H} + \gamma \mathbf{S})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{g}. \quad (25.50)$$

Σημειώστε ότι για τα δύο σκευάσματα των προβλημάτων, τα αποτελέσματα, όπως δίνονται από τις εξισώσεις 25.46 και 25.50 είναι πανομοιότυπα αν $\gamma = 1/\lambda$. Οι ανεπάρκειες μιας τέτοιας τεχνικής νομιμοποίησης είναι ότι η συνάρτηση S της εξομαλύνσεως πρέπει να υπολογίζεται και είτε ο βαθμός ομαλότητας, d , ή ο βαθμός του σφάλματος, e , πρέπει να είναι γνωστός για τον προσδιορισμό γ ή λ .

Περιορισμένες τεχνικές αποκατάστασης έχουν επίσης αναπτυχθεί [30], για να ξεπεραστεί το πρόβλημα του κακώς ρυθμισμένου συστήματος. Γραμμικοί περιορισμοί ισότητας και γραμμικοί περιορισμοί ανισότητας έχουν επιβληθεί για να δώσουν λύσεις απλά με ένα βήμα παρόμοιες με εκείνες που περιγράφονται σε αυτή την ενότητα. Όλες οι τεχνικές που περιγράφονται μέχρι τώρα επιχειρούν να ξεπεράσουν το πρόβλημα των αλλοιωμένων από θόρυβο δεδομένων και των συστημάτων με κακό κλιματισμό αναγκάζοντας κάποια κωνικότητα για το αντίστροφο του διαχειριστή αποικοδόμησης. Η δειγματοληψία των αλγορίθμων που συζητήθηκαν μέχρι τώρα εμπίπτουν στην κατηγορία των τεχνικών βελτιστοποίησης, όπου η αντικειμενική συνάρτηση που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί είναι το μικρότερο σφάλμα τετραγώνων. Αλγόριθμοι αποκατάστασης που εμπίπτουν στην κατηγορία της βελτιστοποίησης με βάση αλγορίθμων περιλαμβάνουν τη μέγιστη πιθανότητα (ML), μέγιστης εκ των υστέρων (MAP), και μεθόδους με μέγιστη εντροπία [17]. Έχουμε εισαγάγει τώρα την έννοια της POCS,

το οποίο θα αποτελέσει το πλαίσιο για μια πολύ ευρύτερη και πιο ισχυρή τάξη των αλγορίθμων ανάκτησης σήματος.

1.4 Ανάκτηση σήματος με χρήση προβολής σε κυρτά σύνολα

Μια ευρεία σειρά αλγορίθμων ανάκτησης έχει προταθεί να είναι σύμφωνη με το γενικό πλαίσιο που θεσπίστηκε με τη θεωρία της POCS [31]. Το πλαίσιο POCS επιτρέπει να οριστεί ένας επαναληπτικός αλγόριθμος ανάκαμψης που μπορεί να ενσωματώσει μια σειρά από γραμμικούς καθώς και μη γραμμικούς περιορισμούς που ικανοποιούν ορισμένες ιδιότητες. Όσο περισσότερες αξιόπληροφορίες σχετικά με το επιθυμητό σήμα που μπορεί κανείς να ενσωματώσει στον αλγόριθμο, τόσο πιο αποτελεσματικός γίνεται ο αλγόριθμος. Στο [21], το POCS παρουσιάζεται ως ένα συγκεκριμένο παράδειγμα μιας πολύ ευρύτερης κλάσης των αλγορίθμων που περιγράφονται όπως ορίζεται η θεωρητική εκτίμηση. Ο συγγραφέας διακρίνει δύο βασικές προσεγγίσεις για την εκτίμηση ενός σήματος ή προβλήματος ανάκτησης: προσεγγίσεις με βάση τη βελτιστοποίηση και προσεγγίσεις που είναι θεωρητικές. Η αποτελεσματικότητα των προσεγγίσεων βελτιστοποίησης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό στο να ορίσει ένα έγκυρο κριτήριο βελτιστοποίησης που, στην πράξη, συνήθως καθορίζεται από υπολογιστική ευπείθεια και όχι από το πόσο καλά θα μοντελοποιεί το πρόβλημα. Οι προσεγγίσεις που βασίζονται στη βελτιστοποίηση αναζητούν μια μοναδική λύση που να βασίζεται σε κάποιο προκαθορισμένο κριτήριο βελτιστοποίησης. Οι προσεγγίσεις που βασίζονται στη βελτιστοποίηση περιλαμβάνουν τεχνικές με τα λιγότερα τετράγωνα του προηγούμενου εδαφίου, καθώς και ML, MAP, και τεχνικές μέγιστης εντροπίας. Ο ορισμός της θεωρητικής εκτίμησης βασίζεται στην έννοια της εύρεσης μιας εφικτής λύσης, δηλαδή, μιας λύσης που είναι σύμφωνη με όλες τις διαθέσιμες πληροφορίες εκ των προτέρων. Σε αντίθεση με τις προσεγγίσεις που βασίζονται στη βελτιστοποίηση, οι οποίες επιδιώκουν να βρουν μία βέλτιστη λύση, οι προσεγγίσεις θεωρητικού συνόλου καθορίζουν συνήθως μία από τις πολλές πιθανές εφικτές λύσεις. Πολλά προβλήματα στην ανάκτηση του σήματος μπορεί να προσεγγιστούν χρησιμοποιώντας το παράδειγμα θεωρητικού συνόλου. Το POCS υπήρξε μία από τις πιο εκτεταμένες προσεγγίσεις θεωρητικού συνόλου στη λογοτεχνία, λόγω των ιδιοτήτων της σύγκλισής του και την ευελιξία να χειριστεί ένα ευρύ φάσμα των χαρακτηριστικών του σήματος. Θα περιορίσουμε τη συζήτησή μας εδώ στους αλγόριθμους που είναι βασισμένοι στο POCS. Η πιο γενική περίπτωση της εκτίμησης σήματος που χρησιμοποιεί μη κυρτά καθώς και κυρτά σύνολα καλύπτεται στο [21]. Το υπόλοιπο αυτής της ενότητας θα επικεντρωθεί στον

καθορισμό του πλαισίου POCS και περιγράφει διάφορους χρήσιμους αλγόριθμους που εμπίπτουν σε αυτή την γενική κατηγορία.

1.4.1 POCS πλαίσιο

Ένας φορέας προβολής σε ένα κλειστό κυρτό σύνολο είναι ένα παράδειγμα μιας μη γραμμικής χαρτογράφησης που είναι εύκολο να αναλυθεί και περιέχει μερικές πολύ χρήσιμες ιδιότητες. Οι εν λόγω επιχειρήσεις ελαχιστοποιούν την απόσταση προβολής του σφάλματος και έτσι δεν επεκτείνεται. Πρόκειται για δύο πολύ σημαντικές ιδιότητες των απλών γραμμικών ορθογώνιων προγραμμάτων σε κλειστούς γραμμικούς συλλέκτες (CLMS). Το όφελος από τη χρήση για την αποκατάσταση σήματος POCS είναι ότι μπορεί κανείς να ενσωματώσει μη γραμμικούς περιορισμούς ενός ορισμένου τύπου στο πλαίσιο POCS. Οι γραμμικοί αλγόριθμοι αποκατάστασης εικόνας δεν μπορούν να επωφεληθούν των προτέρων γνωστών πληροφοριών που βασίζονται σε μη γραμμικά προβλήματα.

Η μέθοδος POCS εξαρτάται από την σειρά λύσεων που ικανοποιεί α εξ αρχής χαρακτηριστικά του επιθυμητού σήματος να βρίσκονται σε ένα καλά καθορισμένο κλειστό κυρτό σύνολο. Για τέτοιες ιδιότητες, το f περιορίζεται να κείται στην περιοχή που ορίζεται από την τομή όλων των κυρτών συνόλων, δηλαδή,

$$\mathbf{f} \in C_0 = \cap_{i=1}^I C_i. \quad (25.51)$$

Εδώ C_i δηλώνει το i -κλειστό κυρτό που αντιστοιχεί στην i -οστή ιδιότητα της f , $C_i \in S$, και $i \in \mathcal{I}$. Το άγνωστο σήμα f μπορεί να αποκατασταθεί με τη χρησιμοποίηση του αντίστοιχου φορέα προβολής P_i πάνω σε κάθε κυρτό σύνολο C_i . Μία ιδιότητα των κυρτών κλειστών συνόλων είναι ότι μια προβολή ενός σημείου επάνω στο κυρτό σύνολο είναι μοναδική. Αυτό είναι γνωστό ως ιδιοκτησία μοναδικού-πλησιέστερου- γείτονα. Η γενική μορφή του αλγόριθμου ανάκτησης βασισμένου σε POCS, εκφράζεται ως

$$\mathbf{f}^{(k+1)} = P_{i_k} \mathbf{f}^{(k)} \quad (25.52)$$

όπου

k δηλώνει την επανάληψη

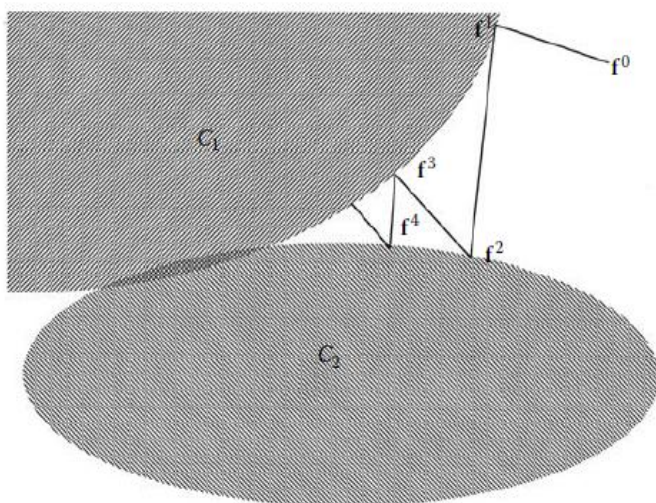
i_k υποδηλώνει μια ακολουθία των δεικτών σε \mathcal{I}

Μια συνηθισμένη τεχνική για επανάληψη μέσω των προεξοχών που αναφέρονται ως κυκλικός έλεγχος όπου οι προεξοχές εφαρμόζονται με κυκλικό τρόπο, δηλαδή, $i_k = k(\text{modulo } l) + 1$. Μια γεωμετρική ερμηνεία του αλγόριθμου POCS για την απλή περίπτωση δύο κυρτών συνόλων απεικονίζεται στο Σχήμα 25.2. Η αρχική διατύπωση POCS είναι γενικευμένη περαιτέρω με την εισαγωγή μιας παραμέτρου χαλάρωσης που εκφράζεται ως

$$\mathbf{f}^{(k+1)} = \mathbf{f}^{(k)} + \lambda_k (\mathbf{P}_{i_k}(\mathbf{f}^{(k)}) - \mathbf{f}^{(k)}), \quad 0 < \lambda_k < 2 \quad (25.53)$$

όπου δηλώνει την παράμετρο χαλάρωσης. Εάν $\lambda_k < 1$, ο αλγόριθμος λέγεται πως είναι λιγότερο χαλαρός και εάν $\lambda_k > 1$, ο αλγόριθμος είναι υπερβολικά χαλαρός. Ανατρέξτε στο [31] για περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τις ιδιότητες σύγκλισης των POCS.

Οι κοινοί περιορισμοί που εφαρμόζονται σε πολλά διαφορετικά σήματα στην πράξη, και των οποίων η λύση χώρου υπακούει τις ιδιότητες των κυρτών συνόλων περιγράφεται στο [10]. Μερικά παραδείγματα από το [10] περιλαμβάνουν τα όρια συχνότητας, χωρικά / χρονικά όρια, μη αρνητισμό, σπανιότητα, την ένταση ή τα όρια της ενέργειας, καθώς και μερική γνώση των φασματικών ή χωρικών / χρονικών συστατικών. Για περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά χρησιμοποιούνται συνήθως κυρτά σύνολα, δείτε το [10]. Οι περισσότεροι από τους συνήθως χρησιμοποιούμενους περιορισμούς για διάφορες εφαρμογές επεξεργασίας σήματος εμπίπτουν στην



ΕΙΚΟΝΑ 25.2 Γεωμετρική ερμηνεία της POCS.

κατηγορία των κυρτών συνόλων που παρέχουν μικρή σύγκλιση. Ωστόσο, στην πράξη, οι περισσότεροι από τους αλγόριθμους POCS παρέχουν ισχυρή σύγκλιση. Πολλές από τις συνήθως χρησιμοποιούμενες επαναληπτικές τεχνικές αποκατάστασης σήματος είναι ειδικά παραδείγματα του αλγορίθμου POCS. Ο αλγόριθμος Kaczmarz [32], η επανάληψη Landweber του [33], και η μέθοδος των εναλλασσόμενων προεξοχών [9] είναι όλοι αλγόριθμοι βασισμένοι σε POCS. Αξίζει να σημειωθεί ότι η τεχνική αποκατάστασης εικόνας αναπτύχθηκε ανεξάρτητα από τους Gerchberg και Saxton [4] και Papoulis [5] και είναι επίσης εκδόσεις του POCS. Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε από τον Gerchberg απευθύνεται στη φάση ανάκτησης από τις δύο εικόνες και ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε από τον Papoulis απευθύνεται σε μεγάλη ανάλυση με επαναληπτικές μεθόδους. Ο αλγόριθμος Gerchberg-Papoulis (GP) βασίζεται στην εφαρμογή περιορισμών στην εκτίμηση στο χώρο του σήματος και του χώρου Fourier σε ένα επαναληπτικό τρόπο μέχρις ότου η εκτίμηση να συγκλίνει σε ένα διάλυμα. Για το πρόβλημα αποκατάστασης της εικόνας, οι συνιστώσες υψηλής συχνότητας της εικόνας παρεκτείνονται επιβάλλοντας την πεπερασμένη έκταση του αντικειμένου στο χωρικό πεδίο και επιβάλλοντας τις γνωστές συνιστώσες χαμηλής συχνότητας στο πεδίο των συχνοτήτων. Το διπλό πρόβλημα αφορά το φασματικό υπολογισμό όπου το σήμα παρεκβάλλει στο χρόνο ή στο χωρικό πεδίο. Ο αλγόριθμος αποτελείται από την επιβολή του στο γνωστό τμήμα του σήματος στο πεδίο του χρόνου και την επιβολή ενός πεπερασμένου περιορισμού εύρους ζώνης στο πεδίο των συχνοτήτων. Ο αλγόριθμος GP αναλαμβάνει ένα χωρικά -αμετάβλητο (ή χρονικά αμετάβλητο) χειριστή υποβάθμισης.

Σας παρουσιάζουμε τώρα αρκετούς αλγόριθμοι ανάκτησης σήματος που συμμορφώνονται με το πρότυπο POCS, οι οποίοι σε γενικές γραμμές κατατάσσονται σε δύο κατηγορίες: αλγόριθμοι βασισμένοι σε σειρά και αλγόριθμοι βασισμένοι σε μπλοκ.

1.5. Μέθοδοι βασισμένοι σε σειρά

Ήδη από το 1937, ο Kaczmarz [32] ανέπτυξε μία επαναληπτική τεχνική προβολής για την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος για ένα γραμμικό σετ εξισώσεων, όπως δίδεται από την Εξίσωση 25.5. Ο αλγόριθμος παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{f}^{(k+1)} = \mathbf{f}^{(k)} + \lambda_k \frac{\mathbf{g}_{i_k} - (\mathbf{h}_{i_k}, \mathbf{f}^{(k)})}{\|\mathbf{h}_{i_k}\|^2} \mathbf{h}_{i_k}, \quad (25.54)$$

όπου

η παράμετρος χαλάρωσης λ_k δεσμεύεται από $0 \leq \lambda_k \leq 2$

\mathbf{h} παριστά μια γραμμή της μήτρας H

i_k υποδηλώνει μια ακολουθία των δεικτών που αντιστοιχούν σε μια σειρά σε H

g_i παριστάνει την i -οστή συνιστώσα του διανύσματος \mathbf{g}

(\cdot, \cdot) Είναι το πρότυπο εσωτερικό γινόμενο μεταξύ δύο διανυσμάτων

k δηλώνει την επανάληψη

$\|\cdot\|$ δηλώνει την Ευκλείδεια ή \mathcal{L}_2 νόρμα ενός φορέα που ορίζεται ως

$$\|\mathbf{g}\| = \left(\sum_{i=1}^N g_i^2 \right)^{1/2}. \quad (25.55)$$

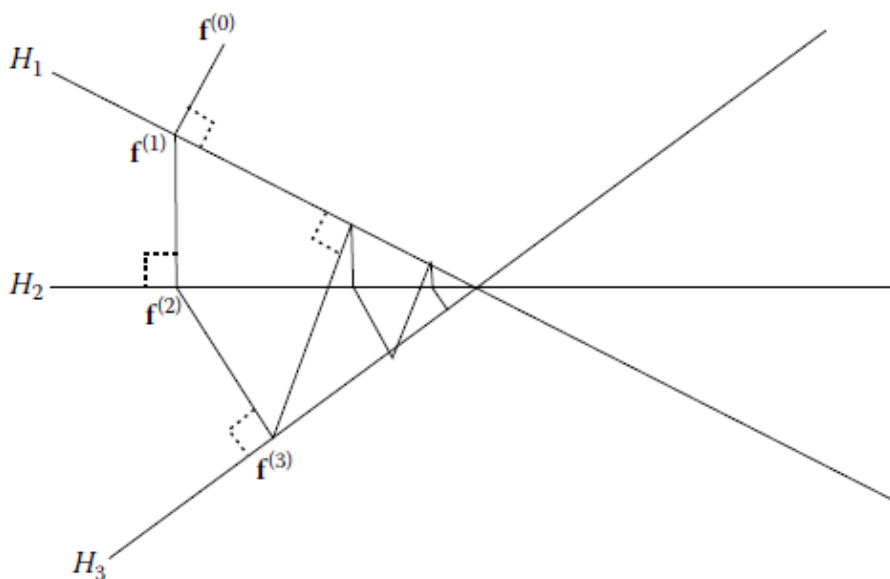
Ο Kaczmarz απέδειξε ότι η εξίσωση 25.54 συγκλίνει με την μοναδική λύση, όταν η παράμετρος χαλάρωσης είναι η ενότητα και το H αντιπροσωπεύει μια πλατεία, ομαλή μήτρα, δηλαδή, διαθέτει ένα H αντίστροφο και υπό ορισμένες προϋποθέσεις, η λύση θα συγκλίνει στον ελάχιστο κανόνα ελαχίστων τετραγώνων ή

ψευδοαντίστροφη λύση . Για περαιτέρω ανάγνωση σχετικά με τον αλγόριθμο Kaczmarz και τις συνθήκες για τη σύγκλιση, βλέπε [7,8,34,35].

Σε γενικές γραμμές, η σειρά με την οποία ένας εκτελεί τον αλγόριθμο Kaczmarz στις υπάρχουσες M εξισώσεις μπορεί να διαφέρει. Κυκλικός έλεγχος, όπου ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται μέσα από τις εξισώσεις σε ένα περιοδικό μόδα περιγράφονται ως $i_k = k \pmod{M} + 1$, όπου M είναι ο αριθμός των γραμμών σε σχεδόν κυκλική H . Έλεγχος υφίσταται όταν M διαδοχικές επαναλήψεις του αλγορίθμου Kaczmarz αποδίδουν ακριβώς μία λειτουργία ανά εξίσωση σε οποιαδήποτε σειρά. Απομακρυσμένο σετ ελέγχου υπάρχει όταν κάποιος εκτελεί τις εργασίες για την πιο μακρινή εξίσωση πρώτα; Πιο μακρινή, υπό την έννοια ότι η προβολή πάνω στο υπερεπίπεδο, που εκπροσωπείται από την εξίσωση είναι η πλέον μακριά. Το μέτρο της απόστασης προσδιορίζεται από το πρότυπο. Αυτός ο τύπος ελέγχου σπανίως χρησιμοποιείται, δεδομένου ότι απαιτεί μία μέτρηση που εξαρτάται από όλες τις εξισώσεις.

Η μέθοδος Kaczmarz για $\lambda = 1.0$, μπορεί να εκφραστεί ως εξής γεωμετρικά.

Δεδομένου $f^{(k)}$ και το υπερεπίπεδο $H_{i_k} = \{f \in R^n | (h_{i_k}, f) = g_{i_k}\}$, $f^{(k+1)}$ είναι η ορθή προβολή του $f^{(k)}$ σε H_{i_k} . Αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα 25.3. Σημειώστε ότι με την αλλαγή της παραμέτρου χαλάρωσης, η επόμενη μπορεί να είναι ένα σημείο οπουδήποτε κατά μήκος του τμήματος της γραμμής που συνδέει το προηγούμενο και την ορθογώνια αντανάκλαση του σε σχέση με το υπερεπίπεδο. Η τεχνική Kaczmarz για να επιλύσει ένα σύνολο γραμμικών εξισώσεων ανακαλύφθηκε κατά τη διάρκεια των χρόνων για πολλές διαφορετικές εφαρμογές, όπου η γενική διατύπωση παραβλημάτων μπορεί να εκφραστεί ως Εξίσωση 25.5. Για το λόγο αυτό, ο αλγόριθμος Kaczmarz εμφανίζεται ως η αλγεβρική τεχνική ανακατασκευής στο πεδίο της ιατρικής απεικόνισης για αξονική τομογραφία [7], καθώς και την Widrow-Hoff αλγορίθμου ελαχίστων τετραγώνων μέσης [36] για την εξισορρόπηση καναλιού, ακύρωση ήχους, αναγνώρισης συστήματος, και προσαρμοστική επεξεργασία σήματος.



ΕΙΚΟΝΑ 25.3 Γεωμετρική ερμηνεία του αλγορίθμου Kaczmarz.

Για την περίπτωση της επίλυσης γραμμικών ανισοτήτων όπου Εξίσωση 25.5 αντικαθίσταται με

$$\mathbf{H}\mathbf{f} \leq \mathbf{g}, \quad (25.56)$$

μία μέθοδος πολύ παρόμοια με τον αλγόριθμο Kaczmarz αναπτύχθηκε από τους Agmon [37] και Motzkin και Schoenberg [38],

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^{(k+1)} &= \mathbf{f}^{(k)} + c^{(k)} \mathbf{h}_{i_k} \\ c^{(k)} &= \min \left(0, \lambda_k \frac{\mathbf{g}_{i_k} - (\mathbf{h}_{i_k}, \mathbf{f}^{(k)})}{\|\mathbf{h}_{i_k}\|^2} \right). \end{aligned} \quad (25.57)$$

Για άλλη μια φορά, η παράμετρος χαλάρωσης ορίζεται στο διάστημα $0 \leq \lambda_k \leq 2$. Η μέθοδος για την επίλυση γραμμικών ανισοτήτων από Agmon και Motzkin και

Schoenberg είναι μαθηματικά ταυτόσημη με το θεώρημα σύγκλισης perceptron από τη θεωρία μάθησης μηχανών (βλέπε [39]).

1.6 Μέθοδοι με βάση τον αποκλεισμό

Μια γενίκευση του αλγορίθμου Kaczmarz εισάγεται στην προηγούμενη ενότητα έχει προταθεί από τον Eggermont [35] η οποία μπορεί να περιγραφεί ως ένα μπλοκ, επαναληπτικός αλγόριθμος. Ανάκληση στο σύνολο των γραμμικών εξισώσεων δίδεται από την Εξίσωση 25.5 όπου οι διαστάσεις του προβλήματος επαναπροσδιορίζονται έτσι ώστε $H \in \mathcal{R}^{LM \times N}$, $f \in \mathcal{R}^N$, και $g \in \mathcal{R}^{LM}$.

Προκειμένου να περιγραφεί η γενίκευση του αλγορίθμου Kaczmarz, η μήτρα H κατανεμήθηκε σε M μπλοκ μήκους L :

$$H = \begin{pmatrix} \mathbf{h}_1^T \\ \mathbf{h}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{LM}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_M \end{pmatrix} \quad (25.58)$$

και g κατανέμεται ως

$$g = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_{LM} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \\ \vdots \\ G_M \end{pmatrix}, \quad (25.59)$$

όπου

G_i , $i = 1, 2, \dots, M$, είναι ένα διάνυσμα μήκους L

οι υποομάδες H_i είναι της διάστασης $L \times N$.

Η γενικευμένη επαναληπτική ομάδα-παραλλαγή του αλγορίθμου Kaczmarz εκφράζεται ως

$$\mathbf{f}^{(k+1)} = \mathbf{f}^{(k)} + \mathbf{H}_{i_k}^T \Sigma_k [\mathbf{G}_{i_k} - \mathbf{H}_{i_k} \mathbf{f}^{(k)}] \quad (25.60)$$

όπου $\mathbf{f}^{(0)} \in \mathcal{R}^N$. Ο Eggermont δίνει λεπτομέρειες της σύγκλισης, καθώς και τις συνθήκες για τη σύγκλιση με την ψευδοαντίστροφη λύση [35].

Μια περαιτέρω γενίκευση του αλγορίθμου Kaczmarz οδήγησε τον Eggermont [35] στην ακόλουθη μορφή του γενικού αλγορίθμου μπλοκ Kaczmarz:

$$\mathbf{f}^{(k+1)} = \mathbf{f}^{(k)} + \mathbf{H}_{i_k}^\dagger \Lambda_k [\mathbf{G}_{i_k} - \mathbf{H}_{i_k} \mathbf{x}^{(k)}], \quad (25.61)$$

όπου για άλλη μια φορά $\mathbf{H}_{i_k}^\dagger$ υποδηλώνει το Moore-Penrose αντίστροφο από

\mathbf{H}_{i_k} , Λ_k είναι η $L \times L$ μήτρα χαλάρωσης, και ο κυκλικός έλεγχος ορίζεται ως $i_k = k \pmod{M} + 1$.

Όταν το L που είναι μεγέθους μπλοκ δίνεται στην Εξίσωση 25.60 είναι ίσο με τον αριθμό των εξισώσεων M , ο αλγόριθμος καθίσταται πανομοιότυπος προς την επανάληψη Landweber [33] για την επίλυση εξισώσεων Fredholm του πρώτου είδους. Δηλαδή,

$$\mathbf{f}^{(k+1)} = \mathbf{f}^{(k)} + \mathbf{H}^T \Sigma_k (\mathbf{g} - \mathbf{H} \mathbf{f}^{(k)}). \quad (25.62)$$

Αυτό που προκύπτει από την επανάληψη Landweber καθίσταται

$$\mathbf{f}^{(k+1)} = \mathbf{H}^T \mathbf{g} + (\mathbf{I} - \mathbf{H}^T \mathbf{H}) \mathbf{f}^{(k)}. \quad (25.63)$$

Μια άλλη ενδιαφέρουσα προσέγγιση η οποία είναι παρόμοια με το γενικευμένο μπλοκ-Kaczmarz αλγόριθμο, με το L μεγέθους μπλοκ το οποίο είναι ίσο με τον αριθμό των εξισώσεων M , είναι η μέθοδος των εναλλασσόμενων ορθογωνικών

προβολών, που περιγράφονται από το Youla [9], όπου εναλλασσόμενες ορθογώνιες προεξοχές γίνονται επάνω σε CLMS.

Οι αλγόριθμοι με βάση τη σειρά και το μπλοκ, που περιγράφονται εδώ αντιστοιχούν σε ένα πλαίσιο POCS, όπου μόνο μια εκ των προτέρων πληροφορίες που έχουν ενσωματωθεί στον αλγόριθμο, είναι η αρχική διατύπωση του προβλήματος, όπως περιγράφεται από την Εξίσωση 25.5. Κατά καιρούς, η μόνη πληροφορία που μπορεί να έχει, είναι η αρχική μέτρηση g και μια εκτίμηση της υποβάθμισης του χειριστή H και αυτών των αλγορίθμων που είναι κατάλληλες για τέτοιες εφαρμογές. Εντούτοις, για τις περισσότερες εφαρμογές, άλλες προηγούμενες πληροφορίες είναι γνωστές σχετικά με το επιθυμητό σήμα και ένας αποτελεσματικός αλγόριθμος πρέπει να χρησιμοποιεί αυτές τις πληροφορίες.

Περιγράφουμε τώρα έναν αλγόριθμο με βάση το POCS, κατάλληλο για το πρόβλημα της αποκατάστασης εικόνας όπου οι πρόσθετες προηγούμενες πληροφορίες σήματος έχουν ενσωματωθεί στον αλγόριθμο.

1.7 Αποκατάσταση εικόνας χρησιμοποιώντας POCS

Εδώ περιγράφουμε έναν αλγόριθμο ανάκτησης εικόνας [18,40], η οποία βασίζεται στο πλαίσιο POCS και δείχνει κάποια αποτελέσματα αποκατάστασης εικόνας [19,20]. Ο κατάλογος των παραπομπών περιλαμβάνει άλλα παραδείγματα αλγορίθμων ανάκτησης που βασίζονται σε POCS.

Η μικρότερη νόρμα ελάχιστων τετραγώνων ή η ψευδοαντίστροφη λύση μπορεί να διαμορφωθούν ως

$$\mathbf{f}^\dagger = \mathbf{H}^\dagger \mathbf{H} \mathbf{f} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T \mathbf{f}, \quad (25.64)$$

όπου

το στίλετο \dagger υποδηλώνει την ψευδοαντίστροφη

\mathbf{V} είναι η μοναδιαία μήτρα που έχει βρεθεί στην διαγωνιοποίηση \mathbf{H}

$\mathbf{\Lambda}$ είναι ο ακόλουθος διαγώνιος πίνακας του οποίου οι πρώτοι r διαγώνιοι όροι είναι ίσοι με ένα

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & & \\ 0 & \lambda_2 & 0 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \lambda_r \\ & & & & & 0 \end{pmatrix} \quad (25.65)$$

Καθορίζοντας

$$\mathbf{P} = \mathbf{V}\Lambda\mathbf{V}^T, \quad (25.66)$$

το ορθογώνιο συμπλήρωμα στο χειριστή \mathbf{P} δίνεται από τον φορέα εκμετάλλευσης προβολής

$$\mathbf{Q} = \mathbf{I} - \mathbf{P} = \mathbf{V}\Lambda^C\mathbf{V}^T, \quad (25.67)$$

όπου

$$\Lambda^C = \begin{pmatrix} 0 & \dots & & & \\ \vdots & \ddots & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \lambda_{r+1} & \\ & & & & \ddots \end{pmatrix}. \quad (25.68)$$

Η διαγώνιος μήτρα Λ^C περιέχει αυτά στις τελευταίες $N - r$ διαγώνιες θέσεις και μηδενικά αλλού. Ο εκθέτης C συμβολίζει το συμπλήρωμα.

Οποιαδήποτε αυθαίρετο διάνυσμα \mathbf{f} μπορεί να αναλυθεί ως εξής:

$$\mathbf{f} = \mathbf{P}\mathbf{f} + \mathbf{Q}\mathbf{f}, \quad (25.69)$$

όπου ο χειριστής προβολής \mathbf{P} προβάλλει το \mathbf{f} επί του χώρου της σειράς της μήτρας αποικοδόμησης $\mathbf{H}^T\mathbf{H}$ και το φορέα ορθογώνιας προβολής \mathbf{Q} που προβάλλει \mathbf{f} επί του μηδενικού χώρου της μήτρας αποικοδόμησης $\mathbf{H}^T\mathbf{H}$. Η συνιστώσα $\mathbf{P}\mathbf{f}$ θα αναφέρεται ως "εντός πεδίου" όρος και η συνιστώσα $\mathbf{Q}\mathbf{f}$ θα αναφέρεται ως "εκτός πεδίου" όρος.

Σε γενικές γραμμές, η οικογένεια λύσεων με τα λιγότερα τετράγωνα στο πρόβλημα αποκατάστασης εικόνας μπορεί να διατυπωθεί ως

$$\begin{aligned}\mathbf{f} &= \mathbf{f}_{\text{in-band}} + \mathbf{f}_{\text{out-of-band}} \\ &= \mathbf{f}^\dagger + K_{r+1}\mathbf{v}_{r+1} + K_{r+2}\mathbf{v}_{r+2} + \cdots + K_N\mathbf{v}_N.\end{aligned}\quad (25.70)$$

Οι φορείς \mathbf{v}_i αντιστοιχούν στα ιδιοδιανύσματα $\{\sigma_{r+1}^2, \sigma_{r+2}^2, \dots, \sigma_N^2\}$ για $\mathbf{H}^T\mathbf{H}$; Είναι τα ισοδιανύσματα που σχετίζονται με ιδιοτιμές που έχουν μηδενικές τιμές.

Η εκτός πεδίου λύση $K_{r+1}\mathbf{v}_{r+1} + \cdots + K_N\mathbf{v}_N$ πρέπει να πληρεί

$$\mathbf{H}\mathbf{f}_{\text{out-of-band}} = 0. \quad (25.71)$$

Η προσθήκη των όρων $\{K_{r+1}\mathbf{v}_{r+1}, K_{r+2}\mathbf{v}_{r+2}, \dots, K_N\mathbf{v}_N\}$ στην ψευδοαντίστροφη λύση \mathbf{f}^\dagger δεν αλλάζει τη νόρμα

L_2 του σφάλματος από

$$\begin{aligned}\|n\| &= \|\mathbf{g} - \mathbf{H}\mathbf{f}\| \\ &= \|\mathbf{g} - \mathbf{H}(\mathbf{f}^\dagger + K_{r+1}\mathbf{v}_{r+1} + \cdots + K_N\mathbf{v}_N)\| \\ &= \|\mathbf{g} - \mathbf{H}\mathbf{f}^\dagger - \mathbf{H}K_{r+1}\mathbf{v}_{r+1} - \cdots - \mathbf{H}K_N\mathbf{v}_N\| \\ &= \|\mathbf{g} - \mathbf{H}\mathbf{f}^\dagger\|\end{aligned}\quad (25.72)$$

Το οποίο είναι το σφάλμα ελαχίστων τετραγώνων. Οι όροι $\mathbf{H}K_{r+1}\mathbf{v}_{r+1}, \dots, \mathbf{H}K_N\mathbf{v}_N$ είναι όλοι ίσοι με το μηδέν επειδή οι φορείς $\mathbf{v}_{r+1}, \dots, \mathbf{v}_N$ είναι στο μηδενικό χώρο του \mathbf{H} . Επομένως, κάθε γραμμικός συνδυασμός των \mathbf{v}_i στο μηδενικό-χώρο του \mathbf{H} μπορεί να προστεθεί στην ψευδοαντίστροφη λύση χωρίς να επηρεάζουν την συνάρτηση ελαχίστων τετραγώνων. Η ψευδοαντίστροφη λύση, \mathbf{f}^\dagger , παρέχει τη μοναδική εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων με ελάχιστο ποσοστό:

$$\min\|\mathbf{f}_{\text{LS}}\| = \|\mathbf{f}^\dagger\|, \quad (25.73)$$

όπου f_{LS} δηλώνει τη λύση ελαχίστων τετραγώνων. Στην πράξη, είναι απίθανο ότι η επιθυμητή λύση απαιτείται να διαθέτει το ελάχιστο ποσοστό από όλες τις εφικτές λύσεις, έτσι ώστε το \mathbf{f}^\dagger δεν είναι αναγκαστικά η βέλτιστη λύση. Ο αλγόριθμος αποκατάστασης εικόνων που περιγράφεται εδώ παρέχει ένα πλαίσιο το οποίο επιτρέπει σε μία προηγούμενη πληροφορία με τη μορφή των περιορισμών σήματος, να ενσωματωθεί στον αλγόριθμο για να ληφθεί μια καλύτερη εκτίμηση από τη λύση του μικρότερου ποσοστού των ελαχίστων τετραγώνων \mathbf{f}^\dagger . Ο χειριστής περιορισμού θα εκπροσωπηθεί από τον \mathbf{C} και μπορεί να ενσωματώσει μια ποικιλία γραμμικών και μη γραμμικών χαρακτηριστικών ενός σήματος των προτέρων, εφόσον υπακούουν τις ιδιότητες της θεωρίας των κυρτών συνόλων. Στην περίπτωση της αποκατάστασης της εικόνας, ο χειριστής περιορισμού \mathbf{C} περιλαμβάνει μη αρνητικότητα, η οποία μπορεί να περιγραφεί από

$$(\mathbf{C}_+\mathbf{f})_i = \begin{cases} f_i & f_i \geq 0 \\ 0 & f_i < 0. \end{cases} \quad (25.74)$$

Ενώνοντας τους n φορείς στην εξίσωση 25.70 αποδίδει

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}^\dagger + \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^c\mathbf{K}, \quad (25.75)$$

όπου

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_N \end{pmatrix} \quad (25.76)$$

και

$$C_+ \mathbf{f}^\dagger = \mathbf{f}^\dagger + Q C_+ \mathbf{f}^\dagger + \mathbf{e}, \quad (25.82)$$

όπου το \mathbf{e} σημαίνει ένα απομέμον διάνυσμα. Η διαδικασία της εκτέλεσης της συνολικής λύσης ελαχίστων τετραγώνων και η λύση για το συστατικό εκτός πεδίου έτσι ώστε να χωρέσει τους περιορισμούς, μπορούν να εφαρμοστούν σε μια επαναληπτική μόδα. Η προκύπτουσα αναδρομή είναι

$$C_+ \mathbf{f}^{(k)} = \mathbf{f}^\dagger + Q C_+ \mathbf{f}^{(k)} + \mathbf{e}^{(k)}. \quad (25.83)$$

Καθορίζοντας

$$\mathbf{f}^{(k+1)} \equiv C_+ \mathbf{f}^{(k)} - \mathbf{e}^{(k)}, \quad (25.84)$$

Ο τελικός επαναληπτικός αλγόριθμος γίνεται

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^{(0)} &= \mathbf{f}^\dagger \\ \mathbf{f}^{(k+1)} &= \mathbf{f}^\dagger + Q C_+ \mathbf{f}^{(k)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (25.85)$$

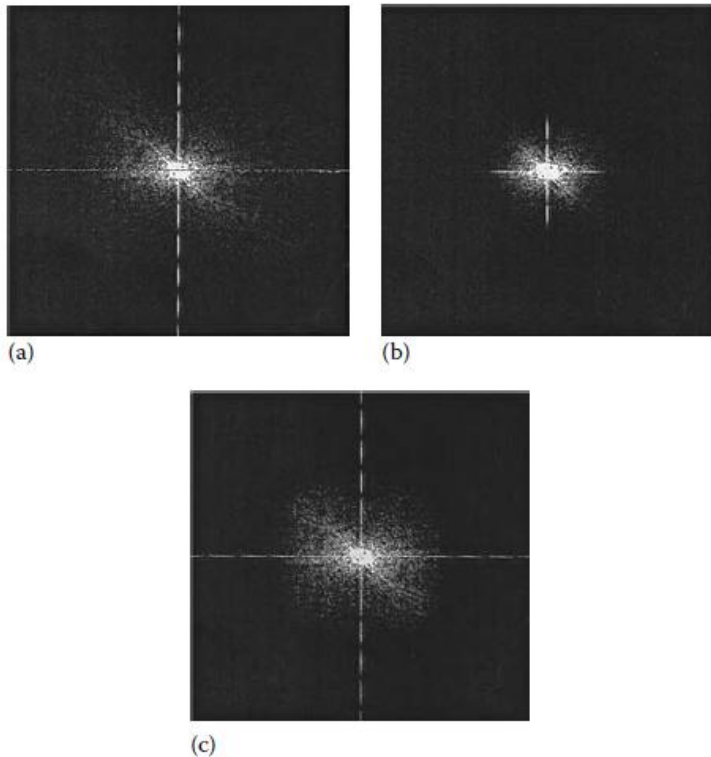
Σημειώστε ότι η αναδρομή αποδίδει την λύση ελαχίστων τετραγώνων, ενώ αναγκάζει την εφαρμογή των περιορισμών των προτέρων μέσω της συνιστώσας σήματος εκτός πεδίου. Είναι προφανές ότι μια τέτοια προσέγγιση θα αποφέρει μια καλύτερη εκτίμηση για το άγνωστο \mathbf{f} σήμα από τη λύση του ελάχιστου ποσοστού ελαχίστων τετραγώνων \mathbf{f}^\dagger . Σημειώστε ότι αυτός ο αλγόριθμος μπορεί εύκολα να γενικευθεί σε άλλα προβλήματα με την αντικατάσταση του περιορισμού C_+ μη αρνητικότητας με τους περιορισμούς του σήματος ανάλογα με την περίπτωση. Στην περίπτωση κατά την \mathbf{f}^\dagger ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς ακριβώς, η λύση για επαναληπτικό αλγόριθμο μειώνει στην ψευδοαντίστροφη λύση. Για περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με αυτόν τον αλγόριθμο, τα ζητήματα της σύγκλισης, καθώς και τη διακοπή κριτηρίου, ανατρέξτε στο [18,20,40]. Βλέποντας αυτό το αλγοριθμικό πλαίσιο από το συνολική θεωρητική άποψη που περιγράφεται στο [21], το αρχικό σύνολο των λύσεων δίνεται από όλες τις λύσεις που ικανοποιούν το

κριτήριο ελαχίστων τετραγώνων σφάλματος. Η προσθήκη περιορισμών ενός πρότερου σήματος αποπειράται να μειώσει το εφικτό σύνολο λύσεων και να παρέχει μια καλύτερη εκτίμηση από την ψευδοαντίστροφη λύση.

Τέλος, θα θέλαμε να δείξουμε κάποια αποτελέσματα αποκατάστασης εικόνας με βάση τη μέθοδο που περιγράφεται στο [19,20]. Η τεχνική είναι μια τροποποίηση της μεθόδου Kaczmarz, που περιγράφεται εδώ χρησιμοποιώντας τη θεωρία της POCS. Οι αυθεντικές, υποβαθμισμένες, αποκατεστημένες εικόνες που χρησιμοποιούν τον αρχικό αλγόριθμο Kaczmarz και οι αναπαλαιωμένες εικόνες που χρησιμοποιούν τον τροποποιημένο αλγόριθμο που βασίζεται στο πλαίσιο POCS φαίνεται στο Σχήμα 25.4. Ομοίως, δείχνουμε τις αρχικές, υποβαθμισμένες, και αποκατεστημένες εικόνες στο πεδίο των συχνοτήτων στο Σχήμα 25.5. Ολεπτομέρειες του αλγορίθμου βρίσκονται στο [19].



ΕΙΚΟΝΑ 25.4 (α) Αρχική εικόνα, (β) υποβαθμισμένη εικόνα στα 25 dB SNR, (γ) αποκατεστημένη εικόνα χρησιμοποιώντας Kaczmarz επαναλήψεις, και (δ) αποκατεστημένη εικόνα χρησιμοποιώντας τον τροποποιημένο αλγόριθμο Kaczmarz σε ένα πλαίσιο POCS. (Ευγενική παραχώρηση του IEEE:... Kuo, SS και Mammone, RJ, IEEE Trans. Signal Process, 40, 159, 1992)



ΕΙΚΟΝΑ 25.5 Χωρική απόκριση συχνότητας του (α) αρχική εικόνα, (β) υποβαθμισμένη εικόνα, και (γ) αποκατεστημένη εικόνα χρησιμοποιώντας το νέο αλγόριθμο. (Ευγενική παραχώρηση του IEEE:... Kuo, SS και Mammone, RJ, IEEE Trans Signal Process, 40, 159, 1992)

Αναφορές

1. Sondhi, M.M., Image restoration: The removal of spatially invariant degradations, Proc. IEEE, 60(7), 842–853, July 1972.
2. Slepian, D., Restoration of photographs blurred by image motion, Bell Syst. Tech. J., XLVI, 2353–2362, 1967.
3. Helstrom, C.W., Image restoration by the method of least squares, J. Opt. Soc. Am., 57, 297–303, 1967.
4. Gerchberg, R.W. and Saxton, W.O., A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures, Optik, 35, 237–246, 1972.

5. Papoulis, A., A new algorithm in spectral analysis and band-limited extrapolation, *IEEE Trans. Circuits Syst.*, 22, 735–742, 1975.
6. Hayes, M. H., Lim, J. S., and Oppenheim, A. V., Signal reconstruction from phase or magnitude, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, ASSP-28, 672–680, 1980.
7. Lent, A., Herman, G. T., and Rowland, S. W., Art: Mathematics and applications, *J. Theor. Biol.*, 42, 1–32, 1973.
8. Lent, A., Herman, G. T., and Lutz, P. H., Relaxation methods for image reconstruction, *Comm. Assoc. Comput. Mach.*, 21, 152–158, 1978.
9. Youla, D. C., Generalized image restoration by the method of alternating projections, *IEEE Trans. Circuits Syst.*, CAS-25, 694–702, September 1978.
10. Youla, D. C. and Webb, H., Image restoration by the method of convex projections: Part I—Theory, *IEEE Trans. Med. Imaging*, 1, 81–94, 1982.
11. Sezan, M. I. and Stark, H., Image restoration by the method of convex projections: Part II—Applications and numerical results, *IEEE Trans. Med. Imaging*, 1, 95–101, 1982.
12. Schafer, R. W., Mersereau, R. M., and Richards, M. A., Constrained iterative restoration algorithms, *Proc. IEEE*, 69(4), 432–449, April 1981.
13. Civanlar, M. R. and Trussell, H. J., Digital signal restoration using fuzzy sets, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, 34, 919–936, 1986.
14. Trussell, H. J. and Civanlar, M. R., The feasible solution in signal restoration, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, 32, 201–212, 1984.
15. Sezan, M. I. and Trussell, H. J., Prototype image constraints for set-theoretic image restoration, *IEEE Trans. Signal Process.*, 39, 2275–2285, 1991.
16. Sezan, M. I. and Tekalp, A. M., Adaptive image restoration with artifacts suppression using the theory of convex projections, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, 38, 181–185, January 1990.
17. Stark, H., Ed., *Image Recovery Theory and Applications*, Academic Press, New York, 1991.

987.

18. Podilchuk, C. I. and Mammone, R. J., Image recovery by convex projections using a least-squares constraint, *J. Opt. Soc. Am. A*, 7, 517–521, March 1990.
19. Kuo, S. S. and Mammone, R. J., Image restoration by convex projections using adaptive constraints and the l_1 norm, *IEEE Trans. Signal Process.*, 40, 159–168, 1992.
20. Mammone, R. J., Ed., *Computational Methods of Signal Recovery and Recognition*, John Wiley & Sons, New York, 1992.
21. Combettes, P. L., The foundations of set theoretic estimation, *Proc. IEEE*, 81, 182–208, 1993.
22. Noble, B. and Daniel, J. W., *Applied Linear Algebra*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1977.
23. Landau, H. J. and Miranker, W. L., The recovery of distorted band limited signals, *J. Math. Anal. Appl.*, 2, 97–104, 1961.
24. Wiener, N., On the factorization of matrices, *Commentarii Mathematici Helvetici*, 29, 97–111, 1955.
25. Jayant, N. S., Johnston, J. D., and Safranek, R. J., Signal compression based on models of human perception, *Proc. IEEE*, 81(10), 1385–1422, October 1993.
26. Pratt, W. K. and Davarian, F., Fast computational techniques for pseudo inverse and Wiener image restoration, *IEEE Trans. Comput.*, 26, 571–580, 1977.
27. Twomey, S., On the numerical solution of Fredholm integral equations of the first kind by the inversion of the linear system produced by quadrature, *J. Assoc. Comput. Mach.*, 10, 97–101, 1963.
28. Tikonov, A. N., Regularization of incorrectly posed problems, *Sov. Math.*, 4, 1624–1627, 1963.
29. Phillips, D. L., A technique for the numerical solution of certain integral equations of the first kind, *J. Assoc. Comput. Mach.*, 9, 84–97, 1964.
30. Mascarenhas, N. D. A. and Pratt, W. K., Digital image restoration under a regression model, *IEEE Trans. Circuits Syst.*, 22, 252–266, 1975.
31. Polyak, B. T., Gubin, L. G., and Raik, E. V., The method of projections for finding the common point of convex sets, *U.S.S.R. Comput. Math. Phys.*, 7, 1–24, 1967.
32. Kaczmarz, S., Angenaherte auflösung von systemen linearer gleichungen, *Bull. Acad. Pol. Sci. Lett. A*, 6(8A), 355–357, 1937.

33. Strand, O.N., Theory and methods related to the singular-function expansion and Landweber's iteration for integralequations of the first kind, *SIAM J. Numerical Anal.*, 11, 798–825, 1974.
34. Tanabe, K., Projection method for solving a singular system of linear equations and its applications, *Numerical Math.*, 17, 203–214, 1971.
35. Eggermont, P.P.B., Iterative algorithms for large partitioned linear systems with application to image reconstruction, *Linear Algebra Appl.*, 40, 37–67, 1981.
36. Widrow, B. and McCool, J.M., A comparison of adaptive algorithms based on the method of steepest descent and random search, *IEEE Trans. Antennas Propagation*, 24, 615–637, 1976.
37. Agmon, S., The relaxation method for linear inequalities, *Can. J. Math.*, 6, 382–392, 1954.
38. Motzkin, T.S. and Schoenberg, I.J., The relaxation method for linear inequalities, *Can. J. Math.*, 6, 393–404, 1954.
39. Minsky, M. and Papert, S., *Perceptrons: An Introduction to Computational Geometry*, MIT Press, Cambridge, MA, 1969.
40. Podilchuk, C.I. and Mammone, R.J., Stepsize for the general iterative image recovery algorithm, *Opt. Eng.*, 27, 806–811, 1988.

2

Αλγόριθμοι για την Αξονική τομογραφία

2.1 Εισαγωγή

Αξονική τομογραφία (CT) είναι η διαδικασία της ανοικοδόμησης του εσωτερικού των αντικειμένων από τα δεδομένα που συλλέγονται με βάση την ακτινοβολία που έχει μεταδοθεί ή εκπέμπεται. Το πρόβλημα εμφανίζεται σε ένα ευρύ φάσμα των τομέων εφαρμογής. Εδώ, θα συζητήσουμε τους αλγόριθμους ηλεκτρονικών υπολογιστών που χρησιμοποιούνται για την επίτευξη των αναπαραστάσεων.

2.2 Πρόβλημα ανασυγκρότησης

Θέλουμε να λύσουμε το εξής γενικό πρόβλημα. Υπάρχει μια τρισδιάστατη δομή των οποίων η εσωτερική σύνθεση είναι άγνωστη σε μας. Εμείς θεωρούμε αντικείμενο αυτής της δομής κάποιο είδος της ακτινοβολίας, είτε με την μετάδοση της ακτινοβολίας διαμέσου της δομής ή με την εισαγωγή του εκπομπού της ακτινοβολίας εντός της δομής. Μετράμε την ακτινοβολία που μεταδίδεται μέσω, ή εκπέμπεται από, τη δομή σε ορισμένα σημεία. CT είναι η διαδικασία της απόκτησης από αυτές τις μετρήσεις της κατανομής της φυσικής παραμέτρου (ω) στο εσωτερικό της δομής που έχουν επίδραση επί των μετρήσεων. Το πρόβλημα εμφανίζεται σε ένα ευρύ φάσμα τομέων, όπως η x-rayCT, αξονική τομογραφία, η τομογραφία εκπομπής, το φωτόνιο μετανάστευσης απεικόνισης, και το

ηλεκτρονικό μικροσκόπιο αποκατάστασης (βλέπε, π.χ., [1,2]). Όλα αυτά είναι αντίστροφα προβλήματα διαφορών ειδών (βλέπε, π.χ., [3]).

Εφόσον δεν ορίζεται διαφορετικά, θα συζητήσουμε το ειδικό πρόβλημα της ανασυγκρότησης εκτιμώντας μια συνάρτηση δύο μεταβλητών από τις εκτιμήσεις των ολοκληρωμάτων γραμμής. Όπως είναι αρκετά λογικό για οποιαδήποτε εφαρμογή, θα υποθέσουμε ότι ο τομέας της συνάρτησης περιέχεται σε μία πεπερασμένη περιοχή του επιπέδου. Σε ό, τι ακολουθεί, θα εισάγουμε όλους τους απαραίτητους συμβολισμούς και την ορολογία. Στις περισσότερες περιπτώσεις, αυτά συμφωνούν με εκείνα που χρησιμοποιούνται στο [1].

Ας υποθέσουμε ότι f είναι μία συνάρτηση των δύο πολικών μεταβλητών r και φ . Τα $[Rf](1_i, \theta_i)$ χαρακτηρίζουν τη γραμμή αναπόσπαστου της f κατά μήκος της γραμμής που βρίσκεται σε απόσταση ℓ από την προέλευση και σχηματίζει γωνία θ με τον κατακόρυφο άξονα.

Αναφερόμαστε σε αυτόν τον R χειριστή όπως το ραδόνιο μετασχηματισμού (έχει επίσης αναφερθεί θ_m στην βιβλιογραφία ως η ακτινογραφία μετασχηματισμού).

Τα δεδομένα εισόδου σε έναν αλγόριθμο ανακατασκευής είναι εκτιμήσεις (με βάση τις φυσικές μετρήσεις) των τιμών του $[Rf](\ell, \theta)$ για έναν πεπερασμένο αριθμό των ζευγών (ℓ, θ) ; Η παραγωγή της είναι μια εκτίμηση, κατά κάποιο τρόπο, των f . Πιο συγκεκριμένα, ας υποθέσουμε ότι οι εκτιμήσεις του $[Rf](\ell, \theta)$ είναι γνωστές για I ζεύγη: $(1_i, \theta_i), 1 \leq i \leq I$. Χρησιμοποιούμε y για να υποδηλώσει το I -διαστάσεων διάνυσμα στήλης (που ονομάζεται άνυσμα) του οποίου η i -συνιστώσα, y_i , είναι η διαθέσιμη εκτίμηση του $[Rf](1_i, \theta_i)$. Το έργο ενός αλγόριθμου ανακατασκευής είναι

δεδομένου της y δεδομένων, εκτίμηση της συνάρτησης f .

Ακολουθώντας το [1], οι αλγόριθμοι ανακατασκευής χαρακτηρίζονται είτε ως μέθοδοι μετασχηματισμού ή ως μέθοδοι επέκτασης με σειρά. Στις παρακάτω υποενότητες, θα συζητήσουμε τις βασικές ιδέες των δύο αυτών προσεγγίσεων και θα δώσουμε λεπτομερείς περιγραφές των δύο αλγορίθμων από κάθε κατηγορία.

2.3 Μέθοδοι μετασχηματισμού

Ο μετασχηματισμός Radon έχει αντίστροφο, R^{-1} , ορίζεται ως εξής. Για μια συνάρτηση p του ℓ και θ ,

$$[R^{-1}p](r, \varphi) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{r \cos(\theta - \varphi) - \ell} p_1(\ell, \theta) d\ell d\theta, \quad (26.1)$$

όπου $p_1(\ell, \theta)$ συμβολίζει την μερική παράγωγο της p σε σχέση με την πρώτη μεταβλητή της ℓ . (Σημειώστε ότι αυτό είναι άρρηκτα υποτιθέμενο σε αυτό τον ορισμό ότι το p είναι αρκετά καλό για την ύπαρξη ολοκληρώματος στην εξίσωση 26.1). Είναι γνωστό [1] ότι για κάθε συνάρτηση f που ικανοποιεί ορισμένες σωματικά λογικές συνθήκες (όπως η συνέχεια και το όριο) έχουμε, για όλα τα σημεία (r, φ) ,

$$[R^{-1}Rf](r, \varphi) = f(r, \varphi). \quad (26.2)$$

Οι μέθοδοι μετασχηματισμού είναι αριθμητικές διαδικασίες που εκτιμούν τις αξίες του διπλού ολοκληρώματος στη δεξιά πλευρά της εξίσωσης 26.1 από δεδομένες τιμές των $p(1_i, \theta_i)$, για $1 \leq i \leq I$. Θα συζητήσουμε τώρα δύο τέτοιες μεθόδους: τον ευρέως υιοθετημένο αλγόριθμο της φιλτραρισμένης οπίσθιας προβολής (FBP) και την πιο πρόσφατα αναπτυγμένη μέθοδο linogram.

2.4 Φιλτραρισμένη οπίσθια προβολή

Σε αυτόν τον αλγόριθμο, η δεξιά πλευρά της Εξίσωσης 26.1 προσεγγίζεται από μία διαδικασία δύο σταδίων (για λεπτομέρειες βλέπε Παραγωγικό [1], ή, σε ένα γενικότερο πλαίσιο, [3]). Πρώτον, για σταθερές τιμές των θ , οι συνελίξεις ορίζονται από

$$[p^*_{\gamma} q](\ell', \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\ell, \theta) q(\ell' - \ell, \theta) d\ell \quad (26.3)$$

εκτελούνται, χρησιμοποιώντας μια συνάρτηση συνέλιξης q (μίας μεταβλητής) των οποίων η ακριβής επιλογή θα έχει μια σημαντική επίδραση στην εμφάνιση της

τελικής εικόνας. Δεύτερον, η εκτίμηση της f^* απόφ λαμβάνεται με οπίσθια προβολή ως εξής:

$$f^*(r, \varphi) = \int_0^\pi [p^* \gamma q](r \cos(\theta - \varphi), \theta) d\theta. \quad (26.4)$$

Για να καταστήσουμε σαφή την εφαρμογή του παρόντος για ένα δεδομένο διάνυσμα μέτρησης, ας υποθέσουμε ότι το p λειτουργίας δεδομένων είναι γνωστό στα σημεία $(nd, m\Delta)$, $-N \leq n \leq N$, $0 \leq m \leq M - 1$, και $M\Delta = \pi$. Ας υποθέσουμε ότι η συνάρτηση f πρέπει να εκτιμηθεί στα σημεία (r_j, φ_j) , $1 \leq j \leq J$. Ο αλγόριθμος του υπολογιστή λειτουργεί ως ακολούθως.

Μια ακολουθία f_0, \dots, f_{M-1}, f_M εκτιμήσεων παράγεται. Η τελευταία από αυτές είναι η έξοδος του αλγορίθμου. Πρώτα ορίζουμε

$$f_0(r_j, \varphi_j) = 0, \quad (26.5)$$

για $1 \leq j \leq J$. Στη συνέχεια, για κάθε τιμή του m , $0 \leq m \leq M - 1$, παράγουμε την $(m + 1)$ εκτίμηση από την m th εκτίμηση από μια διαδικασία δύο σταδίων:

1. Για $-N \leq n' \leq N$, υπολογίστε

$$p_c(n'd, m\Delta) = d \sum_{n=-N}^N p(nd, m\Delta) q[(n' - n)d], \quad (26.6)$$

χρησιμοποιώντας τις μετρημένες αξίες $p(nd, m\Delta)$ και τις από πριν μετρημένες αξίες (ίδιες για όλα τα m) από $q(n'd)$. Αυτή είναι μία διακριτοποίηση της εξίσωσης 26.3.

2. Για $1 \leq j \leq J$, θέτουμε

$$f_{m+1}(r_j, \varphi_j) = f_m(r_j, \varphi_j) + \Delta p_c(r_j \cos(m\Delta - \varphi_j), m\Delta). \quad (26.7)$$

Αυτή είναι μια διακριτοποίηση της Εξίσωσης 26.4. Για να γίνει αυτό, θα πρέπει να παρεμβάλουμε την πρώτη μεταβλητή του υπολογιστή από τις τιμές που υπολογίστηκαν στην Εξίσωση 26.6 για να ληφθούν οι τιμές που απαιτούνται στην

Εξίσωση 26.7. Στην πράξη, άπαξ

$f_{m+1}(r_j, \varphi_j)$ έχει υπολογιστεί, $f_m(r_j, \varphi_j)$ δεν είναι πλέον

απαραίτητη και ο υπολογιστής μπορεί να επαναχρησιμοποιήσει την ίδια θέση μνήμης για $f_0(r_j, \varphi_j), \dots, f_{M-1}(r_j, \varphi_j), f_M(r_j, \varphi_j)$. Σε μια πλήρη εκτέλεση του

αλγορίθμου, οι χρήσεις της Εξίσωσης 26.6 απαιτούν $M(2N+1)$

πολλαπλασιασμούς και προσθήκες, ενώ όλες οι χρήσεις της Εξίσωσης 26,7

απαιτούν MJ παρεμβολές και προσθήκες. Δεδομένου ότι το J είναι τυπικά της

τάξης του N^2 και N ίδιο σε τυπικές εφαρμογές είναι μεταξύ 100 και 1000,

βλέπουμε ότι το κόστος της οπίσθιας προβολής, είναι πιθανό να είναι πολύ πιο

απαιτητικό υπολογιστικά από το κόστος της συνέλιξης. Σε κάθε περίπτωση, η

ανοικοδόμηση μίας τυπικής 512×512 διατομής από τα δεδομένα που

συλλέγονται από μια τυπική συσκευή ακτινογραφίας CT δεν είναι μια πρόκληση

για τις υπολογιστικές δυνατότητες της τέχνης; Αυτό γίνεται συνήθως με τη σειρά

ενός δευτέρου και κάτι και μπορεί να γίνει, χρησιμοποιώντας μια αρχιτεκτονική

αγωγού, σε ένα κλάσμα του δευτερολέπτου [4].

2.5 Μέθοδος Linogram

Το βασικό αποτέλεσμα που δικαιολογεί αυτή τη μέθοδο είναι το γνωστό θεώρημα προβολής που λέει ότι" λαμβάνοντας το δισδιάστατο μετασχηματισμό Fourier είναι το ίδιο με τη λήψη του ραδόνιου μετασχηματισμού και στη συνέχεια, εφαρμόζοντας το μετασχηματισμό Fourier σε σχέση με την πρώτη μεταβλητή" [1]. Η μέθοδος προτάθηκε για πρώτη φορά [5], και ο λόγος για το όνομα της μεθόδου μπορεί να βρεθεί εκεί. Ο βασικός λόγος για την πρόταση αυτής της μεθόδου είναι η ταχύτητα της εκτέλεσης και θα επανέλθουμε σε αυτό παρακάτω. Στην περιγραφή που ακολουθεί, χρησιμοποιούμε την προσέγγιση των [6]. Αυτό το έγγραφο ασχολείται με το πλήρως τρισδιάστατο πρόβλημα; Εδώ, θα απλοποιήσουμε τη δισδιάστατη περίπτωση.

Για την προσέγγιση linogram, υποθέτουμε ότι τα δεδομένα συλλέχθηκαν με έναν ιδιαίτερο τρόπο (δηλαδή, στα σημεία των οποίων οι θέσεις θα είναι ακριβώς ορίζεται κατωτέρω); Εάν συλλέχθηκαν με άλλο τρόπο, θα πρέπει να παρεμβάλουμε πριν από την ανοικοδόμηση. Εάν η λειτουργία είναι να υπολογίζεται σε μία συστοιχία των σημείων με ορθογώνιες συντεταγμένες $\{(id, jd), -N \leq i \leq N, -N \leq j \leq N\}$ (αυτή η συστοιχία υποτίθεται πως θα καλύψει το αντικείμενο να ανακατασκευαστεί), τότε η συνάρτηση δεδομένων p πρέπει να είναι γνωστή σε σημεία

$$(nd_m, \theta_m), -2N - 1 \leq n \leq 2N + 1, -2N - 1 \leq m \leq 2N + 1 \quad (26.8)$$

και σε σημεία

$$\left(nd_m, \frac{\pi}{2} + \theta_m\right), -2N - 1 \leq n \leq 2N + 1, -2N - 1 \leq m \leq 2N + 1, \quad (26.9)$$

όπου

$$\theta_m = \tan^{-1} \frac{2m}{4N + 3} \quad \text{and} \quad d_m = d \cos \theta_m. \quad (26.10)$$

Η μέθοδος linogram παράγει από τέτοιες εκτιμήσεις δεδομένων των τιμών λειτουργίας στα επιθυμητά σημεία χρησιμοποιώντας μια διαδικασία πολλαπλών βαθμίδων. Παραθέτουμε τώρα αυτά τα στάδια, αλλά πρώτα να επισημάνουμε δύο γεγονότα. Το ένα είναι ότι ο πιο ακριβός υπολογισμός που πρέπει να χρησιμοποιηθεί σε οποιαδήποτε από τα στάδια είναι η λήψη των διακριτών μετασχηματισμών Fourier (DFTs), ο οποίος μπορεί πάντοτε να εφαρμοστεί (ενδεχομένως μετά από κάποια παραγεμίσματα από μηδενικά) πολύ αποτελεσματικά με τη χρήση της ταχείας μετασχηματισμού Fourier (FFT). Το άλλο είναι ότι η έξοδος του οποιοδήποτε σταδίου παράγει εκτιμήσεις των τιμών λειτουργίας σε ακριβώς εκείνα τα σημεία όπου χρειάζονται για τους διακριτούς υπολογισμούς του επόμενου σταδίου; Τότε δεν υπάρχει καμία ανάγκη για την παρεμβολή μεταξύ των σταδίων. Είναι αυτά τα δύο γεγονότα που δείχνουν γιατί η μέθοδος linogram είναι τόσο υπολογιστικά αποτελεσματική και ακριβής. (Από την άποψη αυτού του βιβλίου, τα γεγονότα αυτά δικαιολογούν την επιλογή των σημείων δειγματοληψίας στις εξισώσεις 26.8 από 26.10; Μια γεωμετρική ερμηνεία δίνεται στο [7].)

1.Ο Fourier μετασχηματισμός των δεδομένων - Για κάθε τιμή της δεύτερης μεταβλητής, παίρνουμε το DFT των δεδομένων σε σχέση με την πρώτη μεταβλητή στις Εξισώσεις 26.8 και 26.9. Με το θεώρημα προβολής, αυτό μας παρέχει με τις εκτιμήσεις των δύο διαστάσεων F μετασχηματισμού Fourier του αντικειμένου στα σημεία (σε ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων).

$$\left(\frac{k}{(4N+3)d}, \frac{k}{(4N+3)d} \tan \theta_m \right), -2N-1 \leq k \leq 2N+1, -2N-1 \leq m \leq 2N+1 \quad (26.11)$$

και σε σημεία (και σε ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων)

$$\left(\frac{k}{(4N+3)d} \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta_m\right), \frac{k}{(4N+3)d} \right), -2N-1 \leq k \leq 2N+1, -2N-1 \leq m \leq 2N+1. \quad (26.12)$$

2. Windowing - Σε αυτό το σημείο μπορούμε να καταστείουμε αυτές τις συχνότητες που υποψιαζόμαστε ότι είναι ο θόρυβος που κυριαρχείται από τον πολλαπλασιασμό με μια συνάρτηση παραθύρου (που αντιστοιχεί στην ανέλιξη λειτουργία FBP).
3. Διαχωρισμός σε δύο λειτουργίες-Το δείγμα F μετασχηματισμού Fourier του αντικειμένου που πρόκειται να ανακατασκευαστεί γράφεται ως το άθροισμα των δύο λειτουργιών, G και H. Το G έχει τις ίδιες αξίες ως F σε όλα τα σημεία που αναφέρονται στην Εξίσωση 26.11 εκτός από την προέλευση και είναι μηδενικής αξίας σε όλα τα άλλα σημεία. το H έχει τις ίδιες αξίες ως F σε όλα τα σημεία που αναφέρονται στην Εξίσωση 26.12 εκτός από την προέλευση και είναι μηδενικής αποτίμησης σε όλα τα άλλα σημεία. Είναι σαφές ότι, εκτός από την καταγωγή, $F = G + H$. Η ιδέα είναι ότι από την πρώτη λήψη του δισδιάστατου αντίστροφου Fourier μετασχηματίζει τα G και H χωριστά και στη συνέχεια προσθέτοντας τα αποτελέσματα, έχουμε μια εκτίμηση (εκτός από ένα σταθερό όρο που έχει να υπολογίζεται ξεχωριστά, βλέπε [6]) της f. Το μόνο που ακολουθούμε είναι αυτό που πρέπει να γίνει με το G; η κατάσταση με το H είναι ανάλογη.
4. Τερέτισμα Z-μετατροπή στη δεύτερη μεταβλητής Σημειώστε ότι ο τρόπος με τον οποίο το θ_m επιλέχθηκε σημαίνει ότι αν έχουμε καθορίσει k, τότε η δειγματοληψία στη δεύτερη μεταβλητή της Εξίσωσης 26,11 είναι ομοιόμορφη. Επιπλέον, γνωρίζουμε ότι η τιμή του G είναι μηδέν εκτός της περιοχής δείγματος. Ως εκ τούτου, για κάθε σταθερό k, $0 < |k| \leq 2N+1$, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το τερέτισμα z-μετασχηματισμό για να υπολογίσουμε τον αντίστροφο DFT στη δεύτερη μεταβλητή στα σημεία

$$\left(\frac{k}{(4N+3)d}, jd \right), -2N-1 \leq k \leq 2N+1, -N \leq j \leq N. \quad (26.13)$$

Το τερέτισμα μετασχηματισμός-z μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας τρεις FFTs, βλ. [7].

5. Αντίστροφος μετασχηματισμός στην πρώτη μεταβλητή-Ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier του G μπορεί τώρα να εκτιμηθεί στα απαιτούμενα σημεία με τη λήψη, για κάθε σταθερό j , το αντίστροφο DFT στην πρώτη μεταβλητή των τιμών στα σημεία της Εξίσωσης 26.13.

2.6 Μέθοδοι επέκτασης με σειρά

Αυτή η προσέγγιση υποθέτει ότι η συνάρτηση f , να ανακατασκευαστεί μπορεί να προσεγγιστεί από ένα γραμμικό συνδυασμό ενός πεπερασμένου συνόλου γνωστών και σταθερών λειτουργιών βάσης,

$$f(r, \varphi) \approx \sum_{j=1}^J x_j b_j(r, \varphi), \quad (26.14)$$

και ότι το καθήκον μας είναι να υπολογιστούν οι άγνωστοι, x_j . Αν υποθέσουμε ότι οι μετρήσεις εξαρτώνται γραμμικά στο αντικείμενο για να ανακατασκευαστεί (σίγουρα αλήθεια στην ειδική περίπτωση των ολοκληρωμάτων γραμμής) και ότι γνωρίζουμε (τουλάχιστον κατά προσέγγιση) τι θα ήταν οι μετρήσεις, αν το αντικείμενο που πρέπει να ανακατασκευαστεί ήταν ένα από τις λειτουργίες της βάσης (που χρησιμοποιούμε $r_{i,j}$ για να υποδηλώσει την αξία της i μέτρησης της j λειτουργίας βάσης), τότε μπορούμε να συμπεράνουμε [1] ότι το i -των μετρήσεων μας φαίνεται

$$\sum_{j=1}^J r_{i,j} x_j. \quad (26.15)$$

Το πρόβλημά μας είναι στη συνέχεια να εκτιμηθεί το x_j από τις μετρούμενες προσεγγίσεις (για $1 \leq I \leq I$) προς την Εξίσωση 26.15. Η εκτίμηση μπορεί συχνά να επιλεγεί ως ένα που ικανοποιεί κάποιο κριτήριο βελτιστοποίησης.

Για να απλοποιήσουμε το συμβολισμό, η εικόνα αντιπροσωπεύεται από ένα J -τρισεδιάστατης εικόνας διάνυσμα x (με καταχωρήσεις x_j) και τα δεδομένα αποτελούν ένα I -διάστατο διάνυσμα y μέτρησης. Υπάρχει μία υποτιθέμενη προβολή πίνακα R (με καταχωρήσεις $r_{i,j}$). Αφήνουμε τον να χαρακτηρίζει την

μεταφορά της i σειράς R ($1 \leq i \leq I$), και έτσι το εσωτερικό γινόμενο $\langle r_i, x \rangle$ είναι το ίδιο με την έκφραση στην εξίσωση 26.15. Τότε το y είναι περίπου Rx και μπορεί να υπάρχουν περαιτέρω πληροφορίες που το x ανήκει σε ένα υποσύνολο του C από R' , ο χώρος των J -διαστάσεων πραγματικών τιμών διανυσμάτων. Σε αυτό το σκεύασμα οι R , C , και y είναι γνωστές και το x μένει να εκτιμηθεί.

Αντικαθιστώντας τις εκτιμώμενες αξίες των x_j στην εξίσωση 26.14, θα μας δώσει συνέχεια με εκτίμηση της συνάρτησης f .

Ο απλούστερος τρόπος για την επιλογή των λειτουργιών βάσης είναι η υποδιαίρεση του αεροπλάνου σε pixels (ή το χώρο σε voxels) και επιλέγοντας τις λειτουργίες βάσει των οποίων η τιμή είναι 1 μέσα σε ένα συγκεκριμένο pixel (ή voxel) και 0 οπουδήποτε αλλού. Ωστόσο, υπάρχουν και άλλες επιλογές που μπορεί να είναι προτιμότερες; Για παράδειγμα, [8], χρησιμοποιεί σφαιρικά συμμετρικές συναρτήσεις βάσης που δεν είναι μόνο χωρικά περιορισμένη, αλλά μπορεί επίσης να επιλεγεί και να είναι πολύ ομαλή. Η ομαλότητα των λειτουργιών της βάσης στη συνέχεια οδηγεί σε ομαλότητα των ανακατασκευών, ενώ η σφαιρική συμμετρία επιτρέπει εύκολο υπολογισμό του ri_j . Έχει αποδειχθεί [9], ότι, για την περίπτωση της πλήρως τρισδιάστατης τομογραφίας εκπομπής ποζιτρονίων (PET) για την ανασυγκρότηση, όπως συναρτήσεις βάσης πράγματι οδηγεί σε στατιστικά σημαντικές βελτιώσεις στην προσανατολισμένη απόδοση των μεθόδων ανασυγκρότησης σειράς επέκτασης.

Σε πολλές περιπτώσεις, μόνο ένα μικρό ποσοστό των ri_j είναι μη μηδενικό. (Για παράδειγμα, αν οι συναρτήσεις βάσης βασίζονται σε voxels με $200 \times 200 \times 100$ συστοιχία και οι μετρήσεις είναι κατά προσέγγιση ολοκληρώματα γραμμής, τότε το ποσοστό των μη μηδενικών ri_j είναι μικρότερο από 0,01, δεδομένου ότι μία τυπική γραμμή θα τέμνει λιγότερα από 400 voxels.) Αυτό κάνει ορισμένους τύπους επαναληπτικών μεθόδων για την εκτίμηση του x_j εκπληκτικά αποτελεσματικούς. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μπορεί κανείς να κάνει χρήση της υπορουτίνας που, για κάθε i , επιστρέφει μια λίστα με αυτούς j s για την οποία ri_j δεν είναι μηδέν, μαζί με τις τιμές των ri_j [1,10]. Συζητάμε τώρα δύο τέτοιες επαναληπτικές προσεγγίσεις: οι λεγόμενες αλγεβρικές τεχνικές ανασυγκρότησης (ART) και η χρήση της προσδοκίας μεγιστοποίησης (EM).

2.7 Αλγεβρικές τεχνικές ανασυγκρότησης

Η βασική έκδοση του ART λειτουργεί ως εξής [1]. Η μέθοδος περνάει μέσω των μετρήσεων κατ'επανάληψη, λαμβάνοντας υπόψη μόνο μία μέτρηση σε έναν χρόνο. Μόνο εκείνοι x_j έχουν ενημερωθεί για τις οποίες η αντίστοιχη ri_j για το σήμερα θεωρείται μέτρησης i , είναι διαφορετική από το μηδέν και την αλλαγή

που έγινε στο x_j , είναι ανάλογη με $r_{i,j}$. Ο συντελεστής αναλογικότητας ρυθμίζεται έτσι ώστε εάν η Εξίσωση 26.15 αξιολογείται για το προκύπτον x_j , τότε θα ταιριάζει ακριβώς με την i -οστή μέτρηση. Άλλες παραλλαγές θα χρησιμοποιήσουν ένα μπλοκ των μετρήσεων σε ένα επαναληπτικό βήμα και θα ενημερώσουν το x_j με διάφορους τρόπους για να εξασφαλίσει ότι η επαναληπτική διαδικασία συγκλίνει, σύμφωνα με ένα επιλεγμένο κριτήριο εκτίμησης. Εδώ συζητάμε μόνο ένα συγκεκριμένο κριτήριο βελτιστοποίησης και τον σχετικό αλγόριθμο. (Άλλοι μπορεί να βρεθούν, για παράδειγμα, στο [1]). Το καθήκον μας είναι να βρούμε το x στο \mathbf{R}^J που ελαχιστοποιεί

$$r^2 \|y - R_x\|^2 + \|x - \mu_x\|^2 \quad (26.16)$$

($\|\cdot\|$ υποδεικνύει τη συνήθη Ευκλείδεια νόρμα), για μια δεδομένη σταθερή βαθμωτή r (που ονομάζεται η παράμετρος νομιμοποίησης) και ένα δεδομένο σταθερό μ_x φορέα.

Ο αλγόριθμος κάνει χρήση ενός I-διάστατου διανύσματος u από επιπλέον μεταβλητές, μία για κάθε μέτρηση. Πρώτα ορίζουμε $u^{(0)}$ να είναι το I-διάστατο διάνυσμα μηδέν και $x^{(0)}$ να είναι το J-διάστατο διάνυσμα μηδέν. Στη συνέχεια, για $k \geq 0$, θέτουμε

$$\begin{aligned} u^{(k+1)} &= u^{(k)} + c^{(k)} e_{i_k}, \\ x^{(k+1)} &= x^{(k)} + r c^{(k)} r_{i_k}, \end{aligned} \quad (26.17)$$

Όπου e_{i_k} είναι ένα I-διαστατο διάνυσμα, του οποίου το i_k -οστό στοιχείο είναι 1, με όλα τα άλλα συστατικά να είναι 0 και

$$c^{(k)} = \lambda^{(k)} \frac{r(y_{i_k} - \langle r_{i_k}, x^{(k)} \rangle) - u_{i_k}^{(k)}}{1 + r^2 \|r_{i_k}\|^2}, \quad (26.18)$$

με $i_k = [k(\text{mod } I) + 1]$.

ΘΕΩΡΗΜΑ 26.1

(δες [1] για απόδειξη). Αφήνοντας του να είναι ένα διάνυσμα οποιασδήποτε μέτρησης, το r

να είναι οποιοδήποτε πραγματικό νούμερο, και το μ_k να είναι οποιοδήποτε στοιχείο του \mathbf{R}^l .

Τότε για οποιοσδήποτε πραγματικούς αριθμούς $\lambda^{(k)}$ ικανοποιούν

$$0 < \varepsilon_1 \leq \lambda^{(k)} \leq \varepsilon_2 < 2, \quad (26.19)$$

η αλληλουχία $x^{(0)}, x^{(1)}, x^{(2)}, \dots$ καθορίζεται από τον αλγόριθμο που δίνεται παραπάνω, συγκλίνει στο μοναδικό διάνυσμα x που ελαχιστοποιεί την εξίσωση 26.16.

Η εφαρμογή αυτού του αλγορίθμου είναι σχεδόν πιο περίπλοκη από ό, τι εκείνη του βασικού ART, το οποίο περιγράφεται στην αρχή του παρόντος τμήματος. Χρειαζόμαστε μια πρόσθετη αλληλουχία 1-διάστατων διανυσμάτων $u^{(k)}$, αλλά στο k th επαναληπτικό βήμα μόνο ένα συστατικό του $u^{(k)}$ είναι απαραίτητο ή να τροποποιηθούν. Δεδομένου ότι οι i_k s ορίζονται σε μια κυκλική σειρά, οι συνιστώσες του διανύσματος $u^{(k)}$ (ακριβώς όπως τα συστατικά της μέτρησης διανύσματος y) μπορεί να είναι διαδοχικά προσβάσιμες. (Η ακριβής επιλογή αυτής-που συχνά αναφέρεται ως η παραγγελία πρόσβασης δεδομένων-είναι πολύ σημαντική για τη γρήγορη αρχική σύγκλιση; Αυτή περιγράφεται στο [11]. Η βασική αρχή είναι ότι σε κάθε ακολουθία των βημάτων, θέλουμε να έχουμε τις επιμέρους δράσεις να είναι όσο το δυνατόν περισσότερο ανεξάρτητες.) Χρησιμοποιούμε επίσης, για κάθε ακέραιο $k \geq 0$, έναν θετικό πραγματικό αριθμό $\lambda^{(k)}$. (Αυτές είναι οι λεγόμενες παράμετροι χαλάρωσης. Είναι ελεύθερες παράμετροι του αλγορίθμου και στην πράξη, πρέπει να βελτιστοποιηθούν. [11]). Οι r_i s συνήθως δεν αποθηκεύονται καθόλου, αλλά η θέση και το μέγεθος των μη μηδενικών στοιχείων τους υπολογίζονται όπως και όταν χρειαστεί. Ως εκ τούτου, ο αλγόριθμος που περιγράφεται από τις εξισώσεις 26.17 και 26.18 μοιράζει τον αποδοτικό χαρακτήρα των βασικών ART και τις υπολογιστικές απαιτήσεις του που είναι κατ'ουσίαν το ίδιο. Υποθέτοντας, όπως είναι λογικό, ότι ο αριθμός των μη μηδενικών r_i είναι της ίδιας τάξης όπως το N , βλέπουμε ότι το κόστος του ποδηλάτου μέσω των στοιχείων, χρησιμοποιώντας ART είναι της τάξης NJ , το οποίο είναι περίπου το ίδιο με το κόστος της ανακατασκευής χρησιμοποιώντας FBP. (Ότι αυτό είναι πράγματι έτσι επιβεβαιώνεται από τους χρόνους που αναφέρονται στο [12].) Ένα σημαντικό πράγμα που πρέπει να θυμάστε σχετικά με το Θεώρημα 26.1 είναι ότι δεν υπάρχουν περιορισμοί συνέπειας στη δήλωσή του. Ως εκ τούτου, ο αλγόριθμος των εξισώσεων 26.17 και 26.18 θα συγκλίνει στον ελαχιστοποιητή της Εξίσωσης 26.16-η λεγόμενη λύση ελαχίστων τετραγώνων -

που χρησιμοποιούν τα πραγματικά δεδομένα που συλλέγονται σε οποιαδήποτε εφαρμογή.

2.8 Προσδοκία μεγιστοποίησης

Εμείς μπορεί να επιθυμούμε να βρούμε x τέτοια ώστε να μεγιστοποιεί την πιθανότητα παρατηρώντας τις πραγματικές μετρήσεις, με βάση την υπόθεση ότι η μέτρηση i th προέρχεται από μια κατανομή Poisson, της οποίας η μέση δίδεται από την Εξίσωση 26.15. Μια επαναληπτική μέθοδος για να κάνει ακριβώς αυτό, με βάση την λεγόμενη προσέγγιση EM, προτάθηκε στο [13]. Εδώ, θα συζητήσουμε μία παραλλαγή αυτής της προσέγγισης που σχεδιάστηκε για ένα κάπως πιο περίπλοκο κριτήριο βελτιστοποίησης [14], η οποία ενισχύει την ομαλότητα των αποτελεσμάτων, όπου το αρχικό κριτήριο με τη μέγιστη πιθανότητα μπορεί να οδηγήσει σε θορυβώδεις εικόνες.

Ας \mathbf{R}'_+ υποδηλώσει τα στοιχεία της \mathbf{R}' στην οποία όλα τα στοιχεία είναι μη αρνητικά. Το καθήκον μας είναι να βρούμε το x σε \mathbf{R}'_+ που ελαχιστοποιεί

$$\sum_{i=1}^J [\langle r_i, x \rangle - y_i \ln \langle r_i, x \rangle] + \frac{\gamma}{2} x^T S x, \quad (26.20)$$

όπου η $J \times J$ μήτρα S (με καταχωρήσεις συμβολίζεται με $s_{j,u}$) είναι μία μήτρα τροποποιημένης εξομάλυνσης [1], η οποία έχει την ακόλουθη ιδιότητα. (Ο ορισμός αυτός ισχύει μόνο αν χρησιμοποιήσουμε pixels για να καθορίσουμε τις συναρτήσεις βάσης.) Έστω N το σύνολο των δεικτών που αντιστοιχούν σε εικονοστοιχεία που δεν είναι στα σύνορα της ψηφιοποίησης. Κάθε τέτοιο pixel έχει οκτώ γείτονες, ας δηλώνει το N_j τα ευρετήρια των pixels που συνδέονται με τους γείτονες του pixel και αναπροσαρμόζονται από j . Στη συνέχεια,

$$x^T S x = \sum_{j \in N} \left(x_j - \frac{1}{8} \sum_{k \in N_j} x_k \right)^2. \quad (26.21)$$

Σκεφτείτε τους κανόνες που ακολουθούν για να πάρουμε το $x^{(k+1)}$ από το $x^{(k)}$:

$$p_j^{(k)} = \frac{\sum_{i=1}^I r_{i,j}}{9\gamma s_{j,j}} - x_j^{(k)} + \frac{1}{9s_{j,j}} \sum_{u=1}^J s_{j,u} x_u^{(k)}, \quad (26.22)$$

$$q_j^{(k)} = \frac{x_j^{(k)}}{9\gamma s_{j,j}} \sum_{i=1}^I \frac{r_{i,j} y_i}{\langle r_i, x^{(k)} \rangle}, \quad (26.23)$$

$$x_j^{(k+1)} = \frac{1}{2} \left(-p_j^{(k)} + \sqrt{\left(p_j^{(k)}\right)^2 + 4q_j^{(k)}} \right). \quad (26.24)$$

Δεδομένου ότι ο πρώτος όρος της Εξίσωσης 26.22 μπορεί να προϋπολογίζεται, η εκτέλεση της Εξίσωσης 26.22 ουσιαστικά δεν απαιτεί μεγαλύτερη προσπάθεια από ότι πολλαπλασιάζοντας $x^{(k)}$ με την τροποποιημένη μήτρα εξομάλυνσης. Όπως εξηγείται στο [1], υπάρχει ένας πολύ αποτελεσματικός τρόπος για να γίνει αυτό. Η εκτέλεση της Εξίσωσης 26.23 απαιτεί περίπου την ίδια προσπάθεια όπως η ποδηλασία για μία φορά μέσα από τα δεδομένα που χρησιμοποιούν ART (βλέπε εξίσωση 26.18). Αλγοριθμικές λεπτομέρειες των αποτελεσματικών υπολογισμών της Εξίσωσης 26.23 εμφανίστηκαν στο [15]. Σαφώς, η εκτέλεση της Εξίσωσης 26.24 απαιτεί ένα ασήμαντο ποσό των υπολογιστών. Έτσι, βλέπουμε ότι ένα επαναληπτικό βήμα του αλγορίθμου EM των εξισώσεων 26.22 με 26.24 απαιτεί, στο σύνολο, περίπου την ίδια υπολογιστική προσπάθεια, όπως η ποδηλασία μέσα από τα στοιχεία για μία φορά με την τέχνη, το οποίο κοστίζει περίπου το ίδιο με μια πλήρη ανακατασκευή του FBP. Μια βασική διαφορά μεταξύ της μεθόδου ART και της μεθόδου EM είναι ότι οι προηγούμενες ενημερώσεις, εκτιμώνται με βάση μία μέτρηση σε έναν χρόνο, ενώ το τελευταίο ασχολείται με όλες τις μετρήσεις ταυτόχρονα.

ΘΕΩΡΗΜΑ 26.2

(δες το [14] για απόδειξη). Για οποιοδήποτε $x^{(0)}$ με μόνο θετικό συστατικό, η αλληλουχία $x^{(0)}, x^{(1)}, x^{(2)}, \dots$ παράγεται από τον αλγόριθμο των εξισώσεων 26.22 με 26.24 και συγκλίνει σε ελαχιστοποίηση της εξίσωσης 26.20 σε \mathbb{R}_+^J .

2.9 Σύγκριση της απόδοσης των αλγόριθμων

Έχουμε συζητήσει τέσσερις πολύ διαφορετικούς σε απόδοση αλγορίθμους και η λογοτεχνία είναι γεμάτη από πολλούς άλλους, μόνο μερικοί από τους οποίους ερωτήθηκαν σε βιβλία, όπως [1]. Πολλοί από τους αλγορίθμους είναι διαθέσιμοι σε γενικά πακέτα εικόνας με σκοπό την ανασυγκρότηση λογισμικού, όπως SNARK09 [10]. Ο αρχάριος έρχεται αντιμέτωπος με ένα πρόβλημα της ανοικοδόμησης και δικαιολογείται να προβληματίζεται ως προς τον ποιο αλγόριθμο θα χρησιμοποιήσει. Δυστυχώς, δεν υπάρχει γενικά έγκυρη απάντηση: η σωστή επιλογή μπορεί πολύ καλά να εξαρτάται από την περιοχή εφαρμογής και του μέσου που χρησιμοποιείται για τη συλλογή των δεδομένων. Εδώ, έχουμε κάνει μόνο κάποιες γενικές παρατηρήσεις σχετικά με τις τέσσερις προσεγγίσεις που συζητήθηκαν παραπάνω, ακολουθούμενοι από κάποια συζήτηση των μεθοδολογιών που είναι διαθέσιμες για τη συγκριτική αξιολόγηση των αλγορίθμων για μια συγκεκριμένη εφαρμογή.

Όσον αφορά τις δύο μεθόδους που μετατρέπουν έχουμε συζητήσει, η μέθοδος *linogram* είναι ταχύτερη από PBP (ουσιαστικά μία $N^2 \log N$ μέθοδο, αντί μία N^3 μέθοδο όπως είναι η PBP), και, όταν συλλέγονται τα δεδομένα, σύμφωνα με τη γεωμετρία που εκφράζεται από τις Εξισώσεις 26.8 και 26.9, η μέθοδος *linogram* είναι πιθανό να είναι πιο ακριβής, επειδή δεν απαιτεί παρεμβολές. Ωστόσο, τα δεδομένα δεν συλλέγονται κανονικά με αυτόν τον τρόπο και η ανάγκη για μια αρχική παρεμβολή, μαζί με τις πιο περίπλοκες εκφράσεις που πρέπει να εφαρμοστούν για τη μέθοδο *linogram* μπορεί να προσανατολίσει πράγματι κάποιους χρήστες προς την FBP, παρά τις επιπλέον υπολογιστικές απαιτήσεις της. Πλεονεκτήματα των μεθόδων επέκτασης σειράς πάνω σε μεθόδους μετασχηματισμού είναι η ευελιξία τους (καμία ειδική σχέση δεν πρέπει να υποτεθεί μεταξύ του αντικειμένου για να ανακατασκευαστεί και οι μετρήσεις που λαμβάνονται, όπως ότι ο τελευταίος είναι ομοιόμορφα δείγματα του ραδόνιου μετασχηματισμού του προηγούμενου) και την ικανότητα να ελέγχει τον τύπο της λύσης που θέλουμε, καθορίζοντας την ακριβή έννοια με την οποία ο φορέας εικόνας είναι να υπολογίζεται από τον φορέα μέτρησης (βλέπε Εξισώσεις 26.16 και 26.20). Το σημαντικότερο μειονέκτημα είναι ότι είναι υπολογιστικά πιο εντατικό για να βρείτε αυτούς τους ακριβείς εκτιμητές από το να αξιολογήσετε αριθμητικά την Εξίσωση 26.1. Επίσης, εάν το μοντέλο (με βάση τις λειτουργίες, τη μήτρα προβολής, και το κριτήριο εκτίμησης) δεν είναι καλά επιλεγμένο, τότε στη συνέχεια, η προκύπτουσα εκτίμηση μπορεί να είναι κατώτερη από εκείνη που παρέχεται από μια μέθοδο μετασχηματισμού. Η πρόσφατη βιβλιογραφία έχει καταδείξει ότι συνήθως υπάρχουν μοντέλα που κάνουν την αποτελεσματικότητα

μίας ανασυγκρότησης που παρέχεται από μια μέθοδο διαστολής σειράς τουλάχιστον τόσο καλή όσο εκείνη που παρέχεται από μια μέθοδο μετασχηματισμού. Για να αποφευχθεί το πρόβλημα του υπολογιστικού εξόδου, το ένα συνήθως σταματά την επαναληπτική διαδικασία που εμπλέκεται στη βελτιστοποίηση πολύ πριν η μέθοδος έχει συγκλίνει με την μαθηματική, ορίζεται εκτιμητή. Η εμπειρία δείχνει ότι αυτό μπορεί να γίνει πολύ αποτελεσματικότερο. Για παράδειγμα, όπως αναφέρεται στο [12], στον τομέα των πλήρως τρισδιάστατων PET, οι χρόνοι για την ανασυγκρότηση FBP είναι ελαφρώς μεγαλύτεροι από ό, τι για το ποδήλατο μέσα από τα δεδομένα μόνο μία φορά με μία εκδοχή της τέχνης χρησιμοποιώντας σφαιρικά συμμετρικές συναρτήσεις βάσης και την ακρίβεια των PBP να είναι σημαντικά χειρότερη από ό, τι επιτυγχάνεται με αυτό το πολύ νωρίς γύρισμα που παράγεται από το ART.

Δεδομένου ότι η επαναληπτική διαδικασία, στην πράξη, σταμάτησε νωρίς, κατά την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του αποτελέσματος της μεθόδου επέκτασης σειράς πρέπει κανείς να εξετάσει τα πραγματικά αποτελέσματα και όχι την ιδανική μαθηματική βελτιστοποίηση. Αναφέρθηκαν εμπειρίες συγκρίνοντας μια βελτιστοποιημένη έκδοση της τέχνης με μια βελτιωμένη έκδοση του EM [9,11] και δείχνουν ότι η πρώτη μπορεί να αποκτήσει ως καλό ή καλύτερο ανακατασκευές, όπως το τελευταίο, αλλά σε ένα κλάσμα του υπολογιστικού κόστους. Αυτό το υπολογιστικό πλεονέκτημα φαίνεται να οφείλεται σε μία προσπάθεια να κάνει χρήση όλων των μετρήσεων σε κάθε επαναληπτικό βήμα.

Ο πολλαπλασιασμός των αλγορίθμων ανακατασκευής της εικόνας επιβάλλει την ανάγκη να αξιολογηθεί η σχετική επίδοση αυτών των αλγορίθμων και να κατανοήσουμε τη σχέση ανάμεσα στα χαρακτηριστικά τους (χωρίς παραμέτρους) και την απόδοσή τους. Σε μία συγκεκριμένη εφαρμογή ενός αλγορίθμου, οι επιλογές πρέπει να γίνουν σχετικά με τις παραμέτρους του (όπως οι συναρτήσεις βάσης, το κριτήριο βελτιστοποίησης, περιορισμούς, χαλάρωση, κ.λπ.). Τέτοιες επιλογές επηρεάζουν την απόδοση του αλγορίθμου και υπάρχει ανάγκη για μια αποτελεσματική και αντικειμενική διαδικασία αξιολόγησης, η οποία μας δίνει τη δυνατότητα να επιλέξουμε την καλύτερη παραλλαγή ενός αλγορίθμου για μια συγκεκριμένη εργασία και να συγκρίνουμε την αποτελεσματικότητα των διάφορων αλγορίθμων για την εργασία αυτή.

Μια προσέγγιση για την αξιολόγηση ενός αλγορίθμου είναι να ξεκινάμε για πρώτη φορά με τις προδιαγραφές του έργου για το οποίο η εικόνα πρόκειται να χρησιμοποιηθεί και στη συνέχεια να καθορίζουμε ένα συντελεστή κέρδους (FOM) που καθορίζει ποσοτικά πόσο χρήσιμη είναι η εικόνα, και κατά συνέπεια, ο αλγόριθμος αναδόμησης, για την εκτέλεση του καθήκοντος. Στην αριθμητική προσέγγιση του παρατηρητή [1,11,16,17], για συγκεκριμένες εργασίες, το

FOM υπολογίζεται για κάθε εικόνα. Με βάση τις FOMs για όλες τις εικόνες που παράγονται από δύο διαφορετικές τεχνικές, μπορούμε να υπολογίσουμε τη στατιστική σημασία με την οποία μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση, ότι οι μέθοδοι είναι εξίσου χρήσιμες για την επίλυση μιας συγκεκριμένης εργασίας υπέρ της εναλλακτικής υπόθεσης ότι η μέθοδος με την υψηλότερη μέση FOM είναι πιο χρήσιμη για την επίλυση αυτού του έργου. Διαφορετικές τεχνικές απεικόνισης μπορεί στη συνέχεια να διαταχθούν σε σειρά, βάσει του μέσου όρου foms τους. Είναι ιδιαίτερα σκόπιμο ότι ένας αλγόριθμος ανασυγκρότησης δεν θα πρέπει να επιλέγεται με βάση την εμφάνιση του δείγματος λίγων ανακατασκευών, αλλά μάλλον σε μια μελέτη που πραγματοποιήθηκε κατά μήκος των γραμμών που αναφέρονται παραπάνω.

Εκτός από την αποτελεσματικότητα των εικόνων που παράγονται από τους διάφορους αλγόριθμους, θα πρέπει επίσης να γνωρίζουμε τις υπολογιστικές δυνατότητες που υπάρχουν για την εκτέλεση αυτών. Μια έρευνα από την άποψη αυτή μπορεί να βρεθεί στο [2]

2.10 Επιπλέον ανάγνωση

Μια καλή κατανόηση ορισμένων από τις σημαντικές πρόσφατες εξελίξεις στο πεδίο των αλγορίθμων για CT μπορεί να ληφθεί από τη μελέτη των βιβλίων [1,18-21] που δημοσιεύθηκαν μεταξύ του 2001 και του 2009.

Αναφορές

- 1.Herman,G.T.,FundamentalsofComputerizedTomography:ImageReconstructionfromProjections,
2ndedition,Springer,London,UK,2009.
- 2.Herman,G.T.,Image reconstructionfromprojections,J.Real-TimeImaging,1,3–18,1995.
- 3.Herman,G.T.,Tuy,H.K.,Langenberg,
K.J.,andSabatier,P.C.,BasicMethodsofTomographyand
InverseProblems,AdamHilger,Bristol,UK,1987.
- 4.Sanz,J.L.C.,Hinkle,E.B.,andJain,A.K.,RadonandProjectionTransform-
BasedComputerVision, Springer-Verlag,Berlin,Germany,1988.
- 5.Edholm,P.andHerman,G.T.,Linogramsinimagereconstructionfromprojections,I
EEETrans.
Med.Imaging,6,301–307,1987.

6. Herman, G. T., Roberts, D., and Axel, L., Fully three-dimensional reconstruction from data collected on concentric cubes in Fourier space: Implementation and a sample application to MRI, *Phys. Med. Biol.*, 37, 673–687, 1992.
7. Edholm, P., Herman, G. T., and Roberts, D. A., Image reconstruction from linograms: Implementation and evaluation, *IEEE Trans. Med. Imaging*, 7, 239–246, 1988.
8. Lewitt, R. M., Alternative voxels for image representation in iterative reconstruction algorithms, *Phys. Med. Biol.*, 37, 705–716, 1992.
9. Matej, S., Herman, G. T., Narayan, T. K., Furuie, S. S., Lewitt, R. M., and Kinahan, P., Evaluation of task-oriented performance of several fully 3-D PET reconstruction algorithms, *Phys. Med. Biol.*, 39, 355–367, 1994.
10. Davidi, R., Herman, G. T., and Klukowska, J., SNARK09: A programming system for reconstruction of 2D images from 1D projections, <http://www.snark09.com/>.
11. Herman, G. T. and Meyer, L. B., Algebraic reconstruction techniques can be made computationally efficient, *IEEE Trans. Med. Imaging*, 12, 600–609, 1993.
12. Matej, S. and Lewitt, R. M., Efficient 3D grids for image reconstruction using spherically symmetric volume elements, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 42, 1361–1370, 1995.
13. Shepp, L. A. and Vardi, Y., Maximum likelihood reconstruction in positron emission tomography, *IEEE Trans. Med. Imaging*, 1, 113–122, 1982.
14. Herman, G. T., DePierro, A. R., and Gai, N., On methods for maximum a posteriori image reconstruction with a normal prior, *J. Vis. Commn. Image Representation*, 3, 316–324, 1992.
15. Herman, G. T., Odhner, D., Toennies, K. D., and Zenios, S. A., A parallelized algorithm for image reconstruction from noisy projections, in Coleman, T. F. and Li, Y. (Eds.), *Large-Scale Numerical Optimization*, SIAM, Philadelphia, PA, 1990, pp. 3–21.
16. Hanson, K. M., Method of evaluating image-recovery algorithms based on task performance, *J. Opt. Soc. Am. A*, 7, 1294–1304, 1990.
17. Furuie, S. S., Herman, G. T., Narayan, T. K., Kinahan, P., Karp, J. S., Lewitt, R. M., and Matej, S., A methodology for testing for statistically significant differences between fully 3-D PET reconstruction algorithms, *Phys. Med. Biol.*, 39, 341–354, 1994.

18. Natterer, F. and Wübbeling, F., *Mathematical Methods in Image Reconstruction*, SIAM, Philadelphia, PA, 2001.
19. Kalender, W. A., *Computed Tomography: Fundamentals, System Technology, Image Quality, Applications*, 2nd edition, Wiley-VCH, Berlin, Germany, 2006.
20. Herman, G. T. and Kuba, A., *Advances in Discrete Tomography and Its Applications*, Birkhauser, Boston, MA, 2007.
21. Banhart, J., *Advanced Tomographic Methods in Materials Research and Engineering*, Oxford University Press, Oxford, UK, 2008.

3

Αντίστροφα προβλήματα στη Στατιστική Μηχανική

3.1 Ιστορικό

Το επίκεντρο αυτού του κεφαλαίου είναι στα αντίστροφα προβλήματα-τι είναι, πού εκδηλώνονται στο χώρο της ψηφιακής επεξεργασίας σήματος (DSP), και πώς θα μπορούσε να "λυθούν" * Η αντιμετώπιση αντίστροφων προβλημάτων με την εκτίμηση κρυφών αιτιών, όπως σαν ένα σύνολο συμβόλων $\{t\}$ που λαμβάνεται, δεδομένου να παρατηρήσουμε τις συνέπειες, όπως μια σειρά από σύμβολα που έχουν ληφθεί $\{r\}$ ένα σύστημα (H) που είναι υπεύθυνο για τη χαρτογράφηση $\{t\}$ στην $\{r\}$. Τα αντίστροφα προβλήματα δηλώνονται λακωνικά χρησιμοποιώντας ένα συμβολισμό διαστήματος- φορέα και λαμβάνοντας τη μορφή εκτίμησης $t \in R^M$, δεδομένου

$$r = Ht, \quad (28.1)$$

όπου $r \in R^N$ και $H \in R^{M \times N}$ και R υποδηλώνει το χώρο των πραγματικών αριθμών των οποίων οι διαστάσεις καθορίζονται στον εκθέτη (εξ). Τέτοια προβλήματα απαιτούν την αναστροφή του H, πράξη η οποία μπορεί ή δεν μπορεί να είναι αριθμητικά δυνατή. Εμείς θα αντιμετωπίσουμε σύντομα αυτά τα ζητήματα, αλλά θα πρέπει να σημειώσουμε εδώ για λόγους πληρότητας ότι αυτά τα προβλήματα σε αντίθεση με άμεσα προβλήματα-όπου r είναι να εκτιμάται άμεσα (χωρίς αντίστροφο πίνακα), δεδομένου H και t.

3.2 Αντίστροφα προβλήματα σε DSP

Αντίστροφα προβλήματα εκδηλώνονται σε ένα ευρύ φάσμα των DSP εφαρμογών σε διάφορους τομείς όπως η ψηφιακή αστρονομία, ηλεκτρονικές επικοινωνίες, γεωφυσική [2], την ιατρική [3], και ωκεανογραφία. Ο πυρήνας όλων αυτών των προβλημάτων παίρνει τη μορφή που φαίνεται στην Εξίσωση 28.1. Αυτό, στην πραγματικότητα, είναι η διακριτή έκδοση του

* Τα εισαγωγικά χρησιμοποιούνται για να τονίσουμε ότι μοναδικές ντετερμινιστικές λύσεις μπορεί να μην υπάρχουν για τέτοια προβλήματα και οι παρατηρούμενες επιδράσεις μπορεί να μην παρακολουθούν συνεχώς τα βαθύτερα αίτια. Τυπικά, αυτό είναι ένα αποτέλεσμα αυτών των προβλημάτων ότι είναι άρρωστος-θέτει κατά την έννοια της Hadamard [1]. Αυτό που ζητείται συνήθως αποτελεί τη βέλτιστη λύση, όπως μία ελάχιστη νόρμα/ελάχιστη ενεργειακή λύση.

Ολοκληρωτική εξίσωση Fredholm πρώτου είδους για το οποίο, εξ ορισμού, είναι σταθερά * τα όρια της ολοκλήρωσης και η άγνωστη συνάρτηση f εμφανίζεται μόνο μέσα στο ολοκλήρωμα. Για να παρακινήσουμε τη συζήτησή μας, θα περιγράψουμε μια εφαρμογή συγκεκριμένου προβλήματος, καθώς και στη διαδικασία εισάγονται ορισμένες από τις σημειώσεις και τις έννοιες που θα χρησιμοποιηθούν στις επόμενες ενότητες. Το αντίστροφο πρόβλημα στον τομέα των ηλεκτρονικών επικοινωνιών έχει να κάνει με την εκτίμηση t , δεδομένου r η οποία συχνά λαμβάνεται με το θόρυβο, συνήθως το πρότυπο είναι προσθετικό λευκό Gaussian (AWG) στη φύση. Το σύστημα επικοινωνίας και το κανάλι μετάδοσης είναι τυπικά στοχαστικά χαρακτηρισίσιμα και αντιπροσωπεύονται από μία γραμμική μήτρα του συστήματος (H). Το πρόβλημα, συνεπώς, είναι να λύσει για t στο σύστημα των γραμμικών εξισώσεων:

$$r=Ht+n, \quad (28.2)$$

όπου διάνυσμα n δηλώνει AWG θόρυβο. Δύο δελεαστικές λύσεις μπορεί να έρθουν στο μυαλό: αν μήτρα H είναι αντιστρέψιμη, δηλαδή, H^{-1} υφίσταται, τότε γιατί να μην επιλύσει για t ως

$$t=H^{-1}(r-n), \quad (28.3)$$

ή αλλιώς γιατί να μην υπολογίσει μία λύση ελάχιστης νόρμας, όπως η ψευδοαντίστροφη λύση:

$$t=H^\dagger(r- n), \quad (28.4)$$

όπου H^\dagger

αναφέρεται ως η ψευδοαντίστροφη [5] H και ορίζεται ως $[H'H]^{-1}H'$, όπου H' υποδηλώνει τη μεταφορά των H . Υπάρχουν διάφοροι λόγοι για τους οποίους ούτε η λύση (εξίσωση 28.3 ή 28.4) μπορεί να είναι βιώσιμη. Ένας λόγος είναι ότι οι διαστάσεις του συστήματος μπορεί να είναι εξαιρετικά μεγάλες, τοποθετώντας ένα μεγαλύτερο υπολογιστικό φορτίο από ό, τι θα μπορούσε να είναι προσιτό. Ένας άλλος λόγος είναι ότι το H είναι συχνά προβληματικό, πράγμα που σημαίνει ότι οι αναστροφές ή ψευδοαντιστροφές μπορεί να μην είναι αξιόπιστες ακόμη και αν άλλες αξιόπιστες αριθμητικές διαδικασίες αναστροφής, όπως η απαλοιφή Gauss ή παραγοντοποίηση πινάκων με την μέθοδο singular value decomposition [6,19], επρόκειτο να χρησιμοποιηθούν. Επιπλέον, ακόμη και αν προϋθμιση [6] ήταν δυνατό για το σύστημα των γραμμικών εξισώσεων $r=Ht+n$ νιοστή, με αποτέλεσμα μια αριθμητική βελτίωση των συντελεστών της H , υπάρχει ένα ακόμη πιο καταθλιπτικό εμπόδιο που πρέπει συχνά να αντιμετωπιστεί, και αυτό έχει να [†] κάνει με το γεγονός ότι τα προβλήματα αυτά είναι συχνά κακώς ορισμένα. Σε πρακτικούς όρους, [†] αυτό σημαίνει ότι μικρές αλλαγές στις εισόδους μπορεί να οδηγήσουν σε αυθαίρετα μεγάλες αλλαγές στις εξόδους. Για όλους αυτούς τους λόγους, οι πιο δελεαστικές λύσεις-προσεγγίσεις συχνά αποκλείονται. Όπως έχουμε περιγράψει στην επόμενη ενότητα, αντίστροφα προβλήματα μπορεί να αναδιατυπωθούν ως προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Εμείς στη συνέχεια θα δείξουμε πώς προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης μπορεί να λυθούν χρησιμοποιώντας ένα ισχυρό εργαλείο προσομοίωσης (simulated annealing) [7], το οποίο έχει εξελιχθεί με την βοήθεια της στατιστικής μηχανικής [8]-[9].

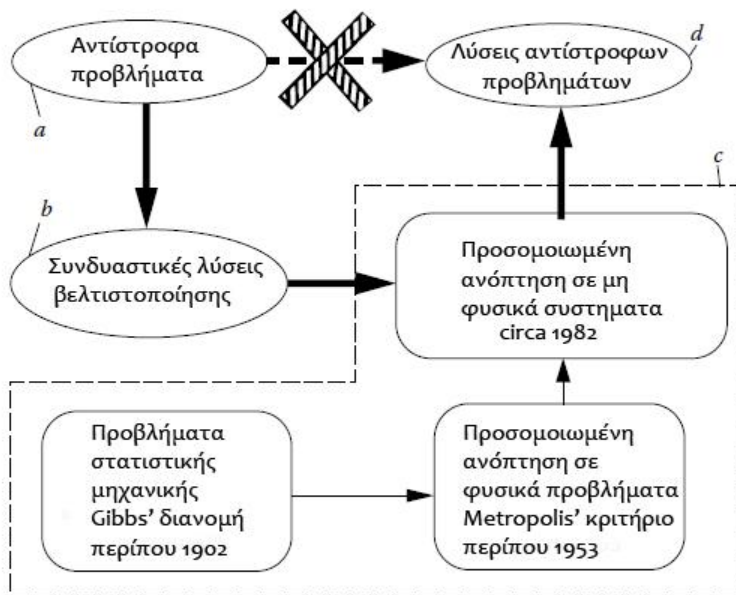
3.3 Αναλογίες με στατιστική μηχανική

Κατανοώντας τις αναλογίες των αντίστροφων προβλημάτων σε DSP με προβλήματα στη στατιστική μηχανική είναι πολύτιμη για εμάς, γιατί μπορούμε στη συνέχεια να εμπνευστούμε από τα αναλυτικά και υπολογιστικά εργαλεία που αναπτύχθηκαν τον τελευταίο αιώνα για την επίλυση των αντίστροφων προβλημάτων στον τομέα της στατιστικής μηχανικής [8]. Η ευρεία αναλογία είναι

ότι ακριβώς όπως τα λαμβανόμενα σύμβολα R στην Εξίσωση 28.1 είναι οι παρατηρούμενες επιδράσεις των κρυφών αιτιών (τα μεταδιδόμενα σύμβολα t)-η μετρηθείς θερμοκρασία και η κατάσταση (στερεό, υγρό ή αέριο) της φυσικής ύλης είναι οι επιπτώσεις των υποκειμένων αιτιών, όπως η ορμή και οι ταχύτητες των σωματιδίων που συνθέτουν το θέμα. Μια πιο συγκεκριμένη αναλογία προέρχεται από το συλλογισμό ότι, αν το αντίστροφο πρόβλημα

* Υπάρχουν δύο κατηγορίες των ολοκληρωτικών εξισώσεων ([4], σελ. 865.): (1) εάν έχουν καθοριστεί τα όρια της ολοκλήρωσης, οι εξισώσεις αναφέρονται ως αναπόσπαστες εξισώσεις Fredholm και (2) εάν ένα από τα όρια είναι μια μεταβλητή, οι εξισώσεις αναφέρονται ως αναπόσπαστες εξισώσεις Volterra. Περαιτέρω, αν η άγνωστη λειτουργία εμφανίζεται μόνο στο εσωτερικό του ολοκληρώματος, η εξίσωση ονομάζεται "πρώτο είδος," αν όμως εμφανίζεται τόσο στο εσωτερικό όσο και έξω από το ολοκλήρωμα, η εξίσωση ονομάζεται "δεύτερο είδος."

† Για μια πιο ολοκληρωμένη περιγραφή βλέπε [1].



ΣΧΗΜΑ 28.1 Η άμεση διαδρομή (a→d)για την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος συχνά δεν είναι εφικτή, δεδομένου ότι βασίζεται στην αναστροφή ενός πίνακα του συστήματος. Μια βέλτιστη λύση, ωστόσο, μπορεί να ληφθεί με μια έμμεση διαδρομή (a→b→c→d) η οποία περιλαμβάνει την ανασύνταξη του

αντίστροφου προβλήματος ως ισοδύναμο συνδυαστικό πρόβλημα βελτιστοποίησης και στη συνέχεια την επίλυση αυτού του προβλήματος χρησιμοποιώντας προσομοιωμένη ανόπτηση.

έπρεπε να αντιμετωπίζεται ως πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, όπου κάθε υποψήφια λύση είναι μία πιθανή διαμόρφωση (ή το συνδυασμό των στοιχείων βαθμωτών t), τότε θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε το κριτήριο που αναπτύχθηκε από Metropolisetal. [9] για τα φυσικά συστήματα για να επιλέξουμε τη βέλτιστη ρύθμιση. Το κριτήριο Metropolis βασίζεται στην υπόθεση ότι οι υποψήφιες διαμορφώσεις έχουν πιθανολογικές κατανομές της μορφής που περιγράφηκε αρχικά από Gibbs [8] για να εξασφαλιστεί στατιστική ισορροπία των συνόλων των συστημάτων. Για να εφαρμόσει το κριτήριο επιλογής Metropolis », πρέπει να κάνουμε μια τελική αναλογία: θα πρέπει να αντιμετωπίζουμε το πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης σαν να ήταν το αποτέλεσμα ενός φανταστικού φυσικού συστήματος στο οποίο θέμα έχει παραπεμφθεί να βράσει. Όταν ένα τέτοιο φυσικό σύστημα ψύχεται σταδιακά (μια διαδικασία που αναφέρεται ως ανόπτηση), τότε, εφόσον ο ρυθμός ψύξης είναι ούτε πάρα πολύ γρήγορος ούτε πολύ αργός, το σύστημα τελικά θα στερεοποιηθεί σε μια ελάχιστη διαμόρφωση της ενέργειας. Όπως απεικονίζεται στο σχήμα 28.1 για την επίλυση των αντίστροφων προβλημάτων, πρώτα αναδιατυπώνουμε το πρόβλημα ως πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης και στη συνέχεια λύνουμε αυτό το πρόβλημα χρησιμοποιώντας αναδιαμορφωμένη προσομοιωμένη ανόπτηση-μια διαδικασία που μιμείται αριθμητικά την αναδιάταξη των φυσικών συστημάτων. Σε αυτή την ενότητα θα περιγράψουμε τις βασικές αρχές της συνδυαστικής βελτιστοποίησης, «το κριτήριο για να επιλέξετε ή να απορρίψετε πιθανές διαμορφώσεις, καθώς και την προέλευση των Gibbs« Metropolis διανομής. Θα περιγράψουμε τον αλγόριθμο προσομοιωμένης ανόπτησης στην επόμενη ενότητα και θα ακολουθήσει αυτό με παραδείγματα εφαρμογής και εφαρμογές.

3.3.1 Συνδυαστική βελτιστοποίηση

Η βέλτιστη λύση για το αντίστροφο πρόβλημα (εξίσωση 28.1), όπως εξηγήθηκε παραπάνω, ανέρχεται σε εκτίμηση του φορέα t . Σύμφωνα με τις παραδοχές που απαριθμούνται κατωτέρω, το αντίστροφο πρόβλημα μπορεί να αναδιατυπωθεί ως ένα συνδυαστικό πρόβλημα η λύση του οποίου στη συνέχεια, αποδίδει την επιθυμητή βέλτιστη λύση για το αντίστροφο πρόβλημα. Οι παραδοχές που απαιτούνται είναι

1. Κάθε (μονοδιάστατο)στοιχείο $t(i)$, $1 \leq i \leq M$, από \mathbb{R}^M μπορεί να πάρει μόνο ένα πεπερασμένο σύνολο των πεπερασμένων αξιών. Αυτό είναι $-\infty < t^j(i) < \infty$; $\forall i$ και j , όπου $t^j(i)$ ορίζει τη j -στη δυνατή αξία όπου μπορεί να πάρει το i -στό στοιχείο t , και είναι ένας πεπερασμένος αξιόλογος δείκτης $j \leq J^i < \infty$; $\forall i$.

J^i δηλώνει τον αριθμό των πιθανών τιμών του i -στού στοιχείου που το t μπορεί να πάρει.

2. Ας ήταν κάθε συνδυασμός με M βαθμωτές τιμές $t(i)$ του t να αναφέρεται ως ένας φορέας υποψήφιος ή μια εφικτή διαμόρφωση t_k , όπου ο δείκτης $k \leq K < \infty$.

Συνεργαζόμενος με τον κάθε υποψήφιο φορέα t_k πρέπει να έχουμε ένα μετρήσιμο μέτρο του λάθους, του κόστους, ή της ενέργειας (E_k).

Με δεδομένες τις παραπάνω υποθέσεις, η συνδυαστική μορφή του αντίστροφου προβλήματος μπορεί να δηλωθεί ως εξής: από K πιθανός υποψήφιος φορέας t_k , $1 \leq k \leq K$, αναζήτηση για το $t_{k_{opt}}$ φορέα με το χαμηλότερο $E_{k_{opt}}$ σφάλμα. Αν και εύκολα αναφέρθηκε, ο χρόνος και η υπολογιστική αποτελεσματικότητα με την οποία το διάλυμα που λαμβάνεται ενώνεται σε τουλάχιστον δύο σημαντικούς παράγοντες-ο σχεδιασμός του σφάλματος λειτουργίας και η επιλογή της στρατηγικής αναζήτησης. Το σφάλμα λειτουργίας (E_k) πρέπει να παρέχει ένα μετρήσιμο μέτρο της ανομοιότητας ή την απόσταση μεταξύ μίας εφικτής διαμόρφωσης (t_k) και την πραγματική (αλλά άγνωστη) διαμόρφωση (t_{true}), δηλαδή,

$$E(t_k) \triangleq d(t_k - t_{true}), \quad (28.5)$$

όπου d υποδηλώνει μια συνάρτηση απόστασης. Ο στόχος του προβλήματος συνδυαστικής βελτιστοποίησης είναι η αποτελεσματική αναζήτηση μέσω του συνδυαστικού χώρου και να σταματήσει στο βέλτιστο, ελάχιστο-σφάλμα (E_{opt}),

διαμόρφωση- $t_{k_{opt}}$:

$$E_{opt} = E(t_{k_{opt}}) = \delta \leq E(t_k), \quad \forall k \neq k_{opt}, \quad (28.6)$$

όπου k_{opt} υποδηλώνει την τιμή του δείκτη k που σχετίζεται με τη βέλτιστη διαμόρφωση. Στην ιδανική περίπτωση, όταν το $\delta = 0$, από την εξίσωση 28.5, έχουμε ότι $t_{k_{opt}} = t_{true}$. Στην πράξη, ωστόσο, λόγω ενός συνδυασμού παραγόντων, όπως ο θόρυβος (Εξίσωση 28,2), ή το σύστημα (εξίσωση 28.1) είναι υποτιμημένα, $E_{opt} = \delta > 0$, υπονοώντας ότι $t_{k_{opt}} \neq t_{true}$, αλλά ότι η $t_{k_{opt}}$ είναι η καλύτερη δυνατή, δεδομένου του διαλύματος αυτό που είναι γνωστό για το πρόβλημα και τις λύσεις της. Σε γενικές γραμμές το σφάλμα λειτουργίας πρέπει να πληρεί τις απαιτήσεις μιας συνάρτησης απόστασης ή μετρικό (προσαρμοσμένο από το [10], σελ. 237.):

$$E(\mathbf{t}_k) = 0 \iff \mathbf{t}_k = \mathbf{t}_{true}, \quad (28.7a)$$

$$E(\mathbf{t}_k) = E(-\mathbf{t}_k) \stackrel{\Delta}{=} d(\mathbf{t}_{true} - \mathbf{t}_k), \quad (28.7b)$$

$$E(\mathbf{t}_k) \leq E(-\mathbf{t}_j) + d(\mathbf{t}_k - \mathbf{t}_j), \quad (28.7c)$$

όπου 28.7a Εξίσωση προκύπτει από την Εξίσωση 28.5, και όπου, όπως και k , ο δείκτης j ορίζεται στο εύρος $(1, K)$ και $K < \infty$. 28.7a εξίσωση δήλωσε ότι εάν το σφάλμα είναι μηδέν, t_k είναι η πραγματική διαμόρφωση. Η επίπτωση της 28.7b εξίσωσης είναι ότι το σφάλμα είναι μία συνάρτηση της απόλυτης τιμής της απόστασης μιας διαμόρφωσης από την πραγματική διαμόρφωση. 28.7c εξίσωση σημαίνει ότι ο νόμος τριγωνικής ανισότητας ισχύει.

Κατά το σχεδιασμό του σφάλματος λειτουργίας, μπορεί κανείς να ταξινομήσει τις πηγές σφαλμάτων σε δύο διακριτές κατηγορίες: Η πρώτη κατηγορία του λάθους, που συμβολίζεται με E_k^{signal} , παρέχει ένα μέτρο του σφάλματος (ή απόσταση) μεταξύ του παρατηρούμενου σήματος (r_k) και το εκτιμώμενο σήμα (\hat{r}_k)- υπολογίζεται για την τρέχουσα διαμόρφωση t_k χρησιμοποιώντας Εξίσωση 28.1.

Η δεύτερη κατηγορία, που συμβολίζεται με λογαριασμούς $E_k^{constraints}$, για την τιμή που πρέπει να "καταβληθεί" όταν ένα εκτιμώμενο λύσης παρεκκλίνει από τις δεσμεύσεις που θα ήθελε να τους επιβάλει με βάση την κατανόηση του φυσικού κόσμου. Ο φυσικός κόσμος, για παράδειγμα, θα μπορούσε να υποδηλώνει ότι κάθε στοιχείο του σήματος είναι πολύ πιθανόν θετική αξία. Στην περίπτωση αυτή, μία αρνητική αξιολογή εκτίμηση ενός στοιχείου σήματος θα οδηγήσει σε μία λάθος τιμή που είναι ανάλογη προς το μέγεθος αρνητικότητας του σήματος. Αυτός ο περιορισμός είναι ευρέως γνωστός ως ο περιορισμός μη αρνητικών. Ένας

άλλος περιορισμός μπορεί να προκύψει από την παραδοχή ότι η λύση που αναμένεται να είναι ομαλή [11]:

$$\hat{S} \hat{t} \approx \mathfrak{D}_{\text{smooth}}, \quad (28.8)$$

όπου

S είναι μία μήτρα εξομάλυνσης

$\mathfrak{D}_{\text{smooth}}$ είναι ο βαθμός ομαλότητας του σήματος

Το σφάλμα-λειτουργία, ως εκ τούτου, παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$E_k \triangleq E_k^{\text{signal}} + E_k^{\text{constraints}} \quad \text{όπου}$$

$$E_{\text{signal}}^k \triangleq \| \mathbf{r}_k - \hat{\mathbf{r}}_k \|_2 \quad \text{όπου}$$

$$\hat{\mathbf{r}}_k = \mathbf{H} \cdot \mathbf{t}_k, \quad \text{και} \quad (28.9)$$

$$E_k^{\text{constraints}} \triangleq \sum_{c \in \mathcal{C}} (\alpha_c \cdot E_c),$$

όπου

$E_{\text{constraints}}$ αντιπροσωπεύουν το συνολικό σφάλμα από όλους τους άλλους παράγοντες ή τους περιορισμούς που μπορεί να επιβληθούν για τη λύση $\{C\}$ αντιπροσωπεύει το σύνολο των δεικτών περιορισμού α_c και E_c αντιπροσωπεύουν το βάρος και το σφάλμα λειτουργίας, αντίστοιχα, που συνδέονται με c th περιορισμό.

3.3.2 Κριτήριο Metropolis

Το βασικό καθήκον για την επίλυση της συνδυαστικής βελτιστοποίησης που

περιγράφεται παραπάνω είναι να ψάξει για μια διαμόρφωση t_k για την οποία το σφάλμα λειτουργίας E_k είναι ελάχιστο. Πρότυπες μέθοδοι κλίσης καθόδου [6,12,13] θα ήταν η φυσική επιλογή που είχε το E_k και ήταν μια λειτουργία με μία μόνο ελάχιστη (ή μέγιστη) αξία, αλλά αυτή η λειτουργία έχει συνήθως πολλαπλές minimas (ή Maximas)-κλίσεις μεθόδους καθόδου και θα τείνουν να εγκλωβίζονται σε ένα τοπικό ελάχιστο. Η διαδικασία προσομοιωμένης απόπτωσης (Εικόνα 28.2-θα συζητηθεί στο επόμενο

```

/*Προσομοιωμένη απόπτωση */
/*Ορισμός αρχικών συνθηκών:*/
/*Θερμοκρασία: Tinitial=T0*/
/*Ρύθμιση t0=tinitial*/
/*Ρύθμιση ελάχιστου κόστους topt=t0*/
Ενώ (το κριτήριο σταματήματος δεν είναι ικανοποιητικό) {
    ενώ(ρύθμιση δεν είναι σε ισορροπία) {
        Διατάραξη(tk→tk+1);
        Διαφορά υπολογιστικού
        σφάλματος(ΔEk+1=Ek+1-Ek);
        αν ΔEk+1 ≤ 0 τότε δέχεσαι
        διαφορετικά
        εάν exp(-  $\frac{\Delta E_{k+1}}{T}$ ) > random(0,1] τότε δέχεσαι;
        εάν(δέχεσαι) τότε {
            Ενημέρωση (Eopt←Ek+1);/* θυμήσου την αξία του
            μικρότερου σφάλματος*/
            Ενημέρωση(topt←tk+1);/* θυμήσου τη ρύθμιση του
            μικρότερου σφάλματος*/
        } τέλος/* όταν έχει επιτευχθεί η
        ισορροπία*/; Cool(T←Tk)
        k=k+1
    } τέλος/* όταν το κριτήριο σταματήματος είναι ικανοποιητικό*/
    επιστροφή( );/* ρύθμιση του μικρότερου παγκόσμιου σφάλματος*/

```

ΕΙΚΟΝΑ 28.2 Το περίγραμμα του

αλγόριθμου ανόπτησης

τιμή), προτάθηκε από Metropolisetal. [9] για το πρόβλημα της εξεύρεσης σταθερών διαμορφώσεων της αλληλεπίδρασης ατόμων και προσαρμόστηκε για συνδυαστική βελτιστοποίηση από Kirkpatrick [7], προβλέπει ένα σύστημα για να διασχίσει την επιφάνεια του E_k , να βγει από τις τοπικές minimas, και τελικά να γίνει δροσερό σε ένα ολικό ελάχιστο. Η συμβολή των Metropolisetal., Που συνήθως αναφέρεται στην βιβλιογραφία ως κριτήριο Metropolis », βασίζεται στην υπόθεση ότι η διαφορά του σφάλματος δύο διαδοχικών εφικτών διαμορφώσεων (που υποδηλώνονται ως $\Delta E \triangleq E_{k+1} - E_k$) παίρνει τη μορφή της κατανομής Gibbs' (Εξ. 28.11). Το κριτήριο που ορίζει ότι, ακόμη και αν μια ρύθμιση επρόκειτο να οδηγήσει σε αυξημένο λάθος, δηλαδή, $\Delta E > 0$, μπορεί κανείς να επιλέξει τη νέα ρύθμιση, εάν

$$\text{random} \leq e^{\frac{-\Delta E}{kT}}, \quad (28.10)$$

όπου

τυχαία υποδηλώνει έναν τυχαίο αριθμό που λαμβάνεται από μία ομοιόμορφη κατανομή στην κλίμακα (0, 1)

T υποδηλώνει τη θερμοκρασία του συστήματος φυσικής

3.3.3 Gibbs' διανομή

Στο γύρισμα του εικοστού αιώνα, Gibbs [8], με βάση το έργο του Clausius, Maxwell, και Boltzmann στην στατιστική μηχανική, προτείνεται η P κατανομής πιθανότητας:

$$P = e^{\frac{\psi - \epsilon}{\theta}}, \quad (28.11)$$

Όπου

ψ και θ ήταν συνεχή

ϵ ορίστηκε η ελεύθερη ενέργεια σε ένα σύστημα

Η διανομή ήταν κατασκευασμένη για να ικανοποιήσει την προϋπόθεση της στατιστικής ισορροπίας ([8], σ. 32.) Για τα σύνολα των (θερμοδυναμικών) συστημάτων:

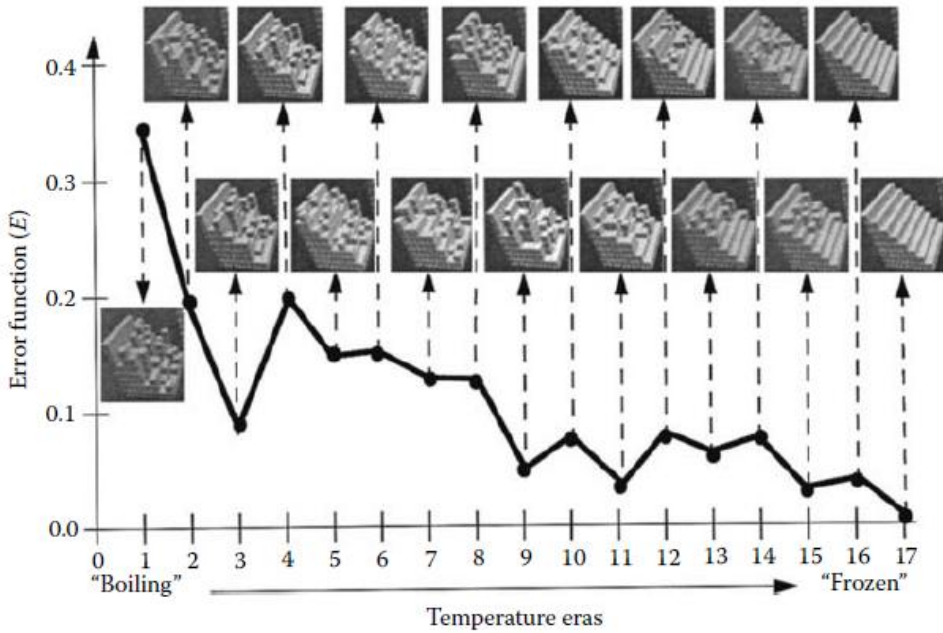
$$\sum \left(\frac{dP}{dP_1} \dot{p}_i + \frac{dP}{dq_1} \dot{q}_i \right) = 0, \quad (28.12)$$

όπου p_i και q_i αντιπροσώπευε τη γενικευμένη ορμή και ταχύτητα, αντίστοιχα, του ισοστού βαθμού ελευθερίας. Το αρνητικό πρόσημο στην ε στην εξίσωση 28.11 όφειλε να πληροί την προϋπόθεση

$$\underbrace{\int \dots \int}_{\text{all phases}} P dp_1 \dots dq_n = 1. \quad (28.13)$$

3.4 Διαδικασία προσομοιωμένης ανόπτωσης

Ο αλγόριθμος προσομοιωμένης ανόπτωσης όπως σκιαγραφείται στο Σχήμα 28.2 μιμείται την ανόπτωση (ή ελεγχόμενη ψύξη) ενός φανταστικού συστήματος φυσικής. Οι άγνωστες παράμετροι αντιμετωπίζονται σαν σωματίδια σε ένα φυσικό σύστημα. Μια πρώτη T_{initial} διαμόρφωσης επιλέγεται μαζί με την αρχική (" βράζει") τιμή θερμοκρασίας (T_{initial}). Η επιλογή του T_{initial} γίνεται έτσι ώστε να εξασφαλίζεται ότι η συντριπτική πλειοψηφία, δηλαδή το 90%, των συνθέσεων είναι αποδεκτές ακόμη και αν οδηγήσει σε αρνητικό ΔE_{κ} . Η αρχική διαμόρφωση διαταράσσεται, είτε χρησιμοποιώντας μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών ή με διαδοχική επιλογή, για να δημιουργήσει μια δεύτερη διαμόρφωση, και ΔE_2 υπολογίζεται. Το κριτήριο Metropolis εφαρμόζεται για να αποφασίσει αν θα δεχθεί ή όχι τη νέα ρύθμιση. Μετά την επίτευξη ισορροπίας, δηλαδή μετά $|\Delta E_2| \leq \delta_{\text{equilib}}$, όπου δ_{equilib} είναι ένα μικρό ευρηματικώς επιλεγμένο κατώφλι, η θερμοκρασία μειώνεται σύμφωνα με ένα χρονοδιάγραμμα ψύξης και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου



ΕΙΚΟΝΑ28.3 Τρισδιάστατη ανάκτηση του σήματος με προσομοιωμένη ανόπτηση. Το αντικείμενο σκάλας που εμφανίζεται αντιστοιχεί στην εποχή 17 και ανακτάται από μία εικόνα εστίασεως με τη δοκιμή ενός αριθμού εφικτών διαμορφώσεων και την εφαρμογή του κριτηρίου Metropolis σε μια διαδικασία προσομοιωμένης ανόπτησης.

μία προεπιλεγμένη κατεψυγμένη θερμοκρασία έχει επιτευχθεί. Πολλά διαφορετικά χρονοδιαγράμματα ψύξης έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία ([18], σελ. 59.). Σε ένα δημοφιλές πρόγραμμα [18,19] κάθε μετέπειτα T_{k+1} θερμοκρασία είναι μικρότερη από την τρέχουσα θερμοκρασία T_k , κατά ένα καθορισμένο ποσοστό της T_k , δηλαδή, $T_{k+1} = \beta_k T_k$, όπου β_k είναι τυπικά στην κλίμακα από 0,8 έως ενότητα. Με βάση τη συμπεριφορά των φυσικών συστημάτων που διαθέτουν την ελάχιστη (δωρεάν) ενέργεια (ή καθολικό ελάχιστο) αναφέρει, όταν παγώσει στο τέλος της διαδικασίας ανόπτησης, η υπόθεση βασίζεται στη διαδικασία προσομοιωμένης ανόπτησης είναι ότι η t_{opt} που τελικά επιτυγχάνεται, είναι επίσης, σε παγκόσμιο επίπεδο ελάχιστη .

Τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της διαδικασίας προσομοιωμένης ανόπτησης για τα προβλήματα των τρισδιάστατων σημάτων αποκατάστασης [14]

δείχνονται στο Σχήμα 28.3. Σε αυτό το πρόβλημα, μια εικόνα εστίασεως, διάνυσμα r , από ένα αδιαφανές αντικείμενο με σκάλα οκτώ βημάτων παρέχεται μαζί με το χώρο σε διαφορετικό σημείο εξάπλωσης της λειτουργίας της μήτρας (H), και μια καλά εστιασμένη εικόνα. Ο άγνωστος t φορέας αντιπροσώπευε τις εντάσεις των στοιχείων όγκου (voxels) με τα ορατά voxels να αναλαμβάνουν θετικές αξίες και τα κρυφά voxels που έχουν μηδενική αξία. Ο φορέας t ήταν λεξικογραφικό ευρετήριο, έτσι ώστε γνωρίζοντας ποια στοιχεία του t ήταν θετικά, θα μπορούσε κανείς να ανακατασκευάσει την τρισδιάστατη δομή. Χρησιμοποιώντας προσομοιωμένη ανόπτηση και τους περιορισμούς (αδιαφάνεια, μη-αρνητικότητα της έντασης, η ομαλότητα της έντασης και το βάθος, και σφιχτό όρια για τα voxel τιμές έντασης που λαμβάνονται από την καλά εστιασμένη εικόνα), το αρχικό αντικείμενο ανακατασκευάστηκε.

Καθορισμός Όρων

Στους ακόλουθους ορισμούς, όπως και στην προηγούμενη συζήτηση, $t \in R^M$, $r \in R^N$, και $H \in R^{M \times N}$.

Συνδυαστική Βελτιστοποίηση: Η διαδικασία της επιλογής της βέλτιστης (χαμηλότερο κόστος) διαμόρφωσης από ένα μεγάλο διάστημα του υποψηφίου ή εφικτών διαμορφώσεων.

Διαμόρφωση: Κάθε διάνυσμα t είναι μια διαμόρφωση. Ο όρος χρησιμοποιείται στη συνδυαστική βιβλιογραφία βελτιστοποίησης.

Κόστος/ενέργεια/συνάρτηση σφάλματος: Το κόστος όρους, η ενέργεια, ή συνάρτηση σφάλματος χρησιμοποιούνται συχνά ως ανταλλαγή-επιδέξια στη βιβλιογραφία. Συνάρτηση κόστους χρησιμοποιείται

συχνά στη βιβλιογραφία βελτιστοποίησης ώστε να εκπροσωπεί την χαρτογράφηση ενός φορέα σε μία

υποψήφια (βαθμωτή) λειτουργική αξία των οποίων είναι ενδεικτική της βελτιστοποίησης του υποψηφίου φορέα. Η λειτουργία ενέργειας χρησιμοποιείται συχνά στην ηλεκτρονική θεωρία της επικοινωνίας ως ψευδώνυμο για το πρότυπο L_2 ή ρίζα μέσης τετραγωνικής τιμής ενός φορέα. Συνάρτηση σφάλματος χρησιμοποιείται τυπικά για τη μέτρηση μίας αναντιστοιχία μεταξύ εκτιμώμενου (φορέα) και την αναμενόμενη αξία του. Για τους σκοπούς αυτής της συζήτησης χρησιμοποιούμε τους όρους κόστος, ενέργεια και συνάρτηση σφάλματος

εναλλακτικά.

Gibbs διανομή »: Η διανομή (στην πραγματικότητα μια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας [pdf]) στην οποία το η ο δείκτης της πιθανότητας (P) είναι μια γραμμική συνάρτηση της ενέργειας, δηλαδή,

$\eta = \log P = \frac{\psi - \epsilon}{\Theta}$, όπου ψ και Θ είναι συνεχείς και απεικονίζει την ενέργεια, δίνοντας το γνωστό pdf:

$$P = e^{\frac{\psi - \epsilon}{\Theta}}, \quad (28.14)$$

Αντίστροφο πρόβλημα: Δεδομένου του πίνακα H και του φορέα r, βρείτε t που να ικανοποιεί $r = Ht$.

Κριτήριο Metropolis »: Το κριτήριο που προτάθηκε πρώτα από Metropolis et al. [9] να αποφασίσει αν πρέπει ή όχι να δεχτεί μια ρύθμιση που οδηγεί σε ένα αυξημένη σφάλμα, όταν προσπαθείτε να κάνετε αναζήτηση για τις διαμορφώσεις με ελάχιστα σφάλματα σε ένα συνδυαστικό πρόβλημα βελτιστοποίησης.

Ελάχιστη-νόρμα: Ο κανόνας μεταξύ δύο διανυσμάτων είναι ένα (βαθμωτό) μέτρο της απόστασης (όπως το L_1, L_2) (ή Ευκλείδειος), L_∞ νόρμες ή η απόσταση Mahalanobis ([10], σελ. 24.), ή το Manhattan μετρικό [7]) μεταξύ τους. Ελάχιστος-κανόνας, εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά, που σημαίνει ελάχιστο Ευκλείδειος (L_2) κανόνας (συμβολίζεται με $\|\cdot\|$):

$$\min_{\text{among all } t} \|Ht - r\|. \quad (28.15)$$

Ψευδοαντίστροφο: Ας είναι t_{opt} ο μοναδικό ελάχιστος φορέας, ως εκ τούτου

$$\|Ht_{opt} - r\| = \min_{\text{among all } t} \|Ht - r\|. \quad (28.16)$$

Η ψευδοαντιστροφή της μήτρας H ορίζεται από $H^\dagger \in R^{N \times M}$ είναι η μήτρα χαρτογράφησης όλων των σε αντίστοιχες της t_{opt}

«Στατιστική μηχανική: ότι κλάδος της μηχανικής στην οποία το πρόβλημα είναι να βρεθεί η στατιστική κατανομή των παραμέτρων των συνόλων (μεγάλος αριθμός) των συστημάτων (το καθένα διαφορετικά όχι μόνο απειροελάχιστα, αλλά αγκαλιάζει κάθε πιθανό συνδυασμό των παραμέτρων) σε μια επιθυμητή στιγμή στο χρόνο, δεδομένου αυτές τις κατανομές κατά την παρούσα στιγμή. . Ο Maxwell, σύμφωνα με τον Gibbs [8], επινόησε τον όρο "στατιστική μηχανική" Το πεδίο αυτό οφείλει την ύπαρξή του την επιθυμία να εξηγήσει τους νόμους της θερμοδυναμικής, όπως δήλωσε ο Gibbs ([8], σ. viii.): "Οι νόμοι της θερμοδυναμικής, όπως προσδιορίζονται εμπειρικά, εκφράζουν την προσέγγιση και την πιθανή συμπεριφορά των συστημάτων ενός μεγάλου αριθμού των σωματιδίων, ή, ακριβέστερα, εκφράζουν τους νόμους της μηχανικής για τέτοια συστήματα όπως εμφανίζονται όντα που δεν έχουν την λεπτότητα της αντίληψης προς το να μπορέσουν να εκτιμήσουν τις ποσότητες της τάξης μεγέθους εκείνων που αφορούν μεμονωμένα σωματίδια, και ο οποίος δεν μπορεί να επαναλάβει τα πειράματά τους αρκετά συχνά για να αποκτήσει κάποιο, αλλά το πιο πιθανό αποτέλεσμα.»

Επιπλέον ανάγνωση

- . Αντίστροφα προβλήματα: Το κλασικό από Tikhonov [15] παρέχει μια καλή εισαγωγή για το θέμα.
Για μια περιγραφή των αντίστροφων προβλημάτων που σχετίζονται με την εφαρμογή συνθετικού ανοίγματος ραντάρ βλέπε [16].
- . Στατιστική μηχανική: «Gibbs [8] εργασία είναι ιστορικός θησαυρός.
- . Διανυσματικοί χώροι και βελτιστοποίηση: Τα βιβλία από Leunberger [12] και Gill και Murray [13] παρέχουν ένα ευρύ εισαγωγικό ίδρυμα.
- . Προσομοιωμένη ανόπτηση: Δύο πρόσφατα βιβλία του van Laarhoven και Aarts [17] και Aarts και Korst [18] περιέχουν μια ολοκληρωμένη κάλυψη της θεωρίας και εφαρμογής της προσομοιωμένης ανόπτησης. Ένας χρήσιμος αλγόριθμος της ανόπτησης, μαζί με συμβουλές για την αριθμητική εφαρμογή και την παραγωγή τυχαίων αριθμών, μπορεί να βρεθεί σε αριθμητικές συνταγές στο C [19]. Μια εναλλακτική διαδικασία προσομοιωμένης

ανόπτησης (στην οποία η θερμοκρασία T διατηρείται σταθερή) μπορεί να βρεθεί στην προαναφερθέν ευρέως έργο του Geman Geman και [20], που εφαρμόζεται από την αποκατάσταση της εικόνας.

Αναφορές

1. Hadamard, J., Sur les problèmes aux dérivés partielles et leur signification physique, Princeton Univ. Bull., 13:49–52, 1902.
2. Frolik, J. L. and Yagle A. E., Reconstruction of multilayered lossy dielectrics from plane-wave impulse responses at 2 angles of incidence, IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., 33:268–279, March 1995.
3. Greensite, F., Well-posed formulation of the inverse problem of electrocardiography, Ann. Biomed. Eng., 22(2):172–183, 1994.
4. Arfken, G., Mathematical Methods for Physicists, Academic Press, Orlando, FL, 1985.
5. Greville, T. N. E., The pseudoinverse of a rectangular or singular matrix and its application to the solution of systems of linear equations, SIAM Rev., 1:38–43, 1959.
6. Golub, G. H. and Van Loan, C. F., Matrix Computations, 2nd ed., The Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, 1989.
7. Kirkpatrick, S., Optimization by simulated annealing: Quantitative studies, J. Stat. Phys., 34(5 and 6):975–986, 1984.
8. Gibbs, J. W., Elementary Particles in Statistical Mechanics, Yale University Press, New Haven, CT, 1902.
9. Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A., and Teller, E., Equation of state calculations by fast computing machines, J. Chem. Phys., 21:1087–1092, June 1953.
10. Duda, R. O. and Hart, P. E., Pattern Classification and Scene Analysis, John Wiley & Sons, New York, 1973.
11. Pratt, W. K., Digital Image Processing, John Wiley, New York, 1978.
12. Luenberger, D. G., Optimization by Vector Space Methods, John Wiley & Sons, New York, 1969.

13. Gill, P.E. and Murray, W., Quasi-Newton methods for linearly constrained optimization, in Numerical Methods for Constrained Optimization, Gill, P.E. and Murray, W. (Eds.), Academic Press, London, U.K., 1974.
14. Prasad, K. V., Mammone, R.J., and Yogeshwar, J., 3-D image restoration using constrained optimization techniques, *Opt. Eng.*, 29:279–288, April 1990.
15. Tikhonov, A.N. and Arsenin, V. Y., *Solution of Ill-Posed Problems*, V.H. Winston & Sons, Washington D.C., 1977.
16. Soumekh, M., Reconnaissance with ultrawideband UHF synthetic aperture radar, *IEEE Acoust. Speech Signal Process.*, 12:21–40, July 1995.
17. van Laarhoven, P.J.M. and Aarts, E.H.L., *Simulated Annealing: Theory and Applications*, D. Riedel, Dordrecht, the Netherlands, 1987.
18. Aarts, E. and Korst, J., *Simulated Annealing and Boltzmann Machines*, John Wiley, New York, 1989.
19. Press, W.H., Flannery, B.D., Teukolsky, S.A., and Vetterling, W.T., *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1988.
20. Geman, S. and Geman, D., Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images, *IEEE Trans. Pattern Recognit. Mach. Intell.*, PAMI-6:721–741, November 1984.

Αντίστροφα προβλήματα σε Array Processing

4.1 Εισαγωγή

Η λήψη του σήματος έχει πολλές εφαρμογές στις επικοινωνίες, ραντάρ, σόναρ, και Γεωλογία, μεταξύ άλλων. Εντούτοις, οι δυσμενείς επιπτώσεις του θορύβου σε αυτές τις εφαρμογές περιορίζουν τη χρησιμότητά τους. Ως εκ τούτου, η αναζήτηση για νέες και βελτιωμένες τεχνικές αφαίρεσης θορύβου είναι ένα συνεχές θέμα της έρευνας έχει μεγάλη σημασία για έναν τεράστιο αριθμό των αιτήσεων λήψης του σήματος.

Όταν είναι γνωστά ορισμένα χαρακτηριστικά του θορύβου, τα αποτελέσματά τους μπορούν να αποζημιωθούν. Για παράδειγμα, αν ο θόρυβος είναι γνωστό ότι έχει ορισμένα φασματικά χαρακτηριστικά, τότε μια πεπερασμένη παλμική απόκριση (FIR) ή άπειρη κρουστική απόκριση φίλτρου μπορεί να σχεδιαστεί για να καταστείλει τις συχνότητες θορύβου. Ομοίως, αν είναι γνωστές οι στατιστικές του θορύβου, τότε ένα φίλτρο Weiner μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ανακουφίσει τα αποτελέσματά της. Τέλος, αν ο θόρυβος είναι χωροταξικά διαχωρισμένος από το επιθυμητό σήμα, τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν συστοιχίες με πολλούς αισθητήρες για την καταστολή του θορύβου. Αυτή η τελευταία υπόθεση συζητείται σε αυτό το άρθρο.

Μία συστοιχία πολλαπλών αισθητήρων αποτελείται από ένα σύνολο των μετατροπέων, δηλαδή, κεραίες, μικρόφωνα, υδρόφωνα, σεισμό-μέτρα, γεωλογικά τηλέφωνα, κλπ., που είναι διατεταγμένα σε ένα μοτίβο που μπορούν να επωφεληθούν από τη χωρική θέση των σημάτων. Μία κεραία τηλεόρασης δύο στοιχείων αποτελεί ένα καλό παράδειγμα. Για να βελτιώσετε τη λήψη σήματος and/or να μετριάσετε τις συνέπειες μιας πηγής θορύβου, το σχέδιο της κεραίας ρυθμίζεται με το χέρι για να κατευθύνει ένα συστατικό χαμηλού κέρδους των κεραιών προς την πηγή του θορύβου. Συστοιχίες με πολλαπλούς αισθητήρες επιτυγχάνουν αυτή τη ρύθμιση με τη χρήση ενός αλγόριθμου επεξεργασίας συστοιχίας. Οι περισσότερες εφαρμογές με συστοιχίες με πολλούς αισθητήρες περιλαμβάνουν ένα σταθερό μοτίβο των μετατροπέων, όπως μία γραμμική

συστοιχία. Οι προσαρμογές με μοτίβο κεραίας γίνεται με την εφαρμογή βάρους στις εξόδους του κάθε μετατροπέα. Αν ο θόρυβος φτάνει από μια συγκεκριμένη μη μεταβαλλόμενη χωρική τοποθεσία, τότε τα βάρη θα πρέπει να προσαρμοστούν. Διαφορετικά, αν ο θόρυβος φτάνει τυχαία, αλλάζοντας θέσεις τότε τα βάρη πρέπει να είναι προσαρμοστικά. Έτσι, σε μια στρατιωτική εφαρμογή των επικοινωνιών, όπου ένα κανάλι επικοινωνίας υπόκειται σε παρεμβολές από

τυχαίες διαστημικές περιοχές, έναν αλγόριθμο με προσαρμοζόμενη συστοιχία επεξεργασίας θα ήταν η κατάλληλη λύση. Οι εμπορικές εφαρμογές συστοιχιών μικροφώνων περιλαμβάνουν τηλεδιάσκεψη [6] και τα ακουστικά βοηθήματα [9]. Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι για την απόκτηση της ενημέρωσης βάρους των εξισώσεων στην επεξεργασία σήματος. Τα περισσότερα από αυτά προέρχονται από στατιστικά βασισμένες συνθέσεις. Το προκύπτον βέλτιστο διάνυσμα βάρους τότε εκφράζεται γενικά σε όρους της μήτρας αυτοσυσχέτισης εισόδου. Μία εναλλακτική σύνθεση είναι να εκφράσει το πρόβλημα της συστοιχίας επεξεργασίας, όπως ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων στην οποία οι τεχνικές επαναληπτικής αντιστροφής της μήτρας μπορεί να εφαρμοστούν. Η μήτρα αντίστροφης σύνθεσης θα είναι το επίκεντρο αυτού του άρθρου.

Το ακόλουθο τμήμα παρέχει μια επισκόπηση φόντο της διάδοσης κυμάτων, χωρική δειγματοληψία, χωρική και φιλτράρισμα. Ακολουθώντας, συστοιχίες στενής και ευρείας ζώνης, πίνακες με ακτίνες, περιγράφονται μαζί με το πρότυπο αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται για αυτές τις εφαρμογές. Οι στενής και ευρείας ζώνης αλγόριθμοι στη συνέχεια θα επαναδιατυπωθούν όσον αφορά ένα αντίστροφο πρόβλημα και μια επαναληπτική μέθοδο για την επίλυση του συστήματος των εξισώσεων που παρέχεται. Τέλος, τα διάφορα παραδείγματα δίνονται μαζί με μια περίληψη.

4.2 Θεωρία ιστορικού

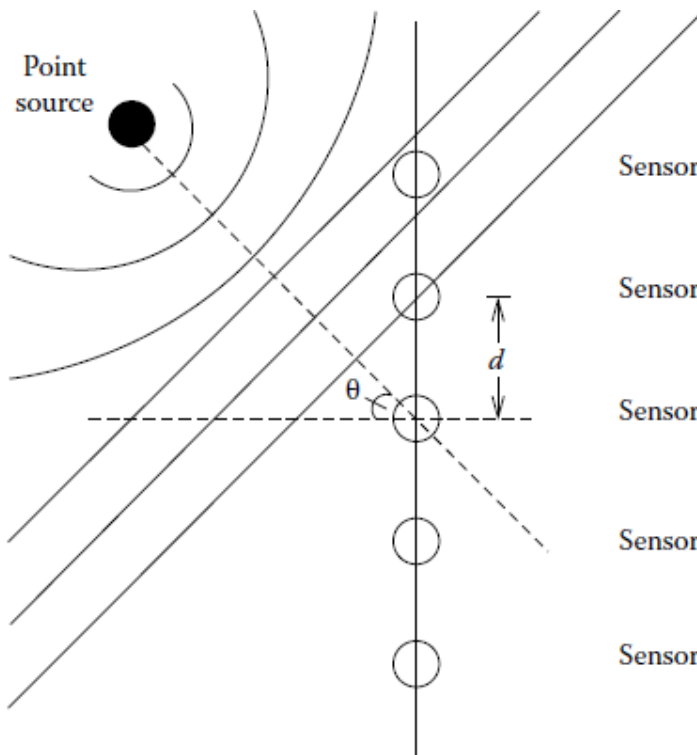
Οι πίνακες επεξεργασίας χρησιμοποιούν πληροφορίες σχετικά με τις χωρικές θέσεις των σημάτων για να βοηθήσουν στην μείωση των παρεμβολών και την ενίσχυση του σήματος. Οι χωρικές θέσεις των σημάτων μπορεί να καθορίζονται από τα μέτωπα κύματος που προέρχονται από τις πηγές σήματος. Λίγη θεωρία υποβάθρου σχετικά με κύμα πολλαπλασιασμός του είδους και η χωρική συχνότητα είναι απαραίτητα για να κατανοήσουμε πλήρως τις τεχνικές καταστολής παρεμβολών που χρησιμοποιούνται στην επεξεργασία σήματος. Οι παρακάτω υποενότητες παρέχουν αυτό το υλικό υπόβαθρο.

4.2.1 Διάδοση κυμάτων

Μια προσαρμοζόμενη διάταξη αποτελείται από έναν αριθμό από αισθητήρες τυπικά διαμορφωμένο σε ένα γραμμικό μοτίβο που χρησιμοποιεί τα χωρικά χαρακτηριστικά των σημάτων για τη βελτίωση της λήψης ενός επιθυμητού σήματος and/or ακύρωση των ανεπιθύμητων σημάτων. Η ανάλυση που χρησιμοποιείται στο κεφάλαιο αυτό υποθέτει ότι μία γραμμική συστοιχία που χρησιμοποιείται, η οποία

αντιστοιχεί στους αισθητήρες διαμορφώνεται κατά μήκος μιας γραμμής.

Σήματα μπορεί να χαρακτηρίζονται από χωρικά γωνία άφιξής τους σε σχέση με τη συστοιχία. Η γωνία άφιξης ενός σήματος ορίζεται ως η γωνία μεταξύ της διαδρομής μετάδοσης του σήματος και της καθέτου της συστοιχίας. Εξετάστε το μέτωπο κύματος που προέρχεται από μια πηγή σημείου, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 30.1. Εδώ, η γωνία άφιξης δείχνεται ως θ .



ΕΙΚΟΝΑ30.1 Το πολλαπλασιαστικό μέτωπου κύματος.

Σημείωση στο Σχήμα 30.1, ότι τα μέτωπα κύματος που προέρχονται από μια σημειακή πηγή μπορεί να χαρακτηρίζονται από επίπεδα κύματα (δηλαδή, ο τύπος της συνεχούς φάσης από ευθείες γραμμές) όταν προέρχονται από το μακρινό πεδίο ή τη Fraunhofer, περιοχή. Η προσέγγιση τομέα ισχύει για τα σήματα που πληρούν τις ακόλουθες προϋποθέσεις:

$$s \geq \frac{D^2}{\lambda}, \quad (30.1)$$

όπου s είναι η απόσταση μεταξύ του σήματος και του πίνακα, το λ είναι το μήκος κύματος του σήματος, και το D είναι το μήκος της συστοιχίας. Τα μέτωπα που προέρχονται από πιο κοντά από ό, τι D^2/λ θεωρείται ότι είναι από το κοντινό πεδίο ή τη Fresnel, περιοχή. Μέτωπα που προέρχονται από το κοντινό πεδίο εμφανίζουν ένα κυρτό σχήμα όταν χτυπά τη συστοιχία αισθητήρων. Αυτά τα μέτωπα δεν δημιουργούν γραμμικές μετατοπίσεις φάσης μεταξύ διαδοχικών αισθητήρων. Ωστόσο, η καμπυλότητα του μετώπου κύματος επιτρέπει τους αλγόριθμους να προσδιορίσουν το σημείο θέση προέλευσης εκτός από την κατεύθυνση της άφιξης [1]. Το υπόλοιπο αυτού του άρθρου προϋποθέτει ότι όλα τα μέτωπα φτάνουν από το μακρινό τομέα.

4.2.2 Χωρική δειγματοληψία

Στο Σχήμα 30.1 μπορεί να φανεί ότι η κυματομορφή του σήματος βιώνει μια χρονική καθυστέρηση μεταξύ της διέλευσης κάθε αισθητήρα, αν υποθεθεί ότι δεν φτάνει κάθετα προς τη συστοιχία. Η καθυστέρηση του χρόνου, τ , της κυματομορφής χτυπά τους πρώτους και τους δεύτερους στη συνέχεια αισθητήρες στο Σχήμα 30.1 μπορεί να υπολογιστεί ως

$$\tau = \frac{d}{c} \sin \theta, \quad (30.2)$$

όπου

d είναι η απόσταση μεταξύ του αισθητήρα

c είναι η ταχύτητα του πολλαπλασιασμού της δεδομένης κυματομορφής για ένα

συγκεκριμένο μέσο (δηλαδή, 3×10^8 m/s για ηλεκτρομαγνητικά κύματα μέσω

του αέρα, $1,5 \times 10^3$ m/s για τα ηχητικά κύματα μέσω του νερού, κ.λπ.)

θ είναι η γωνία άφιξης του μετώπου κύματος

Αυτή η χρονική καθυστέρηση αντιστοιχεί σε μια μετατόπιση φάσης του σήματος, όπως παρατηρείται από κάθε αισθητήρα. Η μετατόπιση φάσης, ϕ , ή η ηλεκτρική γωνία παρατηρήθηκε σε κάθε αισθητήρα λόγω της γωνίας αφίξεως του μετώπου κύματος και μπορεί να βρεθεί ως

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda_0} \sin \theta = \frac{\omega_0 d}{c} \sin \theta. \quad (30.3)$$

Εδώ, λ_0 είναι το μήκος κύματος του σήματος με συχνότητα f_0 όπως ορίζεται από

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0}. \quad (30.4)$$

Ως εκ τούτου, ένα σήμα $x(k)$ που διασχίζει τη συστοιχία αισθητήρων και παρουσιάζει μετατόπιση φάσης ϕ μεταξύ ομοιόμορφων απεχόντων, οι διαδοχικοί αισθητήρες μπορεί να χαρακτηρίζονται από το διάνυσμα $\mathbf{x}(k)$, όπου

$$\mathbf{x}(k) = x(k) \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\phi} \\ e^{-2j\phi} \\ \vdots \\ e^{-j(K-1)\phi} \end{bmatrix}.$$

(30.5) Ομοιόμορφη

απόσταση αισθητήρα υποτίθεται σε όλο το υπόλοιπο αυτού του άρθρου.

4.2.3 Χωρική συχνότητα

Η γωνία άφιξης ενός μετώπου κύματος ορίζει μια ποσότητα που είναι γνωστή ως η χωρική συχνότητα. Οι προσαρμοστικές συστοιχίες χρησιμοποιούν πληροφορίες σχετικά με τη χωρική συχνότητα για την καταστολή ανεπιθύμητων σημάτων που προέρχονται από διαφορετικές περιοχές από εκείνη του σήματος στόχου. Η χωρική συχνότητα προσδιορίζεται από την περιοδικότητα που παρατηρείται σε όλη τη συστοιχία αισθητήρων λόγω της μετατόπισης φάσης ενός σήματος που φθάνει σε κάποια γωνία από την άφιξη.

Σήματα που φθάνουν κάθετα προς τη συστοιχία (γνωστή ως boresight) δημιουργούν ταυτόσημες κυματομορφές σε κάθε αισθητήρα. Η χωρική συχνότητα των σημάτων αυτών είναι μηδέν. Σήματα που δεν φθάνουν κάθετα προς την συστοιχία δεν θα δημιουργήσουν κυματομορφές που είναι πανομοιότυπες σε κάθε ένα αισθητήρα υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει χωρικό ψευδώνυμο λόγω ανεπαρκώς κατανεμημένων αισθητήρων. Σε γενικές γραμμές, καθώς αυξάνει η γωνία, το ίδιο κάνει και η χωρική συχνότητα. Μπορεί επίσης να συναχθεί ότι η διατήρηση σημάτων που έχουν μία γωνία άφιξης ίση με μηδέν βαθμούς, ενώ καταστέλλει σήματα από άλλες κατευθύνσεις είναι ισοδύναμη με φιλτράρισμα χαμηλής διέλευσης της χωρικής συχνότητας. Αυτό παρέχει το

κίνητρο για τις συμβατικές ή ορισμένου βάρους τεχνικές διαμόρφωσης σε δέσμη. Εδώ, οι τιμές του αισθητήρα μπορεί να υπολογιστούν μέσω μιας τεχνικής παραθύρων, όπως ένα ορθογώνιο, Hamming, κλπ. για να δώσει μία σταθερή καταστολή του μη boresight σήματος. Ωστόσο, οι προσαρμοστικές τεχνικές μπορούν να εντοπίσουν τη συγκεκριμένη χωρική συχνότητα ενός σήματος παρεμβολής και να τοποθετήσουν ένα κενό σε αυτό ακριβώς το σημείο για να επιτευχθεί μεγαλύτερη καταστολή.

Υπάρχουν δύο τύποι διαμόρφωσης σε δέσμη, δηλαδή τις συμβατικές ή "σταθερού βάρους," beamforming και προσαρμοστικό beamforming. Ένας συμβατικός διαμορφωτής δέσμης μπορεί να σχεδιαστεί με τη χρήση των παραθύρων και της θεωρίας του φίλτρου FIR. Χρησιμοποιούν σταθερά βάρη και είναι κατάλληλα σε εφαρμογές όπου είναι γνωστές οι χωρικές θέσεις των πηγών θορύβου και δεν αλλάζουν. Οι προσαρμοστικοί beamformers δεν κάνουν τέτοιες υποθέσεις σχετικά με τις θέσεις των πηγών σήματος. Τα βάρη προσαρμόζονται για να φιλοξενήσουν το μεταβαλλόμενο περιβάλλον του σήματος.

Οι πίνακες που έχουν μια ορατή περιοχή του -90° έως $+90^\circ$ (δηλαδή, η αζιμουθια περιοχή για λήψη σήματος) απαιτεί ότι η απόσταση του αισθητήρα ικανοποιεί τη σχέση

$$d \leq \frac{\lambda}{2}. \quad (30.6)$$

Η παραπάνω σχέση για την απόσταση του αισθητήρα είναι ανάλογη με το ρυθμό δειγματοληψίας του Nyquist για την ανάλυση στο πεδίο των συχνοτήτων. Για παράδειγμα, σκεφτείτε ένα σήμα που εμφανίζει ακριβώς ένα χρονικό διάστημα μεταξύ διαδοχικών αισθητήρων. Σε αυτή την περίπτωση, η έξοδος του κάθε αισθητήρα θα είναι ισοδύναμη, δίνοντας την ψευδή εντύπωση ότι το σήμα φθάνει κανονικά στη συστοιχία. Από την άποψη του προτύπου της κεραίας, ανεπαρκή αποτελέσματα θα έχουν απόσταση στους αισθητήρα λοβούς. Οι αισθητήρες λοβοί είναι λοβοί άλλοι εκτός από τον κύριο λοβό που εμφανίζεται στην ορατή περιοχή και μπορεί να ενισχύσει ανεπιθύμητα σήματα κατεύθυνσης.

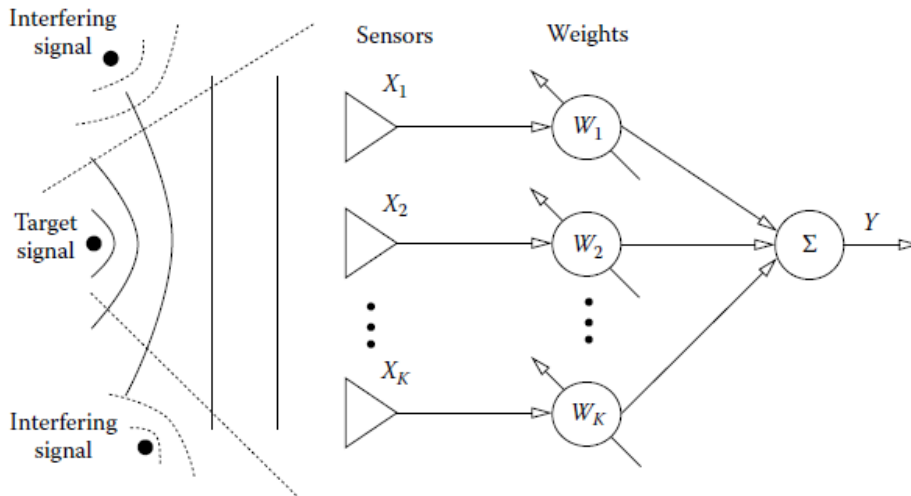
Τα χωρικά χαρακτηριστικά της συχνότητας των σημάτων επιτρέπουν πολλές ευκαιρίες βελτίωσης μέσω της συστοιχίας αλγορίθμων επεξεργασίας. Οι αλγόριθμοι επεξεργασίας πινάκων συνήθως υλοποιούνται με την εφαρμογή συστοιχιών στενής ή ευρείας ζώνης. Αυτές οι δύο συστοιχίες συζητούνται στις ακόλουθες ενότητες.

4.3 Πίνακες στενής ζώνης

Οι προσαρμοστικές συστοιχίες στενής ζώνης χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές όπου τα σήματα μπορεί να χαρακτηρίζονται από μία συχνότητα και έτσι καταλαμβάνουν ένα σχετικά στενό εύρος ζώνης. Ένα σήμα του οποίου ο φάκελος δεν αλλάζει κατά τη διάρκεια του χρόνου του μετώπου κύματος προσπίπτει επί των μετατροπέων και θεωρείται στενής ζώνης. Μια προσαρμοστική συστοιχία στενής ζώνης αποτελείται από μια σειρά αισθητήρων που ακολουθείται από ένα σύνολο από ρυθμιζόμενα κέρδη, ή βάρη. Οι έξοδοι των σταθμισμένων αισθητήρων αθροίζονται για να παράγουν την έξοδο συστοιχίας. Μια συστοιχία στενής ζώνης δείχνεται στο Σχήμα 30.2.

Το διάνυσμα εισόδου $x(k)$ αποτελείται από το άθροισμα του επιθυμητού σήματος $s(k)$ και φορείς θορύβου $n(k)$ και ορίζεται ως

$$x(k)=s(k)+n(k), \quad (30.7)$$



ΕΙΚΟΝΑ30.2 Συστοιχία στενής ζώνης

όπου k υποδηλώνει την χρονική στιγμή του διανύσματος εισόδου. Το διάνυσμα θορύβου $n(k)$ θα αποτελείται γενικά από θερμικό θόρυβο και παρεμβολές κατεύθυνσης. Σε κάθε χρονική στιγμή, το διάνυσμα εισόδου πολλαπλασιάζεται με τον φορέα για να ληφθεί το βάρος τη συστοιχία εξόδου, η οποία δίνεται ως

$$y(k)=x^T(k)w, x, w \in C^K, \quad (30.8)$$

όπου C^K είναι ο πολύπλοκος χώρος διάστασης K . Η συστοιχία εξόδου κατόπιν περνιέται στον επεξεργαστή σήματος που χρησιμοποιεί την προηγούμενη τιμή των τιμών εξόδου και ρεύματος από τις εισόδους για να καθορίσει τη ρύθμιση ώστε να κάνει τα βάρη. Τα βάρη στη συνέχεια ρυθμίζονται και πολλαπλασιάζονται με το νέο διάνυσμα εισόδου για να ληφθεί η επόμενη έξοδος. Ο βρόχος ανάδρασης εξόδου επιτρέπει τα βάρη να ρυθμιστούν, προσαρμοστικά, στεγάζοντας έτσι μη στάσιμα περιβάλλοντα.

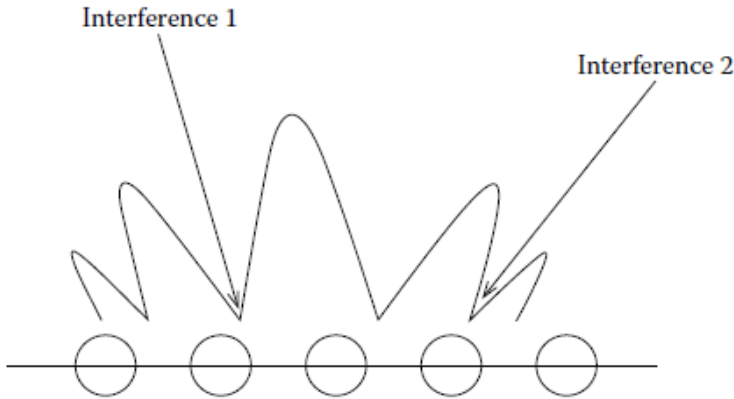
Στην Εξίσωση 30.8, είναι επιθυμητό να βρούμε ένα διάνυσμα βάρους που θα επιτρέψει τη έξοδο y να ισούται κατά προσέγγιση με το πραγματικό σήμα στόχο. Για την παραγωγή των εξισώσεων ενημέρωσης βάρους, είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε ότι οι a εξ αρχής πληροφορίες γίνονται δεκτές. Μία μορφή των προτέρων γνωστών πληροφοριών θα μπορούσε να είναι η χωρική θέση του σήματος στόχου, επίσης γνωστή ως το " βλέμμα-κατεύθυνση." Για παράδειγμα, πολλοί αλγόριθμοι συστοιχίας επεξεργασίας υποθέτουν ότι το σήμα-στόχος φθάνει κανονικά στη συστοιχία, ειδάλως ένα τιμόνι φορέας χρησιμοποιείται για να φαίνεται ως τέτοια. Μια άλλη μορφή των προτέρων γνωστών πληροφοριών είναι να χρησιμοποιηθεί ένα σήμα στο άκρο λήψης που συσχετίζεται με το σήμα εισόδου, δηλαδή ένα πιλοτικό σήμα. Κάθε ένα από αυτά τα κριτήρια θα ληφθούν υπόψη στις παρακάτω υποενότητες.

4.3.1 Περιορισμός κατεύθυνσης βλέμματος

Ένας από τους πρώτους αλγόριθμους συστοιχίας στενής ζώνης προτάθηκε από τον Applebaum [2]. Αυτός ο αλγόριθμος είναι γνωστός ως ο sidelobe ακυρωτής και υποθέτει ότι η κατεύθυνση του σήματος στόχου είναι γνωστή. Ο αλγόριθμος δεν επιχειρεί να μεγιστοποιήσει την απολαβή σήματος, αλλά αντ 'αυτού ρυθμίζει τους πλευρικούς λοβούς, έτσι ώστε τα σήματα παρεμβολής να συμπίπτουν με τα μηδενικά σήματα του προτύπου κεραίας. Αυτή η έννοια απεικονίζεται στο Σχήμα 30.3.

Ο Applebaum βάσισε την ενημερωμένη εξίσωση βάρους μέσω μεγιστοποίησης του σήματος σε παρεμβολές συν το θερμικό θόρυβο (SINR). Όπως προκύπτει στο [2], αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη βελτιστοποίηση στο βέλτιστο διάνυσμα βάρους, όπως δίδεται από την Εξίσωση 30.9:

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mu \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{t}, \quad (30.9)$$



ΕΙΚΟΝΑ30.3 Ακυρωτής Sidelobe.

όπου

\mathbf{R}_{xx} είναι η μήτρα συνδιακύμανσης των εισροών

μ είναι μια σταθερά που σχετίζεται με την απολαβή σήματος

\mathbf{t} είναι ένα διάνυσμα διεύθυνσης που αντιστοιχεί στη γωνία αφίξεως του επιθυμητού σήματος

Αυτό το διάνυσμα διεύθυνσης είναι ισοδύναμο με το διάνυσμα μετατόπισης φάσης της Εξίσωσης 30.5. Σημειώστε ότι, αν η γωνία άφιξης του επιθυμητού σήματος είναι μηδέν, τότε το διάνυσμα \mathbf{t} απλά θα περιέχει αυτά.

Μια διακριτοποιημένη εφαρμογή του αλγορίθμου Applebaum εμφανίζεται ως εξής:

$$\mathbf{w}^{(j+1)} = \mathbf{w}^{(j)} + \mathbf{a}(\mathbf{w}_q \mathbf{w}^{(j)}) - \beta \mathbf{x}(k) \mathbf{y}(k), \quad (30.10)$$

όπου

\mathbf{w}_q αντιπροσωπεύει το φορέα ηρεμίας βάρους (δηλαδή, όταν δεν υπάρχουν παρεμβολές) ο εκθέτης j αναφέρεται στην επανάληψη

\mathbf{a} είναι μία παράμετρος κέρδους για τον φορέα του συστήματος διεύθυνσης

β είναι μια παράμετρος κέρδους που ελέγχει το ρυθμό προσαρμογής και τη διακύμανση για την λύση μόνιμης κατάστασης

4.3.2 Περιορισμός πιλοτικού σήματος

Μια άλλη μορφή των προτέρων γνωστών πληροφοριών είναι η χρήση ενός πιλοτικού σήματος που συσχετίζεται με το σήμα στόχο. Αυτό οδηγεί σε έναν beamforming αλγόριθμο που θα επικεντρωθεί στη διατήρηση μιας δέσμης που κατευθύνεται προς το σήμα αντικειμενικού στόχου, σε αντίθεση με, ή επιπροσθέτως, τοποθετώντας τα μηδενικά σήματα, όπως στην περίπτωση του ακυρωτή sidelobe. Ένας τέτοιος προσαρμοζόμενος αλγόριθμος διαμόρφωσης σε δέσμη προτάθηκε από το Widrow [20,21]. Η προκύπτουσα εξίσωση ενημέρωσης βάρους βασίζεται στην ελαχιστοποίηση της ποσότητας $[y(k) - p(k)]^2$ όπου το $p(k)$ είναι το πιλοτικό σήμα. Η προκύπτουσα εξίσωση ενημέρωσης βάρους είναι

$$w^{(j+1)} = w^{(j)} + \mu \varepsilon(k) x(k). \quad (30.11)$$

Αυτό αντιστοιχεί στο λιγότερο μέσου τετραγώνου (LMS) αλγόριθμο, όπου ε είναι το τρέχον σφάλμα, δηλαδή $[y(k) - p(k)]$, και το μ είναι ένας παράγοντας κλιμάκωσης.

4.4 Ευρυζωνικοί πίνακες

Οι ευρυζωνικοί πίνακες βασίζονται στην υπόθεση ότι τα μέτωπα κανονικά στη συστοιχία θα δημιουργήσουν πανομοιότυπες κυματομορφές σε κάθε αισθητήρα και μέτωπα που φτάνουν σε γωνίες που δεν είναι φυσιολογικά στη συστοιχία και θα δημιουργήσουν μια γραμμική μετατόπιση φάσης σε κάθε αισθητήρα. Σήματα που καταλαμβάνουν ένα μεγάλο εύρος ζώνης και δεν φθάνουν κανονικά στη συστοιχία παραβιάζουν αυτήν την υπόθεση δεδομένου ότι η μετατόπιση φάσης είναι συνάρτηση του f_0 και μεταβάλλοντας τη συχνότητα θα προκαλέσει μια ποικίλη μετατόπιση φάσης. Τα ευρυζωνικά σήματα που φθάνουν κανονικά στη συστοιχία δεν θα υπόκεινται σε εξαρτώμενες από την συχνότητα μετατοπίσεις φάσεως σε κάθε αισθητήρα, όπως θα υπόκεινται τα σήματα ευρείας ζώνης που δεν φτάνουν κανονικά στη συστοιχία. Αυτό αποδίδεται στη συνεκτική άθροιση του σήματος στόχου σε κάθε αισθητήρα, όπου η μετατόπιση φάσεως θα είναι μια ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή μηδέν. Μια τροποποιημένη δομή πίνακα, όμως, είναι απαραίτητη για την αντιστάθμιση των ασυνεπειών κυματομορφής παρεμβολών που προκαλούνται από τις διακυμάνσεις σχετικά με τη συχνότητα κέντρου. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί

έχοντας το βάρος για έναν αισθητήρα ως συνάρτηση της συχνότητας, δηλαδή, ένα φίλτρο FIR, αντί απλώς να είναι μία βαθμωτή σταθερά όπως στην περίπτωση στενής ζώνης. Οι προσαρμοστικές ευρυζωνικές συστοιχίες αποτελούνται από μια σειρά αισθητήρων που ακολουθείται από κοχλιωτές γραμμές καθυστέρησης, η οποία είναι η κύρια διαφορά μεταξύ της εφαρμογής μιας συστοιχίας ευρείας ζώνης και στενής ζώνης. Μια συστοιχία ευρείας ζώνης δείχνεται στο Σχήμα 30.4.

Εξετάστε τις λειτουργίες μεταφοράς για ένα συγκεκριμένο αισθητήρα συστοιχίας της στενής και ευρείας ζώνης, που φαίνεται από

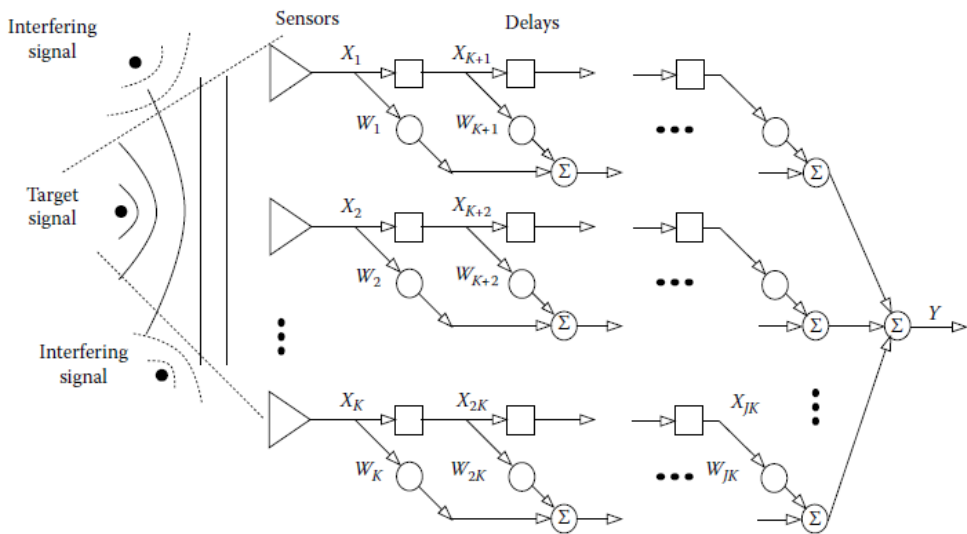
$$H_{\text{narrow}}(w) = w_1 \quad (30.12)$$

και

$$H_{\text{broad}}(w) = w_1 + w_2 e^{-jwT} + w_3 e^{-2jwT} + \dots + w_J e^{-j(J-1)wT}. \quad (30.13)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς στενής ζώνης έχει μόνο ένα βάρος που είναι σταθερό με τη συχνότητα. Ωστόσο, η ευρυζωνική συνάρτηση μεταφοράς, η οποία είναι στην πραγματικότητα μια επέκταση σειράς Fourier, εξαρτάται από τη συχνότητα και επιτρέπει την επιλογή ενός διανύσματος βάρους που μπορεί να αντισταθμίσει μεταβολές φάσεως λόγω του σήματος ευρείας ζώνης. Αυτή η ιδιότητα των γραμμών καθυστέρησης παρέχει την αναγκαία ευελιξία για την επεξεργασία σημάτων ευρείας ζώνης. Σημειώστε ότι συνήθως τέσσερις ή πέντε βρύσες θα είναι επαρκείς για να αντισταθμίσουν τις περισσότερες διακυμάνσεις ευρείας ζώνης [14].

Η συστοιχία ευρείας ζώνης δείχνεται στο Σχήμα 30.4 και αποκτά τιμές σε κάθε αισθητήρα και στη συνέχεια αυτές τις τιμές τις διαδίδει διαμέσου της συστοιχίας σε κάθε χρονικό διάστημα. Ως εκ τούτου, αν οι αξίες x_1 μέσω x_K εισάγονται σε μία χρονική στιγμή, στη συνέχεια, σε χρονική στιγμή δύο, x_{K+1} μέσω x_{2K} θα έχουν τις τιμές που κατείχε προηγουμένως η x_1 μέσω x_K , x_{2K+1} μέσω x_{3K} θα έχουν τις τιμές που κατείχε προηγουμένως η x_{K+1} μέσω x_{2K} , κλπ. Επίσης, σε κάθε στιγμή



EIKONA30.4 Συστοιχία ευρείας ζώνης.

στιγμιαία, μια βαθμωτή τιμή y θα υπολογίζεται ως το εσωτερικό γινόμενο του διανύσματος εισόδου x και του διανύσματος βάρους w . Αυτή η συστοιχία εξόδου υπολογίζεται ως

$$y(k) = x^T(k)w, x, w \in \mathbb{C}^{JK}, \quad (30.14)$$

όπου \mathbb{C}^{JK}

είναι ο συγκροτημένος χώρος διάστασης JK .

Αν και δεν φαίνεται στο Σχήμα 30.4, ένας επεξεργαστής σήματος υφίσταται όπως στη συστοιχία στενής ζώνης, η οποία χρησιμοποιεί την προηγούμενη έξοδο και τις τωρινές εισόδους ρεύματος για να προσδιορίσουν τις προσαρμογές για να φτάσουν στο βάρος του φορέα w . Το σήμα εξόδου y θα προσεγγίσει την τιμή του επιθυμητού σήματος, όπως τα σήματα παρεμβολής ακυρώνονται μέχρι να συγκλίνει στο επιθυμητό σήμα με την έννοια ελαχίστων τετραγώνων.

Οι συστοιχίες ευρείας ζώνης έχουν αναλυθεί από Widrow [21], Griffiths [10,12], και το Frost [7]. Ο Widrow [21] πρότεινε ένα αλγόριθμο LMS που ελαχιστοποιεί το τετράγωνο της διαφοράς μεταξύ της παρατηρούμενης εξόδου και της αναμενόμενης εξόδου, η οποία εκτιμήθηκε με ένα πιλοτικό σήμα. Αυτή η

προσέγγιση προϋποθέτει ότι η γωνία άφιξης και ένα πιλοτικό σήμα είναι διαθέσιμα από πριν. Ο Griffiths [10] πρότεινε έναν LMS αλγόριθμο, πράγμα που προϋποθέτει τη γνώση της μήτρας συσχέτισης μεταξύ της εισόδου και των δεδομένων εξόδου, αντί του πιλοτικού σήματος. Η μέθοδος αυτή υποθέτει ότι η γωνία άφιξης και οι δεύτερης τάξης στατιστικές σήματος είναι γνωστά εκ των προτέρων. Οι μέθοδοι που προτείνονται από Widrow και Griffiths είναι μορφές της βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς. Ο Frost [7] πρότεινε έναν LMS αλγόριθμο που προϋποθέτει εκ των προτέρων γνώση της γωνίας άφιξης και του εύρους συχνοτήτων ενδιαφέροντος. Ο αλγόριθμος Frost χρησιμοποιεί μία περιορισμένη τεχνική βελτιστοποίησης, την οποία ο Griffiths αργότερα διατύπωσε σαν μια αβίαστη διατύπωση που χρησιμοποιεί τους ίδιους περιορισμούς [12]. Ο αλγόριθμος Frost θα είναι το επίκεντρο του παρόντος τμήματος.

Ο αλγόριθμος Frost υλοποιεί την εμφάνιση-κατεύθυνση και περιορισμούς απόκριση συχνότητας ως εξής. Για τη συστοιχία ευρείας ζώνης που φαίνεται στο Σχήμα 30.4, μία κυματομορφή με στόχο το σήμα πολλαπλασιάζει κανονικά τη συστοιχία, ή κατευθύνεται να εμφανίζεται ως τέτοια, θα δημιουργήσει ταυτόσημες κυματομορφές σε κάθε αισθητήρα. Δεδομένου ότι οι βρύσες σε κάθε στήλη, δηλαδή, w_1 μέσω της w_K , δείτε το ίδιο σήμα, αυτή η συστοιχία μπορεί να καταρρεύσει σε ένα μοναδικό φίλτρο FIR αισθητήρα. Ως εκ τούτου, να περιορίσουν το εύρος συχνότητας του σήματος στόχου, το ένα έχει μόνο να περιορίσει το άθροισμα από τις βρύσες για κάθε στήλη ώστε να είναι ίση με την αντίστοιχη της βρύσης σε ένα FIR φίλτρο έχοντας βρύσες J και την επιθυμητή απόκριση συχνότητας για το σήμα στόχο.

Αυτοί οι περιορισμοί κατεύθυνσης και απάντησης συχνότητας μπορούν να εφαρμοστούν από το ακόλουθο πρόβλημα βελτιστοποίησης:

$$\text{Ελαχιστοποιούν : } w^T R_{xx} w \quad (30.15)$$

$$\text{Υπόκεινται σε: } C^T w = h, \quad (30.16)$$

όπου

R_{xx} είναι η μήτρα συνδιακύμανσης των λαμβανόμενων σημάτων

h είναι το διάνυσμα των συντελεστών φίλτρου FIR που καθορίζουν την επιθυμητή απόκριση συχνότητας

C^T είναι η μήτρα πίεσης που δίνεται από

$$C^T = \begin{bmatrix} 11 & \dots & 1 & 00 & \dots & 0 & \dots & 00 & \dots & 0 \\ 00 & \dots & 0 & 11 & \dots & 1 & \dots & 00 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & \\ 00 & \dots & 0 & 00 & \dots & 0 & \dots & 11 & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

Ο αριθμός των γραμμών σε C^T είναι ίσος με τον αριθμό των βρυσών της συστοιχίας και τον αριθμό τους σε κάθε σειρά που ισούται με τον αριθμό των αισθητήρων. Το βέλτιστο διάνυσμα βάρους w_{opt} θα ελαχιστοποιήσει την ισχύ εξόδου των πηγών θορύβου υπό τον περιορισμό ότι το άθροισμα των κάθε διανυσμάτων στήλης των βαρών είναι ίσο με έναν συντελεστή από ένα φίλτρο FIR που καθορίζει την επιθυμητή κρουστική απόκριση της συστοιχίας.

Ο αλγόριθμος Frost [7] είναι μια περιορισμένη μέθοδος LMS που προκύπτει από την επίλυση των εξισώσεων 30.15 και 30.16 μέσω πολλαπλασιαστών Lagrange ώστε να αποκτήσουν μια έκφραση του βέλτιστου διανύσματος βάρους, Frost [7], που βασίζεται ο περιορισμένος αλγόριθμος LMS για την επεξεργασία σήματος ευρείας ζώνης με πολλαπλασιαστές Lagrange. Η λειτουργία που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί, μπορεί να οριστεί ως

$$H(w) = \frac{1}{2} w^T R_{xx} w + \lambda^T (C^T w - h), \quad (30.17)$$

όπου

λ είναι ένας πολλαπλασιαστής Lagrange

F είναι ένα αντιπροσωπευτικό διάνυσμα της επιθυμητής απόκρισης συχνότητας

Ελαχιστοποιώντας τη λειτουργία $H(w)$ με σεβασμό στο w θα λάβει το ακόλουθο βέλτιστο διάνυσμα βάρους

$$w_{opt} = R_{xx}^{-1} C (C^T R_{xx}^{-1} C)^{-1} h. \quad (30.18)$$

Μια επαναληπτική εφαρμογή του παρόντος αλγόριθμου υλοποιείται μέσω των

ακόλουθων εξισώσεων:

$$\mathbf{w}^{(j+1)} = \mathbf{P}[\mathbf{w}^{(j)} - \mu \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}^{(j)}] + \mathbf{C}(\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{h}, \quad (30.19)$$

όπου μείναι μία παράμετρος μεγέθους ενός βήματος

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T$$
$$\mathbf{w}(0) = \mathbf{C}(\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{h},$$

όπου είναι η μήτρα ταυτότητας

$$\mathbf{h} = [h_1 \quad h_2 \quad \dots \quad h_j].$$

4.5 Αντίστροφη μαθηματική μοντελοποίηση για την Επεξεργασία Συστοιχίας

Οι αλγόριθμοι επεξεργασίας της διάταξης που συζητήθηκαν μέχρι στιγμής προέρχονται όλες από στατιστική ανάλυση and/or από προσαρμοστικές τεχνικές φίλτραρίσματος. Μια εναλλακτική προσέγγιση είναι να δείτε τους περιορισμούς ως εξισώσεις που μπορεί να εκφραστούν με τη μορφή μήτρας-φορέα. Αυτό επιτρέπει για μια απλή διαμόρφωση των αλγορίθμων επεξεργασίας στην οποία οι επιπλέον περιορισμοί μπορούν εύκολα να ενσωματωθούν. Επιπλέον, αυτή η σύνθεση επιτρέπει την αποτελεσματική επαναληπτική αντιστροφή μήτρας με τεχνικές που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την προσαρμογή των βαρών σε πραγματικό χρόνο.

4.5.1 Πίνακες στενής ζώνης

Δύο αλγόριθμοι συζητήθηκαν για συστοιχίες στενής ζώνης, δηλαδή, οι sidelobe ακυρωτές αλγόριθμοι και οι αλγόριθμοι με πιλοτικό σήμα. Θα εξετάσουμε το sidelobe ακυρωτή αλγόριθμο εδώ. Η προέλευση του ακυρωτή sidelobe βασίζεται στη βελτιστοποίηση της SINR και δίνει μια έκφραση για το βέλτιστο διάνυσμα βάρους ως συνάρτηση της μήτρας αυτοσυσχέτισης εισόδου. Θα

χρησιμοποιήσουμε τους ίδιους περιορισμούς όπως ο ακυρωτής sidelobe για να δώσουμε ένα σύνολο γραμμικών εξισώσεων που μπορεί να τεθεί σε διανυσματική μορφή μήτρας.

Εξετάστε την περιγραφή του πίνακα στενής ζώνης που προβλέπεται στην παράγραφο 30.3. Στην Εξίσωση 30,7, $s(k)$ είναι το διάνυσμα που αντιπροσωπεύει το επιθυμητό σήμα του οποίου το μέτωπο κύματος είναι φυσιολογικό στη συστοιχία και $n(k)$ είναι το άθροισμα των παρεμβαλλόμενων σημάτων που φθάνουν από διαφορετικές κατευθύνσεις. Ένα διάνυσμα βάρους είναι το επιθυμητό που θα επιτρέψουν το διάνυσμα σήματος $s(k)$ να περάσει διαμέσου της συστοιχίας χωρίς στρεβλώσεις, ενώ κάθε συνεισφορά μηδενισμού του φορέα θορύβου $n(k)$. Ένα βέλτιστο w_{opt} διάνυσμα βάρους που πληρεί αυτές τις προϋποθέσεις αντιπροσωπεύεται από

$$w_{opt}^T s(k) = s(k) \quad (30.20)$$

και

$$w_{opt}^T n(k) = 0, \quad (30.21)$$

όπου $s(k)$ είναι η βαθμωτή τιμή του επιθυμητού σήματος. Δεδομένου ότι ο ακυρωτής sidelobe δεν έχει πρόσβαση στην $s(k)$, πρέπει να ληφθεί μία εναλλακτική προσέγγιση για να εφαρμόσει την κατάσταση της εξίσωσης 30.20. Μία μέθοδος για την εύρεση αυτού του περιορισμού είναι να ελαχιστοποιηθεί η προσδοκία της ισχύος εξόδου [7]. Η προσδοκία αυτή μπορεί να προσεγγιστεί από την ποσότητα y^2 , όπου $y = x^T(k)w$. Ελαχιστοποιώντας το y^2 υπό τον περιορισμό της κατεύθυνσης βλέμματος θα τείνει να ακυρώσει το διάνυσμα θορύβου διατηρώντας παράλληλα το διάνυσμα σήματος. Αυτό το κριτήριο μπορεί να εκπροσωπείται από την γραμμική εξίσωση:

$$x^T(k)w = 0. \quad (30.22)$$

Σημειώστε ότι στην Εξίσωση 30.22 συνεπάγεται ότι το διάνυσμα βάρους είναι ορθογώνια προς το σύνθετο διάνυσμα εισόδου, όπως σε αντίθεση με το συστατικό του θορύβου. Ωστόσο, η κατεύθυνση βλέμματος του περιορισμού που επιβάλλεται από την ακόλουθη εξίσωση θα διατηρήσει το επιθυμητό σήμα

$$[1 \ 1 \ \dots \ 1]w=1. \quad (30.23)$$

Η εξίσωση αυτή ικανοποιεί τον περιορισμό της κατεύθυνσης βλέμματος ότι ένα σήμα που φθάνει κάθετα στην παράταξη θα έχει αποκτήσει την ενότητα στην έξοδο. Οι περιορισμοί που επιβάλλονται από τις Εξισώσεις 30.22 και 30.23 μπορούν να εκφραστούν με τη μορφή μήτρας-φορέα ως ακολούθως:

$$\begin{bmatrix} x_1(k) & x_2(k) & \dots & x_K(k) \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (30.24)$$

Η, αντίστοιχα,

$$Aw=b.$$

4.5.2 Ευρυζωνικοί πίνακες

Ο ευρυζωνικός πίνακας που εξετάζεται σε αυτό το τμήμα θα χρησιμοποιήσει τους περιορισμούς που θεωρούνται από το Frost [7], και συγκεκριμένα την κατεύθυνση βλέμματος και το εύρος συχνοτήτων του σήματος στόχου. Οι γραμμικές εξισώσεις που αντιπροσωπεύουν τον αλγόριθμο Frost είναι παρόμοιες με εκείνες που χρησιμοποιούνται για τη διαμόρφωση στενής ζώνης που παράγονται στην προηγούμενη ενότητα. Για άλλη μια φορά, η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης κόστους στην Εξίσωση 30,15 μπορεί να επιτευχθεί από την Εξίσωση 30.22, υποθέτοντας ότι το σήμα-στόχος φθάνει κανονικά στη συστοιχία. Ο περιορισμός για την επιθυμητή απόκριση συχνότητας στην κατεύθυνση βλέμματος μπορεί επίσης να υλοποιηθεί κατά τρόπο παρόμοιο με εκείνο της συστοιχίας στενής ζώνης στην Εξίσωση 30.23. Αντί να περιορίζει το άθροισμα των βαρών να είναι ένα, όπως στη συστοιχία στενής ζώνης, η εφαρμογή ευρυζωνικής συστοιχίας θα περιορίσει το άθροισμα της κάθε στήλης των βαρών στο να είναι ίσο με την αντίστοιχη τιμή της βρύσης σε ένα φίλτρο FIR με την επιθυμητή απόκριση συχνότητας για το σήμα στόχο.

Ως εκ τούτου, το πρόβλημα της ευρυζωνικής συστοιχίας αντιπροσωπεύεται από τις Εξισώσεις 30.15 και 30.16 και μπορεί να εκφραστεί ως ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων με τη δημιουργία μιας μήτρας που έχει τη συνάρτηση κόστους και

δίδεται από την Εξίσωση 30.15 επαυξημένη με τις γραμμικές εξισώσεις περιορισμού που δίδεται από την Εξίσωση 30.16. Το πρόβλημα μπορεί τώρα να εκφραστεί ως

$$\begin{bmatrix} x_1 & \cdots & x_K & \cdots & x_{(J-1)K+1} & \cdots & x_{JK} \\ 1 & \cdots & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & & \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{JK} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ h_1 \\ \vdots \\ h_J \end{bmatrix},$$

ή

$$Aw = h', \quad (30.25)$$

όπου h' είναι το διάνυσμα των συντελεστών φίλτρου FIR επαυξημένο με ένα μηδενικό.

4.5.3 Μέθοδος προβολής με σειρά- δράση

Η σύνθεση μήτρας- φορέα για το πρόβλημα στενής ζώνης, όπως παριστάνεται στην Εξίσωση 30.24 ή το πρόβλημα ευρυζωνικής συστοιχίας που διατυπώθηκε στην Εξίσωση 30,25 μπορεί τώρα να εκφραστούν ως αντίστροφο πρόβλημα. Για παράδειγμα, εάν το A είναι $n \times n$ και $\text{rank}[A|b] = \text{rank}[A]$, στη συνέχεια, μια μοναδική λύση για το w μπορεί να βρεθεί ως

$$w = A^{-1}b. \quad (30.26)$$

Αν, αντίθετα, το A είναι $m \times n$, τότε μία λύση ελάχιστων τετραγώνων μπορεί να υλοποιηθεί ως

$$w = (A^T A)^{-1} A^T b. \quad (30.27)$$

Μια άλλη λύση μπορεί να ληφθεί με τη χρήση του γενικευμένου αντίστροφου Moore-Penrose, ή ψευδο-αντίστροφο, του A μέσω

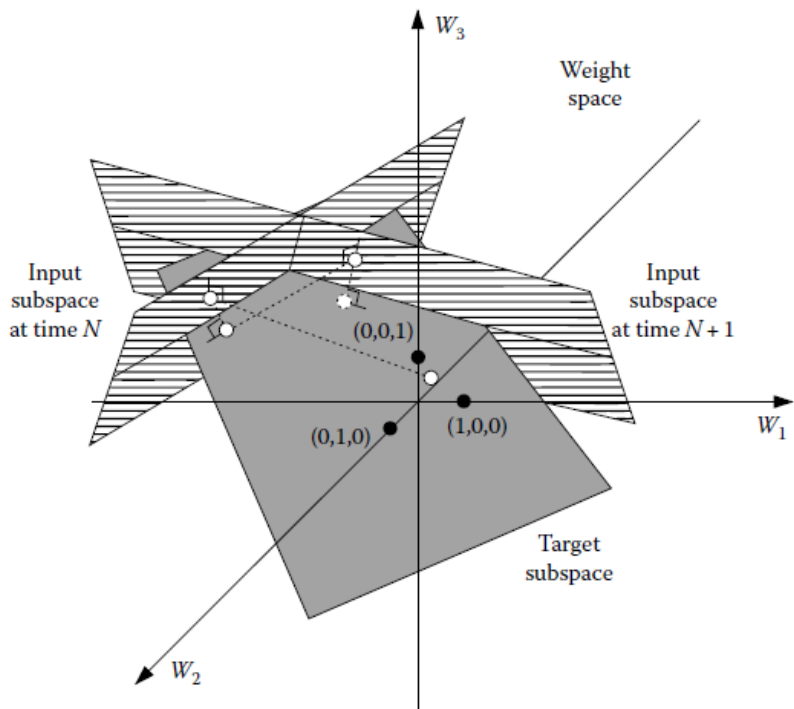
$$w^\dagger = A^\dagger b. \quad (30.28)$$

όπου A^\dagger και w^\dagger αντιπροσωπεύουν το ψευδο-αντίστροφο του A και την ψευδο-αντίστροφη λύση για w , αντίστοιχα. Αυτές οι μέθοδοι παρέχουν όλες άμεση λύση για το διάνυσμα βάρους, w , ωστόσο, εις βάρος της απαιτείται αντιστροφή μήτρα μαζί με τυχόν αστάθειες που μπορεί να είναι εμφανείς, αν η μήτρα έχει λάθος κλιματισμό. Μια πιο εύκολη προσέγγιση για την επίλυση των συντελεστών στάθμισης είναι να χρησιμοποιήσουμε μια επαναληπτική προσέγγιση. Η μέθοδος που θα χρησιμοποιήσουμε εδώ είναι γνωστή ως ο αλγόριθμος προβολής γραμμών δράσης (RAP). Ο αλγόριθμος RAP είναι μια επαναληπτική τεχνική για την επίλυση ενός συστήματος γραμμικών εξισώσεων. Η μέθοδος RAP έχει βρει πολλές εφαρμογές στην ψηφιακή επεξεργασία σήματος [16] και εφαρμόζεται εδώ ως προσαρμοστική. Η μέθοδος RAP για την επίλυση του συστήματος επαναληπτικά στην Εξίσωση 30.24 δίνεται από την εξίσωση ενημέρωσης:

$$w^{(j+1)} = w^{(j)} + \mu \frac{\varepsilon_i}{\|a_i\|} \frac{a_i^T}{\|a_i\|}, \quad (30.29)$$

όπου είναι ο όρος σφάλματος για τη γραμμή που ορίζεται ως εξής:

$$\varepsilon_i = b_i - a_i w^{(k)}. \quad (30.30)$$



ΕΙΚΟΝΑ30.5 Ορθογώνιες προβολές στο χώρο βάρους.

Στις εξισώσεις 30.29 και 30.30, ο εκθέτης j υποδηλώνει την επανάληψη, ο δείκτης i αναφέρεται στον αριθμό σειράς της μήτρας ή φορέως, και το μ είναι μία παράμετρος κέρδους, η οποία είναι γνωστό ότι είναι σταθερή για τιμές μεταξύ μηδέν και δύο. Η επιλογή του μ είναι σημαντική για τα χαρακτηριστικά απόδοσης και έχει το δίλημμα ότι ένα μεγάλο μ θα παρέχει ταχύτερη σύγκλιση, ενώ ένα μικρό μ θα παρέχει μεγαλύτερη ακρίβεια. Επίσης, σημειώστε ότι η επιλογή m μεταξύ ενός και δύο μπορούν, σε ορισμένες περιπτώσεις, προλαμβάνουν τη σύγκλιση στο διάλυμα LMS.

Η μέθοδος RAP λειτουργεί με τη δημιουργία ορθών προβολών στο χώρο που ορίζεται από την μήτρα δεδομένων A στην Εξίσωση 30.24. Μία γραφική αναπαράσταση του αλγορίθμου RAP, όπως εφαρμόζεται σε μια beamforming συστοιχία με τρεις αισθητήρες, απεικονίζεται στο Σχήμα 30.5.

Στο σχήμα 30.5, η υποδιαστημική του σήματος στόχου αποτελείται από το επίπεδο που εκπροσωπείται από τον περιορισμό βλέμματος κατεύθυνσης, δηλαδή $w_1 + w_2 + w_3 = 1$. Ο υπόχωρος σήματος εισόδου, που δίνεται από $w_1 x_1(k) + w_2 x_2(k) + w_3 x_3(k) = 0$, θα αποτελείται από ένα διαφορετικό επίπεδο για κάθε επιμέρους δείκτη k χρόνο. Η μέθοδος RAP δημιουργεί για πρώτη φορά μία ορθογώνια προβολή της εισόδου του υποχώρου (δηλαδή, ικανοποιώντας $w^T x(k) = 0$). Μια προβολή γίνεται κατόπιν στον υποχώρο του σήματος στόχου. Αυτή η διαδικασία θα πρέπει να επαναληφθεί για τον επόμενο υποχώρο εισόδου, κλπ. Διαισθητικά, η διαδικασία αυτή θα βρει μια λύση ως "ορθογώνια όσο το δυνατόν" στις διάφορες εισόδους των υποχώρων, η οποία βρίσκεται στο υποδιάστημα του σήματος στόχου. Δεδομένου ότι η μέθοδος RAP αποτελείται από μόνο λειτουργίες γραμμής, είναι βολικό για τις παράλληλες υλοποιήσεις. Αυτή η τεχνική, που περιγράφεται από τις εξισώσεις 30.24, 30.29, και 30.30, περιλαμβάνει τη μέθοδο RAP για την επεξεργασία πίνακα.

4.6 Αποτελέσματα προσομοίωσης

Πολλές προσομοιώσεις έχουν γίνει για να συγκριθεί η αντίστροφη διατύπωση με το πρόβλημα επεξεργασίας συστοιχίας με τις πιο παραδοσιακές προσεγγίσεις προσαρμοστικού φίλτραρίσματος. Οι προσομοιώσεις αυτές συγκρίνουν την αντίστροφη διατύπωση για την εφαρμογή του ακυρωτή sidelobe του πίνακα στενής ζώνης και

ΠΙΝΑΚΑΣ30.1 Σενάριο εισόδου για πείραμα στενής ζώνης

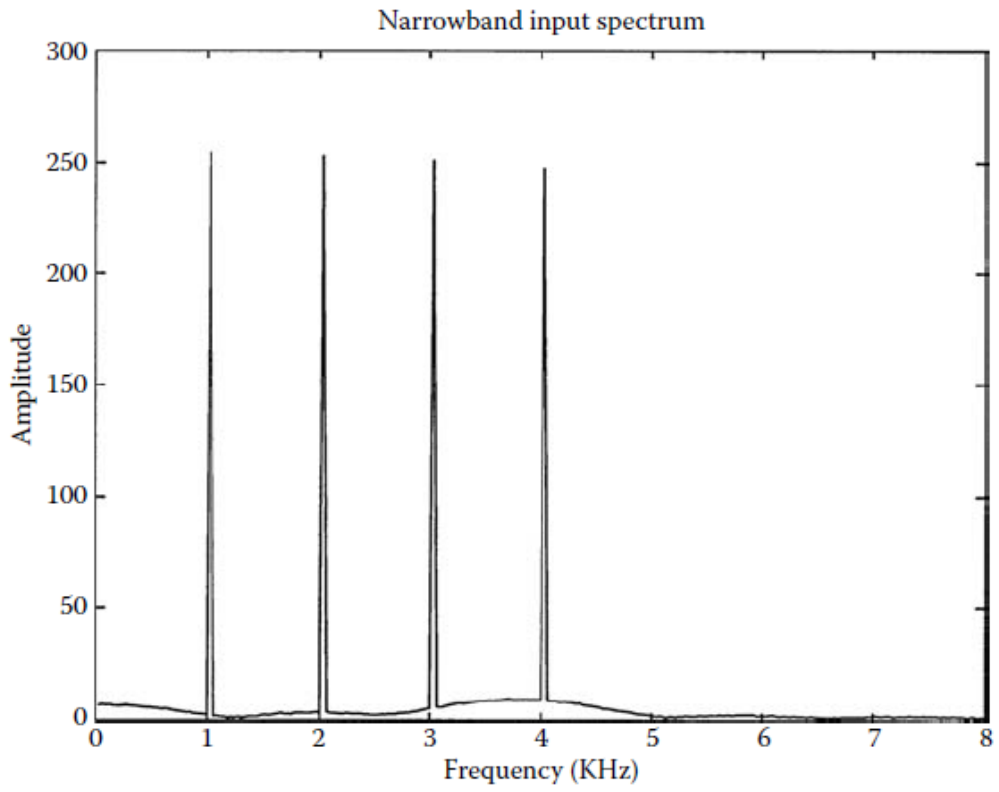
Signal	Angle (degree)	Frequency (KHz)
Target signal	0	2.0
Interference 1	28	3.0
Interference 2	41	1.0
Interference 3	72	4.0

4.6.1 Αποτελέσματα στενής ζώνης

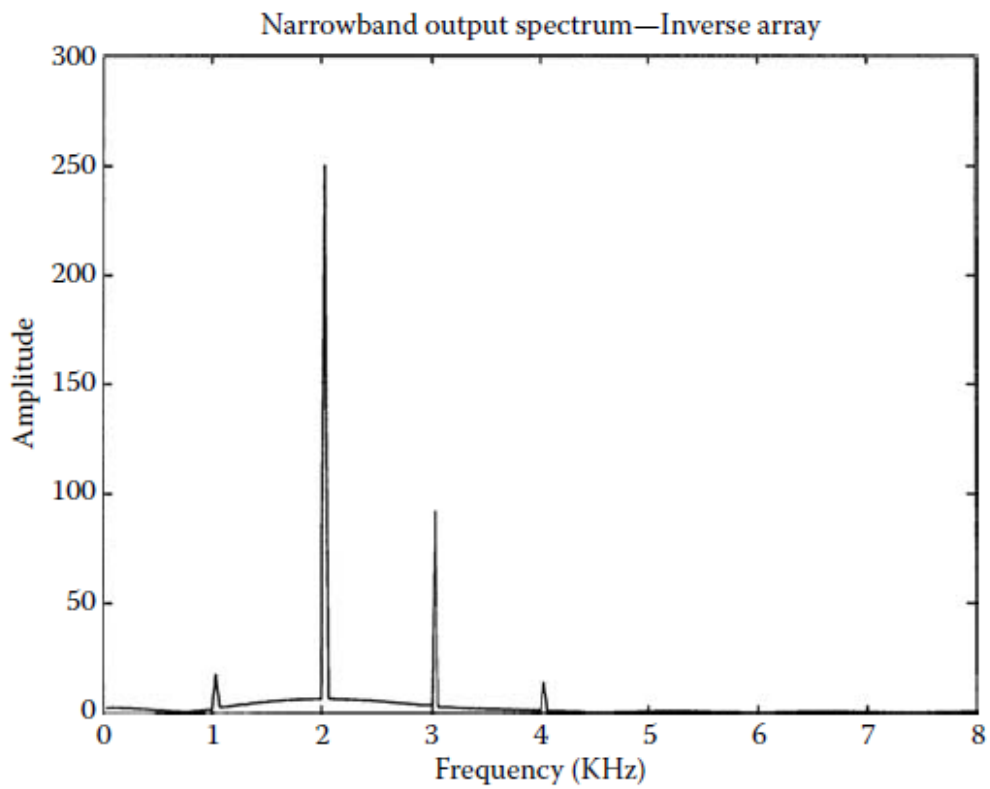
Η εφαρμογή ακυρωτή sidelobe αξιολογείται τόσο με τον αλγόριθμο Applebaum και την αντίστροφη σύνθεση. Και οι δύο πίνακες είναι προσομοίωση για έναν πίνακα στενής ζώνης με εννέα αισθητήρες. Ο αλγόριθμος RAP για την αντίστροφη διαμόρφωση χρησιμοποιεί μια τιμή κέρδους $\mu=0.001$ και η συστοιχία Applebaum χρησιμοποιεί αξίες μιας $\alpha=0.25$ και $\beta=0.01$. Το περιβάλλον του σήματος για το σενάριο αποτελείται από ήχους μοναδιαίου πλάτους του οποίου τα φασματικά και χωρικά χαρακτηριστικά συνοψίζονται στον πίνακα 30.1. Το φάσμα εισόδου του σεναρίου στενής ζώνης παρουσιάζεται στο Σχήμα 30.6. Τα φάσματα εισόδου και εξόδου για την αντίστροφη διαμόρφωση και ο αλγόριθμος Applebaum που φαίνεται στα σχήματα 30.6 από 30.8. Η αντίστροφη διαμόρφωση και οι αλγόριθμοι Applebaum καταδεικνύουν παρόμοια απόδοση για αυτό το παράδειγμα.

4.6.2 Ευρυζωνικά αποτελέσματα

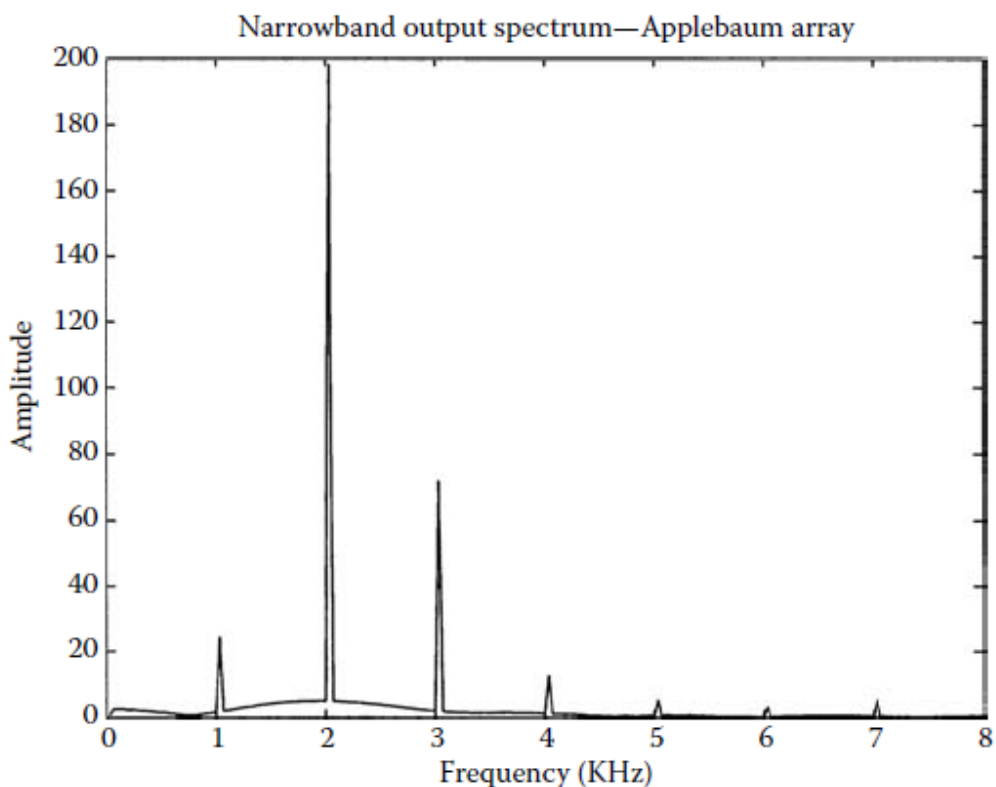
Η εφαρμογή ευρυζωνικού πίνακα αξιολογείται επίσης τόσο με την αντίστροφη διαμόρφωση όσο και με τον αλγόριθμο Frost. Οι αλγόριθμοι τόσο αξιολογούνται για μία συστοιχία ευρείας ζώνης που αποτελείται από εννέα αισθητήρες, ο καθένας ακολουθούμενος από πέντε βρύσες. Το περιβάλλον σήμα που χρησιμοποιείται για το σενάριο αποτελείται από διάφορα σήματα που ποικίλουν σε φασματικά και χωρικά χαρακτηριστικά όπως συνοψίζεται στον πίνακα 30.2.



ΕΙΚΟΝΑ30.6 Φάσμα παραγωγής στενής ζώνης.



ΕΙΚΟΝΑ30.7 Φάσμα παραγωγής για αντίστροφη διατύπωση.



ΕΙΚΟΝΑ30.8 Φάσμα παραγωγής για πίνακα Applebaum.

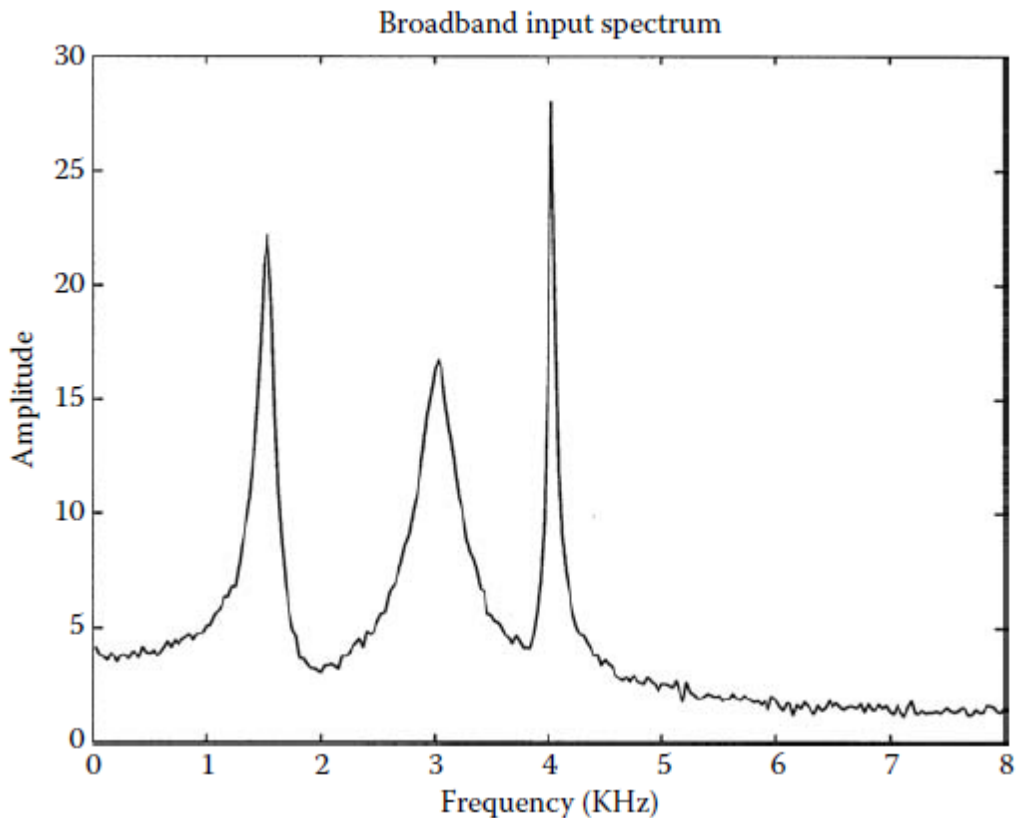
ΠΙΝΑΚΑΣ30.2 Σενάριο εισόδου για ευρυζωνικό πείραμα

Signal	Angle (degree)	Frequency (KHz)
Target signal	0	3.0
Interference 1	27	1.5
Interference 2	41	4.0

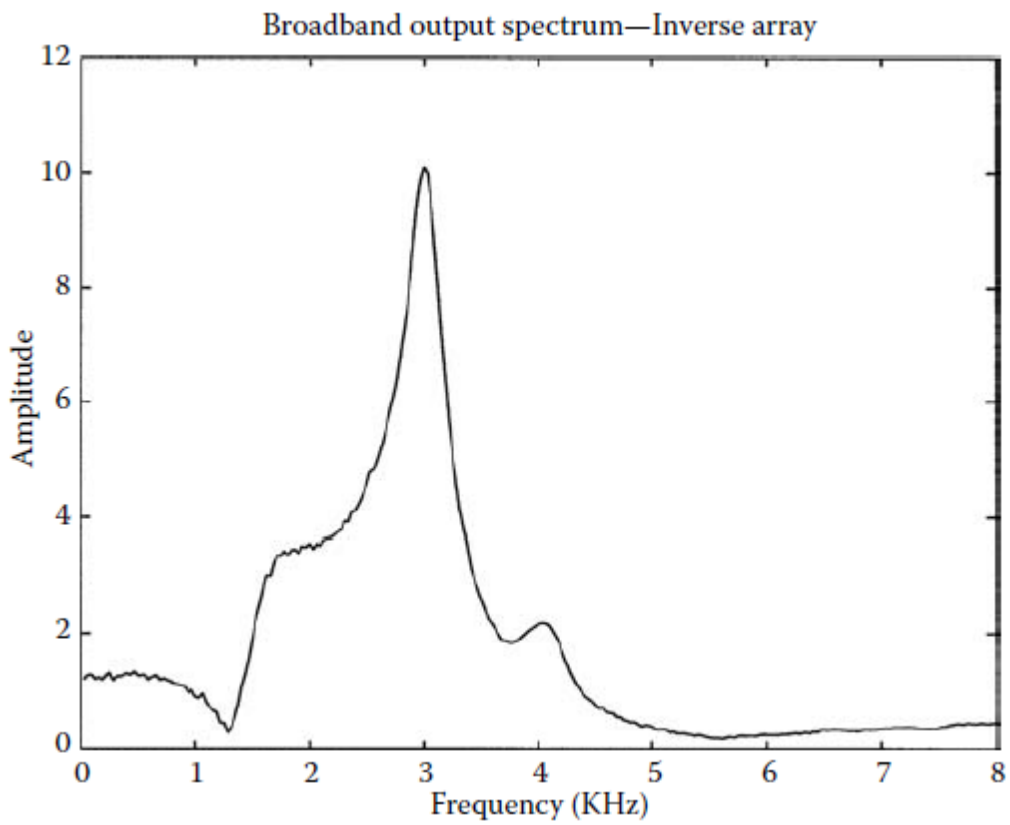
Ο αλγόριθμος RAP που χρησιμοποιείται για την αντιστροφή, έχει τιμή $\mu=0.5$ και ο αλγόριθμος Frost χρησιμοποιεί το κέρδος αξίας $\mu=0.05$. Ο φορέας h καθορίζει μια

χαμηλή απόκριση συχνότητας με περατή ζώνη έως 4 kHz. Τα φάσματα του σήματος εισόδου και εξόδου φαίνονται στα σχήματα 30.9 μέσω 30.11. Η αντίστροφη διαμόρφωση και οι αλγόριθμοι Frost δείχνουν και πάλι παρόμοιες επιδόσεις.

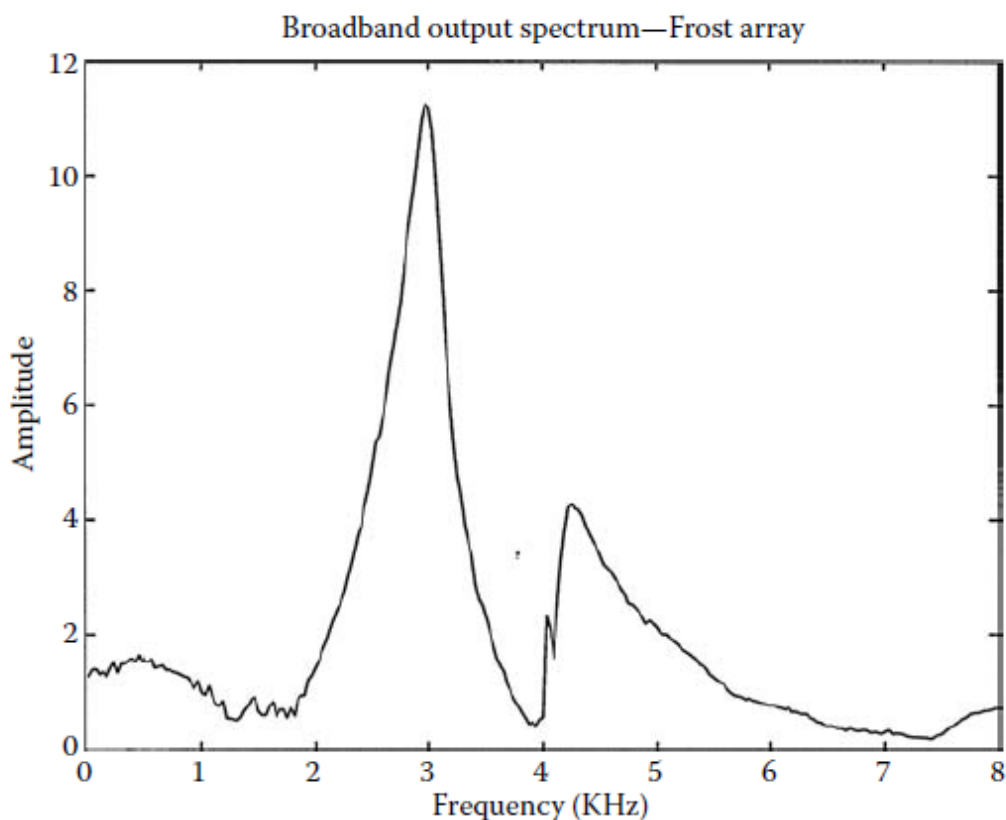
Οι αλγόριθμοι ευρυζωνικής συστοιχίας επεξεργασίας αξιολογούνται επίσης για μια εφαρμογή συστοιχίας μικροφώνων [5]. Η προσομοίωση χρησιμοποιεί μια συστοιχία μικροφώνων με εννέα ίσους εύρους μετατροπείς καθένας ακολουθούμενος από 13 βρύσες. Η απόσταση του μικροφώνου επιλέγεται ως 4,3 εκατοστά και ο ρυθμός δειγματοληψίας για τα σήματα ομιλίας είναι 16 KHz.



ΕΙΚΟΝΑ30.9 Ευρυζωνικόφάσμαεισόδου.

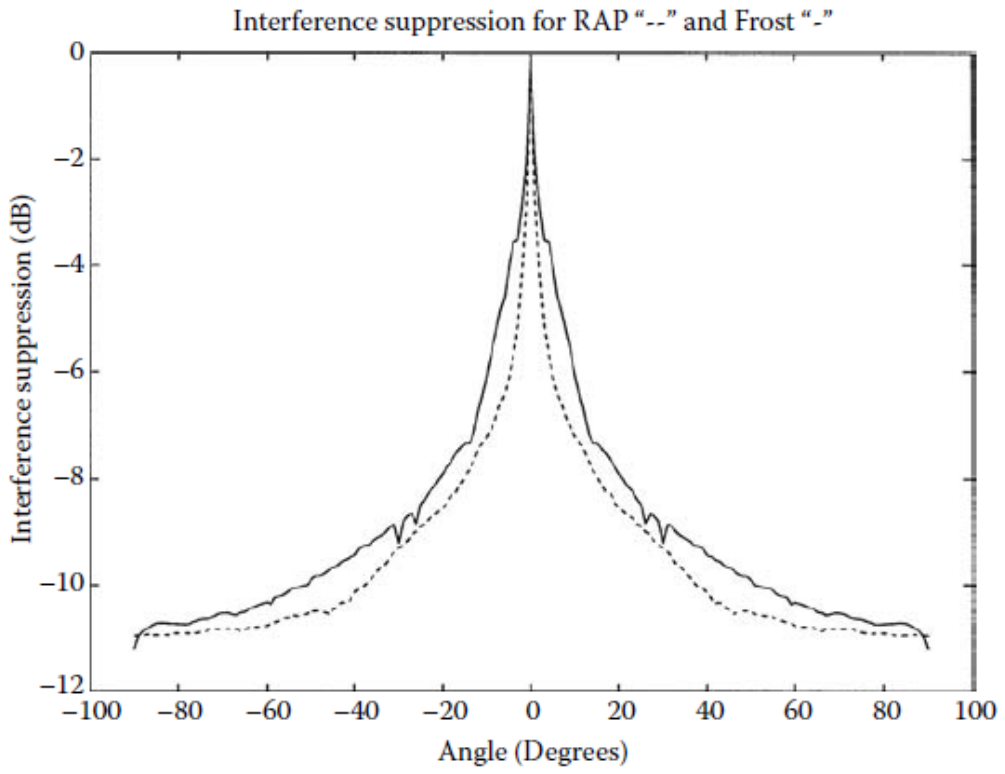


ΕΙΚΟΝΑ30.10 Φάσμα παραγωγής για αντίστροφο πίνακα.



ΕΙΚΟΝΑ30.11 Φάσμα παραγωγής για τον πίνακα Frost.

Ο φορέας περιέχει συντελεστές h για ένα βαθυπερατό φίλτρο FIR που έχει σχεδιαστεί με ένα παράθυρο Hamming για μία περατή ζώνη των 0-4 KHz. Το περιβάλλον σήμα αποτελείται από δύο σήματα ομιλίας. Το σήμα-στόχος φθάνει κανονικά στη συστοιχία. Το σήμα παρεμβολής εφαρμόζεται στη συστοιχία σε ομοιόμορφες απέχοντες γωνίες που κυμαίνονται από -90° ως $+90^\circ$ σε βήματα της μίας μονάδας. Η ισχύς παρεμβολής είναι 2.6 dB μεγαλύτερη από το επιθυμητό σήμα. Η προκύπτουσα καταστολή παρεμβολών που παρατηρήθηκε στην παραγωγή συστοιχίας απεικονίζεται στο Σχήμα 30.12. Η μέγιστη καταστολή παρεμβολών (π.χ., για την παρέμβαση που φθάνουν στο ± 90) είναι 11,0 dB για τη μέθοδο RAP και 11,2 dB για τη μέθοδο Frost.



ΕΙΚΟΝΑ 30.12 Καταστολή παρεμβολών

4.7 Περίληψη

Αυτό το κεφάλαιο έχει διατυπώσει το πρόβλημα επεξεργασίας πίνακα ως αντίστροφο πρόβλημα. Αντίστροφα σκευάσματα για τόσο στενής και ευρείας ζώνης συστοιχίες συζητήθηκαν. Συγκεκριμένα, ο ακυρωτικός αλγόριθμος στενής ζώνης επεξεργασίας σήματος και ο Frost αλγόριθμος για επεξεργασία σήματος ευρείας ζώνης αναλύθηκαν. Οι αντίστροφες τυποποιήσεις παρέχουν μια ευέλικτη, διαισθητική εφαρμογή των περιορισμών που χρησιμοποιούνται από κάθε αλγόριθμο. Οι αντίστροφες τυποποιήσεις στη συνέχεια επιλύονται μέσω της χρήσης της μεθόδου RAP. Η μέθοδος RAP είναι μια απλή τεχνική για τη δημιουργία ορθογώνιων προεξοχών μέσα σε ένα χώρο που ορίζεται από ένα σύνολο υπερεπίπεδων. Η μέθοδος RAP μπορεί εύκολα να εφαρμοστεί χωρίς περιορισμούς και περιορισμούς προβλημάτων βελτιστοποίησης των οποίων η λύση βρίσκεται σε ένα κυρτό σύνολο (δηλαδή, όχι τοπικά μέγιστα ή ελάχιστα). Πολλές συστοιχίες αλγόριθμων επεξεργασίας εμπίπτουν σε αυτή την κατηγορία και έχει αποδειχθεί ότι η μέθοδος RAP είναι μια βιώσιμη λύση για αυτή την εφαρμογή. Δεδομένου ότι η μέθοδος RAP περιλαμβάνει μόνο τις πράξεις με σειρά, είναι επίσης πιο βολικό για παράλληλες εφαρμογές επεξεργασίας όπως οι συστολικές συστοιχίες [15]. Αυτοί οι αλγόριθμοι έχουν επίσης εφαρμογές προσομοίωσης τόσο στενής και ευρείας ζώνης. Η προσομοίωση στενής αποτελούνταν από ένα σετ των ήχων που φθάνουν σε διαφορετικές χωρικές θέσεις. Η ευρυζωνική συστοιχία αξιολογήθηκε για μια προσομοίωση των διαφόρων σημάτων με διαφορετικές χωρικές θέσεις και ευρείας ζώνης, εκτός από μια εφαρμογή εξαρτήματος ομιλίας. Για όλα τα σενάρια, οι αντίστροφες συνθέσεις βρέθηκαν να είναι συγκρίσιμες με τις παραδοσιακές προσεγγίσεις.

Αναφορές

1. Adugna, E., *Speech enhancement using microphone arrays*, PhD thesis, CAIP Center, Rutgers University, Piscataway, NJ, June 1994.
2. Applebaum, S. P., *Adaptive arrays*, IEEE Trans. Antennas Propagation, AP-24, 585–598, 1976.
3. Censor, Y., *Row-action techniques for huge and sparse systems and their applications*, SIAM Rev., 23(4), 444–466, Oct. 1981.
4. DeFatta, D., Lucas, J., and Hodgkiss, W., *Digital Signal Processing: A System Design Approach*, John

- Wiley&Sons,New York,1988.
5. Farrell, K.R., Mammone, R.J., and Flanagan, J.L., Beamforming microphone arrays for speech enhancement, in Proceedings of International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, San Francisco, CA, Mar. 23–26, 1992, Vol. 1, pp. 285–288.
 6. Flanagan, J.L., Johnston, J.D., Zahn, R., and Elko, G.W., Computer-steered microphone arrays for sound transduction in larger rooms, *J. Acoust. Soc. Am.*, 78(11), 1508–1518, Nov. 1985.
 7. Frost, O.L., III, An algorithm for linearly constrained adaptive array processing, *Proc. IEEE*, 60(8), 926–935, Aug. 1972.
 8. Giordano, A. and Hsu, F., *Least Square Estimation with Application to Digital Signal Processing*, John Wiley & Sons, New York, 1985.
 9. Greenberg, J.E. and Zurek, P.M., Evaluation of an adaptive beamforming method for hearing aids, *J. Acoust. Soc. Am.*, 91(3), 1662–1676, Mar. 1992.
 10. Griffiths, L.J., A simple adaptive algorithm for real-time processing in antenna arrays, *Proc. IEEE*, 57(10), 1696–1704, Oct. 1969.
 11. Griffiths, L.J., Linearly-constrained adaptive signal processing methods, in *Advanced Algorithms and Architectures for Signal Processing II*, SPIE, Bellingham, WA, 1987, pp. 96–100.
 12. Griffiths, L.J. and Jim, C.W., An alternative approach to linearly constrained adaptive beamforming, *IEEE Trans. Antennas Propagation*, AP-30(1), 27–34, Jan. 1982.
 13. Haykin, W., *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991.
 14. Hudson, J.E., *Adaptive Array Principles*, Institute of Electrical Engineers, Peregrinus, New York; Stevenage, UK, 1981.
 15. Kung, S.Y., *VLSI Array Processors*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988.
 16. Mammone, R.J., *Computational Methods of Signal Recovery and Recognition*, John Wiley & Sons, New York, 1992.
 17. Noble, B. and Daniel, J.W., *Applied Linear Algebra*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988.
 18. Papoulis, A., *Probability, Random Variables, and Stochastic Process*, McGraw-Hill, New York, 1984.
 19. Takao, K., Fujita, M., and Nishi, T., An adaptive antenna array under directional constraint, *IEEE Trans. Antennas Propagation*, AP-24(9), 662–669, Sept. 1976.
 20. Widrow, B. and Stearns, S.D., *Adaptive Signal Processing*, Prentice-

Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1985.

21. Widrow, B., Mantey, P. E., and Goode, B. B., Adaptive antenna systems, Proc. IEEE, 55(12), 2143–2158, Dec. 1967.

5

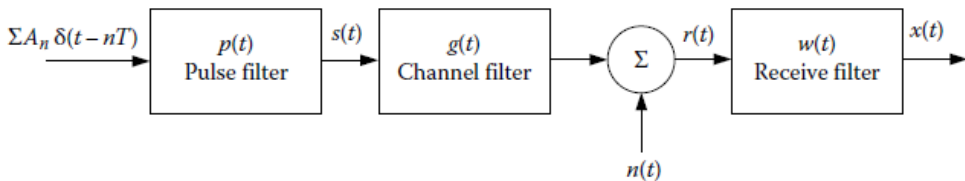
Εξισορρόπηση καναλιών ωστακτοποίηση αντίστροφου προβλήματος

5.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο εξετάζουμε το πρόβλημα της εξίσωσης καναλιών επικοινωνίας και πώς αυτό σχετίζεται με την αναστροφή ενός γραμμικού συστήματος εξισώσεων. Εξίσωση καναλιού είναι η διαδικασία με την οποία το αποτέλεσμα μιας περιορισμένης ζώνης καναλιού μπορεί να είναι μειωμένη, η οποία, εξισώνεται, στο νεροχύτη ενός συστήματος επικοινωνίας. Αν και υπάρχουν πολλοί τρόποι για να επιτευχθεί αυτό, θα επικεντρωθούμε σε γραμμικά φίλτρα και προσαρμοστικά φίλτρα. Είναι μέσα από την προσέγγιση γραμμικού φίλτρου το ότι η αναλογία στην αντιστροφή μήτρας είναι εφικτή. Η τακτοποιημένη αντιστροφή αναφέρεται σε μια διαδικασία στην οποία ο θόρυβος κυριάρχησε σε φάσεις του παρατηρούμενου σήματος, οι οποίες είναι εξασθενημένες.

5.2 Μοντέλο καναλιού διακριτού χρόνου με σύμβολα και παρεμβολές

Διασυμβολική παρεμβολή (ISI) είναι ένα φαινόμενο που παρατηρείται από τον αντισταθμιστή που προκαλείται από την παραμόρφωση συχνότητας του εκπεμπόμενου σήματος. Αυτή η παραμόρφωση συνήθως προκαλείται από τα επιλεκτικά χαρακτηριστικά της συχνότητας του μέσου μετάδοσης. Ωστόσο, μπορεί επίσης να οφείλεται σε σκόπιμη χρονική διασπορά του μεταδιδόμενου παλμού, να επηρεάσει ρευστοποιήσιμες υλοποιήσεις του φίλτρου εκπομπής. Σε κάθε περίπτωση, ο σκοπός του αντισταθμιστή είναι να αφαιρέσει δηλητηριώδη αποτελέσματα του ISI στην ανίχνευση συμβόλων. Ο μηχανισμός παραγωγής ISI περιγράφεται στη συνέχεια με μια περιγραφή των τεχνικών εξίσωσης που θα ακολουθήσει. Οι πληροφορίες που μεταδίδονται από ένα ψηφιακό σύστημα επικοινωνίας αποτελούνται από ένα σύνολο διακριτών συμβόλων. Ομοίως, η τελική μορφή των λαμβανόμενων πληροφοριών χυτεύεται σε μία διακριτή μορφή. Ωστόσο, οι ενδιάμεσες συνιστώσες του συστήματος ψηφιακών επικοινωνιών λειτουργούν με συνεχείς κυματομορφές που μεταφέρουν την πληροφορία. Τα μείζοντα



ΕΙΚΟΝΑ31.1 Το διάγραμμα ροής του σήματος για την αντίστοιχη περιγραφή του καναλιού. Ο ισοσταθμιστής παρατηρεί $x(nT)$, μία έκδοση δείγμα της εξόδου του φίλτρου λήψης $x(t)$.

τιμήματα του συνδέσμου επικοινωνιών είναι ο παλμός πομπού διαμόρφωσης φίλτρου, ο διαμορφωτής, το κανάλι, ο αποδιαμορφωτής, και το φίλτρο του δέκτη. Θα είναι πλεονεκτικό να μετατρέψουμε το συνεχές τμήμα του συστήματος επικοινωνίας σε μία περιγραφή καναλιού με ισοδύναμο διακριτό χρόνο για τους σκοπούς της προσομοίωσης. Η διακριτή σύνθεση πρέπει να είναι διαφανής τόσο για την πηγή των πληροφοριών και για τον ισοσταθμιστή κατά την αξιολόγηση των επιδόσεων. Το ισοδύναμο μοντέλο καναλιού διακριτού χρόνου επιτυγχάνεται με το συνδυασμό του φίλτρου εκπομπής, $p(t)$, το φίλτρο καναλιού, $g(t)$, και το φίλτρο λήψης, $w(t)$, σε ένα ενιαίο συνεχές φίλτρο, δηλαδή,

$$h(t)=w(t)*g(t)*p(t) \quad (31.1)$$

Ανατρέξτε στο Σχήμα 31.1. Η επίδραση του δειγματολήπτη προηγείται της αποφασισμένης συσκευής είναι να διακριτοποιούμε το συνολικό φίλτρο.

Το προτεινόμενο ισοδύναμο διακριτού χρόνου κανάλι ως μέσο για την προσομοίωση της απόδοσης των συστημάτων ψηφιακών επικοινωνιών που προωθήθηκε από τον Proakis [1], και έχει βρεθεί μετέπειτα να χρησιμοποιείται σε όλη τη βιβλιογραφία επικοινωνιών [2,3].

Έχει αποδειχθεί ότι ένα ζωνοπερατό μεταδιδόμενος παλμός έχει ισοδύναμη βαθυπερατή παράσταση: [1]

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n p(t - nT) \quad (31.2)$$

όπου

{ A_n } είναι το ρουλεμάν πληροφοριών συνόλου συμβόλων

$p(t)$ είναι η ισοδύναμη βαθυπερατη μετάδοση παλμού με τη μορφή κυμάτων

T είναι ο ρυθμός συμβόλου

Το παρατηρηθέν σήμα στην είσοδο του δέκτη είναι

$$r(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \int_{-\infty}^{+\infty} p(t - nT) g(t - nT - \tau) d\tau + n(t) \quad (31.3)$$

όπου το $g(t)$ είναι η ισοδύναμη βαθυπερατη κρουστική απόκριση του διαύλου και του θορύβου του διαύλου, $n(t)$, μοντελοποιείται ως λευκός θόρυβος Gaussian. Το βέλτιστο φίλτρο δέκτη, $w(t)$, είναι το προσαρμοσμένο φίλτρο το οποίο έχει σχεδιαστεί για να δώσει τη μέγιστη συσχέτιση με το λαμβανόμενο παλμό [4]. Η έξοδος του φίλτρου του δέκτη, δηλαδή, το σήμα που φαίνεται από το δειγματολήπτη, μπορεί να γραφτεί ως

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n h(t - nT) + v(t) \quad (31.4)$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} p(t - nT) g(t - nT - \lambda) d\lambda \right] w(t - \tau) d\tau \quad (31.5)$$

$$v(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} n(t) w(t - \tau) d\tau \quad (31.6)$$

όπου

$h(t)$ είναι η απόκριση του φίλτρου δέκτη στον λαμβανόμενο παλμό, που αντιπροσωπεύει τη συνολική κρουστική απόκριση μεταξύ του πομπού και του δειγματολήπτη

$v(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} n(t) w(t - \tau) d\tau$ είναι η φιλτραρισμένη έκδοση του θορύβου του καναλιού

Η είσοδος στον ισοσταθμιστή αποτελεί δείγμα της Εξίσωσης 31,4, δηλαδή, η δειγματοληψία σε χρόνους $t = kT$

$$x(kT) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n h(kt - nT) + v(kT) \quad (31.7)$$

ως συμβολή στον ισοσταθμιστή διακριτού χρόνου. Με την ομαλοποίηση σε σχέση με το διάστημα δειγματοληψίας και αναδιατάσσοντας τους όρους, η

Εξίσωση 31.7 γίνεται

$$x_k = \underbrace{h_0 A_k}_{\text{desired symbol}} + \underbrace{\sum_{\substack{n=0 \\ n \neq k}}^{\infty} A_n h_{k-n}}_{\text{ISI}} + v_k \quad (31.8)$$

5.3 Κανάλι εξίσωσης φιλτραρίσματος

5.3.1 Διατύπωση Matrix του προβλήματος ισοστάθμισης

Το έργο της εξεύρεσης των βέλτιστων συντελεστών γραμμικής ισοστάθμισης μπορεί να περιγραφεί με χύτευση του προβλήματος σε ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων,

$$\begin{bmatrix} \tilde{d}_1 \\ \tilde{d}_2 \\ \vdots \\ \tilde{d}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T \\ \mathbf{x}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{x}_L^T \end{bmatrix} \mathbf{c} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_L \end{bmatrix} \quad (31.9)$$

$$\mathbf{x}_k = [x_{k+N-1}, \dots, x_{k-1}]^T \quad (31.10)$$

όπου ο εκθέτης T υποδηλώνει τη λειτουργία μεταφοράς. Το λαμβανόμενο δείγμα σε k χρόνο είναι x_k , το οποίο αποτελείται από το κανάλι εξόδου κατεστραμμένο από προσθετικό θόρυβο. Τα στοιχεία $N \times 1$ του φορέα \mathbf{c}_k είναι οι συντελεστές του φίλτρου ισοστάθμισης κατά k χρόνο. Ο ισοσταθμιστής λέγεται ότι είναι στην απόφαση κατευθυνόμενης λειτουργίας όταν το \tilde{d}_k λαμβάνεται ως η έξοδος της μη γραμμικής διαταγής αποφάσεως. Ο ισοσταθμιστής είναι στην εκπαίδευση, ή στην αναφορά σκηνοθετημένος,

λειτουργία όταν το \tilde{d}_k ρητά γίνεται ταυτόσημο με την μεταδιδόμενη σειρά A_k . Σε κάθε περίπτωση, e_k είναι το σφάλμα

μεταξύ της επιθυμητής εξόδου ισοσταθμιστή, \tilde{d}_k , και η πραγματική έξοδος του ισοσταθμιστή, $[\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{x}_k^T \mathbf{c}$. Συμπεραίνουμε ότι $\tilde{d}_k = A_{k+N}$, τότε ο

συμβολισμός στην εξίσωση 31.9 μπορεί να γραφτεί σε συμπαγή μορφή,

$$d = Xc + e \quad (31.11)$$

ορίζοντας $d = [d_1^{\%} \dots d_L^{\%}]^T$ και κάνοντας προφανείς συνειρμούς με την εξίσωση 31.9. Σημειώστε ότι η L παράμετρος καθορίζει τον αριθμό των γραμμών του μεταβλητού χρόνου μήτρας X . Επομένως, επιλέγοντας L είναι ανάλογη με την επιλογή ενός διαστήματος παρατήρησης για την εκτίμηση των συντελεστών φίλτρου.

5.4 Κανονικοποίηση

Επιδιώκουμε μια λύση για τους συντελεστές φίλτρου της μορφής $c = Yd$, όπου το Y είναι κατά κάποιο τρόπο μια αντιστροφή της μήτρας δεδομένων X . Η λύση ελαχίστων τετραγώνων απαιτεί

$$Y = [X^T X]^{-1} X^T \quad (31.12)$$

όπου

$X^{\#} \triangleq [X^T X]^{-1} X^T$ αντιπροσωπεύει το Moore-Penrose (M-P) αντίστροφο του X . Εάν μία ή περισσότερες από τις ιδιοτιμές της μήτρας $X^T X$ είναι μηδέν, τότε το M-P αντίστροφο δεν υπάρχει.

Για να διερευνηθεί η συμπεριφορά του αντιστρόφου, θα αποσυντεθεί η μήτρα δεδομένων σε μορφή $X = X_s + X_N$, όπου X_s είναι το συστατικό σήματος και X_N είναι η συνιστώσα θορύβου. Γενικώς, ο θόρυβος δεδομένων μήτρας είναι πλήρης σε βαθμό και το σήμα δεδομένων μήτρας μπορεί να ταξινομήσει σχεδόν τα φασματικά μηδενικά στο κανάλι μετάδοσης. Αυτό φαίνεται από την εξέταση της μικρότερης ιδιοτιμής του $X^T X$

$$\lambda_{\min} = S_{R \min} + O(N^{-k}) \quad (31.13)$$

όπου

S_R είναι η συνεχής φασματική πυκνότητα ισχύος (PSD) του λαμβανόμενου δεδομένων x_k

$S_{R \min}$ είναι η ελάχιστη τιμή της PSD

k είναι ο αριθμός των μη εξαφανισμένων παραγώγων της S_R στο $S_{R \min}$
 N το μήκος του φίλτρου ισοστάθμισης

Κάθε φασματική απώλεια στο σήμα που προκαλείται από το κανάλι άμεσα μεταφράζεται σε αντίστοιχη μείωση της ελάχιστης ιδιοτιμής του λαμβανόμενου σήματος. Αν λ_{\min} γίνεται μικρό, αλλά μη μηδενικό, τα δεδομένα συσχέτισης μήτρας XTX έρχεται σε άρρωστη κατάσταση και αντιστροφή της γίνεται ευαίσθητη στο θόρυβο. Η ευαισθησία εκφράζεται στην ποσότητα

$$\delta \triangleq \frac{\|\bar{c} - c\|}{\|c\|} \leq \frac{\sigma_n^2}{\lambda_{\min}} + O(\sigma_n^4) \quad (31.14)$$

όπου η αθόρυβη λύση φίλτρου ελαχίστων τετραγώνων του συντελεστή του φορέα, c , έχει διαταραχθεί με την προσθήκη ενός λευκού θορύβου στα δεδομένα με διακύμανση $\sigma_n^2 \ll 1$, για να παράγει το λιγότερο c διάλυμα τετραγώνων.

Αντικαθιστώντας την Εξίσωση

31.13 στην εξίσωση 31.14 αποδίδει

$$\delta \leq \frac{\sigma_n^2}{S_{R \min} + O(N^{-k})} + O(\sigma_n^4) \approx \frac{\sigma_n^2}{S_{R \min}} \quad (31.15)$$

Η σχέση στην Εξίσωση 31.15 είναι ένας δείκτης των πιθανών αριθμητικών προβλημάτων στην επίλυση για τους συντελεστές ισοσταθμιστή φίλτρου όταν τα δεδομένα είναι φασματικά ελλιπή.

Βλέπουμε ότι η άμεση αναστροφή της μήτρας δεδομένων δεν συνιστάται όταν το κανάλι έχει σοβαρά φασματικά μηδενικά. Η κατάσταση αυτή είναι ισοδύναμη με τη δήλωση ότι το αρχικό πρόβλημα της εκτίμησης $d = Xc$ είναι κακώς ορισμένο. Δηλαδή, ο ισοσταθμιστής καλείται να αναπαράγει συνιστώσες του καναλιού εισόδου που είναι μη παρατηρήσιμες στην έξοδο καναλιού ή επισκιάζονται από τον θόρυβο. Έτσι, είναι λογικό να εξακριβώσει τους τρόπους εισόδου που κυριαρχείται από το θόρυβο και να τους δώσουμε λίγο βάρος, σε σχέση με τις κυρίαρχες συνιστώσες σήματος, κατά την επίλυση των συντελεστών

ισοσταθμιστή του φίλτρου. Αυτή η διαδικασία της στάθμισης ονομάζεται τακτοποίηση.

Τακτοποίηση μπορεί να περιγραφεί με τη στήριξη σε μια γενίκευση της M-P αντίστροφο που εξαρτάται από τον πίνακα ιδιζουσών τιμών (SVD) δεδομένων.

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (31.16)$$

όπου

U είναι μία $L \times N$ ενιαία μήτρα

V είναι μία $N \times N$ ενιαία μήτρα

$\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N)$ είναι μία διαγώνια μήτρα από μοναδικές αξίες όπου $\sigma_i \geq 0, \sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_N$

Υποτίθεται στην Εξίσωση 31.16 ότι η $L > N$, το οποίο είναι χαρακτηριστικό για το πρόβλημα εξισορρόπησης. Ορίζουμε τη γενικευμένη ψευδο-αντίστροφο του X ως

$$\mathbf{X}^\dagger = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^\dagger\mathbf{U}^T \quad (31.17)$$

όπου

$\mathbf{\Sigma}^\dagger = \text{diag}(\sigma_1^\dagger, \sigma_2^\dagger, \dots, \sigma_N^\dagger)$ and

$$\sigma_i^\dagger = \begin{cases} \sigma_i^{-1} & \sigma_i \neq 0 \\ 0 & \sigma_i = 0 \end{cases} \quad (31.18)$$

HM-Ραντιστροφη μπορεί να αναδιαμορφωθεί χρησιμοποιώντας το SVD όπως ακολουθεί:

$$\mathbf{X}^\# = [\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^2\mathbf{V}^T]^{-1}\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}\mathbf{U}^T = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^T \quad (31.19)$$

Μετά την εξέταση των εξισώσεων 31.17 και 31.19, σημειώνουμε ότι το $\mathbf{X}^\# = \mathbf{X}^\dagger$ μόνον εάν όλες οι ιδιάζουσες τιμές του X είναι μη μηδενικές, $\sigma_i \neq 0$. Ένα άλλο στοιχείο που πρέπει να σημειωθεί είναι ότι η $\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^2\mathbf{V}^T$ είναι η ιδιοτιμή αποσύνθεσης $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$, το οποίο σημαίνει ότι οι ιδιοτιμές του $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ είναι τα τετράγωνα των

ιδιαζόντων τιμών της X . Η γενικευμένη ψευδοαντίστροφη στην Εξίσωση 31.17 παρέχει μια ιδιοτιμή φασματικής στάθμησης που δίνεται από την Εξίσωση 31.18, το οποίο διαφέρει από τη M-P αντίστροφη μόνο όταν μία ή περισσότερες από τις ιδιοτιμές $X^T X$ είναι πανομοιότυπα μηδέν. Ωστόσο, αυτή η μορφή της τακτοποίησης είναι μάλλον περιοριστική από την πλήρη εξόντωση των φασματικών στοιχείων, που είναι σπάνια να συναντώνται στην πράξη. Μια πιο πιθανή προϋπόθεση για τις ιδιοτιμές $X^T X$ είναι ότι ένα μικρό συγκρότημα ιδιομορφών σήματος είναι πολύ μικρότερο σε μέγεθος από τις αντίστοιχες λειτουργίες του θορύβου. Άμεση αναστροφή αυτών των ιδιομορφών, αν και σαφώς καθορισμένα με μαθηματικό τρόπο, οδηγεί σε αύξηση του θορύβου στην έξοδο ισοσταθμιστή και σε ευαισθησία του θορύβου στη λύση του συντελεστή φίλτρου. Μια εναλλακτική λύση για τη γενικευμένη ψευδοαντίστροφη είναι να χρησιμοποιηθεί μια τακτοποιημένη αντίστροφος όπου οι ιδιομορφές να σταθμίζονται πριν από την αναστροφή. [5] Αυτή η προσέγγιση οδηγεί σε μία ανταλλαγή μεταξύ της ασυλίας του θορύβου του βάρους του ισοσταθμιστή των φίλτρων και την πιστότητα του σήματος στον ισοσταθμιστή φίλτρου εξόδου. Για να αποδειχθεί αυτή η ανταλλαγή, επιτρέψτε

$$cDX^\dagger d \quad (31.20)$$

να είναι η λύση των ελάχιστων τετραγώνων. Επιτρέψτε την τακτοποιημένη αντίστροφο να είναι Y_n όπως $\lim_{n \rightarrow \infty} Y_n = X^\dagger$. Η τακτοποιημένη εκτίμηση για μια παρατήρηση που διαταράσσεται από ένα τυχαίο διάνυσμα θορύβου, n , είναι

$$c_n = Y_n(dCn) \quad (31.21)$$

Τα αποτελέσματα της τακτοποιημένης αντιστροφής, και το διάνυσμα θορύβου υποδεικνύονται με

$$\|c_n - c\| = \|Y_n n + (Y_n - X^\dagger)d\| \leq \|Y_n n\| + \|Y_n - X^\dagger\| \|d\| \quad (31.22)$$

Ο όρος $\|Y_n n\|$ είναι το μέρος του συντελεστή σφάλματος λόγω του θορύβου και είναι πιθανό να αυξηθεί, καθώς $n \rightarrow \infty$. Ο όρος $\|Y_n - X^\dagger\|$ αντιπροσωπεύει τη συνεισφορά λόγω της λάθος τακτοποίησης στην προσέγγιση της ψευδοαντίστροφης. Αυτό το σφάλμα οδηγεί σε μηδέν όπως $n \rightarrow \infty$. Η ανταλλαγή μεταξύ της εξασθένισης του ήχου και της λάθος τακτοποίησης είναι εμφανής κατά τη διάρκεια επιθεώρησης της Εξίσωσης 31.22, η οποία επίσης επισημαίνει μια ιδιοσυγκρασιακή ιδιοκτησία της διαδικασίας τακτοποίησης. Κατά την πρώτη, το σφάλμα εξόδου ισοσταθμιστή τείνει να μειωθεί, λόγω της μείωσης

των σφαλμάτων τακτοποίησης, $\|Y_n - X^T\|$. Στη συνέχεια, καθώς το n αυξάνει περαιτέρω το σφάλμα εξόδου είναι πιθανό να αυξηθεί λόγω του συστατικού ενίσχυσης του θορύβου, $\|Y_{nn}\|$. Αυτή η συμπεριφορά οδηγεί στο ερώτημα σχετικά με την καλύτερη επιλογή για την παράμετρο n . Μία ευρέως αποδεκτή διαδικασία είναι η χρήση της αρχής της ασυμφωνίας, η οποία αναφέρει ότι η θα πρέπει να πληρεί

$$\|Xc_n - (dCn)\| = \|n\| \quad (31.23)$$

Αφήνοντας $n > 1$ συνήθως οδηγεί σε μεγιστοποίηση θορύβου στην έξοδο του ισοσταθμιστή.

5.5 Προσαρμοστικό φιλτράρισμα διακριτού χρόνου

Θα εξετάσουμε αργότερα τρεις προσαρμοστικούς αλγόριθμους όσον αφορά τις ιδιότητες νομιμοποίησης στο να προκύπτει το φίλτρο ισοσταθμιστή. Αυτοί οι αλγόριθμοι είναι ο ομαλοποιημένος αλγόριθμος ελάχιστων τετραγώνων (NLMS), ο αναδρομικός αλγόριθμος ελάχιστων τετραγώνων (RLS), καθώς και ο αλγόριθμος επαναληπτικών μπλοκ NLMS (BINLMS). Αυτοί οι αλγόριθμοι είναι αντιπροσωπευτικοί της ευρύτερης κατηγορίας των προσαρμοστικών αλγορίθμων στους οποίους ανήκουν.

5.5.1 Προσαρμοστική ανακεφαλαίωση αλγόριθμου

5.5.1.1 NLMS

Η ενημέρωση NLMS αλγόριθμου δίνεται από

$$c_n = c_{n-1} + \mu (d_n - x_n^T c_{n-1}) \frac{x_n}{\|x_n\|^2} \quad (31.24)$$

για $n=1, \dots, L$. Αυτό ξαναγράφεται ως

$$\mathbf{c}_n = \left(\mathbf{I} - \mu \frac{\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^T}{\|\mathbf{x}_n\|^2} \right) \mathbf{c}_{n-1} + \mu \frac{\mathbf{d}_n \mathbf{x}_n}{\|\mathbf{x}_n\|^2} \quad (31.25)$$

Ορίσε $\mathbf{P}_n \triangleq (\mathbf{I} - \mu \mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^T / \|\mathbf{x}_n\|^2)$ and $\mathbf{p}_n \triangleq \mu \mathbf{d}_n \mathbf{x}_n / \|\mathbf{x}_n\|^2$, τότε η εξίσωση 31.25 γίνεται

$$\mathbf{c}_L = \mathbf{Q} \mathbf{c}_0 + \mathbf{q} \quad (31.26)$$

Όπου

$$\mathbf{Q} \mathbf{D} \mathbf{P}_L \mathbf{P}_{L-1} \cdots \mathbf{P}_1 \quad (31.27)$$

και

$$\mathbf{q} = [\mathbf{P}_L \cdots \mathbf{P}_2] \mathbf{p}_1 + [\mathbf{P}_L \cdots \mathbf{P}_3] \mathbf{p}_2 + \cdots + \mathbf{P}_L \mathbf{p}_{L-1} + \mathbf{p}_L \quad (31.28)$$

5.5.1.2 BINLMS

Ο αλγόριθμος BINLMS βασίζεται στο να παρατηρεί ολόκληρο τα μπλοκ των διανυσμάτων φίλτρου $\mathbf{x}_n, 1 \leq n \leq L$, στην εξίσωση

31.9. Η ενημερωμένη διαδικασία BINLMS είναι

$$\mathbf{c}_{n+1} = \mathbf{c}_n + \mu \left(\mathbf{d}_j - \mathbf{x}_j^T \mathbf{c}_n \right) \frac{\mathbf{x}_j}{\|\mathbf{x}_j\|^2} \quad (31.29)$$

Όπου $j = n \bmod L$. Η ενημέρωση στην εξίσωση 31.29 συνδέεται στην ενημέρωση NLMS παίρνοντας υπόψη την εξίσωση

31.26. Αυτό είναι, η εξίσωση 31.29

ισούται με

$$\mathbf{c}_{nL} = \mathbf{Q}\mathbf{c}_{(n-1)L} + \mathbf{q} \quad (31.30)$$

όπου L ενημερώσεις της Εξίσωσης 31.29 συμπυκνώνονται σε μια ενιαία ενημέρωση στην εξίσωση 31.30. Σημειώστε ότι μόνο οι ενημερώσεις L είναι δυνατές χρησιμοποιώντας την Εξίσωση 31.24 σε σύγκριση με έναν αυθαίρετο αριθμό ενημερώσεων στην Εξίσωση 31.29.

5.5.1.3 RLS

Η ενημερωμένη διαδικασία για τον αλγόριθμο RLS είναι

$$\mathbf{g}_n = \frac{\lambda^{-1} \mathbf{Y}_{n-1} \mathbf{x}_n}{1 + \lambda^{-1} \mathbf{x}_n^T \mathbf{Y}_{n-1} \mathbf{x}_n} \quad (31.31)$$

$$e_n = d_n - \mathbf{c}_{n-1}^T \mathbf{x}_n \quad (31.32)$$

$$\mathbf{c}_n = \mathbf{c}_{n-1} + e_n \mathbf{g}_n \quad (31.33)$$

$$\mathbf{Y}_n = \lambda^{-1} [\mathbf{Y}_{n-1} - \mathbf{g}_n \mathbf{x}_n^T \mathbf{Y}_{n-1}] \quad (31.34)$$

Όπου

\mathbf{g}_n καλείται το διάνυσμα κέρδους

\mathbf{Y}_n είναι η εκτίμηση του $[\mathbf{X}_n^T \mathbf{X}_n]^{-1}$ χρησιμοποιώντας την αντιστροφή της μήτρας lemma

\mathbf{x}_n αντιπροσωπεύει τις πρώτες n σειρές του \mathbf{X} στην εξίσωση 31.9

Ο συντελεστής λήθης $0 < \lambda \ll 1$ επιτρέπει τον αλγόριθμο RLS να σταθμίσει πιο πρόσφατα δείγματα που παρέχουν μια ικανότητα εντοπισμού για χρονικά μεταβαλλόμενα κανάλια. Η αναδρομή αντιστροφή μήτρας ξεκινά με $\mathbf{Y}_0 = \delta^{-1} \mathbf{I}$, όπου $0 < \delta \ll 1$. Η προετοιμασία σταθερά μετατρέπει τη μήτρα συσχέτισης δεδομένων σε

$$\mathbf{X}_n^T \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{X}_n + \lambda^n \delta \mathbf{I} \quad (31.35)$$

όπου

$$\mathbf{\Lambda}_n = \text{diag}(1, \lambda, \dots, \lambda^{n-1})$$

5.5.2 Τακτοποίηση ακινήτων των προσαρμοστικών αλγόριθμων.

Στην ενότητα αυτή εξετάζουμε πως κάθε ένα από τους προσαρμοστικούς αλγόριθμους επίτυγχάνει τη τακτοποίηση της λύσης ισοσταθμιστής φίλτρου. Ξεκινάμε με τις BINLMS και θα λάβουμε στη συνέχεια τις NLMS ως ειδική περίπτωση. Η ενημέρωση BINLMS της Εξίσωσης 31.30 είναι ισοδύναμη με

$$\mathbf{c}_l = \mathbf{Q} \mathbf{c}_{l-1} + \mathbf{q} \quad (31.36)$$

όπου μια αύξηση σε l ισοδυναμεί με L αυξήσεις της n στην εξίσωση 31.29. Η αναδρομή στην εξίσωση 31,36 είναι επίσης ισοδύναμη με

$$\mathbf{c}_l = \mathbf{B}_l \mathbf{d} \quad (31.37)$$

όπου $\lim_{l \rightarrow \infty} \mathbf{B}_l = \mathbf{X}^T$. Άσε $\hat{\sigma}_{k,l}$ να αντιπροσωπεύσει τις ενικές αξίες του \mathbf{B}_l , μετά οι σχέσεις μεταξύ των ενικών αξιών του \mathbf{B}_l και των ενικών αξιών του \mathbf{X} είναι [6]

$$\hat{\sigma}_{k,l} = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_k} \left[1 - \left(1 - \frac{\mu}{N} \sigma_k^2 \right)^{l+1} \right], & \sigma_k \neq 0 \\ 0, & \sigma_k = 0 \end{cases} \quad (31.38)$$

Το ακίνητο τακτοποίησης των BINLMS εξαρτάται τόσο στο μ και l . Δεδομένου ότι το μέγεθος του βήματος της παραμέτρου μ επιλέγεται να εγγυηθεί τη σύγκλιση, δηλαδή, $0 < \left(1 - \frac{\mu}{N} \sigma_1^2 \right) < 1$, η τακτοποίηση ελέγχεται κυρίως από το δείκτη επανάληψης l . Η συμπεριφορά τακτοποίησης των BINLMS δίδεται από την Εξίσωση 31,38 είναι ότι οι κυρίαρχοι τρόποι σήματος αντιστρέφονται πρώτοι, ακολουθούμενοι από τις ασθενέστερες λειτουργίες του κυρίαρχου θορύβου,

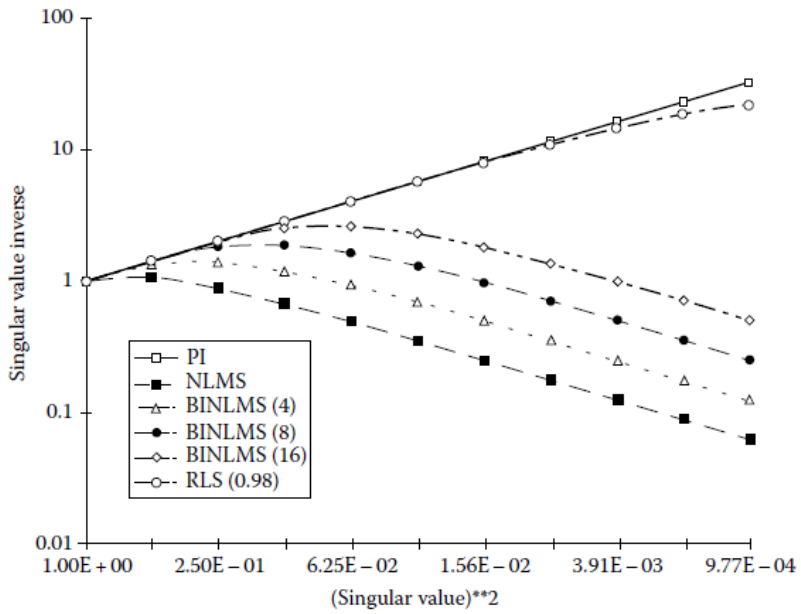
καθώς αυξάνεται ο δείκτης l . Η συμπεριφορά τακτοποίησης του αλγορίθμου NLMS προέρχεται άμεσα από τις BINLMS θέτοντας $l=1$ στην εξίσωση 31.38. Βλέπουμε ότι ο μόνος έλεγχος κατά τη διάρκεια της τακτοποίησης για τον αλγόριθμο NLMS είναι για να μειώσετε το μέγεθος του βήματος μ . Ωστόσο, αυτό οδηγεί σε μια δυνητικά ανεπιθύμητη μείωση του ρυθμού σύγκλισης του προσαρμοζόμενου φίλτρου ισοστάθμισης. Η στάθμιση του αλγορίθμου RLS από τις ιδιάζουσες τιμές που προκύπτουν κατά τον έλεγχο της Εξίσωσης 31.35. Η εκτίμηση του συντελεστή φίλτρου RLS είναι

$$\mathbf{c}_{LS} = [\mathbf{X}^T \mathbf{\Lambda}_L \mathbf{X} + \lambda^L \delta \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{X}^T (\mathbf{\Lambda}_L^{1/2})^T \mathbf{d} \quad (31.39)$$

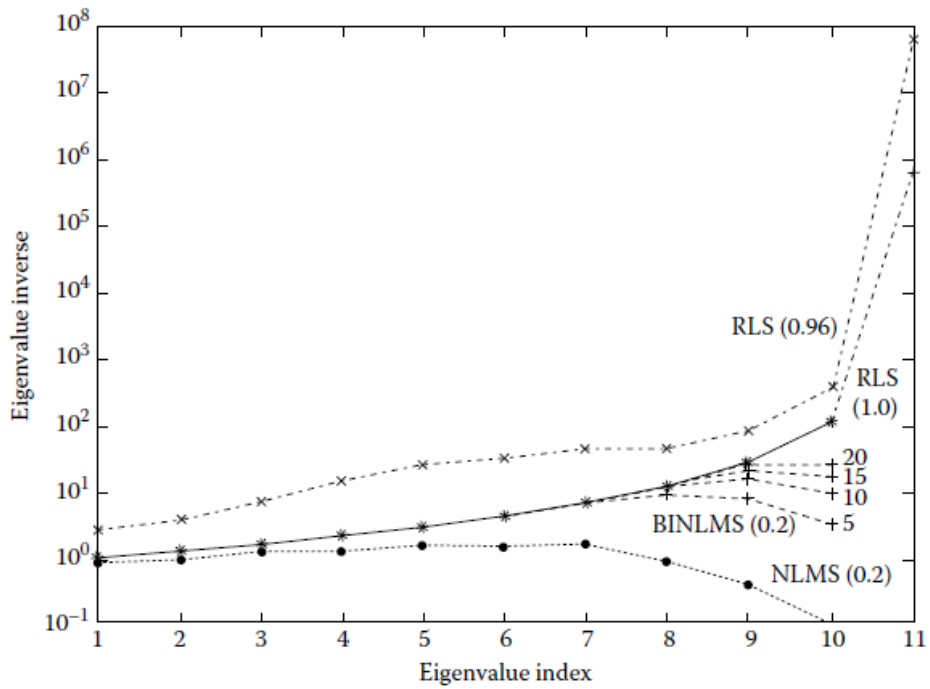
Άσε $\hat{\sigma}_{LS,k}$ να αντιπροσωπεύει τις ενικές αξίες της αποτελεσματικής αντιστρόφου που χρησιμοποιείται στον αλγόριθμο RLS, τότε

$$\hat{\sigma}_{LS,k} = \frac{\sqrt{\lambda_k} \sigma_k}{\lambda_k \sigma_k^2 + \lambda^L \delta} \quad (31.40)$$

Υπάρχουν αρκετά σημεία να θυμάστε σχετικά με την εξίσωση 31.40. Κατά την απουσία του παράγοντα ξεχνάμε, $\lambda = 1$, και η αρχικοποίηση σταθερά, $\delta = 0$, ο αλγόριθμος RLS παρέχει το ακριβές αντίστροφο των ενικών αξιών, όπως αναμενόταν. Η σταθερά δ εμποδίζει την κυρίαρχο της Εξίσωσης 31.40 από το να πάρει πάρα πολύ μικρή. Ωστόσο, αυτή η τακτοποίηση χάνεται αν $\lambda^L \rightarrow 0$, η οποία είναι η περίπτωση όταν το L διαστήματος παρατήρησης γίνεται μεγάλο. Η συμπεριφορά των λειτουργιών τακτοποίησης (Εξισώσεις 31.38 και 31.40) απεικονίζεται στο Σχήμα 31.2.



ΕΙΚΟΝΑ31.2 Οι λειτουργίες τακτοποίησης των αλγόριθμων NLMS, BINLMS, και RLS.



ΕΙΚΟΝΑ31.3 Φαίνεται η συμπεριφορά τακτοποίησης των προσαρμοστικών αλγόριθμων NLMS, BINLMS, και RLS. Οι καμπύλες BINLMS αντιστοιχούν επαναλήψεις μπλοκ των 5, 10, 15, και 20. Ο αλγόριθμος RLS χρησιμοποιεί $\lambda=1.0$ και $\lambda=0.96$.

5.6 Αριθμητικά αποτελέσματα

Ένα αριθμητικό παράδειγμα των χαρακτηριστικών τακτοποίησης των προσαρμοστικών αλγορίθμων εξισορρόπησης που συζητήθηκαν, παρουσιάζεται τώρα. Μια μήτρα δεδομένων XX είναι κατασκευασμένη με διαστάσεις $L = 50$ και $N = 11$, η οποία έχει την μοναδική μήτρα αξίας $\Sigma = \text{diag}(1.0, 0.9, \dots, 0.1, 0.0)$. Το μέγεθος βήματος $\mu = 0.2$ έχει επιλεγθεί. Δεδομένου ότι ο αλγόριθμος RLS υπολογίζει μια εκτίμηση της $[X^T X]^{-1}$, είναι ευαίσθητος στις ιδιοτιμές του $X^T X$. Ένα γράφημα παρόμοιο με το Σχήμα 31.2 παράγεται με την εξαίρεση ότι οι αντίστροφες ιδιοτιμές του $X^T X$ σχεδιάζονται για τον αλγόριθμο RLS. Αυτά τα αποτελέσματα φαίνονται στο Σχήμα 31.3 χρησιμοποιώντας τις ιδιοτιμές του X δίνεται από $\sigma_i^2 = [1 - (i - 1)/10]^2 \alpha$ $1 \leq i \leq 10$ και $\sigma_{11}^2 = 0$.

Ο αλγόριθμος RLS παρουσιάζει μεγάλο δυναμικό εύρος στο αντίστροφο των ιδιοτιμών χρησιμοποιώντας το λήμμα αντιστροφής μήτρας, η οποία μπορεί να οδηγήσει σε αστάθεια στη λειτουργία του προσαρμοστικού φίλτρου ισοσταθμιστή.

5.7 Συμπέρασμα

Μια σύντομη εισαγωγή στις βασικές έννοιες της ανάλυσης τακτοποίησης παρουσιάζονται σε αυτό το κεφάλαιο. Μερικές περαιτέρω αναπτύξεις κατά την εφαρμογή αυτής της ανάλυσης για την εξίσωση απόφασης-ανατροφοδότησης μπορούν να βρεθούν στο [6]. Η επιλογή του ποιός προσαρμοστικός αλγόριθμος πρέπει να χρησιμοποιείται είναι εξαρτώμενη από την εφαρμογή και το καθένα έρχεται με συνδεδεμένα τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά του. Οι LMS-τύπου αλγόριθμοι είναι χαμηλής πολυπλοκότητας λύσεις που έχουν σχετικά αργή σύγκλιση. Οι RLS τύπου αλγόριθμοι έχουν πολύ ταχύτερη σύγκλιση, αλλά συνήθως μαστίζονται από προβλήματα σταθερότητας που σχετίζονται με την διάδοση σφαλμάτων και μη ομαλή αντιστροφή πίνακα. Παρακάμπτοντας τα προβλήματα σταθερότητας τείνει να οδηγήσει σε πιο σύνθετο αλγόριθμο εφαρμογής. Ο αλγόριθμος BINLMS είναι μία ανταλλαγή ανάμεσα στην ταχύτητα σύγκλισης των RLS τύπου αλγορίθμων και τη σταθερότητα των LMS τύπου

αλγορίθμων. Ένα μειονέκτημα του αλγορίθμου BINLMS είναι ότι η στιγμιαία απόδοση μπορεί να είναι υψηλή λόγω της απαιτούμενης επεξεργασίας των μπλοκ.

Αναφορές

1. Proakis, J., Digital Communications, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1989.
2. Hatzinakos, D. and Nikias, C., Estimation of multipath channel response in frequency selective channels, IEEE J. Sel. Areas Commn., SAC-7, 12–19, Jan. 1989.
3. Eleftheriou, E. and Falconer, D., Adaptive equalization techniques for HF channels, IEEE J. Sel. Areas Commn., SAC-5, 238–247, Feb. 1987.
4. Wozencraft, J. and Jacobs, I., Principles of Communication Engineering, John Wiley & Sons, New York, 1965.
5. Tikhonov, A. and Arsenin, V., Solution to Ill-Posed Problems, V.H. Winston and Sons, Washington DC, 1977.
6. Doherty, J. and Mammone, R., An adaptive algorithm for stable decision-feedback filtering, IEEE Trans. Circuits Syst. II: Analog Digital Signal Process., 40(1), 1–9, Jan. 1993

6

Αντίστροφαπροβλήματα σε διατάξεις μικροφώνων

6.1 Εισαγωγή: Αποαντήχηση με τη χρήση μικροφωνικής διάταξης

Ένα ακουστικό περίβλημα συνήθως μειώνει την καταληπτότητα του λόγου που μεταδίδεται μέσα από αυτό, επειδή η διαδρομή μετάδοσης δεν είναι ιδανική. Εκτός από το απευθείας σήμα από την πηγή, ο ήχος ανακλάται επίσης σε μία ή περισσότερες επιφάνειες (συνήθως τοίχους) πριν φθάσει στον δέκτη. Το προκύπτον σήμα μπορεί να θεωρηθεί ως η έξοδος μιας συνέλιξης στο χρονικό πεδίο του σήματος ομιλίας και την ωστική αντίδραση του δωματίου. Το φαινόμενο αυτό επηρεάζει την ποιότητα του μεταδιδόμενου ήχου σε σημαντικές εφαρμογές όπως η τηλεδιάσκεψη, η κινητή τηλεφωνία, καθώς και αυτόματη φωνητική ενεργοποίηση συστημάτων (ομιλητής και στοιχεία αναγνώρισης ομιλίας). Η αντήχηση δωματίου μπορεί να χωριστεί σε δύο μεγάλες κατηγορίες. Η πρόωρη ηχώ σε δωμάτιο εκδηλώνεται ως παρατυπία ή "κυματισμός" στο φάσμα πλάτους. Αυτό το φαινόμενο κυριαρχεί σε μικρά δωμάτια, συνήθως γραφεία. Η μακροχρόνια αντήχηση συνήθως παρουσιάζεται ως ηχώ "ουρά" που έπεται του απευθείας σήματος.

Εάν η συνάρτηση μεταφοράς $G(z)$ του συστήματος είναι γνωστή, μπορεί να είναι δυνατό να απομακρυνθούν οι πολλαπλές διαδρομής επιδράσεις με αντίστροφο φίλτράρισμα του εξαγόμενου ήχου χρησιμοποιώντας ένα φίλτρο $H(z)$ όπου

$$H(z) = \frac{1}{G(z)}. \quad (32.1)$$

Τυπικά $G(z)$ είναι ο μετασχηματισμός της παλμικής αποκρίσεως του δωματίου $g(n)$. Σε γενικές γραμμές, η συνάρτηση μεταφοράς ενός περιβάλλοντος αντήχησης είναι

μια συνάρτηση μη ελάχιστης φάσης, δηλαδή, όλα τα μηδενικά της συνάρτησης δεν πρέπει απαραίτητα να βρίσκονται μέσα στο $|z| = 1$. Μια συνάρτηση ελάχιστης φάσης έχει ένα σταθερό αιτιώδη αντίστροφο, ενώ το αντίστροφο μιας συνάρτησης μη ελάχιστης φάσης είναι αναιτιώδες και, σε γενικές γραμμές, άπειρο σε μήκος.

Σε γενικές γραμμές, το $G(z)$ μπορεί να εκφραστεί ως αποτέλεσμα μιας συνάρτησης ελαχίστων φάσεων και μιας μη-ελαχίστων φάσεων :

$$G(z) = G_{\min}(z) \cdot G_{\max}(z). \quad (32.2)$$

Πολλές προσεγγίσεις έχουν προταθεί για αποαντηχόμενα σήματα. Ο στόχος όλων των συστημάτων αντιστάθμισης είναι να έρθει η κρουστική απόκριση του συστήματος μετά από αποαντήχηση όσο το δυνατόν πλησιέστερα σε μια συνάρτηση ώθησης. Ομομορφικές τεχνικές φιλτραρίσματος χρησιμοποιήθηκαν για να εκτιμηθεί το ελάχιστο μέρος της φάσης $G(z)$ [2,3]. Στο [2], η ελάχιστη συνιστώσα φάσεως εκτιμήθηκε με μηδενισμό της σαφματικής για αρνητικές συχνότητες. Στη συνέχεια, το σήμα εξόδου διηθήθηκε με το αντίστροφο της ελάχιστης συνάρτησης μεταφοράς φάσης. Αλλά αυτή η τεχνική δεν κατάργησε την αντήχηση από το τμήμα μέγιστης φάσης της απόκρισης του δωματίου. Στο [3], το αντίστροφο του τμήματος μέγιστης φάση, επίσης, εκτιμάται από την καθυστερημένη και περικομμένη έκδοση του αναιτιώδους αντιστρόφου. Όμως, η καθυστέρηση μπορεί να είναι υπέρμετρη και πρέπει να λαμβάνεται μέριμνα για την αποφυγή χρονικών συσχετίσεων ψευδωνύμων.

Μια διαφορετική προσέγγιση της αποαντήχηση είναι ο υπολογισμός ,με ορισμένη μορφή, της εκτίμησης ελαχίστων τετραγώνων του αντίστροφου της διαδρομής μετάδοσης,πχ.,ο υπολογισμός της λύσης ελαχίστων τετραγώνων της εξίσωσης

$$h(n)*g(n) = d(n), \quad (32.3)$$

όπου

$d(n)$ είναι η συνάρτηση ώθησης
 *υποδηλώνει συνέλιξη

Υποθέτοντας ότι το σύστημα μπορεί να διαμορφωθεί από ένα φίλτρο FIR, η Εξίσωση 32.3 μπορεί να εκφραστεί σε μορφή πίνακα , ως εξής

$$\begin{pmatrix} g(0) \\ g(1) & g(0) \\ \vdots & g(1) & \dots & 0 \\ g(m) & \vdots & \dots & g(0) \\ 0 & g(m) & \dots & g(1) \\ 0 & 0 & \dots & \vdots \\ & & & g(m) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (32.4)$$

ή

$$GH = D, \quad (32.5)$$

όπου D είναι ο πίνακας ενότητας και G , H , και D είναι πίνακες κατάλληλων διαστάσεων, όπως φαίνεται στην

Εξίσωση 32.4. Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων βρίσκει μια προσεγγιστική λύση που δίνεται από

$$\hat{H}(z) = (G^T G)^{-1} G^T D. \quad (32.6)$$

Έτσι, το διάνυσμα σφάλματος μπορεί να γραφεί ως

$$\begin{aligned} \varepsilon &= [D - G\hat{H}] \\ &= [I - G(G^T G)^{-1} G^T] D \\ &= ED, \end{aligned}$$

όπου $E = [I - G(G^T G)^{-1} G^T]$. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα ή η ενέργεια στον φορέα σφάλματος είναι

$$\|\varepsilon\|_2 = \|ED\|_2 \leq |E| \|D\|_2 \leq \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \|D\|_2, \quad (32.7)$$

όπου

$|E|$ ο κανόνας της E

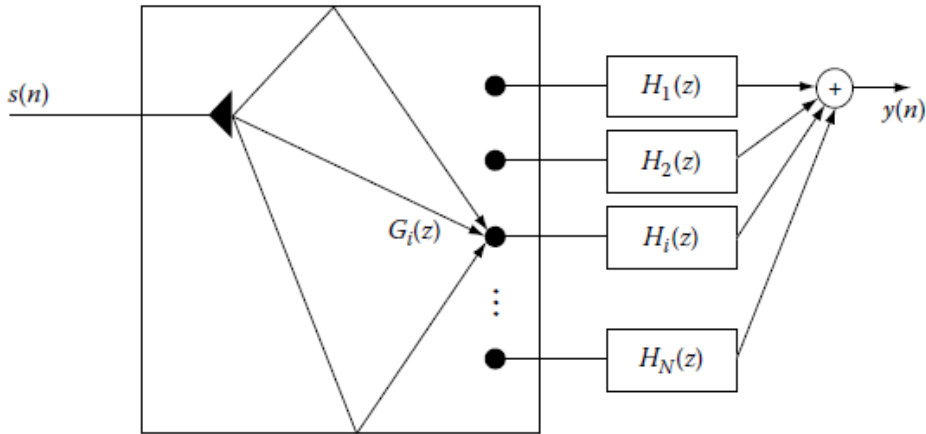
λ_{\max} και λ_{\min} αποτελούν τη μέγιστη και την ελάχιστη ιδιοτιμή του E

Η αναλογία μεταξύ των μέγιστων και ελάχιστων ιδιοτιμών καλείται αριθμός κατάστασης του πίνακα και καθορίζει την ενίσχυση του θορύβου κατά τη διαδικασία αντιστροφής [4].

Τυπικά, η λειτουργία γίνεται στην πλήρη ζώνη σήματος. Οι προσεγγίσεις που δεν βρίσκονται σε αυτή τη ζώνη έχουν προταθεί στην [5-8]. Όλες αυτές οι προσεγγίσεις χρησιμοποιούν ένα μόνο μικρόφωνο.

Το φάσμα εύρους της απάντησης δωμάτιο έχει "κυματισμούς" που παράγουν έντονες εγκοπές στο φάσμα του σήματος εξόδου. Δεδομένου ότι η θέση του μικροφώνου στις αλλαγές δωματίου, η απόκριση δωματίου για την ίδια πηγή μεταβάλλεται και, ως εκ τούτου, η θέση των εγκοπών στο φάσμα πλάτους ποικίλλει. Αυτή η ιδιότητα χρησιμοποιείται επωφελώς στο [1]. Στη μέθοδο αυτή, πολλαπλά μικρόφωνα βρίσκονταν στο δωμάτιο. Στη συνέχεια, η έξοδος του κάθε μικροφώνου χωρίστηκε σε πολλαπλές ζώνες ίσου εύρους ζώνης. Για κάθε ζώνη, επιλέγοντας το μικρόφωνο του οποίου η παραγωγή ήχου έχει το μέγιστο της ενέργειας, οι κυματισμοί ήταν μειωμένοι. Στο [9], τα σήματα από όλα τα μικρόφωνα σε κάθε ζώνη πρώτα συγχρονίστηκαν, και στη συνέχεια σταθμίστηκαν με κέρδος το οποίο υπολογίστηκε από μια κανονικοποιημένη συνάρτηση συσχέτισης βασισμένη στους παραγόμενους ήχους των διαφόρων μικροφώνων. Δεδομένου ότι είναι ασυσχέτιστες οι ουρές αντήχησης, η συσχέτιση με βάση το κέρδος απενεργοποίησε την ουρά του σήματος. Οι τεχνικές αυτές είχαν μόνο μέτρια επιτυχία στην καταπολέμηση της αντήχησης.

Τα τελευταία χρόνια, μεγάλη πρόοδος έχει σημειωθεί όσον αφορά την ποιότητα, τη διαθεσιμότητα και το κόστος των μικροφώνων υψηλής απόδοσης. Διαθέτουν γρήγορους επεξεργαστές ψηφιακού σήματος που επιτρέπουν πολύπλοκους αλγόριθμους που λειτουργούν σε πραγματικό χρόνο να αναπτυχθούν. Αυτές οι πρόοδοι επέτρεψαν τη χρήση των μεγάλων συστοιχιών μικροφώνων που αναπτύσσουν πιο εξελιγμένους αλγόριθμους για αποαντήχηση. Το σχήμα 32.1 δείχνει ένα γενικό σύστημα διάταξης μικροφώνων που μπορεί να αναστρέψει την ακουστική του χώρου. Διαφορετικές επιλογές $H_i(z)$ οδηγούν σε διαφορετικούς αλγόριθμους, η καθεμία με τα δικά της πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά . Στην έκθεση αυτή, θα συζητήσουμε για απλή και πολλαπλή διαμόρφωσης δέσμης, προσαρμοσμένο φίλτράρισμα και Διοφαντικό αντίστροφο φίλτράρισμα μέσω πολλαπλών μοντέλων εισροών-εκροών (MINT). Σε όλες τις περιπτώσεις, υποθέτουμε ότι η θέση πηγής και η διαμόρφωση δωματίου ή, εναλλακτικά, το $G_i(z)$ είναι γνωστά.



ΕΙΚΟΝΑ32.1 Μοντελοποίηση ενός δωματίου με μια συστοιχία μικροφώνων ως ένα σύστημα πολλαπλών FIR εξόδου.

6.2 Απλοί Διαμορφωτές Δέσμης Καθυστέρησης-Αθροίσματος

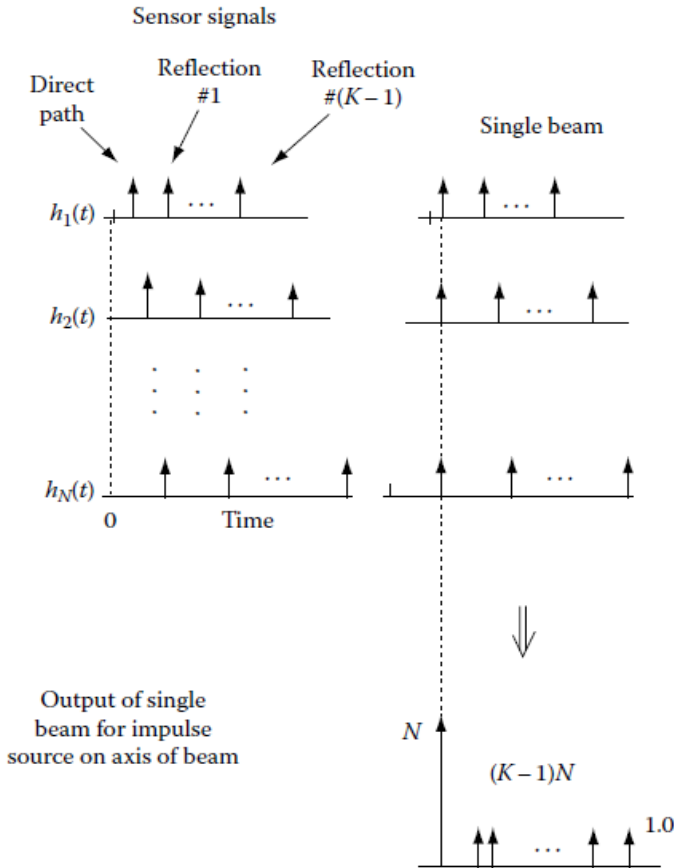
Οι συστοιχίες που σχηματίζουν μια ενιαία δέσμη κατευθυνόμενη προς την πηγή του ήχου έχουν σχεδιαστεί και κατασκευαστεί [11]. Σε αυτούς τους απλούς διαμορφωτές δέσμης καθυστέρησης-και-αθροίσματος, η επεξεργασία φίλτρου έχει την κρουστική απόκριση

$$h_i(n) = \delta(n - n_i), \quad (32.8)$$

όπου $n_i = d_i/c$, d_i είναι η απόσταση του μικροφώνου i από την πηγή και c είναι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα. Η Μετάδοση του ήχου στο δωμάτιο μπορεί να διαμορφωθεί από ένα σύνολο διαδοχικών αντανάκλασεων από τις επιφάνειες (συνήθως τους τοίχους) [10]. Το σχήμα 32.2 απεικονίζει την κρουστική απόκριση ενός ενιαίου διαμορφωτή δέσμης. Η καθυστέρηση στην έξοδο του κάθε μικροφώνου συγκλίνει τον ήχο που φτάνει στο μικρόφωνο απευθείας από την πηγή. Μπορεί να φανεί από το Σχήμα 32.2 ότι στην προκύπτουσα απάντηση, η αντοχή του συνεκτικού παλμού είναι N και υπάρχουν $N(K - 1)$ που διανέμουν παλμούς. Έτσι, στην ιδανική περίπτωση, το σήμα που αντηχεί (SRNR που μετράται ως ο λόγος του ανόθευτου ισχύοντος σήματος προς την ισχύ του θορύβου αντήχησης) είναι $N^2 / N(K - 1)$ [13]. Σε ένα άκρως αντήχουμένο δωμάτιο, καθώς ο αριθμός των εικόνων K αυξάνει προς το άπειρο, ο λόγος του

σήματος προς τον θόρυβο (SNR), $N / K - 1$, πέφτει στο μηδέν.

Το σύστημα ενιαίας διαμόρφωσης δέσμης που αναφέρθηκε στο [11] μπορεί να προσδιορίσει αυτόματα την κατεύθυνση της πηγής και γρήγορα να κατευθύνει τον πίνακα. Όμως, καθώς η ακτίνα κατευθύνεται μακριά από την ομοβροντία, το σύστημα εμφανίζει μια μείωση στη χωρική διάκριση, επειδή η δέσμη φωτός διευρύνεται [12].



ΕΙΚΟΝΑ32.2 Ένα μονόδιαμορφωτή..(From Flanagan, J.L., Surendran, A.C., and Jan, E.-E., Speech Commn., 13, 207, 1993. With permission.)

Επιπλέον, το εύρος δέσμης ποικίλλει ανάλογα με τη συχνότητα, έτσι ώστε ένας πίνακας να έχει ένα κατά προσέγγιση χρήσιμο εύρος ζώνης που δίνεται από τις ανώτερες και τις κατώτερες συχνότητες [12]:

$$f_{\text{upper}} = \frac{c}{d |\cos \phi - \cos \phi'|_{\text{max}}}, \quad (32.9)$$

Και

$$f_{\text{lower}} = \frac{f_{\text{upper}}}{N}, \quad (32.10)$$

$$f_{\text{lower}} = \frac{f_{\text{upper}}}{N}, \quad (32.10)$$

όπου

c είναι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα

N είναι ο αριθμός των αισθητήρων στην διάταξη

d είναι η απόσταση του αισθητήρα

ϕ' είναι η γωνία διεύθυνσης υπολογισμένη σε σχέση με τον άξονα της συστοιχίας

ϕ είναι η κατεύθυνση της πηγής

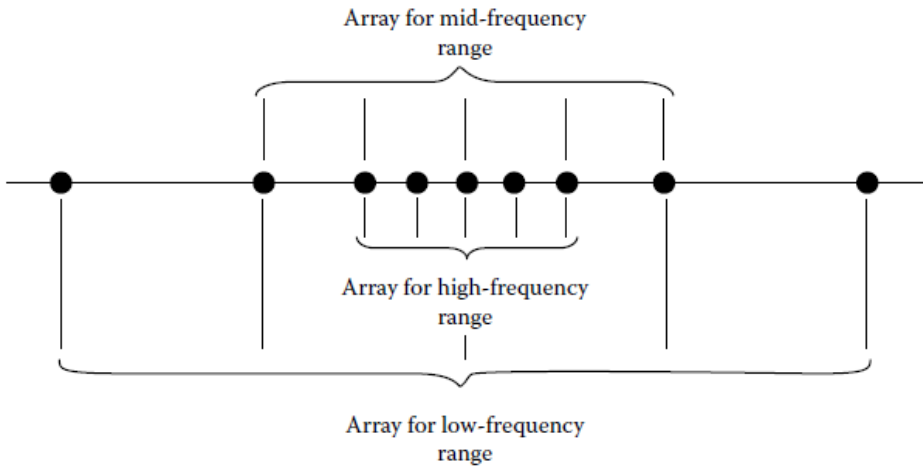
Για παράδειγμα, σκεφτείτε έναν πίνακα με επτά μικρόφωνα και ένα αισθητήρα απόστασης 6,5 εκατοστά. Επιπλέον, ας υποθέσουμε ότι το επιθυμητό εύρος της διεύθυνσης είναι $\pm 30^\circ$ από την ομοβροντία. Στη συνέχεια, $|\cos \phi - \cos \phi'|_{\max} = 1.5$ και ως εκ τούτου η ανώτατη συχνότητα είναι $f_{\text{upper}} \approx 3500 \text{ Hz}$ και $f_{\text{lower}} \approx 500 \text{ Hz}$. Έτσι, για να καλυφθεί το εύρος ζώνης του λόγου, δηλαδή από 250 Hz έως 7 kHz, τρεις αρμονικά ένθετες συστοιχίες απόστασης 3,25, 6,5, και 13 cm μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Επίσης, το εύρος δέσμης εξαρτάται από την συχνότητα του σήματος, καθώς και την κατεύθυνση του συστήματος διεύθυνσης. Εάν η δέσμη κατευθύνεται σε γωνία ϕ' , τότε η κατεύθυνση της πηγής για την οποία η απόκριση δοκού πέφτει στο ήμισυ η ισχύς του είναι [12]

$$\phi_{3\text{dB}} = \cos^{-1} \left\{ \cos \phi' \pm \frac{2.8}{N\omega d} \right\}, \quad (32.11)$$

όπου $\omega = 2\pi f$ και f είναι η συχνότητα του σήματος.

Η Εξίσωση 32.11 δείχνει ότι όσο μικρότερη είναι η σειρά, τόσο μεγαλύτερη είναι η ακτίνα. Δεδομένου ότι το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας ενός τυπικού δωματίου παρεμβολής θορύβου βρίσκεται σε χαμηλότερες συχνότητες, θα είναι πλεονεκτικό για την κατασκευή συστοιχιών που έχουν υψηλότερη κατευθυντικότητα (μικρότερο εύρος δέσμης) σε χαμηλότερες συχνότητες. Αυτό, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι η απόσταση της

συστοιχίας είναι μεγαλύτερη για χαμηλότερες ζώνες συχνοτήτων, δίνει έναν ακόμη λόγο ώστε οι συστοιχίες να βρίσκονται αρμονικά (βλ. Σχήμα 32.3).



ΕΙΚΟΝΑ32.3 Αρμονικά ένθετη σειρά που καλύπτει τρεις περιοχές συχνοτήτων.

Ακριβώς όπως οι γραμμικά μονοδιάστατες συστοιχίες εμφανίζουν σημαντική πάχυνση των δοκών, όταν κατευθύνονται προς τον άξονα της συστοιχίας, έτσι οι δισδιάστατες παρατάξεις εμφανίζουν διαπλάτυνση των δοκών, όταν κατευθύνονται σε οξείες γωνίες ως προς το επίπεδο του πίνακα. Τρισδιάστατες συστοιχίες μικροφώνων μπορούν να κατασκευαστούν [13] οι οποίες έχουν ουσιαστικά ένα σταθερό εύρος δέσμης πάνω σε 4π στερακτίνια. Η Πολλαπλή διαμόρφωση δέσμης με τη χρήση τρισδιάστατων συστοιχιών αισθητήρων όχι μόνο παρέχει εκλεκτικότητα στο αζιμούθιο και την ανύψωση, αλλά επίσης και εκλεκτικότητα προς την κατεύθυνση της δέσμης, δηλαδή, παρέχει εκλεκτικότητα φάσματος. Η απόδοση του ενιαίου διαμορφωτή δέσμης μπορεί να υποβαθμίσει σοβαρά την παρουσία άλλων πηγών θορύβου παρεμβολής, ειδικά αν πέσουν στην κατεύθυνση των πλευρικών λοβών. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να μετριαστεί με τη χρήση προσαρμοστικών συστοιχιών. Οι προσαρμοστικές συστοιχίες συζητούνται εν συντομία στην επόμενη ενότητα.

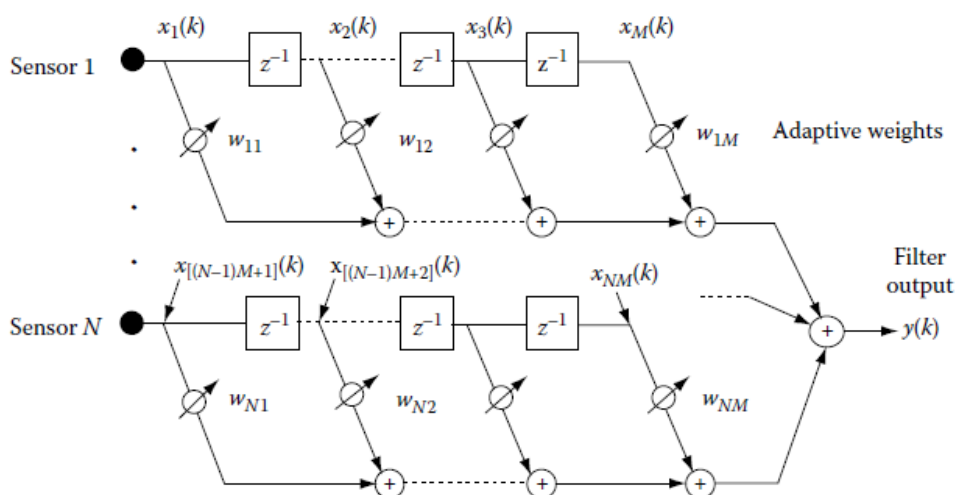
6.2.1 Μια σύντομη ματιά στις προσαρμοστικές συστοιχίες

Προσαρμοστικές τεχνικές επεξεργασίας σήματος μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να σχηματίσουν μια δέσμη κατά την επιθυμητή πηγή, ενώ ταυτόχρονα μπορούν να σχηματίσουν μια μηδενική στην κατεύθυνση της πηγής θορύβου παρεμβολής. Τέτοιες διατάξεις ονομάζονται "προσαρμοστικές συστοιχίες." Αν και οι προσαρμοστικές συστοιχίες δεν είναι αποτελεσματικές υπό συνθήκες σοβαρής αντήχησης, που περιλαμβάνονται εδώ, διότι τα προβλήματα στις προσαρμοστικές συστοιχίες μπορούν να διαμορφωθούν ως αντίστροφα προβλήματα. Ως εκ τούτου, θα συζητήσουμε εν συντομία για τις προσαρμοστικές συστοιχίες χωρίς ποσοτική ανάλυση αυτών. Οι συστοιχίες Ευρείας Ζώνης αναλύθηκαν στα κεφάλαια [14-19]. Σε όλες αυτές τις μεθόδους, η κατεύθυνση της άφιξης του σήματος υποτίθεται ότι είναι γνωστό.

Η συστοιχία έχει N αισθητήρες και M taps καθυστέρησης ανά αισθητήρα. Εάν το $X(k) = [x_1(k) \cdots x_i(k) \cdots x_{NM}(k)]^T$ (βλ. Σχήμα 32.4) είναι το σύνολο των σημάτων που παρατηρήθηκαν στα σημεία taps, τότε το $X(k) = S(k) + N(k)$, όπου $S(k)$ είναι η συμβολή του επιθυμητού σήματος στα σημεία της taps και $N(k)$ είναι η συμβολή του άγνωστου θορύβου παρεμβολής. Οι είσοδοι στους αισθητήρες, $x_{(jM+1)}(k)$, $j = 0, \dots, (N - 1)$, είναι οι θορυβώδεις εκδόσεις της $g(k)$, το πραγματικό σήμα στην πηγή. Τώρα, το φίλτρο εξόδου $y(k) = W^T X(k)$,

όπου $W^T = [w_{11}, \dots, w_{1M}, w_{21}, \dots, w_{2M}, \dots, w_{N1}, \dots, w_{NM}]$ είναι το σύνολο των βαρών στα σημεία taps. Ο στόχος του συστήματος είναι να διευκολύνει την έξοδο $y(k)$, όσο το δυνατόν πλησιέστερα προς την πηγή $g(k)$. Ένας τρόπος να γίνει αυτό είναι να ελαχιστοποιηθεί το σφάλμα $E \{[g(k) - y(k)]^2\}$. Το βάρος W^* που κάνει αυτό το σφάλμα ελαχίστων μέσων τετραγώνων (LMS) καλείται επίσης φίλτρο Weiner, και δίνεται από τον τύπο

$$W^* = R_{XX}^{-1} C_{gX}, \quad (32.12)$$



ΕΙΚΟΝΑ32.4 Γενική μορφή ενός προσαρμοζόμενου φίλτρου.

όπου

R_{XX} είναι η αυτοσυσχέτιση των $X(k)$

C_{gX} είναι το σύνολο των συσχετίσεων μεταξύ των $g(k)$ και κάθε στοιχείου του $X(k)$.

Αν τα $g(k)$ και $N(k)$ είναι ασυσχέτιστα, τότε

$$\begin{aligned} C_{gX} &= E\{g(k)X(k)\} = E\{g(k)S(k)\} + E\{g(k)N(k)\} \\ &= E\{g(k)S(k)\} \end{aligned}$$

και

$$\begin{aligned} R_{XX} &= E\{X(k)X^T(k)\} = E\{[S(k) + N(k)][S(k) + N(k)]^T\} \\ &= R_{SS} + R_{NN}, \end{aligned}$$

όπου R_{SS} και R_{NN} είναι οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης για το σήμα και το θόρυβο. Συνήθως η R_{NN} δεν είναι γνωστή. Σε τέτοιες περιπτώσεις, το ακριβές αντίστροφο δεν μπορεί να υπολογιστεί και μια επαναληπτική προσέγγιση για την ενημέρωση των βαρών είναι απαραίτητη. Στην προσέγγιση του Widrow [15], ένα γνωστό σήμα πιλότος- $g(k)$ εγχέεται μέσα στον πίνακα. Στη συνέχεια, οι συντελεστές στάθμισης ενημερώνονται χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο Widrow-Hopf που αυξάνει το διάνυσμα βάρους στην κατεύθυνση της αρνητικής κλίσης του σφάλματος:

$$W^{k+1} = W^k + \mu[g(k) - y(k)]X(k),$$

όπου

W^{k+1} είναι το διάνυσμα βάρους μετά την k-ιστή ενημέρωση
 μ είναι το μέγεθος του βήματος

Η Μέθοδος Griffiths χρησιμοποιεί επίσης την προσέγγιση LMS, αλλά ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα με βάση την αυτοσυσχέτιση και τη συσχέτιση τιμών μεταξύ της εισόδου και της εξόδου, αντί των σημάτων τους. Δεδομένου ότι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα μπορεί να γραφεί ως

$$E\{[g(k) - y(k)]^2\} = R_{gg} - 2C_{gs}^T W + W^T R_{XX} W,$$

όπου

R_{gg} είναι η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του $g(k)$

C_{gs} είναι η σειρά αλληλοσχετιζόμενου πίνακα μεταξύ του $g(k)$ και κάθε στοιχείου του $S(k)$

η ενημέρωση βάρους μπορεί να γίνει

$$W^{k+1} = W^k + \mu[C_{gs} - R_{XX} W^k] \quad (32.13)$$

$$= W^k + \mu[C_{gs} - X(k)X^T(k)W^k] \quad (32.14)$$

$$= W^k + \mu[C_{gs} - y(k)X(k)]. \quad (32.15)$$

Στις ανωτέρω μεθόδους, σημαντική παραμόρφωση παρατηρείται στην πρωτογενή δέσμη λόγω μηδενικής διεύθυνσης. Περιορισμένες τεχνικές LMS που θέτουν περιορισμούς σχετικά με την απόδοση του κύριου λοβού μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μειωθούν οι στρεβλώσεις [18,19]. Καθορίζοντας την ευρυζωνική απόκριση και τα χαρακτηριστικά πορείας ως περιορισμούς, πιο ισχυρές δέσμες μπορούν να δημιουργηθούν. Το πρόβλημα τώρα μπορεί να τυποποιηθεί ως μια τεχνική βελτιστοποίησης που ελαχιστοποιεί την ισχύ εξόδου του συστήματος. Δεδομένου ότι η ισχύς εξόδου είναι

$$\begin{aligned} E\{y^2(k)\} &= E\{W^T X(k)X^T(k)W\} = W^T R_{XX} W \\ &= W^T R_{SS} W + W^T R_{NN} W, \end{aligned}$$

Εάν W μπορεί να επιλεγεί έτσι ώστε $W^T R_{NN} W = 0$, ο θόρυβος μπορεί να εξαλειφθεί. Προτάθηκε [18] ότι όταν η συστοιχία κατευθύνεται προς την πηγή με κατάλληλες καθυστερήσεις, ελαχιστοποιώντας την ισχύ εξόδου είναι ισοδύναμη με την αφαίρεση κατευθυντικής παρεμβολής, δεδομένου ότι σήματα στο εσωτερικό της φάσης προστίθενται συνεκτικά. Σε μια συστοιχία με ακριβή κατεύθυνση, τα μέτωπα κύματος που φθάνουν από την κατεύθυνση της διεύθυνσης δημιουργούν πανομοιότυπα σήματα σε κάθε αισθητήρα. Ως εκ τούτου, η συστοιχία μπορεί να καταρρεύσει σε μία μόνο εφαρμογή του αισθητήρα το οποίο είναι ισοδύναμο με ένα φίλτρο FIR [18], δηλαδή, οι στήλες της ευρυζωνικής συστοιχίας συγκεντρώνονται σε ένα φίλτρο FIR. Επιπρόσθετοι περιορισμοί μπορούν να τοποθετηθούν σε αυτό το FIR φίλτρο. Εάν τα βάρη των φίλτρων μπορούν να γραφούν ως πίνακας:

$$\hat{W} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{N1} & w_{N2} & \dots & w_{NM} \end{pmatrix},$$

τότε μπορεί να προσδιορίζεται ότι $\sum_{i=1}^N w_{ij} = f_j, j = 1, \dots, M$, όπου $f_j, j = 1, \dots, M$ είναι οι taps ενός φίλτρου FIR που παρέχει την επιθυμητή ανταπόκριση φίλτρου. Ως εκ τούτου, με τη χρήση αυτής της μεθόδου, η κατευθυντική παρεμβολή μπορεί να κατασταλεί με την ελαχιστοποίηση της ισχύος εξόδου και της φασματικής παρεμβολής περιορίζοντας τις στήλες των συντελεστών βάρους.

Συνεπώς το πρόβλημα μπορεί να διατυπωθεί ως εξής

$$\text{ελαχιστοποίηση: } W^T R_{XX} W \quad (32.16)$$

$$\text{υπόκεινται σε: } C^T W = F, \quad (32.17)$$

Όπου F είναι το επιθυμητό φίλτρο FIR και

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & \vdots & & & & & \vdots & & & & & & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (32.18)$$

Το C έχει M σειρές με καταχωρήσεις NM σε κάθε σειρά. Η πρώτη γραμμή του C στην εξίσωση 32.18 έχει καταχωρήσεις στις θέσεις 1, $(M + 1)$, ..., $(N - 1) * M + 1$; Η δεύτερη σειρά έχει καταχωρήσεις στις θέσεις 2, $(M + 2)$, .., $(N - 1) * M + 2$, κλπ. Η Εξίσωση 32.17 μπορεί να λυθεί με τη χρήση πολλαπλασιαστών Lagrange [18]. Αυτό το πρόβλημα βελτιστοποίησης μπορεί εναλλακτικά να τεθεί ως αντίστροφο πρόβλημα.

6.2.2 Περιορισμένη Προσαρμοστική Διαμόρφωση Δέσμης Σχεδιασμένη ως Αντίστροφο Πρόβλημα

Χρησιμοποιώντας μια παρόμοια λειτουργία κόστους και τον ίδιο περιορισμό, το σύστημα μπορεί να τυποποιηθεί ως ένα αντίστροφο πρόβλημα [19]. Η λειτουργία που πρέπει να βελτιστοποιηθεί, $W^T R_{xx} W = 0$, μπορεί να προσεγγιστεί από $X^T W = 0$. Αυτό, σε συνδυασμό με τον περιορισμό στην Εξίσωση 32.17, γράφεται ως εξής

$$\begin{pmatrix} x_1 & \dots & x_M & \dots & x_{(N-1)*M+1} & \dots & x_{N*M} \\ 1 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots & \\ 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} w_{11} \\ \vdots \\ w_{1M} \\ \vdots \\ w_{N1} \\ \vdots \\ w_{NM} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_M \end{pmatrix}, \quad (32.19)$$

$$AW = F. \quad (32.20)$$

Αυτή η εξίσωση μπορεί να επιλυθεί με οποιαδήποτε τεχνική που μπορεί να αναστρέψει έναν πίνακα. Υπάρχουν διάφορα προβλήματα στην επίλυση της Εξίσωσης 32.20. Σε γενικές γραμμές, η εξίσωση μπορεί να είναι ασυνεπής. Επιπλέον, το σύστημα είναι ανεπαρκές σε επίπεδο κατάταξης. Περαιτέρω, παραδοσιακές μεθόδους που χρησιμοποιούνται για την επίλυση της Εξίσωσης 32.20

δεν είναι ανθεκτικές σε σφάλματα, όπως στρογγυλοποίηση σφαλμάτων σε ψηφιακούς υπολογιστές, σφάλματα μετρήσεων, και διαφθορά του θορύβου. Στην λύση ελαχίστων τετραγώνων (Εξίσωση 32.6), η ενίσχυση του θορύβου υπαγορεύεται από τον αριθμό κατάστασης του λάθος πίνακα, δηλαδή, η αναλογία της υψηλότερης και της χαμηλότερης ιδιοτιμής του E . Στην ακραία περίπτωση, όταν $\lambda_{\min}=0$, το σύστημα είναι ανεπαρκές σε επίπεδο κατάταξης. Σε τέτοιες περιπτώσεις, η ψευδο-αντίστροφη λύση μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Κάθε πίνακας A μπορεί να γραφεί χρησιμοποιώντας την αποσύνθεση μοναδιαίας αξίας

$$A = UDV^T,$$

Όπου

$$D = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_N \end{pmatrix},$$

τότε

$$A^{-1} = VD^{-1}U^T,$$

Όπου

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_N} \end{pmatrix}.$$

$\sigma_i^2, i = 1, \dots, N$ είναι οι ιδιοτιμές του AA^T . οι πίνακες U και V παρτίζονται από τα ιδιοδιανύσματα AA^T .

και $A^T A$, αντίστοιχα.

Επεκτείνοντας αυτόν τον ορισμό σε πίνακες ανεπαρκούς κατάταξης, το ψευδοαντίστροφο μπορεί να γραφεί ως εξής

$$A^\dagger = VD^\dagger U^T,$$

Όπου

$$D^\dagger = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_r} & \dots \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{pmatrix},$$

όπου γείναι η κατάταξη του πίνακα A.

Το σύστημα ανεπαρκούς κατάταξης έχει άπειρες λύσεις. Η ψευδο-αντίστροφη λύση μπορεί να αποδειχθεί ότι είναι η λύση ελαχίστων τετραγώνων με την ελάχιστη ενέργεια. Μπορεί επίσης να θεωρηθεί ως η προεξοχή της λύσης ελαχίστων τετραγώνων στο χώρο φάσματος του A. Μια επαναληπτική τεχνική που ονομάζεται αλγόριθμος προβολής δράσης γραμμής (RAP) [4,19] μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση της Εξίσωσης 32.20.

6.2.2.1 Σειρά προβολής δράσης

Ένας αποτελεσματικός τρόπος για να βρεθεί μια λύση για την Εξίσωση 32.20 είναι η χρήση της μεθόδου RAP [4], η οποία έχει αποδειχθεί ότι είναι αποτελεσματική στο να παρέχει μια γρήγορη και σταθερή λύση σε ένα σύστημα εξισώσεων. Παραδοσιακές μέθοδοι ελαχίστων τετραγώνων χρειάζονται κάποια δεδομένα για τον υπολογισμό της εκτίμησης. Οι περισσότερες από αυτές τις μεθόδους απαιτούν πολλή μνήμη και την επεξεργαστική ισχύ. Η μέθοδος RAP λειτουργεί με μόνο μία γραμμή κάθε φορά, που την καθιστά μια χρήσιμη μέθοδο στην προσαρμοστική επεξεργασία σήματος. Επιπλέον, ο πίνακας A στην Εξίσωση 32.20 είναι ένα αραιό πλέγμα. Η RAP έχει αποδειχθεί ότι είναι αποτελεσματική στην επίλυση συστημάτων τέτοιου είδους [4].

Για ένα δεδομένο σύστημα εξισώσεων

$$\begin{aligned}
a_{01}w_1 + a_{02}w_2 + \cdots + a_{0,NM}w_{NM} &= f_0 \\
a_{11}w_1 + a_{12}w_2 + \cdots + a_{1,NM}w_{NM} &= f_1 \\
&\vdots \\
a_{M1}w_1 + a_{M2}w_2 + \cdots + a_{M,NM}w_{NM} &= f_M ,
\end{aligned}$$

κάθε εξίσωση μπορεί να θεωρηθεί ως ένα "υπερεπίπεδο" στο NM τρισδιάστατο χώρο. Εάν μια μοναδική λύση υπάρχει, τότε είναι στο σημείο της τομής του συνόλου των υπερεπίπεδων. Αν οι εξισώσεις είναι ασυνεπείς ή ασαφής, τότε το σύνολο λύσεων είναι μια περιοχή στο πεδίο.

Η μέθοδος RAP ορίζει μια επαναληπτική μέθοδο για να φτάσει σε ένα σημείο στο σύνολο επίλυσης και έχει ως εξής: Ξεκινώντας από μια αρχική εικασία W^0 , ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται σε όλες τις εξισώσεις επανειλημμένα προβάλλοντας την επίλυση στα υπερεπίπεδα που εκπροσωπούνται από τις εξισώσεις. Στο βήμα $i+1$ το διάνυσμα βάρους γίνεται

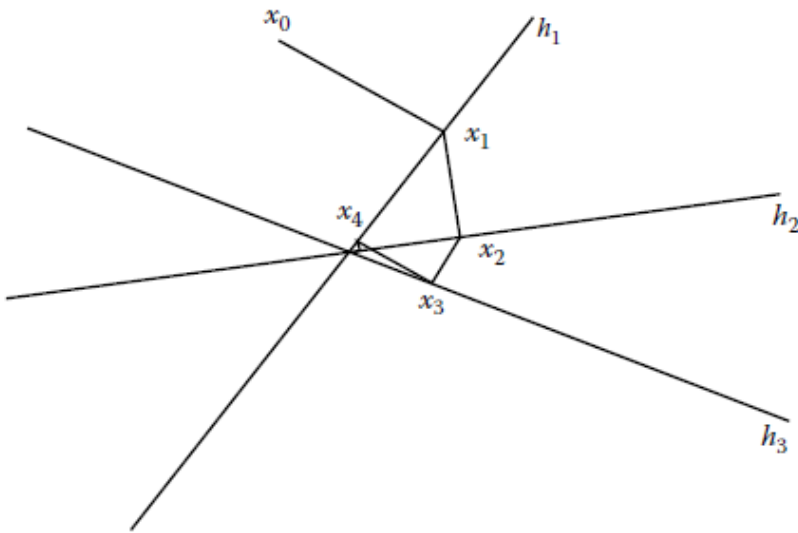
$$W^{i+1} = W^i + \lambda \frac{e_i}{\|a_p\|^2} a_p, \quad (32.21)$$

όπου αρείται η p-ιοστή σειρά του A, λ είναι το μέγεθος του βήματος, και

$$e_i = f_p - a_p^T W^i \quad (32.22)$$

είναι το σφάλμα στην i-ιοστή επανάληψη. Εδώ, χρησιμοποιούμε την p-ιοστή σειρά, όπου $p = i \bmod (M+1)$

Η μέθοδος RAP είναι μια ειδική περίπτωση προβολής πάνω στον αλγόριθμο κυρτών συνόλων. Η γεωμετρική ερμηνεία του ανωτέρω αλγόριθμου δίνεται στο Σχήμα 32.5. Κάθε εξίσωση διαμορφώνεται ως ένα υπερεπίπεδο



ΕΙΚΟΝΑ 32.5 Γεωμετρική ερμηνεία του RAR.

στο χώρο λύσης. Στο σχήμα φαίνεται σαν μια γραμμή. Η αρχική υπόθεση προβάλλεται στο πρώτο υπερεπίπεδο που ικανοποιεί τη δεύτερη εικασία. Αυτό το σημείο και πάλι προβάλλεται στο επόμενο υπερεπίπεδο για να ικανοποιήσει την τρίτη εικασία. Μπορεί να δειχθεί ότι με την επαναλαμβανόμενη προβολή σχετικά με τα υπερεπίπεδα, το σημείο συγκλίνει στην επίλυση [4]. λ ($0 \leq \lambda \leq 1$) ονομάζεται η παράμετρος χαλάρωσης. Αυτή υπαγορεύει πόσο μακριά πρέπει να προχωρήσουμε προς την κατεύθυνση της εκτίμησης. Είναι επίσης ένα μέτρο εμπιστοσύνης στην εκτίμηση, δηλαδή, αν οι μετρήσεις είναι θορυβώδεις, τότε συνήθως στο λ δίνεται μια μικρή τιμή. Εάν οι τιμές είναι σχετικά λιγότερο θορυβώδεις, στη συνέχεια, μια μεγαλύτερη τιμή του L μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επιτάχυνση της σύγκλισης. Ο αλγόριθμος εγγυάται τη σύγκλιση προς την πραγματική λύση (αν υπάρχει). Αν η λύση δεν υπάρχει, τότε η εικασία εγγυημένα συγκλίνει στην ψευδο-αντίστροφη λύση. Η ψευδοαντίστροφη λύση είναι η λύση ελαχίστων τετραγώνων η οποία ελαχιστοποιεί την ενέργεια στον φορέα επίλυσης. Η μέθοδος RAR παρέχει σταθερές εκτιμήσεις σε κάθε επανάληψη. Δεδομένου ότι η μέθοδος χρησιμοποιεί μόνο μία γραμμή κάθε φορά, το σύστημα μπορεί να γίνει προσαρμοστικό, δηλαδή, καθώς η πηγή κινείται γύρω στο δωμάτιο, η απόκριση του συστήματος μπορεί να ποικίλει. Για

μια λεπτομερή συζήτηση των προσαρμοστικών συστοιχιών, ο αναγνώστης παραπέμπεται στο [20].

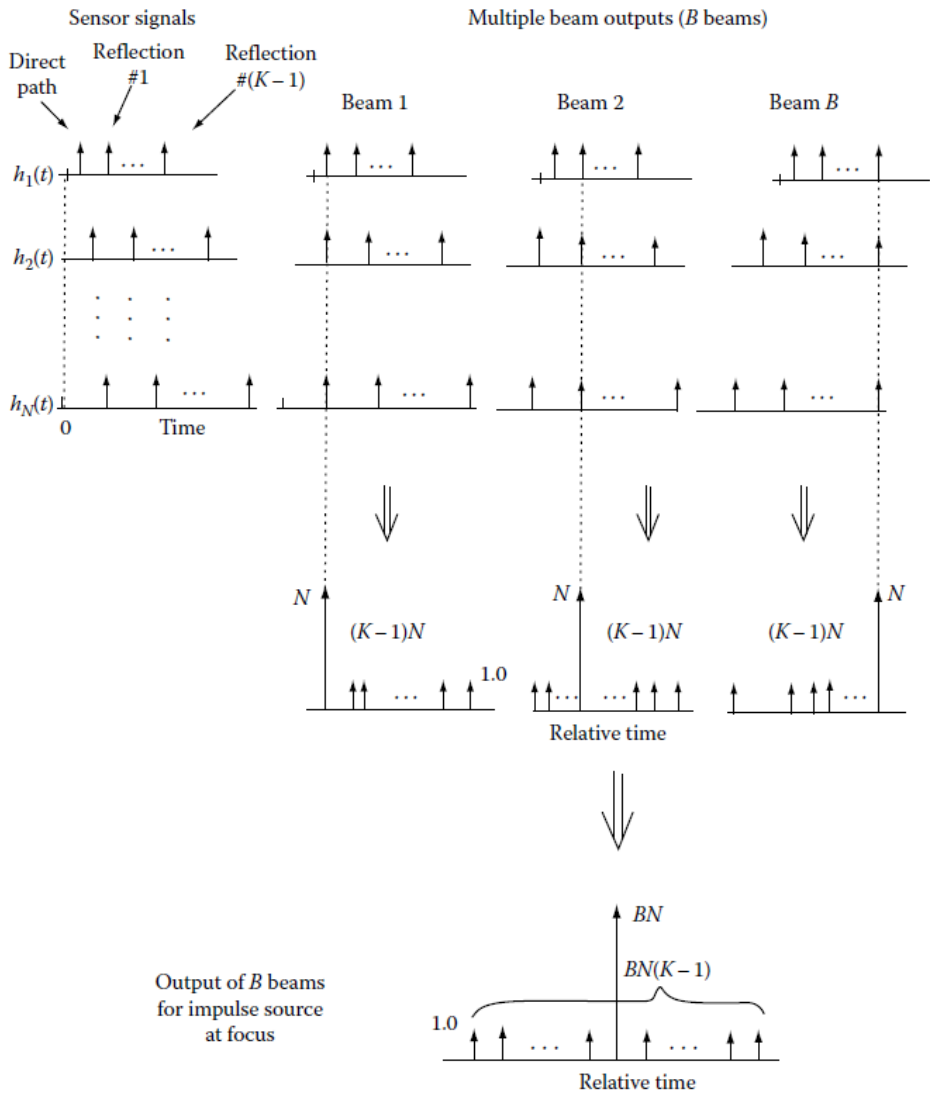
6.2.3 Πολλαπλή διαμόρφωση Δεσμών

Σε ένα περιβάλλον υψηλής αντήχησης, πολλές εικόνες της πηγής ήχου πέφτουν κατά μήκος της οπής της δέσμης ενός μόνο διαμορφωτή δέσμης. Ως εκ τούτου, οι μονοί διαμορφωτές δέσμης καθυστέρησης-αθροίσματος έχουν περιορισμένη επιτυχία στην καταπολέμηση της αντήχησης [13]. Όπως φάνηκε προηγουμένως, η βελτίωση SNR είναι κακή υπό σοβαρή αντήχηση. Αντί του σχηματισμού μιας ενιαίας πορείας της δέσμης στην πηγή, πολλές δέσμες μπορούν να σχηματίζονται, η καθεμία να κατευθύνεται προς την πηγή και σημαντικές εικόνες της [13]. Αυτό ονομάζεται πολλαπλή διαμόρφωση δέσμης. Σε ένα πολλαπλό διαμορφωτή δέσμης (Σχήμα 32.6), το SRNR είναι $\frac{(BN)^2}{BN(K-1)} = \frac{BN}{(K-1)}$. Ως B, ο αριθμός των δεσμών, προσεγγίζει K, ο αριθμός των εικόνων, το SNR προσεγγίζει το N, ή τον αριθμό των μικροφώνων. Πολλαπλές διαμορφώσεις δεσμών, όταν η $B=K$, μπορεί να αποδειχθεί ότι είναι ισοδύναμες με το προσαρμοσμένο φιλτράρισμα.

6.3 Προσαρμοσμένο Φιλτράρισμα

Τεχνικές προσαρμοσμένου φιλτραρίσματος μπορούν να εφαρμοστούν σε μικροφωνικές διατάξεις για αποαντήχηση. Στην τεχνική αυτή, κάθε ήχος που εξέρχεται από το μικρόφωνο φιλτράρεται από μια αιτιώδη προσέγγιση του αντίστροφου χρόνου της παλμικής αποκρίσεως στο εν λόγω μικρόφωνο [13]. Έτσι, αν $g_i(n)$ είναι η παλμική απόκριση στο μικρόφωνο i , τότε

$$h_i(n) = g_i(n_0 - n) \quad (32.23)$$

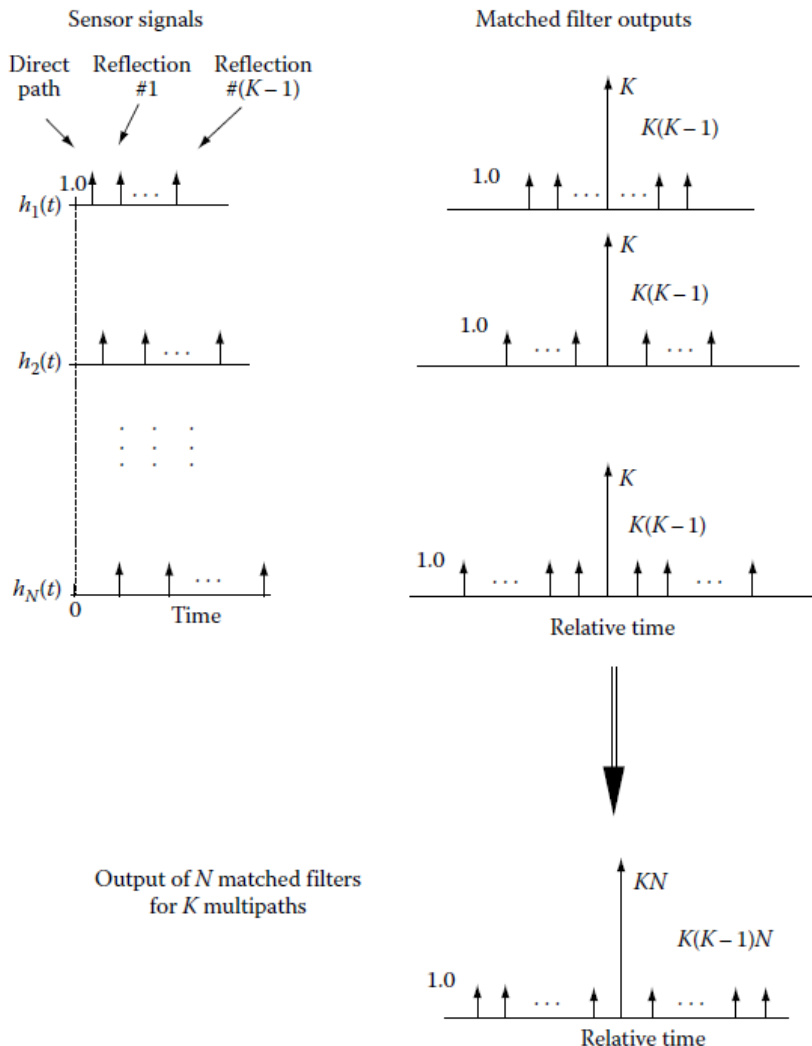


EIKONA32.6 Ένας πολλαπλός διαμορφωτής
 (From Flanagan, J.L., Surendran, A.C., and Jan, E.-E., Speech Comm., 13, 207, 1993. With permission.)

και

$$H_i(z) = z^{-n_0} G_i \left(\frac{1}{z} \right). \quad (32.24)$$

Δεδομένου ότι είναι επιθυμητό για την καθυστέρηση n_0 να είναι καταλλήλως μικρή, η ανεστραμμένου χρόνου απόκριση τυπικά περικόπτεται. Αλλά η προσεκτική επιλογή των n_0 οδηγεί σε έναν καλό συμβιβασμό μεταξύ της καθυστέρησης του συστήματος και υψηλού SNR. Το προσαρμοσμένο φίλτρο μπορεί επίσης να θεωρηθεί ως μια ειδική περίπτωση ενός πολλαπλού διαμορφωτή δέσμης, όταν μία δέσμη κατευθύνεται σε κάθε εικόνα, και όταν η έξοδος του i -οστού μικροφώνου που συμβάλλει στην δέσμη η οποία κατευθύνεται προς την j -οστή εικόνα σταθμίζεται με το $\frac{1}{d_{ij}}$, όπου d_{ij} είναι η απόσταση του i -οστού μικροφώνου από την j -οστή εικόνα. Το σχήμα 32.7



EIKONA 32.7 Αρχή ενός προσαρμοσμένου φίλτρου. (From Flanagan, J.L., Surendran, A.C., and Jan, E.-E., Speech Commun., 13, 207, 1993. With permission.)

δείχνει την αρχή ενός προσαρμοσμένου φίλτρου. Η ανάλυση SNR ενός προσαρμοσμένου φίλτρου είναι παρόμοια με το διαμορφωτή δέσμης πολλαπλών όταν $B=K$.

Ετσι, για μια πηγή $s(n)$ που βρίσκεται στο εστιακό σημείο, η έξοδος του συστήματος είναι

$$o(n) = s(n) * \left\{ \sum_{i=1}^N g_i(n) * g_i(n_0 - n) \right\}, \quad (32.25)$$

και η έξοδος για μια πηγή μακριά από το επίκεντρο είναι

$$o(t) = s(t) * \left\{ \sum_{i=1}^N g'_i(n) * g_i(n_0 - n) \right\}, \quad (32.26)$$

όπου $g'_i(n)$ είναι η κρουστική απόκριση για μια πηγή που βρίσκεται μακριά από το επίκεντρο. Έτσι, επιπλέον από τον μετριάσμο της αντήχησης, τα προσαρμοσμένα φίλτρα παρέχουν επιλεκτικότητα όγκου, δηλαδή, ένα κομβικό όγκο ανάκτησης, η οποία εξαρτάται από τη χωρική συσχέτιση των αποκρίσεων ώθησης $g_i(n)$. Χρησιμοποιώντας συστοιχίες μικρόφωνων αντί για ένα μόνο μικρόφωνο δεν παρέχει μόνο μια ομαλότερη απόκριση συχνότητας [22], αλλά επίσης και μια υψηλότερη βελτίωση SNR, η οποία, ακόμη και στη χειρότερη περίπτωση, προσεγγίζει ασυμπτωτικά το N , τον αριθμό των αισθητήρων που χρησιμοποιούνται [13]. Δεδομένου ότι κάθε μεμονωμένο, προσαρμοσμένο φίλτρο επιδιώκει να εξομαλύνει τα φασματικά ελάχιστα λόγω άλλων προσαρμοσμένων φίλτρων, είναι επιθυμητό ότι τα προσαρμοσμένα φίλτρα σε κάθε μικρόφωνο να είναι όσο το δυνατόν πιο διαφορετικά. Αυτό είναι ένα κίνητρο για να χρησιμοποιηθεί μια τυχαία κατανομή αισθητήρων [22].

Ο σκοπός του προσαρμοσμένου φίλτρου είναι να μεγιστοποιηθεί η ισχύς της εξόδου της συστοιχίας για μια πηγή που βρίσκεται στο επίκεντρο και να ελαχιστοποιηθεί η δύναμη των εκτός εστίασης πηγών. Αυτή είναι μια σημαντική ιδιότητα, η οποία θα πρέπει να έρθει σε αντίθεση με το ακριβώς αντίστροφο που θα συζητηθεί στο

επόμενο τμήμα.

Η δύναμη του προσαρμοσμένου φιλτραρίσματος στον μετριάσμο της αντήχησης και την καταστολή του θορύβου παρεμβολής αποδεικνύεται μέσα από παραδείγματα στο τμήμα 32.5. Το Σχήμα 32.11 δείχνει την απόκριση ενός προσαρμοσμένου φίλτρου συστήματος. Είναι σαφές ότι η απόκριση προσαρμοσμένου φίλτρου είναι παρόμοια, αλλά δεν μπορεί να είναι ακριβώς, με έναν ιδανικό παλμό, δηλαδή, δεν μπορεί να παράσχει το ακριβώς αντίστροφο της συνάρτησης μεταφοράς του δωματίου. Στη συνέχεια, θα συζητήσουμε μια μέθοδο που μπορεί να παρέχει μια ακριβώς αντίστροφη λύση της συνάρτησης μεταφοράς του δωματίου.

6.4 Διοφαντικό Αντίστροφο Φιλτράρισμα με τη Χρήση Του πολλαπλού μοντέλου Μοντέλου Εισόδου - Εξόδου

Οι MiyoshikaiKaneda[23] πρότειναν μια νέα μέθοδο για να βρεθεί το ακριβές αντίστροφο ενός σημείου σε ένα δωμάτιο, χρησιμοποιώντας πολλαπλές εισόδους και εξόδους, κάθε ζεύγος αυτών να ανήκει σε ένα σύστημα FIR. Για παράδειγμα, ένα σύστημα διπλής εισόδου αλλά μονής εξόδου περιγράφεται από αποκρίσεις δύο ηχείων/ομιλητών - προς-ένα μικρόφωνο, $G_1(z)$ και $G_2(z)$. Οι εισροές/είσοδοι πρέπει να προ-επεξεργάζονται από τις δύο φίλτρα FIR, $H_1(z)$ και $H_2(z)$, τέτοια ώστε

$$H_1(z)G_1(z) + H_2(z)G_2(z) = 1. \quad (32.27)$$

Αυτή είναι μια διοφαντική εξίσωση η οποία έχει έναν ατελή αριθμό λύσεων. Αυτό σημαίνει, εάν $H_1(z)$ και $H_2(z)$ ικανοποιούν την εξίσωση 32.27, τότε

$$H'_1 = H_1(z) + G_2(z)K(z) \quad (32.28)$$

$$H'_2 = H_2(z) - G_1(z)K(z), \quad (32.29)$$

Όπου $K(z)$ είναι ένα αυθαίρετο πολυώνυμο, είναι επίσης μια λύση για την Εξίσωση 32.27. Αλλά, αν $G_1(z)$ και $G_2(z)$ δεν έχουν κοινά μηδενικά στο z -επίπεδο, και αν οι σειρές $H_1(z)$ και $H_2(z)$ είναι μικρότερες από εκείνες του $G_2(z)$ και $G_1(z)$, αντίστοιχα, από το θεώρημα του Ευκλείδη, μια μοναδική λύση είναι εγγυημένη για να υπάρχει [23,24].

Το παραπάνω σύστημα μπορεί να χρησιμοποιηθεί με μια μικροφωνική διάταξη για d αποαντήχηση (Σχήμα 32.1). Το πρόβλημα είναι να βρεθεί $H_i(z), i=1,2,\dots,N$ τέτοιο ώστε

$$G_1(z)H_1(z) + G_2(z)H_2(z) + \dots + G_N(z)H_N(z) = 1. \quad (32.30)$$

Καθώς ο αριθμός των μικροφώνων στη διάταξη αυξάνεται, οι ευκαιρίες που όλες οι $G_i(z)$'s μοιράζονται ένα κοινό μηδεν στο πλάνο – ζμειώνεται. Αυτό επιβεβαιώνει ότι το πολλαπλό σύστημα μικροφώνου δίνει μια και μοναδική λύση.

Στο πεδίο του χρόνου, η προηγούμενη έκφραση μπορεί να γραφεί ως εξής

$$d(k) = g_1(k)*h_1(k) + \dots + g_N(k)*h_N(k), \quad (32.31)$$

όπου N ο αριθμός των μικροφώνων. Τώρα,

$$\begin{pmatrix} g_1(0) & & & & g_N(0) & & & & \\ g_1(1) & & & & g_N(1) & & & & \\ \vdots & \dots & 0 & \dots & \vdots & \dots & 0 & \dots & \\ g_1(m) & \dots & g_1(0) & \dots & g_N(l) & \dots & g_N(0) & \dots & \\ 0 & \dots & g_1(1) & \dots & 0 & \dots & g_N(1) & \dots & \\ 0 & \dots & \vdots & \dots & 0 & \dots & \vdots & \dots & \\ & & g_1(m) & & & & g_N(l) & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1(0) \\ \vdots \\ h_1(i) \\ \vdots \\ h_N(0) \\ \vdots \\ h_N(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (32.32)$$

$$(G_1 \dots G_N) \begin{pmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_N \end{pmatrix} = D. \quad (32.33)$$

Συνεπώς,

$$\begin{pmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_N \end{pmatrix} = (G_1 \dots G_N)^{-1} D. \quad (32.34)$$

Ο αλγόριθμος RAP που περιγράφεται στο τμήμα 32.2.2.1 είναι μια αποτελεσματική μέθοδος για την επίλυση της Εξίσωσης 32.34. Στη μοντελοποίηση MINT, ακόμη και αν οι διαφορετικές τιμές $G_i(z)$'s μοιράζονται το μηδέν, ο RAP μπορεί να παρέχει ένα σταθερό αντίστροφο. Ακόμη και αν τα δεδομένα είναι "θορυβώδη", ή αν το σύστημα δεν παρουσιάζει καλές συνθήκες, ο αλγόριθμος εγγυάται τη σύγκλιση. Από προσομοιώσεις σε υπολογιστή, μπορεί να

αποδειχθεί ότι η λύση συγκλίνει πολύ γρήγορα (βλέπε σχήμα 32.8). Ως εκ τούτου, το σύστημα μπορεί να προσαρμοστεί στις μεταβαλλόμενες συνθήκες, χωρίς να χρειάζεται να υπολογίσει εκ νέου τα FIR φίλτρα.

Το σχήμα 32.8 δείχνει το ποσοστό της σύγκλισης του αλγορίθμου RAP όταν ο αριθμός των μικροφώνων στη σειρά ποικίλει. Τα αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι η αύξηση του αριθμού των μικροφώνων που χρησιμοποιούνται στη συστοιχία αυξάνει την ταχύτητα της σύγκλισης και επίσης παρέχει πιο ακριβή αποτελέσματα.

6.5 Αποτελέσματα

Στην ενότητα αυτή, οι προσομοιώσεις σε ηλεκτρονικό υπολογιστή που παρουσιάζονται για να αποδειχθεί η επίδραση του προσαρμοσμένου φιλτραρίσματος και της μεθόδου φιλτραρίσματος Διοφαντικού αντιστρόφου. Ένα δωμάτιο ($20 \times 16 \times 5$ m σε μέγεθος) προσομοιώθηκε χρησιμοποιώντας το μοντέλο εικόνας [10]. Η πηγή βρισκόταν στο (14, 9.5, 1.7) m. Εικόνες της πέμπτης σειράς είχαν ληφθεί υπόψη και η ανακλαστικότητα τοίχου υποτίθεται ότι ήταν $\alpha = 0.1$. Η απόσταση του αισθητήρα θεωρήθηκε ότι είναι 40 cm. Μια μεγάλη απόσταση μεταξύ των αισθητήρων επιλέχτηκε για να κάνει τις παλμικές αποκρίσεις όσο το δυνατόν πιο ανόμοιες.

Το SNR της εκροής υπολογίστηκε με τη χρήση της φόρμουλας :

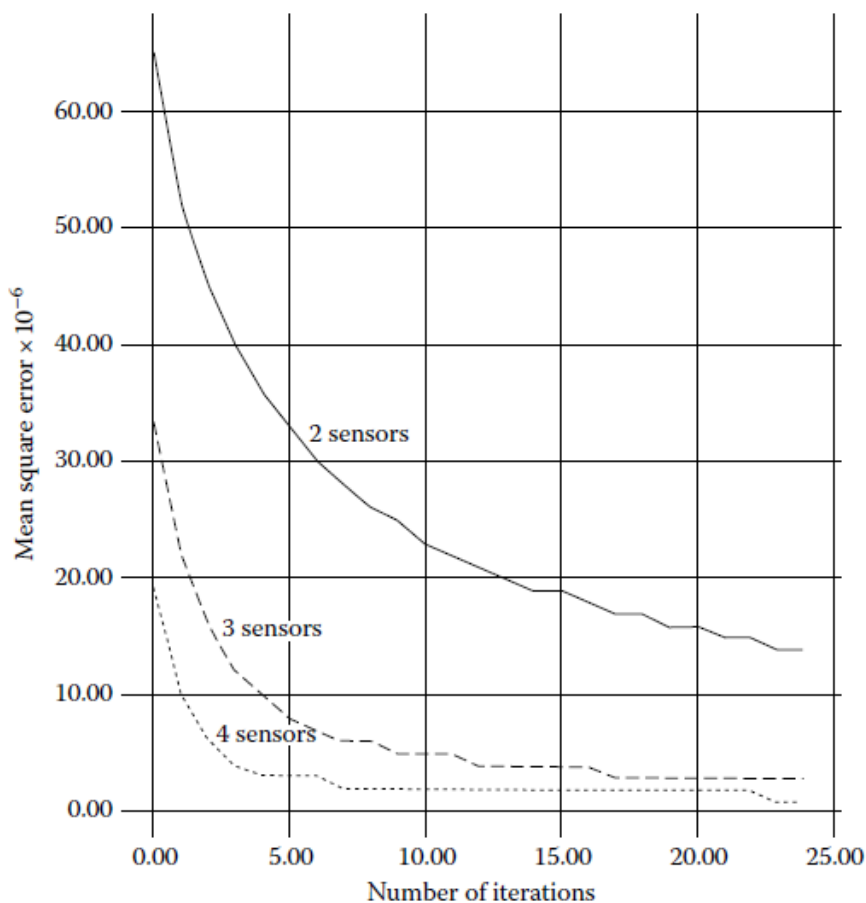
$$\text{SNR(dB)} = 10 \log_{10} \frac{\sum s(n)^2}{\sum (y(n) - s(n))^2}, \quad (32.35)$$

όπου

$s(n)$ το σήμα του εισερχόμενου λόγου

$y(n)$ το σήμα του εξερχόμενου λόγου

Τα δύο σήματα κλιμακώνονται επαρκώς για να μετρήσουν την καθυστέρηση στη διαδικασία .



ΕΙΚΟΝΑ 32.8 Ρυθμός σύγκλισης της RAP για τον υπολογισμό των ακριβώς αντίστροφων φίλτρων.

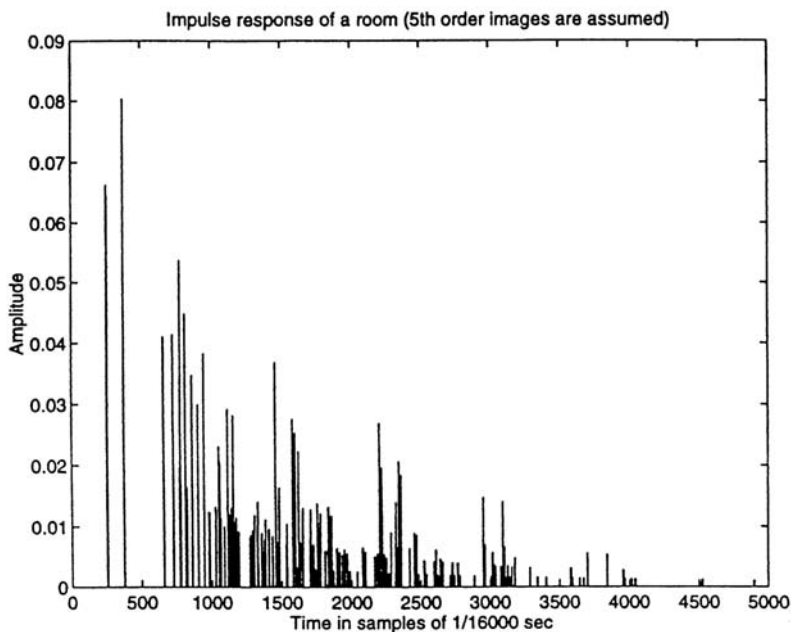
Τα SNRs υπολογίστηκαν ως εξής:

No. of mics	SNR(dB)
2	15
3	27
4	37

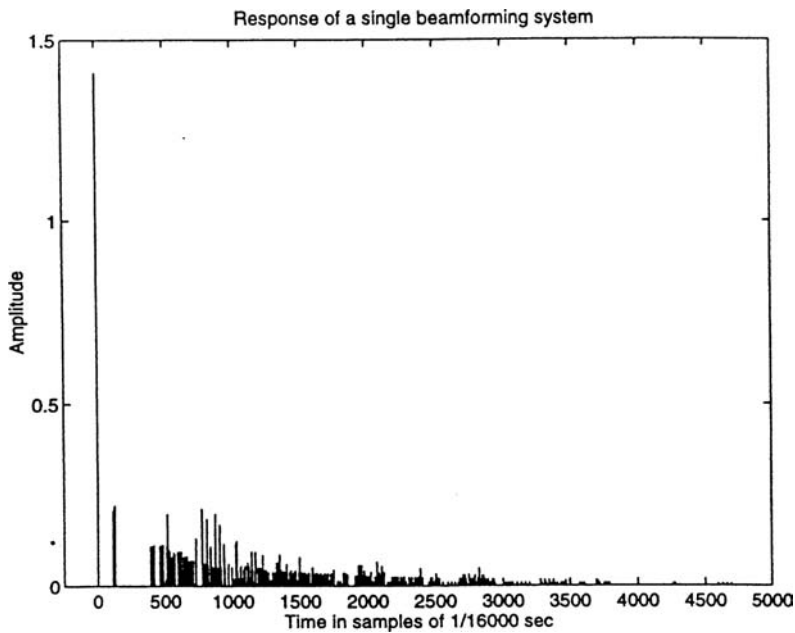
Για λόγους σύγκρισης, τα κέρδη SNR μιας ενιαίας διαμόρφωσης δέσμης, πολλαπλών διαμορφώσεων δέσμης, και προσαρμοσμένου φίλτρου γραμμικών διατάξεων που χρησιμοποιούν πέντε μικρόφωνα παρουσιάζονται παρακάτω. Ο πολλαπλός διαμορφωτής δέσμης έχει μια δέσμη που κατευθύνεται σε κάθε εικόνα της πηγής.

Method	SNR(dB)
Single beamformer	-1
Multiple beamformer	11
Matched filter	13

Η εικόνα 32.9 δείχνει την παλμική απόκριση του δωματίου χρησιμοποιώντας ένα σύστημα χωρίς κατεύθυνση συστοιχίας που αποτελείται από τέσσερα μικρόφωνα. Τα Σχήματα 32.10 και 32.11 είναι οι αποκρίσεις του συστήματος ενός μεμονωμένου διαμορφωτή δέσμης και ενός προσαρμοσμένου φίλτρου. Η απόκριση του συστήματος προσαρμοσμένου φίλτρου είναι μια πολύ καλύτερη προσέγγιση ενός ιδανικού παλμού από το διαμορφωτή δέσμης. Αλλά το τέλος της απόκρισης εξακολουθεί να είναι σημαντική σε σύγκριση με το σύστημα ακριβούς αντιστρόφου (εικόνα 32.12) του οποίου η τελική απόκριση είναι πολύ κοντά σε μια ιδανική ώθηση.

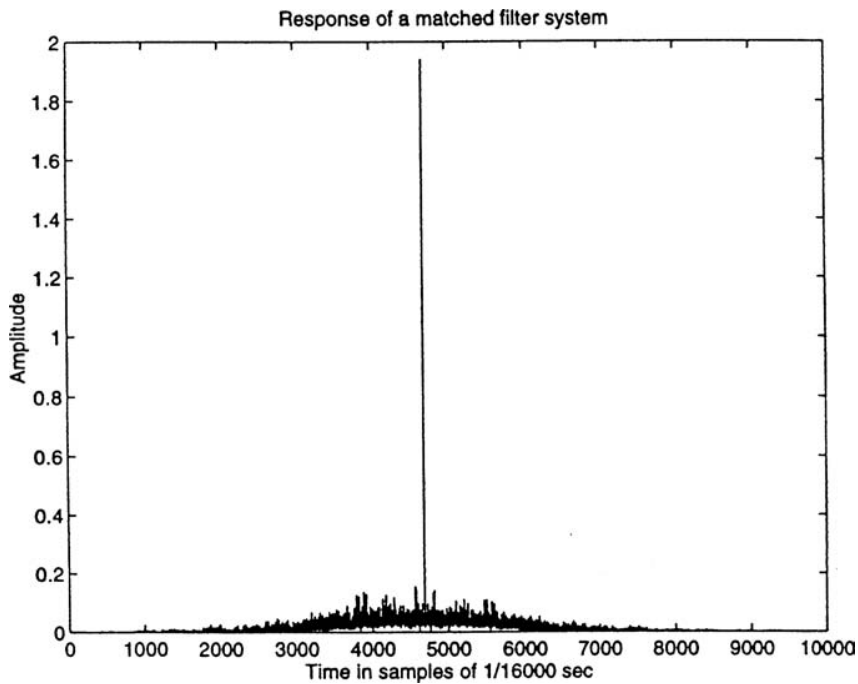


ΕΙΚΟΝΑ 32.9 Κρουστική απόκριση ενός δωματίου (εικόνες στην πέμπτη σειρά χρησιμοποιούνται).

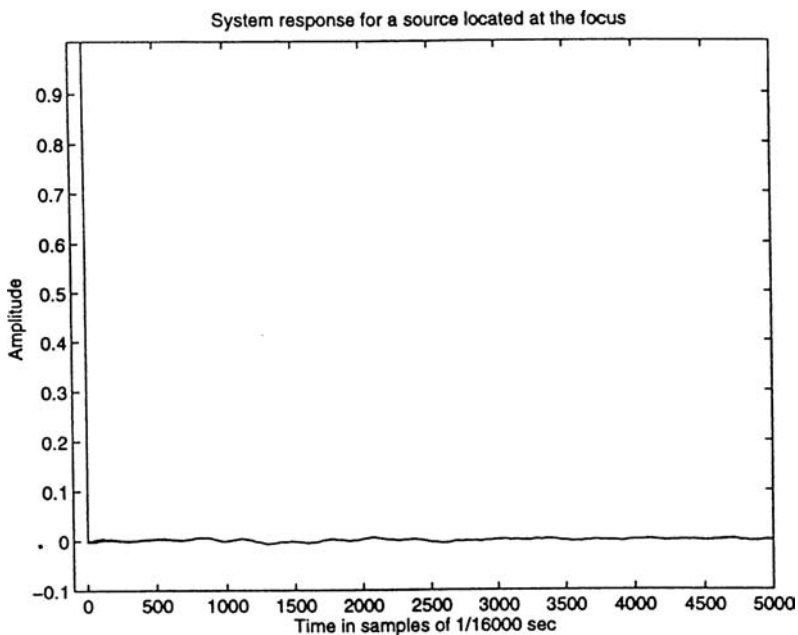


ΕΙΚΟΝΑ 32.10 Απόκριση ενός ενιαίου μορφοποιητή δέσμης ακτινοβολίας για μια πηγή που βρίσκεται στον άξονα

Για να ληφθεί το ίδιο κέρδος SNR, το ακριβές αντίστροφο απαιτεί μικρότερο αριθμό μικροφώνων είτε από το προσαρμοσμένο φίλτρο είτε από τον πολλαπλό διαμορφωτή δέσμης. Η Διοφαντική αντίστροφη μέθοδος φιλτραρίσματος δεν αντιμετωπίζει το πρόβλημα του χωρικού ψεύδους που μπορεί να επηρεάσει τους παραδοσιακούς διαμορφωτές δέσμης χρησιμοποιώντας μικρόφωνα περιοδικών διαστημάτων. Η εύρεση του ακριβώς αντιστρόφου έχει επίσης πιο υπολογιστική ισχύ από το προσαρμοσμένο φιλτράρισμα ή την πολλαπλή διαμόρφωση δέσμης.



ΕΙΚΟΝΑ32.11 Απόκριση ενός εναρμονισμένου συστήματος φιλτραρίσματος συμφωνημένα για μια πηγή που βρίσκεται στην εστία.



EIKONA32.12 Απόκριση του συστήματος φιλτραρίσματος αντίστροφης Διοφαντικής (η καθυστέρηση που εμπλέκονται δεν εμφανίζεται).

6.5.1 Αναγνώριση ομιλητή

Ένα απλό πείραμα αναγνώρισης ομιλητή έγινε για να ελεγχθεί η ακουστική πιστότητα του ακριβούς αντιστρόφου συστήματος. Οι διαστάσεις του προσομοιούμενου δωματίου, η θέση της πηγής και των άλλων συνθηκών ήταν ταυτόσημες με το πείραμα που αναφέρθηκε στο προηγούμενο τμήμα. Ένα μέρος της βάσης δεδομένων TIMIT 38 ομιλητών, όλοι από την περιοχή της Νέας Αγγλίας, χρησιμοποιήθηκε. Πέντε προτάσεις χρησιμοποιήθηκαν για κατάρτιση και πέντε για δοκιμή. Δώδεκα σαρωματικοί φορείς χρησιμοποιήθηκαν και ένας φορέας μάθησης κβαντισμού χρησιμοποιήθηκε για την ταυτοποίηση-αναγνώριση [25].

Testing data			
Training data	CLS (%)	One mic (%)	Array output (%)
Speaker identification accuracy for the exact inverse system:			
CLS	91.6	36.3	90
Array output	—	—	92.6
Speaker identification accuracy for the exact inverse system when an interfering Gaussian noise source at 15 dB signal-to-competing-noise ratio is present:			
CLS	91.6	14.2	9.5
Array output	—	—	49

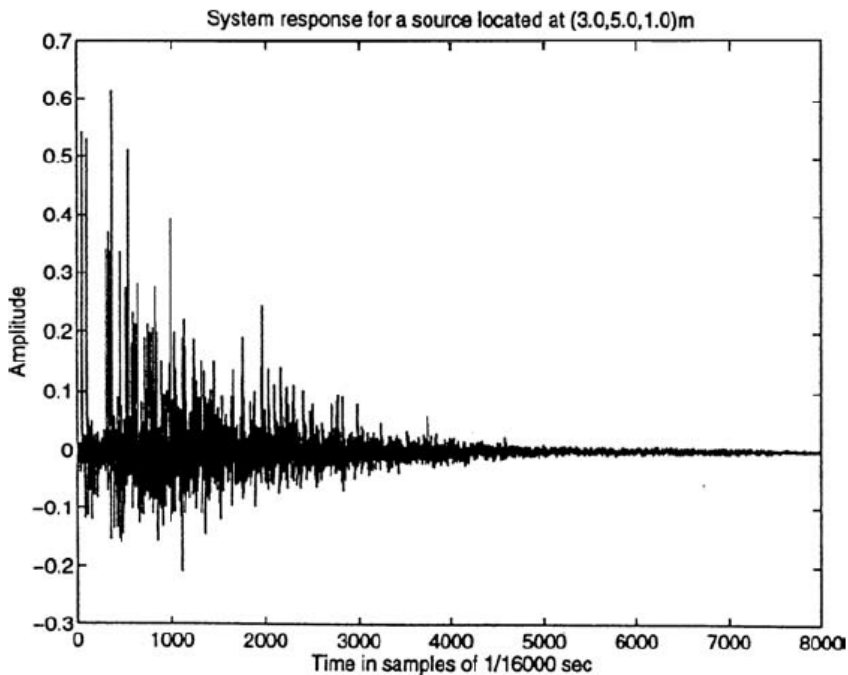
Η ακρίβεια αναγνώρισης, όταν εκπαιδεύεται και εξετάζεται σε καθαρή ομιλία που καταγράφεται μέσα από μικρόφωνο (CLS) ήταν 91,6%. Η απόδοση μειώθηκε σε 36,3%, όταν το ίδιο σύστημα δοκιμάστηκε σε ένα μόνο μικρόφωνο που βρισκόταν στο κέντρο του πίνακα. Μόλις το Διοφαντικό αντίστροφο φιλτράρισμα χρησιμοποιήθηκε για να καθαρίσει την ομιλία του, η απόδοση ανέβηκε και πάλι στο 90%. Η ακρίβεια αναγνώρισης όταν το σύστημα φτιαχόταν και εξετάζόταν στην διοφαντική εκροή με αντίστροφο φίλτρο ήταν 92,6%.

Αλλά η απόδοση ήταν κακή, ακόμη και με την παρουσία μέτριων παρεμβολών. Όταν μια πηγή θορύβου Gauss σε επίπεδα 15dB στην αναλογία σήματος και ανταγωνιστικού ήχου εισήχθη στο (3.0, 5.0, 1.0), m, η επίδοση στην

έξοδο του ακριβώς αντίστροφου συστήματος φιλτραρίσματος (9,5%) ήταν χειρότερη από ό, τι το μεμονωμένο μικρόφωνο (14,2%). Υπό συνθήκες προσαρμοσμένης εκπαίδευσης και δοκιμής, η απόδοση του συστήματος ακριβούς αντιστρόφου ήταν σημαντικά χαμηλότερη (49%).

Πρόσφατα, αναφέρθηκαν τα αποτελέσματα ταυτοποίησης ομιλητή σχετικά με την παραγωγή ενός- συστήματος προσαρμοσμένου φιλτραρίσματος [26]. Οι διαστάσεις του χώρου και οι συνθήκες ήταν παρόμοιες με αυτές στην παρούσα έκθεση και τα σύνολα δεδομένων που χρησιμοποιούνται για την κατάρτιση και τον έλεγχο ήταν ίδια. Η απόδοση κάτω από προσαρμοσμένες προϋποθέσεις για το μικρόφωνο κοντινής ομιλίας ήταν 94,7% και για την εκροή προσαρμοσμένου φίλτρου ήταν 88,4%. Με την παρουσία μιας πηγής που παράγει θορύβους Gauss με αναλογία σήματος προς τον ανταγωνιστικό θόρυβο στο επίπεδο του 15 dB, η επίδοσή, όταν η εκπαίδευση γίνεται σε μικρόφωνο κοντινής ομιλίας και η δοκιμή στην εκροή προσαρμοσμένου φίλτρου ήταν 80%. Η απόδοση όταν η εκπαίδευση και η δοκιμή γίνονται στην εκροή προσαρμοσμένου φίλτρου υπό την παρουσία θορύβου ήταν περίπου 88% [26].

Από αυτά τα αποτελέσματα, είναι σαφές ότι αν και το ακριβές αντίστροφο φιλτράρισμα υπερτερεί του προσαρμοσμένου φίλτρου υπό καθαρές συνθήκες, εκτελεί σημαντικά φτωχότερα όταν υπάρχουν πηγές παρεμβολής θορύβου. Αυτό μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός ότι το σύστημα ακριβούς αντιστρόφου επιχειρεί να μεγιστοποιήσει την SRNR για μια πηγή στο επίκεντρο. Αν και μεγιστοποιεί την SRNR για μια πηγή στο επίκεντρο και μειώνει το SRNR για κάθε πηγή που βρίσκεται μακριά από το επίκεντρο, δεν εγγυάται ότι η συμβολή της παρεμβολής πηγή για την ισχύ εξόδου θα μειωθεί επίσης. Το Σχήμα 32.13 δείχνει την παλμική απόκριση του συστήματος ακριβούς αντιστρόφου για την θέση της πηγής του θορύβου παρεμβολής. Είναι σαφές ότι το SNR της πηγής στη θέση αυτή θα είναι φτωχό (η αποτελεσματική αντιμετώπιση δεν μοιάζει με ιδανικό παλμό). Αλλά το σήμα ενισχύεται αποτελεσματικά. Από την άλλη πλευρά, το προσαρμοσμένο φίλτρο μεγιστοποιεί την ισχύ εξόδου για μια πηγή που βρίσκεται στο επίκεντρο και ελαχιστοποιεί την ισχύ εξόδου για όλες τις άλλες πηγές, παρέχοντας έτσι τη βελτίωση χαμηλότερης αναλογίας SNR, αλλά υψηλότερων επιπέδων χωρικής διάκρισης.



ΕΙΚΟΝΑ32.13 Απόκριση του συστήματος φιλτραρίσματος αντίστροφης Διοφαντικής για μια πηγή που βρίσκεται μακριά από την εστία.

6.6 Περίληψη

Συστοιχίες μικροφώνων μπορούν να χρησιμοποιηθούν με επιτυχία σε ανεστραμμένες ακουστικές δωμάτιου. Ένας απλός διαμορφωτής δέσμης δεν είναι αποτελεσματικός στην καταπολέμηση της αντήχησης ενός δωματίου, ειδικά με την παρουσία πηγών παρεμβαλλόμενων θορύβων. Προσαρμοστικοί αλγόριθμοι που προβάλλουν το απόλυτο μηδέν προς την κατεύθυνση των παρεμβολών μπορούν να χρησιμοποιηθούν, αλλά εισάγουν σημαντικές παραμορφώσεις στο κύριο σήμα. Συστοιχίες περιορισμένης προσαρμοστικότητας μετριάζουν αυτό το πρόβλημα, αλλά έχουν περιορισμένη ικανότητα σε περιβάλλοντα σοβαρής αντήχησης.

Αλγόριθμοι επεξεργασίας όπως πολλαπλού σχηματισμού δέσμης και προσαρμοσμένου φιλτραρίσματος, σε συνδυασμό με την τρισδιάστατη συστοιχία αισθητήρων, αν και μόνο παρέχουν μια προσέγγιση προς το αντίστροφο, δίνουν ισχυρά συστήματα αποαντήχησης που παρέχουν εκλεκτικότητα σε ένα χωρικό όγκο και συνεπώς ανοσία παρεμβολής από τις πηγές θορύβου. Ένα ακριβές αντίστροφο χρησιμοποιώντας Διοφαντικό αντίστροφο φιλτράρισμα χρησιμοποιώντας το μοντέλο MINT μπορεί να βρεθεί. Αν και η μέθοδος αυτή

παρέχει υψηλότερο SNR για μια πηγή στο επίκεντρο, δεν παρέχει ανοσία στις παρεμβολές θορύβου που το προσαρμοσμένο φίλτράρισμα μπορεί να προσφέρει. Τα αποτελέσματα της αναγνώρισης ομιλητή τεκμηριώνουν την ανάλυση των επιδόσεων των συστημάτων αυτών.

Αναφορές

1. Flanagan, J.L. and Lummis, R.C., Signal processing to reduce multipath distortions in small rooms, *J. Acoust. Soc. Am.*, 47, 1475–1481, Feb. 1970.
2. Neely, S. and Allen, J., Invertibility of a room response, *J. Acoust. Soc. Am.*, 66, 165–169, 1979.
3. Mourjopoulos, J., Clarkson, P.M., and Hammond, J.K., A comparative study of least-squares and homomorphic techniques for the inversion of mixed phase signals, *Proceedings of IEEE Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Paris, France, May 1982, Vol. 7, pp. 1858–1861.*
4. Mammone, R.J., *Computational Methods of Signal Recognition and Recovery*, John Wiley & Sons, New York, 1992.
5. Mourjopoulos, J. and Hammond, J.K., Modelling and enhancement of reverberant speech using an envelope convolution method, *Proceedings of IEEE Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Boston, MA, Apr. 1983, Vol. 8, pp. 1144–1147.*

6. Stockham, T. G., Cannon, T. M., and Ingebresten, B. R., Blind deconvolution through digital signal processing, *Proc. IEEE*, 63(4), 678–692, 1975.
7. Langhans, T. and Strube, H. W., Speech enhancement by nonlinear multiband envelope filtering, *Proceedings of IEEE Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, New York, May 1982, Vol. 7, pp. 156–159.
8. Wang, H. and Itakura, F., Dereverberation of speech signals based on sub-band envelope estimation, *ICIE Trans.*, E74(11), 3576–3583, Nov. 1991.
9. Allen, J. B., Berkeley, D. A., and Blauert, J., Multimicrophone signal processing technique to remove room reverberation from speech signals, *J. Acoust. Soc. Am.*, 62, 912–915, Oct. 1977.
10. Allen, J. B. and Berkeley, D. A., Image method for efficiently simulating small-room acoustics, *J. Acoust. Soc. Am.*, 65(4), 943–950, Apr. 1979.
11. Flanagan, J. L., Berkeley, D. A., Elko, G. W., and Sondhi, M. M., Autodirective microphone systems, *Acustica*, 73, 58–71, 1991.
12. Flanagan, J. L., Beamwidth and usable bandwidth of delay-steered microphone arrays, *AT&T Tech. J.*, 64(4), 983–995, Apr. 1985.
13. Flanagan, J. L., Surendran, A. C., and Jan, E. E., Spatially selective sound capture for speech and audio processing, *Speech Commun.*, 13, 207–222, 1993.
14. Widrow, B. and Stearns, S. T., *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1985.
15. Widrow, B., Mantey, P. E., Griffiths, L. J., and Goode, B. B., Adaptive antenna systems, *Proc. IEEE*, 55, 2143–2159, Dec. 1967.
16. Griffiths, L. J., A simple adaptive algorithm for real-time processing in antenna arrays, *Proc. IEEE*, 57(10), 1696–1704, Oct. 1969.
17. Griffiths, L. J. and Jim, C. W., An alternative approach to linearly constrained adaptive beamforming, *IEEE Trans. Antennas Propagation*, AP-30(1), 27–34, Jan. 1982.
18. Frost III, O. L., An algorithm for linearly constrained adaptive array processing, *Proc. IEEE*, 60(8), 926–935, 1972.
19. Farrell, K., Mammone, R. J., and Flanagan, J. L., Beamforming microphone

- arrays for speech enhancement, Proceedings of IEEE Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, San Francisco, CA, Mar. 23–26, 1992, Vol. 1, pp. 285–288.
20. IEEE Trans. Antennas Propagation: Special Issues on Adaptive Arrays, 34(3), Mar. 1986.
 21. Applebaum, S.P., Adaptive arrays, IEEE Trans. Antennas Propagation, AP-24(5), 585–599, Sept. 1976.
 22. Jan, E.-
E. and Flanagan, J.L., Microphone arrays for speech processing, International Symposium on Signals, Systems, and Electronics, San Francisco, CA, Oct. 1995, pp. 373–376.
 23. Miyoshi, M. and Kaneda, Y., Inverse filtering of room acoustics, IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., 36(2), 145–152, Feb., 1988.
 24. Sondhi, M.M., Personal communication.
 25. Surendran, A.C. and Flanagan, J.L., Stable dereverberation using microphone arrays for speaker identification, J. Acoust. Soc. Am., 96(5), 3261, Nov. 1994.
 26. Lin, Q., Jan, E.-
E., and Flanagan, J.L., Microphone arrays and speaker identification, IEEE Trans. Speech Audio Process., 2(4), 622–629, Oct., 1994.

7

Αλγόριθμοιραντάρ συνθετικούανοίγματος

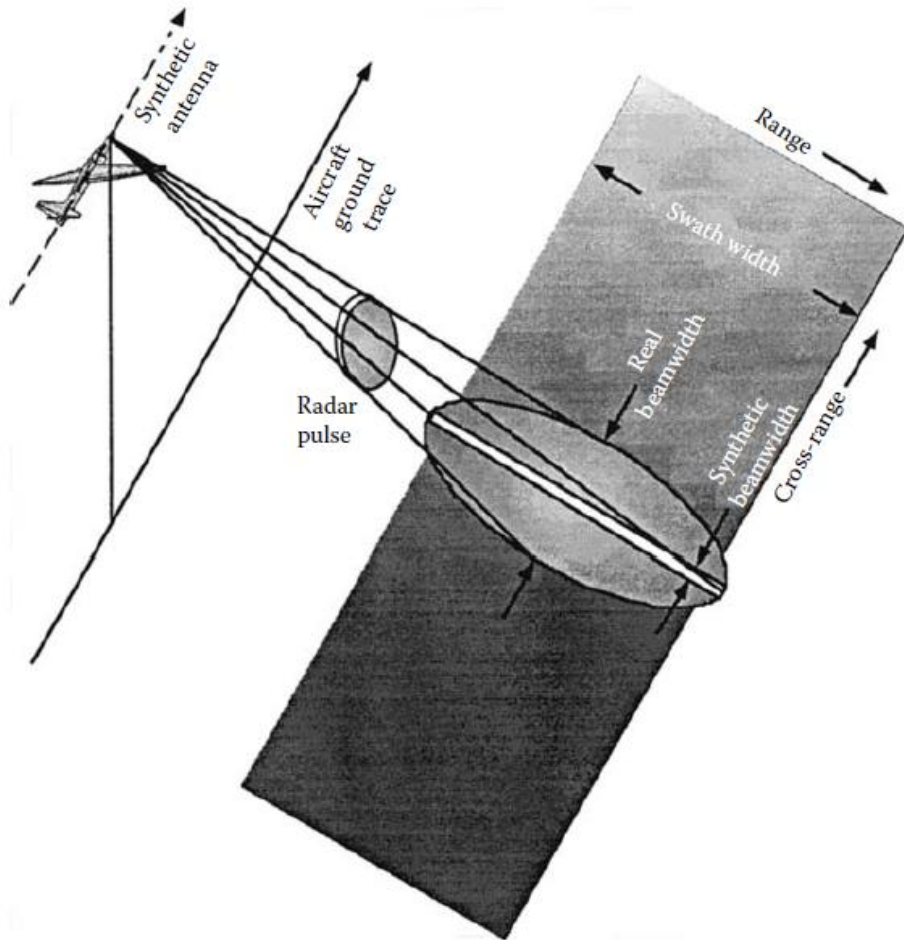
7.1 Εισαγωγή

Ένα ραντάρ συνθετικού ανοίγματος (SAR) είναι ένας αισθητήρας ραντάρ που παρέχει ανάλυση αζιμούθιου ανώτερη από εκείνη που μπορεί να επιτευχθεί με την πραγματική του ακτίνα συνθέτοντας ένα μεγάλο άνοιγμα με τη χρήση της κίνησης της πλατφόρμας. Η γεωμετρία για την παραγωγή της εικόνας SAR δείχνεται στο Σχήμα 33.1. Το SAR χρησιμοποιείται για να παράγει ένα ηλεκτρομαγνητικό χάρτη της επιφάνειας της γης από μια εναέρια ή διαστημική πλατφόρμα. Αυτός ο ηλεκτρομαγνητικός χάρτης της επιφάνειας περιέχει πληροφορίες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να διακρίνουν διαφορετικούς τύπους αντικειμένων που απαρτίζουν την επιφάνεια. Ο αισθητήρας ονομάζεται SAR επειδή ένα συνθετικό διαφράγμα χρησιμοποιείται για να επιτευχθεί το στενό εύρος δέσμης που είναι αναγκαίο για να παρθεί μια υψηλή ανάλυση cross-range. Σε εικόνες SAR οι δύο διαστάσεις είναι range (κάθετα προς τον αισθητήρα) και cross-range(παράλληλα προς τον αισθητήρα). Η ανάλυση φάσματος επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας μια υψηλού εύρους παλμική κυματομορφή. Η range ανάλυση επιτυγχάνεται κάνοντας χρήση της προς τα εμπρός κίνησης της πλατφόρμας ραντάρ ώστε να συντεθεί ένα μακρύ άνοιγμα δίνοντας ένα στενό εύρος δέσμης και υψηλή εγκάρσια περιοχή ανάλυσης. Οι παλμοί που συλλέγονται πίσω κατά μήκος αυτού του συνθετικού ανοίγματος συνδυάζονται συνεκτικά ώστε να δημιουργήσουν την υψηλού cross-rangeεικόνα ανάλυσης.

Ένας αισθητήρας SAR έχει περισσότερα πλεονεκτήματα σε σύγκριση με ένα οπτικό αισθητήρα, επειδή μπορεί να λειτουργεί ημέρα και νύχτα μέσα από σύννεφα, ομίχλη, και βροχή, καθώς και σε πολύ μεγάλες αποστάσεις. Σε πολύ χαμηλές

ονομαστικές συχνότητες λειτουργίας, λιγότερο από το 1 GHz, το ραντάρ διεισδύει ακόμη και το φύλλωμα και μπορεί να αποτυπώσει αντικείμενα κάτω από το φύλλωμα του δέντρου. Η ανάλυση ενός SAR χάρτη εδάφους επίσης δεν περιορίζεται θεμελιωδώς από την απόσταση του αισθητήρα από το έδαφος. Εάν μια δεδομένη ανάλυση είναι επιθυμητή σε μια μεγαλύτερη κλίμακα, το συνθετικό διάφραγμα μπορεί απλά να γίνει μεγαλύτερο ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή ανάλυση cross-range.

Μια εικόνα SAR μπορεί να περιέχει "σημάδι" ή θόρυβο, γιατί είναι αποτέλεσμα μιας συνεκτικής επεξεργασίας των δεδομένων. Αυτό το σημάδι θορύβου είναι ένα κοινό χαρακτηριστικό των εικόνων SAR υψηλής συχνότητας και η μείωση του σημαδιού ή η κατασκευή αλγορίθμων που ελαχιστοποιούν το σημάδι, αποτελεί ένα σημαντικό μέρος της επεξεργασίας εικόνων SAR πέρα από το στάδιο σχηματισμού της εικόνας. Παραδοσιακές τεχνικές μετρίαζαν την ένταση των παρακείμενων pixels, με αποτέλεσμα μια ομαλότερη αλλά χαμηλότερη ανάλυση εικόνας. Προηγμένοι αισθητήρες SAR μπορούν να συλλέξουν πολλαπλά πολωσιμετρικά κανάλια and/or κανάλια συχνότητας, όπου κάθε κανάλι περιέχει μοναδικές πληροφορίες σχετικά με την επιφάνεια. Πρόσφατα συστήματα έχουν επίσης χρησιμοποιήσει ποικιλομορφία ανυψωτικής γωνίας για την παραγωγή τριών διαστάσεων (3-D) εικόνες SAR χρησιμοποιώντας συμβολομετρικές τεχνικές. Σε όλες αυτές τις τεχνικές, κάποιο είδος μετριάσμού χρησιμοποιείται για την μείωση του σημαδιού.



ΕΙΚΟΝΑ 33.1 SAR γεωμετρική απεικόνιση

Οι μεγαλύτεροι καταναλωτές αισθητήρων SAR και προϊόντων είναι οι αμυντικές υπηρεσίες και οι υπηρεσίες πληροφοριών. Αυτές χρησιμοποιούν SAR για να εντοπίσουν και να στοχεύσουν μετακινούμενα και σταθερά αντικείμενα. Ανθρωπογενή αντικείμενα, ειδικά αυτά με αιχμηρές γωνίες, έχουν πολύ φωτεινά σήματα σε εικόνες SAR, καθιστώντας αυτά τα αντικείμενα ιδιαίτερα εύκολα στο να εντοπιστούν με αισθητήρα SAR. Μια τεχνολογία παρόμοια με την SAR είναι αυτή ενός ραντάρ αντίστροφου συνθετικού ανοίγματος (ISAR), η οποία χρησιμοποιεί την κίνηση της πλατφόρμας για την αποτύπωση του στόχου σε cross-range. Τα δεδομένα ISAR μπορούν να συλλέγονται από μια σταθερή πλατφόρμα ραντάρ επειδή η κίνηση του στόχου δημιουργεί την ποικιλομορφία της οπτικής γωνίας αναγκαία για

την επίτευξη μιας δεδομένης cross-range ανάλυσης. Τα συστήματα ISAR έχουν χρησιμοποιηθεί για την αποτύπωση εικόνων πλοίων, αεροσκαφών, και οχημάτων εδάφους .

Εκτός από τις αμυντικές εφαρμογές και την ευφυΐα του SAR, υπάρχουν πολλές εμπορικές εφαρμογές τηλεπισκόπησης. Αυτό συμβαίνει διότι ένας αισθητήρας SAR μπορεί να λειτουργεί μέρα και νύχτα και σε όλες τις καιρικές συνθήκες, παρέχει τη δυνατότητα συλλογής δεδομένων σε τακτά χρονικά διαστήματα χωρίς διακοπή από τις φυσικές επιρροές. Αυτή η σταθερή πηγή πληροφοριών χαρτογράφησης του εδάφους είναι ανεκτίμητη στην παρακολούθηση της γεωργίας και άλλων φυσικών πόρων. Οι αισθητήρες SAR έχουν επίσης χρησιμοποιηθεί για την ανίχνευση πετρελαιοκηλίδων (το νερό με λεπτό στρώμα λαδιού έχει διαφορετική οπισθοσκέδαση από το φυσικό νερό), την αποτύπωση υπογείων πετρωμάτων (σε ορισμένες συχνότητες, το ραντάρ θα διεισδύσει κάποια εδάφη), την ανίχνευση συνθηκών πάγου στην Αρκτική, καθώς και τη συλλογή δεδομένων ψηφιακής αποτύπωσης του ύψους του εδάφους.

Ραντάρ είναι η συντομογραφία για την ραδιοφωνική ανίχνευση και εμβέλεια. Το Ραντάρ αναπτύχθηκε στη δεκαετία του 1930 και 1940 για την ανίχνευση και την παρακολούθηση πλοίων και αεροσκαφών. Αυτά τα ραντάρ επιτήρησης και εντοπισμού σχεδιάστηκαν έτσι ώστε ένας στόχος να περιέχεται σε ένα κύτταρο μονής ανάλυσης . Το μέγεθος του κυττάρου αυτού ήταν μία κρίσιμη παράμετρος σχεδιασμού. Μικρότερα κύτταρα ανάλυσης επιτρέπουν σε κάποιον να καθορίσει τη θέση ενός στόχου με μεγαλύτερη ακρίβεια και αυξάνουν την αναλογία στόχου - διασκορπισμού , βελτιώνοντας τη δυνατότητα ανίχνευσης ενός στόχου.

Στη δεκαετία του 1950 παρατηρήθηκε ότι μπορούσε κανείς να χαρτογραφήσει το έδαφος (ένα εκτεταμένο στόχο που καταλαμβάνει περισσότερες από μία κυτταρική ανάλυση) από την τοποθέτηση του ραντάρ στην πλευρά του αεροσκάφους και την οικοδόμηση ενός χάρτη επιφάνειας από τις περιστροφές του ραντάρ. Μια υψηλή ανάλυση φάσματος επιτεύχθηκε χρησιμοποιώντας ένα σύντομο παλμό ή μια κυματομορφή υψηλού εύρους ζώνης. Η cross-range ανάλυση ήταν περιορισμένη από το μέγεθος της κεραίας, με την ανάλυση πολλαπλού εύρους χονδρικά ανάλογη με R/L_a όπου R είναι το εύρος από τον αισθητήρα έως το έδαφος και L_a είναι το μήκος της κεραίας. Το φυσικό μήκος της κεραίας ήταν περιορισμένο, περιορίζοντας την ανάλυση.

Το 1951, ο Carl Wiley της Goodyear Aircraft Corporation διαπίστωσε ότι οι ανακλάσεις από δύο σταθερούς στόχους στην δέσμη της κεραίας, αλλά σε διαφορετικές γωνιακές θέσεις σε σχέση με το διάνυσμα της ταχύτητας της πλατφόρμας, θα μπορούσε να επιλυθεί με ανάλυση συχνότητας του κατά (ή εγκάρσιας εμβέλειας) φάσματος του σήματος κατά μήκος της τροχιάς. Ο Wiley απλώς παρατήρησε ότι κάθε στόχος είχε διαφορετικά χαρακτηριστικά Doppler λόγω της σχετικής θέσης του στην πλατφόρμα ραντάρ και ότι θα μπορούσε κανείς

να εκμεταλλευτεί το Doppler για να διαχωρίσει τους στόχους. Το φαινόμενο Doppler είναι, φυσικά, η μεταβολή της συχνότητας ενός σήματος που εκπέμπεται ή λαμβάνεται από μία κινούμενη πλατφόρμα και ανακαλύφθηκε από τον Christian J. Doppler το 1853:

$$f_d = v/\lambda$$

όπου

f_d η μετατόπιση Doppler

v η ακτινική ταχύτητα μεταξύ του ραντάρ και του στόχου

λ το μήκος κύματος του ραντάρ

Ενώ το φαινόμενο Doppler είχε χρησιμοποιηθεί στην επεξεργασία ραντάρ πριν από τη δεκαετία του 1950 για το διαχωρισμό κινούμενων στόχων από σταθερούς διασκορπισμούς εδάφους, η συμβολή του Wiley ήταν η ανακάλυψη αυτού ότι με ένα εναέριο ραντάρ (SLAR), το Doppler θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για τη βελτίωση τη χωρική ανάλυση πολλαπλού φάσματος του ραντάρ. Άλλες εργασίες για τα SAR έγιναν ανεξάρτητα από τον Wiley στο Πανεπιστήμιο του Ιλλινόις και το Πανεπιστήμιο του Michigan κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1950. Η πρώτη επίδειξη της χαρτογράφησης του SAR έγινε το 1953 από το Πανεπιστήμιο του Illinois εκτελώντας ανάλυση συχνότητας των δεδομένων που συλλέχθηκαν από ένα ραντάρ που λειτουργούσε σε μήκος κύματος 3 cm από ένα αεροσκάφος C-46. Σημαντικό έργο έχει ολοκληρωθεί για την τελειοποίηση του υλικού SAR και την επεξεργασία αλγόριθμων από την πρώτη επίδειξη. Για μια πιο λεπτομερή περιγραφή της ιστορίας του SAR συμπεριλαμβανομένης της ανάπτυξης του εστιασμένου SAR, τεχνικών αντιστάθμισης φάσης, τεχνικών βαθμονόμησης, και αυτόματης εστίασης, βλ. το πρόσφατο βιβλίο του Curlander και McDonough [1].

Πριν από μια σύντομη περιγραφή μερικών προσεγγίσεων επεξεργασίας για τη διαμόρφωση, την ενίσχυση, την ερμηνεία εικόνων SAR, παρατίθενται δύο παραδείγματα ήδη υπάρχοντων συστημάτων SAR και των εφαρμογών τους. Το πρώτο σύστημα είναι το Ραντάρ Συνεχούς Αποτύπωσης (SIR), που αναπτύχθηκε από το εργαστήριο της NASA (JPL) και πέταξε σε διάφορες αποστολές του διαστημικού λεωφορείου. Το σύστημα αυτό έχει σχεδιαστεί για μη στρατιωτική συλλογή γεωγραφικών δεδομένων. Το δεύτερο παράδειγμα είναι ο αισθητήρας Προηγμένης Τεχνολογίας Ανίχνευσης (ADTS) που κατασκευάστηκε από την Loral Corporation για το Εργαστήριο MIT του Λίνκολν. Ο αισθητήρας ADTS σχεδιάστηκε για να δείξει την ικανότητα ενός SAR να ανιχνεύσει και να ταξινομήσει στρατιωτικούς στόχους. Ο Πίνακας 33.1 περιέχει τις βασικές παραμέτρους για τα συστήματα ADTS και SIRSAR μαζί με λεπτομέρειες σχετικά με διάφορα άλλα συστήματα SAR.

Το Σχήμα 33.2 δείχνει το παράδειγμα μιας εικόνας φτιαγμένης από τα δεδομένα που συλλέχθηκαν από το σύστημα SIRSAR. Οι μηχανικοί του JPL περιγράφουν αυτή την εικόνα ως εξής:

Αυτή είναι μια εικόνα του ραντάρ MountRainier στην πολιτεία της Ουάσινγκτον. Η εικόνα αποκτήθηκε από το διαστημικό Radar-C και X-band ραντάρ συνθετικού ανοίγματος (SIR-C / X-SAR) που βρίσκονταν στο λεωφορείο Endeavor στο 20ο του ταξίδι την 1η Οκτωβρίου 1994. Η περιοχή που φαίνεται στην εικόνα είναι περίπου στα 59 από τα 60 χιλιόμετρα (36.5 από 37 μίλια). Ο Βοράς είναι προς το πάνω αριστερό μέρος της εικόνας, στην οποία απεικονίζεται με κόκκινο και πράσινο χρώμα το L-band που μεταδίδεται οριζόντια και λαμβάνεται κάθετα. Το Μπλε χρώμα δείχνει το C-band, το οποίο μεταδίδεται οριζόντια και λαμβάνεται κάθετα. Εκτός από την ανάδειξη τοπογραφικών κλίσεων που κατά μέτωπο του διαστημικού λεωφορείου, το SIR-C καταγράφει τις απόκρημνες περιοχές, με φωτεινή απόχρωση και τις πιο ομαλές περιοχές με πιο σκούρα απόχρωση. Το σημείο φωτίζονταν από το ραντάρ του διαστημικού λεωφορείου από τα βορειοδυτικά, έτσι ώστε οι βορειοδυτικές πλαγιές να είναι πιο φωτεινές και οι νοτιοανατολικές πιο σκούρες. Οι δασωμένες περιοχές

TABLE 33.1 Example SAR Systems

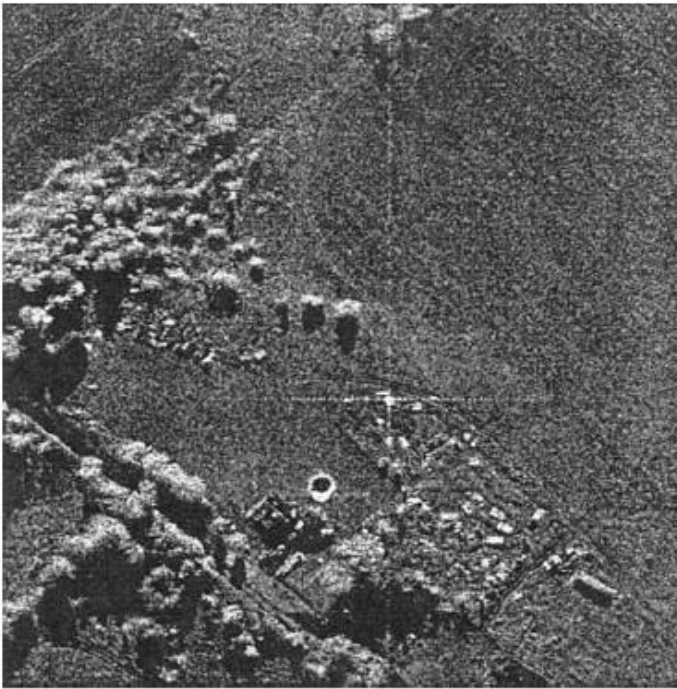
Platform	Bands Polarization	Resolution (m)	Swath Width	Interferometry
JPL AIRSAR	C, L, P-Full	4	10–18 km	Cross track L, C Along track L, C
SIR-C/X-SAR	C, L-Full, X-VV	30 × 30	15–90	Multi-pass
ERIM IFSARE	X-HH	2.5 × 0.8	10 km	Cross track
ERIM DCS	X-Full	<1	1 km	Cross track
MIT LL ADTS	Ka (33 GHz)-Full	0.33	400 m	Multi-pass
NORDEN G11	Ku-VV	1, 3	5 km	3 Along track 3 Cross track Phase centers
SRI UWB	100–300 MHz,	1 × 1	400–600 m	None
FOLPEN 2	200–400 MHz, 300–500 MHz, HH			
LORAL UHF	500–800 MHz	0.6 × 0.6	280 m	None
MSAR	Full			
NAWC P-3	C, L, X-Full	1.5 × 0.7	5 km	Along track X, C
NAWC P-3	600 MHz-Full tunable over 200–900 MHz	0.33 × 0.66	930 km	None
Tier II+ UAV SAR	X	1 and 0.3	10 km	None



ΕΙΚΟΝΑ 33.2 Εικόνα SAR του βουνού Mt. Rainier στην πολιτεία της Ουάσιγκτον που λαμβάνονται από τα ραντάρ απεικόνισης.

αποτυπώνονται με ανοιχτό πράσινο, ενώ με μπλε ή μοβ φαίνονται οι καθαρισμένες περιοχές ή οι περιοχές με γυμνό έδαφος. Ο πάγος είναι με σκούρο πράσινο και λευκό. Ο κώνος στο κέντρο της εικόνας είναι το ενεργό ηφαίστειο Mount Rainier στα 14,435 πόδια (4,399 μ.). Στις χαμηλότερες πλαγιές είναι μια ζώνη βράχου από κορυφογραμμές και μπάζα (μοβ / κοκκινωπό) πάνω από κωνοφόρα δάση (με κίτρινο/ πράσινο). Το δυτικό όριο του Εθνικού Πάρκου Mount Rainier θεωρείται ως

μια μετάβαση από το προστατευμένο, από παλιά αναπτυγμένο δάσος, στο πιο πυκνό και ένα μωσαϊκό της πρόσφατα υλοτομημένης περιοχής (με έντονο μωβ/μπλε χρώμα) και της εν μέρει αναδασωμένης περιοχής (με γαλάζιο χρώμα).



ΕΙΚΟΝΑ 33.3 SAR εικόνα κοντά στο Stockbridge, Νέα Υόρκη, που συλλέγονται από τα ADTS.

Η εικόνα 33.3 είναι ένα παράδειγμα εικόνας που συλλέχθηκε από το σύστημα ADTS. Το σύστημα ADTS λειτουργεί στην ονομαστική συχνότητα των 33 GHz και συλλέγει πλήρως πολωσιμετρικά δεδομένα, ανάλυσης 1 ft. Η εικόνα δημιουργήθηκε με την χρήση ενός συνδυασμού πολωσιμετρικού φίλτρου λεύκανσης (PWF) τριών πολωσιμετρικών καναλιών για τη μείωση του θορύβου του σημάδιου. Η έξοδος του PWF είναι μια εκτίμηση της έντασης οπισθοδιασποράς του ραντάρ. Η εικόνα που εμφανίζεται στην εικόνα 33.3 βασίζεται σε χάρτη λανθασμένων χρωμάτων που χαρτογραφεί την χαμηλή ένταση με μαύρο και ακολουθείται από πράσινο, κίτρινο, και τέλος λευκό. Ο χάρτης χρωμάτων απλά δίνει ψευδή χρώματα στον άχρωμο αισθητήρα ραντάρ που κάνει τις χαμηλής έντασης σκιές να φαίνονται μαύρες, το γρασίδι να φαίνεται πράσινο, τα δέντρα να φαίνονται κίτρινα, και τα φωτεινά αντικείμενα να φαίνονται λευκά. Η εικόνα αυτή συλλέχθηκε κοντά στο Stockbridge, στη Νέα Υόρκη, και απεικονίζεται ένα σπίτι με μια υπερυψωμένη πισίνα και πολλά παρατημένα αυτοκίνητα στην αυλή. Το

ραντάρ είναι στην κορυφή της εικόνας κοιτάζοντας προς τα κάτω υπό γωνία 20° μοιρών. Η σκηνή περιλαμβάνει μεγάλες περιοχές πρασίνου ή καλλιεργείων και κάποια φυλλώματα. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι φωτεινές αποδόσεις από τα ανθρωπογενή αντικείμενα, συμπεριλαμβανομένης της κυκλικής υπέργειας πισίνας, και ο ανακλαστήρας μεγάλης γωνίας από μερικά από τα αυτοκίνητα που βρίσκονταν στην αυλή. Επίσης, σημειώστε τη σχετικά ισχυρή απόδοση από το θόλο του φυλλώματος. Στη συχνότητα αυτή το ραντάρ δεν διεισδύει το θόλο του φυλλώματος. Σημειώστε τις σκιές πίσω από τα δέντρα, όπου δεν υπάρχει φωτισμός ραντάρ.

Σε αυτό το κεφάλαιο για τους αλγόριθμους SAR, δίνεται μια σύντομη εισαγωγή στη διαδικασία σχηματισμού εικόνας στο Κεφάλαιο 33.2. Εξετάζονται μερικοί απλοί αλγόριθμοι για τη μείωση των σημείων θορύβου σε εικόνες SAR και αυτόματη ανίχνευση των ανθρωπογενών αντικειμένων στο Κεφάλαιο 33.3. Εξετάζονται μερικοί απλοί αλγόριθμοι αυτόματης ταξινόμησης αντικειμένων για εικόνες SAR στο Κεφάλαιο 33.4. Αυτή η σύντομη εισαγωγή στα SAR περιέχει μόνο μερικά παραδείγματα αλγορίθμων. Στην ενότητα "Περισσότερες Πληροφορίες," προτείνονται κάποια σημεία εκκίνησης για περαιτέρω ανάγνωση σχετικά με αλγόριθμους SAR, και συζητούνται διάφορα ανοιχτά ζητήματα που αποτελούν αντικείμενο τρεχουσών ερευνών στην κοινότητα SAR.

7.2 Διαμόρφωση Εικόνας

Σε αυτό το τμήμα, θα συζητηθούν μερικές βασικές αρχές του σχηματισμού εικόνας από SAR. Για πιο λεπτομερείς πληροφορίες σχετικά με το σχηματισμό εικόνων SAR, ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στις παραπομπές οι οποίες παρατίθενται στο τέλος του παρόντος κεφαλαίου. Ένα θεμελιώδες σενάριο σύμφωνα με το οποίο τα δεδομένα του SAR συλλέγονται φαίνεται στο Σχήμα 33.1. Ένα αεροσκάφος πετά σε ευθεία διαδρομή με σταθερή ταχύτητα και συλλέγει δεδομένα ραντάρ με σκόπευση 90° . Στην πράξη, είναι αδύνατο για ένα αεροσκάφος να πετάξει σε μια τέλεια ευθεία γραμμή σε μια σταθερή ταχύτητα (τουλάχιστον εντός ενός μήκους κύματος), έτσι η αποζημίωση κίνησης του λαμβανόμενου σήματος ραντάρ απαιτείται ώστε να λαμβάνονται υπόψη οι διαταραχές αεροσκαφών.

Το ραντάρ επί του αεροσκάφους μεταδίδει μια σύντομη παλμική κυματομορφή ή χρησιμοποιεί διαμόρφωση συχνότητας για να επιτύχει υψηλής ανάλυσης απεικόνιση της επιφάνειας. Οι παλμοί που συλλέγονται από διάφορες θέσεις κατά μήκος της τροχιάς του αεροσκάφους συνδυάζονται συνεκτικά για να συνθέσουν ένα μακρύ συνθετικό διάφραγμα προκειμένου να επιτευχθεί ένα υψηλό επίπεδο cross-range ανάλυσης επί της επιφάνειας. Σε αυτή την ενότητα, πρώτα θα συζητηθεί το SLAR όπου γίνεται μόνο επεξεργασία range. Στη συνέχεια, θα συζητηθεί το

αόριστο SAR, όπου εκτελείται τόσο επεξεργασία rangeandcross-range. Τέλος, θα συζητηθεί το εστιασμένο SAR, όπου η εστίαση γίνεται εκτός από την σειρά και εγκάρσια σειρά επεξεργασίας για να επιτύχει την υψηλότερη ανάλυση και την καλύτερη ποιότητα εικόνας. Στο τέλος αυτής της ενότητας, θα αναφερθούν εν συντομία πολλά άλλα σημαντικά θέματα SAR σχηματισμού εικόνας όπως η αποζημίωση φάσης, κλειδώμα διασκορπισμού, αυτόματη εστίαση, προσκλήνιο SAR και ISAR. Οι λεπτομέρειες αυτών των θεμάτων μπορούν να βρεθούν στο [1-3].

7.2.1 Αερομεταφερόμενο πλευρικό ραντάρ

Το SLAR είναι το πρώτο σύστημα ραντάρ για την εξ αποστάσεως παρακολούθηση της επιφάνειας. Αυτά τα συστήματα ραντάρ μπορούσαν μόνο να εκτελούν την επεξεργασία εύρους για τον σχηματισμό 2-D χάρτη ανακλαστικότητας της επιφάνειας δυο διαστάσεων, έτσι ώστε η εγκάρσια περιοχή ανάλυσης να περιορίζεται από το εύρος δέσμης της πραγματικής κεραίας. Αυτά τα συστήματα SLAR τυπικά λειτουργούσαν σε υψηλές συχνότητες (μικροκύματα ή κύματα χιλιοστού) για να μεγιστοποιηθεί η ανάλυση cross-range. Καλύπτουμε τα συστήματα SLAR επειδή το σύστημα SLAR εκτελεί την ίδια επεξεργασία όπως το SAR, και οι περιορισμοί του SLAR παρακινούν την ανάγκη για επεξεργασία SAR.

Η ανάλυση ενός SLAR συστήματος περιορίζεται από το πλάτος παλμού ραντάρ στη διάσταση εύρους, και το εύρος δέσμης και πλάγιας εμβέλειας στην cross-range διάσταση:

$$\delta_r = cT/2 \cos \eta$$

$$\delta_{cr} = R\lambda/L_a$$

όπου

λ/L_a αντιπροσωπεύει το κατά προσέγγιση εύρος δέσμης 3 dB της κεραίας

δ_r είναι η ανάλυση εύρους.

δ_{cr} είναι η cross-range ανάλυση

c είναι η ταχύτητα της διάδοσης κυμάτων

T είναι το πλάτος του συμπιεσμένου παλμού

η είναι η γωνία μεταξύ της δέσμης του ραντάρ και της επιφάνειας

R είναι το λοξό εύρος προς την επιφάνεια

λ είναι το μήκος κύματος

L_a είναι το μήκος της κεραίας

Ο στόχος είναι να σχεδιαστεί ένα SLAR με ένα στενό εύρος δέσμης, μικρή κλίση, και ένα σύντομο πλάτος παλμού για την επίτευξη υψηλής ανάλυσης. Στην πράξη, το παλμικό πλάτος του ραντάρ περιορίζεται από κανόνες υλικού και την ποσότητα της στοχευόμενης ενέργειας που απαιτείται για να παρθεί μια επαρκής αναλογία σήματος-ήχου ώστε να ληφθεί μια καλή εικόνα. Για να επιτευχθεί μια υψηλής rangeανάλυση χωρίς έναν μικρό παλμό, η διαμόρφωση συχνότητας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη σύνθεση ενός αποτελεσματικά μικρού παλμού. Αυτή η διαδικασία κατασκευής ενός στενού συνθετικού πλάτους παλμών καλείται συμπίεση παλμών.

Η προσέγγιση αποσκοπεί στο να εισαγάγει μια διαφοροποίηση στον μεταδιδόμενο παλμό, και στη συνέχεια να περάσει το λαμβανόμενο σήμα διαμέσου ενός φίλτρου ταιριασμένου με την διαμόρφωση μεταδιδόμενου σήματος. Οι πιο γνωστές μεταφερόμενες κυματομορφές που χρησιμοποιούνται για συμπίεση παλμού είναι γραμμικά FM και κωδικοποιημένα ανά φάση. Μερικά ραντάρ χρησιμοποιούν μια ψηφιακή έκδοση του γραμμικού FM που ονομάζεται κλιμακωτή κυματομορφή συχνότητας.

Η συμπίεση παλμού απεικονίζεται με την ιδανική εφαρμογή της γραμμικής κυματομορφής FM. Ο τετραγωνικός παλμός είναι διαμορφωμένος από ένα γραμμικό σήμα FM, και το προκύπτον σήμα μετάδοσης είναι

$$s(t) = \begin{cases} \cos\left(\omega_0^\dagger - \frac{1}{2}\mu^\dagger t^2\right) & |t| \leq T/2 \\ 0 & |t| > T/2 \end{cases}$$

όπου το εύρος ζώνης (απόκλιση συχνότητας) που εισήχθη από το γραμμικό FM είναι

$$\Delta f = T\mu/2\pi$$

Εάν αυτή η μετάδοση παλμού αντανακλάται απόλυτα από ένα στατικό σημειακό στόχο, οι απώλειες εύρους αγνοούνται, και γίνεται μετατόπιση χρόνου για να απομακρυνθεί η αμφίδρομη καθυστέρηση. Το λαμβανόμενο σήμα είναι ακριβώς το ίδιο με το μεταδιδόμενο σήμα. Η αντίστοιχη απόκριση φίλτρου για το μεταδιδόμενο σήμα είναι

$$h(t) = \left(\frac{2\mu}{\pi}\right)^{1/2} \cos\left(\omega_0^\dagger + \frac{1}{2}\mu^\dagger t^2\right)$$

Η έξοδος του λαμβανόμενου σήματος που εφαρμόζεται στο προσαρμοσμένο φίλτρο είναι

$$\Psi(\dagger) = \left(\frac{\mu T^2}{2\pi}\right)^{1/2} \frac{\sin(\mu T^\dagger/2)}{(\mu T^\dagger/2)} \operatorname{Re}\left[e^{j(\omega_0^\dagger + \frac{1}{2}\mu^\dagger t^2 + \pi/4)}\right]$$

Αυτή η έξοδος έχει ένα κύριο λοβό που έχει ένα εύρος δέσμης 4 dB του $1/\Delta f$. Ο προκύπτων συμπιεσμένος παλμός μπορεί να είναι σημαντικά στενότερος από το πλάτος του μεταδιδόμενου παλμού με μια αναλογία συμπίεσης παλμού $T\Delta f$. Το ανάλυση εύρους του ραντάρ έχει αυξηθεί από αυτόν τον παράγοντα συμπίεσης παλμού και δίνεται από τον τύπο

$$\delta_r \approx c/2\Delta f \cos \eta$$

Σημειώστε ότι η ανάλυση φάσματος στην ιδανική περίπτωση είναι εντελώς ανεξάρτητη από το φυσικό πλάτος του μεταδιδόμενου παλμού. Με την Εκτέλεση συμπίεσης εύρους ενάντια στους πραγματικούς στόχους ραντάρ που αλλάζουν τα Doppler εισάγονται ασάφειες με αποτέλεσμα πρόσθετα θέματα επεξεργασίας σήματος που πρέπει να αντιμετωπιστούν. Υπάρχει ένας συμβιβασμός μεταξύ της ικανότητας μιας κυματομορφής ραντάρ να αναλύει έναν στόχο σε εύρος και συχνότητα. Η απόδοση μιας κυματομορφής στο χώρο εύρους –συχνότητας φαίνεται από την ασάφειά του. Η λειτουργία ασάφειας είναι η έξοδος του προσαρμοσμένου φίλτρου για το σήμα για το οποίο συνδυάζεται και για εκδόσεις μετατοπισμένης συχνότητας αυτού του σήματος. Οι αναφορές περιέχουν μια πιο λεπτομερή περιγραφή των λειτουργιών ασάφειας και σχεδιασμού της κυματομορφής του ραντάρ.

Χρησιμοποιώντας συμπίεση παλμού, ένα σύστημα SLAR μπορεί να επιτύχει μια πολύ υψηλή ανάλυση εύρους της τάξης του 1 ft ή λιγότερο, αλλά η ανάλυση (cross-rangeresolution) του SLAR περιορίζεται από το φυσικό εύρος δέσμης της κεραίας, τη συχνότητα λειτουργίας, και το κεκλιμένο φάσμα. Αυτός ο περιορισμός της ανάλυσης cross-rangetου SLAR κινητοποιεί τη χρήση μιας συνθετικής διάταξης κεραίας για την αύξηση την ανάλυση cross-range.

7.2.2 Ραντάρ Μη Εστιασμένου Συνθετικού Ανοίγματος

Το Σχήμα 33,1 παρέχει μια καλή γεωμετρική περιγραφή του SAR. Όπως και με SLAR, η πλατφόρμα ραντάρ κινείται κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής συλλέγοντας δεδομένα ραντάρ από την επιφάνεια. Το σύστημα SAR πηγαίνει ένα βήμα παραπέρα από το SLAR συνδυάζοντας με σωστό τρόπο παλμούς που συλλέγονται κατά μήκος της διαδρομής της πτήσης για να συνθέσει μια μακρά συνθετική σειρά. Το εύρος δέσμης αυτού του συνθετικού ανοίγματος είναι σημαντικά στενότερο από το φυσικό εύρος δέσμης (πραγματική δέσμη) της πραγματικής κεραίας. Το ιδανικό συνθετικό εύρος δέσμης αυτού του συνθετικού ανοίγματος είναι

$$\theta_B = \lambda / 2L_\theta$$

Ο παράγοντας δύο προέρχεται από τον αμφίδρομο πολλαπλασιασμό από την κινούμενη πλατφόρμα. Το αόριστο SAR μπορεί να υλοποιηθεί με την εκτέλεση επεξεργασίας FFT στην εγκάρσια διάσταση για τα δείγματα σε κάθε χώρο συσσώρευσης εύρους. (rangebin) Αυτός είναι απλά ο συμβατικός διαμορφωτής δέσμης για μια παρατεταγμένη κεραία. Η διαφορά μεταξύ των ραντάρ SAR και του ραντάρ πραγματικής δέσμης είναι ότι τα δείγματα ανοίγματος που αποτελούν το SAR συλλέγονται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές από μια κινούμενη πλατφόρμα. Υπάρχουν διάφοροι περιορισμοί σχεδιασμού για ένα σύστημα SAR, συμπεριλαμβανομένων των

- Η ταχύτητα της πλατφόρμας και ο ρυθμός επανάληψης παλμών (PRF) του ραντάρ πρέπει να επιλέγονται

- αμοιβαία έτσι ώστε τα σημεία δείγματος της συνθετικής συστοιχίας να είναι διαχωρισμένα κατά

- λιγότερο από $\lambda / 2$ για την αποφυγή λοβών με κικκιδώματα.

- Το PRF θα πρέπει να επιλέγεται έτσι ώστε το πλάτος του δρεπανιού δειγματίζεται χωρίς δυσκολία .

- Ένα σημείο επί του εδάφους πρέπει να είναι ορατό από το ραντάρ σε όλο το μήκος της συνθετικής συστοιχίας. Αυτό περιορίζει το μέγεθος της πραγματικής κεραίας. Ο περιορισμός αυτός οδηγεί στην παρατήρηση ότι με το SAR, όσο μικρότερη είναι η πραγματική δέσμη της κεραίας, τόσο καλύτερη είναι η ανάλυση, ενώ με το SLAR όσο μεγαλύτερη είναι η πραγματική δέσμη της κεραίας, τόσο καλύτερη είναι η ανάλυση.

- Το SAR υποθέτει ότι ένας στόχος στο έδαφος έχει ένα ιστροπικό σήμα σε ολόκληρη την γωνία συλλογής της πλατφόρμας ραντάρ καθώς πετά κατά μήκος της συνθετικής συστοιχίας.

Η ανάλυση του αόριστου SAR είναι περιορισμένη, διότι το εύρος κλίσης σε ένα σκεδαστή σε σταθερή θέση στην επιφάνεια αλλάζει κατά μήκος του συνθετικού ανοίγματος. Αν περιορίσουμε το άνοιγμα του συνθετικού ανοίγματος κατά ένα μήκος έτσι ώστε το εύρος από κάθε σημείο συστοιχίας μέχρι μία σταθερή τοποθεσία της επιφάνειας διαφέρει κατά λιγότερο από $\lambda/8$, τότε η cross-rangeresolution ανάλυση του αόριστου SAR περιορίζεται σε

$$\delta_{cr} = \sqrt{R\lambda/2}$$

7.2.3 Ραντάρ Εστιασμένου Συνθετικού ανοίγματος

Ο περιορισμός της cross-range ενός αόριστου SAR μπορεί να απομακρυνθεί με την εστίαση στα δεδομένα, όπως στην οπτική. Η διαδικασία εστίασης για το SAR περιλαμβάνει προσαρμογή της φάσης του λαμβανόμενου σήματος για κάθε δείγμα εύρους στην εικόνα, έτσι ώστε όλα τα σημεία που υποβάλλονται σε επεξεργασία σε cross-range μέσω του συνθετικού διαμορφωτή δέσμης φαίνεται να είναι στην ίδια περιοχή. Το σφάλμα φάσης σε κάθε δείγμα εύρους που χρησιμοποιείται για το σχηματισμό της εικόνας SAR είναι

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{d_n^2}{R} \right) \quad [\text{radian}]$$

όπου

d_n είναι η απόσταση cross-range από το κέντρο της ακτίνας

R είναι το εύρος κλίσης στο σημείο στο έδαφος από την κεντρική δέσμη

λ είναι το μήκος κύματος

Τα δείγματα εύρους μπορούν να εστιαστούν πριν από την επεξεργασία cross-range αφαιρώντας αυτό το σφάλμα φάσης από τα δεδομένα του ιστορικού φάσης. Σημειώστε ότι κάθε σημείο δεδομένων έχει διαφορετική διόρθωση φάσης με βάση τη θέση κατά μήκος της τροχιάς του αισθητήρα και το εύρος του σημείου από τον αισθητήρα.

Όταν εκτελείται εστίαση, η προκύπτουσα ανάλυση εικόνας SAR είναι ανεξάρτητη του υπό γωνία εύρους μεταξύ του αισθητήρα και του εδάφους. Αυτό μπορεί να αποδειχθεί ως εξής:

$$\delta_{cr} = R\theta_s$$

όπου

$$\theta_s \approx \frac{\lambda}{2L_e}$$

και

$$L_e \approx \frac{R\lambda}{L_a}$$

ως εκ τούτου $\delta_{CF} \approx L_a/2$

Το αποτελεσματικό εύρος δέσμης του συνθετικού ανοίγματος είναι περίπου $\lambda/2L_e$ όπου ο συντελεστής δύο προέρχεται από τον αμφίδρομο πολλαπλασιασμό της ενέργειας (το ακριβές αποτελεσματικό εύρος δέσμης εξαρτάται από την συνθετική κωνικότητα συστοιχία που χρησιμοποιείται για τον έλεγχο s των πλευρικών λοβών). Το μήκος του αποτελεσματικού ανοίγματος (L_e) είναι περιορισμένο από το γεγονός ότι ένας δεδομένος σκεδαστής επί της επιφανείας πρέπει να είναι στη κεντρική δέσμη του πραγματικού ραντάρ για κάθε θέση κατά μήκος του συνθετικού ανοίγματος. Το αποτέλεσμα είναι ότι η ανάλυση του SAR όταν τα δεδομένα είναι εστιασμένα είναι κατά προσέγγιση $L_a/2$.

Η επεξεργασία SAR μπορεί επίσης να αναπτυχθεί με την εξέταση του Doppler του σήματος του ραντάρ από την επιφάνεια όπως έγινε αρχικά από τον Wiley το 1951. Όταν το πραγματικό εύρος δέσμης του SAR είναι μικρό, ένα σημείο επί της επιφανείας έχει μία περίπου γραμμικά φθίνουσα συχνότητα Doppler καθώς περνά μέσα από την κύρια δοκό του πραγματικού εύρους δέσμης SAR. Αυτή η μεταβλητή Doppler συχνότητα έχει αποδειχθεί ότι είναι περίπου

$$f_d(t) = \frac{2v^2|t - t_o|}{\lambda R}$$

όπου

v είναι η ταχύτητα της πλατφόρμας

t_o είναι ο χρόνος που ο σκεδαστής του σημείου είναι στο κέντρο της κύριας δέσμης

Η αλλαγή στην συχνότητα Doppler, καθώς το σημείο διέρχεται διαμέσου της κύριας δέσμης είναι $2v^2T_d/\lambda R$, και T_d είναι ο χρόνος στον οποίο το σημείο είναι στην κύρια δοκό. Όπως και με τη γραμμική συμπίεση παλμού FM, καλύφθηκε στο Κεφάλαιο 33.2.1, αυτό το σήμα Doppler μπορεί να υποβληθεί σε επεξεργασία μέσω ενός φίλτρου για να παραχθεί ένα υψηλότερης εγκάρσια εύρος ανάλυσης σήμα το οποίο περιορίζεται από το μέγεθος του πραγματικού ανοίγματος ακριβώς όπως και

με την ερμηνεία της συνθετικής κεραίας ($\delta_{cr} = L_a/2$). Σε ένα σύγχρονο σύστημα SAR, συνήθως τόσο η συμπίεση παλμού (συνθετική επεξεργασία φάσματος) όσο και η διαδικασία συνθετικής cross-range μελετώνται. Στις περισσότερες περιπτώσεις, αυτοί οι μετασχηματισμοί μπορούν να διαχωριστούν όταν η επεξεργασία σειράς αναφέρεται ως επεξεργασία γρήγορου χρόνου και cross-range επεξεργασία αναφέρεται ως επεξεργασία αργού χρόνου.

Ένα σύγχρονο σύστημα SAR απαιτεί πολλούς επιπλέον αλγόριθμους επεξεργασίας σήματος για την επίτευξη αποτύπωσης της εικόνας με υψηλή ανάλυση. Στην πράξη, η πλατφόρμα δεν ακολουθεί μια ευθεία και επίπεδη διαδρομή, κι έτσι η φάση του ακατέργαστου σήματος λήψης πρέπει να ρυθμίζεται σε σχέση με τις διαταραχές αεροσκαφών, μια διαδικασία που ονομάζεται αντιστάθμιση κίνησης. Επιπλέον, δεδομένου ότι είναι δύσκολο να εκτιμηθούν με ακρίβεια οι παράμετροι της πλατφόρμας που είναι απαραίτητες για την εστίαση στην εικόνα SAR, χρησιμοποιείται ένας αλγόριθμος αυτόματης εστίασης. Ο αλγόριθμος αυτός αντλεί τις παραμέτρους της πλατφόρμας από τα πρώτα ακατέργαστα δεδομένα SAR για να εστιάσουν στις εικόνες. Υπάρχει επίσης ένας αλγόριθμος παρεμβολής που μετατρέπει τα σχήματα από πολικά σε ορθογώνια για την οθόνη απεικόνισης. Τα περισσότερα σύγχρονα συστήματα SAR σχηματίζουν την απεικόνιση ψηφιακά χρησιμοποιώντας είτε ένα FFT ή μια τράπεζα συνδυασμένων φίλτρων. Συνήθως, ένα SAR λειτουργεί είτε σε λειτουργία ταινίας (stripmap) είτε σε λειτουργία επικέντρωσης. Στη λειτουργία ταινίας, η κεραία SAR συνήθως δείχνει κάθετα προς την διαδρομή πτήσης (αν και μπορεί να κοιτά/γυρνά ελαφρά προς τη μία πλευρά). Ένα SAR ταινίας διατηρεί σταθερή τη θέση της κεραίας του και συλλέγει εικόνες SAR κατά μήκος μιας λωρίδας στη μία πλευρά της πλατφόρμας. Ένα SAR επικέντρωσης μπορεί να κινήσει την κεραία του να δείχνει προς μια θέση στο έδαφος για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα (επιτυγχάνοντας ανάλυση cross-σειρά ακόμη μεγαλύτερη από το άνοιγμα μήκος επί δύο). Πολλά συστήματα SAR υποστηρίζουν τόσο τη λειτουργία ταινίας όσο και αυτή της επικέντρωσης, με την λειτουργία ταινίας για να καλύψει μεγάλες εκτάσεις της επιφάνειας σε μια ελαφρώς χαμηλότερη ρύθμιση ανάλυσης, και τη ρύθμιση επικέντρωσης για να εκτελέσει απεικόνιση πολύ υψηλής ανάλυσης των περιοχών υψηλού ενδιαφέροντος.

7.3 Ενίσχυση Εικόνας SAR

Σε αυτή την ενότητα θα αναθεωρήσουμε μερικές τεχνικές για την αφαίρεση θορύβου σήματος από εικόνες SAR. Αφαιρώντας το στίγμα μπορεί να κάνει πιο εύκολη την απόσπαση πληροφοριών από εικόνες SAR και να βελτιώσει την ποιότητα της εικόνας.

Ένας Συνεκτικός θόρυβος ή ένα στίγμα μπορεί να είναι μια σημαντική στρέβλωση

σε εικόνες υψηλής συχνότητας SAR. Το στίγμα προκαλείται όταν η ένταση ενός κυττάρου προέρχεται από το συνεκτικό συνδυασμό πολλών μετώπων κύματος από τυχαία προσανατολισμένες άτακτες επιφάνειες εντός ενός κυττάρου ανάλυσης. Αυτά τα μέτωπα κύματος μπορούν να συνδυαστούν εποικοδομητικά ή καταστροφικά με αποτέλεσμα μεταβολές της έντασης σε όλη την εικόνα. Όταν ο αριθμός των μετώπων κύματος προσεγγίζει το άπειρο (δηλαδή, μεγάλο κύτταρο ανάλυσης συλλεγμένο από ένα ραντάρ υψηλής συχνότητας) το μοντέλο Rayleigh μπορεί να χρησιμοποιείται για να αντιπροσωπεύει το στίγμα υπό τις σωστές στατιστικές παραδοχές. Όταν ο αριθμός των μετώπων κύματος είναι μικρότερη από το άπειρο, η K-διανομή και άλλα μοντέλα του προϊόντος κάνουν καλύτερη δουλειά θεωρητικής και εμπειρικής μοντελοποίησης του διασκορπισμού.

Όταν ο συνδυασμός του σχεδιασμού του συστήματος ραντάρ και των ιδιοτήτων του διασκορπισμού σε εικόνες που περιέχουν μεγάλες ποσότητες στιγμάτων, είναι επιθυμητό να εκτελείται επιπρόσθετη επεξεργασία για να μειωθούν τα στίγματα. Μία προσέγγιση για τη μείωση των στιγμάτων/σημαδιών είναι να μετριάσουν μη συνεκτικά και χωρικά τα κελιά παρακείμενης ανάλυσης, θυσιάζοντας την ανάλυση για την μείωση των στιγμάτων. Αυτός ο χωρικός μετριάσμος μπορεί να πραγματοποιηθεί ως μέρος του σχηματισμού εικόνας ανάλογης με την μέθοδο της φασματικής εκτίμησης του Bartlett. Μια άλλη προσέγγιση για τη μείωση των στιγμάτων είναι ο μετριάσμος σε όλα τα πολωσιμετρικά κανάλια εάν αυτά είναι διαθέσιμα.

Η PWF μειώνει τα στίγματα διατηρώντας παράλληλα την ανάλυση της εικόνας. Το PWF προήλθε από τον Novak [5] ως ένα τετραγωνικό φίλτρο που ελαχιστοποιεί μια συγκεκριμένη μετρική στιγμάτων (που ορίζεται ως ο λόγος της τυπικής απόκλισης του διασκορπισμού προς το μέσο της). Το PWF πρώτα λευκαίνει τα πολωσιμετρικά δεδομένα σε σχέση με τη πολωσιμετρική συνδιακύμανση του διασκορπισμού και, στη συνέχεια μετριάζει με μη συνεκτικό τρόπο όλα τα πολωσιμετρικά κανάλια. Αυτό το φίλτρο λεύκανσης τέμνει διαγώνια τον πίνακα συνδιακύμανσης του σύνθετου φορέα οπισθοσκέδασης $[HH, HV, VV]^T$, έτσι ώστε η προκύπτουσα νέα βάση γραμμικής πόλωσης $[HH', HV', VV']^T$ να έχει ίση δύναμη σε κάθε συστατικό, όπου

$$\begin{bmatrix} HH' \\ HV' \\ VV' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} HH \\ \frac{HV}{\sqrt{\varepsilon}} \\ \frac{VV - \rho^* \sqrt{\gamma} HH}{\sqrt{\gamma(1 - |\rho|^2)}} \end{bmatrix} \quad (33.1)$$

όπου

$$\varepsilon = \frac{E(|HV|^2)}{E(|HH|^2)}, \quad \gamma = \frac{E(|W|^2)}{E(|HH|^2)}, \quad \rho = \frac{E(HH \cdot W^*)}{\sqrt{E(|HH|^2) \cdot E(|W|^2)}} \quad (33.2)$$

Ο πίνακας σκέδασης πόλωσης (χρησιμοποιώντας βάση γραμμικής-πόλωσης) μπορεί τότε να εκφράζεται ως

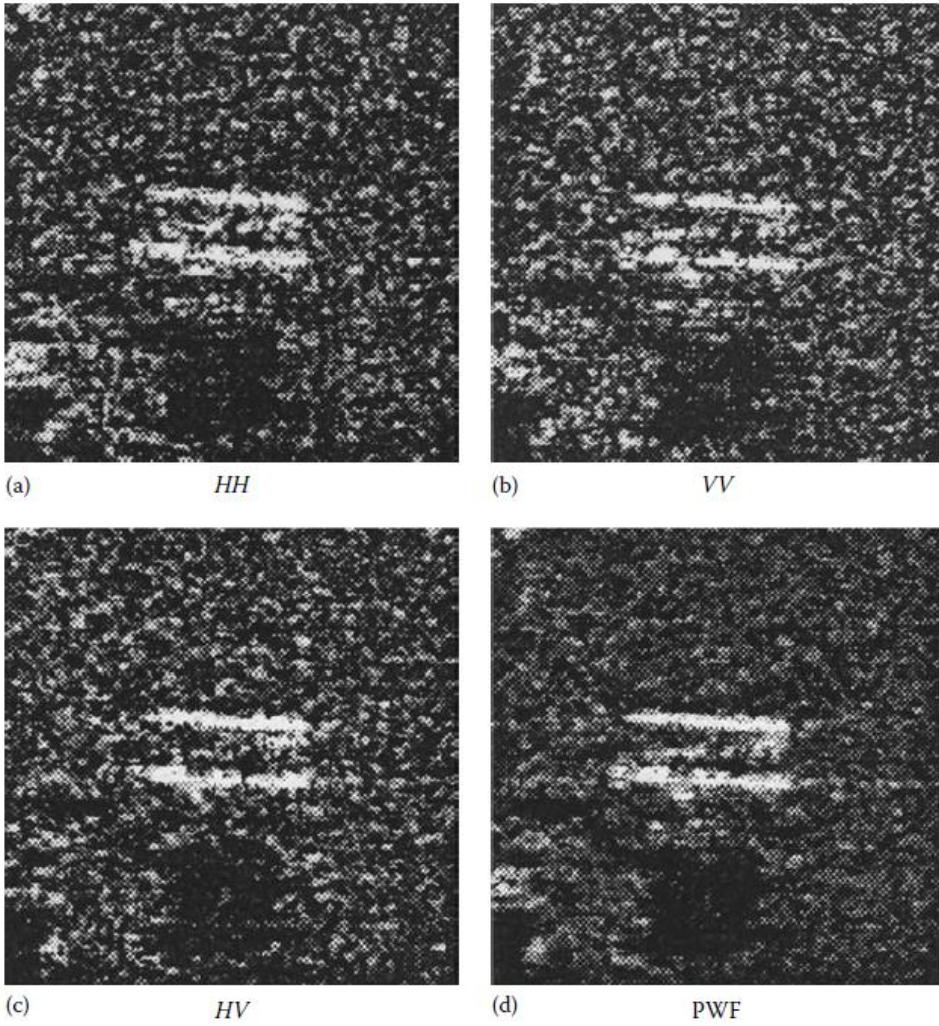
$$\Sigma = \sigma_{HH} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \rho\sqrt{\gamma} \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ \rho^*\sqrt{\gamma} & 0 & \gamma \end{bmatrix} \quad (33.3)$$

Η ένταση των pixel (δύναμη) τότε προκύπτει μέσω μη συνεκτικού μετριάσμου της δύναμης σε κάθε ένα από τα νέα στοιχεία πόλωσης:

$$Y = |HH|^2 + \left| \frac{HV}{\sqrt{\varepsilon}} \right|^2 + \left| \frac{W - \rho^* \sqrt{\gamma} HH}{\sqrt{\gamma(1 - |\rho|^2)}} \right|^2 \quad (33.4)$$

δίδοντας ένα ελάχιστο σημάδακι στην αρχική ανάλυση της εικόνας. Οι Novaketal. [5] απέδειξαν ότι για τα δεδομένα ADTsSAR, η PWF μειώνει την τυπική απόκλιση του διασκορπισμού από 2.0 έως 2.7 dB σε σύγκριση με την τυπική απόκλιση των δεδομένων ατομικού -πολωσιμετρικού -καναλιού. Η PWF έχει μια δραματική επίδραση στην οπτική ποιότητα των εικόνων SAR και την απόδοση της αυτόματης ανίχνευσης και της ταξινόμησης των αλγορίθμων που εφαρμόζονται σε εικόνες SAR. Η PWF δεν λαμβάνει υπόψη την επίδραση της λειτουργίας μείωσης στιγμάτων σε σήματα- στόχους. Το μόνο ελαχιστοποιεί τον

διασκορπισμό . Έχει γίνει πρόσφατη μελέτη πάνω στα φίλτρα μείωση πολωσιμετρικών στιγμάτων που μειώνουν το σημάδι του διασκορπισμού ενώ το σήμα στόχος διατηρείται. Η εικόνα 33.4 δείχνει τα τρία πολωσιμετρικά κανάλια και την προκύπτουσα εικόνα PWF ενός τσίπ ADTSSAR



ΕΙΚΟΝΑ 33.4 Πολωσιμετρική επεξεργασία των δεδομένων SAR για τη μείωση των κηλίδων

7.4 Αυτόματη Ανίχνευση και Κατηγοριοποίηση Αντικειμένων στην Αποτύπωση SAR

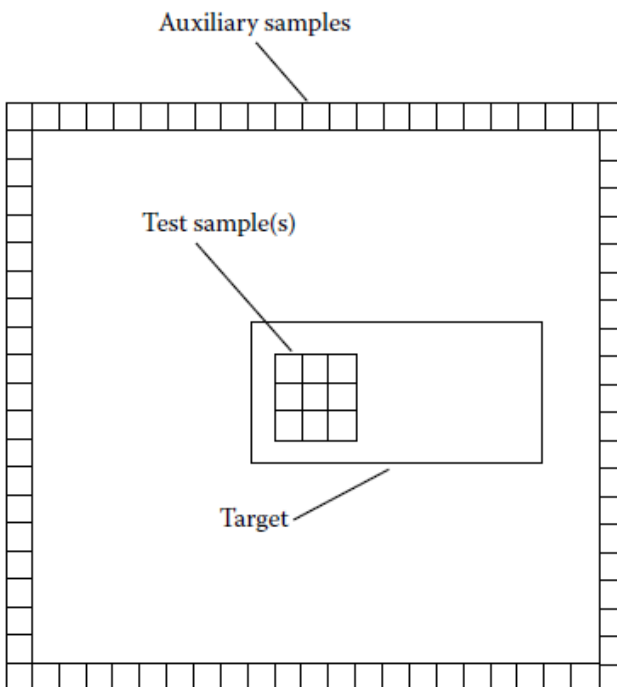
Στους αλγόριθμους SAR τα καθήκοντα μεγάλου ενδιαφέροντος για την υπεράσπιση των υπηρεσιών πληροφοριών περιλαμβάνουν την αυτόματη ανίχνευση και αναγνώριση στόχων (ATD/R). Από τη στιγμή που οι εικόνες SAR έχουν πολύ διαφορετικά χαρακτηριστικά στόχων και διασκορπισμού, σε σύγκριση με οπτικές και υπέρυθρες εικόνες, απαιτούνται μοναδικά σχεδιασμένοι αλγόριθμοι ATD/R για τα δεδομένα SAR. Σε αυτή την ενότητα, θα περιγράψουμε μερικούς βασικούς αλγόριθμους ATD/R που έχουν αναπτυχθεί για υψηλή ανάλυση, εικόνες υψηλής συχνότητας SAR (10 GHz ή παραπάνω) [6-8].

Η εκτέλεση ανίχνευσης στόχου και ταξινόμησης έναντι εικόνων τηλεπισκόπησης και, ειδικότερα, εικόνων SAR είναι πολύ διαφορετική από το κλασικό πρόβλημα αναγνώρισης προτύπου. Στο κλασικό πρόβλημα αναγνώρισης προτύπων, έχουμε μοντέλα που καθορίζουν N τάξεις, και ο στόχος είναι να σχεδιάσουμε έναν ταξινομητή ο οποίος θα διαχωρίζει τα δεδομένα του αισθητήρα σε μία από τις κατηγορίες N . Στην ταξινόμηση στόχων SAR, η απεικόνιση περιλαμβάνει τις περιφέρειες του διάχυτου διασκορπισμού που μπορούν να αντιπροσωπευθούν ως ένα βαθμό από μοντέλα, αλλά οι εικόνες περιέχουν επίσης ένα ενδεχομένως αναρίθμητο σύνολο άγνωστων και χωρίς συγκεκριμένο μοντέλο αντικειμένων. Ο στόχος είναι να απορριφθούν και να διαχυθούν τα άγνωστα διακριτά αντικείμενα και να ταξινομηθούν τα αντικείμενα-στόχοι. Αυτή η ανάγκη να χειριστεί το άγνωστο αντικείμενο σημαίνει ότι ο ταξινομητής πρέπει να έχει την άγνωστη τάξη ως ένα πιθανό αποτέλεσμα του ταξινομητή. Δεδομένου ότι η άγνωστη τάξη δεν μπορεί να μοντελοποιηθεί, τα περισσότερα συστήματα SAR ATR λύνουν το πρόβλημα με τη χρησιμοποίηση μετρικής απόστασης για να συγκρίνει τα δεδομένα του αισθητήρα με μοντέλα για κάθε στόχο ενδιαφέροντος, και εάν η απόσταση είναι πολύ μεγάλη, το δεδομένο ταξινομείται ως ένα άγνωστο αντικείμενο.

Ένα άλλο θέμα σχεδιασμού για ένα σύστημα SAR ATD/R είναι η ανάγκη επεξεργασίας εκατοντάδων τετραγωνικών χιλιομέτρων από δεδομένα χρησιμοποιώντας το πλεονέκτημα του σχεδόν πραγματικού χρόνου. Μια ευρέως χρησιμοποιούμενη προσέγγιση για την επίλυση αυτού του υπολογιστικού προβλήματος είναι η χρήση ενός αλγορίθμου απλής εστίασης ή προ-ανίχνευσης για την απόρριψη του μεγαλύτερου μέρους του διασκορπισμού και το πέρασμα μόνο από περιοχές ενδιαφέροντος (ROIs), συμπεριλαμβανομένων όλων των στόχων. Αυτές οι περιοχές στη συνέχεια υφίστανται επεξεργασία από μία σειρά πιο περίπλοκων υπολογιστικά ταξινομητών που ταξινομούν αντικείμενα στις ROIs ως από στόχους ή ως ένα άγνωστο αντικείμενο.

Στις εικόνες SAR υψηλής συχνότητας οι περισσότερες υπογραφές στόχων έχουν εξαιρετικά φωτεινές κορυφές που προκαλούνται από φυσικές γωνίες στο

στόχο. Μια αποτελεσματική προ-ανίχνευτική τεχνική περιλαμβάνει την εφαρμογή ενός ανιχνευτή μονών pixel ώστε να βρεθούν τα φωτεινά pixel που προκαλούνται από γωνιακούς ανακλαστήρες πάνω στους στόχους. Δεδομένου ότι η ισχύς του διασκορπιστή που βρίσκεται στο φόντο είναι άγνωστη και ποικίλλει κατά μήκος της εικόνας, δεν μπορούμε απλά να χρησιμοποιήσετε μια λειτουργία για να βρούμε αυτά τα φωτεινά pixels. Μία προσέγγιση για τη διαχείριση της δύναμης αυτού του άγνωστου διασκορπισμού είναι να εκτιμηθεί από δείγματα διασκορπισμού που περιβάλλονται από ένα δοκιμαστικό pixel. Αυτή η προσέγγιση για την ανίχνευση στόχου αναφέρεται ως ένας συνεχής ανιχνευτής του ποσοστού των ψευδών συναγερωμών (CFAR), επειδή με τον κατάλληλο διασκορπισμό και τα κατάλληλα μοντέλα στόχων, μπορεί να αποδειχθεί ότι η έξοδος του ανιχνευτή έχει ένα CFAR παρουσία άγνωστων παραμέτρων διασκορπισμού. Το Σχήμα 33.5 απεικονίζει ένα σχεδιασμό για ένα πρότυπο CFAR. Οι παράμετροι διασκορπισμού υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τα βοηθητικά δείγματα κατά μήκος ενός κουτιού με ένα δοκιμαστικό δείγμα στο κέντρο. Αυτό το δοκιμαστικό δείγμα μπορεί να είναι πάνω στον στόχο αλλά μπορεί και όχι. Το μέγεθος του κουτιού που περιέχει τα βοηθητικά δείγματα είναι τέτοιο ώστε τα βοηθητικά δείγματα δεν επικαλύπτουν ένα στόχο όταν το δοκιμαστικό δείγμα είναι επί του στόχου. Πρέπει επίσης να κρατηθεί το μέγεθος του πλαισίου που περιέχει τα βοηθητικά δείγματα όσο το δυνατόν πιο μικρό, έτσι ώστε να έχουμε μια καλή τοπική εκτίμηση των παραμέτρων διασκορπισμού. Με αυτούς τους περιορισμούς σχεδιασμού, μια καλή επιλογή για το πρότυπο CFAR είναι μόλις δύο φορές πάνω από τη μέγιστη διάσταση των στόχων ενδιαφέροντος.



ΕΙΚΟΝΑ33.5 CFAR πρότυπο.

Ένας από αυτούς τους αλγόριθμους CFAR, που αρχικά αναπτύχθηκε από τον Goldstein [9], αναφέρεται ως CFAR δύο παραμέτρων ή το $\log -t$ test:

$$\frac{\log x - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log y_i}{\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\log y_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log y_i)^2}} \begin{matrix} H_1 \\ > \\ t \\ < \\ H_0 \end{matrix}$$

όπου

x είναι το δοκιμαστικό δείγμα

y_1, \dots, y_N είναι τα βοηθητικά δείγματα

Η δοκιμή αυτή πραγματοποιείται για κάθε pixel στην σκηνή SAR και η έξοδος είναι οριοθετημένη με το όριο t . Όταν το N είναι μεγάλο, το στατιστικό αποτέλεσμα της δοκιμής είναι περίπου ίδια με του Gauss αν τα δεδομένα SAR είναι λογαριθμικά κανονικά κατανεμημένα. Σε αυτή την περίπτωση, τα στατιστικά του Gauss μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον προσδιορισμό του ορίου για μια δεδομένη πιθανότητα εσφαλμένου συναγερμού. Στην πράξη, είναι πολύ πιο ακριβές να προσδιορίσουμε το όριο με ένα σύνολο εκπαιδευτικών δεδομένων. Αυτός είναι κατά κύριο λόγο ένας ανιχνευτής γωνιακού ανακλαστήρα, και η έξοδος σχεδόν πάντα θα πάρει περισσότερες από μια ανίχνευση ανά στόχο. Στην πράξη, ένας αλγόριθμος απλής ομαδοποίησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί βασισμένος στο μέγεθος των στόχων και την αναμενόμενη απόσταση των στόχων για να πάρει μία ανίχνευση ανά στόχο και να μειώσει τον αριθμό των ψευδών συναγερμών που είναι συνήθως συγκεντρωμένο. Η δοκιμή CFAR δύο παραμέτρων είναι ένα παράδειγμα ενός απλού ανιχνευτή στόχου SAR. Οι ερευνητές έχουν αναπτύξει, επίσης, πιο εξελιγμένους διέταξε στατιστικούς ανιχνευτές, πολλαπλο-πολωσιμετρικούς ανιχνευτές καναλιών, και διαχωριστές με βάση τα χαρακτηριστικά με αποτέλεσμα βελτιωμένη επίδοση των ανιχνευτών στόχου SAR [6-8].

Αυτός ο απλός προ-ανιχνευτής παίρνει ένα μεγάλο αριθμό λανθασμένων συναγερμών (εκατοντάδες ανά τετραγωνικό χιλιόμετρο σε ένα πολωσιμετρικό κανάλι, εικόνες ανάλυσης 1 ft) . Προκειμένου να μειωθεί περαιτέρω το ποσοστό ψευδών συναγερμών και να ταξινομηθούν οι στόχοι, περαιτέρω επεξεργασία είναι απαραίτητη για την έξοδο του προ-ανιχνευτή. Μία ευρέως χρησιμοποιούμενη προσέγγιση για την εκτέλεση αυτής της λειτουργίας ταξινόμησης είναι η εφαρμογή ενός ταξινομητή γραμμικού φίλτρου στην περιοχή ROIs προσδιορισμένου από την προ-ανιχνευτή. Ερευνητές έχουν αναπτύξει ένα μεγάλο αριθμό προσεγγίσεων για το σχεδιασμό αυτών των ταξινομητών γραμμικού φίλτρου, όπου περιλαμβάνονται χωρικά ταιριασμένα φίλτρα [7], συνθετικά διακρίνουσες συναρτήσεις [7], και διανυσματική κβάντωση/εκμάθηση φορέα κβαντισμού [8]. Η απλούστερη προσέγγιση είναι να οικοδομήσουμε τα χωρικά ταιριασμένα φίλτρα με το σπάσιμο του στόχου σε γωνιακές υποκατηγορίες, και να μετριάσουμε τις υπογραφές εκπαίδευσης σε μια συγκεκριμένη γωνιακή υποκατηγορία για να αποτυπώσει την υποκατηγορία. Στην πράξη, τα πρότυπα πρέπει να ομαλοποιηθούν επειδή η απόλυτη ενέργεια μιας υπογραφής δεδομένου στόχου είναι άγνωστη. Η ακριβής θέση ενός στόχου στην περιοχή ROIs είναι επίσης άγνωστη, οπότε το προσαρμοσμένο φίλτρο πρέπει να εφαρμόζεται για κάθε δυνατή θέση του στόχου. Αυτό πραγματοποιείται πιο αποτελεσματικά στο πεδίο των συχνοτήτων ως εξής:

$$\rho_{ij} = \max \{ FFT^{-1} [FFT(t_{ij}) \cdot FFT(x)^*] \}$$

όπου

χ είναι μια περιοχή ROI

t_{ij} είναι το χωρικά προσαρμοσμένο φίλτρο που αντιπροσωπεύει τον i-οστό στόχο και την j-οστή γωνιακή υποκατηγορία αυτού του στόχου.

Το ρ_{ij} υπολογίζεται για κάθε γωνιακή υποκατηγορία του κάθε στόχου, και η μέγιστη τιμή αντιπροσωπεύει την εκτίμηση της σωστής υποκατηγορίας στόχου και γωνίας . Η έξοδος μπορεί να απορρίψει ψευδείς συναγερμούς. Στην πράξη, το επίπεδο του ορίου καθορίζεται από δοκιμές και σε δεδομένα στόχων και ψευδών συναγερμών.

Σε αυτό το τμήμα, έχουμε αξιολογήσαμε μερικές βασικές έννοιες SARATD/R. Για μια πολύ πιο λεπτομερή μεταχείριση αυτού του θέματος, συμβουλευτείτε τις αναφορές και τη συνιστώμενη περαιτέρω βιβλιογραφία που δίνεται παρακάτω.

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία και Ανοιχτά Θέματα Έρευνας

Εδώ δίνεται μια πολύ σύντομη επισκόπηση του SAR με μερικά παραδείγματα αλγορίθμων. Τα στοιχεία στη λίστα αναφοράς δώσει μια πιο λεπτομερή επεξεργασία των θεμάτων που καλύπτονται σε αυτό το κεφάλαιο. Τα SAR αποτελεί ένα ενεργό ερευνητικό θέμα. Τα άρθρα σχετικά με αλγόριθμους SAR δημοσιεύονται τακτικά σε πολλά επιστημονικά περιοδικά και συνέδρια, συμπεριλαμβανομένων των

Περιοδικά:

IEEETransactionsonAerospaceandElectronicSystems,IEEETransactionsonGeoscience andRemoteSensing,IEEETransactionsonAntennasandPropagation,IEEETransactionson Signal Processing,andIEEETransactionsonImageProcessing.

. Συνέδρια: IEEENationalRadarConference, IEEEInternational RadarConference

InternationalSocietyforOpticalEngineering(SPIE)

Υπάρχουν πολλές ανοικτές περιοχές έρευνας για τους αλγόριθμους επεξεργασίας σήματος SAR που

. Εξακολουθούν να αναπτύσσουν την κατανόηση της χρησιμότητας και των εφαρμογών των πολλαπλών πολωσιμετρικών, πολλαπλών συχνοτήτων, και 3-DSAR

. Απόδοση / η ευρωστία του σχηματισμού εικόνας με βάση κάποια μοντέλα δεν είναι πλήρως κατανοητή

. Απόδοση / η ευρωστία διάφορων αλγορίθμων ανίχνευσης, διάκρισης, και ταξινόμησης δεν είναι πλήρως κατανοητή

. Δεν υπάρχει θεμελιώδης θεωρητική κατανόηση των περιορισμών απόδοσης (πχ. θεωρία Shannon)

Αναφορές

1. Curlander, J. C. and McDonough, R. N., Synthetic Aperture

Radar: Systems and Signal Processing, John Wiley & Sons, New York, 1991.

2. Wehner, D. R., High Resolution Radar, 2nd ed., Artech House, Boston, MA, 1995.

3. Stimson, G. W., Introduction to Airborne Radar, Hughes Aircraft Company, El Segundo, CA, 1983.

4. Skolnik, M., Introduction to Radar Systems, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1980.

5. Novak, L., Burl, M., and Irving, B., Optimal polarimetric processing for enhanced target detection,

- IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., 29(1), 234–244, Jan. 1993.
6. Stewart, C., Moghaddam, B., Hintz, K., and Novak, L., Fractional Brownian motion for synthetic aperture radar imagery scene segmentation, Proc. IEEE, 81(10), 1511–1522, Oct. 1993.
 7. Novak, L., Owirka, G., and Netishen, C., Radar target identification using spatial matched filters, Pattern Recognit., 27(4), 607–617, Apr. 1994.
 8. Stewart, C., Lu, Y.-C., and Larson, V., A neural clustering approach for high resolution radar target classification, Pattern Recognit., 27(4), 503–513, Apr. 1994.
 9. Goldstein, G., False-alarm regulation in log-normal and Weibull clutter, IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., 9, 84–92, 1972

8

Αλγόριθμοι επαναληπτικής αποκατάστασης εικόνας

8.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο θεωρούμε μια σειρά αλγορίθμων επαναληπτικής αποκατάστασης. Αν y είναι το παρατηρούμενο θορυβώδες και θολό σήμα, D ο χειριστής που περιγράφει το σύστημα υποβάθμισης, x η είσοδος στο σύστημα, και n ο θόρυβος που προστίθεται στο σήμα εξόδου, η σχέση εισόδου-εξόδου περιγράφεται από [3,51]

$$y = Dx + n. \quad (34.1)$$

Στο εξής, τα πεζά γράμματα με έντονη γραφή αντιπροσωπεύουν τους φορείς και τα κεφαλαία γράμματα έντονης γραφής αντιπροσωπεύουν έναν γενικό χειριστή ή έναν πίνακα. Το πρόβλημα, συνεπώς, που πρέπει να επιλυθεί είναι το αντίστροφο πρόβλημα της ανάκτησης του x από τη γνώση του y , D και n . Παρά το γεγονός ότι η παρουσίαση θα αναφέρεται και θα εφαρμόζεται σε σήματα κάθε διάστασης, η αποκατάσταση των εικόνων κλίμακας του γκρι είναι η κύρια εφαρμογή του ενδιαφέροντος.

Υπάρχουν πολυάριθμες εφαρμογές απεικόνισης που περιγράφονται από την Εξίσωση 34.1 [3,5,23,36,52]. Το D , για παράδειγμα, θα μπορούσε να αποτελέσει μοντέλο της παραγμένης ατμόσφαιρας σε αστρονομικές παρατηρήσεις με τηλεσκόπια εδάφους, ή ένα μοντέλο από την υποβάθμιση που εισήχθηκε μια συσκευή απεικόνισης εκτός εστίασης.

Το D μπορεί να αντιπροσωπεύει επίσης την κβάντωση που εκτελείται σε ένα σήμα, ή ένα μετασχηματισμό του, για τη μείωση του αριθμού των bit που απαιτούνται για την αναπαράσταση του σήματος (εφαρμογή συμπίεσης).

Η επιτυχία στην επίλυση οποιουδήποτε προβλήματος ανάκτησης εξαρτάται από την ποσότητα των διαθέσιμων προηγούμενων πληροφοριών. Αυτές οι πληροφορίες αναφέρονται σε ιδιότητες του αρχικού σήματος, στο σύστημα αποκωδόμησης (η οποία είναι σε γενικές γραμμές μόνο μερικώς γνωστή), και στη διαδικασία θορύβου. Τέτοιες προηγούμενες πληροφορίες μπορούν, για παράδειγμα, να αντιπροσωπεύονται από το γεγονός ότι το αρχικό σήμα είναι ένα δείγμα ενός στοχαστικού πεδίου, ή ότι το σήμα είναι "λείο," ή ότι το σήμα παίρνει μόνο μη αρνητικές τιμές. Εκτός από τον καθορισμό των προηγούμενων πληροφοριών, η ευκολία της ενσωμάτωσης σε αυτό τον αλγόριθμο ανάκτησης είναι εξίσου κρίσιμη.

Μετά την εγκατάσταση του μοντέλου αποκωδόμησης, το βήμα που ακολουθεί είναι η διαμόρφωση μιας προσέγγισης επίλυσης. Αυτό θα μπορούσε να περιλαμβάνει τη στοχαστική μοντελοποίηση του σήματος εισόδου (και του θορύβου), τον προσδιορισμό των παραμέτρων του μοντέλου, καθώς και τη διαμόρφωση ενός κριτηρίου βελτιστοποίησης. Εναλλακτικά θα μπορούσε να περιλαμβάνει τη σύνθεση ενός λειτουργικού συστήματος που θα μπορούσε να βελτιστοποιηθεί ενώ υπόκεινται σε περιορισμούς που επιβλήθηκαν από την προηγούμενη ενημέρωση. Στην απλούστερη δυνατή περίπτωση, η εξίσωση αποκωδόμησης καθορίζει άμεσα την προσέγγιση επίλυσης. Για παράδειγμα, εάν το D είναι ένας τετράγωνος αντιστρέψιμος πίνακας, και ο θόρυβος αγνοείται στην Εξίσωση 34.1, $x = D^{-1}y$ είναι η επιθυμητή μοναδική λύση. Στις περισσότερες περιπτώσεις, ωστόσο, η επίλυση της Εξίσωσης 34.1 παριστά ένα κακώς δοσμένο πρόβλημα [56]. Η Εφαρμογή της θεωρίας της κανονικότητας το μετατρέπει σε ένα καλώς ορισμένο πρόβλημα το οποίο παρέχει ουσιαστικές λύσεις στο αρχικό πρόβλημα.

Υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός προσεγγίσεων που παρέχουν λύσεις στο πρόβλημα αποκατάστασης εικόνας. Πρόσφατες αξιολογήσεις αυτών των προσεγγίσεων αναφέρονται, για παράδειγμα, στο [5,23]. Η πρόθεση αυτού του κεφαλαίου είναι να επικεντρωθεί μόνο σε ένα συγκεκριμένο τύπο επαναληπτικού αλγορίθμου, τον αλγόριθμο διαδοχικής προσέγγισης, και στην εφαρμογή του στο σήμα και στο πρόβλημα αποκατάστασης εικόνας. Η βασική μορφή ενός τέτοιου αλγορίθμου παρουσιάζεται και αναλύεται λεπτομερώς ώστε να εισαγάγει τον αναγνώστη στο

θέμα και να του απευθύνει τα ζητήματα που προκύπτουν.. Πιο εξελιγμένες μορφές του αλγορίθμου αυτού παρουσιάζονται στις επόμενες ενότητες.

8.2 Αλγόριθμοι Επαναληπτικής Ανάκτησης

Οι Επαναληπτικοί αλγόριθμοι αποτελούν ένα σημαντικό μέρος της θεωρίας βελτιστοποίησης και αριθμητική ανάλυση. Θα χρονολογούνται τουλάχιστον στα χρόνια Gauss, αλλά αντιπροσωπεύουν επίσης ένα θέμα της ενεργού έρευνας. Ένα μεγάλο μέρος της κάθε βιβλίο για τη θεωρία βελτιστοποίησης ή αριθμητική ανάλυση ασχολείται με επαναληπτική ή τεχνικές βελτιστοποίησης αλγορίθμων [43,44]. Σε αυτό το κεφάλαιο θα επανεξεταστούν ορισμένοι αλγόριθμοι που έχουν εφαρμοστεί για την επίλυση συγκεκριμένων προβλημάτων ανάκτησης σήματος κατά τα τελευταία 15-20 χρόνια. Θα παρουσιάσουμε εν συντομία μερικά από τα πιο βασικούς αλγορίθμους και επίσης θα επανεξετάσουμε ορισμένες από τις πρόσφατες εξελίξεις.

Μια πολύ περιεκτική εργασία που περιγράφει τα διάφορα αντίστροφα προβλήματα επεξεργασίας σήματος τα οποία μπορούν να επιλυθούν με τους επαναληπτικούς αλγόριθμους διαδοχικών προσεγγίσεων είναι η εργασία των Schafer et. al. [49]. Η βασική ιδέα πίσω από ένα τέτοιο αλγόριθμο είναι ότι η λύση στο πρόβλημα της ανάκτησης ενός σήματος που ικανοποιεί ορισμένους περιορισμούς από την υποβαθμισμένη παρατήρηση του μπορεί να βρεθεί από την εναλλακτική εφαρμογή της υποβάθμισης και του περιοριστικού χειριστή. Προβλήματα που αναφέρθηκαν στο [49], τα οποία μπορούν να λυθούν με έναν τέτοιο επαναληπτικό αλγόριθμο είναι το πρόβλημα ανάκτησης φάσεων, το πρόβλημα ανάκτησης μεγέθους, το φραγμένο σε κάποια ζώνη πρόβλημα παρέκτασης, το πρόβλημα αποκατάστασης εικόνας, και το σχεδιαστικό πρόβλημα φίλτρου [10]. Τα σχόλια των επαναληπτικών αλγορίθμων αποκατάστασης επίσης παρουσιάζονται στο [7,22]. Υπάρχουν ορισμένα πλεονεκτήματα που συνδέονται με επαναληπτικές τεχνικές αποκατάστασης, όπως στο [22,49] (1) δεν υπάρχει ανάγκη να καθορίσει ή να εφαρμόσει το αντίστροφο ενός χειριστή, (2) η γνώση σχετικά με την επίλυση μπορεί να ενσωματωθεί στη διαδικασία αποκατάστασης με ένα σχετικά απλό τρόπο, (3) η διαδικασία επίλυσης μπορεί να παρακολουθείται, καθώς προχωρά, και (4) το εν μέρει αποκαταστημένο σήμα μπορεί να χρησιμοποιείται για τον καθορισμό άγνωστων παραμέτρων που σχετίζονται με το διάλυμα.

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε την ανάπτυξη και την ανάλυση δύο απλών αλγορίθμων αποκατάστασης. Τέτοιοι αλγόριθμοι βασίζονται σε ένα απλούστερο μοντέλο υποβάθμισης, όταν η υποβάθμιση είναι γραμμική και χωρικά αμετάβλητη, και ο θόρυβος αγνοείται. Η περιγραφή αυτών των αλγορίθμων έχει

ως στόχο την παροχή μιας καλής κατανόησης των διαφόρων θεμάτων σχετικών με την επίλυση επαναληπτικών αλγορίθμων. Ακολουθεί αναπαράσταση του πίνακα - διανύσματος του μοντέλου αποκωδόμησης και των επαναληπτικών αλγορίθμων.

Αυτά τα συστήματα υποβάθμισης είναι γραμμικά αλλά όχι απαραίτητα αμετάβλητα στο χώρο. Η σχέση μεταξύ της απεικόνισης του πίνακα-διανύσματος και των ανυσμάτων της εξίσωσης υποβάθμισης καθώς και η επίλυση παρουσιάζονται. Επίσης, παρουσιάζονται συνοπτικά διάφορες μορφές επιλύσεων και οι επαναλήψεις που προκύπτουν. Όπως θα καταστεί σαφές, η βασική επανάληψη είναι η βάση για οποιαδήποτε από τις επαναλήψεις που θα παρουσιαστούν.

8.3 Χωρικά Αμετάβλητη Υποβάθμιση

8.3.1 Μοντέλο υποβάθμισης

Ας εξετάσουμε το ακόλουθο μοντέλο υποβάθμισης

$$y(i,j) = d(i,j)*x(i,j), \quad (34.2)$$

όπου

τα $y(i,j)$ και $x(i,j)$ αντιπροσωπεύουν, αντίστοιχα, την παρατηρούμενη αποκωδόμηση και την αρχική εικόνα, $d(i,j)$ είναι η παλμική απόκριση του συστήματος υποβάθμισης

* Υποδηλώνει δύο διαστάσεων (2D) συνέλιξη

Θα ξαναγράψουμε την εξίσωση 34,2 ως εξής:

$$\Phi[x(i,j)] = y(i,j) - d(i,j)*x(i,j) = 0. \quad (34.3)$$

Το πρόβλημα αποκατάστασης, κατά συνέπεια, εύρεσης μίας τιμής του $x(i,j)$ με δεδομένα $y(i,j)$ και το $d(i,j)$ γίνεται το πρόβλημα εύρεσης της ρίζας $\Phi[x(i,j)] = 0$.

8.3.2 Βασικός επαναληπτικός αλγόριθμος Αποκατάστασης

Ισχύει η ακόλουθη ταυτότητα για οποιαδήποτε τιμή της παραμέτρου β :

$$x(i, j) = x(i, j) + \beta \Phi[x(i, j)]. \quad (34.4)$$

Η Εξίσωση 34.4 δημιουργεί τη βάση για τη διαδοχική προσεγγιστική επανάληψη ερμηνεύοντας το $x(i, j)$ στην αριστερή πλευρά σαν τη λύση στο τρέχον στάδιο επανάληψης και $x(i, j)$ στην δεξιά πλευρά, σαν την επίλυση κατά το προηγούμενο στάδιο επανάληψης. Δηλαδή,

$$\begin{aligned} x_0(i, j) &= 0 \\ x_{k+1}(i, j) &= x_k(i, j) + \beta \Phi[x_k(i, j)] \\ &= \beta y(i, j) + [\delta(i, j) - \beta d(i, j)] * x_k(i, j), \end{aligned} \quad (34.5)$$

όπου

$\delta(i, j)$ είναι η διακριτή συνάρτηση δέλτα

β είναι η παράμετρος χαλάρωσης η οποία ελέγχει την σύγκλιση καθώς επίσης και την ταχύτητα σύγκλισης της επανάληψης

Η επανάληψη στην Εξίσωση 34.5 είναι η βάση ενός μεγάλου αριθμού επαναληπτικών αλγορίθμων ανάκτησης, μερικοί από τους οποίους θα παρουσιαστούν στα επόμενα κεφάλαια [1,14,17,31,33,38]. Αυτός είναι και ο λόγος που θα γίνει ανάλυση με αρκετές λεπτομέρειες. Αυτό που διαφοροποιεί τους διάφορους επαναληπτικούς αλγόριθμους είναι η μορφή της συνάρτησης $\Phi[x(i, j)]$. Ίσως η παλαιότερη αναφορά σε επανάληψη στην Εξίσωση 34.5 έγινε από τον VanCittert [61] το 1930. Στην περίπτωση αυτή, το αποτέλεσμα β είναι ίσο με ένα. Οι Janssonetal. [17], τροποποίησαν τον αλγόριθμο VanCittert αντικαθιστώντας το β με μια παράμετρο χαλάρωσης που εξαρτάται από το σήμα. Επίσης οι Kawataetal. [31,33] χρησιμοποίησαν την εξίσωση 34,5 για την αποκατάσταση της εικόνας με μια σταθερή ή μια μεταβαλλόμενη παράμετρο β .

8.3.3 Σύγκλιση

Είναι προφανές ότι αν μια ρίζα του $\Phi[x(i, j)]$ υπάρχει, αυτή η ρίζα είναι ένα σταθερό σημείο επανάληψης της Εξίσωσης 34,5, δηλαδή $x_{k+1}(i, j) = x_k(i, j)$. Δεν εγγυάται, ωστόσο, ότι η επανάληψη στην Εξίσωση 34.5 θα συγκλίνει ακόμα και αν η Εξίσωση 34.3 έχει μια ή περισσότερες λύσεις. Ας εξετάσουμε υπό ποιες

προϋποθέσεις (επαρκείς συνθήκες) συγκλίνει η επανάληψη στην Εξίσωση 34.5. Ας ξαναγράψουμε για πρώτη φορά στο διακριτό πεδίο της συχνότητας, λαμβάνοντας τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier δυο διαστάσεων (DFT) και των δύο πλευρών. Θα πρέπει να αναφερθεί εδώ ότι οι συστοιχίες που εμπλέκονται στην επανάληψη στην Εξίσωση 34.5 είναι κατάλληλα ενισχυμένες με μηδενικά έτσι ώστε το αποτέλεσμα των δισδιάστατων κυκλικών συνελίξεων να ισούται με το αποτέλεσμα της δισδιάστατης γραμμικής συνελίξης στην Εξίσωση 34.2. Η απαιτούμενη προσθήκη μηδενικών καθορίζει το μέγεθος του δισδιάστατου DFT. Η Επανάληψη στην εξίσωση 34.5 τότε γίνεται

$$\begin{aligned} X_0(u, v) &= 0 \\ X_{k+1}(u, v) &= \beta Y(u, v) + [1 - \beta D(u, v)]X_k(u, v), \end{aligned} \quad (34.6)$$

όπου $X_k(u, v)$, $Y(u, v)$, και $D(u, v)$ αντιπροσωπεύουν το 2DDFT των $x_k(i, j)$, $y(i, j)$, και $d(i, j)$, αντιστοίχως, και (u, v) , το δισδιάστατο διακριτό πλέγμα συχνότητας. Εκφράζουμε το $X_k(u, v)$, με όρους $X_0(u, v)$. Σαφώς,

$$\begin{aligned} X_1(u, v) &= \beta Y(u, v) \\ X_2(u, v) &= \beta Y(u, v) + [1 - \beta D(u, v)]\beta Y(u, v) \\ &= \sum_{\ell=0}^1 [1 - \beta D(u, v)]^{\ell} \beta Y(u, v) \\ &\quad \vdots \\ X_k(u, v) &= \sum_{\ell=0}^{k-1} [1 - \beta D(u, v)]^{\ell} \beta Y(u, v) \\ &= \frac{1 - [1 - \beta D(u, v)]^k}{1 - [1 - \beta D(u, v)]} \beta Y(u, v) \\ &= [1 - [1 - \beta D(u, v)]^k] X(u, v) \end{aligned} \quad (34.7)$$

αν $D(u, v) \neq 0$. Για $D(u, v) = 0$,

$$X_k(u, v) = k \cdot \beta Y(u, v) = 0, \quad (34.8)$$

Εφόσον $Y(u, v) = 0$ στις διακριτές συχνότητες (u, v) για τις οποίες $D(u, v) = 0$. Από την Εξίσωση 34,7 εάν

$$|1 - \beta D(u, v)| < 1, \quad (34.9)$$

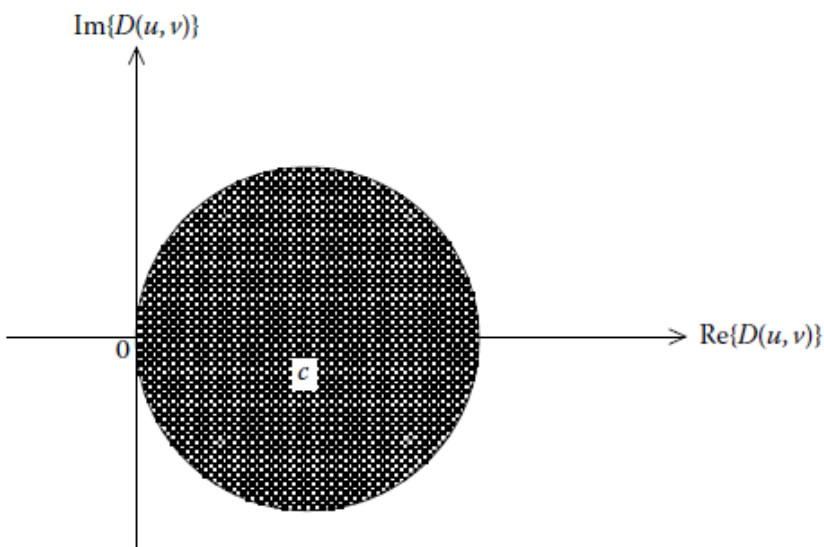
τότε

$$\lim_{k \rightarrow \infty} X_k(u, v) = X(u, v). \quad (34.10)$$

Ρίχνοντας μια πιο προσεκτική ματιά στο ικανή συνθήκη για σύγκλιση, η εξίσωση 34.9, μπορεί να ξαναγραφεί ως

$$\begin{aligned} |1 - \beta \operatorname{Re}\{D(u, v)\} - \beta \operatorname{Im}\{D(u, v)\}|^2 &< 1 \\ \Rightarrow [1 - \beta \operatorname{Re}\{D(u, v)\}]^2 &< 1. \end{aligned} \quad (34.11)$$

Η Εξίσωση 34.11 καθορίζει την περιοχή μέσα σε έναν κύκλο ακτίνας $1 / \beta$ που επικεντρώνεται στο $c = (1 / \beta, 0)$ στον τομέα $(\operatorname{Re}\{D(u, v)\}, \operatorname{Im}\{D(u, v)\})$, όπως δείχνεται στο Σχήμα 34.1. Από αυτό το σχήμα είναι σαφές ότι το αριστερό



ΕΙΚΟΝΑ 34.1 Γεωμετρική Ερμηνεία της επαρκούς συνθήκης για σύγκλιση της βασικής επανάληψης όπου $c = (1 / \beta, 0)$.

ημιεπίπεδο δεν περιλαμβάνεται στην περιοχή της σύγκλισης. Δηλαδή, ακόμη και αν

μειώνοντας το β το μέγεθος της περιοχής της σύγκλισης αυξάνεται, εάν το πραγματικό τμήμα του $D(u, v)$ είναι αρνητικό, η επαρκής προϋπόθεση για σύγκλιση δεν μπορεί να ικανοποιηθεί. Επομένως, για την κατηγορία των υποβαθμίσεων που υπόκεινται σε αυτή την περίπτωση, όπως η υποβάθμιση λόγω της κίνησης, οι επαναλήψεις στην Εξίσωση 34.5 δεν εγγυώνται τη σύγκλιση.

Η ακόλουθη μορφή αποτελεσμάτων της Εξίσωσης 34.11 όταν $\text{Im} \{D(u, v)\} = 0$, το οποίο σημαίνει ότι το $d(i, j)$ είναι συμμετρικό

$$0 < \beta < \frac{2}{D_{\max}(u, v)}, \quad (34.12)$$

όπου το $D_{\max}(u, v)$ δηλώνει τη μέγιστη τιμή του $D(u, v)$ σε όλες τις συχνότητες (u, v) . Αν επίσης λάβουμε υπόψη ότι $d(i, j)$ είναι τυπικώς κανονικό, δηλαδή, $\sum_{i,j} d(i, j) = 1$, και αντιπροσωπεύει μια υποβάθμιση, τότε το $D(0, 0) = D_{\max}(u, v) = 1$. Σε αυτή την περίπτωση η Εξίσωση 34.11 γίνεται

$$0 < \beta < 2. \quad (34.13)$$

Από την παραπάνω ανάλυση, όταν ικανοποιείται η επαρκής συνθήκη για τη σύγκλιση, η επανάληψη συγκλίνει με το αρχικό σήμα. Αυτή είναι επίσης η αντίστροφη λύση που λαμβάνεται απευθείας από την εξίσωση υποβάθμισης. Δηλαδή, ξαναγράφοντας την Εξίσωση 34.2 στο διακριτό πεδίο συχνοτήτων

$$Y(u, v) = D(u, v) \cdot X(u, v), \quad (34.14)$$

Παίρνουμε, για $D(u, v) \neq 0$

$$X(u, v) = \frac{Y(u, v)}{D(u, v)}. \quad (34.15)$$

Ένα σημαντικό σημείο που πρέπει να τονιστεί εδώ είναι ότι, σε αντίθεση με την επαναληπτική λύση, η αντίστροφη λύση της Εξίσωσης 34.15 μπορεί να επιτευχθεί χωρίς την επιβολή απαιτήσεων για $D(u, v)$. Δηλαδή, ακόμη και αν Εξίσωση 34.2 ή 34.14 έχει μια μοναδική λύση, δηλαδή, $D(u, v) \neq 0$ για όλους (u, v) , η επανάληψη στην Εξίσωση 34.5 δεν μπορεί να συγκλίνει, αν η ικανή συνθήκη για τη σύγκλιση δεν ικανοποιείται. Δεν είναι, συνεπώς, η κατάλληλη επανάληψη για την επίλυση του προβλήματος. Στην πραγματικότητα, η επανάληψη στην Εξίσωση 34.5 μπορεί να μην διαθέτει πλεονεκτήματα σε σχέση με την άμεση εφαρμογή του αντιστρόφου

φίλτρου της Εξίσωσης 34.15, εάν δεν χρησιμοποιούνται άλλα χαρακτηριστικά των επαναληπτικών αλγορίθμων, όπως θα εξηγηθεί αργότερα. Το μόνο δυνατό πλεονέκτημα της επανάληψης στην Εξίσωση 34.5 έναντι της Εξίσωσης 34.15 είναι ότι η ενίσχυση του θορύβου στην αποκατεστημένη εικόνα μπορεί να ελέγχεται με την περάτωση της επανάληψης πριν τη σύγκλιση, που αντιπροσωπεύει μια άλλη μορφή συστηματοποίησης. Η επίδραση του θορύβου σχετικά με την ποιότητα της αποκατάστασης έχει μελετηθεί πειραματικά στο [47]. Μια επανάληψη που θα συγκλίνει προς την αντίστροφη λύση της Εξίσωσης 34.2 για κάθε $d(i, j)$ περιγράφεται στην επόμενη ενότητα.

8.3.4 Επαναθόλωμα

Η Εξίσωση αποικοδόμησης 34.2 μπορεί να τροποποιηθεί έτσι ώστε η διαδοχική προσεγγιστική επανάληψη συγκλίνει για μία μεγαλύτερη τάξη υποβαθμίσεων. Δηλαδή, τα παρατηρούμενα δεδομένα $y(i, j)$ φιλτράρονται πρώτα (reblurred) από ένα σύστημα με παλμική απόκριση $d^*(-i, -j)$, όπου το * δηλώνει σύνθετη σύζευξη [32]. Η εξίσωση 34.2, επομένως, γίνεται

$$\begin{aligned}\tilde{y}(i, j) &= y(i, j) * d^*(-i, -j) = d^*(-i, -j) * d(i, j) * x(i, j) \\ &= \tilde{d}(i, j) * x(i, j).\end{aligned}\tag{34.16}$$

Αν ακολουθήσουμε τα ίδια βήματα όπως και στην προηγούμενη ενότητα αντικαθιστώντας $y(i, j)$ με $\tilde{y}(i, j)$ και το $d(i, j)$ από $\tilde{d}(i, j)$, η επανάληψη που παρέχει μια λύση με την Εξίσωση 34.16 καθίσταται

$$\begin{aligned}x_0(i, j) &= 0 \\ x_{k+1}(i, j) &= x_k(i, j) + \beta d^*(-i, -j) * [y(i, j) - d(i, j) * x_k(i, j)] \\ &= \beta d^*(-i, -j) * y(i, j) + [\delta(i, j) - \beta d^*(-i, -j) * d(i, j)] * x_k(i, j).\end{aligned}\tag{34.17}$$

Τώρα, η ικανή συνθήκη για σύγκλιση, που αντιστοιχεί στη συνθήκη στην Εξίσωση 34.9, γίνεται

$$|1 - \beta |D(u, v)|^2| < 1\tag{34.18}$$

η οποία μπορεί να είναι πάντα ικανή για

$$0 < \beta < \frac{2}{\max_{u,v} |D(u,v)|^2}. \quad (34.19)$$

Η παρουσίαση μέχρι σήμερα έχει ακολουθήσει μια μάλλον απλή και διαισθητική πορεία, η οποία επιδεικνύει μερικά από τα ζητήματα που εμπλέκονται στην ανάπτυξη και εφαρμογή ενός επαναληπτικού αλγορίθμου. Προχωρούμε στη συνέχεια στην τυποποίηση μήτρας-φορέα της διαδικασίας υποβάθμισης και την επανάληψη αποκατάστασης. Δανειζόμαστε αποτελέσματα από την αριθμητικές αναλύσεις για τη λήψη των αποτελεσμάτων της σύγκλισης της προηγούμενης ενότητας, αλλά και πιο γενικών αποτελεσμάτων.

8.4 Διατύπωση Πίνακα-Διανύσματος

Αυτό που κατέστη σαφές από τα προηγούμενα κεφάλαια είναι ότι κατά την εφαρμογή της επανάληψης διαδοχικής προσέγγισης το πρόβλημα αποκατάστασης που πρέπει να λυθεί φέρεται πρώτα στη μορφή εύρεσης της ρίζας μιας συνάρτησης (βλέπε εξίσωση 34.3). Με άλλα λόγια, μια λύση στο πρόβλημα αποκατάστασης ζητείται ώστε να ικανοποιεί

$$\Phi(x)=0, \quad (34.20)$$

όπου

$x \in R^N$ είναι η διανυσματική αναπαράσταση του σήματος που προκύπτει από τη στοίβαξη ή την τοποθέτηση του αρχικού σήματος $\Phi(x)$ παριστά γενικά μία μη γραμμική λειτουργία

Η κατά σειρά, από αριστερά προς τα δεξιά στοίβαξη μιας εικόνας $x(i, j)$ συνήθως αναφέρεται ως λεξικογραφική τοποθέτηση.

Στη συνέχεια, η επανάληψη διαδοχικών προσεγγίσεων που θα μπορούσε να μας δώσει μια λύση στην εξίσωση 34.20 δίνεται από τον τύπο

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0 &= \mathbf{0} \\ \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{x}_k + \beta \Phi(\mathbf{x}_k) \\ &= \Psi(\mathbf{x}_k). \end{aligned} \quad (34.21)$$

Σαφώς εάν x^* είναι ένα διάλυμα με $\Phi(x) = 0$, δηλαδή, $\Phi(x^*) = 0$, τότε x^* είναι επίσης ένα σταθερό σημείο στην παραπάνω επανάληψη εφόσον $x_{k+1} = x_k = x^*$. Ωστόσο, όπως συζητήθηκε στην προηγούμενη ενότητα, ακόμη και αν η x^* είναι η μοναδική λύση στην Εξίσωση 34.20, αυτό δεν συνεπάγεται ότι επανάληψη στην Εξίσωση 34.21 θα συγκλίνει. Αυτό τονίζει και πάλι τη σημασία της σύγκλισης σε σχέση με επαναληπτικούς αλγόριθμους. Η επανάληψη μορφής στην Εξίσωση 34.21 για διάφορες μορφές της συνάρτησης $\Phi(x)$ θα εξεταστεί στις ακόλουθες ενότητες.

8.4.1 Βασική Επανάληψη

Από την εξίσωση αποικοδόμησης 34.1, η απλούστερη δυνατή μορφή που η $\Phi(x)$ μπορεί να πάρει, όταν ο θόρυβος αγνοείται, είναι

$$\Phi(x) = y - Dx. \quad (34.22)$$

Στη συνέχεια, η εξίσωση 34.21 γίνεται

$$\begin{aligned} x_0 &= 0 \\ x_{k+1} &= x_k + \beta(y - Dx_k) \\ &= \beta y + (I - \beta D)x_k \\ &= \beta y + G_1 x_k, \end{aligned} \quad (34.23)$$

όπου I είναι ο διαχειριστής ταυτότητας.

8.4.2 Επανάληψη Ελαχίστων Τετραγώνων

Μια ελαχίστων τετραγώνων προσέγγιση ακολουθηθεί για την επίλυση της Εξίσωσης 34.1. Δηλαδή, ζητείται μια λύση η οποία ελαχιστοποιεί

$$M(x) = \|y - Dx\|^2. \quad (34.24)$$

Μια αναγκαία συνθήκη για να έχει ένα ελάχιστο η $M(x)$ είναι ότι η κλίση της σε σχέση με το x πρέπει να είναι ίσο με μηδέν, που έχει σαν αποτέλεσμα τις κανονικές εξισώσεις

$$D^T D x = D^T y \quad (34.25)$$

ή

$$\Phi(\mathbf{x}) = \mathbf{D}^T(\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{x}) = 0, \quad (34.26)$$

όπου ο εκθέτης T υποδηλώνει την μεταφορά ενός πίνακα ή ενός διανύσματος. Η Εφαρμογή της επανάληψης στην Εξίσωση 34.21 έχει ως αποτελέσματα

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0 &= \mathbf{0} \\ \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{x}_k + \beta \mathbf{D}^T(\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{x}_k) \\ &= \beta \mathbf{D}^T \mathbf{y} + (\mathbf{I} - \beta \mathbf{D}^T \mathbf{D}) \mathbf{x}_k \\ &= \beta \mathbf{D}^T \mathbf{y} + \mathbf{G}_2 \mathbf{x}_k. \end{aligned} \quad (34.27)$$

Αναφέρεται εδώ ότι η αναπαράσταση πίνακα-διανύσματος μιας επανάληψης δεν καθορίζει απαραίτητως τον τρόπο με τον οποίο υλοποιείται η επανάληψη. Με άλλα λόγια, η σημειακή εκδοχή της επανάληψης μπορεί να είναι πιο αποτελεσματική σε επίπεδο εφαρμογής από τη μορφή πίνακα-διανύσματος της επανάληψης.

8.5 Πίνακας-διάνυσμα και Αναπαραστάσεις Διακριτής Συχνότητας

Όταν οι εξισώσεις 34.22 και 34.26 προκύπτουν από την Εξίσωση 34.2, οι προκύπτουσες επαναλήψεις στις Εξισώσεις 34.23 και 34.27 θα πρέπει να είναι ταυτόσημες με τις επαναλήψεις στις Εξισώσεις 34.5 και 34.17, αντίστοιχα. Το θέμα αυτό, της αντιπροσώπευσης μιας εξίσωσης πίνακα-διανύσματος στο διακριτό πεδίο συχνότητας, εξετάζεται στη συνέχεια.

Κάθε πίνακας μπορεί να διαγωνιοποιείται χρησιμοποιώντας την αποσύνθεση των μονών τιμών του. Η Εύρεση, σε γενικές γραμμές, των μονών τιμών από έναν πίνακα χωρίς ειδική δομή είναι ένα εξαιρετικά δύσκολο έργο, δεδομένου επίσης του μεγέθους των πινάκων που εμπλέκονται στην αποκατάσταση της εικόνας. Για παράδειγμα, για μια εικόνα 256×256 , το \mathbf{D} είναι μεγέθους $64 \text{ K} \times 64 \text{ K}$. Η κατάσταση απλοποιείται, ωστόσο, εάν το μοντέλο αποικοδόμησης της Εξίσωσης 34.2, το οποίο αντιπροσωπεύει μια ειδική περίπτωση του μοντέλου αποικοδόμησης της Εξίσωσης 34.1, είναι εφαρμόσιμο. Στην περίπτωση αυτή, η υποβάθμιση πίνακα \mathbf{D} είναι μπλοκ circulant [3]. Αυτό συνεπάγεται ότι οι μοναδιαίες τιμές του \mathbf{D} είναι οι τιμές DFT του $d(i,j)$, και τα ιδιοδιανύσματα είναι οι σύνθετες εκθετικές συναρτήσεις βάσης του DFT. Στην αρχική μορφή, αυτή η σχέση μπορεί να εκφραστεί από

$$D = W\tilde{D}W^{-1}, \quad (34.28)$$

όπου

\tilde{D} είναι ένας διαγώνιος πίνακας με καταχωρημένες τις τιμές DFT του $d(i, j)$
 W είναι ο αρχικός πίνακας που σχηματίζεται από τα ιδιοδιανύσματα D

Το προϊόν $W^{-1}z$, όπου το z είναι οπωσδήποτε διάνυσμα, μας παρέχει ένα διάνυσμα που σχηματίζεται από λεξικογραφική τοποθέτηση των τιμών DFT του $z(i, j)$. Αντικαθιστώντας το D από την εξίσωση 34,28 σε επανάληψη στην Εξίσωση 34,23 και πολλαπλασιάζει τις δύο πλευρές με W^{-1} , η επανάληψη στην Εξίσωση 34,5 έχει αποτελέσματα. Η ίδια επανάληψη στην Εξίσωση 34.17 προκύπτει από επανάληψη στην Εξίσωση 34.27. Σε αυτή την περίπτωση, το επαναθόλομα, όπως ονομάστηκε, όταν είχε προταθεί αρχικά, δεν είναι τίποτα άλλο από την λύση ελαχίστων τετραγώνων για το αντίστροφο πρόβλημα. Σε γενικές γραμμές, αν σε μια εξίσωση πίνακα -διανύσματος όλες οι αρχικές μορφές που εμπλέκονται είναι circulant μπλοκ, μια ισοδύναμη έκφραση ενός διακριτού δισδιάστατου πεδίου συχνοτήτων μπορεί να ληφθεί. Σαφώς, μια απεικόνιση ενός πίνακα -διανύσματος περιλαμβάνει μια σημαντικά μεγαλύτερη τάξη υποβάθμισης απ' ό,τι η γραμμική χωρικά αμετάβλητη υποβάθμιση.

8.6 Σύγκλιση

Για την αντιμετώπιση επαναληπτικών αλγορίθμων, η σύγκλισή τους, καθώς και το ρυθμός σύγκλισής τους είναι πολύ σημαντικά ζητήματα. Μερικά γενικά αποτελέσματα σύγκλισης θα παρουσιαστούν σε αυτή την ενότητα. Αυτά τα αποτελέσματα θα παρουσιαστούν για γενικούς χειριστές, αλλά και ισοδύναμες αναπαραστάσεις στο διακριτό πεδίο της συχνότητας μπορούν να επιτευχθούν αν όλοι οι πίνακες που συμμετέχουν είναι circulant μπλοκ.

Το θεώρημα χαρτογράφησης συστολής χρησιμεύει συνήθως ως βάση για τον καθορισμό της σύγκλισης των επαναληπτικών αλγορίθμων. Σύμφωνα με αυτό, η επανάληψη στην Εξίσωση 34.21 συγκλίνει σε ένα μοναδικό σταθερό σημείο x^* , δηλαδή, ένα σημείο τέτοιο ώστε $\Psi(x^*) = x^*$ για κάθε αρχικό διάνυσμα εάν ο χειριστής ή μετασχηματισμός $\Psi(x)$ είναι μια συστολή. Αυτό σημαίνει ότι για οποιαδήποτε δύο διανύσματα z_1 και z_2 στον τομέα του $\Psi(x)$ για την ακόλουθη σχέση ισχύει:

$$\|\Psi(z_1) - \Psi(z_2)\| \leq \eta \|z_1 - z_2\|, \quad (34.29)$$

όπου

η είναι αυστηρά μικρότερο του ενός
 $\|\cdot\|$ υποδηλώνει οποιοδήποτε κανόνα

Αναφέρεται εδώ ότι η προϋπόθεση στην Εξίσωση 34.29 εξαρτάται από τον κανόνα, δηλαδή, μια χαρτογράφηση μπορεί να είναι συσταλτική σύμφωνα με έναν κανόνα, αλλά μη συσταλτική σύμφωνα με κάποιον άλλο.

8.6.1 Βασική Επανάληψη

Για επανάληψη στην Εξίσωση 34.23 η ικανή συνθήκη σύγκλισης στην Εξίσωση 34.29 έχει ως αποτέλεσμα

$$\|I - \beta D\| < 1, \quad \text{or} \quad \|G_1\| < 1. \quad (34.30)$$

Εάν χρησιμοποιείται ο κανόνας l_2 , τότε η συνθήκη στην Εξίσωση 34.30 είναι ισοδύναμη με το ερώτημα ότι

$$\max_i |\sigma_i(G_1)| < 1, \quad (34.31)$$

όπου $|\sigma_i(G_1)|$ είναι η απόλυτη τιμή της i -οστής μοναδικής τιμής του G_1 [54].

Η αναγκαία και ικανή συνθήκη για να συγκλίνει η επανάληψη στην Εξίσωση 34.23 σε ένα μοναδικό σταθερό σημείο είναι

$$\max_i |\lambda_i(G_1)| < 1, \quad \text{or} \quad \max_i |1 - \beta \lambda_i(D)| < 1, \quad (34.32)$$

όπου $|\lambda_j(A)|$ j αντιπροσωπεύει το μέγεθος της i -οστής ιδιοτιμής του πίνακα A . Σαφώς για έναν συμμετρικό πίνακα D οι συνθήκες στις Εξισώσεις 34.30 και 34.32 είναι ισοδύναμες. Οι συνθήκες στις εξισώσεις 34.29 με 34.32 χρησιμοποιούνται στον καθορισμό του εύρους των τιμών του b για το οποίο η σύγκλιση της επανάληψης στην Εξίσωση 34.23 είναι εγγυημένη.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση κατά την οποία ο πίνακας D είναι μοναδικός (ο D έχει τουλάχιστον μία μηδενική ιδιοτιμή), δεδομένου ότι αντιπροσωπεύει μια σειρά από τυπικές στρεβλώσεις του ενδιαφέροντος (π.χ., οι στρεβλώσεις που οφείλονται στην κίνηση, αποεστίαση, κλπ.). Έτσι, δεν υπάρχει αξία του β για τις οποίες πληρούνται οι προϋποθέσεις στην Εξίσωση 34,31 ή την 34,32. Σε αυτή την περίπτωση το G_1 είναι χαρτογράφηση που δεν επεκτείνεται (το

η στην Εξίσωση 34.29 είναι ίσο με ένα). Η χαρτογράφηση μπορεί να έχει οποιοδήποτε αριθμό σταθερών σημείων (μηδέν σε απείρως πολλά). Ωστόσο, ένα πολύ χρήσιμο αποτέλεσμα λαμβάνεται εάν περιορίσουμε περαιτέρω τις ιδιότητες του D (αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να μην υπάρξει απώλεια γενικότητας, όπως θα καταστεί σαφές στις ακόλουθες ενότητες). Δηλαδή, εάν το D είναι ένας συμμετρικός, ημι-θετικός ορισμένος πίνακας (όλες οι ιδιοτιμές του είναι μη αρνητικές), τότε σύμφωνα με το θεώρημα Bialy [6], η επανάληψη στην Εξίσωση 34.23 θα συγκλίνει στον ελάχιστο κανόνα επίλυσης της Εξίσωσης 34.1, εάν υπάρχει λύση, συν τη προβολή της x_0 επί του μηδενικού χώρου D για

$0 < \beta < 2 \cdot \|D\|^{-1}$. Το θεώρημα μας παρέχει τα μέσα για την ενσωμάτωση πληροφοριών σχετικά με το αρχικό σήμα εντός της τελικής λύσης με τη χρήση της αρχικής συνθήκης.

Προφανώς, όταν D είναι circulant μπλοκ οι συνθήκες για τη σύγκλιση που φαίνονται παραπάνω μπορούν να γραφτούν στο διακριτό πεδίο συχνότητας. Πιο συγκεκριμένα, οι συνθήκες στις Εξισώσεις 34.31 και 34.9 είναι ταυτόσημες σε αυτή την περίπτωση.

8.6.2 Επανάληψη με Επαναθώλωμα

Τα αποτελέσματα της σύγκλισης που παρουσιάστηκαν παραπάνω ισχύουν και για επανάληψη στην Εξίσωση 34.27, αντικαθιστώντας το G_1 με G_2 στις Εξισώσεις 34.30 μέχρι 34.32. Αν το $D^T D$ είναι μοναδικό, σύμφωνα με το θεώρημα Bialy, η επανάληψη στην Εξίσωση 34.27 θα συγκλίνει στον ελάχιστο κανόνα ελαχίστων τετραγωνικών λύσεων της Εξίσωσης 34.1, που υποδηλώνεται με x^+ , για

$0 < \beta < 2 \cdot \|D\|^{-2}$, δεδομένου το $D^T y$ είναι στην περιοχή του $D^T D$.

Ο ρυθμός σύγκλισης των επαναλήψεων στην εξίσωση 34.27 είναι γραμμική. Αν συμβολίζουμε με D^+ τη γενικευμένη αντίστροφη μορφή του D , η οποία είναι, $x^+ = D^+ y$, τότε ο ρυθμός της σύγκλισης της Εξίσωσης 34.27 περιγράφεται από τη σχέση [24]

$$\frac{\|x_k - x^+\|}{\|x^+\|} \leq c^{k+1}, \quad (34.33)$$

όπου

$$c = \max \{ |1 - \beta \|D\|^2|, |1 - \beta \|D^+\|^{-2}| \}. \quad (34.34)$$

Η έκφραση του c στην Εξίσωση 34.34 θα χρησιμοποιηθεί επίσης στο κεφάλαιο 34.8, όπου παρουσιάζονται υψηλότερου βαθμού επαναληπτικοί αλγόριθμοι.

8.7 Χρήση των Περιορισμών

Οι Επαναληπτικοί αλγόριθμοι αποκατάστασης σήματος έγιναν και πάλι δημοφιλείς στη δεκαετία του 1970, λόγω της συνειδητοποίησης ότι βελτιωμένες λύσεις μπορούν να επιτευχθούν με την ενσωμάτωση προτέρων γνώσεων για τη λύση στη διαδικασία αποκατάστασης. Για παράδειγμα, μπορεί να γνωρίζουμε εκ των προτέρων ότι το x έχει περιορισμένο εύρος ή χώρο, ή μπορεί να γνωρίζουμε ότι το x μπορεί να έχει μόνο μη αρνητικές τιμές. Ένας βολικός τρόπος έκφρασης τέτοιας προηγούμενης γνώσης είναι να καθορίσουμε έναν C περιοριστικό χειριστή, ώστε

$$x=Cx, \quad (34.35)$$

αν και μόνο αν το x ικανοποιεί τον περιορισμό. Σε γενικές γραμμές, το C αντιπροσωπεύει την αλληλουχία περιοριστικών χειριστών. Με τη χρήση περιορισμών, η επανάληψη στην Εξίσωση 34.21 γίνεται [49]

$$\begin{aligned} x_0 &= 0, \\ x_k &= Cx_k, \\ x_{k+1} &= \Psi(\bar{x}_k). \end{aligned} \quad (34.36)$$

Η πρόσφατη δημοσιότητα των περιοριστικών αλγορίθμων αποκατάστασης οφείλεται επίσης στο γεγονός ότι οι λύσεις σε μια σειρά προβλημάτων αποκατάστασης, όπως το πρόβλημα φραγμένο σε κάποια ζώνη παρέκταση [48,49] και η ανοικοδόμηση από το πρόβλημα φάσης ή μεγέθους[49,57]δίνονταν με τη χρήση αλγορίθμων της μορφής της Εξίσωσης 34.36 περιγράφοντας κατάλληλα τους χειριστές παραμόρφωσης και περιορισμού.

Αυτοί οι χειριστές ορίζονται στους τομείς διακριτού χώρου ή συχνότητας. Μια ανασκόπηση των προβλημάτων που μπορούν να λυθούν από έναν αλγόριθμο της μορφής της Εξίσωσης 34.36 παρουσιάζεται από τους Schaferetal.[49].

Το θεώρημα συστολικής χαρτογράφησης μπορεί και πάλι να χρησιμοποιηθεί ως βάση για τον καθορισμό της σύγκλισης των περιοριστικών αλγορίθμων επανάληψης. Η προκύπτουσα επαρκής συνθήκη για σύγκλιση είναι ότι τουλάχιστον ένας από τους χειριστές C και Ψ είναι συσταλτικός ενώ ο άλλος είναι μη επεκτατικός. Συνήθως είναι πιο δύσκολο να αποδειχθεί σύγκλιση και να καθοριστεί ο ρυθμός σύγκλισης του περιοριστικού επαναληπτικού αλγορίθμου, λαμβάνοντας

επίσης υπόψη το γεγονός ότι ορισμένοι από τους περιοριστικούς χειριστές είναι μη γραμμικοί, όπως ο χειριστής περιορισμού θετικότητας.

8.7.1 Μέθοδος Προβολής πάνω σε Κυρτά Σύνολα

Η μέθοδος προβολής επάνω σε κυρτά σύνολα (POCS) περιγράφει μια εναλλακτική προσέγγιση ενσωμάτωσης προηγούμενης γνώσης σχετικά με τη λύση στη διαδικασία αποκατάστασης. Επανεμφανίστηκε στην βιβλιογραφία της μηχανικής στις αρχές της δεκαετίας του 1980 [64], και από τότε εφαρμόζεται με επιτυχία για τη λύση διαφόρων προβλημάτων αποκατάστασης (π.χ., από την ανοικοδόμηση από τη φάση ή το μέγεθος [52], έως την αφαίρεση των τεχνημάτων μπλοκαρίσματος [62, 63]). Σύμφωνα με τη μέθοδο του POCS η ενσωμάτωση προηγούμενης γνώσης στη λύση μπορεί να ερμηνευθεί ως περιορισμός της λύσης για να γίνει μέλος ενός κλειστού κυρτού συνόλου που ορίζεται ως το σύνολο διανυσμάτων τα οποία ικανοποιούν μία συγκεκριμένη ιδιότητα. Εάν τα σύνολα περιορισμού έχουν μια μη κενή διασταύρωση, τότε μια λύση που ανήκει στο τετμημένο σύνολο μπορεί να βρεθεί με την μέθοδο του POCS. Πράγματι, οποιαδήποτε λύση στο τετμημένο σύνολο είναι σύμφωνο με τους a εξ αρχής περιορισμούς και, συνεπώς, είναι μια εφικτή λύση.

Πιο συγκεκριμένα, τα Q_1, Q_2, \dots, Q_m γίνονται κλειστά κυρτά σύνολα σε ένα πεπερασμένων διαστάσεων διανυσματικό χώρο, και P_1, P_2, \dots, P_m οι αντίστοιχες προβολές τους. Στη συνέχεια, η επαναληπτική διαδικασία,

$$x_{k+1} = P_1 P_2 \cdots P_m x_k, \quad (34.37)$$

συγκλίνει σε ένα φορέα που ανήκει στην τομή των συνόλων Q_i , $i = 1, 2, \dots, m$, για κάθε εκκίνηση

διανύσματος x_0 . Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί ότι το προκύπτον σύνολο τομής είναι επίσης ένα κλειστό κυρτό σύνολο.

Σαφώς, η εφαρμογή ενός φορέα προβολής P και ο περιορισμός C , που συζητήθηκαν στο προηγούμενο ενότητα, εκφράζουν την ίδια ιδέα. Φορείς προβολής αντιπροσωπεύουν nonexpansive αντιστοιχίσεις.

8.8 Κατηγορίες Επαναληπτικών Αλγορίθμων Υψηλότερου Βαθμού

Ένα από τα μειονεκτήματα των επαναληπτικών αλγορίθμων που παρουσιάζονται στις προηγούμενες ενότητες είναι ο γραμμικός ρυθμός σύγκλισής τους. Στο [24], παρουσιάζεται μια ενιαία προσέγγιση στην απόκτηση μιας κατηγορίας επαναληπτικών αλγορίθμων με διαφορετικούς ρυθμούς σύγκλισης, βασισμένων σε μια αναπαράσταση του γενικευμένου αντίστροφου τύπου ενός πίνακα. Δηλαδή, ο αλγόριθμος,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_0 &= \beta \mathbf{D}^T \mathbf{y} \\
 \mathbf{D}_0 &= \beta \mathbf{D}^T \mathbf{D} \\
 \Omega_{k+1} &= \sum_{i=0}^{p-1} (\mathbf{I} - \mathbf{D}_k)^i \\
 \mathbf{D}_{k+1} &= \Omega_k \mathbf{D}_k \\
 \mathbf{x}_{k+1} &= \Omega_k \mathbf{x}_k,
 \end{aligned} \tag{34.38}$$

συγκλίνει στον ελάχιστο κανόνα ελαχίστων τετραγωνικών λύσεων της Εξίσωσης 34.1, με $n = 0$. Εάν η επανάληψη στην Εξίσωση 34.38 θεωρηθεί ότι αντιστοιχεί στην επανάληψη της Εξίσωσης 34.27, τότε προκύπτει μια επανάληψη παρόμοια με την Εξίσωση 34.38 που αντιστοιχεί σε επανάληψη στην Εξίσωση 34.23 [24, 41].

Ο Αλγόριθμος στην Εξίσωση 34.38 δείχνει μια ροστή σειρά σύγκλισης. Δηλαδή, στην ακόλουθη σχέση ισχύει [24]

$$\frac{\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^+\|}{\|\mathbf{x}^+\|} \leq c^k, \tag{34.39}$$

όπου ο συντελεστής σύγκλισης c περιγράφεται από την Εξίσωση 34.34.

Έχει παρατηρηθεί ότι οι αλληλουχίες πινάκων $\{\Omega_k\}$ και D_k μπορούν να υπολογιστούν εκ των προτέρων ή εκτός γραμμής. Όταν το D είναι circulant μπλοκ, προκύπτουν σημαντικά υπολογιστικά αποτελέσματα με τη χρήση της επανάληψης στην Εξίσωση 34,38 επί των γραμμικών αλγορίθμων. Οι ερωτήσεις που ασχολούνται με τον καλύτερο βαθμό p του αλγορίθμου στην εξίσωση 34,38 που πρέπει να χρησιμοποιηθεί σε μια δεδομένη εφαρμογή, καθώς και συγκρίσεις των ανταλλαγών μεταξύ της ταχύτητας υπολογισμού και του υπολογιστικού φορτίου, αναλύονται στο [24]. Ένα από τα μειονεκτήματα των αλγορίθμων υψηλότερου βαθμού είναι ότι η εφαρμογή των περιορισμών μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένα αποτελέσματα. Έχουν προταθεί συνδυασμένοι προσαρμοστικοί ή μη γραμμικοί ή και μεγαλύτερου βαθμού αλγόριθμοι προκειμένου να ξεπεραστεί αυτή η δυσκολία [11,24].

8.9 Άλλες μορφές $\Phi(x)$

8.9.1 Κακώς ορισμένα προβλήματα και ομαλοποίηση Θεωρία

Μόνο οι δύο πιο βασικές μορφές της συνάρτησης $\Phi(x)$ χρησιμοποιήθηκαν μέχρι τώρα. Αυτές οι δύο μορφές αντιπροσωπεύονται από τις Εξισώσεις 34.22 και 34.26, και έχουν νόημα όταν ο θόρυβος στην Εξίσωση 34.1 δεν λαμβάνεται υπόψη. Χωρίς να αγνοήσουμε το θόρυβο, εν τούτοις, η λύση της Εξίσωσης 34.1 παριστά ένα κακώς τεθειμένο πρόβλημα. Αν η διαδικασία σχηματισμού εικόνας διαμορφώνεται σε ένα συνεχή χώρο άπειρων διαστάσεων, το D γίνεται ένας αναπόσπαστος χειριστής και η 34,1 εξίσωση γίνεται μια εξίσωση Fredholm πρώτου βαθμού. Τότε η λύση της Εξίσωσης 34.1 είναι σχεδόν πάντα ένα κακώς τεθειμένο πρόβλημα [42,45,59,60]. Αυτό σημαίνει ότι η μοναδική τετραγωνική λύση του ελάχιστου κανόνα της Εξίσωσης 34.1 δεν εξαρτάται συνεχώς από τα δεδομένα, ή ότι μια φραγμένη διαταραχή (θόρυβος) στα αποτελέσματα δεδομένων σε μια απέραντη διατάραξη στη λύση, ή ότι η γενικευμένη αντίστροφη μορφή του D είναι απεριόριστη [42]. Ο αναπόσπαστος χειριστής D έχει ένα άπειρο αριθμό μονών τιμών με το όριό τους να πλησιάζει το μηδέν [42]. Δεδομένου ότι το πεπερασμένων διαστάσεων διακριτό πρόβλημα των αποτελεσμάτων αποκατάστασης εικόνας από την διακριτικοποίηση ως κακώς τεθειμένου συνεχούς προβλήματος, ο πίνακας έχει (επιπρόσθετα σε έναν αριθμό μηδενικών μονών τιμών) ένα σύμπλεγμα πολύ μικρών μονών τιμών. Σαφώς, όσο πιο καλή είναι η διακριτοποίηση (όσο μεγαλύτερο είναι το μέγεθος του D) τόσο πιο πολύ προσεγγίζεται το όριο των μονών τιμών κ . Ως εκ τούτου, αν και το πεπερασμένων διαστάσεων αντίστροφο πρόβλημα έχει τεθεί με σωστό τρόπο με την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων [42], ο κακός τρόπος που τίθεται το συνεχές πρόβλημα μεταφράζεται σε έναν πίνακα D κακών συνθηκών.

Μία μέθοδος συστηματοποίησης αντικαθιστά ένα κακώς τεθειμένο πρόβλημα με ένα καλώς τεθειμένο πρόβλημα, του οποίου η λύση είναι μια αποδεκτή προσέγγιση στην επίλυση του δεδομένου κακώς τεθειμένου πρόβλημα προβλήματος [39,56]. Σε γενικές γραμμές, οι μέθοδοι συστηματοποίησης στοχεύουν στην παροχή λύσεων που διατηρούν την πιστότητα των στοιχείων, αλλά επίσης συνάδουν με την προηγούμενη γνώση μας σχετικά με ορισμένες ιδιότητες της λύσης. Μια κατηγορία μεθόδων νομιμοποίησης συνδυάζει τόσο τη κατηγορία των αποδεκτών λύσεων και την παρατήρηση θορύβου με τυχαίες διαδικασίες [12]. Μία άλλη κατηγορία μεθόδων συστηματοποίησης εκλαμβάνει την λύση ως μια ντετερμινιστική ποσότητα. Παραδείγματα αυτής της δεύτερης κατηγορίας

ακολουθούν στα επόμενα κεφάλαια.

8.9.2 Προσεγγίσεις Συστηματοποίησης Βεβιασμένης Ελαχιστοποίησης

Οι περισσότερες προσεγγίσεις συστηματοποίησης μετατρέπουν το αρχικό αντίστροφο πρόβλημα σε πρόβλημα βεβιασμένης βελτιστοποίησης. Δηλαδή, ένα λειτουργικό πρέπει να βελτιστοποιηθεί σε σχέση με την αρχική εικόνα και πιθανώς με άλλες παραμέτρους. Με τη χρήση της αναγκαίας συνθήκης για βελτίωση, η κλίση της λειτουργικής σε σχέση με την αρχική εικόνα τίθεται ίση με μηδέν, και κατά συνέπεια καθορίζει τη μαθηματική μορφή της $\Phi(x)$.

Η διαδοχική προσεγγιστική επανάληψη γίνεται σε αυτή την περίπτωση μια μέθοδος βαθμίδωσης με ένα σταθερό βήμα (που προσδιορίζεται από το β). Θα αναφέρουμε εν συντομία τη γενική μορφή μερικών από τα πιο συνηθισμένα λειτουργικά.

8.9.2.1 Διαμόρφωση Θεωρητικού Συνόλου

Με την προσέγγιση αυτή, το πρόβλημα της επίλυσης εξίσωσης 34.1 αντικαθίσταται από το πρόβλημα αναζήτησης διανυσμάτων x που ανήκουν σε δύο σύνολα [22,28,30]

$$\|Dx - y\| \leq \varepsilon \quad (34.40)$$

και

$$\|Cx\| \leq E, \quad (34.41)$$

όπου

ε είναι μια εκτίμηση σχετικά με την ακρίβεια των δεδομένων (κανόνας του θορύβου)

E είναι μια καθορισμένη σταθερά

C είναι ένας υψηλός χειριστής

Η ανισότητα στην Εξίσωση 34.41 περιορίζει την ενέργεια του σήματος σε υψηλές συχνότητες, και συνεπώς απαιτεί ότι το επαναφερθέν σήμα είναι ομαλό. Από την άλλη πλευρά, η ανισότητα στην Εξίσωση 34,40 απαιτεί να διατηρηθεί η πιστότητα στην διαθέσιμα δεδομένα.

Οι ανισότητες στις εξισώσεις 34.40 και 34.41 αντίστοιχα, μπορούν να γραφούν ως εξής [22,30]

$$(\mathbf{x} - \mathbf{x}^+)^T \frac{\mathbf{D}^T \mathbf{D}}{\varepsilon^2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^+) \leq 1 \quad (34.42)$$

και

$$\mathbf{x}^T \frac{\mathbf{C}^T \mathbf{C}}{E_2} \mathbf{x} \leq 1, \quad (34.43)$$

όπου $\mathbf{x}^+ = \mathbf{D}^+ \mathbf{y}$. Δηλαδή, η καθεμιά από αυτές αντιπροσωπεύει ένα N-διαστάσεων ελλειψοειδές, όπου το N είναι η διαστατικότητα των εμπλεκόμενων διανυσμάτων. Το σημείο τομής των δύο ελλειψοειδών (υποθέτοντας ότι είναι υπαρκτό) είναι επίσης ένα κυρτό σύνολο, αλλά όχι ένα ελλειψοειδές. Το κέντρο ενός από τα ελλειψοειδή που οριοθετεί το σημείο τομής μπορεί να επιλεγεί ως η λύση στο πρόβλημα [50]. Σαφώς, το κέντρο της ελλειψοειδούς οριοθέτησης μπορεί να μην ανήκουν στο σημείο τομής, και, κατά συνέπεια, απαιτείται μια επακόλουθη δοκιμή. Η εξίσωση που το κεντρικό σημείο ενός από τα ελλειψοειδή οριοθέτησης ικανοποιεί δίνεται από [22,30]

$$\Phi(\mathbf{x}) = (\mathbf{D}^T \mathbf{D} + \alpha \mathbf{C}^T \mathbf{C}) \mathbf{x} - \mathbf{D}^T \mathbf{y} = 0, \quad (34.44)$$

όπου α , η παράμετρος συστηματικοποίησης είναι ίσο με $(\epsilon / E)^2$.

8.9.2.2 Προσέγγιση προβολής σε κυρτά σύνολα

Η Προσέγγιση στην Εξίσωση 34.37 μπορεί επίσης να εφαρμοστεί για την εξεύρεση μιας λύσης που ανήκει σε δύο ελλειψοειδή στις

Εξισώσεις 34.42 και 34.43. Οι αντίστοιχες προβολές $P_1 \mathbf{x}$ και $P_2 \mathbf{x}$ ορίζονται από την [22]

$$P_1 \mathbf{x} = \mathbf{x} + \lambda_1 (\mathbf{I} + \lambda_1 \mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T (\mathbf{y} - \mathbf{D} \mathbf{x}) \quad (34.45)$$

$$P_2 \mathbf{x} = [\mathbf{I} - \lambda_2 (\mathbf{I} + \lambda_2 \mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{C}] \mathbf{x}, \quad (34.46)$$

όπου τα λ_1 και λ_2 πρέπει να επιλέγονται έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι συνθήκες στις εξισώσεις 34.42 και 34.43 αντίστοιχα. Σαφώς, ένας αριθμός άλλων προσημων προβολής μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην Εξίσωση 34.37 που αναγκάζουν το σήμα να εμφανίζουν ορισμένες ιδιότητες γνωστές εκ των προτέρων που εκφράζονται από κυρτά σύνολα.

8.9.2.3 Προσέγγιση Συναρτησιακής Ελαχιστοποίησης

Ο προσδιορισμός της αξίας της παραμέτρου συστηματοποίησης είναι ένα κρίσιμο ζήτημα στην συστηματοποιημένη αντικατάσταση. Ένας αριθμός προσεγγίσεων για τον προσδιορισμό της αξίας αυτής παρουσιάζεται στο [13]. Εάν μόνο μία από τις παραμέτρους της ϵ ή E στις Εξισώσεις 34.40 και 34.41 είναι γνωστή, μια σύνθεση περιορισμένων ελαχίστων τετραγώνων μπορεί να ακολουθηθεί [9,15]. Με αυτόν τον τρόπο, το μέγεθος ενός εκ των ελλειψοειδών ελαχιστοποιείται, υπό τον περιορισμό ότι η λύση ανήκει στην επιφάνεια του άλλου ελλειψοειδούς (το ένα οριζόμενο από τη γνωστή παράμετρο). Σύμφωνα με την προσέγγιση Lagrang, η οποία μετασχηματίζει το πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς σε πρόβλημα χωρίς περιορισμούς, η ακόλουθη συνάρτηση ελαχιστοποιείται

$$M(\alpha, \mathbf{x}) = \|\mathbf{D}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2 + \alpha\|\mathbf{C}\mathbf{x}\|^2. \quad (34.47)$$

Η απαραίτητη προϋπόθεση για ένα ελάχιστο είναι ότι η κλίση του $M(\alpha, \mathbf{x})$ είναι ίση με μηδέν. Δηλαδή, σε αυτή την περίπτωση

$$\Phi(\mathbf{x}) = \nabla_{\mathbf{x}}M(\alpha, \mathbf{x}) = (\mathbf{D}^T\mathbf{D} + \alpha\mathbf{C}^T\mathbf{C})\mathbf{x} - \mathbf{D}^T\mathbf{y}, \quad (34.48)$$

που είναι πανομοιότυπο με την Εξίσωση 34.44, με τη μόνη διαφορά ότι το α τώρα δεν είναι γνωστό, αλλά πρέπει να προσδιοριστεί.

8.9.2.4 Χωρικά προσαρμοσμένη Προσέγγιση

Το επόμενο φυσικό βήμα για τη βελτίωση της ποιότητας των εικόνων που έχουν αποκατασταθεί είναι η αντικατάσταση των χωρικά προσαρμοσμένων εικόνων. Υπάρχουν διάφοροι τρόποι υποστήριξης της εισαγωγής της χωρικής προσαρμοστικότητας, και η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη είναι η μη στασιμότητα ή μη ομογενοποίηση του πεδίου εικόνας και των ιδιοτήτων του ανθρώπινου οπτικού συστήματος. Σε κάθε περίπτωση, η συνάρτηση που θα ελαχιστοποιηθεί παίρνει τη μορφή [21,29,34]

$$M(\alpha, \mathbf{x}) = \|\mathbf{D}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_{\mathbf{W}_1}^2 + \alpha\|\mathbf{C}\mathbf{x}\|_{\mathbf{W}_2}^2, \quad (34.49)$$

όπου

$$\Phi(\mathbf{x}) = \nabla_{\mathbf{x}} M(\alpha, \mathbf{x}) = (\mathbf{D}^T \mathbf{W}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{D} + \alpha \mathbf{C}^T \mathbf{W}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{C}) \mathbf{x} - \mathbf{D}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{y}. \quad (34.50)$$

Η επιλογή των πινάκων διαγώνιας στάθμισης W_1 και W_2 μπορεί να δικαιολογηθεί με διάφορους τρόπους. Στο [16, 21,22, 29], και οι δύο πίνακες προσδιορίζονται από τον θόρυβο ορατότητας πίνακα V [2,46]. Δηλαδή, $W_1 = V^T V$ και $W_2 = I - V^T V$. Οι εγγραφές του V λαμβάνουν τιμές μεταξύ 0 και 1. Είναι ίσες με μηδέν στις άκρες (ο θόρυβος δεν είναι ορατός), ίσες με 1 στα ομαλά σημεία (ο θόρυβος είναι ορατός), και μπορούν να λάβουν τιμές μεταξύ των δυο περιοχών με μέτρια χωρική δραστηριότητα. Μια μελέτη της χαρτογράφησης μεταξύ του επιπέδου της χωρικής δραστηριότητας και των τιμών της συνάρτησης ορατότητας εμφανίζεται στο [11]. Οι πίνακες στάθμισης μπορούν επίσης να ορίζονται με την εξέταση της σχέσης της προσέγγισης αντικατάστασης που παρουσιάζεται στην προσέγγιση αντικατάστασης MAP [26]. Στη συνέχεια, οι πίνακες στάθμισης W_1 και W_2 περιέχουν πληροφορίες σχετικά με τη μη στασιμότητα and/or τη μη λευκότητα της ανώτερης φιλτραρισμένης εικόνας και θορύβου, αντίστοιχα.

8.9.2.5 Ισχυρά Συναρτησιακά

Σθεναρά συναρτησιακά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκπροσώπηση τόσο του θορύβου όσο και των στατιστικών στοιχείων του σήματος. Επιτρέπουν την αποτελεσματική καταστολή μιας ευρείας ποικιλίας διεργασιών θορύβου και επιτρέπουν την ανακατασκευή αιχμηρότερων άκρων από ό, τι τετραγωνικά αντίστοιχά τους. Έτσι επιδιώκεται λύση ελαχιστοποιώντας [65]

$$M(\alpha, \mathbf{x}) = R_n(\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{x}) + \alpha R_x(\mathbf{C}\mathbf{x}). \quad (34.51)$$

όπου $R_n()$ και $R_x()$ αναφέρονται ως υπολειμματικά και σταθεροποιητικά συναρτησιακά, αντίστοιχα, και ορίζονται από την άποψη των πυρηνικών συναρτήσεων τους. Το παράγωγο της πυρηνικής συνάρτησης καλείται συνάρτηση επιρροής.

Το $\Phi(\mathbf{x})$ στην περίπτωση αυτή ισούται με την κλίση του $M(\alpha, \mathbf{x})$ στην Εξίσωση 34.51. Ένας μεγάλος αριθμός ισχυρών συναρτησιακών έχουν προταθεί στην βιβλιογραφία. Οι ιδιότητες των δυνητικών συναρτησιακών που χρησιμοποιήθηκαν στην εκτίμηση του Bayesian απαριθμούνται στο [35]. Στο [65] εισάγονται η ισχυρή

απόλυτη μέγιστη εντροπία και τα συναρτησιακά ισχυρού ελαχίστου. Σαφώς, δεδομένου ότι οι συναρτησιακά $R_n()$ και $R_x()$ είναι τυπικώς μη γραμμικά και δεν μπορούν να είναι κυρτά, η ανάλυση σύγκλισης της αντικατάστασης στην Εξίσωση 34.21 ή 34.36 είναι σημαντικά πιο περίπλοκη.

8.9.3 Αλγόριθμοι Αποκατάστασης Εικόνας Προσαρμοζόμενοι στην Επανάληψη

Όπως κατέστη σαφές από τώρα υπάρχουν διάφορες πληροφορίες που απαιτούνται από οποιαδήποτε αλγορίθμων συστηματοποίησης για τον προσδιορισμό των άγνωστων παραμέτρων. Στο πλαίσιο της ντετερμινιστικής συστηματοποίησης, η πιο συχνά απαιτείται παράμετρος είναι η παράμετρος συστηματοποίησης. Προσδιορισμός του εξαρτάται από τις στατιστικές θορύβου και τις ιδιότητες της εικόνας. Με τη θεωρητική προσέγγιση συστηματοποίησης συνόλου, απαιτείται ότι η αρχική εικόνα είναι ομαλή, στην οποία περίπτωση ένα δεσμευμένο από την ενέργεια της φιλτραρισμένης εικόνας είναι απαραίτητο. Αυτό το δεσμευμένο είναι ανάλογο προς τη διακύμανση της εικόνας κατά ένα στοχαστικό πλαίσιο. Επιπλέον, η γνώση της διακύμανσης του θορύβου είναι επίσης απαραίτητη. Στο πλαίσιο MAP οι παράμετροι αυτές ονομάζονται υπερπαράμετροι [8,40]. Προφανώς, αυτές οι παράμετροι δεν είναι συνήθως διαθέσιμες και πρέπει να εκτιμηθούν με βάση τα διαθέσιμα θορυβώδη και θολά δεδομένα. Διάφορες τεχνικές για την εκτίμηση της παραμέτρου συστηματοποίησης συζητούνται, για παράδειγμα, στο [13].

Στη συνέχεια θα περιγράψουμε εν συντομία ένα νέο παράδειγμα που έχουμε εισαγάγει στο πλαίσιο των επαναληπτικών αλγορίθμων αποκατάστασης εικόνας [18-20,25,26]. Σύμφωνα με αυτό, οι απαιτούμενες πληροφορίες από την ντετερμινιστική προσέγγιση συστηματοποίησης ενημερώνεται σε κάθε στάδιο αποκατάστασης, με βάση την εν μέρει αποκατασταθείσα εικόνα.

8.9.3.1 Χωρικά Προσαρμοζόμενοι Αλγόριθμοι

Για το χωρικά προσαρμοζόμενο αλγόριθμο που αναφέραμε παραπάνω, η προτεινόμενη γενική μορφή της σταθμισμένης εξομάλυνσης των οποίων η λειτουργική ελαχιστοποίηση θα οδηγήσει σε μια αναπαλαιωμένη εικόνα γράφεται ως εξής

$$\begin{aligned} M_w(\lambda_w(\mathbf{x}), \mathbf{x}) &= \|\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{x}\|_{A(\mathbf{x})}^2 + \lambda_w(\mathbf{x}) \|\mathbf{C}\mathbf{x}\|_{B(\mathbf{x})}^2 \\ &= \|\mathbf{n}\|_{A(\mathbf{x})}^2 + \lambda_w(\mathbf{x}) \|\mathbf{C}\mathbf{x}\|_{B(\mathbf{x})}^2, \end{aligned} \quad (34.52)$$

όπου οι πίνακες στάθμισης $A(x)$ και $B(x)$, και οι δύο λειτουργίες της αρχικής εικόνας, η οποία χρησιμοποιείται για να συμπεριλάβει και τα χαρακτηριστικά του θορύβου εικόνας στη διαδικασία αποκατάστασης, αντιστοίχως. Η παράμετρος συστηματοποίησης, επίσης μια συνάρτηση του x , ορίζεται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να καταστεί λειτουργική η εξομάλυνση στην Εξίσωση 34.52 κυρτή με ένα μοναδικό παγκόσμιο ελαχιστοποιητή.

Ένα από τα $\lambda_w(x)$ έχουμε προτείνει δίνεται από

$$\lambda_w(x) = \frac{\|y - Dx\|_{A(x)}^2}{(1/\gamma) - \|Cx\|_{B(x)}^2}, \quad (34.53)$$

όπου η παράμετρος γ προσδιορίζεται από τη σύγκλιση και αναλύσεις κυρτότητας.

Ο κύριος στόχος αυτής της προσέγγισης είναι να ωθήσουν τον επαναληπτικό αλγόριθμο να εκτιμήσει τη παράμετρο συστηματοποίησης και τους κατάλληλους πίνακες στάθμισης ταυτόχρονα με την αποκατάσταση της εικόνας. Η διαθέσιμη εκτίμηση της εικόνας αυτής σε κάθε βήμα επανάληψης θα χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό της αξίας της παραμέτρου συστηματοποίησης. Δηλαδή, η παράμετρος συστηματοποίησης ορίζεται ως μία συνάρτηση της αρχικής εικόνας (και τελικά στην πράξη μιας εκτίμησης του). Μεγάλη σημασία έχει η μορφή της συνάρτησης αυτής, ούτως ώστε η συναρτησιακή εξομάλυνση που θα ελαχιστοποιηθεί να διατηρήσει την κυρτότητα της και να παρουσιάσει ένα σφαιρικό ελαχιστοποιητή.

Το $\lambda_w(x)$ χαρτογραφεί ένα διάνυσμα x στη θετική πραγματική γραμμή. Σκοπός του είναι, να ελέγχει τη σχετική συμβολή του εσφαλμένου όρου $\|y - Dx\|_{A(x)}^2$, το οποίο εξασφαλίζει πιστότητα στα δεδομένα, και η σταθεροποιητική συνάρτηση $\|Cx\|_{B(x)}^2$, η οποία εξασφαλίζει την ομαλότητα στην λύση. Η εξάρτηση της, ωστόσο, στην αρχική εικόνα, καθώς και τα διαθέσιμα δεδομένα, χρησιμοποιούνται ρητώς. Αυτή η εξάρτηση από την άλλη πλευρά σιωπηρά χρησιμοποιείται στην προσέγγιση περιορισμένων ελαχίστων τετραγώνων, σύμφωνα με την οποία η ελαχιστοποίηση του $M_w(\lambda_w(x), x)$ και ο προσδιορισμός της παραμέτρου συστηματοποίησης $\lambda_w(x)$ αποτελούν τελείως ξεχωριστά βήματα. Οι επιθυμητές ιδιότητες της $\lambda_w(x)$ και $M_w(\lambda_w(x), x)$ αναλύονται στο [20]. Η σχέση των μορφών που προκύπτουν στην ιεραρχική προσέγγιση του Bayesian προς αποκατάσταση της εικόνας και εκτίμηση των παραμέτρων της συστηματοποίησης εξετάζεται στο [40].

Σε αυτή την περίπτωση, συνεπώς, $\Phi(x) = \nabla_x M_w(\lambda_w(x), x)$. Η επανάληψη των διαδοχικών προσεγγίσεων μετά από κάποιες απλοποιήσεις παίρνει τη μορφή [20,30]

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \{D^T A(\mathbf{x}_k)y - [D^T A(\mathbf{x}_k)D + \lambda_w(\mathbf{x}_k)C^T B(\mathbf{x}_k)C]\mathbf{x}_k\}. \quad (34.54)$$

Οι πληροφορίες που απαιτούνται για τον καθορισμό της παραμέτρου συστηματοποίησης και τα βάρη για την εισαγωγή της χωρικής προσαρμοστικότητας καθορίζονται με βάση τις διαθέσιμες πληροφορίες σχετικά με την εικόνα που αποκαταστάθηκε στο k -οστό επαναληπτικό βήμα. Είναι σαφές ότι για να έχουν νόημα όλα αυτά η σύγκλιση της επανάληψης στην Εξίσωση 34.54 πρέπει να είναι εγγυημένη. Επιπλέον, η σύγκλιση σε ένα μοναδικό σταθερό σημείο, το οποίο αφαιρεί την εξάρτηση του τελικού αποτελέσματος για τις αρχικές συνθήκες, είναι επίσης επιθυμητή. Τα ζητήματα αυτά εξετάζονται λεπτομερώς στο [20,30]. Ένα σημαντικό πλεονέκτημα του προτεινόμενου αλγόριθμου είναι ότι η κυρτότητα της εξομαλυμένης συνάρτησης και η σύγκλιση του προκύπτοντος αλγορίθμου είναι εγγυημένες, ανεξάρτητα από την επιλογή των πινάκων στάθμισης. Ένα άλλο πλεονέκτημα αυτού του αλγόριθμου είναι ότι ο προτεινόμενος προσαρμοζόμενος αλγόριθμος καθορίζει ταυτόχρονα την παράμετρο συστηματοποίησης και τους επιθυμητούς πίνακες στάθμισης με βάση την εικόνα που αποκαταστάθηκε σε κάθε επαναληπτικό βήμα και αποκαθιστά την εικόνα, χωρίς καμία προηγούμενη γνώση.

8.9.3.2 Αλγόριθμος Προσαρμοζόμενης Συχνότητας

Σε αυτό το σημείο εισάγεται η προσαρμοστικότητα στη διεργασία αποκατάστασης με τη χρήση ενός σταθερής ομαλότητα περιορισμού, αλλά αποδίδοντας μια διαφορετική παράμετρο συστηματοποίησης σε κάθε διακριτή θέση συχνότητας. Μπορούμε τώρα να τελειοποιήσουμε τη συστηματοποίηση της κάθε συνιστώσας συχνότητας, επιτυγχάνοντας έτσι βελτίωση των αποτελεσμάτων και την ίδια στιγμή την επιτάχυνση της σύγκλισης του επαναληπτικού αλγορίθμου. Οι παράμετροι της συστηματοποίησης αξιολογούνται ταυτόχρονα με την αποκατάσταση εικόνας με βάση την εικόνα που έχει εν μέρει αποκατασταθεί.

Σε αυτόν τον αλγόριθμο, οι επόμενες δύο ελλειψοειδείς συναρτήσεις QE_x και QE_x/γ χρησιμοποιούνται

$$QE_x = \{\mathbf{x} \mid \|\mathbf{C}\mathbf{x}\|_R \leq E_R\} \quad (34.55)$$

$$QE_{x/y} = \{x \mid \|y - Dx\|_P \leq \varepsilon_P\}, \quad (34.56)$$

όπου το P και R είναι και οι δύο μπλοκ-circulant πίνακες στάθμισης. Στη συνέχεια, μια λύση η οποία ανήκει στο σημείο τομής των QE_X και $QE_{X/y}$ δίνεται από

$$(D^T P^T P D + \lambda C^T R^T R C)x = D^T P^T P y, \quad (34.57)$$

όπου $\lambda = (\varepsilon_P / \varepsilon_R)^2$.

Ορίζοντας $P^T P = B$, $R = PC$, και $\lambda C^T C = A$. Η εξίσωση 34.57 μπορεί να γραφεί ως

$$B(D^T D + AC^T C)x = BD^T y, \quad (34.58)$$

δεδομένου ότι όλοι οι πίνακες είναι circulant μπλοκ και ως εκ τούτου μετακινούνται. Ο πίνακας συστηματοποίησης A ορίζεται με βάση τη θεωρητική συστηματοποίηση

$$A = \|y - Dx\|^2 (\|Cx\|^2 I + \Delta)^{-1}, \quad (34.59)$$

όπου Δ είναι ένας μπλοκ-circulant πίνακας που χρησιμοποιείται για να εξασφαλιστεί η σύγκλιση. Το B παίζει το ρόλο του πίνακα 'διαμορφωτή' [53] για τη μεγιστοποίηση της ταχύτητας σύγκλισης σε κάθε συνιστώσα συχνότητας, καθώς και για την αντιστάθμιση των σχεδόν μονών συνιστωσών συχνότητας [19].

Με την παραπάνω σύνθεση συνεπώς,

$$\Phi(x) = B[(D^T D + AC^T C)x - D^T y], \quad (34.60)$$

και την επανάληψη διαδοχικών προσεγγίσεων στην Εξίσωση 34.21 καθίσταται

$$x_{k+1} = x_k + B[D^T y - (D^T D + A_k C^T C)x_k], \quad (34.61) \quad \text{όπου}$$

$A_k = \|y - D_{x_k}\|^2 (\|C_{x_k}\|^2 I + \Delta_k)^{-1}$. Αναφέρεται εδώ πως η επανάληψη στην εξίσωση 34.61 μπορεί να προέρχεται από την συστηματοποιημένη εξίσωση

$$(D^T D + AC^T C)x = D^T y, \quad (34.62)$$

με επανάληψη της γενικευμένης επανάληψης του Landweber [53]. Δεδομένου ότι

όλοι οι πίνακες σε επανάληψη στην εξίσωση 34.61 είναι μπλοκ-circulant, η επανάληψη μπορεί να γραφτεί στο διακριτό πεδίο συχνότητας ως

$$X_{k+1}(\underline{p}) = X_k(\underline{p}) + \beta(\underline{p}) \left[D^*(\underline{p})Y(\underline{p}) - \left(|D(\underline{p})|^2 + \lambda_k(\underline{p})|C(\underline{p})|^2 \right) X_k(\underline{p}) \right], \quad (34.63)$$

όπου

$\underline{p} = (p_1, p_2)$, $0 \leq p_1 \leq N-1$, $0 \leq p_2 \leq N-1$, $X_{k+1}(\underline{p})$ και $Y(\underline{p})$ αντιπροσωπεύουν το 2DDFT της εκτίμησης εικόνας X_{k+1} , και η θολή από τον θόρυβο εικόνα y και $D(\underline{p})$, $C(\underline{p})$, $\beta(\underline{p})$, και $\lambda_k(\underline{p})$ αντιπροσωπεύουν 2D DFTs των 2D αλληλουχιών οι οποίες σχηματίζουν τους μπλοκ-circulant πίνακες D , C , B και A_k , αντίστοιχα. Δεδομένου ότι Δ_k είναι μπλοκ-circulant το $\lambda_k(\underline{p})$ δίνεται από

$$\lambda_k(\underline{p}) = \frac{\sum_m |Y(m) - D(m)X_k(m)|^2}{\sum_n |C(n)X_k(n)|^2 + \delta_k(\underline{p})}, \quad (34.64)$$

όπου $\delta_k(\underline{p})$ είναι η 2DDFT της ακολουθίας η οποία σχηματίζει το Δ_k .

Το επιτρεπόμενο εύρος για κάθε παράμετρο συστηματοποίησης και ελέγχου και η ανάλυση σύγκλισης του επαναληπτικού αλγορίθμου αναπτύσσονται αναλυτικά στο [19]. Αποδεικνύεται ότι ο αλγόριθμος έχει περισσότερα από δύο σταθερά σημεία. Το πρώτο σταθερό σημείο είναι το αντίστροφο ή το γενικευμένο αντίστροφο της λύσης της Εξίσωσης 34.58. Ο δεύτερος τύπος των σταθερών σημείων είναι συστηματοποιημένες προσεγγίσεις στην αρχική εικόνα. Εφόσον υπάρχουν περισσότερες από μία λύση για επανάληψη στην Εξίσωση 34.63, ο προσδιορισμός της αρχικής κατάστασης καθίσταται σημαντική. Έχει αποδειχθεί πειραματικά [19] ότι, αν μια ομαλή εικόνα χρησιμοποιείται για $X_0(\underline{p})$ σχεδόν πανομοιότυπα σταθερά σημεία δρουν ανεξάρτητα, από το x_0 . Η χρήση των συναρτήσεων φασματικού φιλτραρίσματος [53], ενσωματώνεται επίσης στην επανάληψη, όπως φαίνεται στο [19].

8.10 Συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται εν συντομία η εφαρμογή των διαδοχικών βαθμών των κατηγοριών επαναληπτικών αλγορίθμων στο πρόβλημα της αποκατάστασης ενός θορυβώδους και θολού σήματος. Έγινε ανάλυση λεπτομερώς τις απλούστερες μορφές του αλγορίθμου, κάνοντας αναφορά στον τρόπο επίλυσης πιο περίπλοκων μορφών αλγορίθμων. Υπάρχει

προφανώς μια σειρά αλγορίθμων και θέματα που αφορούν τους εν λόγω αλγόριθμους οι οποίοι δεν έχουν αναφερθεί καθόλου. Για παράδειγμα, αλγόριθμοι με μια μεταβαλλόμενη παράμετρο β , όπως μέθοδοι απότομης καθόδου και κλιμακωτής σύζευξης, μπορούν να εφαρμοστούν στο πρόβλημα αποκατάστασης εικόνας [4,37]. Ο αριθμός των επαναλήψεων αποτελεί επίσης ένα μέσο για την τακτοποίηση του προβλήματος της αποκατάστασης [55,58]. Επαναληπτικοί αλγόριθμοι που εξαρτώνται από περισσότερα από ένα προηγούμενα στάδια αποκατάστασης (πολυσταδιακοί αλγόριθμοι) έχουν επίσης ληφθεί υπόψη, κυρίως για λόγους εφαρμογής [27]. Ο συγγραφέας του βιβλίου ελπίζει και προσδοκά ότι το υλικό που παρουσιάστηκε, θα αποτελέσει μια καλή εισαγωγή στο θέμα για μηχανικούς ή μεταπτυχιακούς φοιτητές που θα ήθελαν να εργαστούν σε αυτόν τον τομέα.

Αναφορές

1. Abbiss, J.B., DeMol, C., and Dhadwal, H.S., Regularized iterative and noniterative procedures for object restoration from experimental data, *Opt. Acta*, 30:107–124, 1983.
2. Anderson, G.L. and Netravali, A.N., Image restoration based on a subjective criterion, *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, SMC-6:845–853, Dec. 1976.
3. Andrews, H.C. and Hunt, B.R., *Digital Image Restoration*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1977.
4. Angel, E.S. and Jain, A.K., Restoration of images degraded by spatially varying point spread functions by a conjugate gradient method, *Appl. Opt.*, 17:2186–2190, July 1978.
5. Banham, M. and Katsaggelos, A.K., Digital image restoration, *Signal Process. Mag.*, 14(2):24–41, Mar. 1997.
6. Bialy, H., Iterative Behandlung Linearer Funktionalgleichungen, *Arch. Rational Mech. Anal.*, 4: 166–176, July 1959.
7. Biemond, J., Lagendijk, R.L., and Mersereau, R.M., Iterative methods for image deblurring, *Proc. IEEE*, 78(5):856–883, May 1990.
8. Demoment, G., Image reconstruction and restoration: Overview of common estimation structures and problems, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, 37(12):2024–2036, Dec. 1989.

9. Dines, K.A. and Kak, A.C., Constrained least squares filtering, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, ASSP-25:346–350, 1977.
10. Dudgeon, D.E. and Mersereau, R.M., *Multidimensional Digital Signal Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.
11. Efstratiadis, S.N. and Katsaggelos, A.K., Adaptive iterative imager restoration with reduced computational load, *Opt. Eng.*, 29: 1458–1468, Dec. 1990.
12. Franklin, J.N., Well-posed stochastic extensions of ill-posed linear problems, *J. Math. Anal.*, 31: 682–716, 1970.
13. Galatsanos, N.P. and Katsaggelos, A.K., Methods for choosing the regularization parameter and estimating the noise variance in imager restoration and their relation, *IEEE Trans. Image Process.*, 1: 322–336, July 1992.
14. Huang, T.S., Barker, D.A., and Berger, S.P., Iterative imager restoration, *Appl. Opt.*, 14: 1165–1168, May 1975.
15. Hunt, B.R., The application of constrained least squares estimation to imager restoration by digital computers, *IEEE Trans. Comput.*, C-22:805–812, Sept. 1973.
16. Ichioka, Y. and Nakajima, N., Iterative imager restoration considering visibility, *J. Opt. Soc. Am.*, 71: 983–988, Aug. 1981.
17. Jansson, P.A., Hunt, R.H., and Pyler, E.K., Resolution enhancement of spectra, *J. Opt. Soc. Am.*, 60: 596–599, May 1970.
18. Kang, M.G. and Katsaggelos, A.K., Iterative imager restoration with simultaneous estimation of the regularization parameter, *IEEE Trans. Signal Process.*, 40(9):2329–2334, Sept. 1992.
19. Kang, M.G. and Katsaggelos, A.K., Frequency domain adaptive iterative imager restoration and evaluation of the regularization parameter, *Opt. Eng.*, 33(10):3222–3232, Oct. 1994.

20. Kang, M.G. and Katsaggelos, A.K., General choice of the regularization functional in regularized image restoration, *IEEE Trans. Image Process.*, 4(5):594–602, May 1995.
21. Katsaggelos, A.K., A general formulation of adaptive iterative image restoration algorithms, *Proceedings of 1986 Conference on Information Sciences and Systems, Princeton, NJ, Mar. 1986*, pp.42–47.
22. Katsaggelos, A.K., Iterative image restoration algorithm, *Opt. Eng.*, 28(7):735–748, July 1989.
23. Katsaggelos, A.K. (Ed.), *Digital Image Restoration, Springer Series in Information Sciences, Vol. 23*, Springer-Verlag, Heidelberg, Germany, 1991.
24. Katsaggelos, A.K. and Efstratiadis, S.N., A class of iterative signal restoration algorithms, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, 38:778–786, May 1990 (reprinted in *Digital Image Processing*, R. Chellappa (Ed.), *IEEE Computer Society Press*).
25. Katsaggelos, A.K. and Kang, M.G., Iterative evaluation of the regularization parameter in regularized image restoration, *J. Vis. Commun. Image Rep., special issue on Image Restoration*, 3(6):446–455, Dec. 1992.
26. Katsaggelos, A.K. and Kang, M.G., A spatially adaptive iterative algorithm for the restoration of astronomical images, *Int. J. Image Syst. Technol., special issue on Image Reconstruction and Restoration in Astronomy*, 6(4):305–313, Winter, 1995.
27. Katsaggelos, A.K. and Kumar, S.P.R., Single and multistep iterative image restoration and VLSI implementation, *Signal Process.*, 16(1):29–40, Jan. 1989.
28. Katsaggelos, A.K., Biemond, J., Mersereau, R.M., and Schafer, R.W., A general formulation of constrained iterative restoration algorithms, *Proceedings of 1985 International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Tampa, FL, Mar. 1985*, pp.700–703.
29. Katsaggelos, A.K., Biemond, J., Mersereau, R.M., and Schafer, R.W., Nonstationary iterative image restoration, *Proceedings of 1985 International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Tampa, FL, Mar. 1985*, pp.696–699.
30. Katsaggelos, A.K., Biemond, J., Mersereau, R.M., and Schafer, R.W., A regularized iterative image restoration algorithm, *IEEE Trans. Signal Process.*, 39(4):914–929, Apr. 1991.
31. Kawata, S. and Ichioka, Y., Iterative image restoration for linearly degraded images, *I. Basis, J. Opt. Soc. Am.*, 70:762–768, July 1980.

32. Kawata, S. and Ichioka, Y., Iterative imager restoration for linearly degraded images, II. Reblurring procedure, *J. Opt. Soc. Am.*, 70:768–772, July 1980.
33. Kawata, S., Ichioka, Y., and Suzuki, T., Application of man-machine interactive image processing system to iterative imager restoration, *Proceedings of the 4th International Conference on Pattern Recognition*, Kyoto, Japan, 1978, pp. 525–529.
34. Lagendijk, R. L., Biemond, J., and Boeke, D. E., Regularized iterative imager restoration with ringing reduction, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, 36:1804–1887, Dec. 1988.
35. Lange, K., Convergence of EM image reconstruction algorithms with Gibbs smoothing, *IEEE Trans. Med. Imaging*, 9(4):439–446, Dec. 1990.
36. Mammone, R. J., *Computational Methods of Signal Recovery and Recognition*, Wiley, New York, 1992.
37. Marucci, R., Mersereau, R. M., and Schafer, R. W., Constrained iterative deconvolution using a conjugate gradient algorithm, *Proceedings of 1982 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Paris, France, May 1982, pp. 1845–1848.
38. Mersereau, R. M. and Schafer, R. W., Comparative study of iterative deconvolution algorithms, *Proceedings of 1978 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Atlanta, GA, Apr. 1978, pp. 192–195.
39. Miller, K., Least-squares method for ill-posed problems with a prescribed bound, *SIAM J. Math. Anal.*, 1:52–74, Feb. 1970.
40. Molina, R. and Katsaggelos, A. K., The hierarchical approach to imager restoration and the iterative evaluation of the regularization parameter, *Proceedings of 1994 SPIE Conference on Visual Communication and Image Processing*, Chicago, IL, Sept. 1994, pp. 244–251.

41. Morris, C. E., Richards M. A., and Hayes, M. H., Fast reconstruction of linearly distorted signals,
 IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., 36:1017–1025, July 1988.
42. Nashed, M. Z., Operator theoretic and computational approaches to ill-posed problems with
 application to antenna theory, IEEE Trans. Antennas Propagation, AP-29:220–231, Mar. 1981.
43. Ortega, J. M., Numerical Analysis: A Second Course, Academic Press, New York, 1972.
44. Ortega, J. M. and Rheinboldt, W. C., Iterative Solution of Nonlinear Equations in Several Variables, Academic Press, New York, 1970.
45. Phillips, D. L., A technique for the numerical solution of certain integral equations of the first kind,
 Assoc. Comput. Mach., 9:84–97, 1962.
46. Rajala, S. S. and DeFigueiredo, R. J. P., Adaptive nonlinear image restoration by a modified Kalman filtering approach, IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., ASSP-29:1033–1042, Oct. 1981.
47. Richards, M. A., Schafer, R. W., and Mersereau, R. M., An experimental study of the effects of noise
 on a class of iterative deconvolutional algorithms, Proceedings of 1979 International Conference on
 Acoustics, Speech and Signal Processing, Atlanta, GA, Apr. 1979, pp. 401–404.
48. Sanz, J. L. C. and Huang, T. S., Iterative time-limited signal restoration, IEEE Trans. Acoust. Speech
 Signal Process., ASSP-31:643–649, June 1983.
49. Schafer, R. W., Mersereau, R. M., and Richards, M. A., Constrained iterative restoration algorithms,
 Proc. IEEE, 69:432–450, Apr. 1981.
50. Schweppe, F. C., Uncertain Dynamic Systems, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1973.
51. Sondhi, M. M., Image restoration: The removal of spatially invariant degradations, Proc. IEEE, 60:
 842–853, July 1972.
52. Stark, H., Image Recovery: Theory and Applications, Academic Press, New York, 1987.
53. Strand, O. N., Theory and methods related to the singular-

- function expansion and Landweber's iteration for integral equations of the first kind, *SIAM J. Numerical Anal.*, 11:798–825, Sept. 1974.
54. Strang, G., *Linear Algebra and Its Applications*, 2nd ed., Academic Press, New York, 1980.
55. Sullivan, B.J. and Katsaggelos, A.K., A new termination rule for linear iterative image restoration algorithms, *Opt. Eng.*, 29:471–477, May 1990.
56. Tikhonov, A.N. and Arsenin, V.Y., *Solution of Ill-Posed Problems*, Winston-Wiley, New York, 1977.
57. Tom, V.T., Quatieri, T.F., Hayes, M.H., and McClellan, J.M., Convergence of iterative nonexpansive signal reconstruction algorithms, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, ASSP-29:1052–1058, Oct. 1981.
58. Trussell, H.J., Convergence criteria for iterative restoration methods, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, ASSP-31:129–136, Feb. 1983.
59. Twomey, S., On the numerical solution of Fredholm integral equations of the first kind by the inversion of the linear system produced by quadrature, *Assoc. Comput. Mach.*, 10:97–101, 1963.
60. Twomey, S., The application of numerical filtering of the solution of integral equations encountered in indirect sensing measurements, *J. Franklin Inst.*, 279:95–109, Feb. 1965.
61. Van Cittert, P.H., Zum Einfluss der Spaltbreite auf die Intensitätswerteilung in Spektrallinien II, *Z. Physik*, 69:298–308, 1931.
62. Yang, Y., Galatsanos N.P., and Katsaggelos, A.K., Regularized image reconstruction from incomplete block discrete cosine transform data, *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, 3(6):421–432, Dec. 1993.
63. Yang, Y., Galatsanos N.P., and Katsaggelos, A.K., Set theoretic spatially-adaptive reconstruction of block transform compressed images, *IEEE Trans. Image Process.*, 4(7):896–908, July 1995.
64. Youla, D.C. and Webb, H., Image reconstruction by the method of convex projections, Part I—Theory, *IEEE Trans. Med. Imaging*, MI-1(2):81–94, Oct. 1982.
65. Zervakis, M.E., Katsaggelos, A.K., and Kwon, T.M., A class of robust entropy functionals for image restoration, *IEEE Trans. Image Process.*, 4(6):752–773, June 1995.

