



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΚΡΗΤΗΣ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΧΑΝΙΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΚΙΝΗΤΩΝ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΠΕΡΑΝ ΤΗΣ
ΤΡΙΤΗΣ ΓΕΝΙΑΣ

(Κατανομή πόρων στις ασύρματες επικοινωνίες,
Επαναληπτικοί δέκτες, Συστήματα ΜΙΜΟ **πολλαπλών**
χρηστών)

ΣΤΑΥΡΙΔΗΣ Ν.ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΣ

A.M. 4261

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:

Δρ. (Ph.D.) Κόκκινος Ευάγγελος

ΧΑΝΙΑ 2012

Vahid Tarokh

Editor

**New Directions in Wireless
Communications Research**

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	5
ABSTRACT.....	6
Ακρωνύμια	7
Κεφάλαιο 4 - Κατανομή Πόρων σε Ασύρματα Συστήματα	9
4.1 Εισαγωγή.....	9
4.2 Μοντέλο Συστήματος.....	12
4.3 Το αντίστροφο του Γs	17
4.4 Σύγκλιση του νόμου κατανομής της ισχύος	19
4.4.1 Με μηδενική διαταραχή.....	19
4.4.2 Με διαταραχή διάφορη του μηδενός.....	21
4.4.3 Με περιορισμούς ισχύος.....	22
4.4.4 Ανάλυση Χωρητικότητας.....	25
4.5 Βέλτιστη κατανομή ρυθμού δεδομένων	26
4.5.1 Υποθέσεις	26
4.5.2 Επιλογή του βέλτιστου παράγοντα διασποράς.....	27
4.5.3 Επιλογή ρυθμού για το G.P.R (Greedy Rate Packing)	28
4.6 Κοινός ρυθμός και προσαρμογή ισχύος.....	30
4.6.1 O.S.F-P.C.....	30
4.6.2 G.P.R-P.C	31
4.7 Αριθμητικά αποτελέσματα.....	34
4.8 Συμπεράσματα	39
Αναφορές	40
Κεφάλαιο 5 - Επαναληπτικοί Δέκτες και Τα Γραφικά Μοντέλα Τους	44
5.2 Ανίχνευση του συμβόλου M.A.P	45
5.2.1 Γραφήματα παράγοντα και ο αλγόριθμος αθροίσματος – γινομένου (S.P.A - Sum Product Algorithm)	47
5.2.2 Η βασική παραγοντοποίηση	50
5.3 Κανάλι και κώδικες: Ένα χάος από γραφήματα παράγοντα	52
5.3.1 Σχεδιάζοντας το κανάλι	52
5.3.2 Σχεδιάζοντας το μοντέλο του κώδικα	54
5.4 Εξίσωση.....	57
5.5 Ανίχνευση πολλαπλών χρηστών	61

5.6 Ανίχνευση πολλαπλής εισόδου - πολλαπλής εξόδου (MIMO- Multiple Input Multiple Output).....	64
5.7 Πολυεπίπεδη κωδικοποιημένη διαμόρφωση (M.C.M - Multilevel Coded Modulation).....	66
5.8 Σύγκλιση του επαναληπτικού αλγόριθμου	67
5.9 Συμπεράσματα	69
Αναφορές	70
Κεφάλαιο 6 - Βασικές Αρχές των Multiuser -M.I.M.O Επικοινωνιών	74
6.1 Εισαγωγή.....	74
6.2 Μοντέλο Συστήματος.....	75
6.3 Χωρητικότητα.....	77
6.3.1 Περιοχή χωρητικότητας του γκαουσιανού M.I.M.O καναλιού πολλαπλής πρόσβασης (M.I.M.O - G.M.A.C)	77
6.3.2 Γκαουσιανό M.I.M.O Broadcast Κανάλι.....	90
6.4 Συστήματα ανοιχτού και κλειστού βρόγχου	103
6.4.1 Συστήματα ανοιχτού βρόγχου (Open-Loop Systems)	103
6.4.2 Συστήματα κλειστού βρόγχου (Closed-Loop Systems)	105
6.5 Σχεδίαση του συστήματος (System Design).....	105
6.5.1 Σχεδίαση δέκτη για μεταδόσεις άνω ζεύξης	106
6.5.2 Σχεδίαση πομπού για μεταδόσεις κάτω ζεύξης	106
6.6 Συστήματα περιορισμένης ανάδρασης.....	115
6.6.1 Κβαντοποίηση καναλιού (Channel Quantization).....	115
6.6.2 Τυχαίο beamforming	117
6.6.3 Βελτιστοποίηση πομποδέκτη.....	118
6.7 Συμπεράσματα	119
Αναφορές	120

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα τελευταία χρόνια, έχει σημειωθεί σημαντική πρόοδος στον τομέα της σχεδίασης ασύρματων συστημάτων. Τα ασύρματα τοπικά δίκτυα είχαν πολύ μεγάλη επιτυχία, κάτι το οποίο αναμένεται να συνεχιστεί και στο μέλλον. Τα κυβελωτά συστήματα τρίτης γενιάς, έχουν αναπτυχθεί αρκετά καθώς επίσης παρατηρούμε ότι υπάρχει αυξανόμενη καταναλωτική ζήτηση. Τα συστήματα τέταρτης γενιάς αναπτύσσονται ακόμα και θα είναι έτοιμα στο κοντινό μέλλον. Κάποια άλλα ανερχόμενα συστήματα περιλαμβάνουν δίκτυα αισθητήρων, συσκευές που ενσωματώνονται στο ανθρώπινο σώμα (BAN –Body Area Networks), ασύρματα προσωπικά δίκτυα (WPAN- Wireless Personal Area Networks) και συστήματα εντοπισμού θέσης (positioning systems). Η παραπάνω εμπορική επιτυχία, έχει φέρει μεγάλη πρόοδο στην έρευνα σχεδιασμού ασύρματων συστημάτων τις τελευταίες δύο δεκαετίες. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα, να επινοηθούν νέες έννοιες με πολύ γρήγορο ρυθμό. Για αυτό τον λόγο, είναι πολύ σημαντικό να έχουμε βιβλία τα οποία είναι πολύ κοντά στην τρέχουσα έρευνα. Με αυτό το θέμα ασχολήθηκαν διάφοροι ερευνητές, ώστε να έχουμε αυτό το σημαντικό έργο στον τομέα των ασύρματων επικοινωνιών. Η εν λόγω πτυχιακή εργασία, εξετάζει ένα συγκεκριμένο αριθμό από σημαντικά και ανερχόμενα θέματα της σχεδίασης ασύρματων συστημάτων. Η εργασία αυτή αποτελείται από τρία κεφάλαια. Πιο συγκεκριμένα είναι τα κεφάλαια 4, 5 και 6 του βιβλίου “New Directions in Wireless Communications Research”. Οι συγγραφείς έχουν επιλεγεί ανάμεσα σε πολλούς διεθνής ερευνητές που ασχολούνται με αυτόν τον τομέα. Το κεφάλαιο 4 εξετάζει το πρόβλημα σχεδιασμού, δηλαδή την κατανομή πόρων σε πολλαπλούς χρήστες σε ένα ασύρματο δίκτυο, το οποίο είναι ένα πολύ σημαντικό ζήτημα για ένα σύστημα πολλαπλών χρηστών. Το κεφάλαιο 5 ασχολείται με τον σχεδιασμό των επαναληπτικών δεκτών, έτσι ώστε να επιτύχουμε αποδοτικότητα η οποία να είναι κοντά στα θεωρητικά όρια. Τέλος, το κεφάλαιο 6 ασχολείται με τα συστήματα πολλαπλής εισόδου – πολλαπλής εξόδου (MIMO), καθώς και με τα συστήματα MIMO πολλαπλών χρηστών (MU-MIMO). Οι παραπάνω τεχνικές υπόσχονται σημαντική αύξηση της φασματικής απόδοσης των ασύρματων συστημάτων.

ABSTRACT

In recent years, there has been significant progress in the area of wireless system design. Wireless local area networks have had enormous success and this is expected to continue on into the foreseen future. Third-generation cellular systems have been successfully deployed and are witnessing growing consumer demand. Fourth-generation systems are being deployed in the near future. Other emerging systems include sensor networks, body area networks, wireless personal area networks and positioning systems. The above commercial success has ignited enormous advances in research in wireless system design in the last two decades. As a result, new concepts have been invented with amazing speed. This makes it important to have books available that are close to ongoing research. This issue was first pointed out by a number of researchers so that have this important work in the area of wireless communications. This thesis addresses a selected number of important emerging topics in wireless system design. Furthermore, this thesis consists of three chapters. In particular, this thesis refers to chapters 4,5 and 6 of the book “New Directions in Wireless Communications Research”. The authors were chosen from among leading international researchers in their area. Chapter 4 considers the scheduling problem, i.e., allocation of resources to multiple users in a wireless system, an issue of critical importance in a multiuser system. Chapter 5 considers the design of iterative receivers in order to achieve efficiencies near theoretical limits. Chapter 6 considers multiple-input multiple-output (MIMO) and multiuser multiple-input multiple-output (MU-MIMO) systems. These techniques promise significant increase in spectral efficiencies of wireless systems.

Ακρωνύμια

3G	third generation
APP	a posteriori probability
AWGN	additive white Gaussian noise
BC	broadcast channel
BD-ZF	block diagonalization - zero forcing
BER	bit error rate
BPA	belief propagation algorithm
BS	base station
CDMA	code division multiple access
CIR	carrier to interference ratio
CIR	channel impulse response
CLPC	closed loop power control
CSI	channel state information
DE	density evolution
DPC	dirty paper coding
DS-CDMA	direct sequence code division multiple access
DSL	digital subscriber line
EM	expectation maximization
GBC	Gaussian broadcast channel
GMAC	Gaussian multiple access channel
GRP	greedy rate packing
GRP-PC	greedy rate packing – power control
GZF	greedy zero forcing
IC	interference cancellation
IEEE	institute of electrical and electronic engineers
IID	independent and identically distributed
LB	linear beamforming
MAC	multiple access channel
MAI	multiple access interference
MAP	maximum a posteriori
MIMO	multiple input multiple output
ML	maximum likelihood
MMSE	minimum mean square error
MS	mobile station
MT	mobile terminal

OSF	optimal spreading factor
OSF-PC	optimal spreading factor – power control
PCC	power control command
PDF	probability density function
QoS	quality of service
RBF	random beamforming
RF	radio frequency
RHS	right hand side
SINR	signal to noise + interference ratio
SIR	signal to interference ratio
SNR	signal to noise ratio
SPA	sum product algorithm
SVD	singular value decomposition
TDMA	time division multiple access
THP	Tomlinson Harashima precoding
VBLAST	Vertical Bell Labs Space - Time Architecture
WLAN	wireless local area network
ZF	zero forcing

Κεφάλαιο 4 - Κατανομή Πόρων σε Ασύρματα Συστήματα

Jon W.Mark και Lian Zhao

4.1 Εισαγωγή

Με την αυξανόμενη ζήτηση για ασύρματες υπηρεσίες επικοινωνιών, είναι σημαντικές οι αποδοτικές και αποτελεσματικές στρατηγικές διαχείρισης των ραδιο-πόρων, έτσι ώστε να μπορούν να αντιμετωπίσουν την χρονική μεταβολή του ασύρματου καναλιού. Δύο από τις κύριες λειτουργίες διαχείρισης των πόρων σε ένα σύστημα CDMA είναι ο έλεγχος ισχύος και η κατανομή ρυθμού. Αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζει μια ενιαία προσέγγιση για τη κατανομή και την διανομή της ισχύος, σε ένα πολλών ρυθμών (multi-rate) και ευρείας ζώνης σύστημα CDMA. Περιγράφονται επίσης συστήματα προσαρμογής έτσι ώστε να έχουμε έλεγχο ισχύος και κατανομή ρυθμού, με αποτέλεσμα να ενισχυθεί η αξιοποίηση των πόρων. Είναι γνωστό ότι το CDMA σύστημα είναι περιορισμένο από παρεμβολές [1-4]. Οι παρεμβολές πολλαπλής πρόσβασης (M.A.I), είναι η κύρια παράμετρος που διέπει την χωρητικότητα του συστήματος μας. Ο στόχος μας να λάβουμε υψηλή ισχύ, απαιτεί μετάδοση υψηλής ισχύος, κάτι το οποίο οδηγεί σε αύξηση των παρεμβολών πολλαπλής πρόσβασης (M.A.I). Επομένως, η αποτελεσματική διανομή και κατανομή ισχύος μπορούν να ελαχιστοποιήσουν την επίδραση των παρεμβολών πολλαπλής πρόσβασης, ενισχύοντας έτσι την χρησιμοποίηση του συστήματος. Η διανομή και η κατανομή της ισχύος ως πρόβλημα της έρευνας, έχουν τραβήξει πολύ την προσοχή τα τελευταία χρόνια [4-6]. Σε παλαιότερες μελέτες, έχουν χρησιμοποιηθεί κάποιες σχετικά απλές προσεγγίσεις έτσι ώστε να λυθεί το πρόβλημα της διανομής ισχύος για την άνω ζεύξη (uplink) μετάδοσης του CDMA, όπου η συνολική διαταραχή υποτίθεται ότι υπακούσει σε μία γκαουσιανή (κανονική) κατανομή. Στο [7] ερευνάται η μετάδοση του ελέγχου της ισχύος που θα περιλαμβάνει και την μεγιστοποίηση της ρυθμοαπόδοσης. Στο [8], ερευνώνται οι γεωμετρικές και τοπολογικές ιδιότητες της χωρητικότητας στα πλαίσια της βέλτιστης κατανομής ισχύος. Στο [9], διερευνάται το πρόβλημα της βέλτιστης κατανομής ισχύος χρησιμοποιώντας μια προσέγγιση της συνάρτησης χρησιμότητας. Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζουμε μια ενοποιημένη προσέγγιση όπου χρησιμοποιούμε την ανάλυση πινάκων (Matrix analysis), έτσι ώστε να

λύσουμε το πρόβλημα της κατανομής ισχύος. Αποδεικνύεται ότι, η εύρεση μιας λύσης για το πρόβλημα της κατανομής ισχύος περιλαμβάνει την αντιστροφή του πίνακα κίνησης δεδομένων (traffic matrix). Αυτό γίνεται με την χρήση του πολύ γνωστού τύπου αντιστροφής Sherman-Morrison για πρώτης τάξης ενημερωμένους πίνακες σε γραμμική άλγεβρα. Έτσι θα προκύψουν εκφράσεις κλειστού τύπου για την κατανομή ισχύος και την αντίστοιχη σύγκλιση συνθηκών. Τα αποτελέσματά μας δίνουν τις απαραίτητες προϋποθέσεις έτσι ώστε να λυθεί το πρόβλημα ελέγχου της ισχύος. Η προσέγγιση και τα αποτελέσματα που επιτεύχθηκαν είναι γενικά, με την έννοια ότι ισχύουν εξίσου και για τις δύο μεταδόσεις (άνω και κάτω ζεύξης), ακόμα και αν στην κάτω ζεύξη, η συνολική διαταραχή είναι διαφορετική στους επιμέρους χρήστες κινητών. Οι συνθήκες που έχουμε για τη σύγκλιση της προκύπτουσας κατανομής ισχύος, στη συνέχεια χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση της χωρητικότητας του συστήματος. Τα αποτελέσματά μας δείχνουν ότι κάθε μορφή ελέγχου της ισχύος ή κατανομής της ισχύος είναι πράγματι συνάρτηση του εύρους ζώνης εξαπλωμένου φάσματος, του ρυθμού δεδομένων των χρηστών και των προδιαγραφών της ποιότητας υπηρεσίας των χρηστών (Q.o.S ή Quality of Service), [10–12]. Τα αποτελέσματά μας είναι αρκετά γενικά και μόνο ειδικές περιπτώσεις τους είναι σύμφωνες με μελέτες που αναφέρονται στη βιβλιογραφία. Η ανάλυση σκοπιμότητας (feasibility analysis) που χρησιμοποιεί την προσέγγιση της απαίτησης της κίνησης δεδομένων αντί για τη συμβατική φασματική ανάλυση (λόγω προβλήματος ιδιοτιμής), φαίνεται να είναι περισσότερο “υπάκουη”, ευκολότερη και να έχει τις καλύτερες φυσικές ερμηνείες. Σε ένα χρονικά μεταβαλλόμενο ασύρματο κανάλι, η προσαρμοστική μετάδοση που ανταποκρίνεται στην πραγματική κατάσταση του καναλιού, είναι αποτελεσματική και πιο αποδοτική. Σε γενικές γραμμές, ο πομπός μπορεί να υπολογίσει προσαρμοστικά τον ρυθμό δεδομένων του ή και την ισχύ εκπομπής του σύμφωνα με τις πληροφορίες κατάστασης καναλιού (C.S.I. - Channel State Information). Κάποιες τυπικές τεχνικές προσαρμογής περιλαμβάνουν την προσαρμογή ισχύος έτσι ώστε να υπάρχει διατήρηση της λαμβανόμενης ισχύος του κάθε κινητού σε ένα επιθυμητό επίπεδο [13-15]. Επίσης περιλαμβάνουν: την προσαρμογή κωδικοποίησης [16,17], την προσαρμογή διαμόρφωσης [18], την προσαρμογή του παράγοντα διασποράς (ρυθμού δεδομένων) [19], ή οποιοδήποτε συνδυασμό αυτών των προσεγγίσεων [19-21]. Σκοπός της χρήσης του ελέγχου ισχύος κλειστού βρόγχου (C.L.P.C - Closed-Loop Power Control), είναι να ρυθμίσει τη λαμβανόμενη ισχύ και τον λόγο σήματος προς παρεμβολή (S.I.R - Signal-to-Interference Ratio) έτσι ώστε να είναι κοντά στο επίπεδο που επιθυμούμε. Ο έλεγχος ισχύος κλειστού βρόγχου (C.L.P.C), επιτρέπει στην ισχύ εκπομπής να ανιχνεύει το χρονικά μεταβαλλόμενο κανάλι, έτσι ώστε να αντισταθμίζει τις εξασθενήσεις του καναλιού. Το τίμημα που θα έχουμε αν θέλουμε βελτίωση της ανίχνευσης, είναι η υψηλότερη μέση ισχύς εκπομπής [15]. Από την άλλη πλευρά, η προσαρμογή του ρυθμού επιχειρεί να ενισχύσει την

ρυθμοαπόδοση αλλάζοντας το ρυθμό μετάδοσης, ενώ παράλληλα διατηρεί την ισχύ εκπομπής σταθερή. Ένας υψηλότερος ρυθμός δεδομένων, ή ένας χαμηλότερος παράγοντας διασποράς θα οδηγούσε στη βελτίωση της ρυθμοαπόδοσης. Όταν ο λόγος φέροντος προς παρεμβολή (C.I.R - Carrier-to-Interference Ratio) του επιθυμητού χρήστη είναι υψηλός, πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένας χαμηλότερος παράγοντας διασποράς έτσι ώστε να ενισχυθεί η ρυθμοαπόδοση. Κατά συνέπεια, αναμένουμε ότι η κοινή προσαρμογή ρυθμού/ισχύος θα αποφέρει εξαιρετική απόδοση του συστήματος και καλύτερη εξισορρόπηση της κατανάλωσης της μεταδιδόμενης ισχύος. Όσο αφορά την διαδικασία προσαρμογής, η προσαρμογή του ρυθμού γίνεται σε επίπεδο πλαισίου ενώ η προσαρμογή CLPC γίνεται σε επίπεδο θυρίδας [22], έτσι ώστε η συχνότητα προσαρμογής ισχύος να είναι υψηλότερη από αυτή της προσαρμογής του ρυθμού. Οι συμπληρωματικοί ρόλοι του ελέγχου της ισχύος και της κατανομής ρυθμού όσο αφορά την ενίσχυση της απόδοσης των συστημάτων, παρακινούν την μελέτη μας για κοινή προσαρμογή ισχύος και ρυθμού, αναγνωρίζοντας ότι η κατανομή ρυθμού εξοικονομεί την ισχύ εκπομπής και ενισχύει τη ρυθμοαπόδοση, ενώ ο έλεγχος ισχύος συντονίζει τις λαμβανόμενες στατιστικές του CIR γύρω από ένα επιθυμητό επίπεδο. Το υπόλοιπο κεφάλαιο οργανώνεται ως εξής. Το πρόβλημα κατανομής ισχύος και το γενικευμένο σύστημα ελέγχου κλειστού βρόγχου, περιγράφονται στην παράγραφο 4.2. Αποδεικνύεται ότι το κλειδί για την κατανομή ισχύος, περιλαμβάνει την αντιστροφή του πίνακα κίνησης δεδομένων. Μια ρητή έκφραση της αντιστροφής του πίνακα απαίτησης κίνησης δεδομένων που πιθανόν θα έλυσε το πρόβλημα κατανομής ισχύος, βρίσκετε στην παράγραφο 4.3. Τα αποτελέσματα εφαρμόζονται στην παράγραφο 4.4, για να λύσουν το πρόβλημα κατανομής ισχύος καθώς και τις συγκλίνουσες συνθήκες του, για ένα σύστημα το οποίο βρίσκεται κάτω από διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας. Στην παράγραφο 4.5, ο βέλτιστος παράγοντας διασποράς που είναι η βάση για την κατανομή ρυθμού στο O.S.F-P.C (Optimal Spreading Factor - Power Control), προκύπτει χρησιμοποιώντας ένα κριτήριο μέγιστης ρυθμοαπόδοσης. Περιγράφεται επίσης ο άπληστος αλγόριθμος αποθήκευσης ρυθμού (G.R.P- Greedy Rate Packing), ο οποίος κατανέμει διαδοχικά όσο το δυνατόν υψηλότερο ρυθμό δεδομένων, ταξινομώντας τα κέρδη των καναλιών των χρηστών. Στην παράγραφο 4.6, παρουσιάζουμε τους αλγόριθμους κοινής προσαρμογής ρυθμού και ισχύος: O.S.F-P.C και G.R.P-P.C. Τα αριθμητικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στην παράγραφο 4.7 για να επεξηγήσουν τις εφαρμογές της προσέγγισης μας καθώς και του αλγορίθμου. Τέλος, οι τελικές παρατηρήσεις δίνονται στην παράγραφο 4.8.

4.2 Μοντέλο Συστήματος

- Μοντέλο για τον νόμο κατανομής της ισχύος

Στο πρώτο μέρος του κεφαλαίου, ερευνώνται ο νόμος κατανομής της ισχύος και η σκοπιμότητα του συστήματος. Ενδιαφερόμαστε για μία χαρακτηριστική κυψέλη σε ένα ευρείας ζώνης κυψελοειδές σύστημα C.D.M.A (Code Division Multiple Access), το οποίο υποστηρίζει M χρήστες. Τα επόμενα αποτελέσματα ισχύουν τόσο για την άνω όσο και για την κάτω ζεύξη. Στην περίπτωση της άνω ζεύξης, οι πομποί είναι τα κινητά τηλέφωνα και ο δέκτης είναι ο σταθμός βάσης (Σ.Β.) και στην κάτω ζεύξη, πομπός είναι ο σταθμός βάσης και δέκτες είναι τα κινητά τηλέφωνα. Στην περίπτωση της άνω ζεύξης, η παράμετρος S_j δείχνει την λαμβανόμενη ισχύ στον σταθμό βάσης από το κινητό τηλέφωνο j . Στην κάτω ζεύξη η παράμετρος S_j δείχνει την ισχύ μετάδοσης που παραχωρείται στο κινητό j από τον σταθμό βάσης. Εκτός από το επίπεδο ισχύος, το j -οστό κινητό καθορίζεται και από τον απαιτούμενο ρυθμό δεδομένων του, R_j , καθώς και από ένα επιθυμητό S.I.R, που συμβολίζεται ως γ_j^{tgt} . Η ικανοποιητική ποιότητα της υπηρεσίας (Q.o.S), απαιτεί λαμβανόμενο $\gamma_j \geq \gamma_j^{tgt}$ και όπου

$$\gamma_j = \frac{W}{R_j} * \frac{S_j}{I_j}, \quad (4.1)$$

όπου W είναι το εύρος ζώνης εξαπλωμένου φάσματος και I_j είναι η συνολική παρεμβολή που υπάρχει στο επιθυμητό σήμα. Για δεδομένες τιμές των R_j και W , ένας καθορισμός του γ_j είναι ισοδύναμος με έναν καθορισμό του S_j/I_j . Θέτουμε το S_j^* ως την επιθυμητή λαμβανόμενη ισχύ στον δέκτη, έτσι ώστε να επιτευχθεί το επιθυμητό γ_j^{tgt} . Οπότε το S_j^* μπορεί να εκφραστεί ως

$$S_j^* = \frac{1}{W} R_j \gamma_j^{tgt} I_j \quad (4.2)$$

Για την ικανοποιητική λειτουργία, η λαμβανόμενη ισχύς του σήματος για τον j -οστό χρήστη πρέπει να ικανοποιεί την ανισότητα

$$S_j \geq S_j^* = \frac{1}{W} R_j \gamma_j^{tgt} I_j = \Gamma_j I_j, \quad (4.3)$$

όπου

$$\Gamma_j = \frac{1}{W} R_j Y_j^{\text{tgt}} \quad (4.4)$$

είναι η απαίτηση της κίνησης δεδομένων του χρήστη j . Η συνολική παρεμβολή στο σήμα του j -οστού χρήστη, I_j , μπορεί να εκφραστεί ως

$$I_j = \sum_{l=1, l \neq j}^M S_l + n_j = \sum_{l=1}^M S_l - S_j + n_j, \quad (4.5)$$

όπου n_j είναι η συνολική διαταραχή που αποτελείται από πρόσθετο λευκό γκαουσιανό θόρυβο (A.W.G.N - Additive White Gaussian Noise) και από την παρεμβολή πολλαπλής πρόσβασης M.A.I (Multiple Access Interference) που προέρχεται από άλλες κυψέλες (διακυψελική παρεμβολή). Στην κάτω ζεύξη οι διαφορετικοί χρήστες δεν έχουν απαραίτητα το ίδιο επίπεδο πρόσθετου λευκού γκαουσιανού θορύβου. Επιπλέον, είναι αναμενόμενο για τους διαφορετικούς χρήστες να αντιμετωπίσουν ένα διαφορετικό επίπεδο διακυψελικής παρεμβολής λόγω των διαφορετικών φυσικών θέσεων τους. Ως αποτέλεσμα, η διαταραχή που έχουν οι διαφορετικοί χρήστες κινητών είναι συνήθως διαφορετική [23,24]. Στην άνω ζεύξη ο σταθμός βάσης είναι ο κοινός δέκτης για όλους τους M κινητούς πομπούς, με την ίδια διαταραχή n_j , για όλα τα $j=1, \dots, M$. Ωστόσο, για διευκόλυνση της λειτουργίας του ενοποιημένου πίνακα, χρησιμοποιούμε ακόμα ένα ετερογενές δiάνυσμα, n , το οποίο χαρακτηρίζει τις διαταραχές. Έτσι, αντικαθιστώντας την (4.5) στην (4.3) έχουμε τις ακόλουθες ανισότητες:

$$\begin{aligned} S_1 - \Gamma_1 S_2 - \dots - \Gamma_1 S_M &\geq \Gamma_1 n_1 \\ -\Gamma_2 S_1 + S_2 - \dots - \Gamma_2 S_M &\geq \Gamma_2 n_2 \\ &\vdots \\ -\Gamma_M S_1 - \Gamma_M S_2 - \dots + S_M &\geq \Gamma_M n_M. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Η δεξιά πλευρά της (4.6) αντιπροσωπεύει την διαταραχή, ενώ η αριστερή πλευρά αντιπροσωπεύει την ισχύ των σημάτων και τις ενδοκυψελικές παρεμβολές. Οι ανισότητες σημαίνουν ότι, για να είναι τα σήματα διακριτά η

συνολική ισχύς που παράγεται από τα διαβιβαζόμενα σήματα, πρέπει να υπερβαίνει την συνολική διαταραχή.

$$\Gamma_S \mathbf{S} \geq \Gamma_D \mathbf{n}, \quad (4.7)$$

το οποίο υπονοεί ότι,

$$\mathbf{S} \geq (\Gamma_S)^{-1} \Gamma_D \mathbf{n}, \quad (4.8)$$

εάν ο πίνακας Γ_S είναι αντιστρέψιμος και το $(\Gamma_S)^{-1}$ είναι θετικό, έχουμε

$$\Gamma_S = \begin{bmatrix} 1 & -\Gamma_1 & \cdots & -\Gamma_1 \\ -\Gamma_2 & 1 & \cdots & -\Gamma_2 \\ & & \vdots & \\ -\Gamma_M & -\Gamma_M & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

με το $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_M$ να είναι θετικά, έχουμε τον πίνακα κίνησης, και όπου $\Gamma_D =$ διαγώνιο $[\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_M]$. Το διάνυσμα ισχύος, $\mathbf{S}=[S_1, S_2, \dots, S_M]^T$ πρέπει να διευκρινιστεί. Το μη-αρνητικό διάνυσμα διαταραχής συμβολίζεται ως $\mathbf{n} = [n_1, n_2, \dots, n_M]^T$. Ο στόχος του ελέγχου της ισχύος είναι (α) να βρεθεί μία λύση για το διάνυσμα \mathbf{S} έτσι ώστε να καθοριστεί η κατανομή ισχύος μεταξύ των M χρηστών και (β) να ελαχιστοποιήσει τη συνολική ισχύ στην κυψέλη, για παράδειγμα να ελαχιστοποιήσει το $\sum_{j=1}^M S_j$. Όπως αναφέρεται στην (4.8), η εύρεση μιας λύσης για το \mathbf{S} μπορεί να επιφέρει την αντιστροφή του πίνακα κίνησης Γ_S . Θέτουμε το \mathbf{I} ως τον $M \times M$ πίνακα ταυτότητας και το $\Gamma_P = \mathbf{I} - \Gamma_S$ ως τον συμπληρωματικό πίνακα κίνησης. Αποδεικνύεται ότι η επίλυση του προβλήματος κατανομής ισχύος μπορεί να μετασχηματιστεί σε μια από τις υπό εξέταση φασματικές ακτίνες $r(\Gamma_P)$, του Γ_P . Θέτουμε το $\mathbf{e} = [1, 1, \dots, 1]^T$ να είναι ένα M -διάστατο διάνυσμα στήλης για όλα τα 1. Ο μη-αρνητικός συμπληρωματικός πίνακας κίνησης μπορεί να εκφραστεί ως

$$\Gamma_P = \Gamma_D(\mathbf{e}\mathbf{e}^T - \mathbf{I}) = \begin{bmatrix} 0 & \Gamma_1 & \cdots & \Gamma_1 \\ \Gamma_2 & 0 & \cdots & \Gamma_2 \\ & & \vdots & \\ \Gamma_M & \Gamma_M & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Τότε το (4.7) μπορεί να γραφτεί ως

$$(\mathbf{I} - \Gamma_P)\mathbf{S} \geq \Gamma_D \mathbf{n} \quad (4.11)$$

Δεδομένου ότι το Γ_P είναι ένας μη-αρνητικός πίνακας, το κλασσικό θεώρημα Perron – Frobenius μας λέει ότι η φασματική ακτίνα $r(\Gamma_P)$ του Γ_P είναι ιδιοτιμή του Γ_P με ένα μη-αρνητικό ιδιοδιάνυσμα. Επιπλέον, δεδομένου ότι το Γ_S έχει αρνητικές μη διαγώνιες καταχωρήσεις και θετικές διαγώνιες καταχωρήσεις, η θεωρία των M -πινάκων [25], μας λέει ότι εάν $r(\Gamma_P) < 1$, τότε έχουμε μία μη-αρνητική λύση του (4.11) που δίδεται από τον τύπο [10]

$$S^* = (I - \Gamma_P)^{-1} \Gamma_D n \quad (4.12)$$

Σε αυτήν την περίπτωση κάθε λύση του S της (4.11) οριοθετείται από την S^* , για παράδειγμα $S \geq S^*$. Ως εκ τούτου, το S^* μας δίνει την ελάχιστη λύση της ανισότητας (4.11). Χρησιμοποιώντας την έννοια των M -πινάκων [11], καταφέρνουμε να ερευνήσουμε το φάσμα για τον $M \times M$ πίνακα Γ_P και να λάβουμε έναν ισοδύναμο όρο για το $r(\Gamma_P) < 1$ σε σχέση με την απαίτηση της κίνησης δεδομένων όλων των χρηστών στο σύστημα μας. Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε μια πλήρη λύση του προβλήματος κατανομής της ισχύος χρησιμοποιώντας μια προσέγγιση βασισμένη στον τύπο Sherman-Morrison σε γραμμική άλγεβρα ώστε να βρούμε μια απαραίτητη και ικανοποιητική συνθήκη για την μη-αρνητικότητα του αντιστρόφου του Γ_S . Αποφεύγουμε το δυσεπίλυτο πρόβλημα της ιδιοτιμής, έτσι ώστε να έχουμε μια πιο εύκολη διαχείριση της απαίτησης της κίνησης δεδομένων και επίσης να παρέχουμε ξεκάθαρες εκφράσεις για την λύση του προβλήματος του ελέγχου της ισχύος (4.7), με ή χωρίς περιορισμούς στην ισχύ. Στην συνέχεια εφαρμόζουμε τις συγκλίνουσες συνθήκες έτσι ώστε να καθορίσουμε την περιοχή χωρητικότητας του συστήματος μας.

- Μοντέλο για το σύστημα ελέγχου κλειστού βρόγχου

Στο δεύτερο μέρος αυτού του κεφαλαίου, θα εφαρμόσουμε τον νόμο κατανομής της ισχύος σε ένα σύστημα ελέγχου κλειστού βρόγχου σε συνδυασμό με την προσαρμογή και τον προγραμματισμό του ρυθμού. Το μοντέλο κατανομής της ισχύος είναι γενικευμένο ως εξής. Σε κάθε κινητό σταθμό (Κ.Σ.), η πηγή παράγει μια ακολουθία πακέτων σταθερού μήκους των L_P bits. Μετά τον έλεγχο σφαλμάτων, τα bits σε κάθε ένα από τα πακέτα που παράγονται από κάθε πηγή τυχαιοποιούνται, χρησιμοποιώντας έναν διεπλοκέα (interleaver). Τα σύμβολα των οποίων ο ρυθμός έχει ελεγχθεί, εκπέμπονται με ρυθμό συμβόλου W/N , όπου W είναι ο ρυθμός chip (chip

rate) της συνάρτησης διασποράς, και N είναι ο παράγοντας διασποράς. Υποθέτοντας ότι έχουμε έναν σταθερό ρυθμό chip, η διάρκεια του συμβόλου είναι άμεσα μία συνάρτηση του παράγοντα διασποράς N . Όταν εφαρμόζεται ο έλεγχος της ισχύος, η ισχύς μετάδοσης αναβαθμίζεται από ένα βήμα σταθερού μεγέθους και μία εντολή ελέγχου ισχύος στο τέλος κάθε διαστήματος ελέγχου της ισχύος T_P . Διαφορετικά, η ισχύς εκπομπής διατηρείται σταθερή. Στην συνέχεια όσο αφορά την ανάλυση, ο buffer υποτίθεται ότι είναι γεμάτος κάθε χρονική στιγμή, έτσι ώστε οι χρήστες να εκπέμπουν συνεχώς. Στον σταθμό βάσης, το λαμβανόμενο σήμα περνάει πρώτα από ένα δέκτη προσαρμοσμένου φίλτρου για να συμπύεση. Ύστερα από την αποκωδικοποίηση και την απεπλοκή (deinterleaving), ανακτώνται κάποια αναπαραγωγές από τα εκπεμπόμενα bits της πληροφορίας. Όταν εφαρμόζεται ο έλεγχος ισχύος, ο εκτιμώμενος λόγος φέροντος προς παρεμβολή (C.I.R) συγκρίνεται με τον επιθυμητό (στόχο) ξ^* , έτσι ώστε να δημιουργηθεί μία εντολή ελέγχου ισχύος. Θεωρούμε ότι έχουμε κίνηση δεδομένων που είναι ευαίσθητη στα σφάλματα, η οποία δεν έχει κανένα σφάλμα κατά την διάρκεια των αναμεταδόσεων. Επομένως, μετά την αποκωδικοποίηση του λαμβανόμενου πακέτου, ο σταθμός βάσης μπορεί να ζητήσει από τον πομπό να στείλει ξανά το πακέτο, αν αυτό περιέχει σφάλματα. Η ρυθμοαπόδοση μπορεί να ελεγχθεί μέσω της επιλογής του εξαπλωμένου κέρδους και της πιθανότητας αναμετάδοσης. Η εκτίμηση του μέσου C.I.R για ένα διάστημα πλαισίου, χρησιμοποιείται συνήθως για να διευκρινίσει εάν ο ρυθμός μετάδοσης χρειάζεται να αναβαθμιστεί στο επόμενο πλαίσιο μετάδοσης, εφόσον όμως εφαρμόζεται η προσαρμογή ρυθμού. Υπάρχουν τρεις πιθανές μεταβλητές ανάδρασης από τον σταθμό βάσης προς τον κινητό σταθμό. Η πρώτη μεταβλητή, είναι η εντολή ελέγχου της ισχύος στο διάστημα T_P (ίσο με μία θυρίδα). Η δεύτερη είναι η εκτίμηση του λόγου φέροντος προς παρεμβολή σε ένα μήκος πλαισίου T_f ($=15 T_P$), και χρησιμοποιείται για να καθορίσει τον ρυθμό μετάδοσης εφόσον εφαρμόζεται η προσαρμογή ρυθμού. Η τρίτη ανάδραση, είναι ένας δείκτης που ζητάει αναμετάδοση εάν ανιχνευθούν σφάλματα μετά την αποκωδικοποίηση. Η μέθοδος Suzuki [26], είναι ένα στατιστικό μοντέλο το οποίο έχει αναπτύχθει για τα επίγεια κινητά ραδιο-κανάλια, με βασική προϋπόθεση ότι ο τοπικός μέσος της μεθόδου Rayleigh ακολουθεί μια λογαριθμοκανονική στατιστική, καθώς αιτιολογεί και τις επιπτώσεις της σκίασης (shadowing). Κατά συνέπεια, η στάσιμη διαδικασία Suzuki $z(n)$ είναι γινόμενο μιας Rayleigh μεθόδου $\psi(n)$ και μιας λογαριθμοκανονικής μεθόδου $\zeta(n)$ την στιγμιαία χρονική στιγμή n ,

$$z(n) = \psi(n) \cdot \zeta(n), \quad (4.13)$$

όπου $\psi(n)$ και $\zeta(n)$, είναι η συνιστώσα διάλειψης μικρής κλίμακας και η συνιστώσα διάλειψης μεγάλης κλίμακας αντίστοιχα. Ένα δείγμα από την σύνθετη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της λαμβανόμενης περιβάλλουσας του σήματος δίνεται από το [27].

$$f(z) = \int_0^\infty \frac{z}{P_0} \exp\left(-\frac{z^2}{2P_0}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\zeta P_0} \exp\left[-\frac{(\ln(P_0) - m_\zeta)^2}{2\sigma_\zeta^2}\right] dP_0, \quad (4.14)$$

όπου m_ζ και σ_ζ είναι οι τιμές (σε dB) της μέσης ισχύος του σήματος και της τυπικής απόκλισης αντίστοιχα, για την λογαριθμοκανονική μέθοδο.

4.3 Το αντίστροφο του Γ_s

Για να υπολογίσουμε το αντίστροφο του Γ_s , χρησιμοποιούμε τον γνωστό τύπο του Sherman-Morrison [25] η απόδειξη του οποίου δίδεται από τον παρακάτω υπολογισμό.

Λήμμα 4.1.

Έστω ότι ο A είναι ένας αντιστρέψιμος $n \times n$ πίνακας και το x και y είναι δύο n -διαστάσεων διανύσματα. Τότε, το $A + xy^T$ είναι αντιστρέψιμο, εάν και μόνο εάν $y^T A^{-1} x \neq -1$. Επιπλέον, αν $y^T A^{-1} x \neq -1$, τότε

$$(A + xy^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{1}{1 + y^T A^{-1} x} A^{-1} xy^T A^{-1}. \quad (4.15)$$

Έστω

$$c \equiv 1 - \sum_{i=1}^M \frac{\Gamma_i}{\Gamma_i + 1} \quad (4.16)$$

ότι είναι μία παράμετρος που λαμβάνει την απαίτηση της κίνησης δεδομένων. Η παράμετρος c ελέγχει την αντιστρεψιμότητα του Γ_s .

Θεώρημα 4.1. Ο Γ_s είναι αντιστρέψιμος εάν και μόνο εάν $c \neq 0$. Επιπλέον, εάν $c \neq 0$, τότε

$$(\Gamma_s)^{-1} = \left[I + \frac{1}{c} (I + \Gamma_D)^{-1} \Gamma_D e e^T \right] (I + \Gamma_D)^{-1}. \quad (4.17)$$

Απόδειξη. Έστω

$$\Gamma_s = I - \Gamma_P = I - \Gamma_D (e e^T - I) = I + \Gamma_D - \Gamma_D e e^T,$$

χρησιμοποιώντας το λήμμα 4.1 με $A = I + \Gamma_D$, $x = -\Gamma_D e$, και $y = e$, έτσι ώστε $\Gamma_S A + xy^T$, βλέπουμε ότι ο Γ_S είναι αντιστρέψιμος εάν και μόνο εάν $e^T(I + \Gamma_D)^{-1}(-\Gamma_D e) \neq -1$ ή ισοδύναμα $c \neq 0$. Τώρα, αν $c \neq 0$, ο τύπος (4.15) μας δίνει

$$\begin{aligned} (\Gamma_S)^{-1} &= [(I + \Gamma_D) - \Gamma_D e e^T]^{-1} = \\ &= (I + \Gamma_D)^{-1} - \frac{(I + \Gamma_D)^{-1}(-\Gamma_D e) e^T (I + \Gamma_D)^{-1}}{1 + e^T (I + \Gamma_D)^{-1}(-\Gamma_D e)} = \\ &= (I + \Gamma_D)^{-1} + \frac{(I + \Gamma_D)^{-1} \Gamma_D e e^T (I + \Gamma_D)^{-1}}{1 - \sum_{i=1}^M \frac{\Gamma_i}{\Gamma_i + 1}} = \\ &= \left[I + \frac{1}{c} (I + \Gamma_D)^{-1} \Gamma_D e e^T \right] (I + \Gamma_D)^{-1}. \end{aligned}$$

Κάνοντας τον πολλαπλασιασμό που έχουμε στην δεξιά πλευρά του (4.17), παίρνουμε μια ρητή έκφραση για το $(\Gamma_S)^{-1}$ που έχει ως εξής

$$(\Gamma_S)^{-1} = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} \left(\frac{\Gamma_1}{\Gamma_1 + 1} + c \right) \frac{1}{\Gamma_1 + 1} & \cdots & \frac{\Gamma_1}{(\Gamma_1 + 1)(\Gamma_M + 1)} \\ \frac{\Gamma_2}{(\Gamma_2 + 1)(\Gamma_1 + 1)} & \cdots & \frac{\Gamma_2}{(\Gamma_2 + 1)(\Gamma_M + 1)} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\Gamma_M}{(\Gamma_M + 1)(\Gamma_1 + 1)} & \cdots & \left(\frac{\Gamma_M}{\Gamma_M + 1} + c \right) \frac{1}{\Gamma_M + 1} \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

Μία συνέπεια του θεωρήματος 4.1 είναι η ακόλουθη:

Πόρισμα 4.1. Ο Γ_S είναι αντιστρέψιμος και ο $(\Gamma_S)^{-1}$ είναι ένας θετικός πίνακας, εάν και μόνο εάν $c > 0$.

4.4 Σύγκλιση του νόμου κατανομής της ισχύος

Τώρα εφαρμόζουμε το αποτέλεσμα της προηγούμενης ενότητας (4.7) για να βρούμε το βέλτιστο διάνυσμα ισχύος. Παρακάτω, θα ερευνήσουμε την επιλυσιμότητα του (4.7) για διαφορετικές περιπτώσεις συμπεριλαμβανομένων των περιπτώσεων όπου το σύστημα έχει, (α) μηδενική διαταραχή ($n = 0$), (β) διαταραχή διάφορη του μηδενός ($n \neq 0$) και (γ) διάφορους περιορισμούς ισχύος. Επίσης, θα αξιολογήσουμε την περιοχή χωρητικότητας με βάση τις συγκλίνουσες συνθήκες.

4.4.1 Με μηδενική διαταραχή

Ελλείψει οποιασδήποτε διαταραχής, η ανισότητα (4.7) γίνεται

$$\Gamma_S S \geq 0. \quad (4.19)$$

Λύνοντας το (4.19) με αυστηρή ανισότητα, η ύπαρξη ενός θετικού διανύσματος ισχύος είναι ισοδύναμη με το $c > 0$ από το θεώρημα 1.5.2 του [28], χρησιμοποιώντας την θεωρία των M-πινάκων. Ωστόσο, δίνουμε μία άμεση απόδειξη του ακόλουθου θεωρήματος.

Θεώρημα 4.2. Έχουμε $\Gamma_S S > 0$, για ένα θετικό διάνυσμα ισχύος S εάν και μόνο εάν $c > 0$. Σε αυτή την περίπτωση, κάθε λύση του S στην ανισότητα $\Gamma_S S > 0$ είναι θετική και το διάνυσμα $S = (\Gamma_S)^{-1}u$, είναι λύση για κάθε θετικό διάνυσμα u . Ποιο συγκεκριμένα, μία θετική λύση του S μπορεί να δοθεί από το $S = (\Gamma_S)^{-1}e$.

Απόδειξη. Αν $c > 0$, τότε το $(\Gamma_S)^{-1}$ υπάρχει και είναι ένας θετικός πίνακας (από πρόταση 4.1). Έστω $S = (\Gamma_S)^{-1}e$. Τότε $S > 0$ και $\Gamma_S S = \Gamma_S (\Gamma_S)^{-1}e = e > 0$. Τώρα, ας υποθέσουμε ότι υπάρχει ένα θετικό διάνυσμα ισχύος S έτσι ώστε $\Gamma_S S > 0$. Κατόπιν, $S > \Gamma_D S$, το οποίο συνεπάγει ότι $(I + \Gamma_D)S > \Gamma_D e = e^T S = (e^T S) \Gamma_D e$. Κατά συνέπεια, $(I + \Gamma_D)^{-1} \Gamma_D e < (e^T S)^{-1} S$. Επομένως,

$$e^T (I + \Gamma_D)^{-1} \Gamma_D e < (e^T S)^{-1} e^T S = 1,$$

Και αυτό σημαίνει ότι $c > 0$.

Τέλος, ας υποθέσουμε ότι $c > 0$. Εάν $\Gamma_S S > 0$ για ένα διάνυσμα S , τότε $S = (\Gamma_S)^{-1} \Gamma_S S > 0$ δεδομένου ότι το $(\Gamma_S)^{-1}$ είναι θετικό. Για οποιοδήποτε διάνυσμα $u > 0$, έχουμε $\Gamma_S (\Gamma_S)^{-1} u = u > 0$. Αυτό σημαίνει ότι το $S = (\Gamma_S)^{-1} u$,

είναι μία λύση. Αυτό ολοκληρώνει την απόδειξη. Το ακόλουθο θεώρημα δίνει τα γενικότερα αποτελέσματα.

Θεώρημα 4.3.

Το ομοιογενές σύστημα ανισότητας (4.19), έχει μία μη τετριμμένη και θετική λύση S εάν και μόνο εάν $c \geq 0$. Στην περίπτωση που έχω $c > 0$, όλα τα διανύσματα του τύπου $(\Gamma_S)^{-1}u$, με $u \geq 0$, είναι λύσεις του (4.19).

Απόδειξη. Αρχικά, αρκεί να υποθέσουμε ότι $c = 0$, δεδομένου ότι η περίπτωση $c > 0$ έχει αποδειχθεί στο θεώρημα 4.2. Κατόπιν, το $S = (I + \Gamma_D)^{-1}\Gamma_D e$, μας δίνει μία θετική λύση του (4.19) εφόσον $\Gamma_S S = (I + \Gamma_D - \Gamma_D e e^T)(I + \Gamma_D)^{-1}\Gamma_D e = \Gamma_D e - \Gamma_D e e^T(I + \Gamma_D)^{-1}\Gamma_D e = \Gamma_D e - \Gamma_D e = 0$. Τώρα αν υποθέσουμε ότι έχουμε ένα διάφορο του μηδέν και θετικό διάνυσμα ισχύος S έτσι ώστε $\Gamma_S S \geq 0$. Τότε, $(I + \Gamma_D)S \geq \Gamma_D e e^T S$ πράγμα που συνεπάγει ότι $(I + \Gamma_D)^{-1}\Gamma_D e \leq (e^T S)^{-1}S$, δεδομένου ότι $e^T S > 0$. Έτσι,

$$e^T(I + \Gamma_D)^{-1}\Gamma_D e \leq (e^T S)^{-1}e^T S = 1.$$

Δηλαδή $c \geq 0$. Το τελευταίο συμπέρασμα του θεωρήματος είναι προφανές και από την απόδειξη του θεωρήματος 4.2. Στην πραγματικότητα, δεν υπάρχει καμία ελάχιστη λύση στην ομοιογενή ανισότητα (4.19). Τα θεωρήματα 4.2 και 4.3 μας επιτρέπουν να διατυπώσουμε την ακόλουθη διαδικασία έτσι ώστε να επιτύχουμε κατανομή ισχύος.

Διαδικασία Κατανομής Ισχύος

Βήμα 1. Από τον πίνακα κίνησης, υπολογίζουμε το $(\Gamma_S)^{-1}$ χρησιμοποιώντας τα (4.18) και (4.16).

Βήμα 2. Έστω ότι το g_{ij} μας δείχνει την τιμή της i -οστής γραμμής και της j -οστής στήλης του $(\Gamma_S)^{-1}$.

Βήμα 3. Αθροίζουμε τις γραμμές,

$$G_j = \sum_{i=1}^M g_{ij}, \quad j = 1, \dots, M.$$

Βήμα 4. Βρίσκουμε την ελάχιστη τιμή του G_j , $j = 1, \dots, M$, ορίζοντας $j = k$ και έχοντας για δείκτη το k .

Βήμα 5. Στην συνέχεια, η k -οστή στήλη είναι η βέλτιστη λύση της ισχύος:

$$S_i^* = g_{ik}.$$

Αν το s_0 είναι το ελάχιστο απαιτούμενο επίπεδο ισχύος για την σωστή ανίχνευση του επιθυμητού σήματος, τότε το διάνυσμα ισχύος μπορεί να κλιμακωθεί ως εξής:

$$S = s_0 \cdot \frac{S^*}{S_{\min}^*}, \quad (4.20)$$

όπου S_{\min}^* είναι η ελάχιστη τιμή των συνιστωσών του διανύσματος S^* .

4.4.2 Με διαταραχή διάφορη του μηδενός

Έστω ότι το Φ_i είναι η κανονικοποιημένη απαίτηση της κίνησης δεδομένων :

$$\Phi_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_i + 1}, i = 1, 2, \dots, M, \quad (4.21)$$

η οποία είναι μία μονότονα αύξουσα συνάρτηση του Γ_i . Όταν το Γ_i μεταβληθεί στην περιοχή $(0, \infty)$, το Φ_i παίρνει μία αντίστοιχη τιμή στην περιοχή $(0, 1)$. Το ακόλουθο αποτέλεσμα, μας δίνει έναν ισοδύναμο όρο για την ανισότητα (4.7), έτσι ώστε να έχουμε μία θετική λύση και μια ρητή έκφραση της βέλτιστης λύσης του.

Θεώρημα 4.4.

Υποθέστε ότι $n \neq 0$. Τότε το (4.7) έχει μία θετική λύση εάν και μόνο εάν $c > 0$. Εάν $c > 0$, τότε κάθε λύση του S στο (4.7) ικανοποιεί την ανισότητα $S \geq S^*$, όπου η ελάχιστη θετική λύση του S του (4.7) έχει την έκφραση

$$S^* = \left[I + \frac{1}{c} (I + \Gamma_D)^{-1} \Gamma_D e e^T \right] (I + \Gamma_D)^{-1} \Gamma_D n \quad (4.22)$$

και έτσι η i -οστή του συνιστώσα είναι

$$S_i^* = \frac{\Phi_i}{c} \left[(\Phi_i + c)n_i + \sum_{j \neq i} \Phi_j n_j \right], i = 1, 2, \dots, M. \quad (4.23)$$

Απόδειξη. Εάν το S είναι μία θετική λύση του (4.7), τότε

$$(I + \Gamma_D - \Gamma_D e e^T) S \geq \Gamma_D n \geq 0.$$

Κατά συνέπεια,

$$(I + \Gamma_D) S \geq \Gamma_D e e^T S = (e^T S) \Gamma_D e$$

και η ακριβής ανισότητα ισχύει για τουλάχιστον μία συνιστώσα της παραπάνω ανισότητας εφόσον $\Gamma_D e \neq 0$, δηλαδή,

$$[(I + \Gamma_D)S]_i > [(e^T S)\Gamma_D e]_i$$

για τουλάχιστον ένα i . Επομένως,

$$(I + \Gamma_D)^{-1}\Gamma_D e \leq (e^T S)^{-1}S$$

και

$$[(I + \Gamma_D)^{-1}\Gamma_D e]_i < [(e^T S)^{-1}S]_i.$$

Άρα,

$$c = 1 - e^T(I + \Gamma_D)^{-1}\Gamma_D e > 1 - (e^T S)^{-1}e^T S = 0.$$

Αντιστρόφως, υποθέστε ότι $c > 0$. Τότε το $(\Gamma_S)^{-1}$ είναι ένας θετικός πίνακας. Έστω $S^* = (\Gamma_S)^{-1}\Gamma_D n$. Τότε το S^* είναι μία θετική λύση του (4.7), εφόσον $\Gamma_S S^* = \Gamma_S (\Gamma_S)^{-1}\Gamma_D n = \Gamma_D n$ και οι εκφράσεις (4.22) και (4.23) είναι άμεσα αποτελέσματα από το θεώρημα 4.1. Τέλος, εάν $c > 0$ και S να είναι η οποιαδήποτε λύση του (4.7), προκύπτει

$$S = (\Gamma_S)^{-1}\Gamma_S S \geq (\Gamma_S)^{-1}\Gamma_D n \equiv S^*,$$

έτσι το S είναι πραγματικά μία θετική λύση και το S^* είναι η ελάχιστη θετική λύση του (4.7).

Παρατήρηση 1.

Για την μετάδοση άνω ζεύξης (uplink), το διάνυσμα διαταραχής μπορεί να γραφτεί ως $n = \xi e$ για ορισμένους θετικούς αριθμούς ξ . Δηλαδή αν όλα τα σήματα αντιμετωπίζουν το ίδιο επίπεδο διαταραχής, τότε η ελάχιστη λύση της ισχύος είναι :

$$S^* = \frac{\xi}{c} (I + \Gamma_D)^{-1}\Gamma_D e,$$

αποτέλεσμα το οποίο είναι σύμφωνο με το λήμμα 3 του [6].

4.4.3 Με περιορισμούς ισχύος

Στην πράξη, συχνά χρειάζεται να λύσουμε το (4.7) με κάποιους περιορισμούς. Εδώ δίνουμε τα αποτελέσματα που προκύπτουν λύνοντας το (4.7) με διαφορετικούς περιορισμούς ισχύος στις μεταδόσεις άνω και κάτω ζεύξης. Θα δούμε ότι με την προσθήκη των εν λόγω περιορισμών ισχύος, η αναγκαία και

επαρκής συνθήκη για να υπάρξει μια εφικτή λύση της ισχύος, γίνεται πιο αυστηρή. Ωστόσο, εφόσον το σύστημα είναι εφικτό, τα βέλτιστα επίπεδα ισχύος κατανέμονται με τον ίδιο τρόπο όπως σε αυτά που δεν έχουνε περιορισμούς ισχύος.

- Μετάδοση άνω ζεύξης

Για την μετάδοση άνω ζεύξης, η μέγιστη ισχύς εκπομπής ενός κινητού περιορίζεται κανονικά από

$$S_i \leq \bar{S}_i, \quad 1 \leq i \leq M, \quad (4.24)$$

Όπου \bar{S}_i είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη ισχύς για τον i -οστό χρήστη. Υπό τον περιορισμό του (4.24), η βέλτιστη κατανομή ισχύος δίνεται από το ακόλουθο θεώρημα.

Θεώρημα 4.5.

Υποθέτουμε ότι $n \neq 0$. Στην συνέχεια το σύστημα (4.7), το οποίο περιορίζεται από το (4.24) έχει μία θετική λύση εάν και μόνο εάν για $i = 1, 2, 3, \dots, M$,

$$0 < \frac{\sum_{j=1}^M \Phi_j n_j}{1 - \sum_{j=1}^M \Phi_j} \leq \frac{\bar{S}_i}{\Phi_i} - n_i. \quad (4.25)$$

Απόδειξη. Έστω ότι $S > 0$, το οποίο ικανοποιεί το (4.7) και το (4.24). Στην συνέχεια έχουμε $c > 0$, από το θεώρημα 4.4. Εφόσον το S^* δίνεται από το (4.22), είναι η ελάχιστη λύση του (4.7), για $S^* \leq S \leq \bar{S}$. Κατά συνέπεια,

$$\left[I + \frac{1}{c} (I + \Gamma_D)^{-1} \Gamma_D e e^T \right] (I + \Gamma_D)^{-1} \Gamma_D n \leq \bar{S}.$$

Τώρα ακολουθεί αμέσως το (4.25) από τον ορισμό του c που δίνεται από το (4.16). Αντιστρόφως, εάν το (4.25) είναι αληθές, τότε $c > 0$. Είναι σαφές ότι το S^* είναι μία θετική λύση του (4.7) υπό τον περιορισμό βέβαια του (4.24).

Παρατήρηση 2.

Όταν εφαρμόζουμε τον όρο $n_{\xi e}$ για την μετάδοση της άνω ζεύξης, η απαραίτητη και επαρκής προϋπόθεση για να έχει μία θετική λύση το (4.7) και το (4.24) είναι:

$$\sum_{j=1}^M \Phi_j \leq 1 - \max_i \left(\frac{\xi \Phi_i}{\bar{S}_i} \right), \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (4.26)$$

Η δεξιά πλευρά της ανισότητας (4.26) περιορίζεται από το μέγιστο λόγο του Φ/\bar{S} , ενώ η αριστερή πλευρά είναι το άθροισμα της κανονικοποιημένης απαίτησης κίνησης δεδομένων. Όσο υψηλότερη είναι η κανονικοποιημένη

απαίτηση κίνησης δεδομένων, τόσο υψηλότερο είναι και το ποσό των πόρων που καταλαμβάνει το σύστημα μας, αφήνοντας ένα μικρότερο χώρο στο σύστημα για την υποστήριξη άλλων χρηστών.

- Μετάδοση κάτω ζεύξης

Στην μετάδοση κάτω ζεύξης, η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς ενός σταθμού βάσης περιορίζεται από

$$\sum_{i=1}^M S_i \leq S_T, \quad (4.27)$$

Όπου $S_T > 0$, είναι η συνολική μέγιστη ισχύς του σταθμού βάσης. Στην συνέχεια, η απαραίτητη προϋπόθεση για να έχουμε μία εφικτή λύση δίνεται από το ακόλουθο θεώρημα.

Θεώρημα 4.6.

Υποθέστε ότι $n \neq 0$. Στην συνέχεια το σύστημα (4.7) το οποίο περιορίζεται από το (4.27), έχει μία θετική λύση εάν και μόνο εάν

$$0 < \frac{\sum_{i=1}^M \Phi_i n_i}{1 - \sum_{i=1}^M \Phi_i} \leq S_T. \quad (4.28)$$

Συγκεκριμένα, εάν $n = \xi e$ τότε το (4.28) γίνεται

$$\sum_{i=1}^M \Phi_i \leq \frac{S_T}{S_T + \xi}. \quad (4.29)$$

Απόδειξη. Έστω ότι το $S > 0$, ικανοποιεί τόσο το (4.7) όσο και το (4.27). Στην συνέχεια έχουμε $c > 0$, από θεώρημα 4.4. Εφόσον το S^* δίνεται από το (4.22) είναι η ελάχιστη λύση του (4.7), $e^T S^* \leq e^T S \leq S_T$.

Έτσι,

$$e^T \left[I + \frac{1}{c} (I + \Gamma_D)^{-1} \Gamma_D e e^T \right] (I + \Gamma_D)^{-1} \Gamma_D n \leq S_T.$$

Εφόσον η αριστερή πλευρά της παραπάνω ανισότητας είναι ίση με

$$e^T(I + \Gamma_D)^{-1}\Gamma_D n \left[I + \frac{1}{c}(1 - c) \right] = \frac{e^T(I + \Gamma_D)^{-1}\Gamma_D n}{c},$$

τότε η (4.28) είναι αληθής. Αντιστρόφως, εάν η (4.28) ικανοποιείται, τότε $c > 0$ και έτσι είναι καλά προσδιορισμένη η ελάχιστη λύση S^* του (4.7). Είναι φανερό ότι το S^* ικανοποιεί το (4.27).

4.4.4 Ανάλυση Χωρητικότητας

Στην παράγραφο 4.3 φαίνεται ότι η απαραίτητη και επαρκής προϋπόθεση για να υπάρξει ένας θετικός αντίστροφος πίνακας για το Γ_S , είναι να έχουμε $c > 0$, το οποίο συνεπάγει $\sum_{i=1}^M \Phi_i < 1$. Εάν όλοι οι M χρήστες στο σύστημα έχουν την ίδια απαίτηση κίνησης δεδομένων, δηλαδή $\Phi_i = \Phi$ για όλα τα i , τότε η παραπάνω προϋπόθεση συνεπάγει $\Phi < 1/M$. Επομένως σε αυτό το σύστημα κάθε χρήστης έχει την δυνατότητα να καταλαμβάνει λιγότερο από το $1/M$ του πόρου του συστήματος. Για αυτό το λόγο το Φ ορίζεται ως η κανονικοποιημένη απαίτηση της κίνησης δεδομένων. Ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν K κατηγορίες μεταξύ των M χρηστών και η απαίτηση της κίνησης δεδομένων (Φ ή Γ) είναι ίδια για όλους τους χρήστες κάθε κατηγορίας. Η χωρητικότητα C ορίζεται ως ο K -διαστάσεων χώρος που γεφυρώνεται από τον μέγιστο αριθμό χρηστών που υποστηρίζονται στην κάθε κατηγορία:

$$C = [N_1, \dots, N_k, \dots, N_K]^T,$$

όπου N_k είναι ο αριθμός των χρηστών στην k -οστή κατηγορία. Για λόγους ευκολίας, περαιτέρω θα υποθέσουμε ότι στην μετάδοση κάτω ζεύξης όλοι οι χρήστες αντιμετωπίζουν το ίδιο επίπεδο διαταραχής ξ , κάτι το οποίο γίνεται και στην μετάδοση άνω ζεύξης. Με την προϋπόθεση ότι $c > 0$, η (4.26) και η (4.29) μπορούν να χρησιμοποιηθούν έτσι ώστε να αξιολογηθεί η χωρητικότητα του συστήματος για διαφορετικές καταστάσεις.

- Όταν δεν υπάρχουν περιορισμοί ισχύος, η συγκλίνουσα συνθήκη ελέγχου ισχύος $c > 0$, είναι ισοδύναμη με την ανισότητα

$$\sum_{k=1}^K N_k \Phi_k < 1. \quad (4.30)$$

- Όταν το σύστημα περιορίζεται από ένα ανώτερο επίπεδο ισχύος όπως στο (4.24) στην μετάδοση της άνω ζεύξης, εφαρμόζοντας το (4.26) έχουμε

$$\sum_{k=1}^K N_k \Phi_k < 1 - \max_j \left(\frac{\xi \Phi_j}{\bar{S}_j} \right), \quad 1 \leq j \leq K. \quad (4.31)$$

- Όταν το σύστημα περιορίζεται από την συνολική ισχύ μετάδοσης όπως στο (4.27) στην μετάδοση κάτω ζεύξης, χρησιμοποιώντας το (4.29) έχουμε

$$\sum_{k=1}^K N_k \Phi_k \leq \frac{S_T}{S_T + \xi}. \quad (4.32)$$

Είναι σαφές ότι η δεξιά πλευρά του (4.31) και του (4.32) είναι μικρότερη από αυτή του (4.30). Επιπλέον, το (4.31) και (4.32) περιορίζονται στο (4.30) καθώς το \bar{S} και το S_T τείνουν στο άπειρο αντίστοιχα. Επομένως, οι περιορισμοί ισχύος έχουν ως αποτέλεσμα την μείωση της χωρητικότητας του συστήματος.

4.5 Βέλτιστη κατανομή ρυθμού δεδομένων

Η ρυθμοαπόδοση του συστήματος είναι μία συνάρτηση του παράγοντα διασποράς N ή ισοδύναμα του ρυθμού δεδομένων που εφαρμόζεται. Στις επόμενες δύο ενότητες, θα αναλύσουμε την κατανομή/προγραμματισμό του ρυθμού δεδομένων σε ένα σύστημα ελέγχου κλειστού βρόγχου με σκοπό την μεγιστοποίηση της ρυθμοαπόδοσης του συστήματος.

4.5.1 Υποθέσεις

Υποθέτοντας ότι ο χρήστης 1 είναι ο επιθυμητός χρήστης και οι χρήστες από 2 μέχρι M ότι είναι παρεμβολές, ο λαμβανόμενος λόγος εξυπηρέτησης προς παρεμβολή (S.I.R - Service to Interference Ratio) για τον επιθυμητό χρήστη δίνεται από

$$\gamma_1 = N_1 \cdot \frac{h_1 P_1}{\sum_{j=2}^M h_j P_j + \sigma^2} = N_1 \cdot \xi_1 = \frac{W}{R_1} \cdot \xi_1, \quad (4.33)$$

όπου P_j και h_j είναι αντίστοιχα η ισχύς μετάδοσης και το κέρδος καναλιού του χρήστη j . Το $N_1 = W/R_1$ είναι ο παράγοντας διασποράς (spreading factor) του επιθυμητού χρήστη και το σ^2 είναι η ισχύς θορύβου από το περιβάλλον. Ο όρος ξ_1 ο οποίος αντιπροσωπεύει τον λόγο φέροντος προς παρεμβολή (C.I.R) του επιθυμητού χρήστη δίνεται από

$$\xi_1 = \frac{h_1 P_1}{\sum_{j=2}^K h_j P_j + \sigma^2},$$

το οποίο εξαρτάται μόνο από το λαμβανόμενο διάνυσμα ισχύος και από το επίπεδο θορύβου περιβάλλοντος. Η διαφορά μεταξύ του λόγου εξυπηρέτησης προς παρεμβολή (S.I.R) και του λόγου φέροντος προς παρεμβολή (C.I.R) είναι το κέρδος επεξεργασίας (processing gain) N (δηλαδή $\Gamma = \xi N$). Έστω ότι το $g(\gamma)$ μας δείχνει την σχέση μεταξύ του ρυθμού σφαλμάτων (P_b) και του λόγου εξυπηρέτησης προς παρεμβολή (γ) κάτι το οποίο είναι συνάρτηση της διαμόρφωσης και του συστήματος κωδικοποίησης που χρησιμοποιείται. Εμείς μοντελοποιούμε τον ρυθμό σφαλμάτων (B.E.R) σαν μια εκθετικά φθίνουσα συνάρτηση [29] :

$$P_b = g(\gamma) = c_1 \exp(-c_2 \gamma), \quad (4.34)$$

όπου c_1 και c_2 είναι παράμετροι οι οποίοι μπορούν να προσαρμοστούν έτσι ώστε να ταιριάζουν με ένα συγκεκριμένο σύστημα διαμόρφωσης/κωδικοποίησης. Με διαφορετικά συστήματα διαμόρφωσης/κωδικοποίησης η χαρτογράφηση μεταξύ του S.I.R και του B.E.R ίσως άλλαζε, αλλά αυτό δεν έχει καμία επίδραση στα ακόλουθα αναλυτικά αποτελέσματα. Με την διεμπλοκή/απεμπλοκή (interleaving/deinterleaving), τα σφάλματα των bit υποτίθεται ότι είναι ανεξάρτητα. Η πιθανότητα αναμετάδοσης ενός πακέτου για την λήψη ενός πακέτου χωρίς σφάλματα (error free) είναι :

$$P_r = 1 - (1 - P_b)^{L_p r_c}, \quad (4.35)$$

όπου r_c είναι ο ρυθμός κωδικοποίησης του κώδικα του καναλιού και L_p είναι το μέγεθος του πακέτου.

4.5.2 Επιλογή του βέλτιστου παράγοντα διασποράς

Ο αλγόριθμος του βέλτιστου παράγοντα διασποράς που παρουσιάζεται σε αυτό το κεφάλαιο βασίζεται στην υπόθεση ότι η προσαρμογή του ρυθμού είναι συνεχής. Η ρυθμοαπόδοση η , ορίζεται ως ο μέσος αριθμός των bit πληροφορίας που μεταδίδονται επιτυχώς ανά δευτερόλεπτο και δίδεται από

$$n = \frac{r_c W}{N} (1 - P_r) = \frac{r_c W}{N} (1 - c_1 \exp(-c_2 \xi N))^{L_p r_c}, \quad (4.36)$$

όπου $(1 - P_r)$ είναι η πιθανότητα να λάβουμε πακέτο χωρίς λάθη. Έστω ότι $g(\xi N) = c_1 \exp(-c_2 \xi N)$. Ο βέλτιστος παράγοντας διασποράς N^* μπορεί να επιτευχθεί παίρνοντας την πρώτη παράγωγο του (4.36) ως προς N και εξισώνοντας το αποτέλεσμα με το μηδέν:

$$\frac{\partial n}{\partial N} = -\frac{r_c W}{N^*} [1 - g(\xi N^*)]^{L_p r_c} \times \left[\frac{1}{N^*} (1 - g(\xi N^*)) + L_p r_c \cdot \xi \cdot g'(\xi N^*) \right] = 0.$$

Δεδομένου ότι ο πρώτος όρος είναι αυστηρά μη μηδενικός, το N^* μπορεί να λυθεί εξισώνοντας τον δεύτερο όρο με το μηδέν:

$$1 - g(\xi N^*) + L_p r_c \cdot \xi N^* \cdot g'(\xi N^*) = 0. \quad (4.37)$$

Αντικαθιστώντας το $g(\xi N^*) = c_1 \exp(-c_2 \xi N^*)$ και το $\gamma^* = \xi N^*$ στο (4.37), προκύπτει

$$\exp(c_2 \gamma^*) = c_1 + L_p r_c \cdot c_1 c_2 \cdot \gamma^*. \quad (4.38)$$

Σημειώστε ότι η αριστερή πλευρά είναι μια εκθετική συνάρτηση ενώ η δεξιά πλευρά είναι μια γραμμική συνάρτηση του γ^* . Για ένα δεδομένο σύνολο προδιαγραφών του συστήματος το γ^* μπορεί να ληφθεί λύνοντας το (4.38) και αντιμετωπίζοντας το σαν μια σταθερά. Ο βέλτιστος παράγοντας διασποράς ορίζεται μεμονωμένα ως

$$N^* = \frac{\gamma^*}{\xi}. \quad (4.39)$$

Στις πρακτικές εφαρμογές, η τιμή του εφαρμοζόμενου παράγοντα διασποράς συνήθως περιορίζεται από ένα σύνολο ακέραιων αριθμών. Σε αυτήν την περίπτωση ο υπό-βέλτιστος παράγοντας διασποράς επιλέγεται από ένα διαθέσιμο σύνολο και είναι ο πλησιέστερος ακέραιος αριθμός στην βέλτιστη λύση που δίδεται από το (4.39).

4.5.3 Επιλογή ρυθμού για το G.P.R (Greedy Rate Packing)

Ο άπληστος αλγόριθμος πακεταρίσματος του ρυθμού (G.P.R), που περιγράφεται στο [30] είναι μία διαδοχική πειραματική μέθοδος κατάλληλη για

μια διακριτή κατάσταση ρυθμού. Ένας χρήστης με υψηλό κέρδος ζεύξης, αποδίδει όσο πιο υψηλό ρυθμό γίνεται. Το G.P.R αποδίδει υψηλή ρυθμοαπόδοση συστήματος. Ας υποθέσουμε ότι σε κάθε χρήστη μπορεί να παραχωρηθεί ένας διακριτός ρυθμός από το σύνολο $R = \{r^{(1)*}, r^{(2)*}, \dots, r^{(k)*}\}$, με την προϋπόθεση ότι $r^{(1)*} < r^{(2)*} < \dots < r^{(k)*}$, όπου k είναι ο αριθμός των διαθέσιμων ρυθμών που μπορούν να παραχωρηθούν στους χρήστες. Το αντίστοιχο σύνολο του διακριτού στόχου C.I.R είναι $\Omega = \{\xi^{(1)*}, \xi^{(2)*}, \dots, \xi^{(k)*}\}$, με την προϋπόθεση ότι $\xi^{(1)*} < \xi^{(2)*} < \dots < \xi^{(k)*}$. Η σχέση μεταξύ του R και του στόχου C.I.R μπορεί να επιτευχθεί από το (4.33) και είναι η εξής:

$$\frac{r^{(1)*}}{\xi^{(1)*}} = \frac{r^{(2)*}}{\xi^{(2)*}} = \dots = \frac{r^{(k)*}}{\xi^{(k)*}} = \frac{W}{\gamma^*}, \quad (4.40)$$

όπου γ^* είναι ο κοινός στόχος S.I.R (Service to Interference Ratio) το οποίο είναι μία παράμετρος που συντονίζεται. Σε αυτό το κεφάλαιο χρησιμοποιούμε τη βέλτιστη τιμή S.I.R που δίδεται από το (4.38). Από το (4.40) μπορούμε να δούμε ότι ο στόχος C.I.R, $\xi^{(i)*}$, είναι μια άλλη παράμετρος η οποία ταιριάζει με τον αποτελεσματικό ρυθμό δεδομένων. Κατά συνέπεια, η εκχώρηση ρυθμού και η εκχώρηση στόχου C.I.R είναι αλληλεξαρτώμενα. Με βάση την προηγούμενη ανάλυση κατανομής της ισχύος για την μετάδοση της άνω ζεύξης, η απαραίτητη και ικανή συνθήκη για να έχουμε θετική κατανομή ισχύος είναι η εξής

$$\sum_{j=1}^K \frac{\xi_j}{1 + \xi_j} \leq 1 - \max_{1 \leq j \leq K} \left[\frac{\xi_j}{\frac{h_j P_{\max}}{\sigma^2} + \xi_j} \right], \quad (4.41)$$

όπου P_{\max} είναι το μέγιστο επιτρεπόμενο επίπεδο της εκπεμπόμενης ισχύος. Ο αλγόριθμος G.P.R [30] χρησιμοποιεί την απαραίτητη και επαρκής συνθήκη (4.41) για να κατανείμει τον στόχο C.I.R, $\xi^{(i)*}$ και τον αντίστοιχο ρυθμό δεδομένων των χρηστών, με την βοήθεια των πληροφοριών κατάστασης καναλιού (C.S.I). Η αρχή είναι να δοθεί υψηλότερη προτεραιότητα στον χρήστη (ή χρήστες) με την καλύτερη κατάσταση καναλιού έτσι ώστε να ενισχυθεί η ρυθμοαπόδοση του συστήματος.

4.6 Κοινός ρυθμός και προσαρμογή ισχύος

Ο έλεγχος ισχύος κλειστού βρόγχου μπορεί να θεωρηθεί ως ένας μηχανισμός ελέγχου εσωτερικού βρόγχου, ενώ η κατανομή του στόχου C.I.R που επιτυγχάνει προσαρμογή ρυθμού σε επίπεδο πλαισίου χρησιμεύει ως ένας μηχανισμός ελέγχου εξωτερικού βρόγχου που ενισχύει την αποδοτικότητα της διαχείρισης των ραδιοπόρων.

4.6.1 O.S.F-P.C

Έστω ότι το ρ_1 χαρακτηρίζει το C.I.R του σήματος πιλότου του επιθυμητού χρήστη, χωρίς να ελέγχεται η ισχύς του και καθορίζεται από τα κέρδη διάλειψης του καναλιού των χρηστών:

$$\rho_1 = \frac{h_1}{\sum_{i=2}^K h_i}. \quad (4.42)$$

Για προσαρμογή ρυθμού στο τέλος του m -οστού πλαισίου, το μέσο C.I.R του σήματος πιλότου υπολογίζεται βγάζοντας τον μέσο όρο των C.I.R από το πιο πρόσφατο πλαίσιο (15 slots σε μήκος).

$$\bar{\rho}_1 = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} \rho_1^i, \quad (4.43)$$

Ο εκθέτης i υποδηλώνει το περιεχόμενο της θυρίδας. Το προκύπτων μέσο C.I.R που συμβολίζεται ως ξ στο (4.39) χρησιμοποιείται για να υπολογίσει τον παράγοντα διασποράς για την επόμενη μετάδοση πλαισίου και να τον ανατροφοδοτήσει πίσω στον κινητό σταθμό. Η τιμή $\xi^*[m+1]$, (όπου $[m+1]$ είναι το περιεχόμενο του πλαισίου) θα οριστεί ως η τιμή του στόχου C.I.R για το επόμενο πλαίσιο. Στην n -οστή θυρίδα, η λαμβανόμενη πληροφορία του C.I.R (ξ) υπολογίζεται στον δέκτη και συγκρίνεται με τον στόχο ξ^* , με σκοπό την δημιουργία εντολής ελέγχου της ισχύος έτσι ώστε να ασκηθεί έλεγχος ισχύος κλειστού βρόγχου. Όταν η τιμή του C.I.R είναι πάνω από το επιθυμητό, η εντολή ελέγχου της ισχύος (P.C.C - Power Control Command) που στέλνεται στον πομπό είναι $pcc[n] = -1$ και όταν είναι κάτω από το επιθυμητό η εντολή που στέλνεται είναι $pcc[n] = +1$. Η ισχύς εκπομπής $P[n+1]$ στην $(n+1)$ -οστή θυρίδα, μπορεί να υπολογιστεί επαναληπτικά στην αρχή αυτής της θυρίδας χρησιμοποιώντας τα ακόλουθα βήματα:

$$pcc[n] = \text{sgn}(\xi^*[m] - CIR[n]) \text{ και } P[n+1] = P[n] + \Delta \cdot pcc[n], \quad (4.44)$$

όπου Δ είναι το μέγεθος βήματος (σε dB) που εφαρμόζεται, και $\text{sgn}(\cdot)$ είναι η συνάρτηση προσήμου (signum function) . Επιπλέον, το αναβαθμισμένο επίπεδο εκπεμπόμενης ισχύος περιορίζεται από

$$P[n + 1] = \begin{cases} P_{\max} & \text{if } P[n + 1] > P_{\max} \\ P_{\min} & \text{if } P[n + 1] < P_{\min} \end{cases}, \quad (4.45)$$

όπου P_{\max} και P_{\min} είναι αντίστοιχα η μέγιστη και η ελάχιστη επιτρεπόμενη ισχύς εκπομπής για την επιθυμητή ανίχνευση σήματος. Η προσαρμοστική επεξεργασία περιλαμβάνει (i) τον καθορισμό του παράγοντα διασποράς βασισμένο στο C.I.R του σήματος πιλότου έτσι ώστε να πετύχει προσαρμογή του ρυθμού δεδομένων και (ii) την εκτίμηση της λαμβανόμενης πληροφορίας C.I.R σε κάθε θυρίδα για την εφαρμογή του C.L.P.C (Closed - Loop Power Control). Το όλο σκεπτικό είναι ότι χρησιμοποιώντας το C.L.P.C, το προκύπτον C.I.R αναγκάζεται να είναι κοντά στον στόχο μέσα σε κάθε πλαίσιο. Ο στόχος αυτός χρησιμοποιείται για να προσδιορίσει τον βέλτιστο παράγοντα διασποράς για αυτό το πλαίσιο. Με αυτόν τον τρόπο κάνουμε την προσαρμογή ρυθμού να δουλεύει σαν ένας έλεγχος εξωτερικού βρόγχου και τον έλεγχο ισχύος κλειστού βρόγχου (C.L.P.C) να δουλεύει σαν έλεγχος εσωτερικού βρόγχου. Σε σύγκριση με τον συμβατικό τρόπο του ελέγχου ισχύος κλειστού βρόγχου υπάρχουν δύο διαφορές. Η πρώτη είναι ότι ο στόχος του C.I.R ποικίλλει πράγμα που οδηγεί σε αντικατάσταση του ξ^* στην (4.44) από το $\xi^*[m]$ για το m -οστό πλαίσιο. Αυτό είναι μια συνέπεια της χρήσης της προσαρμογής του ρυθμού σε επίπεδο πλαισίου. Η δεύτερη διαφορά είναι ότι επαναφέρουμε την ισχύ εκπομπής στο προεπιλεγμένο επίπεδο ισχύος, που υποτίθεται ότι ήταν 0 dBm, στην αρχή κάθε πλαισίου όταν ο στόχος του C.I.R έχει αλλάξει. Αυτό είναι επίσης μια συνέπεια που έχουμε όταν αλλάζουμε τον στόχο του C.I.R σε κάθε πλαίσιο. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να ελέγξουμε την δυναμική περιοχή της εκπεμπόμενης ισχύος και να εξασφαλίσουμε ότι ο υπολογισμός της εκπεμπόμενης ισχύος δεν θα παρουσιάσει καμία απόκλιση. Επιπλέον, η επαναφορά της ισχύος σε συνδυασμό με την προσαρμογή του ρυθμού, φέρνει μια δραματική μείωση στην μέση εκπεμπόμενη ισχύ κάτι το οποίο θα διευκρινιστεί στα επόμενα αριθμητικά αποτελέσματα.

4.6.2 G.P.R-P.C

Η προσαρμογή του ρυθμού έχει διπλό ρόλο στα C.D.M.A συστήματα : κατανομή ισχύος και έλεγχο ισχύος κλειστού βρόγχου. Η κατανομή ισχύος για τα multiclass συστήματα είναι μία σημαντική λειτουργία διαχείρισης των πόρων και χρησιμοποιείται για να καθορίσει τα επιθυμητά επίπεδα της λαμβανόμενης ισχύος, να ικανοποιήσει την απαίτηση του Q.o.S και τους

μέγιστους περιορισμούς ισχύος όλων των χρηστών στο σύστημα ενώ το C.L.P.C αντισταθμίζει την εξασθένηση του σήματος και διατηρεί την λαμβανόμενη ισχύ του σήματος (ή το επίπεδο S.I.R) στο επιθυμητό επίπεδο. Στο O.S.F-P.C (Optimal Spreading Factor - Power Control) η λειτουργικότητα της κατανομής της ισχύος δεν έχει αξιοποιηθεί ακόμα, ενώ στο G.R.P-P.C (Greedy Rate Packing - Power Control), στην αρχή του κάθε πλαισίου καθορίζεται ένα αρχικό διάνυσμα ισχύος, λύνοντας το πρόβλημα της κατανομής ισχύος ενώ ταυτόχρονα ικανοποιεί την απαίτηση του στόχου S.I.R. Το G.R.P κατανέμει συνετά τον ρυθμό δεδομένων και την τιμή του στόχου C.I.R (ξ^*) σε κάθε χρήστη βασισμένο στα κέρδη των καναλιών τους h_1, h_2, \dots, h_K . Με μία ορισμένη εκχώρηση στόχου C.I.R, μπορούμε να λάβουμε το βέλτιστο διάνυσμα ισχύος το οποίο παρέχει σε κάθε χρήστη τον απαιτούμενο στόχο S.I.R, λύνοντας τις γραμμικές ανισότητες

$$\begin{cases} (I - F)P^* \geq U \\ P^* \geq 0 \end{cases}, \quad (4.46)$$

όπου $P^* = [P_1^*, P_2^*, \dots, P_K^*]^T$ είναι το διάνυσμα της εκπεμπόμενης ισχύος,

$$U = \sigma^2 \cdot \left(\frac{\xi_1}{h_1}, \frac{\xi_2}{h_2}, \dots, \frac{\xi_K}{h_K} \right)^T \quad (4.47)$$

το U είναι το κανονικοποιημένο διάνυσμα της ισχύος του θορύβου, το I είναι ένας $K \times K$ μοναδιαίος πίνακας και το F είναι ένας κανονικοποιημένος πίνακας διασύνδεσης κέρδους (cross-link gain) με το (i,j) -οστό του στοιχείο να δίνεται από :

$$F_{ij} = \begin{cases} \frac{\xi_i h_j}{h_i} & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases}. \quad (4.48)$$

Με χρήση του (4.46) και (4.47), η εφικτή λύση της ελάχιστης ισχύος του i -οστού χρήστη δίνεται από

$$P_i^* = \frac{\sigma^2}{1 - \sum_{j=1}^K \frac{\xi_j^*}{1 + \xi_j^*}} \frac{\xi_i^*}{h_i(1 + \xi_i^*)}. \quad (4.49)$$

Αφού ο σταθμός βάσης αποδώσει τον στόχο ξ^* , τον ρυθμό δεδομένων και την αρχική βέλτιστη ισχύ στους χρήστες του συστήματος, ενεργοποιείται ο έλεγχος ισχύος κλειστού βρόγχου συγκρίνοντας το λαμβανόμενο C.I.R με τον στόχο C.I.R, με τον ίδιο τρόπο όπως και στον αλγόριθμο O.S.F-P.C. Ο αλγόριθμος G.R.P-P.C εφαρμόζεται με την παρακάτω διαδικασία.

Διαδικασία Εκχώρησης

Βήμα 1. Με βάση τις διαθέσιμες τιμές του παράγοντα διασποράς, προσδιορίζουμε τον διαθέσιμο ρυθμό δεδομένων $r^{(i)*}$ και την αντίστοιχη τιμή του C.I.R $\xi^{(i)*}$.

Βήμα 2. Στο τέλος του m -οστού πλαισίου, ο σταθμός βάσης υπολογίζει το μέσο κέρδος των καναλιών όλων των χρηστών και στην συνέχεια τα ταξινομεί με φθίνουσα σειρά: $h(1) \geq h(2) \geq \dots \geq h(K)$. Ο δείκτης (k) μας δείχνει το περιεχόμενο της ταξινομημένης σειράς. Αντιστοιχούμε τον στόχο C.I.R του κάθε χρήστη $\xi_{(i)}^*$, $i \in [1, K]$ με την ελάχιστη τιμή του συνόλου C.I.R, $\xi^{(1)*}$

Βήμα 3. Για $i=1$ μέχρι K , κάνω

$$\xi_{(i)}^* = \max \{ \xi^{(1)*}, \xi^{(2)*}, \dots, \xi^{(k)*} \}$$

ενώ ικανοποιεί τον περιορισμό του (4.41)

Βήμα 4. Στην αρχή του $(m+1)$ -οστού πλαισίου, ο σταθμός βάσης αποδίδει τους ρυθμούς μετάδοσης στους χρήστες ως εξής:

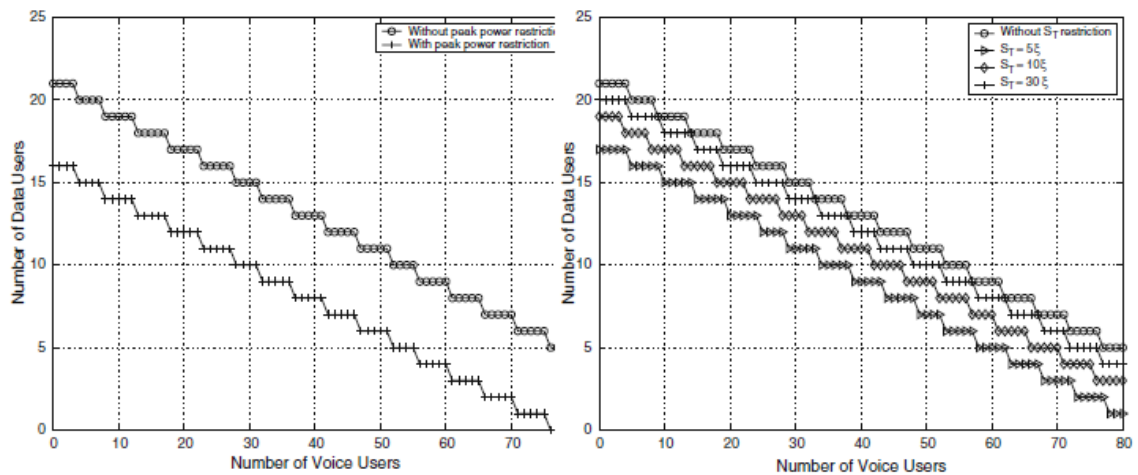
$$r_{(i)}^* = \xi_{(i)}^* \cdot \frac{W}{\gamma^*}. \quad (4.50)$$

Βήμα 5. Στον κινητό σταθμό, η αρχική ισχύς του χρήστη στην αρχή του πλαισίου υπολογίζεται χρησιμοποιώντας το (4.49). Στην συνέχεια ξεκινάει ο έλεγχος ισχύος κλειστού βρόγχου για κάθε χρονοθυρίδα, με βάση τον στόχο C.I.R ($\xi_{(i)}^*$).

Βήμα 6. Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2-5 για τον επόμενο κύκλο προσαρμογής. Από την διαδικασία εκχώρησης, μπορούμε να δούμε ότι ο αλγόριθμος G.R.P κατανέμει τον μέγιστο δυνατό ρυθμό σε κάθε κινητό, ξεκινώντας με το κινητό το οποίο έχει την καλύτερη κατάσταση καναλιού. Σαν αποτέλεσμα έχουμε το παρακάτω: $\xi_{(1)}^* \geq \xi_{(2)}^* \geq \dots \geq \xi_{(K)}^*$ και $r_{(1)}^* \geq r_{(2)}^* \geq \dots \geq r_{(K)}^*$. Είναι φανερό ότι στον χρήστη με την καλύτερη κατάσταση καναλιού (υψηλότερο κέρδος καναλιού) θα εκχωρηθεί και ο υψηλότερος ρυθμός δεδομένων. Σε σύγκριση με το O.S.F-P.C όπου η ισχύς εκπομπής επαναφέρεται στα 0 dBm στην αρχή κάθε πλαισίου, το G.R.P-P.C χρησιμοποιεί τις παγκόσμιες πληροφορίες κατάστασης καναλιού για την κατανομή του ρυθμού δεδομένων και για να ορίσει μία ελάχιστη δυνατή ισχύ στους χρήστες με βάση τον κατανομημένο σε αυτούς στόχο C.I.R (ξ^*). Είναι αναμενόμενο ότι το G.R.P-P.C θα μπορούσε να επιτύχει απόδοση κέρδους μεγαλύτερη από αυτή του O.S.F-P.C.

4.7 Αριθμητικά αποτελέσματα

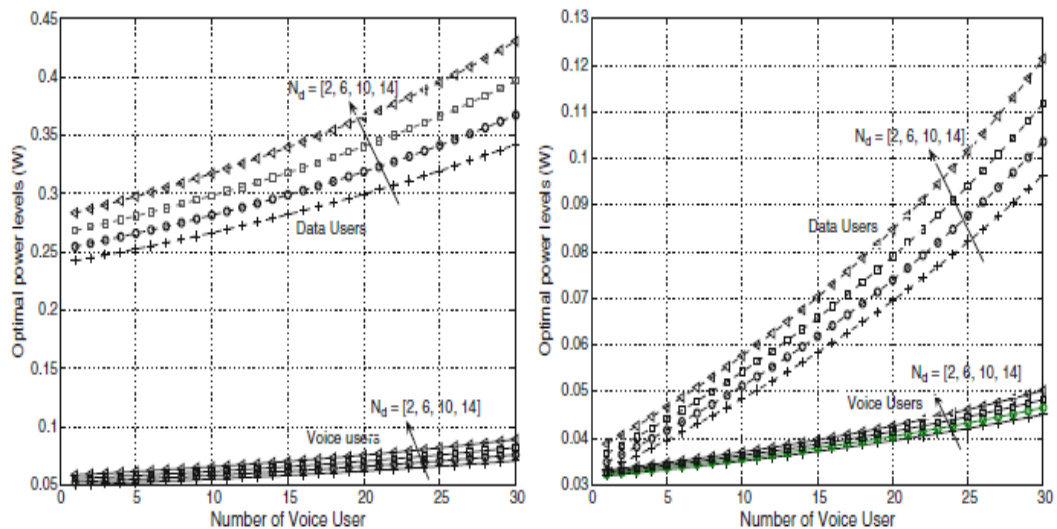
Ως αριθμητικό παράδειγμα, θεωρήστε ένα σύστημα το οποίο υποστηρίζει δύο κατηγορίες υπηρεσιών: φωνής και δεδομένων. Οι παράμετροι που χρησιμοποιούνται είναι το εξαπλωμένο εύρος ζώνης συχνοτήτων (spread bandwidth) $W= 5$ MHz και η φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου $N_0= 10^{-6}$, έτσι ώστε παραμελώντας την διακυβελική παρεμβολή, η ισχύς θορύβου που θα λαμβάνει ο κάθε χρήστης να είναι $\xi=N_0 \cdot W= 5$ W. Για τους χρήστες φωνής ο ρυθμός μετάδοσης είναι 8kbps, ο στόχος $\gamma_v^{tgt} = 6$ (που αντιστοιχεί σε 7.8 dB), και το μέγιστο επίπεδο ισχύος είναι 0,5 W. Για τους χρήστες δεδομένων ο ρυθμός δεδομένων είναι 24 kbps, ο στόχος $\gamma_d^{tgt} = 10$ (10dB) και το μέγιστο επίπεδο ισχύος είναι 1 W. Το σχήμα 4.1(α) δείχνει τις καμπύλες της χωρητικότητας για τις περιπτώσεις που έχουμε ή δεν έχουμε περιορισμό μέγιστης ισχύος. Το αποτέλεσμα για την περίπτωση χωρίς περιορισμούς που δείχνουν οι κυκλικοί δείκτες, υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την συνθήκη $c > 0$ που δίδεται από το (4.30). Η χαμηλότερη καμπύλη για την περίπτωση που έχουμε περιορισμό υπολογίζεται χρησιμοποιώντας το (4.31). Παρατηρούμε ότι οι καμπύλες χωρητικότητας είναι παράλληλες μεταξύ τους. Η απώλεια χωρητικότητας είναι πέντε χρήστες δεδομένων για ένα δεδομένο αριθμό χρηστών φωνής με τον περιορισμό μέγιστης ισχύος. Αναμένεται ότι με την αύξηση του ορίου μέγιστης ισχύος, η κάτω καμπύλη θα μετατοπιστεί προς τα πάνω και τελικά θα προσεγγίσει την πάνω καμπύλη όπου δεν υπάρχουν περιορισμοί. Επίσης, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η χωρητικότητα για την κίνηση της φωνής είναι πολύ πιο μεγάλη από αυτήν της κίνησης δεδομένων. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε τις παρακάτω κανονικοποιημένες απαιτήσεις κίνησης δεδομένων : $\Phi_v=0.0095$ και $\Phi_d= 0.0458$. Δηλαδή το Φ_d είναι περίπου πέντε φορές μεγαλύτερο από το Φ_v , πράγμα το οποίο οδηγεί σε απώλεια χωρητικότητας πέντε περίπου φορές για ένα χρήστη δεδομένων σε σύγκριση με ένα χρήστη φωνής. Το σχήμα 4.1(β) δείχνει τις καμπύλες της χωρητικότητας για την περίπτωση που δεν υπάρχει κανένας περιορισμός και για την περίπτωση που έχουμε περιορισμό σε όλη την ισχύ χρησιμοποιώντας το (4.30) και το (4.32). Από πάνω μέχρι κάτω οι καμπύλες απεικονίζουν τα αποτελέσματα για την περίπτωση που δεν έχουμε κανένα περιορισμό, για $S_T= 30\xi$, για 10ξ και για 5ξ αντίστοιχα και όπου ξ είναι το επίπεδο θορύβου. Παρατηρούμε ότι όλες οι καμπύλες είναι παράλληλες μεταξύ τους. Αυτό ισχύει εφόσον οι εξισώσεις χωρητικότητας (4.30) και (4.32) έχουν την ίδια κλίση. Το σχήμα 4.1(β) μας δείχνει ότι καθώς αυξάνονται οι περιορισμοί συνολικής ισχύος, οι καμπύλες της χωρητικότητας μετατοπίζονται προς τα πάνω.



Σχήμα 4.1. Χωρητική ανάλυση: (α) με και χωρίς περιορισμούς μέγιστης ισχύος και (β) με και χωρίς περιορισμούς συνολικής ισχύος

Το σχήμα 4.2(α) μας δείχνει τα επίπεδα βέλτιστης κατανεμημένης ισχύος για τους χρήστες φωνής (κάτω ομάδα) και για τους χρήστες δεδομένων (άνω ομάδα) ως συνάρτηση του αριθμού χρηστών φωνής έχοντας τον αριθμό χρηστών δεδομένων, $N_d = [2, 6, 10, 14]$ ως παράμετρο. Τα αποτελέσματα προκύπτουν χρησιμοποιώντας το θεώρημα 4.4 με διαταραχή περιβάλλοντος διάφορη του μηδενός, όπου ο θόρυβος περιβάλλοντος (background noise) είναι ο θόρυβος που λαμβάνει κάθε ενεργός χρήστης και είναι $\xi = 5$ W. Είναι προφανές ότι οι χρήστες δεδομένων χρειάζονται μία πολύ πιο υψηλή ισχύ διότι οι χρήστες δεδομένων έχουν μεγαλύτερη απαίτηση κίνησης δεδομένων απ'ότι οι χρήστες φωνής. Επίσης βλέπουμε ότι όταν ο αριθμός των χρηστών φωνής αυξάνεται, η απαραίτητη ισχύς για τους χρήστες δεδομένων αυξάνεται γρηγορότερα απ'ότι για τους χρήστες φωνής. Επιπλέον μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η επιβολή περιορισμού ισχύος μειώνει την χωρητικότητα, αλλά δεν επηρεάζει την κατανομή της ισχύος. Στα πλαίσια της χωρητικότητας του συστήματος η κατανομή της ισχύος είναι η ίδια και για τις δύο περιπτώσεις, δηλαδή με ή και χωρίς περιορισμούς. Το σχήμα 4.2(β) μας δείχνει την βέλτιστη κατανομή ισχύος για την κίνηση δεδομένων και φωνής όταν αγνοείται η διαταραχή περιβάλλοντος. Τα αποτελέσματα προκύπτουν χρησιμοποιώντας το θεώρημα 4.2 με ένα ελάχιστο απαιτούμενο επίπεδο ισχύος, για τη σωστή ανίχνευση των 0.0316 W (που αντιστοιχούν σε 15 dBm). Μπορούμε να δούμε ότι οι χρήστες δεδομένων απαιτούν υψηλότερο επίπεδο ισχύος από ότι οι χρήστες φωνής. Καθώς αυξάνεται ο αριθμός των ενεργών

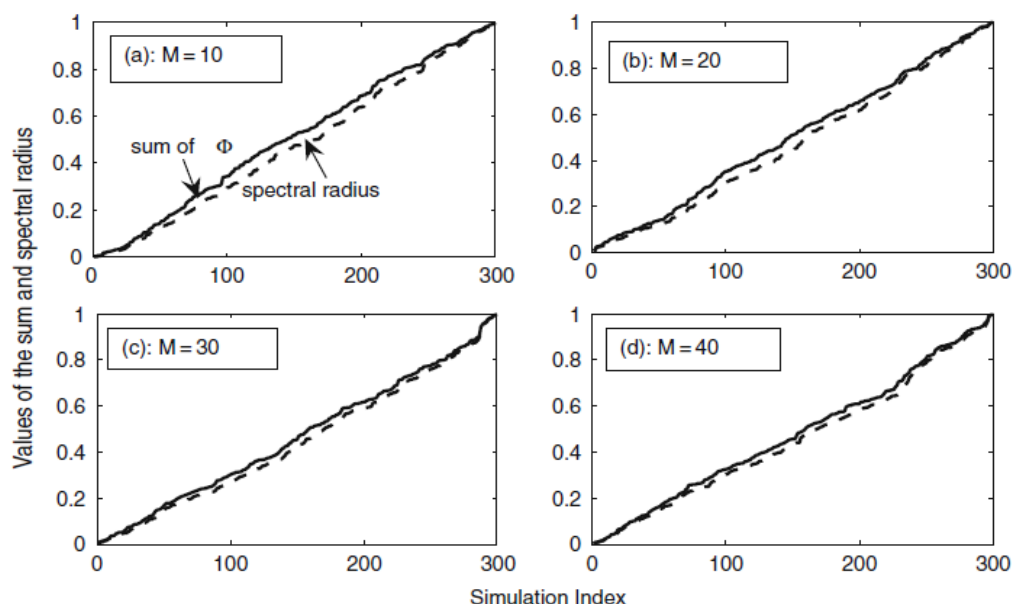
χρηστών, αυξάνεται και το επίπεδο ισχύος που κατανέμεται στους χρήστες φωνής αλλά και στους χρήστες δεδομένων, οι οποίοι (χρήστες δεδομένων) έχουν την τάση να αυξάνονται πολύ πιο γρήγορα.



Σχήμα 4.2. Επίπεδα βέλτιστης κατανεμημένης ισχύος σε σύγκριση με τον αριθμό χρηστών φωνής: (α) με διαταραχή περιβάλλοντος και (β) χωρίς διαταραχή περιβάλλοντος

Στην μεταχείριση της συνθήκης εφικτότητας, χρησιμοποιήσαμε το $c > 0$ το οποίο συνεπάγει $\sum \Phi_i < 1$ που είναι ένας ισοδύναμος όρος του $r(\Gamma_P) < 1$ και όπου $r(\Gamma_P)$ είναι η φασματική ακτίνα του πίνακα Γ_P . Το σχήμα 4.3(α-δ) συγκρίνει τις τιμές του $\sum \Phi_i$ με αυτές του $r(\Gamma_P)$, όταν οι αριθμοί των χρηστών είναι $M = [10, 20, 30, 40]$. Για ένα δεδομένο αριθμό χρηστών δημιουργούμε τυχαία την κανονικοποιημένη απαίτηση της κίνησης δεδομένων, Φ_i , έτσι ώστε να είναι κατανεμημένη ομοιόμορφα μεταξύ $(0, 1)$. Έπειτα φτιάχνουμε κατάλληλα την κλίμακα του διανύσματος Φ κατανέμοντας το $\sum \Phi_i$ ομοιόμορφα μεταξύ $(0, 1)$. Η φασματική ακτίνα του Γ_P μπορεί να υπολογιστεί με βάση την απαίτηση της κίνησης δεδομένων του κάθε χρήστη. Προκειμένου να έχουμε ένα καλό οπτικό αποτέλεσμα, ταξινομούμε τα παραγόμενα $\sum \Phi_i$ και $r(\Gamma_P)$, και τα παρουσιάζουμε στο σχήμα μας ως συνάρτηση του δείκτη προσομοίωσης. Αυτό μας δείχνει ότι το $\sum \Phi_i$ είναι πάντα λίγο μεγαλύτερο από το $r(\Gamma_P)$. Καθώς αυξάνεται ο αριθμός των χρηστών η διαφορά γίνεται ολοένα και μικρότερη. Στην προσομοίωση (κοντά στο 300), η κύρια διαφορά μεταξύ του $\sum \Phi_i$ και του $r(\Gamma_P)$ είναι $[0.0351, 0.0296, 0.0225, 0.0218]$ όταν αντίστοιχα $M = [10, 20, 30, 40]$. Επιπλέον, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι όταν η τιμή προσεγγίζει το 1 η

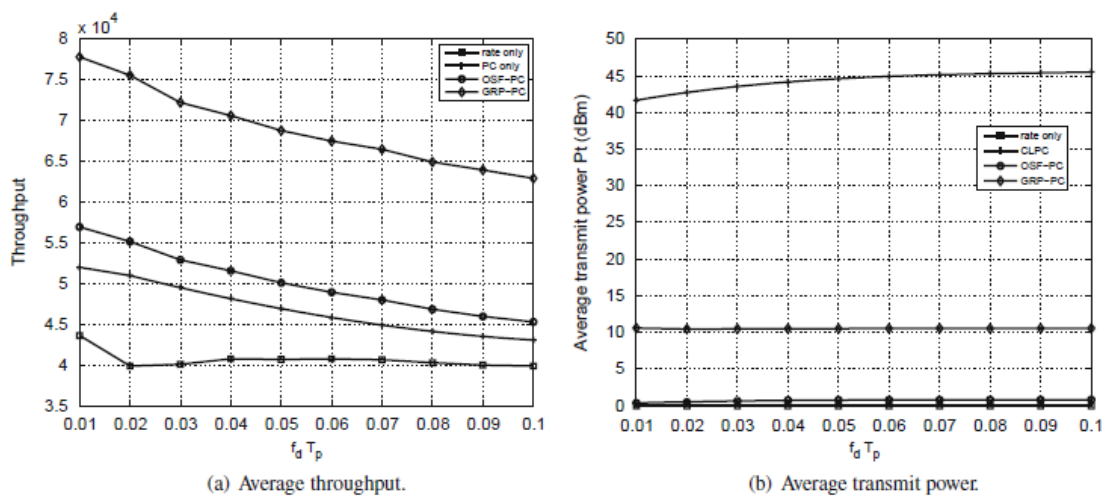
διαφορά γίνεται αμελητέα κάτι το οποίο συμφωνεί με την αναλυτική μελέτη μας.



Σχήμα 4.3. Σύγκριση του $\sum \Phi_i$ (στερεές καμπύλες) με την φασματική ακτίνα, $r(\Gamma_P)$ του Γ_P (διακεκομμένες καμπύλες).

Αν χρησιμοποιούσαμε την συνθήκη $c > 0$ ($\sum \Phi_i < 1$) αντί να ψάχνουμε όλες τις ιδιοτιμές, τότε η κατανομή ισχύος και το πρόβλημα της εφικτότητας του συστήματος μας είναι πιο “υπάκουα” και έχουν μια καλύτερη φυσική ερμηνεία στην απαίτηση του όλου συστήματος και στην παροχή υπηρεσιών. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης προκύπτουν χρησιμοποιώντας 400.000 πλαίσια και παρουσιάζονται για να δείξουν την ρυθμοαπόδοση και την μέση κατανάλωση της εκπεμπόμενης ισχύος των διαφορετικών συστημάτων προσαρμογής παρουσία της εξασθένησης του καναλιού. Οι τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν στον υπολογισμό επιλέγονται ως εξής: το διαθέσιμο σύνολο των διακριτών παραγόντων διασποράς [4,8,16,32,64,128,256,512]. Η φέρουσα συχνότητα θεωρούμε ότι είναι 2GHz, ο κύκλος ελέγχου της ισχύος είναι $T_P = 1/1.500$ s και είναι ισοδύναμος με μία συχνότητα ελέγχου της ισχύος των 1.500 Hz². Η ισχύς θορύβου περιβάλλοντος, σ^2 , είναι -10 dBm και είναι 10 dB πιο κάτω από το προεπιλεγμένο επίπεδο της εκπεμπόμενης ισχύος. Το μέγεθος βήματος (step size) που εφαρμόζεται είναι 1 dB για όλα τα C.L.P.C. Η μέγιστη και η ελάχιστη εκπεμπόμενη ισχύς των κινητών σταθμών είναι 50 και -50 dBm αντίστοιχα. Η

απόδοση που παρουσιάζεται είναι για έναν τυπικό χρήστη στο σύστημα, υποθέτοντας ότι όλοι οι χρήστες στο σύστημα είναι προετοιμασμένοι κατάλληλα ώστε να μπορούν να τρέξουν το ίδιο πρωτόκολλο προσαρμογής. Το σχήμα 4.4(α) συγκρίνει την μέση ρυθμοαπόδοση για διαφορετικά συστήματα. Από κάτω μέχρι πάνω οι καμπύλες είναι η προσομοίωση της μέσης ρυθμοαπόδοσης, σε σύγκριση με την προσαρμογή ρυθμού, το C.L.P.C, το O.S.F-P.C, και το G.R.P-P.C αντίστοιχα. Μας δείχνει ότι καθώς αυξάνεται το $f_d T_p$, η ρυθμοαπόδοση μειώνεται εκτός από την προσαρμογή ρυθμού όπου το φαινόμενο Doppler δεν έχει καμία σημαντική επίδραση λόγω του κορεσμού της προσαρμογής. Στο C.L.P.C ακόμα και όταν ο παράγοντας διασποράς δεν αλλάζει εξαιτίας της αυξημένης αναμετάδοσης, η ρυθμοαπόδοση συνεχίζει να μειώνεται καθώς αυξάνεται το $f_d T_p$. Επίσης μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι το G.R.P-P.C επιτυγχάνει πολύ πιο μεγάλη ρυθμοαπόδοση σε σύγκριση με τους υπόλοιπους τρεις αλγόριθμους: έχει ένα μέσο κέρδος 37,6% μεγαλύτερο από αυτό του δεύτερου καλύτερου συστήματος δηλαδή του O.S.F-P.C το οποίο έχει κέρδος 6,9% μεγαλύτερο από αυτό του C.L.P.C. Ο συνδυασμός της κατανομής του ρυθμού και του ελέγχου της ισχύος, δημιουργεί συνετά μία μεγάλη πιθανότητα για βελτίωση της απόδοσης του συστήματος μας.



Σχήμα 4.4. Ρυθμοαπόδοση και μέση εκπεμπόμενη ισχύς (αριθμός παρεμβολών = 10): (α) μέση ρυθμοαπόδοση και (β) μέση εκπεμπόμενη ισχύς

Αυτό το οποίο κάνει το G.R.P-P.C να είναι καλύτερο από το O.S.F-P.C, μπορεί να εξηγηθεί ως εξής: στην κατανομή ρυθμού στο G.R.P, χρησιμοποιούνται οι παγκόσμιες πληροφορίες κατάστασης καναλιού του χρήστη και το διαθέσιμο σύνολο παραγόντων διασποράς, ενώ το O.S.F κατανέμει τον ρυθμό δεδομένων ανεξάρτητα για κάθε χρήστη βασισμένο στο δικό του C.I.R. Στην συνέχεια, ο κάθε χρήστης περιορίζει τον ρυθμό δεδομένων του μέσα στο διαθέσιμο σύνολο παραγόντων διασποράς, πράγμα

που οδηγεί σε υποβάθμιση της απόδοσης σε σύγκριση με το G.R.P. Επιπλέον, σε σύγκριση με το O.S.F-P.C, το G.R.P-P.C εκμεταλλεύεται την κατανομή ισχύος στην αρχή του κάθε πλαισίου για την αρχική ρύθμιση του επιπέδου της ισχύος. Το O.S.F-P.C επαναφέρει το αρχικό επίπεδο ισχύος στην προκαθορισμένη τιμή που έχουμε στην αρχή του κάθε πλαισίου προσαρμογής. Μία σύγκριση της κατανάλωσης ισχύος για τις τέσσερις αυτές προσεγγίσεις προσαρμογής φαίνεται στο σχήμα 4.4(β). Χρησιμοποιώντας το C.L.P.C, η ρυθμοαπόδοση βελτιώνεται σημαντικά πέραν της προσαρμογής του ρυθμού. Ωστόσο, το τίμημα είναι η δραματική αύξηση της εκπεμπόμενης ισχύος προκειμένου να εντοπιστεί και να αντισταθμιστεί η διακύμανση του σήματος λόγω της διάλειψης (fading). Το σχήμα 4.4(β) μας δείχνει ότι η κατανάλωση ισχύος για το C.L.P.C είναι σημαντικά μεγαλύτερη από ότι στα άλλα τρία αντίστοιχα. Επίσης μας δείχνει ότι η μέση εκπεμπόμενη ισχύς του O.S.F-P.C είναι πολύ κοντά με αυτή του συστήματος με προσαρμοστικό ρυθμό και όπου η εκπεμπόμενη ισχύς διατηρείτε στην προκαθορισμένη τιμή των 0 dBm. Η μέση εκπεμπόμενη ισχύς του G.R.P-P.C είναι μεγαλύτερη από αυτή του O.S.F-P.C. Ωστόσο, εάν μειωθεί η ισχύς του θορύβου περιβάλλοντος τότε μειώνεται αντίστοιχα και το επίπεδο ισχύος που κατανέμεται για το G.R.P-P.C. Εντούτοις, η μέση εκπεμπόμενη ισχύς δεν είναι ευαίσθητη στο επίπεδο του θορύβου περιβάλλοντος για τα άλλα τρία συστήματα. Με την αύξηση του $f_d T_p$ αυξάνεται και η μέση εκπεμπόμενη ισχύς για το C.L.P.C, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι είναι πιο απαιτητικός ο εντοπισμός και η αντιστάθμιση των επιπτώσεων της διάλειψης στις υψηλότερες συχνότητες Doppler. Ωστόσο, τόσο για το G.R.P-P.C όσο και για το O.S.F-P.C, η μέση εκπεμπόμενη ισχύς δεν είναι ευαίσθητη στις αλλαγές της συχνότητας Doppler.

4.8 Συμπεράσματα

Ερευνήσαμε το πρόβλημα της κατανομής ισχύος για multiclass υπηρεσίες σε ένα ευρείας ζώνης D.S-C.D.M.A σύστημα. Το διάνυσμα της ισχύος εκφράζεται ως συνάρτηση της απαίτησης της κίνησης δεδομένων και εξαρτάται από τον επιθυμητό ρυθμό δεδομένων, το απαιτούμενο S.I.R και το εύρος ζώνης εξαπλωμένου φάσματος. Η κατανομή της βέλτιστης ισχύος προκύπτει μέσω μίας ανάλυσης του πίνακα της κίνησης δεδομένων και της εφαρμογής του πολύ γνωστού τύπου αντιστροφής Sherman-Morrison για πρώτης τάξης ενημερωμένους πίνακες, λαμβάνοντας υπόψη όμως και κάποιους περιορισμούς ισχύος. Έχουμε παρουσιάσει μία ενιαία προσέγγιση για να λύσουμε την ανισότητα του πίνακα και τα γενικά αποτελέσματα για τον νόμο της κατανομής της ισχύος, ο οποίος νόμος ισχύει και στις δύο μεταδόσεις,

άνω και κάτω ζεύξης. Οι συγκλίνοντες όροι για την ύπαρξη ενός θετικού διανύσματος ισχύος, εφαρμόζονται για να καθορίσουν την περιοχή χωρητικότητας (capacity region) του συστήματος μας. Με την εισαγωγή των περιορισμών της ισχύος, συρρικνώνονται αντίστοιχα και οι περιοχές της χωρητικότητας. Μέσα στην περιοχή της χωρητικότητας, η βέλτιστη κατανομή της ισχύος έχει την ίδια λύση με αυτήν που έχουμε όταν δεν έχουμε περιορισμούς ισχύος. Η ανάλυση που κάναμε μας δείχνει ότι η απαίτηση της κίνηση δεδομένων καθορίζει πλήρως την περιοχή της χωρητικότητας. Η προσέγγιση της απαίτησης της κίνησης δεδομένων καθιστά ευκολότερη και πιο υπάκουη την μελέτη της εφικτότητας του συστήματος και με μία καλή φυσική ερμηνεία. Η διαχείριση των ραδιοπόρων ερευνάται περαιτέρω, παρουσία της διάλειψης του καναλιού. Αποδεικνύεται ότι το σύστημα με κοινό G.P.R (άπληστος αλγόριθμος πακεταρίσματος ρυθμού) - C.L.P.C, είναι η πιο αποτελεσματική προσαρμοστική προσέγγιση όσο αφορά την βελτίωση της ρυθμοαπόδοσης και την μείωση της εκπεμπόμενης ισχύος.

Αναφορές

1. A. J. Viterbi, CDMA: Principles of Spread Spectrum Communications, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, MA, 1995.
2. W. C. Y. Lee, "Overview of cellular CDMA," IEEE Trans. Vehicular Tech., vol. 40, no. 2, pp. 291–301, May 1991.
3. K. S. Gilhousen, I. M. Jacobs, R. Padovani, and A. J. Viterbi, "On the capacity of a cellular CDMA system," IEEE Trans. Vehicular Tech., vol. 40, no. 2, pp. 303–311, May 1991.
4. L. C. Yun and D. G. Messerschmitt, "Power control for variable QoS on a CDMA channel," Proc. IEEE Military Communications Conf., pp. 178–182, Oct. 1994.
5. A. Sampath, P. S. Kumar, and J. M. Holtzman, "Power control and resource management for a multimedia CDMA wireless system," in Proc. IEEE Intl.

Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, vol. 1, pp. 21–25, 1995.

6. S. J. Lee, H. W. Lee, and D. K. Sung, “Capacities of single-code and multicode DS-CDMA systems accommodating multiclass services,” *IEEE Trans. Vehicular Tech.*, vol. 48, no. 2, pp. 376–384, Mar. 1999.

7. S. Choi and K. G. Shin, “An uplink CDMA system architecture with diverse QoS guarantees for heterogeneous traffic,” *IEEE/ACM Trans. Netw.*, vol. 7, no. 5, pp. 616–628, Oct. 1999.

8. L. A. Imhof and R. Mathar, “Capacity regions and optimal power allocation for CDMA cellular radio,” *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 51, no. 6, pp. 2011–2019, Jun. 2005.

9. P. Liu, P. Zhang, S. Jordan, and M. L. Honig, “Single-cell forward link power allocation using pricing in wireless network,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no. 2, pp. 533–543, Mar. 2004.

10. J. W. Mark and S. Zhu, “Power control and rate allocation in multirate wideband CDMA systems,” in *Proc. IEEE Wireless Communications and Networking Conf.*, pp. 168–172, 2000, (invited).

11. L. Zhao, J. W. Mark, J. Ding, and W. Pye, “Power control and call admission in multirate wideband CDMA systems,” in *Proc. IEEE Wireless Communications and Networking Conf.*, 2004.

12. L. Zhao, J. W. Mark, and J. Ding, “Power distribution/allocation in multirate wideband CDMA systems,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 5, no. 9, pp. 2458–2467, 2006.

13. S. Ariyavisitakul and L. F. Chang, “Signal and interference statistics of a CDMA system with feedback power control,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 41, no. 11, pp. 1626–1634, Nov. 1993.

14. A. Chockalingam, P. Dietrich, L. B. Milstein, and R. R. Rao, “Performance of closed-loop power control in DS-CDMA cellular systems,” *IEEE Trans. Vehicular Tech.*, vol. 47, no. 3, pp. 774–789, Aug. 1998.

15. L. Zhao and J. W. Mark, “Multi-step closed-loop power control using linear receivers for DS-CDMA systems,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no. 6, pp. 2141–2155, Nov. 2004.

16. B. Vucetic, "An adaptive coding scheme for time-varying channels," IEEE Trans. Commun., vol. 39, no. 5, pp. 653–663, May 1991.
17. ETSI EN301 709, "Digital cellular telecommunications system (phase 2+); link adaptation," May 2000.
18. W. T. Webb and R. Steel, "Variable rate QAM for mobile radio," IEEE Trans. Commun., vol. 43, no. 7, pp. 2223–2230, Jul. 1995.
19. S. Nanda, K. Balachandran, and S. Kumar, "Adaptation techniques in wireless packet data services," IEEE Commun. Mag., vol. 38, pp. 54–64, Jan. 2000.
20. A. Goldsmith and S. G. Chua, "Variable-rate variable-power MQAM for fading channels," IEEE Trans. Commun., vol. 45, no. 10, pp. 1218–1230, Oct. 1997.
21. K. K. Leung and L. C. Wang, "Integrated link adaptation and power control to improve error and throughput performance in broadband wireless packet networks," IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 1, no. 4, pp. 619–629, Oct. 2002.
22. UMTS, UMTS, Overview www.umtsworld.com/technology/technology.htm.
23. F. Berggren, S. L. Kim, R. Jantti, and J. Zander, "Joint power control and intracell scheduling of DS-CDMA nonreal time data," IEEE J. Select. Areas Commun., vol. 19, pp. 1860–1869, Oct. 2001.
24. S. Kahn, M. K. Gurean, and O. O. Oyefuga, "Downlink throughput optimization for wideband CDMA systems," IEEE Comm. Lett., vol. 7, no. 5, pp. 251–253, May 2003.
25. J. M. Ortega and W. C. Rheinboldt, Iterative Solutions of Nonlinear Equations in Several Variables, Academic Press, New York, 1970.
26. M. Patzold, U. Killat, and F. Laue, "A deterministic digital simulation model for Suzuki processes with application to a shadowed Rayleigh land mobile radio channel," IEEE Trans. Vehicular Tech., vol. 45, no. 2, pp. 318–331, May 1996.
27. G. L. Stuber, Principles of Mobile Communication, Kluwer Academic Publisher, Boston, MA, Second edition, 2001.

28. R. B. Bapat and T. E. S. Raghavan, *Nonnegative Matrices and Applications*, Cambridge University Press, New York, 1997.

29. J. B. Kim and M. L. Honig, "Resource allocation for multiple classes of DS-CDMA traffic," *IEEE Trans. Vehicular Tech.*, vol. 49, no. 2, pp. 506–519, Mar. 2000.

30. F. Berggren and S. L. Kim, "Energy-efficient control of rate and power in DS-CDMA systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no. 3, pp. 725–733, May 2004.

Κεφάλαιο 5 - Επαναληπτικοί Δέκτες και Τα Γραφικά Μοντέλα Τους

Ezio Biglieri

5.1 Εισαγωγή

Σε μερικά συστήματα επικοινωνίας, ο βέλτιστος σχεδιασμός του δέκτη απαιτεί κοινή αποδιαμόρφωση και αποκωδικοποίηση. Το πρόβλημα της πολυπλοκότητας που προκύπτει κατά την πρακτική εφαρμογή, έχει δημιουργήσει ενδιαφέρον για τους επαναληπτικούς δέκτες. Αυτό το κεφάλαιο κάνει μία εισαγωγή στους αλγόριθμους των επαναληπτικών δεκτών με βάση τα γραφικά μοντέλα τους. Αυτοί οι αλγόριθμοι συμβολίζουν την παραγοντοποίηση μιας συνάρτησης διαφόρων μεταβλητών σε ένα γινόμενο συναρτήσεων με μικρότερο αριθμό μεταβλητών. Χρησιμοποιώντας αυτήν την παράσταση, παράγονται κάποιοι αποδοτικοί αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των εκ των υστέρων πιθανοτήτων (*posteriori probabilities*) έτσι ώστε να χρησιμοποιηθούν για την βέλτιστη ανίχνευση συμβόλων της μεταδιδόμενης πληροφορίας. Με την ενοποιημένη προσέγγιση που παρουσιάζεται, μπορεί κανείς να παρατηρήσει πώς κάποια φαινομενικά διαφορετικά συστήματα μετάδοσης μπορούν και μοιράζονται πολλά κοινά χαρακτηριστικά, επομένως και λύσεις που επινοήθηκαν για ένα πρόβλημα και μπορούν εύκολα να προσαρμοστούν σε ένα διαφορετικό πρόβλημα. Η παρουσίαση μας είναι διδακτικής φύσεως και στηρίζεται σε μεγάλο βαθμό σε γραφικές περιγραφές.

5.2 Ανίχνευση του συμβόλου M.A.P

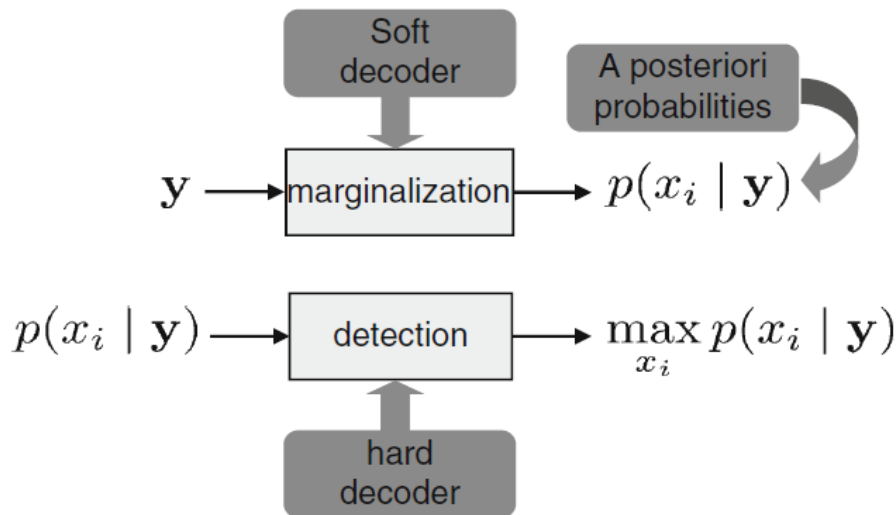
Ας υποθέσουμε ότι έχουμε μετάδοση μίας n -πλειάδας $x \triangleq (x_1, \dots, x_n)$ συμβόλων διακριτών τιμών μέσα από ένα τυχαίο κανάλι που διαμορφώνεται από την υπό συνθήκη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (p.d.f - probability density function) $p(y|x)$ του παραγόμενου διανύσματος y (την διάσταση του y την αφήνουμε απροσδιόριστη προς το παρόν). Το διάνυσμα x είναι μία λέξη που επιλέγεται από τον κώδικα C . Η μέγιστη εκ των υστέρων (M.A.P) ανίχνευση αποτελείται από την εξής λύση για $i = 1, \dots, n$,

$$\hat{x}_i = \arg \max p(x_i|y), \quad (5.1)$$

όπου p δηλώνει την “εκ των υστέρων” πιθανότητα (A.P.P - A Posteriori Probability) του x_i δεδομένης της παρατήρησης της εξόδου y του καναλιού. Αυτή η στρατηγική ανίχνευσης ελαχιστοποιεί την πιθανότητα λανθασμένου συμβόλου. Είναι προφανές ότι η λύση του (5.1) είναι εξαιρετικά απλή όταν το x_i μπορεί να πάρει ένα μικρό αριθμό τιμών. Στην πραγματικότητα, ο υπολογισμός του $p(x_i|y)$ βασισμένος στην παρατήρηση του y , στην γνώση του καναλιού και της δομής του κώδικα είναι αυτά που κάνουν το πρόβλημα δυσεπίλυτο. Σαφώς, το $p(x_i|y)$ μπορεί να καθοριστεί με έναν σχετικά εύκολο τρόπο (όπως θα δούμε σύντομα), και μπορούμε να λάβουμε τα απαραίτητα A.P.P μέσω μίας διαδικασίας η οποία καλείται “περιθωριοποίηση” ,

$$p(x_i|y) = \sum_{x_1} \dots \sum_{x_{i-1}} \sum_{x_{i+1}} \dots \sum_{x_n} p(x|y) \quad (5.2)$$

και αυτή η περιθωριοποίηση είναι υπεύθυνη για την πολυπλοκότητα του προβλήματος. Η μέγιστη εκ των υστέρων (M.A.P) ανίχνευση συμβόλων μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από δύο μέρη όπως φαίνεται και στο σχήμα 5.1. Από δω και στο εξής θα πρέπει να εστιάσουμε στο δύσκολο μέρος της M.A.P ανίχνευσης το οποίο είναι η περιθωριοποίηση.



Σχήμα 5.1. Τα δύο στάδια της μέγιστης εκ των υστέρων (M.A.P) ανίχνευσης συμβόλων.

Γενικά, η περιθωριοποίηση της συνάρτησης $f(x_1, \dots, x_n)$ η μεταβλητών σε σχέση με μία από τις μεταβλητές της, για παράδειγμα την x_i αποτελείται από τον εξής υπολογισμό :

$$f_i(x_i) \triangleq \sum_{x_1} \dots \sum_{x_{i-1}} \sum_{x_{i+1}} \dots \sum_{x_n} f(x_1, \dots, x_n). \quad (5.3)$$

Για κάθε τιμή που παίρνουμε από την x_i , προκύπτουν τα “περιθώρια” από το άθροισμα της συνάρτησης f παρόλο που τα ορίσματα της είναι σύμφωνα με την τιμή του x_i . Αρκετά πρακτικό είναι να εισάγουμε τον συμβολισμό $\sim x_i$ για να δείξουμε το σύνολο των δεικτών $x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n$, έτσι ώστε να αθροιστούν και στην συνέχεια να μπορέσουμε να γράψουμε :

$$f_i(x_i) = \sum_{\sim x_i} f(x_1, \dots, x_n). \quad (5.4)$$

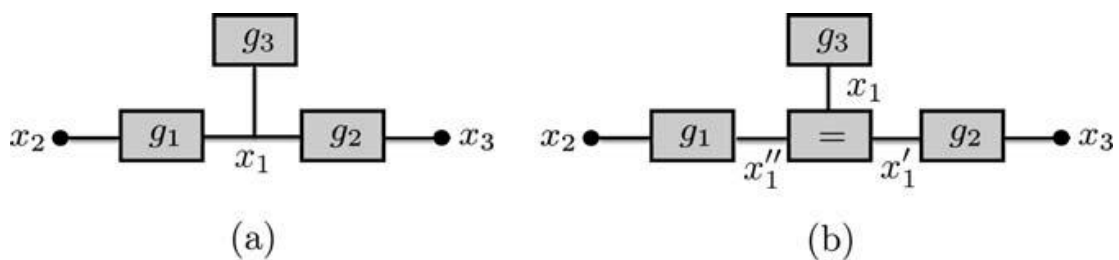
Εάν $x_i \in X$, $i = 1, \dots, n$, τότε η πολυπλοκότητα του υπολογισμού αυτού αυξάνεται καθώς $|X|^{n-1}$. Μπορούμε να έχουμε μία απλοποίηση, όταν το f μπορεί να παραγοντοποιηθεί ως γινόμενο συναρτήσεων, όπου η κάθε μία συνάρτηση θα έχει λιγότερα από n ορίσματα. Η περιγραφή αυτής της παραγοντοποίησης γίνεται χρησιμοποιώντας γραφικά σχήματα.

5.2.1 Γραφήματα παράγοντα και ο αλγόριθμος αθροίσματος – γινομένου (S.P.A - Sum Product Algorithm)

Υποθέστε ότι έχουμε μία n -πλειάδα μεταβλητών $X \triangleq \{x_1, \dots, x_n\}$ και μία συνάρτηση $f(X)$. Η παραγοντοποίηση της f γίνεται με την ανάλυση της ως γινόμενο :

$$f(X) = \prod_{k=1}^K g_k(X_k), \quad (5.5)$$

όπου g_k , $1 \leq k \leq K$, είναι συναρτήσεις των κατάλληλων υποσυνόλων του X , και συμβολίζονται ως $X_k \subset X$. Ένα γράφημα παράγοντα, είναι ένα αποκλίνον διμερές γράφημα που απεικονίζει την (5.5). Οι κόμβοι στο γράφημα αντιστοιχούν στις μεταβλητές x_i και στις συναρτήσεις g_k , ενώ οι άκρες του αντιστοιχούν στα ζεύγη (g_k, x_j) , $x_j \in X_k$. Για παράδειγμα, το γράφημα παράγοντα του σχήματος 5.2(α) αντιστοιχεί στην συνάρτηση $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = g_1(x_1, x_2)g_2(x_1, x_3)g_3(x_1)$. Οι κόμβοι σε αυτήν την περίπτωση έχουν το ρόλο του επεξεργαστή ο οποίος υπολογίζει την συνάρτηση της οποίας τα ορίσματα βάζουν ετικέτα (label) στις εισερχόμενες άκρες οι οποίες έχουν τον ρόλο των καναλιών τα οποία ανταλλάσσουν δεδομένα με τους επεξεργαστές (δηλαδή με τους κόμβους).



Σχήμα 5.2. Γραφήματα παράγοντα της συνάρτησης : $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = g_1(x_1, x_2)g_2(x_1, x_3)g_3(x_1)$. Το δεξί γράφημα (b) έχει κανονική μορφή.

Για ένα δεδομένο γράφημα παράγοντα, λειτουργεί ο αλγόριθμος αθροίσματος-γινομένου (S.P.A) έτσι ώστε να δημιουργήσει οριακές συναρτήσεις. Το S.P.A είναι ένας αλγόριθμος “διάδοσης γνώμης (belief - propagation)” [29], ο οποίος υπό ορισμένες συνθήκες επιτρέπει τον ακριβή και αποτελεσματικό υπολογισμό των ορίων της συνάρτησης που φαίνεται στην γραφική παράσταση. Λειτουργεί διαδίδοντας “μηνύματα” κατά μήκος των ακρών που είναι συνδεδεμένες με κάθε όρισμα της συνάρτησης και οι τιμές των μηνυμάτων

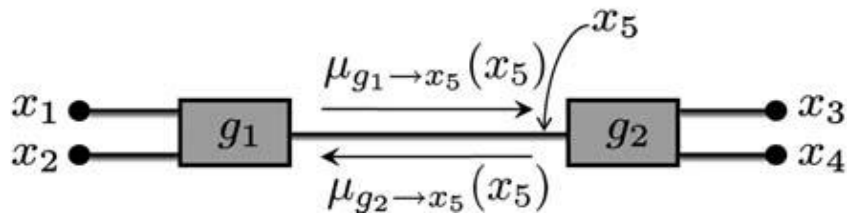
αποδίδουν τα επιθυμητά ορίσματα όταν ο αλγόριθμος τερματίσει. Κάθε μήνυμα είναι συνάρτηση μία μεταβλητής x_i , και έτσι μπορεί να εκφραστεί με την μορφή ενός διανύσματος υποθέτοντας ότι οι μεταβλητές παίρνουν έναν πεπερασμένο αριθμό τιμών. Κάθε στοιχείο του διανύσματος αντιστοιχεί σε μία τιμή που δίδεται από την μεταβλητή x_i . Εάν το γράφημα έχει κύκλους, δηλαδή κλειστά μονοπάτια, η διάδοση μηνυμάτων κατά μήκος του γραφήματος πρέπει να γίνει επαναλαμβανόμενα. Αυτό οδηγεί στους λεγόμενους “turbo” αλγόριθμους οι οποίοι μπορεί να μην έχουν φυσικό τερματισμό αλλά ούτε και να συγκλίνουν στα ακριβή όρια. Ωστόσο, ένα μεγάλο σύνολο αποτελεσμάτων προσομοίωσης δείχνει μία εξαιρετική συμπεριφορά του αλγορίθμου ακόμα και με την παρουσία κύκλων, με την προϋπόθεση όμως ότι η περίμετρος του γραφήματος είναι αρκετά μεγάλη (γενικά, ένα διμερές γράφημα έχει περίμετρο ≥ 4). Πιο συγκεκριμένα, οι αλγόριθμοι διάδοσης - γνώμης (B.P.A - Belief Propagation Algorithms) συγκλίνουν στα σωστά όρια με έναν πεπερασμένο αριθμό βημάτων, όταν το γράφημα παράγοντα δεν έχει κύκλους [29]. Στο [1] έχουν μελετηθεί η σύγκλιση και η ακρίβεια των γραφημάτων τα οποία έχουν έναν μόνο κύκλο και στο [30] η σύγκλιση και η ακρίβεια των γραφημάτων με πολύ μεγάλη περίμετρο. Ένα πρόσφατο αποτέλεσμα δείχνει ότι το B.P.A χρησιμοποιείται έτσι ώστε να λυθεί το πρόβλημα αντιστοίχισης μέγιστου βάρους και συγκλίνει στην σωστή λύση εφόσον αυτή είναι μοναδική [4]. Η περιγραφή του αλγορίθμου αθροίσματος - γινομένου (S.P.F) είναι ιδιαίτερα απλή όταν περιοριστούμε (ακόμα δεν έχουμε καμία απώλεια γενικότητας) στην μελέτη των κανονικών γραφημάτων παράγοντα (είναι γνωστά και ως γραφήματα παράγοντα “Forney - style”). Σύμφωνα με την κανονικότητα καμία μεταβλητή δεν εμφανίζεται σε παραπάνω από δύο παράγοντες της συνάρτησης η οποία περιθωριοποιείται. Για παράδειγμα, το γράφημα του σχήματος 5.2(α) δεν ικανοποιεί τον ορισμό μας: στην πραγματικότητα η μεταβλητή x_1 εμφανίζεται ως παράγοντας του g_1, g_2 και g_3 , οπότε αντιστοιχεί σε παραπάνω από μία άκρη. Το γράφημα αυτό, μπορεί να κανονικοποιηθεί όπως στο σχήμα 5.2(β) με την εισαγωγή μίας <<συνάρτησης κλωνοποίησης>>. Η f παίρνει την τιμή 1 όταν όλα τα ορίσματα της είναι ίσα, και 0 όταν είναι διαφορετικά. Αυτό αντιστοιχεί στην παραγοντοποίηση της f η οποία έχει την εξής μορφή :

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = g_1(x_1'', x_2)g_2(x_1', x_3)g_3(x_1) f=(x_1, x_1', x_1'').$$

Το παράδειγμα του σχήματος 5.3 εισάγει το S.P.A (αλγόριθμο αθροίσματος-γινομένου) μέσω ενός απλού παραδείγματος περιθωριοποίησης, σε σχέση με το x_5 της συνάρτησης :

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = g_1(x_1, x_2, x_5)g_2(x_3, x_4, x_5).$$

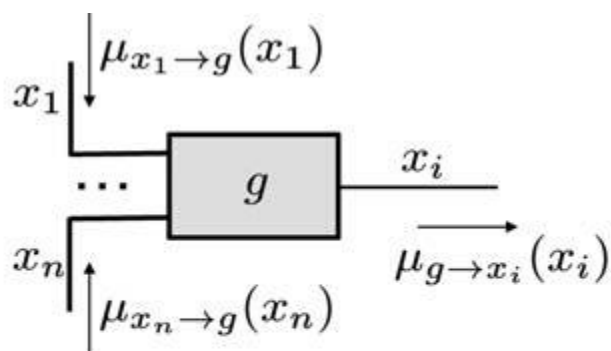
$$\begin{aligned}
 f_5(x_5) &= \sum_{x_1} \sum_{x_2} \sum_{x_3} \sum_{x_4} g_1(x_1, x_2, x_5) g_2(x_3, x_4, x_5) \\
 &= \underbrace{\sum_{x_1} \sum_{x_2} g_1(x_1, x_2, x_5)}_{\mu_{g_1 \rightarrow x_5}(x_5)} \cdot \underbrace{\sum_{x_3} \sum_{x_4} g_2(x_3, x_4, x_5)}_{\mu_{g_2 \rightarrow x_5}(x_5)}
 \end{aligned}$$



Σχήμα 5.3. Περιθωριοποίηση μίας απλής συνάρτησης: μία ειδική περίπτωση του αλγόριθμου αθροίσματος - γινομένου (S.P.A)

*(Η περιθωριοποίηση είναι γνωστή και ως απομόνωση πιθανότητας)

Η διαδικασία είναι η εξής: αρχικά χωρίζει τα πολλαπλά αθροίσματα σε δύο απλούστερα. Στην συνέχεια υπολογίζει τα όρια παίρνοντας το γινόμενο των δύο απλούστερων ορίων. Οι συναρτήσεις του x_5 ονομάζονται “μηνύματα”. Παρατηρήστε πως μπορούν τα μηνύματα να υπολογισθούν τοπικά και ανεξάρτητα στους κόμβους g_1 και g_2 . Το γενικό βήμα του S.P.A για ένα κανονικό γράφημα, απεικονίζεται στο σχήμα 5.4. Το σχήμα αυτό μα δείχνει πως μπορεί να υπολογισθεί το μήνυμα κατά μήκος της άκρης x_i , αφού όμως μας είναι γνωστά τα μηνύματα κατά μήκων όλων των άλλων ακρών που καταλήγουν στον κόμβο g , (όταν λέμε άκρες εννοούμε τις εισόδους και τις εξόδους του κόμβου g). Αυτό επιτυγχάνεται περιθωριοποιώντας το γινόμενο του g και των μηνυμάτων που εισέρχονται στον κόμβο g , σε σχέση με το x_i .



$$\mu_{g \rightarrow x_i}(x_i) = \sum_{\sim x_i} g(x_1, \dots, x_n) \prod_{\ell \neq i} \mu_{x_\ell \rightarrow g}(x_\ell)$$

Σχήμα 5.4. Βασικό βήμα του αλγόριθμου αθροίσματος - γινομένου (S.P.A)

Δύο ειδικές αλλά σημαντικές περιπτώσεις του γενικού SPA είναι οι ακόλουθες:

1. Αν το g είναι συνάρτηση ενός μόνο ορίσματος του x_i , τότε το γινόμενο του σχήματος 5.4 είναι κενό και έτσι προκύπτει :

$$\mu_{g \rightarrow x_i}(x_i) = g(x_i). \quad (5.6)$$

2. Εάν το g είναι η συνάρτηση επανάληψης $f_{=}$, τότε έχουμε :

$$\mu_{f_{=} \rightarrow x_i}(x_i) = \prod_{l \neq i} \mu_{x_l \rightarrow f_{=}}(x_l). \quad (5.7)$$

5.2.2 Η βασική παραγοντοποίηση

Ας επιστρέψουμε τώρα στο αρχικό μας πρόβλημα που έχει να κάνει με την εύρεση ενός διανύσματος x , μετά την παρατήρηση της εξόδου y του καναλιού. Μπορούμε να γράψουμε :

$$p(x|y) \propto p(x)p(y|x). \quad (5.8)$$

Εδώ, το $p(x)$ υποδηλώνει την πιθανότητα μετάδοσης του $x \in C$. Υποθέτοντας ότι όλες οι λέξεις του C μεταδίδονται με ίση πιθανότητα $1/|C|$, έχουμε :

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{|C|}, & x \in C \\ 0, & \text{αλλιώς.} \end{cases}$$

Δεδομένου ότι η πραγματική τιμή του $1/|C|$ είναι άσχετη με την διαδικασία της αποκωδικοποίησης, μπορούμε απλά να γράψουμε το εξής :

$$p(x) \propto [x \in C], \quad (5.9)$$

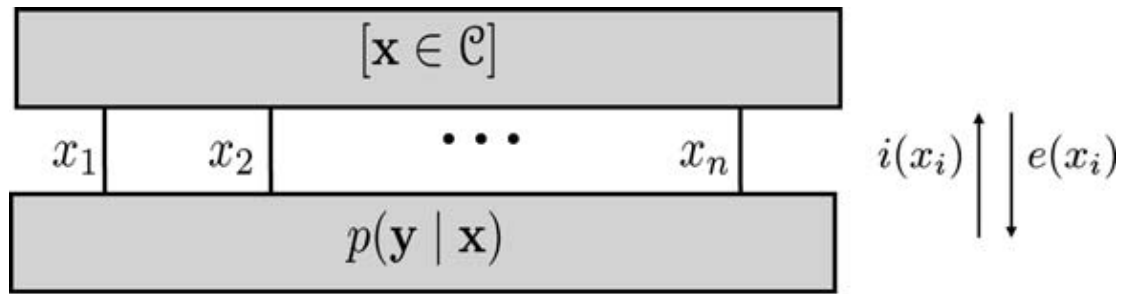
όπου, δεδομένης μίας πρότασης P (proposition) η οποία μπορεί να είναι είτε αληθής είτε ψευδής, το $[P]$ υποδηλώνει την συνάρτηση Iverson :

$$[P] \triangleq \begin{cases} 1, & \text{το } P \text{ είναι αληθές} \\ 0, & \text{το } P \text{ είναι ψευδές.} \end{cases} \quad (5.10)$$

Στην συνέχεια, μπορούμε να ξαναγράψουμε το (5.8) ως εξής :

$$p(x|y) \propto [x \in C] p(y|x), \quad (5.11)$$

το οποίο δηλώνει ότι το $p(x|y)$ είναι γινόμενο δύο συναρτήσεων. Η μία είναι η $[x \in C]$ η οποία περιγράφει τον κώδικα και η άλλη είναι η $p(y|x)$ και περιγράφει το κανάλι. Έπειτα, σε ένα υψηλότερο επίπεδο σκέψης μπορούμε να περιγράψουμε την δημιουργία των εκ των υστέρων πιθανοτήτων (a posteriori probabilities) για κάθε x_i , καθώς εφαρμόζεται το S.P.A σε ένα γράφημα το οποίο έχει την μορφή του σχήματος 5.5. Το ίδιο γράφημα μας δείχνει επίσης τα απαραίτητα βήματα που πρέπει να δημιουργήσει το SPA για όλα τα σύμβολα x_i , για τα μηνύματα που πηγαίνουν προς τα πάνω (συμβολίζονται με $i(x_i)$ και λέγονται “ενδογενή”) και για τα μηνύματα που πηγαίνουν προς τα κάτω (συμβολίζονται με $e(x_i)$ και λέγονται “εξωγενή”).



$$\begin{cases} e(x_i) = \sum_{\sim x_i} [\mathbf{x} \in \mathcal{C}] \prod_{j \neq i} i(x_j) \\ i(x_i) = \sum_{\sim x_i} p(\mathbf{y} | \mathbf{x}) \prod_{j \neq i} e(x_j) \end{cases}$$

Σχήμα 5.5. Γενικός αλγόριθμος αθροίσματος - γινομένου (S.P.A) για την ανίχνευση κωδικοποιημένου σήματος

5.3 Κανάλι και κώδικες: Ένα χάος από γραφήματα παράγοντα

Τώρα, ανάλογα με το πρόβλημα που έχουμε, θα δούμε πως μπορούμε να παραγοντοποιήσουμε το $p(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ και το $[\mathbf{x} \in \mathcal{C}]$ έτσι ώστε να αποκτήσουμε μία παραγοντοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης (objective function) $p(\mathbf{x}|\mathbf{y})$ η οποία να είναι πιο λεπτομερής από αυτήν του (5.11).

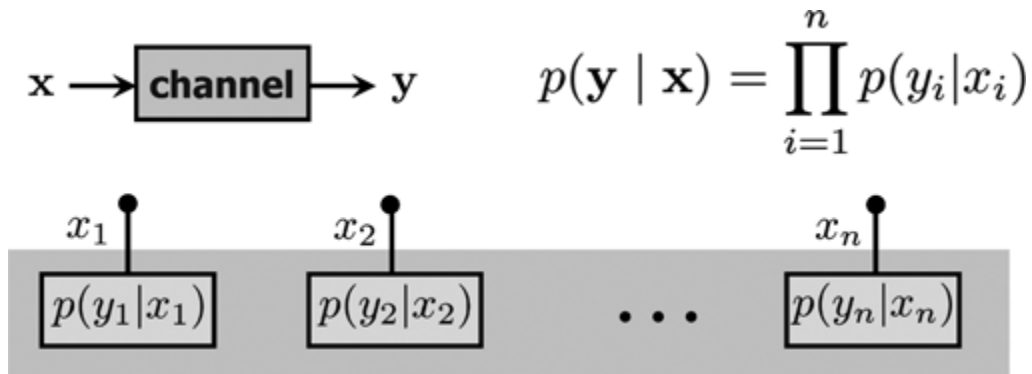
5.3.1 Σχεδιάζοντας το κανάλι

Το πιο απλό παράδειγμα καναλιού είναι αυτό ενός στατικού καναλιού χωρίς μνήμη. Εξ'ορισμού έχουμε :

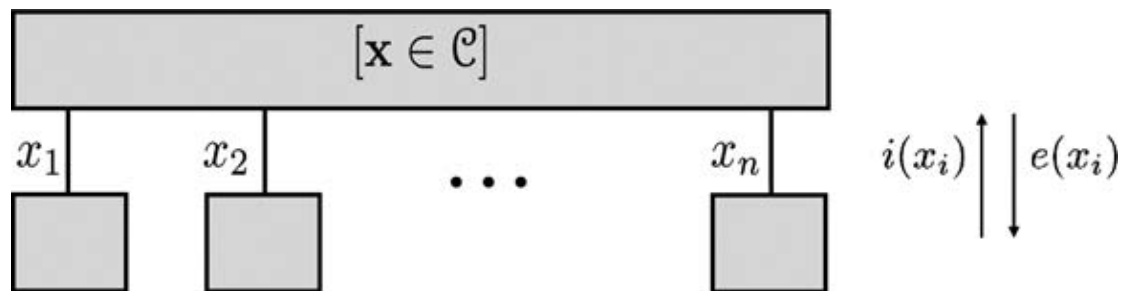
$$P(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n p(y_i|x_i) \quad (5.12)$$

Το αντίστοιχο γράφημα παράγοντα περιλαμβάνει n τμήματα συνάρτησης (functional blocks), που το κάθε ένα από αυτά δημιουργεί ένα μήνυμα

$p(y_i|x_i)$, $i = 1, \dots, n$ (σχήμα 5.6). Το S.P.A έχει την μορφή του σχήματος 5.7, όπου χρησιμοποιείται και ένα μέρος του σχήματος 5.6



Σχήμα 5.6. Γράφημα παράγοντα ενός καναλιού χωρίς μνήμη.



$$\begin{cases} e(x_i) = \sum_{\sim x_i} [x \in \mathcal{C}] \prod_{j \neq i} i(x_j) \\ i(x_i) = p(y_i | x_i) \end{cases}$$

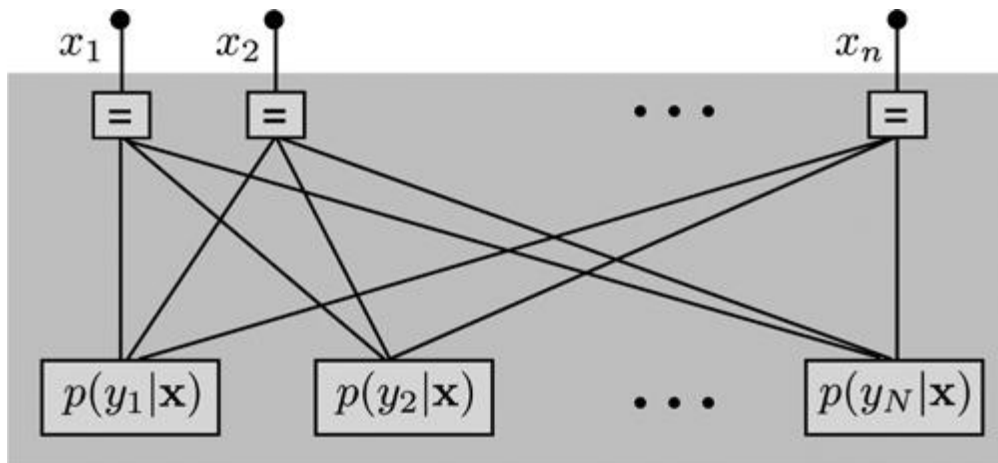
Σχήμα 5.7. Ειδική περίπτωση: Αλγόριθμος αθροίσματος - γινομένου (S.P.A) για την ανίχνευση κωδικοποιημένου σήματος, το οποίο στέλνεται μέσω ενός καναλιού χωρίς μνήμη.

Ένα πιο πολύπλοκο παράδειγμα ενός γραφήματος παράγοντα καναλιού φαίνεται στο σχήμα 5.8. Εδώ, εξαιτίας της ανεξαρτησίας που έχουμε από τις

συνιστώσες θορύβου και βάση της υπόθεσης ότι το παρατηρούμενο διάνυσμα y έχει N συνιστώσες, προκύπτει η εξής παραγοντοποίηση :

$$p(y|x) = \prod_{i=1}^N p(y_i|x). \quad (5.13)$$

Αυτό εκφράζει το γεγονός ότι κάθε παρατηρούμενη συνιστώσα y_i εξαρτάται από όλο το διάνυσμα x .



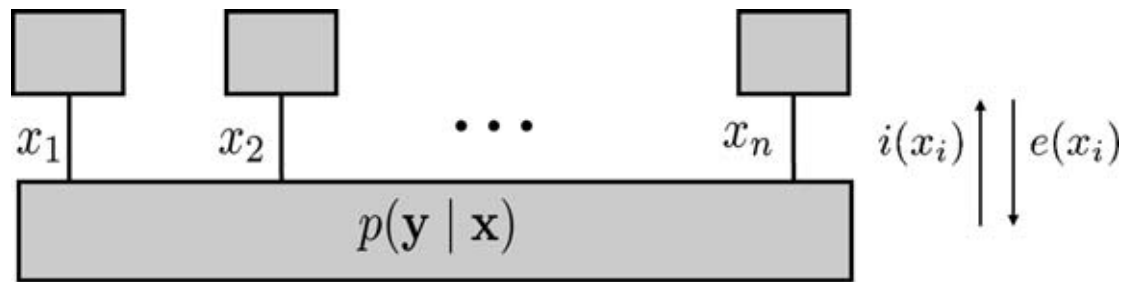
Σχήμα 5.8. Γράφημα παράγοντα ενός καναλιού με διασπορά

5.3.2 Σχεδιάζοντας το μοντέλο του κώδικα

Εάν μεταδίδονται μη κωδικοποιημένα σύμβολα και θεωρήσουμε ότι οι συνιστώσες του διανύσματος x είναι ανεξάρτητες, τότε προκύπτει το εξής :

$$p(x) = \prod_{i=1}^n p(x_i)$$

συνεπώς το S.P.A παίρνει την μορφή που φαίνεται στο σχήμα 5.9 :



$$\begin{cases} e(x_i) = p(x_i) \\ i(x_i) = \sum_{\sim x_i} p(\mathbf{y} | \mathbf{x}) \prod_{j \neq i} e(x_j) \end{cases}$$

Σχήμα 5.9. Ειδική περίπτωση: Αλγόριθμος αθροίσματος - γινομένου (S.P.A) για την ανίχνευση ενός μη κωδικοποιημένου σήματος.

Η πιο απλή περίπτωση ενός γραφήματος παράγοντα το οποίο μοντελοποιεί ένα πραγματικό κώδικα, προκύπτει με την προϋπόθεση να έχουμε ένα γραμμικό δυαδικό κώδικα ο οποίος περιγράφεται μέσω του πίνακα ελέγχου της ισοτιμίας του (parity - check matrix). Εξ ορισμού, κάθε γραμμή αυτού του πίνακα περιγράφει ένα περιορισμό ο οποίος πρέπει να ικανοποιείται από τις συνιστώσες της κωδικολέξης. Επίσης, πρέπει να αντιστοιχεί σε κάποιο παράγοντα της συνάρτησης $[x \in C]$. Για παράδειγμα, ένας κώδικας του οποίου ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας είναι ο

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

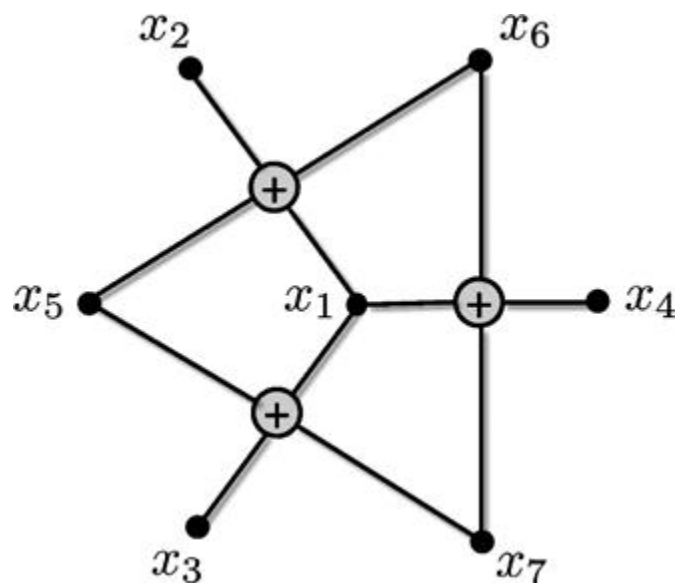
έχει λέξεις $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_7)$, που ικανοποιούν τους παρακάτω περιορισμούς :

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_5 + x_6 &= 0 \\ x_1 + x_4 + x_6 + x_7 &= 0 \\ x_1 + x_3 + x_5 + x_7 &= 0 \end{aligned} \tag{5.14}$$

έτσι μπορούμε να γράψουμε το εξής:

$$[x \in C] = [x_1 + x_2 + x_5 + x_6 = 0] \times [x_1 + x_4 + x_6 + x_7 = 0] \times [x_1 + x_3 + x_5 + x_7 = 0].$$

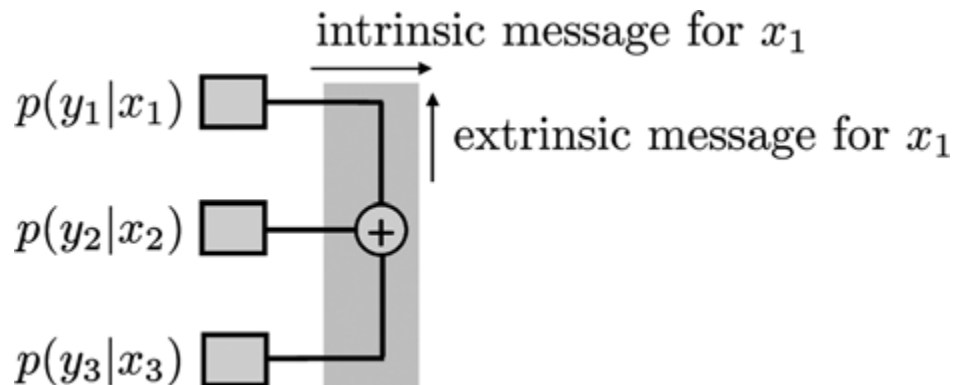
Αυτή η παραγοντοποίηση αποδίδει το γράφημα παράγοντα που φαίνεται στο σχήμα 5.10, όπου τα τμήματα της συνάρτησης περιγράφουν τον περιορισμό ο οποίος μας λέει ότι το (modulo-2) άθροισμα των ορισμάτων θα πρέπει να είναι ίσο με 0. Διάφορα άλλα παραδείγματα από γραφήματα παράγοντα τα οποία περιγράφουν ένα δεδομένο κώδικα και πιο συγκεκριμένα αυτά που τον περιγράφουν σε μορφή δικτυώματος (trellis), μπορούν να βρεθούν στο [6,30,33].



Σχήμα 5.10. Γράφημα παράγοντα ενός κώδικα του οποίου ο πίνακας ελέγχου της ισοτιμίας (parity - check matrix) είναι ο (5.14).

Ένα απλό παράδειγμα συνδυασμού γραφημάτων παράγοντα ενός κώδικα και ενός στατικού καναλιού χωρίς μνήμη φαίνεται στο σχήμα 5.11. Ο κώδικας είναι δυαδικός κώδικας απλού ελέγχου ισοτιμίας μήκους 3 και περιγράφεται από τον περιορισμό $[x_1 + x_2 + x_3 = 0]$. Ας μελετήσουμε την αποκωδικοποίηση του συμβόλου x_1 : το μήνυμα $p(y_1|x_1)$ (το θεωρούμε συνάρτηση του x_1 , που παραμετροποιείται από την παρατηρούμενη τιμή του y_1), καλείται “ενδογενές” καθώς εξαρτάται μόνο από την παρατήρηση της εξόδου του καναλιού η οποία αντιστοιχεί στο εκπεμπόμενο σύμβολο x_1 . Το μήνυμα που είναι στην αντίθετη κατεύθυνση φέρει πληροφορίες στο x_1 και

στην δομή του κώδικα, οι οποίες προέρχονται από τις παρατηρούμενες τιμές y_2 και y_3 (γι' αυτό ονομάζεται "εξωγενές").



Σχήμα 5.11. Αποκωδικοποίηση του (3 και 2) κώδικα απλού ελέγχου ισοτιμίας σε ένα κανάλι χωρίς μνήμη. Έχουμε ενδογενή και εξωγενή μηνύματα για το σύμβολο x_1 .

5.4 Εξίσωση

Θεωρήστε ότι έχουμε ένα κανάλι με διασυμβολική παρεμβολή (intersymbol interference) του οποίου η μνήμη είναι L και η κρουστική απόκριση h . Η απόκριση του σε μία κωδικολέξη x μήκους n , είναι ένα διάνυσμα μήκους $N \geq n$, του οποίου οι συνιστώσες είναι γραμμικοί συνδυασμοί με τις συνιστώσες του x :

$$y_i = h'_i x + z_i, \quad i = 1, \dots, N$$

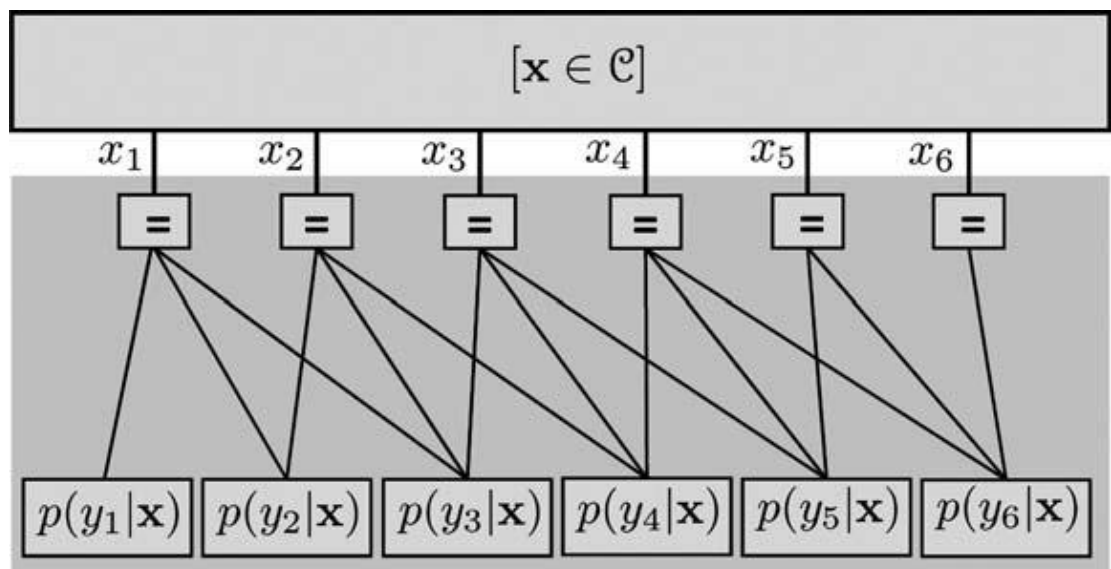
όπου z_i , είναι δείγματα από μία διαδικασία λευκού γκαουσιανού θορύβου. Για παράδειγμα, στην απλή περίπτωση που έχουμε ένα αιτιατό κανάλι μνήμης 2, κρουστική απόκριση $h = (h_0, h_1, h_2)$ και του οποίου καναλιού η είσοδος είναι ένα διάνυσμα με πλήθος στοιχείων 2, για παράδειγμα $x = (x_1, x_2)$, τότε η έξοδος αυτού του διανύσματος θα έχει την εξής μορφή :

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 \\ h_1 & h_0 \\ h_2 & h_1 \\ 0 & h_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + z. \quad (5.15)$$

Σε γενικές γραμμές, ισχύει το εξής :

$$p(x | y_1, \dots, y_N) \propto [x \in C] \times \prod_{i=1}^N p(y_i | x) \quad (5.16)$$

Στην συνέχεια, το γράφημα παράγοντα που φαίνεται στο σχήμα 5.12, αναφέρεται σε μία κωδικολέξη πλήθους 6 στοιχείων, σε ένα αιτιατό κανάλι μνήμης 2 και σε ένα λαμβανόμενο διάνυσμα μήκους 6. Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι το γράφημα του καναλιού έχει περίμετρο 4 κάτι το οποίο μπορεί να εξασθενήσει τις ιδιότητες σύγκλισης του αλγόριθμου επαναληπτικής αποκωδικοποίησης. Έχει παρατηρηθεί ότι οι κύκλοι μήκους 4 δεν επηρεάζουν την σύγκλιση του αλγόριθμου [3,p.1285]. Εάν δεν συμβαίνει κάτι τέτοιο, τότε μπορούμε να κάνουμε μερικούς μετασχηματισμούς στο γράφημα, έτσι ώστε να αυξήσουμε την περίμετρο [14,24].



Σχήμα 5.12. Γράφημα παράγοντα για την εξίσωση των κωδικοποιημένων σημάτων.

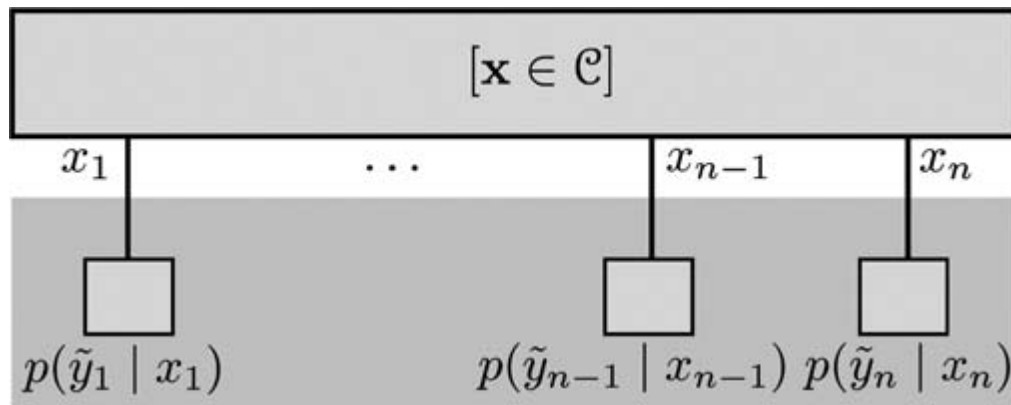
Η εξίσωση επιβολής μηδενισμών (zero - forcing equalization) μπορεί να ερμηνευτεί ως η εξίσωση που αφαιρεί όλες τις διαγώνιες διαδρομές του σχήματος 5.12. Με H^+ συμβολίζεται το ψευδοαντίστροφο Moore-Penrose του H και η εξίσωση επιβολής μηδενισμών ορίζεται ως εξής:

$$\tilde{y} \triangleq H^+y$$

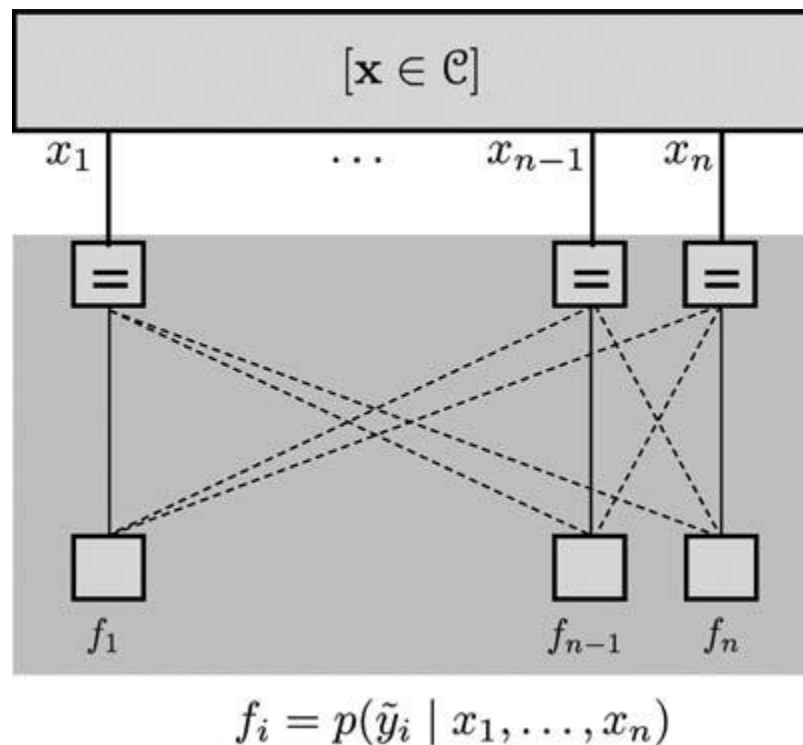
Το γράφημα παράγοντα που προκύπτει είναι αυτό του σχήματος 5.13, στο οποίο οι διαγώνιες διαδρομές έχουν αφαιρεθεί. Γενικότερα, εάν ισχύει

$$\tilde{y} \triangleq A_y$$

Το A συμβολίζει το φίλτρο ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος $A \triangleq (I + \delta H^+H)^{-1}H^+$ και το δ συμβολίζει το αντίστροφο του λόγου σήματος προς θόρυβο. Οι διαγώνιες διαδρομές γίνονται άσχετες μεταξύ τους και έτσι μπορούν εύκολα να παραλειφθούν από τον αλγόριθμο. Η παραπάνω κατάσταση απεικονίζεται στο σχήμα 5.14.

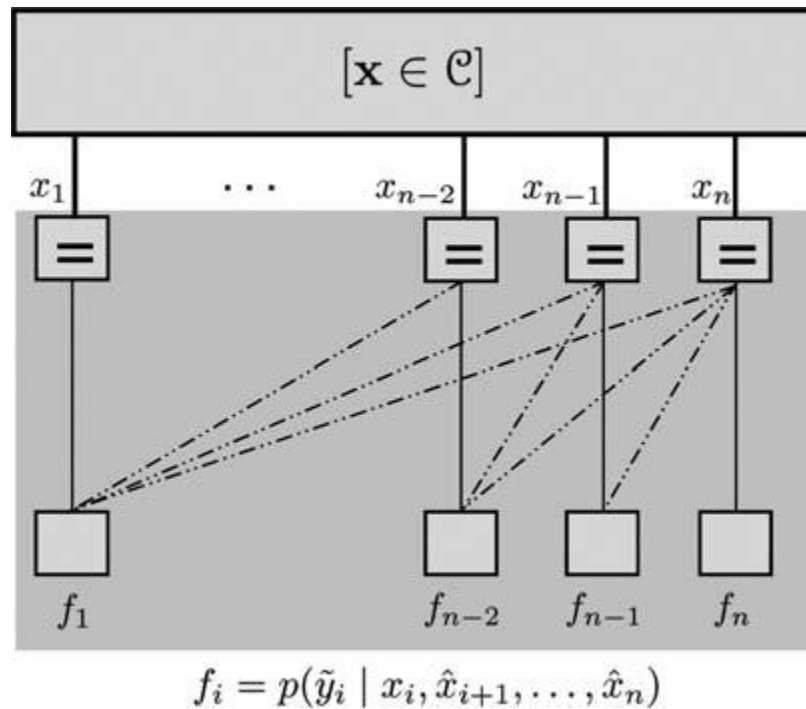


Σχήμα 5.13. Η εξίσωση επιβολής μηδενισμών (zero-forcing) των κωδικοποιημένων σημάτων.



Σχήμα 5.14. Η εξίσωση του ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος (M.M.S.E) των κωδικοποιημένων σημάτων.

Ομοίως, η εξίσωση ανάδρασης - απόφασης (decision - feedback equalization) απεικονίζεται στο σχήμα 5.15. Εδώ διατηρούνται μόνο οι διαδρομές οι οποίες ενώνουν το κόμβο του καναλιού f_k με τους μεταβλητούς κόμβους x_j , $j \geq k$. Το \hat{x}_i συμβολίζει τις προκαταρκτικές αποφάσεις που λαμβάνονται διαδοχικά για το x_i , $i = n, n-1, \dots$. Μία άλλη προσέγγιση η οποία δεν τροποποιεί την τοπολογία του γραφήματος παράγοντα, περιλαμβάνει την αντικατάσταση των αρχικών μηνυμάτων με διανύσματα τα οποία έχουν μόνο μία μη-μηδενική συνιστώσα, η οποία παίρνει την τιμή 1 για να υπάρχει συμφωνία (ομοιότητα) με την πιο πιθανή τιμή της μεταβλητής (αυστηρές αποφάσεις). Ένας άλλος τρόπος για την απλοποίηση της δομής του μηνύματος, περιλαμβάνει την προσέγγιση των μηνυμάτων με κανονικές κατανομές (κατανομή Gauss), οι οποίες έχουν τον ίδιο μέσο και την ίδια διασπορά με την αρχική (διακριτή) κατανομή. Αν θέλουμε να δούμε σε βάθος όλα τα παραπάνω, καθώς και κάποια πρόσθετα αποτελέσματα για την επαναληπτική εξίσωση, τότε παραπέμπουμε τον αναγνώστη στις αναφορές που βρίσκονται στα [3,14,16,21,23,31].



Σχήμα 5.15. Η εξίσωση ανάδρασης - απόφασης (decision - feedback equalization) των κωδικοποιημένων σημάτων.

5.5 Ανίχνευση πολλαπλών χρηστών

Η εφαρμογή των τεχνικών του γραφήματος παράγοντα στο πρόβλημα της ανίχνευσης πολλαπλών χρηστών, μας παρέχει μία ενιαία δομή για πολλούς από τους αλγόριθμους της βιβλιογραφίας έτσι ώστε να έχουμε κοινή αποκωδικοποίηση και ανίχνευση πολλαπλών χρηστών. Η ισορροπία αυτού του κομματιού βασίζεται στο [11]. Στην συνέχεια, έχουμε τις παρακάτω εξισώσεις :

$$y_i = SW_i x_i + z_i, \quad i = 1, \dots, N. \quad (5.17)$$

όπου N είναι το κοινό μήκος στοιχείων που έχει ο κώδικας του κάθε χρήστη, $y_i \in \mathbb{C}^L$, L είναι ο παράγοντας διασποράς, το $S \in \mathbb{C}^{L \times K}$ είναι ο πίνακας συσχέτισης των δεδομένων του κάθε χρήστη, K είναι ο αριθμός των χρηστών και τέλος το $W_i \in \mathbb{C}^{K \times K}$ είναι ο διαγώνιος πίνακας με τα πλάτη του χρήστη. Το C_k συμβολίζει τον κώδικα του χρήστη k και το X συμβολίζει τον $K \times N$ πίνακα, του οποίου οι γραμμές x^k είναι οι κωδικολέξεις των χρηστών και οι στήλες του

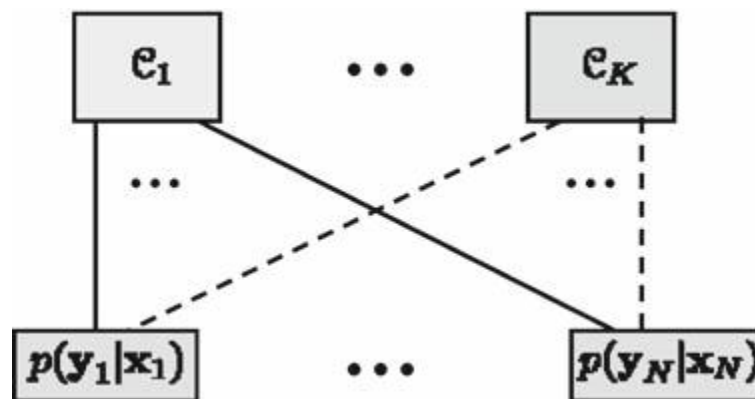
συμβολίζονται με x_i , $i = 1, \dots, N$. Στην συνέχεια, λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, μπορούμε να γράψουμε το εξής :

$$p(X | y_1, \dots, y_N) \propto \prod_{k=1}^K [x^k \in C_k] \prod_{i=1}^N p(y_i | x_i). \quad (5.18)$$

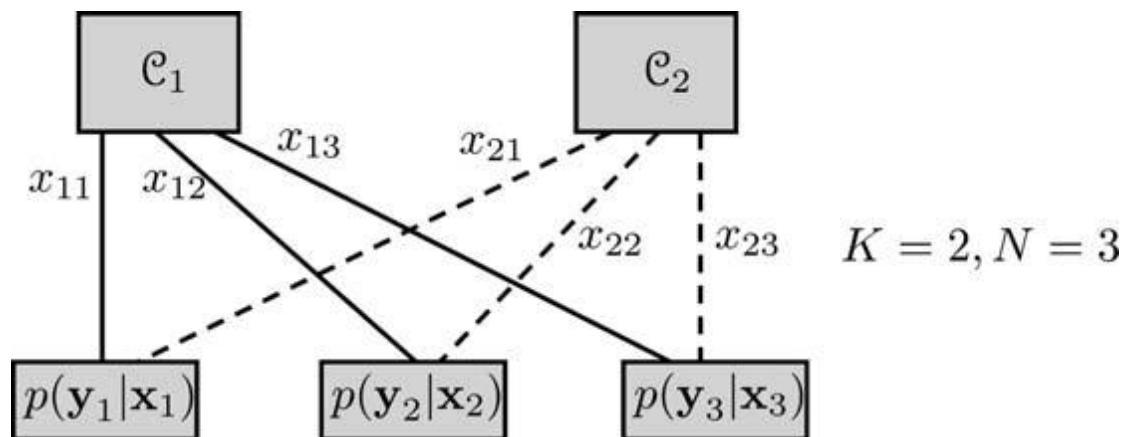
Για παράδειγμα, για ένα κανάλι με πρόσθετο λευκό γκαουσιανό θόρυβο και φασματική πυκνότητα ισχύος N_0 έχουμε το εξής :

$$p(y_i | x_i) \propto \exp - |y_i - SW_i x_i|^2 / N_0.$$

Το σχήμα 5.16 μας δείχνει το αντίστοιχο γράφημα παράγοντα. Μία ειδική περίπτωση όπου έχουμε $K=2$ και $N=3$, φαίνεται στο σχήμα 5.17. Μερικές εφαρμογές χαμηλής πολυπλοκότητας του βέλτιστου ανιχνευτή, προκύπτουν με ένα ενιαίο τρόπο. Με αυτήν την δομή, μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι η παρεμβολή πολλαπλών προσβάσεων προέρχεται από τα μηνύματα του σχήματος 5.18. Η αναφορά του [11], προτείνει δύο απλοποιήσεις που βασίζονται στο σύστημα του σχήματος.

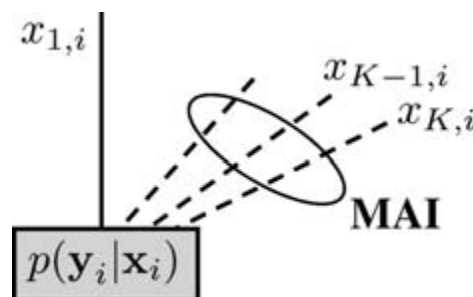


Σχήμα 5.16. Γράφημα παράγοντα για την ανίχνευση πολλαπλών χρηστών.



$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & x_{1,3} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & x_{2,3} \end{bmatrix} = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{x}_3]$$

Σχήμα 5.17. Παράδειγμα ενός πραγματικού γραφήματος παράγοντα, για την ανίχνευση πολλαπλών χρηστών.

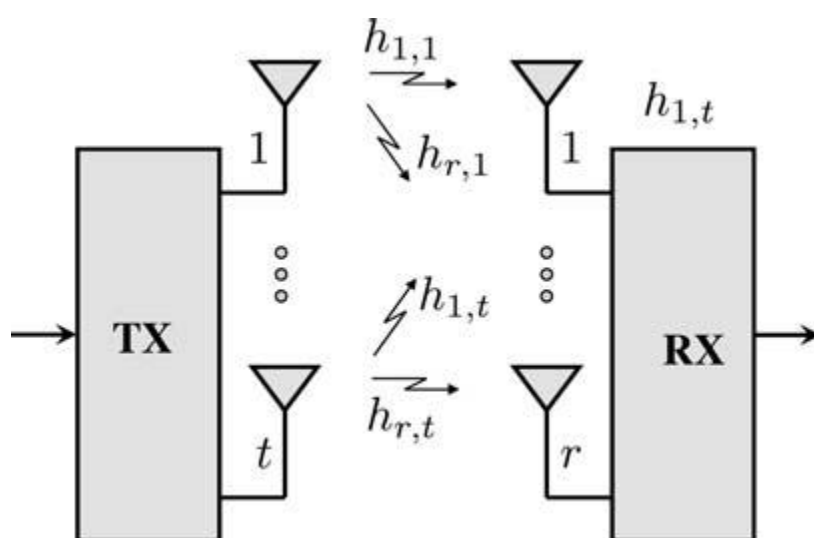


Σχήμα 5.18. Γραφική ερμηνεία της παρεμβολής πολλαπλών προσβάσεων (multi - access interference).

Η πρώτη απλοποίηση, συμπεριλαμβάνει την αντικατάσταση των μηνυμάτων της παρεμβολής πολλαπλών προσβάσεων με κάποιες “αυστηρές αποφάσεις” στα σύμβολα στα οποία αναφέρονται (δέκτης με αυστηρή ακύρωση παρεμβολών). Η δεύτερη απλοποίηση αντικαθιστά τα μηνύματα της παρεμβολής πολλαπλών προσβάσεων με τυχαίες μεταβλητές κανονικής (Gauss) κατανομής (δέκτης με χαλαρή ακύρωση παρεμβολών).

5.6 Ανίχνευση πολλαπλής εισόδου - πολλαπλής εξόδου (MIMO- Multiple Input Multiple Output)

Αυτή η ενότητα βασίζεται στο [7, κεφάλαιο5], όπου εκεί πρέπει να ψάξει ο αναγνώστης ώστε να βρει περισσότερες λεπτομέρειες. Το σχήμα 5.19 μας δείχνει το μοντέλο M.I.M.O, το οποίο ορίζεται από την εξίσωση $y = Hx + z$. Όπου H είναι ο $r \times t$ "πίνακας καναλιού", του οποίου οι καταχωρήσεις είναι τα κέρδη διαλείψεων των μονοπατιών που οδηγούν από τις κεραίες εκπομπής t στις κεραίες λήψης r .



Σχήμα 5.19. Μοντέλο ενός καναλιού M.I.M.O

Το αντίστοιχο γράφημα παράγοντα, βρίσκεται στο σχήμα 5.20. Παρατηρούμε ότι το γράφημα έχει περίμετρο 4 όπως και για τα κανάλια με διασυμβολική παρεμβολή. Αυτό μπορεί να επηρεάσει τις ιδιότητες σύγκλισης του αλγόριθμου επαναληπτικής ανίχνευσης. Υπάρχει ένας διαθέσιμος αριθμός από υποβέλτιστες λύσεις, οι οποίες είναι στην ίδια λογική με αυτές που είδαμε μελετώντας την εξίσωση της παραγράφου 5.4. Για παράδειγμα, ας λάβουμε υπόψη την αρχιτεκτονική του δέκτη V.B.L.A.S.T (Vertical Bell Labs Layered Space - Time Architecture), [10,18]. Αυτή η αρχιτεκτονική βασίζεται στις ακόλουθες τρεις λειτουργίες:

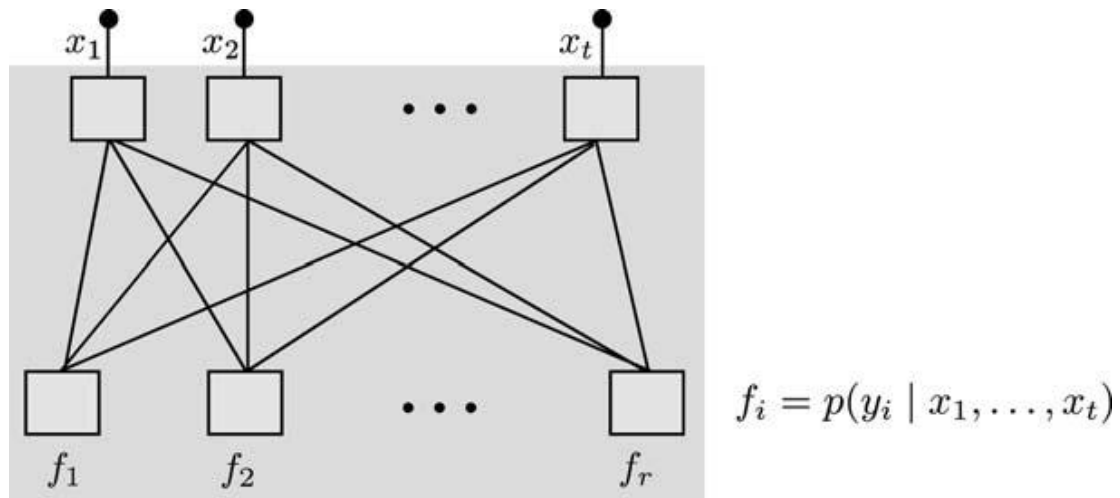
1. Μηδενισμός της χωρικής παρεμβολής. Αυτό επιτυγχάνεται, απλοποιώντας την δομή του γραφήματος παράγοντα μέσω της γραμμικής επεξεργασίας, κατά μήκος των γραμμών που περιγράφονται στην παράγραφο 5.4. Οι συνιστώσες y_i του ληφθέντος διανύσματος αντικαθίστανται από το \tilde{y}_i .

2. Ακύρωση της χωρικής παρεμβολής. Οι κόμβοι της συνάρτησης αντιστοιχούν στις τροποποιημένες πυκνότητες:

$$p(\tilde{y}_i | x_i, x_{i+1}, \dots, x_t) \approx p(\tilde{y}_i | x_i, \hat{x}_{i+1}, \dots, \hat{x}_t)$$

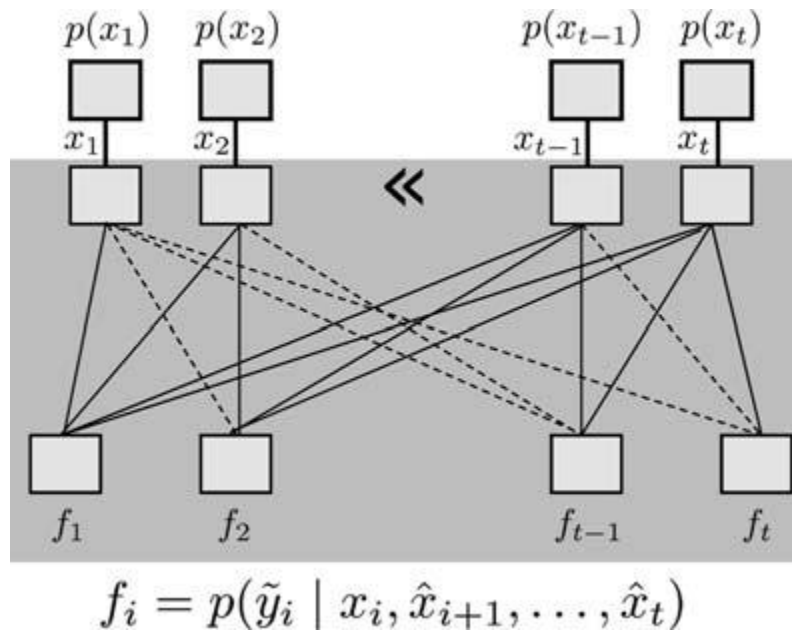
διαδοχικά για $i = t-1, t-2, \dots, 1$, όπου \hat{x} συμβολίζει μία αυστηρή απόφαση που λαμβάνεται για το x .

3. Παραγγελία. Αυτό αποτελείται από την επιλογή της τάξης των κεραιών, στις οποίες έχουν εκτελεστεί τα παραπάνω δύο βήματα.



Σχήμα 5.20. Γράφημα παράγοντα ενός καναλιού M.I.M.O, με κεραιές εκπομπής t και λήψης r .

Μία εφαρμογή του δέκτη V.B.L.A.S.T περιγράφεται στο σχήμα 5.21, όπου οι διακεκομμένες γραμμές αντιστοιχούν στις διαδρομές που δεν λαμβάνονται υπόψη κατά την μεταβίβαση μηνυμάτων.



Σχήμα 5.21. Γράφημα παράγοντα που αντιστοιχεί σε ένα δέκτη M.I.M.O με V.B.L.A.S.T αρχιτεκτονική.

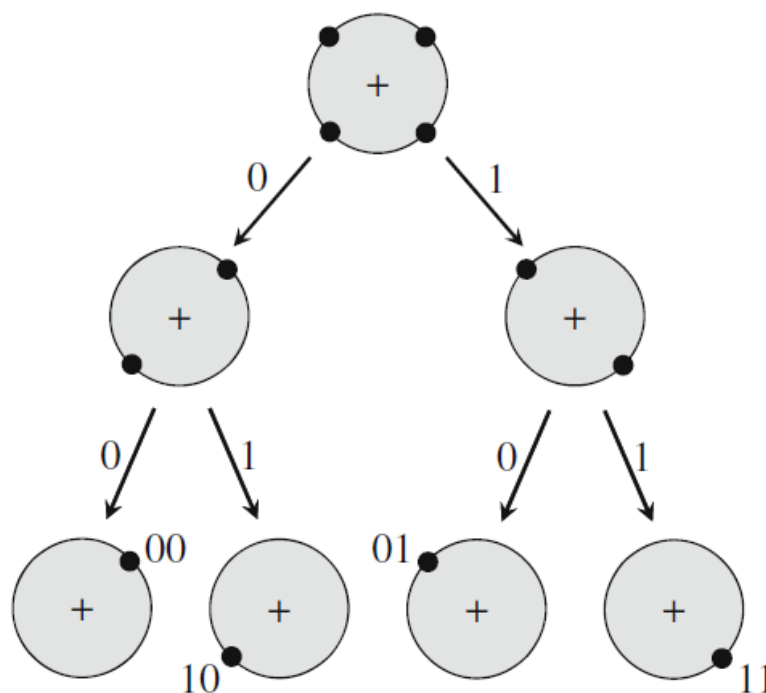
5.7 Πολυεπίπεδη κωδικοποιημένη διαμόρφωση (M.C.M - Multilevel Coded Modulation)

Στην πολυεπίπεδη κωδικοποιημένη διαμόρφωση [5, κεφάλαιο 12], ξεκινάμε από έναν “στοιχειώδη” αστερισμό σημάτων S , με 2^L σήματα χωρισμένα σε τμήματα των L -επιπέδων. Συγκεκριμένα, στο επίπεδο 0, ο αστερισμός σημάτων S είναι χωρισμένος σε δύο αστερισμούς S_1 των 2^{L-1} σημάτων ο καθένας. Στο επίπεδο 1, το κάθε S_1 είναι χωρισμένο σε δύο αστερισμούς των 2^{L-2} σημάτων ο καθένας και ούτω καθεξής μέχρι το επίπεδο $L-1$ όπου έχουμε S_{L-1} αστερισμούς του ενός σήματος ο κάθε ένας. Δίνοντας ετικέτες (labeling) στους αστερισμούς του κάθε επιπέδου, λαμβάνουμε μία προς μία την αντιστοιχία μεταξύ των δυαδικών L -πλειάδων και των σημάτων του S . Το σχήμα 5.22, δείχνει τον διαχωρισμό και την ονομασία (labeling των αστερισμών) του 4P.S.K (ή αλλιώς παλμική διαμόρφωση Q.P.S.K). Θεωρήστε ότι έχουμε L δυαδικούς κωδικοποιητές, οι οποίοι δημιουργούν λέξεις ίσου μήκους n και συμβολίζονται ως c_0, \dots, c_{L-1} . Η πρώτη, δεύτερη, ..., L -πλειάδα δυαδικών συμβόλων αντιστοιχεί στα σήματα x_0, \dots, x_n , χρησιμοποιώντας την αντιστοιχία που δημιουργήθηκε από το χώρισμα. Το σχήμα 5.23, μας δείχνει τον πολυεπίπεδο κωδικοποιητή, ενώ το σχήμα 5.24 μας δείχνει το αντίστοιχο γράφημα παράγοντα για μία ειδική περίπτωση. Ένα συγκρίνουμε αυτό το σχήμα με το σχήμα 5.17, μπορούμε αμέσως να παρατηρήσουμε την

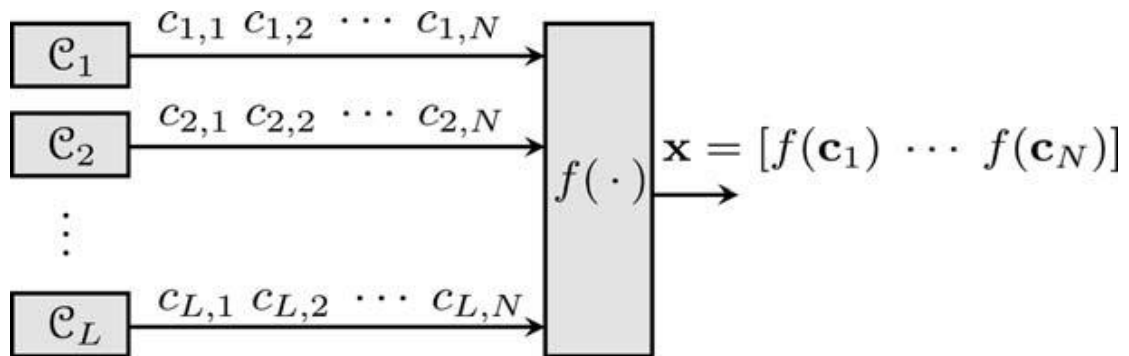
ομοιότητα μεταξύ των δύο γραφημάτων παράγοντα καθώς και την ομοιότητα μεταξύ των δύο προβλημάτων. (Παρατηρήστε ωστόσο, ότι η τάξη μεγέθους των παραμέτρων μπορεί να είναι διαφορετική στις δύο περιπτώσεις).

5.8 Σύγκλιση του επαναληπτικού αλγόριθμου

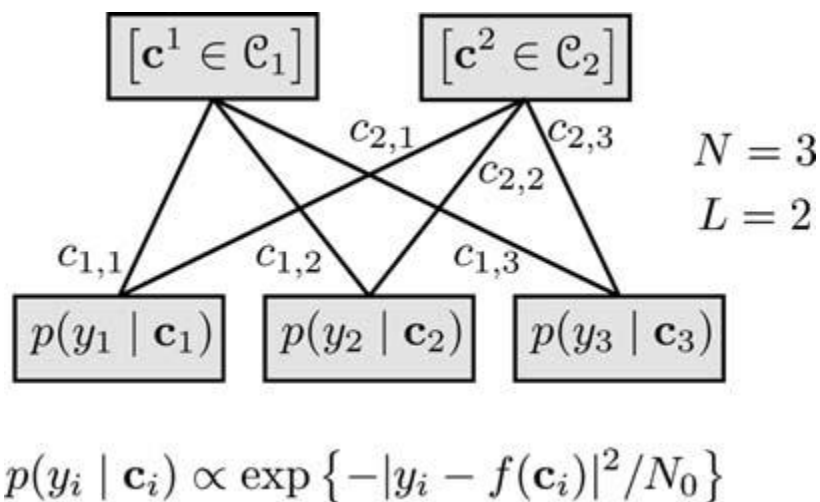
Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται μία ανάλυση εις βάθος της σύγκλισης των επαναληπτικών δεκτών. Η ανάλυση αυτή βασίζεται στην προσέγγιση της εξέλιξης της πυκνότητας (D.E ή Density Evolution). Αυτό μας βοηθάει να μελετήσουμε τους επαναληπτικούς αποκωδικοποιητές για χαμηλής πυκνότητας κώδικες ελέγχου της ισοτιμίας [30] και μπορεί να επεκταθεί τηρουμένων των αναλογιών (*mutatis mutandis*), σε γενικότερους επαναληπτικούς δέκτες (για παράδειγμα δείτε στο [11], την εφαρμογή της εξέλιξης της πυκνότητας στην επαναληπτική ανίχνευση πολλαπλών χρηστών).



Σχήμα 5.22. Διαχωρισμός και επισήμανση (labeling) στο 4PSK.



Σχήμα 5.23. Πολυεπίπεδη κωδικοποιημένη διαμόρφωση (M.C.M).



Σχήμα 5.24. Γραφική ερμηνεία της πολυεπίπεδης αποδιαμόρφωσης.

Αυτή η ανάλυση προϋποθέτει μία μεγάλη τιμή για το πλήθος των στοιχείων n . Καθώς $n \rightarrow \infty$, το θεώρημα της συγκέντρωσης μας δείχνει ότι η πυκνότητα πιθανότητας των μηνυμάτων που δημιουργήθηκαν από τον επαναληπτικό αποκωδικοποιητή, μετά από οποιοδήποτε σταθερό αριθμό επαναλήψεων προσεγγίζει την αναμενόμενη πυκνότητα που προκύπτει από ένα τυχαίο γράφημα παράγοντα το οποίο δεν έχει κύκλους. Καθώς προκύπτουν κάποιες πιθανότητες λάθους από αυτές τις πυκνότητες, μόνο μία μπορεί να ακολουθήσει την εξέλιξη των προηγούμενων με αυτόν τον αριθμό των επαναλήψεων. Μία υπολογιστικά αποδοτική απλοποίηση της διαδικασίας της εξέλιξης της πυκνότητας, μπορεί να χρησιμοποιηθεί με την υπόθεση ότι οι πυκνότητες των μηνυμάτων είναι Gaussian (κανονικής κατανομής). Εάν ισχύει αυτό, τότε μπορούμε να δούμε ότι ο μέσος και η διασπορά αυτής της

πυκνότητας είναι ανάλογα μεταξύ τους. Επίσης, η εξέλιξη της πυκνότητας μειώνεται σε εξέλιξη μίας μόνο παραμέτρου. Το πιο χρήσιμο και βολικό μεταξύ αυτών είναι η μέση αμοιβαία πληροφορία που μεταφέρεται από τα μηνύματα, για τις πραγματικές τιμές των μεταδιδόμενων συμβόλων [32]. Η συνέχεια αυτής της ανάλυσης γίνεται γραφικά και χρησιμοποιεί σχέδια τα οποία λέγονται γραφήματα EXIT (το EXIT προέρχεται από τις λέξεις Extrinsic Information Transfer, δηλαδή εξωγενής μεταφορά πληροφοριών). Παρόλο που πρέπει να περιμένουμε κάποιες ανακρίβειες από την ανάλυση με γράφημα EXIT, η πρακτική τους χρησιμότητα είναι αδύνατη (δείτε για παράδειγμα, την ανάλυση με γράφημα EXIT των ανιχνευτών M.I.M.O που βρίσκεται στο [7, κεφάλαιο 5.8]).

5.9 Συμπεράσματα

Αυτό το κεφάλαιο είναι το αλφαβητάρι στην ανάλυση και σχεδίαση επαναληπτικών δεκτών με βάση τα γραφικά μοντέλα τους. Πολλές περισσότερες λεπτομέρειες οι οποίες δεν μπορούσαν να συμπεριληφθούν εδώ μέσα, μπορούν να βρεθούν στο πρόσφατο βιβλίο που αναφέρεται στο [35]. Μεταξύ των πιθανών επεκτάσεων της θεωρίας των επαναληπτικών δεκτών που περιγράφεται στις προηγούμενες ενότητες, μία άξια αναφορά συμπεριλαμβάνει κάποιους υπολογισμούς για μία άγνωστη τυχαία κατάσταση καναλιού u . Σε αυτήν την περίπτωση το κανάλι περιγράφεται από την πυκνότητα $p(y | u, x)$ και η αντικειμενική συνάρτησή του παράγοντα γίνεται $p(y | u, x)p(u)[x \in C]$. Σε αυτή την περίπτωση και εφόσον η κατάσταση του καναλιού παίρνει συνεχείς τιμές, τα μηνύματα που διαδίδονται από τους κόμβους του καναλιού γίνονται συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας, κάτι το οποίο κάνει την όλη κατάσταση πολύ πολύπλοκη στον χειρισμό της. Μία λύση για αυτό το πολύπλοκο πρόβλημα, υπάρχει στο [34] και περιλαμβάνει την χρήση παραμετροποιημένων κανονικών πυκνοτήτων για μηνύματα που σχετίζονται με συνεχείς μεταβλητές. Μια απλή εφαρμογή αυτής της έννοιας, κάνει χρήση της πυκνότητας η οποία περιλαμβάνει μία κρούση με κέντρο την εκτιμώμενη τιμή της παραμέτρου της κατάστασης του καναλιού, $\delta(u_i - \hat{u}_i)$. Αυτό αντιστοιχεί στην χρήση μίας εκτίμησης της άγνωστης κατάστασης καναλιού, σαν να ήταν η σωστή τιμή. Μία άλλη λύση [34], χρησιμοποιεί κανονική πυκνότητα η οποία περιλαμβάνει ένα σταθμισμένο άθροισμα από κρούσεις. Για περισσότερες εφαρμογές της προσέγγισης του γραφήματος παράγοντα στους δέκτες με άγνωστη κατάσταση καναλιού, ανατρέξτε στις αναφορές [3,12,17,19,22]. Επιπλέον εφαρμογές της προσέγγισης του γραφήματος παράγοντα που δεν υπάρχουν σε αυτό το κεφάλαιο

(φιλτράρισμα Kalman, κατάτμηση εικόνας, αποκατάσταση φάσης και δικτυακή τομογραφία) μπορούν να βρεθούν στις αναφορές [13,15,16,20,25-28]. Για πτυχές που αφορούν την εφαρμογή της ανταλλαγής μηνυμάτων σε λογαριθμικό πεδίο, ανατρέξτε στο [14] και στις αναφορές του. Άλλες εφαρμογές του αλγόριθμου ανταλλαγής μηνυμάτων περιγράφονται στα [13,15,20,25]. Σε κάποιες περιπτώσεις ο υπολογισμός των μηνυμάτων που προκύπτουν από το κομμάτι του κώδικα απαιτεί επιπλέον επαναλήψεις. Σε αυτήν την περίπτωση θα πρέπει να δημιουργήσουμε έναν διπλά επαναληπτικό αλγόριθμο (για παράδειγμα, δείτε το [9]). Η διατύπωση του αλγόριθμου αθροίσματος - γινομένου, εξαρτάται από το αν θα είναι και οι δύο πράξεις διαθέσιμες (άθροισμα, γινόμενο), κάτι το οποίο μας οδηγεί στην επιμεριστική ιδιότητα.

$$(\alpha \cdot b) + (\alpha \cdot c) = \alpha \cdot (b + c)$$

Μπορεί να γίνει οποιαδήποτε γενίκευση του αλγόριθμου αθροίσματος-γινομένου έτσι ώστε να είναι κατάλληλος για κάθε πρόβλημα, αρκεί στο πρόβλημα να ορίζονται και οι δύο πράξεις για τις οποίες θα ισχύει η επιμεριστικότητα : για παράδειγμα, οι αλγόριθμοι max - product και min - sum οι οποίοι ορίζονται στο [2].

Ευχαριστίες. Αυτή η δουλειά υποστηρίχθηκε από το ισπανικό υπουργείο παιδείας και επιστήμης στα πλαίσια του προγράμματος TEC2006-01428/TCM

Αναφορές

1. S. M. Aji, G. B. Horn, and R. J. McEliece, "On the convergence of iterative decoding on graphs with a single cycle," in Proc. IEEE Int. Symp. Inform. Theory (ISIT 1998), Cambridge, MA, p. 276, August 1998.
2. S. M. Aji and R. J. McEliece, "The generalized distributive law," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 46, no. 2, pp. 325–343, March 2000.
3. A. Anastasopoulos, K.M. Chugg, G. Colavolpe, G. Ferrari, and R. Raheli, "Iterative detection for channels with memory," Proc. IEEE, vol. 95, no. 6, pp. 1272–1294, June 2007.

4. M. Bayati, D. Shah, and M. Sharma, "Max-product for maximum weight matching: Convergence, correctness, and LP duality," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 54, no. 3, pp. 1241–1251, March 2008.
5. S. Benedetto and E. Biglieri, *Principles of Digital Transmission*. New York, NY: Kluwer/Plenum, 1999.
6. E. Biglieri, *Coding for Wireless Channels*. New York: Springer, 2005.
7. E. Biglieri, R. Calderbank, A. Constantinides, A. Goldsmith, A. Paulraj, and H. V. Poor, *MIMO Wireless Communications*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2007.
8. E. Biglieri, A. Nardio, and G. Taricco, "Iterative receivers for coded MIMO signaling," *Wireless Commun. Mob. Comput.*, vol. 4, no. 7, pp. 697–710, November 2004.
9. E. Biglieri, A. Nardio, and G. Taricco, "MIMO Doubly-iterative receivers: Pre- vs. postcancellation filtering," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 9, no. 2, pp. 106–108, February 2005.
10. E. Biglieri, G. Taricco, and A. Tulino, "Decoding space-time codes with BLAST architectures," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, no. 10, pp. 2547–2552, October 2002.
11. J. J. Boutros and G. Caire, "Iterative multiuser joint decoding: Unified framework and asymptotic analysis," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 48, no. 7, pp. 1772–1793, July 2002.
12. G. Caire, A. Tulino, and E. Biglieri, "Iterative multiuser joint detection and parameter estimation: A factor-graph approach," *IEEE Information Theory Workshop (ITW2001)*, Cairns, Australia, September 2–7, 2001.
13. M. Coates and R. Nowak, "Network for networks: Internet analysis using graphical statistical models," *Proc. IEEE Workshop Neural Netw. Signal Process.*, vol. 2, pp. 755–764, December 11–13, 2000.
14. G. Colavolpe and G. Geremi, "On the application of factor graphs and the sum-product algorithm to ISI channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, no. 5, pp. 818–825, May 2005.
15. R. Drost and A. C. Singer, "Factor graph methods for three-dimensional shape reconstruction as applied to LIDAR imaging," *J. Opt. Soc. Amer. A, Opt. Image Sc.*, vol. 21, no. 10, pp. 1855–1868, October 2004.
16. R. Drost and A. C. Singer, "Factor graph algorithms for equalization," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 5, pp. 2052–2065, May 2007.

17. A. W. Eckford and S. Pasupathy, "Iterative multiuser detection with graphical modeling," IEEE Int. Conf. Personal Wireless Communications, Hyderabad, India, pp. 454–458, December 17–20, 2000.
18. G. J. Foschini, "Layered space–time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas," Bell Labs. Tech. J., vol. 1, no. 2, pp. 41–59, Autumn 1996.
19. B. Frey, Graphical Models for Machine Learning and Digital Communication. Cambridge, MA: MIT Press, 1998.
20. B. J. Frey, R. Koetter, and A. C. Singer, " 'Codes' on images and iterative phase unwrapping," in Proc. IEEE Inform. Theory Workshop, Cairns, Australia, pp. 9–11, September 2–7, 2001.
21. Q. Guo, L. Ping, and H.-A. Loeliger, "Turbo equalization based on factor graphs," in Proc. IEEE Int. Symp. Information Theory, Adelaide, Australia, September 4–9, 2005, pp. 2021–2025.
22. C. Herzet, N. Noels, V. Lottici, H. Wymeersch, M. Luise, M. Moeneclaey, and L. Vandendorpe, "Code-aided turbo synchronization," Proc. IEEE, vol. 95, no. 6, pp. 1255–1271, June 2007.
23. R. Koetter, A. C. Singer, and M. Tüchler, "Turbo equalization," IEEE Signal Process. Mag., Vol. 21, no. 1, pp. 67–80, January 2004.
24. F. R. Kschischang, B. J. Frey, and H.-A. Loeliger, "Factor graphs and the sum–product algorithm," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 47, no. 2, pp. 498–519, February 2001.
25. H.-A. Loeliger, "Least squares and Kalman filtering," in Codes, Graphs, and Systems, R. Blahut and R. Koetter, Eds. Boston, MA: Kluwer, 2002, pp. 113–135.
26. H.-A. Loeliger, "An introduction to factor graphs," IEEE Signal Proc. Mag., vol. 21, no. 1, pp. 28–41, January 2004.
27. H.-A. Loeliger, J. Dauwels, J. Hu, S. Korl, L. Ping, and F. R. Kschischang, "The factor graph approach to model-based signal processing," Proc. IEEE, vol. 95, no. 6, pp. 1295–1322, June 2007.
28. H.-A. Loeliger, J. Dauwels, V. M. Koch, and S. Korl, "Signal processing with factor graphs: Examples," in Proc. First Int. Symp. on Control, Communications and Signal Processing, Hammamet, Tunisia, March 21–24, 2004, pp. 571–574.
29. J. Pearl, Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference. San Francisco, CA: Morgan Kaufmann, 1988.

- 30.** T. Richardson and R. Urbanke, *Modern Coding Theory*. New York, NY: Cambridge University Press, 2008.
- 31.** M. Tüchler, R. Koetter, and A. C. Singer, "Turbo equalization: Principles and new results," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 5, pp. 754–766, May 2002.
- 32.** M. Tüchler, S. ten Brink, and J. Hagenauer, "Measures for tracing convergence of iterative decoding algorithms," in *Proc. 4th IEEE/ITG Conf. Source and Channel Coding*, Berlin, Germany, pp. 53–60, January 2002.
- 33.** N. Wiberg, *Codes and Decoding on General Graphs*, Ph.D. Dissertation 440, Univ. Linköping, Linköping, Sweden, Linköping Studies in Science and Technology, 1996.
- 34.** A. P. Worthen and W. E. Stark, "Unified design of iterative receivers using factor graphs," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 843–849, February 2001.
- 35.** H. Wymeersch, *Iterative Receiver Design*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2007.

Κεφάλαιο 6 - Βασικές Αρχές των Multiuser - M.I.M.O Επικοινωνιών

Luca Sanguinetti and H. Vincent Poor

6.1 Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια, οι πολλά υποσχόμενες τεχνικές των πολλαπλών κεραιών (multiple - antenna), έχουν δημιουργήσει μία έντονη ερευνητική δραστηριότητα η οποία έχει να κάνει με κάποια πρακτικά αλλά και θεωρητικά ζητήματα που σχετίζονται με τα ασύρματα κανάλια M.I.M.O. Αυτή η ερευνητική δραστηριότητα αρχικά είχε εστιάσει στις απλές επικοινωνίες (single-user), αλλά πρόσφατα στράφηκε στα συστήματα πολλαπλών χρηστών (multi-user). Ο στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι να παρέχει μία γενική περίληψη των θεμελιωδών θεωρητικών αποτελεσμάτων, καθώς και των ζητημάτων πρακτικής εφαρμογής των δικτύων πολλαπλών χρηστών - πολλαπλών κεραιών, τα οποία λειτουργούν κάτω από διάφορες συνθήκες της πληροφορίας κατάστασης καναλιού. Τα περιεχόμενα αυτού του κεφαλαίου είναι τα εξής: Στην ενότητα 6.1 εισάγουμε τον βασικό συμβολισμό καθώς περιγράφουμε και το μοντέλο του συστήματος για το οποίο ενδιαφερόμαστε. Το τελευταίο περιλαμβάνει μοντέλα άνω και κάτω ζεύξης για ένα γενικό σύστημα κινητής επικοινωνίας το οποίο λειτουργεί με πολλαπλές κεραιές τόσο στον σταθμό βάσης όσο και στα κινητά τερματικά (mobile terminals). Στην ενότητα 6.2 συγκεντρωνόμαστε στην χωρητικότητα καναλιού, μία έννοια η οποία χαρακτηρίζει αυτά τα συστήματα. Επίσης, κάνουμε μία ανασκόπηση στα βασικά αποτελέσματα κάτω από διάφορες συνθήκες λειτουργίας, συμπεριλαμβανομένων και κάποιων μοντέλων που έχουν γνώση της πληροφορίας σχετικά με την κατάσταση καναλιού μεταξύ πομπής και δέκτη (ή πομπών και δεκτών). Στην ενότητα 6.3 εξετάζουμε το πρόβλημα της απόκτησης πληροφοριών για την κατάσταση καναλιού τόσο στον πομπή όσο και στον δέκτη. Επίσης, περιγράφουμε τα διάφορα χαρακτηριστικά των συστημάτων ανοικτού και κλειστού βρόγχου. Στην ενότητα 6.4 παρέχουμε μία

περίληψη γύρω από τα θέματα του σχεδιασμού του συστήματος και αναφέρουμε τεχνικές που απαιτούν πληροφορίες κατάστασης καναλιού στον πομπό. Έπειτα, στην ενότητα 6.5 βλέπουμε εν συντομία κάποιες πρόσφατες μελέτες που έχουν γίνει σε τεχνικές που επιτρέπουν την επίτευξη των πιθανών οφελών των πολλαπλών κεραιών χρησιμοποιώντας περιορισμένες ζεύξεις ανατροφοδότησης. Τέλος, θα ακολουθήσουν κάποια συμπεράσματα στην ενότητα 6.6. Λόγω της πολύ μεγάλης και σημαντικής δουλειάς που έχει γίνει σε αυτόν τον τομέα, αυτή η έκθεση είναι σίγουρα ελλιπής και αυτό που τελικά κάνει είναι να μας δείχνει τις προτιμήσεις καθώς και την άποψη που έχουν οι συγγραφείς πάνω στο θέμα. Για να αντισταθμίσουμε τα παραπάνω, υπάρχει ένας κατάλογος από αναφορές, έτσι ώστε να έχουμε πρόσβαση στην εκτεταμένη βιβλιογραφία που είναι διαθέσιμη για το συγκεκριμένο θέμα.

6.2 Μοντέλο Συστήματος

Θεωρούμε ότι η άνω και η κάτω ζεύξη είναι ταυτόχρονα ενεργές για την περίπτωση που έχουμε ένα M.I.M.O δίκτυο πολλαπλών χρηστών με επίπεδες διαλείψεις (flat fading), του οποίου ο σταθμός βάσης έχει M κεραιές και K κινητά τερματικά (mobile terminal). Χωρίς απώλεια της γενικότητας, υποθέτουμε ότι όλα τα κινητά τερματικά είναι εξοπλισμένα με τον ίδιο αριθμό (N) κεραιών. Συμβολίζουμε με $\mathbf{H}_{u,l,k} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ τον πίνακα καναλιού της άνω ζεύξης του οποίου οι καταχωρήσεις αντιπροσωπεύουν τα κέρδη του καναλιού μεταξύ των κεραιών εκπομπής του k-οστού κινητού τερματικού και των κεραιών λήψης του σταθμού βάσης. Αυτά τα κέρδη μοντελοποιούνται ως ανεξάρτητες, μιγαδικές, τυχαίες και κυκλικά συμμετρικές μεταβλητές μηδενικής μέσης τιμής και ίσης μεταβλητότητας. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι οι χρήστες είναι τυχαία τοποθετημένοι μέσα στην κυψέλη έτσι ώστε να αντιμετωπίζουν ανεξάρτητα κανάλια διαλείψεων. Ένα τέτοιο μοντέλο αναφέρεται στην βιβλιογραφία ως ανεξάρτητη και όμοια κατανομημένη διάλεια Rayleigh (δείτε για παράδειγμα το διδακτικό έγγραφο του Biglieri στο [1], όπου περιγράφονται αναλυτικά περισσότερα μοντέλα καναλιών). Στον σταθμό βάσης, το λαμβανόμενο σήμα διακριτού χρόνου $y \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ μπορεί να γραφτεί ως :

$$y = \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{u,l,k} x_k + n \quad (6.1)$$

όπου $x_k \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ είναι το σήμα που μεταδίδεται από τον k-οστό χρήστη ενώ το $n \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ είναι ο θόρυβος του δέκτη ο οποίος μοντελοποιείται ως ένα μιγαδικό

γκαουσιανό διάνυσμα με μηδενική μέση τιμή και πίνακα συνδιακύμανσης I_M . Συμβολίζουμε με $X_k = E\{x_k x_k^H\}$ τον εκπεμπόμενο πίνακα συνδιακύμανσης του k -οστού κινητού τερματικού και υποθέτουμε ότι πρέπει να ικανοποιεί την παρακάτω ανισότητα:

$$\text{tr}(X_k) \leq \rho_k, \quad (6.2)$$

όπου ρ_k είναι η ισχύς που είναι διαθέσιμη για εκπομπή στο k -οστό κινητό τερματικό. Έστω ότι $H_{ul} = [H_{ul,1} H_{ul,2} \dots H_{ul,K}]$. Στην συνέχεια μπορούμε να ξαναγράψουμε το (6.1) στον συμβολισμό του πίνακα ως

$$y = H_{ul} x + n, \quad (6.3)$$

όπου $x = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_K^T]^T$. Ομοίως, συμβολίζουμε με $H_{dl,k} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ τον πίνακα καναλιού της κάτω ζεύξης του οποίου οι (j,i) -οστές καταχωρήσεις αντιπροσωπεύουν το κέρδος καναλιού μεταξύ της i -οστής κεραίας εκπομπής του σταθμού βάσης και της j -οστής κεραίας λήψης του k -οστού κινητού τερματικού. Και σε αυτήν την περίπτωση τα κέρδη μοντελοποιούνται ως μιγαδικές, κυκλικά συμμετρικές, τυχαίες μεταβλητές μηδενικής μέσης τιμής και ίσης μεταβλητότητας. Το σήμα διακριτού χρόνου στο k -οστό κινητό τερματικό μπορεί να γραφτεί ως :

$$r_k = H_{dl,k} s + z_k, \quad (6.3)$$

όπου $s \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ είναι το σήμα που μεταδίδεται από τον σταθμό βάσης, ενώ το $z_k \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ είναι ο θόρυβος του δέκτη ο οποίος μοντελοποιείται ως ένα μιγαδικό γκαουσιανό διάνυσμα με μηδενική μέση τιμή και με πίνακα συνδιακύμανσης I_N . Συμβολίζουμε με $S = E\{SS^H\}$ τον μεταδιδόμενο πίνακα συνδιακύμανσης και υποθέτουμε ότι ο σταθμός βάσης υποβάλλεται στον παρακάτω περιορισμό ισχύος :

$$\text{tr}(S) \leq p. \quad (6.5)$$

Συλλέγοντας τα σήματα που λαμβάνονται από όλα τα κινητά τερματικά σε ένα ενιαίο διάνυσμα $r \in \mathbb{C}^{K N \times 1}$, παράγεται το εξής :

$$r = H_{dl} s + z, \quad (6.6)$$

όπου $H_{dl} = [H_{dl,1}^T H_{dl,2}^T \dots H_{dl,K}^T]^T$, ενώ το $z = [z_1^T, z_2^T, \dots, z_K^T]^T$ είναι γκαουσιανό με μηδενική μέση τιμή και με πίνακα συνδιακύμανσης I_{KN} .

Τα συστήματα που περιγράφονται στο (6.3) και (6.6) είναι γνωστά στην τεχνική βιβλιογραφία ως γκαουσιανό M.I.M.O κανάλι πολλαπλής πρόσβασης (M.A.C) και ως γκαουσιανό ευρυζωνικό M.I.M.O κανάλι (B.C) αντίστοιχα. Αποτελούν σίγουρα μία επέκταση των συστημάτων άνω και κάτω ζεύξης απλής κεραίας τα οποία πρωτοπαρουσιάστηκαν στις αρχές του 1970 από τον Ahlswede [2] και τον Cover [3]. Από τότε έχουν τραβήξει την προσοχή της

ερευνητικής κοινότητας καθώς σχεδιάζουν μοντέλα για τις ζεύξεις επικοινωνιών πολλών πρακτικών συστημάτων όπως κυψελωτά δίκτυα, ασύρματα τοπικά δίκτυα (W.L.A.Ns) και ζεύξεις με ψηφιακή συνδρομητική γραμμή (D.S.L) (αναφέραμε μόνο μερικά).

6.3 Χωρητικότητα

Στην συνέχεια, θα εξετάσουμε την χωρητικότητα των δύο M.I.M.O δικτύων πολλαπλών χρηστών που περιγράφονται παραπάνω. Αν και δεν είναι το μοναδικό πράγμα το οποίο χαρακτηρίζει αυτά τα κανάλια, η χωρητικότητα είναι χωρίς αμφιβολία το πιο σημαντικό θεωρητικό μέγεθος το οποίο καθορίζει τον σχεδιασμό των συστημάτων επικοινωνιών. Σε ένα single-user σύστημα, η χωρητικότητα ορίζεται ως ο μέγιστος ρυθμός δεδομένων που μπορεί να υποστηρίξει το σύστημα με μία αυθαίρετα μικρή πιθανότητα σφάλματος, ενώ είναι μαθηματικά υπολογισμένη η μεγιστοποίηση της αμοιβαίας πληροφορίας $I(x,y)$ μεταξύ της εισόδου x και της εξόδου y του καναλιού για όλες τις δυνατές επιλογές του P_x .

$$C = \max_{P_x} I(x,y). \quad (6.7)$$

Από την άλλη πλευρά, ένα κανάλι πολλαπλών χρηστών με K χρήστες χαρακτηρίζεται από μία K -διαστάσεων περιοχή χωρητικότητας $C \in \mathbb{R}_+^K$ (συμβολίζουμε με \mathbb{R}_+^K το σύνολο των K -πλειάδων με θετικές πραγματικές καταχωρήσεις). Κάθε σημείο της περιοχής αυτής προσδιορίζεται από μία K -πλειάδα $R = (R_1, R_2, \dots, R_K)$ και αντιπροσωπεύει ένα συνδυασμό ρυθμών με τον οποίο οι χρήστες μπορούν και στέλνουν πληροφορίες με μια αυθαίρετα μικρή πιθανότητα λάθους.

6.3.1 Περιοχή χωρητικότητας του γκαουσιανού M.I.M.O καναλιού πολλαπλής πρόσβασης (M.I.M.O - G.M.A.C)

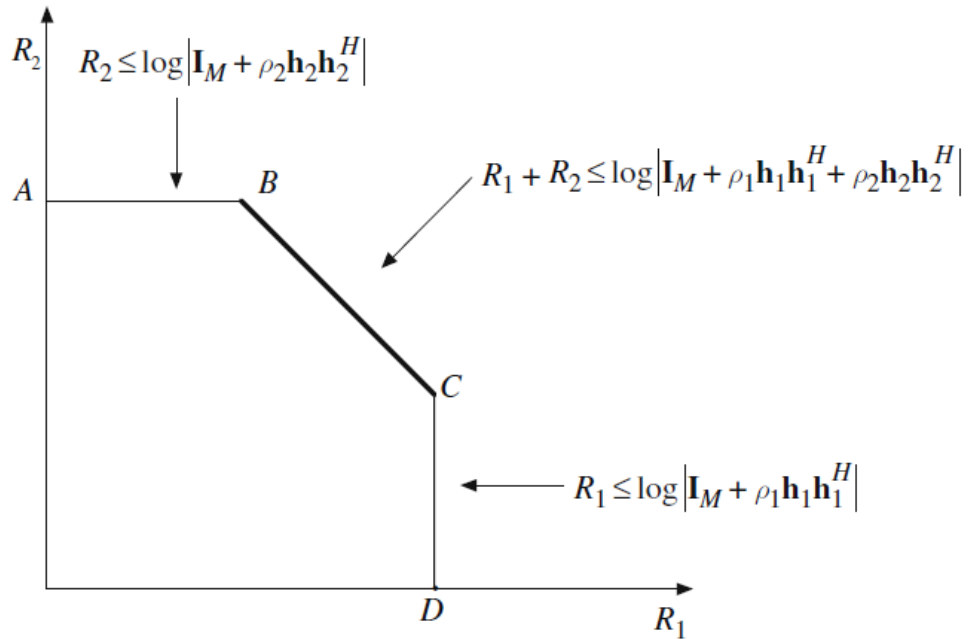
Θα ξεκινήσουμε περιγράφοντας τα βασικά αποτελέσματα της χωρητικότητας καναλιού του γκαουσιανού MIMO MAC (MIMO GMAC) τα οποία περιγράφονται στο (6.2) και (6.3). Συγκεκριμένα, θα εξετάσουμε δύο διαφορετικές περιπτώσεις. Η πρώτη περίπτωση αναφέρεται ως ντετερμινιστικό κανάλι (deterministic channel) και βασίζεται στην υπόθεση ότι το H_{ul} είναι σταθερό και είναι γνωστό στον δέκτη καθώς και στους πομπούς.

Η δεύτερη περίπτωση είναι γνωστή ως κανάλι διάλειψης (fading channel), όπου το H_{ul} είναι χρονικά μεταβαλλόμενο και εργοδικό [1]. Επίσης, όσο αφορά την τελευταία περίπτωση υποθέτουμε ότι οι πομποί υποβάλλονται σε βραχυπρόθεσμους περιορισμούς ισχύος πράγμα που σημαίνει ότι κάθε κινητό τερματικό θα συναντήσει τον περιορισμό του (6.2) για κάθε υλοποίηση καναλιού. Αυτό ισοδυναμεί με τον να πούμε ότι η διαθέσιμη ισχύς δεν μπορεί να καταμεληθεί προσαρμοστικά με την πάροδο του χρόνου. Επιπλέον θα εξετάσουμε την περίπτωση στην οποία το κανάλι είναι είτε γνωστό είτε όχι στα κινητά τερματικά. Για λόγους απλότητας στον συμβολισμό, σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιούμε τον δείκτη ul .

6.3.1.1 Ντετερμινιστικό κανάλι

Για να διευκολύνουμε την κατανόηση, ξεκινάμε εξετάζοντας το σενάριο όπου έχουμε δύο χρήστες (δηλαδή $K=2$). Επιπλέον, υποθέτουμε ότι ο κάθε χρήστης είναι εξοπλισμένος με μία κεραία εκπομπής (δηλαδή $N=1$). Σε αυτήν την περίπτωση η περιοχή χωρητικότητας είναι ένα πεντάγωνο στο θετικό τεταρτημόριο του (R_1, R_2) επιπέδου, κάτι το οποίο μπορεί να γραφτεί ως εξής [4] :

$$C_{MAC}(H, \rho) = \left\{ R \in R_+^2: \begin{array}{l} 0 \leq R_1 \leq \log|I_M + \rho_1 h_1 h_1^H| \\ 0 \leq R_2 \leq \log|I_M + \rho_2 h_2 h_2^H| \\ R_1 + R_2 \leq \log|I_M + \rho_1 h_1 h_1^H + \rho_2 h_2 h_2^H| \end{array} \right\}, \quad (6.8)$$



Σχήμα 6.1. Παράδειγμα της περιοχής χωρητικότητας για ένα σενάριο δύο χρηστών με απλές κεραίες εκπομπής.

όπου $\rho = [\rho_1, \rho_2]$, ενώ το $h_k \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ ($k = 1, 2$) αντιπροσωπεύει την k -οστή στήλη του πίνακα καναλιού της άνω ζεύξης, δηλαδή $H = [h_1, h_2]$. Η παραπάνω εξίσωση μας οδηγεί σε μια πολύ ενδιαφέρουσα φυσική ερμηνεία. Ο εφικτός ρυθμός του κάθε χρήστη δεν μπορεί να υπερβεί τον ρυθμό του συστήματος που έχει μόνο ένα χρήστη καθώς ο άλλος χρήστης είναι απενεργοποιημένος. Αυτό είναι εμφανές από τους δύο πρώτους όρους της δεξιάς μεριάς του (6.8). Από την άλλη όμως, ο τελευταίος όρος της δεξιάς μεριάς του (6.8) μας δείχνει ότι ο συνολικός ρυθμός δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από τον ρυθμό ενός συστήματος όπου οι δύο ενεργοί χρήστες, ενεργούν σαν ένας μόνο χρήστης εξοπλισμένος με δύο κεραίες εκπομπής οι οποίες στέλνουν ανεξάρτητα σήματα και υποβάλλονται σε διαφορετικούς περιορισμούς ισχύος [4]. Ένα παράδειγμα της περιοχής χωρητικότητας για ένα σενάριο δύο χρηστών, περιγράφεται στο σχήμα 6.1. Το σημείο A αντιστοιχεί στον μέγιστο ρυθμό όπου ο χρήστης 1 μπορεί και στέλνει αξιόπιστα πληροφορίες μέσω του καναλιού, καθώς ο χρήστης 2 δεν στέλνει τίποτα. Το γωνιακό σημείο D είναι ο συμπληρωματικός ρυθμός για τον χρήστη 2. Τα σημεία B και C έχουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον επειδή αντιπροσωπεύουν τον μέγιστο εφικτό συνολικό ρυθμό ο οποίος δίνεται από το (6.9) :

$$R_{\text{MAC}}^{\max} = \max_{(R_1, R_2) \in C_{\text{MAC}}(H, \rho)} R_1 + R_2 \quad (6.9)$$

Το παραπάνω όμως (σημεία B,C) είναι εφικτά εάν καταφύγουμε σε ένα σύστημα ακύρωσης της παρεμβολής δύο επιπέδων (γνωστό επίσης και ως διαδοχική αποκωδικοποίηση), το οποίο λειτουργεί ως εξής. Στο πρώτο επίπεδο, ανιχνεύεται η ροή δεδομένων (data stream) του χρήστη 1 ο οποίος μεταχειρίζεται το σήμα από τον χρήστη 2 ως παρεμβολή. Στο δεύτερο επίπεδο, η συμβολή του χρήστη 1 αναδημιουργείται και εξουδετερώνεται τελείως από το λαμβανόμενο σήμα και πριν την ανίχνευση του χρήστη 2. Με βάση την παραπάνω διαδικασία, μπορεί να βρεθεί πολύ εύκολα ότι ο μέγιστος ρυθμός με τον οποίο ο χρήστης 1 μπορεί να μεταδώσει δίνεται από :

$$R_1 = \log (1 + \rho_1 h_1^H (I_M + \rho_2 h_2 h_2^H)^{-1} h_1), \quad (6.10)$$

όπου $\rho_1 h_1^H (I_M + \rho_2 h_2 h_2^H)^{-1} h_1$ αντιπροσωπεύει τον λόγο σήματος προς θόρυβο και παρεμβολή (S.I.N.R - Signal to Noise plus Interference Ratio) του χρήστη 1 καθώς ο χρήστης 2 μεταχειρίζεται ως έγχρωμος γκαουσιανός θόρυβος [5]. Από την άλλη πλευρά όμως, ο μέγιστος ρυθμός με τον οποίο ο χρήστης 2 μπορεί και μεταδίδει, δίνεται από :

$$R_2 = \log (1 + \rho_2 h_2^H h_2) . \quad (6.11)$$

Η πλειάδα (R_1, R_2) του (6.10) και του (6.11) είναι ακριβώς το σημείο B στο σχήμα 6.1. Ο αντίστοιχος συνολικός ρυθμός μπορεί εύκολα να υπολογισθεί ως εξής. Ξεκινάμε χρησιμοποιώντας την ταυτότητα $(1 + BA) = |I_M + AB|$ με $A = \rho_1 (I_M + \rho_2 h_2 h_2^H)^{-1} h_1$ και $B = h_1^H$, έτσι ώστε να ξαναγράψουμε το (6.10) ως εξής :

$$R_1 = \log |I_M + \rho_1 (I_M + \rho_2 h_2 h_2^H)^{-1} h_1 h_1^H| \quad (6.12)$$

ή ισοδύναμα,

$$R_1 = \log | I_M + \rho_1 h_1 h_1^H + \rho_2 h_2 h_2^H | - \log | I_M + \rho_2 h_2 h_2^H |. \quad (6.13)$$

ομοίως, το (6.11) γίνεται :

$$R_2 = \log | I_M + \rho_2 h_2 h_2^H |. \quad (6.14)$$

Συλλέγοντας όλα τα παραπάνω αποτελέσματα μαζί, προκύπτει το εξής :

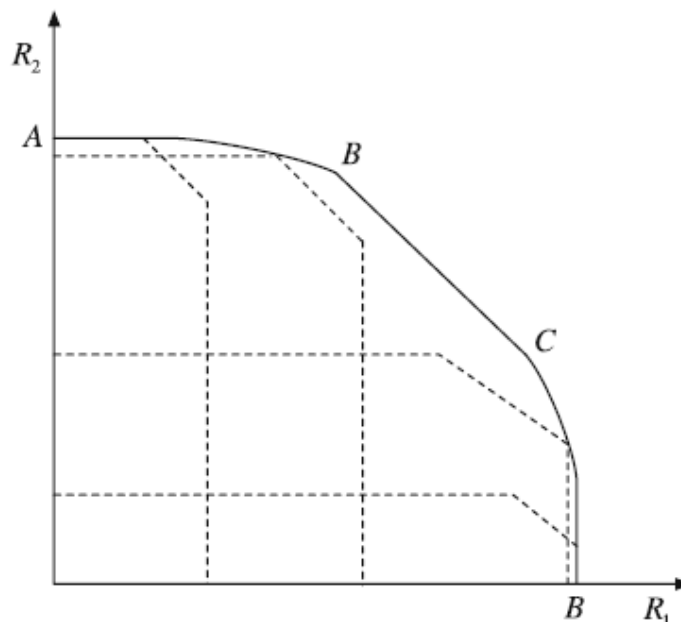
$$R_1 + R_2 = \log | I_M + \rho_1 h_1 h_1^H + \rho_2 h_2 h_2^H |, \quad (6.15)$$

το οποίο είναι ακριβώς ο μέγιστος συνολικός ρυθμός που απεικονίζεται στο σχήμα 6.1. Προφανώς, αντιστρέφοντας την εντολή ακύρωσης μας επιτρέπει να επιτύχουμε το άλλο γωνιακό σημείο C. Οποιοδήποτε άλλο σημείο του τμήματος BC μπορεί να επιφέρει τον ίδιο μέγιστο επιτεύξιμο συνολικό ρυθμό και μπορεί να επιτευχθεί με χρονομερισμό (time sharing) μεταξύ των δύο διαφορετικών στρατηγικών στα σημεία B και C ή χρησιμοποιώντας μία εναλλακτική τεχνική, γνωστή και ως διαίρεση ρυθμού (rate splitting) την οποία προτείνουν ο Rimoldi και ο Urbanke [6]. Όταν $N > 1$, κάθε κινητό τερματικό έχει περισσότερους βαθμούς ελευθερίας που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την βελτίωση της απόδοσης του συστήματος. Για να δούμε και να καταλάβουμε πως προκύπτει αυτό, αποσυνθέτουμε τους πίνακες συνδιακύμανσης ως $X_k = U_k D_k U_k^H$ ($k = 1, 2$) όπου U_k είναι ενιαίο (δηλαδή $U_k U_k^H = I$) και όπου D_k είναι ένας διαγώνιος πίνακας του οποίου οι καταχωρήσεις αντιπροσωπεύουν την ισχύ που κατανέμεται στις διαφορετικές ροές δεδομένων και πρέπει να ικανοποιεί την παρακάτω ανισότητα $\text{tr}(D_k) \leq \rho_k$ (λαμβάνεται από το (6.2) αφού αντικαταστήσουμε το X_k με το $U_k D_k U_k^H$). Κατά συνέπεια προκύπτει ότι, όταν $N > 1$ κάθε κινητό τερματικό μπορεί να επιλέξει αυθαίρετα ανάμεσα σε διαφορετικές κατανομές ισχύος και περιόδους πριν την αποστολή της ροής δεδομένων από την κεραία εκπομπής. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με την περίπτωση του $N=1$, όπου εκεί κάθε κινητό τερματικό δεν έχει άλλη επιλογή από το κατανείμει όλη την διαθέσιμη ισχύ στην μοναδική μεταβιβαζόμενη ροή δεδομένων. Σε γενικές γραμμές, οι διαφορετικές στρατηγικές μας οδηγούν δε διαφορετικά ζεύγη (X_1, X_2) , έτσι ώστε η περιοχή χωρητικότητας να είναι ένα κυρτό σύνολο το οποίο δίδεται από την ένωση άπειρων περιοχών ρυθμού, όπου ο καθένας αντιστοιχεί σε διαφορετικό ζεύγος (X_1, X_2) και αντιπροσωπεύει ένα πεντάγωνο του (R_1, R_2) επιπέδου. Από μαθηματική άποψη, μπορεί να περιγραφεί ως εξής :

$$C_{MAC}(\mathbf{H}, \rho) = \bigcup_{\{X_k \geq 0, \text{tr}(X_k) \leq \rho_k\}} \left\{ \mathcal{R} \in \mathbb{R}_+^2 : \begin{array}{l} 0 \leq R_1 \leq \log |\mathbf{I}_M + \mathbf{H}_1 \mathbf{X}_1 \mathbf{H}_1^H| \\ 0 \leq R_2 \leq \log |\mathbf{I}_M + \mathbf{H}_2 \mathbf{X}_2 \mathbf{H}_2^H| \\ R_1 + R_2 \leq \log |\mathbf{I}_M + \mathbf{H}_1 \mathbf{X}_1 \mathbf{H}_1^H + \mathbf{H}_2 \mathbf{X}_2 \mathbf{H}_2^H| \end{array} \right\}, \quad (6.16)$$

όπου X_k για $k = 1, 2$ πρέπει να είναι θετικά ημι-ορισμένο, έτσι ώστε να ικανοποιεί τους περιορισμούς ισχύος του (6.2). Ένα παράδειγμα της περιοχής χωρητικότητας, για ένα σενάριο δύο χρηστών με πολλαπλές κεραίες

εκπομπής, φαίνεται στο σχήμα 6.2. Για λόγους καλύτερης εξήγησης, μερικές περιοχές ρυθμού αντιστοιχούν σε διαφορετικά σύνολα από πίνακες συνδιακύμανσης και απεικονίζονται με διακεκομμένες γραμμές. Η έντονη γραμμή μας δείχνει τα όρια της περιοχής της χωρητικότητας και προκύπτει από την ένωση όλων των πιθανών περιοχών ρυθμού. Όπως αναφέραμε και πριν, τα γωνιακά σημεία A και D μας δείχνουν τον μέγιστο ρυθμό με τον οποίο οι χρήστες 1 και 2 μπορούν να μεταδώσουν, ενώ τα σημεία του τμήματος που συνδέει το B και το C αντιπροσωπεύουν τον μέγιστο συνολικό ρυθμό που μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας ένα συγκεκριμένο σύνολο από πίνακες συνδιακύμανσης και εφαρμόζοντας τις ίδιες τεχνικές που αναφέραμε πριν.



Σχήμα 6.2. Περιοχή χωρητικότητας δύο χρηστών ως ένωση περιοχών χωρητικότητας, που η κάθε μία αντιστοιχεί σε ένα εφικτό σύνολο από πίνακες συνδιασποράς.

Σε αυτό το στάδιο, μένουμε με το πρόβλημα του χαρακτηρισμού της περιοχής χωρητικότητας για την γενική περίπτωση ενός MIMO GMAC K χρηστών. Μετά τον παραπάνω συλλογισμό, μία τέτοια περιοχή μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά ως εξής :

$$C_{MAC}(\mathbf{H}, \rho) = \bigcup_{\{\mathbf{X}_k \geq 0, \text{tr}(\mathbf{X}_k) \leq \rho_k\}} \left\{ \mathcal{R} \in \mathbb{R}_+^K : \begin{array}{l} \forall S \subseteq \{1, 2, \dots, K\} \\ \sum_{k \in S} R_k \leq \log \left| \mathbf{I}_M + \sum_{k \in S} \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k \mathbf{H}_k^H \right| \end{array} \right\}, \quad (6.17)$$

όπου ρ δίδεται από $\rho = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_K]$ ενώ το S αναφέρεται σε ένα αυθαίρετο υποσύνολο $\{1, 2, \dots, K\}$. Κάθε σύνολο από πίνακες συνδιακύμανσης, μας οδηγεί σε ένα K - διαστάσεων πολυμητροειδές (polymatroid) εφικτών ρυθμών, όπως παρουσιάζεται από τον Tse και Hanly στο [7], δηλαδή :

$$\left\{ \mathcal{R} \in \mathbb{R}_+^K : \begin{array}{l} \forall S \subseteq \{1, 2, \dots, K\} \\ \sum_{k \in S} R_k \leq \log \left| \mathbf{I}_M + \sum_{k \in S} \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k \mathbf{H}_k^H \right| \end{array} \right\}, \quad (6.18)$$

καθώς η περιοχή χωρητικότητας αντιστοιχεί στην ένωση τέτοιων πολυμητροειδών για όλα τα σύνολα των πινάκων συνδιακύμανσης. Ένα πολύ ενδιαφέρον πρόβλημα είναι το πώς πρέπει να σχεδιάσουμε το σύνολο $\{\mathbf{X}_k\}$ ώστε να επιτύχουμε κάθε σημείο του συνόλου της περιοχής της χωρητικότητας. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί ως εξής. Αρχικά, παρατηρούμε ότι το (6.17) είναι ένα κυρτό σύνολο. Επομένως, τα οριακά του σημεία μπορούν να επιτευχθούν μεγιστοποιώντας τον γραμμικό συνδυασμό των ρυθμών των χρηστών [8] :

$$\mu_1 R_1 + \mu_2 R_2 + \dots + \mu_K R_K, \quad (6.19)$$

όπου μ_k είναι θετικοί πραγματικοί παράμετροι που ικανοποιούν το $\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_K = 1$. Τα μ_k είναι γνωστά ως “προτεραιότητες των χρηστών” και οφείλεται στο γεγονός ότι για ένα δεδομένο σύνολο πινάκων συνδιακύμανσης και προτεραιοτήτων χρηστών, τα γωνιακά σημεία του αντίστοιχου πολυμητροειδές μπορούν να επιτευχθούν χρησιμοποιώντας την διαδοχική αποκωδικοποίηση σε σχέση με την αυξανόμενη προτεραιότητα. Δηλαδή, ο χρήστης με την υψηλότερη προτεραιότητα αποκωδικοποιείται τελευταίος. Υποθέστε για παράδειγμα ότι, $\mu_1 \leq \mu_2 \leq \dots \leq \mu_K$. Σε αυτήν την περίπτωση το σήμα του χρήστη k αποκωδικοποιείται πριν από οποιοδήποτε άλλο σήμα οποιοδήποτε χρήστη με προτεραιότητα $\mu_i > \mu_k$, έτσι ώστε ο επιτεύξιμος ρυθμός του να δίδεται από :

$$R_k = \log \left| \mathbf{I}_M + \left(\mathbf{I}_M + \sum_{i=k+1}^K \mathbf{H}_i \mathbf{X}_i \mathbf{H}_i^H \right)^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k \mathbf{H}_k^H \right|, \quad (6.20)$$

όπου $(\mathbf{I}_M + \sum_{i=k+1}^K \mathbf{H}_i \mathbf{X}_i \mathbf{H}_i^H)^{-1}$ συμβολίζει τον πίνακα συνδιακύμανσης του χρήστη k όταν οι χρήστες $\mu_i > \mu_k$ αντιμετωπίζονται και μεταχειρίζονται ως έγχρωμος γκαουσιανός θόρυβος. Χρησιμοποιώντας απλές μαθηματικές παραγωγίσεις, η παραπάνω εξίσωση μπορεί να ξαναγραφτεί ως εξής :

$$R_k = \log \left| \mathbf{I}_M + \sum_{i=k}^K \mathbf{H}_i \mathbf{X}_i \mathbf{H}_i^H \right| - \log \left| \mathbf{I}_M + \sum_{i=k+1}^K \mathbf{H}_i \mathbf{X}_i \mathbf{H}_i^H \right|. \quad (6.21)$$

Αντικαθιστώντας το (6.21) στο (6.19), προκύπτει ότι το βέλτιστο σύνολο $\{X_k\}$ που μεγιστοποιεί το (6.19) μπορεί να βρεθεί λύνοντας το παρακάτω πρόβλημα [9] :

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{X}} f(\{\mu_k\}) \\ & X_k \geq 0 \text{ και } \text{tr}\{X_k\} \leq \rho_k \text{ για } k = 1, 2, \dots, K, \end{aligned} \quad (6.22)$$

όπου $\mathbf{X} = \text{diag}\{X_1, X_2, \dots, X_K\}$ και το $f(\{\mu_k\})$ δίδεται απο :

$$f(\{\mu_k\}) = \mu_1 \log \left| \mathbf{I}_M + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k \mathbf{H}_k^H \right| + \sum_{k=2}^K (\mu_k - \mu_{k-1}) \log \left| \mathbf{I}_M + \sum_{i=k}^K \mathbf{H}_i \mathbf{X}_i \mathbf{H}_i^H \right|. \quad (6.23)$$

Η εύρεση της ακριβής λύσης του (6.22), είναι μία υπολογιστικά ακριβή διαδικασία. Ωστόσο, παρατηρούμε ότι μεγιστοποιούμε τον γραμμικό συνδυασμό των κοίλων συναρτήσεων λαμβάνοντας υπόψη και τους περιορισμούς οι οποίοι είναι κυρτοί στο σύνολο των θετικών ημιορισμένων πινάκων [10]. Ως εκ τούτου, το πρόβλημα είναι κυρτό και η λύση μπορεί να βρεθεί αποτελεσματικά χρησιμοποιώντας εργαλεία αριθμητικής βελτιστοποίησης [8]. Όταν ο στόχος μας είναι να μεγιστοποιήσουμε τον

συνολικό ρυθμό του συστήματος (δηλαδή $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_K$), τότε πρέπει να ξαναγράψουμε την (6.22) ως εξής :

$$R_{MAC}^{\max} = \max_{\{\mathbf{X}_k \geq 0, \text{tr}(\mathbf{X}_k) \leq \rho_k \forall k\}} \log \left| \mathbf{I}_M + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k \mathbf{H}_k^H \right| \quad (6.24)$$

και η λύση μπορεί να βρεθεί χρησιμοποιώντας την ακόλουθη γενίκευση του αλγόριθμου water - filling (ενός χρήστη), όπως παρουσιάζεται και από τον Yu στο [11] :

Επαναληπτικός αλγόριθμος water - filling πολλαπλών χρηστών

(1) Αρχικοποίηση

(α) Ορίζω $\mathbf{X}_k = \mathbf{0}_N$ για $k = 1, 2, \dots, K$.

(2) Μέχρι να συγκλίνει ο συνολικός ρυθμός

(α) Μέχρι να έχουμε $k < K$

(i) Υπολογίζω το :

$$\mathbf{X}' = \mathbf{I}_M + \sum_{j \neq k} \mathbf{H}_j \mathbf{X}_j \mathbf{H}_j^H.$$

(ii) Ορίζω :

$$\mathbf{X}_k = \arg \max_{\bar{\mathbf{X}}} \log (\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{X}} \mathbf{H}_k^H + \mathbf{X}').$$

Όπως βλέπουμε, το βέλτιστο $\{\mathbf{X}_k\}$ υπολογίζεται επαναληπτικά και σε κάθε επανάληψη ο πίνακας συνδιακύμανσης του χρήστη δίδεται από την λύση του single-user water-filling, η οποία λαμβάνεται αντιμετωπίζοντας τους άλλους χρήστες ως γκαουσιανό θόρυβο. Στο [11], οι συγγραφείς μας δείχνουν ότι η παραπάνω διαδικασία συγκλίνει με την λύση του μέγιστου συνολικού ρυθμού ανεξάρτητα με το αρχικό σημείο. Όλα αυτά, μπορούν να χαρακτηριστούν από το παρακάτω θεώρημα.

Θεώρημα 6.1.

[65] Σε ένα σύστημα M.I.M.O G.M.A.C Κ χρηστών, το X_k είναι η βέλτιστη λύση στο πρόβλημα μεγιστοποίησης του συνολικού ρυθμού, εάν και μόνο εάν, το X_k είναι η λύση του single-user water-filling πίνακα συνδιακύμανσης του καναλιού με πίνακα H_k και πίνακα συνδιακύμανσης $I_M + \sum_{i=1, i \neq k}^K H_i X_i H_i^H$ του γκαουσιανού θορύβου, για $k=1,2,\dots,K$.

6.3.1.2 Κανάλι διάλειψης (fading channel)

Αρχίζουμε εξετάζοντας την περίπτωση όπου έχουμε τέλεια γνώση καναλιού στον πομπό και στον δέκτη και έπειτα επικεντρωνόμαστε στην περίπτωση όπου μόνο ο δέκτης έχει αυτή την πληροφορία. Στην προηγούμενη περίπτωση, ο Υυ και οι υπόλοιποι [12] μας δείχνουν ότι, το σύστημα το οποίο είναι υπό έρευνα μπορεί να θεωρηθεί ως σύνολο από παράλληλα MIMO GMAC συστήματα χωρίς παρεμβολή. Συγκεκριμένα, κάθε στοιχείο του συνόλου αντιστοιχεί σε διαφορετική υλοποίηση καναλιού. Η εργοδική περιοχή χωρητικότητας υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των περιοχών χωρητικότητας που χαρακτηρίζουν τα παράλληλα MIMO GMAC. Μαθηματικά, έχουμε το εξής

$$C_{MAC}(\rho) = E_H \{C_{MAC}(H, \rho)\}, \quad (6.25)$$

όπου $C_{MAC}(H, \rho)$ δίδεται από το (6.17) ενώ η στατική αναμονή πρέπει να υπολογιστεί σε σχέση με την κατανομή του καναλιού. Ομοίως με το ντετερμινιστικό κανάλι επικεντρωνόμαστε στον συνολικό εργοδικό ρυθμό και στόχος μας είναι να υπολογίσουμε το βέλτιστο σύνολο από πίνακες συνδιακύμανσης. Αυτό ισοδυναμεί με την παρακάτω λύση :

$$R_{MAC}^{\max} = E_H \left\{ \max_{\{X_k \geq 0, \text{tr}(X_k) \leq \rho_k \forall k\}} \log \left| I_M + \sum_{k=1}^K H_k X_k H_k^H \right| \right\}. \quad (6.26)$$

Όπως έχει συζητηθεί από τον Rhee και το Cioffi, το παραπάνω πρόβλημα είναι κυρτό και η λύση του μπορεί να υπολογισθεί με το να καταφύγουμε στην χρήση του επαναληπτικού αλγόριθμου water-filling (τον οποίο περιγράψαμε πριν), ο οποίος λειτουργεί ανεξάρτητα για κάθε υλοποίηση καναλιού. Από την άλλη πλευρά, όταν οι πληροφορίες κατάστασης καναλιού (C.S.I) είναι διαθέσιμες μόνο στον δέκτη, τα κινητά τερματικά δεν μπορούν να

προσαρμόσουν τους πίνακες συνδιακύμανσης τους στην συγκεκριμένη υλοποίηση καναλιού και έτσι αναγκάζονται να χρησιμοποιήσουν την ίδια στρατηγική εκπομπής για όλες τις καταστάσεις διαλείψεων. Σε αυτήν την περίπτωση, η εργοδική περιοχή χωρητικότητας υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των περιοχών χωρητικότητας που αντιστοιχούν σε διαφορετικές υλοποιήσεις καναλιών, αλλά αυτή την φορά με δεδομένη στρατηγική εκπομπής. Μαθηματικά έχουμε το εξής :

$$C_{MAC}(\rho) = \bigcup_{\{X_k \geq 0, \text{tr}(X_k) \leq \rho_k \forall k\}} \left\{ \mathcal{R} \in \mathbb{R}_+^K : \begin{array}{l} \forall S \subseteq \{1, 2, \dots, K\} \\ \sum_{k \in S} R_k \leq E_{\mathbf{H}} \left\{ \log \left| \mathbf{I}_M + \sum_{k \in S} \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k \mathbf{H}_k^H \right| \right\} \end{array} \right\}, \quad (6.27)$$

το οποίο είναι ισοδύναμο με το (6.17), εκτός για την στατική αναμονή. Κατόπιν, το όριο και το βέλτιστο σύνολο του $\{X_k\}$ μπορεί να υπολογισθεί μέσω του προβλήματος της μεγιστοποίησης το οποίο δίδεται από το (6.22) παρόλο που ο υπολογισμός της στατικής αναμονής κάνει το πρόβλημα λίγο πιο δύσκολο. Ωστόσο, στην συγκεκριμένη περίπτωση που έχουμε ανεξάρτητα και όμοιας κατανομής κανάλια Rayleigh, η βελτιστοποίηση αυτή δεν είναι πλέον απαραίτητη καθώς τα όρια της περιοχής της χωρητικότητας μπορούν να βρεθούν με την βοήθεια των Gaussian κωδίκων και της ίδιας στρατηγικής για ενιαία κατανομή ισχύος, για όλες τις καταστάσεις διαλείψεων. Αυτό επισημοποιείται στο παρακάτω θεώρημα (δείτε για παράδειγμα τα [13,14]).

Θεώρημα 6.2.

Για ένα ανεξάρτητο και με όμοια κατανομή κανάλι Rayleigh, η εργοδική περιοχή χωρητικότητας ενός MIMO GMAC συστήματος K χρηστών είναι ένα πολυμητροειδές (polymatroid) το οποίο δίδεται από την παρακάτω σχέση :

$$C_{MAC}(\rho) = \left\{ \mathcal{R} \in \mathbb{R}_+^K : \begin{array}{l} \forall S \subseteq \{1, 2, \dots, K\} \\ \sum_{k \in S} R_k \leq E_{\mathbf{H}} \left\{ \log \left| \mathbf{I}_M + \sum_{k \in S} \frac{\rho_k}{N} \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H \right| \right\} \end{array} \right\} \quad (6.28)$$

και κάθε σημείο των ορίων της μπορεί να βρεθεί όταν κάθε χρήστης χρησιμοποιεί Gaussian κώδικα και την στρατηγική για ενιαία κατανομή ισχύος.

Με βάση το παραπάνω αποτέλεσμα, προκύπτει ότι υπό αυτές τις συνθήκες ο μέγιστος συνολικός εργοδικός ρυθμός παίρνει την παρακάτω μορφή :

$$R_{MAC}^{\max} = E_{\mathbf{H}} \left\{ \log \left| \mathbf{I}_M + \sum_{k=1}^K \frac{\rho_k}{N} \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H \right| \right\}. \quad (6.29)$$

6.3.1.3 Ασυμπτωτική ανάλυση

Παρακάτω, ενδιαφερόμαστε για το πώς κλιμακώνεται ο συνολικός ρυθμός ενός MIMO GMAC συστήματος σε σχέση με μερικές παραμέτρους του συστήματος όπως για παράδειγμα τον αριθμό των κεραιών εκπομπής και λήψης, τον αριθμό χρηστών και τους σηματοθορυβικούς λόγους (S.N.Rs). Για τον σκοπό αυτό, εξετάζουμε το κανάλι διάλειψης (fading channel) και εστιάζουμε στην περίπτωση όπου το C.S.I (πληροφορίες κατάστασης καναλιού) είναι διαθέσιμο μόνο στον δέκτη. Υποθέτοντας ότι η ίδια ποσότητα ισχύος κατανέμεται στους διαφορετικούς χρήστες, δηλαδή $\rho_k = \rho/K$, από το (6.29) προκύπτει το εξής :

$$R_{MAC}^{\max} = E_{\mathbf{H}} \left\{ \log \left| \mathbf{I}_M + \frac{\rho}{KN} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right| \right\}. \quad (6.30)$$

Κάτι πολύ ενδιαφέρον που μπορούμε να παρατηρήσουμε είναι το εξής : η δεξιά πλευρά της παραπάνω εξίσωσης είναι ισοδύναμη με την εργοδική χωρητικότητα ενός M.I.M.O συστήματος απλού χρήστη (single user), το οποίο είναι εξοπλισμένο με K N κεραιές εκπομπής και M κεραιές λήψης και ενώ μόνο ο δέκτης γνωρίζει το κανάλι [13]. Αυτό σημαίνει ότι, υπό αυτές τις συνθήκες η έλλειψη συνεργασίας μεταξύ των κινητών τερματικών δεν μειώνει την χωρητικότητα, κάτι το οποίο ισχύει και για ένα σύστημα με πλήρη συνεργασία (μεταξύ των τερματικών). Ως εκ τούτου, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι σε ένα ανεξάρτητο και με όμοια κατανομή μοντέλο διάλειψης Rayleigh, στο οποίο όλοι οι χρήστες έχουν τους ίδιους περιορισμούς ισχύος, οι πληροφορίες κατάστασης καναλιού στον δέκτη είναι

αρκετές έτσι ώστε να έχουμε τα πιθανά οφέλη που μπορεί να μας παρέχει ένα σύστημα πολλαπλών κεραιών με πλήρη συνεργασία. Ομοίως με το σύστημα M.I.M.O απλού χρήστη, η γνώση του καναλιού στους πομπούς, μας οδηγεί σε βελτίωση της απόδοσης με συνθήκες χαμηλού S.N.R, αλλά είναι τελείως άσκοπο σε περίπτωση που αυξάνεται το S.N.R, πράγμα το οποίο διευκρινίζεται από τον Viswanath και τους υπόλοιπους στο [15]. Οι συγγραφείς θέλουν να μας δείξουν ότι μια τέτοια πληροφορία έχει πολλά πλεονεκτήματα ακόμα και για ένα σύστημα στο οποίο το S.N.R είναι σταθερό, αλλά ο αριθμός των κεραιών εκπομπής και ο αριθμός των χρηστών τείνει στο άπειρο. Αυτά τα αποτελέσματα μας επιτρέπουν να χαρακτηρίσουμε την ασυμπτωτική απόδοση ενός MIMO GMAC συστήματος με βάση το (6.30) :

1. Εάν το M είναι σταθερό και το $K N \rightarrow \infty$, τότε ο νόμος των μεγάλων αριθμών μας αποδίδει $\frac{1}{KN} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \rightarrow \mathbf{I}_M$ (σχεδόν σίγουρα), έτσι ώστε το (6.30) να τείνει σε ένα ανώτατο όριο το οποίο δίδεται από την εξής σχέση :

$$R_{MAC}^{\max} = \log |\mathbf{I}_M + \rho \mathbf{I}_M| = \log (1 + \rho)^M = M \log (1 + \rho) \quad (6.31)$$

από αυτήν την σχέση προκύπτει ότι, ασυμπτωτικά (στο $K N$) ο συνολικός ρυθμός αυξάνει γραμμικά με το M. Αυτό είναι ισοδύναμο με το να πούμε ότι μία αύξηση των 3 dB του S.N.R, μας δίνει μία αύξηση των M bit/s/Hz του συνολικού ρυθμού. Καθώς αυξάνεται το $K N$ είναι ουσιαστικά ισοδύναμο με την αύξηση του αριθμού των ανεξάρτητων διαδρομών. Αυτό είναι ένα απλό παράδειγμα της κατάστασης όπου η διάλειψη είναι ένας πόρος προς εκμετάλλευση χωρίς να υπάρχουν επιβλαβή αποτελέσματα (αλλά και να υπάρξουν, μετριάζονται) [17].

2. Σύμφωνα με το [14], για συνθήκες υψηλού S.N.R και για κάθε πεπερασμένη τιμή του M, K και N, ο εργοδικός συνολικός ρυθμός του (6.30) προσεγγίζεται καλύτερα από την εξής εξίσωση :

$$R_{MAC}^{\max} = \min(M, K N) \log(1 + \rho) + o(1), \quad (6.32)$$

όπου $o(1)$ συμβολίζει έναν όρο ο οποίος δεν αυξάνεται με το ρ . Από την παραπάνω εξίσωση ακολουθεί το εξής :

$$A_{MAC}^{\infty} = \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{R_{MAC}^{\max}}{\log \rho} = \min(M, KN), \quad (6.33)$$

το παραπάνω είναι γνωστό ως κέρδος πολυπλεξίας και αυτό που κάνει είναι να μετράει τους βαθμούς ελευθερίας που είναι διαθέσιμοι, έτσι ώστε να έχουμε μία αξιόπιστη επικοινωνία [18].

Μία στενή επιθεώρηση του (6.33) μας οδηγεί στην παρακάτω ενδιαφέρουσα και πολύ πρακτική παρατήρηση. Όταν αυξάνεται το K και το N παραμένει σταθερό, τότε ο συνολικός ρυθμός αυξάνει γραμμικά με το M εφόσον $KN \geq M$. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με το σύστημα M.I.M.O απλού χρήστη στο οποίο το κέρδος της πολυπλεξίας θα ήταν σταθερό και θα οριοθετούταν από $\min(M, N)$. Από πρακτική άποψη, αυτό είναι πολύ ενδιαφέρον γιατί αν και αυξάνεται ο αριθμός των κεραιών στον σταθμό βάσης δεν προκαλεί καμία ανησυχία πράγμα το οποίο συμβαίνει στα κινητά τερματικά. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι αυτή η κατάσταση είναι ακόμα πιο ρεαλιστική από το $KN \leq M$ καθώς πολλά δίκτυα λειτουργούν ήδη με αριθμό χρηστών πολύ μεγαλύτερο από τον αριθμό των κεραιών εκπομπής.

6.3.2 Γκαουσιανό M.I.M.O Broadcast Κανάλι

Η περιοχή χωρητικότητας ενός γενικού broadcast καναλιού είναι ακόμα άγνωστη. Μέχρι τώρα, μόνο μία επιτευκτική περιοχή ρυθμού είναι διαθέσιμη η οποία έχει υπολογισθεί από τον Marton [19], αλλά δεν είναι ακόμα σαφές εάν συμπίπτει ή όχι με την περιοχή χωρητικότητας. Από την άλλη πλευρά, για broadcast κανάλια (γνωστά και ως υποβαθμισμένα) στα οποία οι ενεργοί χρήστες μπορούν ουσιαστικά να ταξινομηθούν από τον πιο δυνατό στον πιο ασθενέστερο, η περιοχή χωρητικότητας είναι ένα πολύ γνωστό αποτέλεσμα και μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας μία τεχνική γνωστή και ως υπερθετική κωδικοποίηση (superposition coding) η οποία αναφέρεται από τον Bergman και τους υπόλοιπους στο [20] και περιγράφεται παρακάτω. Στον πομπό, το σήμα λαμβάνεται ως ο γραμμικός συνδυασμός των διαφορετικών ροών δεδομένων και αποκωδικοποιείται στους δέκτες χρησιμοποιώντας την διαδοχική ακύρωση όπου ο κάθε χρήστης αποκωδικοποιεί και αφαιρεί από το λαμβανόμενο σήμα τις συνεισφορές που προέρχονται από τους

ασθενέστερους χρήστες πριν γίνει η αποκωδικοποίηση των δικών του σημάτων. Το γκαουσιανό broadcast κανάλι απλής κεραίας (G.B.C) (δηλαδή $M=N=1$) ανήκει στην κατηγορία των υποβαθμισμένων broadcast καναλιών, καθώς οι χρήστες ταξινομούνται σύμφωνα με τα αντίστοιχα S.I.N.R τους. Στην περίπτωση των δύο χρηστών (χωρίς απώλεια της γενικότητας $|h_1| > |h_2|$), η περιοχή χωρητικότητας μπορεί να περιγραφεί ως εξής [4] :

$$C_{BC}(\mathbf{H}, p) = \bigcup_{\{p_1, p_2\}: p_1+p_2=p} \left\{ \mathcal{R} \in R_+^2 : \begin{array}{l} R_1 \leq \log(1 + |h_1|^2 p_1) \\ R_2 \leq \log(1 + |h_2|^2 p_2 (1 + |h_2|^2 p_1)^{-1}) \end{array} \right\}, \quad (6.34)$$

όπου $\mathbf{H} = [h_1, h_2]^T$ ενώ το p_1 και το p_2 συμβολίζουν την ισχύ που κατανέμεται στους χρήστες 1 και 2 αντίστοιχα και πρέπει να ικανοποιούν την ισότητα $p_1 + p_2 = p$. Παρόλο που το MIMO GBC δεν συμπεριλαμβάνεται στην κατηγορία των υποβαθμισμένων broadcast καναλιών, η περιοχή χωρητικότητας του έχει υπολογισθεί πρόσφατα από τον Weingarten και τους υπόλοιπους [21]. Ένα τέτοιο αποτέλεσμα είναι ίσως ένα από τα μεγαλύτερα επιτεύγματα στην θεωρία των πληροφοριών τα τελευταία χρόνια καθώς αποδεικνύει ότι μπορεί να υπάρξει ένα μη υποβαθμισμένο broadcast κανάλι του οποίου η περιοχή χωρητικότητας μπορεί να χαρακτηριστεί πλήρως. Παρακάτω, θα εξετάσουμε αρχικά το μοντέλο του ντετερμινιστικού καναλιού και θα μελετήσουμε τα θεμελιώδη βήματα τα οποία έχουν οδηγήσει τον υπολογισμό της περιοχής της χωρητικότητας σε αυτό το σενάριο. Έπειτα, θα επικεντρωθούμε στο μοντέλο της διάλειψης (fading model) και θα συνοψίσουμε μερικά από τα πιο σημαντικά ασυμπτωτικά αποτελέσματα. Για λόγους απλοποίησης συμβολισμού, στην συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε τον δείκτη dl.

6.3.2.1 Ντετερμινιστικό κανάλι (Deterministic Channel)

Στην συνέχεια, ξεκινάμε εισάγοντας δύο βασικές έννοιες οι οποίες έχουν οδηγήσει την ερευνητική δραστηριότητα σε ένα σημαντικό επίπεδο τα τελευταία χρόνια. Αυτές οι έννοιες ονομάζονται κωδικοποίηση ενθόρυβου χαρτιού (Dirty Paper Coding – D.P.C) και δυαδικότητα άνω και κάτω ζεύξης. Κατόπιν, θα εξηγήσουμε πως αυτές οι δύο έννοιες χρησιμοποιούνται έτσι ώστε να υπολογίσουμε τον επιτευκτό συνολικό ρυθμό ενός MIMO - GBC συστήματος. Τέλος, κάνουμε μία σύντομη περιγραφή του κύριου αποτελέσματος που αναφέρεται στο [21].

Κωδικοποίηση ενθόρυβου χαρτιού

Το D.P.C είναι μία τεχνική κωδικοποίησης καναλιού, η οποία συνδέεται στενά με την υπερθετική κωδικοποίηση όπου οι ροές δεδομένων των χρηστών κωδικοποιούνται διαδοχικά με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε κατά την λήψη ο κάθε χρήστης να μην αντιμετωπίζει καμία παρεμβολή από τους υπόλοιπους χρήστες οι οποίοι έχουν κωδικοποιηθεί πριν από αυτόν. Για να δώσουμε έμφαση στην αποτελεσματικότητα της στρατηγικής η οποία βασίζεται στο D.P.C για την κάτω ζεύξη ενός σεναρίου πολλαπλών χρηστών, εξετάζουμε και πάλι το σύστημα απλής κεραίας G.B.C δύο χρηστών. Όσο αφορά την υπερθετική κωδικοποίηση, υποθέτουμε ότι το σήμα μετάδοσης υπολογίζεται ως γραμμικός συνδυασμός των ροών δεδομένων του χρήστη και συμβολίζουμε με p_k ($k = 1,2$) την ισχύ που κατανέμεται στον k -οστό χρήστη. Η ροή δεδομένων του χρήστη 2 κωδικοποιείται χρησιμοποιώντας την γκαουσιανή κωδικοποίηση, ενώ το D.P.C χρησιμοποιείται για την κωδικοποίηση της ροής δεδομένων του χρήστη 1 αντιμετωπίζοντας τον χρήστη 2 ως παρεμβολή η οποία μας είναι γνωστή, δηλαδή μη τυχαία παρεμβολή (αυτό είναι ισοδύναμο με το να πούμε ότι το λαμβανόμενο σήμα στο χρήστη 1 δεν επηρεάζεται καθόλου από την συμβολή του χρήστη 2). Σε αυτό το στάδιο, προκειμένου να υπολογίσουμε τους εφικτούς ρυθμούς του D.P.C, χρησιμοποιούμε ένα πολύ εκπληκτικό αποτέλεσμα γνωστό και ως “γράφοντας πάνω σε ενθόρυβο χαρτί” το οποίο παρουσιάστηκε από τον Costa [22].

Θεώρημα 6.3. [16]

Θεωρήστε ότι έχουμε ένα κανάλι του οποίου το σήμα εξόδου y έχει την μορφή $y = x + i + w$, όπου i και w είναι ανεξάρτητες γκαουσιανές τυχαίες μεταβλητές. Εάν το i είναι γνωστό στον πομπό αλλά όχι στον δέκτη τότε η χωρητικότητα του καναλιού είναι η ίδια με την χωρητικότητα που θα είχαμε εάν δεν υπήρχε το i . Επιπλέον, το x είναι στατιστικά ανεξάρτητο από το i .

Με βάση το παραπάνω θεώρημα, ο επιτεύξιμος ρυθμός του χρήστη 1 δίδεται από την εξής σχέση :

$$R_1 = \log (1 + |h_1|^2 p_1) \quad (6.35)$$

η παραπάνω σχέση είναι ισοδύναμη με την χωρητικότητα ενός συστήματος όπου ο χρήστης 2 δεν υπάρχει. Αντίθετα, ο χρήστης 2 αποκωδικοποιεί την ροή δεδομένων του, αντιμετωπίζοντας τον χρήστη 1 ως γκαουσιανή παρεμβολή και έτσι ο επιτεύξιμος ρυθμός του παίρνει την παρακάτω μορφή :

$$R_2 = \log (1 + |h_2|^2 p_2 (1 + |h_2|^2 p_1)^{-1}). \quad (6.36)$$

Η πλειάδα (R_1, R_2) είναι ακριβώς ένα σημείο του ορίου της περιοχής της χωρητικότητας που δίδεται από το (6.34) και είναι επιτεύξιμο χρησιμοποιώντας την υπερθετική κωδικοποίηση καθώς και την διαδοχική ακύρωση. Κατά συνέπεια, προκύπτει ότι η παραπάνω τεχνική εκπομπής η οποία είναι βασισμένη στο D.P.C, αντιπροσωπεύει μία εναλλακτική λύση επίτευξης χωρητικότητας για το G.B.C σύστημα απλής κεραίας (single antenna GBC). Πάμε τώρα να δούμε την γενική περίπτωση που περιγράφεται από το (6.6) και να επεκτείνουμε την παραπάνω τεχνική σύμφωνα με το αποτέλεσμα που έχει παρουσιαστεί από τον Yu και του υπόλοιπους στο [23], το οποίο ουσιαστικά γενικεύει το θεώρημα 6.3 με διανυσματικό τρόπο. Συγκεκριμένα, το σήμα μετάδοσης δίδεται από $X = \sum_{k=1}^K X_k$, όπου η k -οστή ροή δεδομένων X_k είναι γκαουσιανή με πίνακα συνδιακύμανσης $S_k = E\{X_k X_k^H\}$ και κωδικοποιείται σύμφωνα με το D.P.C έτσι ώστε να αφαιρεθεί η παρεμβολή από τις ροές δεδομένων με δείκτες $i < k$. Ο πίνακας συνδιακύμανσης της μετάδοσης παίρνει την μορφή $S = \sum_{k=1}^K S_k$ (τα σήματα του χρήστη είναι ασυσχέτιστα με την δομή του [22]) και ο περιορισμός ισχύος του (6.5) γίνεται :

$$\sum_{k=1}^K \text{tr}(S_k) \leq p. \quad (6.37)$$

Σύμφωνα με το [23], για ένα δεδομένο χρήστη ο οποίος απαιτεί $\pi = [\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(K)]^T$ και για ένα δεδομένο σύνολο $\{S_{\pi(k)}\}$ το οποίο ικανοποιεί το (6.37), οι παρακάτω ρυθμοί είναι επιτεύξιμοι :

$$R_{\pi(k)} = \log \frac{\left| \mathbf{H}_{\pi(k)} \sum_{i=k}^K \mathbf{S}_{\pi(i)} \mathbf{H}_{\pi(k)}^H + \mathbf{I}_N \right|}{\left| \mathbf{H}_{\pi(k)} \sum_{i=k+1}^K \mathbf{S}_{\pi(i)} \mathbf{H}_{\pi(k)}^H + \mathbf{I}_N \right|}, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (6.38)$$

όπου $\pi(i)$ συμβολίζει τον i -οστό χρήστη που θα κωδικοποιηθεί. Η D.P.C περιοχή ρυθμού δίδεται από την κυρτή κοιλότητα (convex hull) της ένωσης των παραπάνω πλειάδων για όλα τα πιθανά σύνολα μεταθέσεων και πινάκων συνδιακύμανσης που ικανοποιούν το (6.37). Κατά συνέπεια έχουμε :

$$\mathcal{R}_{DPC}(\mathbf{H}, p) = \text{conv} \left\{ \bigcup_{\{\pi\}} \bigcup_{\{\mathbf{S}_k\}: \sum_{k=1}^K \text{tr}(\mathbf{S}_k) \leq p} \left\{ (R_{\pi(1)}, R_{\pi(2)}, \dots, R_{\pi(K)}) \in \mathbb{R}_+^K \right\} \right\}. \quad (6.39)$$

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι οι ρυθμοί που δίδονται από το (6.38), δεν είναι ούτε κοίλη αλλά ούτε και κυρτή συνάρτηση των πινάκων συσχέτισης. Το παραπάνω κάνει τον υπολογισμό της D.P.C περιοχής του (6.39), μία πολύ υπολογιστικά απαιτητική δουλειά καθώς το βέλτιστο σύνολο των πινάκων συνδιακύμανσης μπορεί να βρεθεί μόνο μετά από μία πολύ εξαντλητική έρευνα.

Δυαδικότητα άνω και κάτω ζεύξης

Η δυαδικότητα άνω και κάτω ζεύξης έχει παρατηρηθεί σε πολλές και διαφορετικές μορφές στην βιβλιογραφία. Αρχικά είχε εισαχθεί από τον Telatar στο [13] όπου αποδεικνύεται ότι σε ένα σύστημα M.I.M.O απλού χρήστη όπου εναλλάσσονται ο πομπός και ο δέκτης, η χωρητικότητα του συστήματος δεν αλλάζει. Από την άλλη πλευρά, ο Jindal και οι υπόλοιποι στο [24] αποδεικνύουν ότι η περιοχή χωρητικότητας του G.B.C συστήματος απλής

κεραίας είναι ίση με την περιοχή χωρητικότητας του διπλού (δηλαδή, $h_{ul,k} = h_{dl,k}^* \forall k$) γκαουσιανού M.A.C το οποίο υποβάλλεται στον ίδιο περιορισμό συνολικής ισχύος αντί των κοινών μεμονωμένων περιορισμών. Το γενικό M.I.M.O G.B.C, ερευνήθηκε αργότερα από τον Viswanath και τον Tse [25], καθώς και από τον Vishwanath και τους υπόλοιπους [26]. Τα κύρια αποτελέσματα τους μπορούν να επισημοποιηθούν ως εξής :

Θεώρημα 6.4. [56,57]

Η D.P.C περιοχή ρυθμού του M.I.M.O G.B.C η οποία δίδεται από το (6.6) και υποβάλλεται σε ένα περιορισμό ισχύος p , είναι ισοδύναμη με

$$R_{DPC}(H, p) = C_{D-MAC}(H, p), \quad (6.40)$$

όπου $C_{D-MAC}(H, p)$ είναι η περιοχή χωρητικότητας του διπλού M.I.M.O G.M.A.C :

$$C_{D-MAC}(H, p) = \bigcup_{\{X_k \geq 0\}; \sum_{k=1}^K \text{tr}(X_k) \leq p} \left\{ \mathcal{R} \in \mathbb{R}_+^K : \begin{array}{l} \forall S \subseteq \{1, 2, \dots, K\} \\ \sum_{k \in S} R_k \leq \log \left| \mathbf{I}_M + \sum_{k \in S} \mathbf{H}_k^H X_k \mathbf{H}_k \right| \end{array} \right\}. \quad (6.41)$$

Εάν παρατηρήσουμε προσεκτικά το (6.41), βλέπουμε ότι το C_{D-MAC} είναι ίσο με το (6.17) εφόσον αντικαταστήσουμε το \mathbf{H}_k με το \mathbf{H}_k^H και επιβάλλουμε ένα περιορισμό συνολικής ισχύος p . Αυτό είναι εξαιρετικά ενδιαφέρον όχι μόνο από θεωρητική πλευρά, αλλά και από άποψη πρακτικών σκοπών. Στην πραγματικότητα είναι ένα ισχυρό εργαλείο με το οποίο μπορούμε να αξιολογήσουμε αριθμητικά την D.P.C περιοχή ρυθμού. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι σε αντίθεση με το (6.39), τα όρια της διπλής M.A.C περιοχής χωρητικότητας (τα οποία περιγράφονται στην ενότητα 6.3.1.1) μπορούν να υπολογισθούν πολύ εύκολα λύνοντας ένα κυρτό πρόβλημα. Κάθε γωνιακό σημείο μπορεί να βρεθεί χρησιμοποιώντας το αντίστοιχο βέλτιστο σύνολο από πίνακες συνδιασποράς $\{X_k\}$ και με την βοήθεια της διαδοχικής αποκωδικοποίησης με συγκεκριμένη σειρά. Ένα πιθανό παράδειγμα της D.P.C περιοχής ρυθμού φαίνεται στο [16, σχήμα 9]. Το ερώτημα όμως που δημιουργείται τώρα είναι το πώς θα καταφέρουμε να έχουμε τους ίδιους ρυθμούς δεδομένων στην κάτω ζεύξη. Η απάντηση σε αυτό το ερώτημα δίδεται από τον Vishwanath και τους υπόλοιπους στο [26] όπου οι συγγραφείς

προτείνουν έναν υπολογιστικά αποτελεσματικό μετασχηματισμό ο οποίος παίρνει ως εισόδους το βέλτιστο σύνολο της άνω ζεύξης $\{X_k\}$ και την αντίστοιχη εντολή αποκωδικοποίησης και επιστρέφει ως έξοδο το σύνολο των πινάκων της κάτω ζεύξης $\{S_k\}$ ικανοποιώντας το :

$$\sum_{k=1}^K \text{tr}(X_k) = \sum_{k=1}^K \text{tr}(S_k) \quad (6.42)$$

καθώς επιτυγχάνει και τους ίδιους ρυθμούς δεδομένων σε αντίστροφη σειρά με την βοήθεια του D.P.C.

Επιτευκτός συνολικός ρυθμός

Η πρωτοποριακή εργασία που έχει γίνει για τον υπολογισμό της περιοχής της χωρητικότητας ενός MIMO GBC, οφείλεται στον Caire και Shamai [27]. Εκεί, οι συγγραφείς εξετάζουν την απλή περίπτωση ενός συστήματος δύο χρηστών ($K=2$) όπου ο καθένας είναι εξοπλισμένος με μία απλή κεραία λήψης ($N=1$) και υπολογίζουν με απευθείας υπολογισμό τον μέγιστο συνολικό ρυθμό του D.P.C. Στην συνέχεια αποδεικνύεται η βελτιστότητα του, χρησιμοποιώντας το ανώτατο όριο του Sato [28] το οποίο αναφέρεται στην χωρητικότητα ενός συστήματος όπου οι χρήστες μπορούν να συνεργαστούν. Το παραπάνω αποτέλεσμα επεκτάθηκε αργότερα στην γενική περίπτωση ($K>2$ και/ή $N>1$) από διάφορους συγγραφείς ταυτόχρονα. Συγκεκριμένα, ο Yu και οι υπόλοιποι [29] υπολόγισαν τον επιτευκτό συνολικό ρυθμό του συστήματος όπως το σαγματικό σημείο (saddle-point) ενός γκαουσιανού αμοιβαίου παιχνιδιού πληροφοριών, όπου ένας παίκτης επιλέγει ένα πίνακα συνδιακύμανσης για μετάδοση έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η αμοιβαία πληροφορία $I(x,y)$ και μία “κακόβουλη φύση” επιλέγει έναν πίνακα συσχέτισης εικονικού θορύβου έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί το $I(x,y)$. Μετά τον υπολογισμό, το ανώτατο αυτό όριο χρησιμοποιείτε για να αποδείξει ότι η δομή της τεχνικής της βέλτιστης κωδικοποίησης παίρνει την μορφή του D.P.C. Ανεξάρτητες και διαφορετικές αποδείξεις ενός τέτοιου αποτελέσματος δίδονται επίσης από τον Viswanath και τον Tse [25], καθώς και από τον Vishwanath και τους υπόλοιπους [26]. Και οι δύο ουσιαστικά βασίζονται στην δυαδικότητα της άνω και κάτω ζεύξης και αντί να αποδείξουν απευθείας την βελτιστότητα (optimality) του D.P.C, στοχεύουν στο να αποδείξουν ότι ο μέγιστος συνολικός ρυθμός του διπλού M.A.C είναι ισοδύναμος με το ανώτατο όριο του Sato έχοντας τον ίδιο περιορισμό στην εκπεμπόμενη ισχύ. Όλα αυτά τα αποτελέσματα μπορούν να συγκεντρωθούν στο ακόλουθο θεώρημα το οποίο αντιπροσωπεύει ένα θεμελιώδες βήμα για τον υπολογισμό ολόκληρης της περιοχής της χωρητικότητας.

Θεώρημα 6.5. ([8,56,57,65])

Ο μέγιστος συνολικός ρυθμός του MIMO GBC επιτυγχάνεται μέσω του D.P.C, δηλαδή :

$$R_{BC}^{\max} = \max_{(R_1, R_2, \dots, R_K) \in \mathcal{R}_{DPC}(\mathbf{H}, p)} R_1 + R_2 + \dots + R_K. \quad (6.43)$$

Από το παραπάνω θεώρημα και χρησιμοποιώντας το (6.38) προκύπτει ότι το πρόβλημα του υπολογισμού του μέγιστου συνολικού ρυθμού, μπορεί να επισημοποιηθεί ως εξής :

$$\begin{aligned} \max_{\pi} \max_{\mathbf{S}} \quad & \sum_{k=1}^K \log \frac{|\mathbf{H}_{\pi(k)} \sum_{i=k}^K \mathbf{S}_{\pi(i)} \mathbf{H}_{\pi(k)}^H + \mathbf{I}_N|}{|\mathbf{H}_{\pi(k)} \sum_{i=k+1}^K \mathbf{S}_{\pi(i)} \mathbf{H}_{\pi(k)}^H + \mathbf{I}_N|} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{S}_k \geq 0 \quad \forall k \text{ and } \sum_{k=1}^K \text{tr} \{ \mathbf{S}_k \} \leq p, \end{aligned} \quad (6.44)$$

και η λύση του μπορεί να βρεθεί εάν χρησιμοποιήσουμε δύο αποδοτικούς επαναληπτικούς αλγόριθμους οι οποίοι παρουσιάζονται από τον Jindal και τους υπόλοιπους στο [30]. Και οι δύο βασίζονται στην δυαδικότητα της άνω και κάτω ζεύξης έτσι ώστε να επαναδιατυπώσουν το πρόβλημα στην ακόλουθη κυρτή μορφή :

$$R_{BC}^{\max} = \max_{\{\mathbf{X}_k \geq 0\}: \sum_{k=1}^K \text{tr}(\mathbf{X}_k) \leq p} \log \left| \mathbf{I}_M + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_k^H \mathbf{X}_k \mathbf{H}_k \right|, \quad (6.45)$$

το οποίο είναι ένα υποσύνολο του (6.41) και διαφέρει από το (6.24) μόνο στον συνολικό περιορισμό της ισχύος. Ως εκ τούτου, οι επαναληπτικοί αλγόριθμοι οι οποίοι έχουν εμπνευστεί από την διαδικασία του water-filling περιγράφονται στο [11] και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να συγκλίνουν στο βέλτιστο σύνολο $\{\mathbf{X}_k\}$, το οποίο έπειτα ταιριάζει με το αντίστοιχο διπλό $\{\mathbf{S}_k\}$ χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό που αναφέραμε προηγουμένως [26].

Η περιοχή χωρητικότητας (the capacity region)

Μέχρι τώρα, έχουμε δει ότι το D.P.C είναι η βέλτιστη στρατηγική για να επιτύχουμε μέγιστο συνολικό ρυθμό σε ένα M.I.M.O G.B.C και επίσης παρατηρήσαμε ότι η περιοχή ρυθμού του συμπίπτει με την περιοχή χωρητικότητας του διπλού M.I.M.O G.M.A.C. Επιπλέον, είδαμε και πάλι ότι η περιοχή χωρητικότητας του G.B.C απλής κεραίας είναι ίση με την περιοχή χωρητικότητας του διπλού G.M.A.C [24]. Συλλέγοντας όλα αυτά τα γεγονότα μαζί, η πρώτη ιδέα που μας έρχεται στο μυαλό είναι, είτε να βρούμε μία καλύτερη επιτευκτική περιοχή ρυθμού η οποία δεν θα επιτυγχάνεται μέσω του D.P.C ή να αποδείξουμε ότι η περιοχή του D.P.C είναι πράγματι η περιοχή χωρητικότητας του M.I.M.O G.B.C. Έχουν γίνει πάρα πολλές προσπάθειες πάνω σε αυτά τα θέματα αλλά μόνο ο Weingarten και οι υπόλοιποι [21] έδωσαν τελικά μία απάντηση για τους παραπάνω ισχυρισμούς. Πιο συγκεκριμένα, έχει διαπιστωθεί ότι η περιοχή του D.P.C είναι **ακριβώς** η περιοχή χωρητικότητας του MIMO GBC όπως αναφέρεται και στο παρακάτω θεώρημα.

Θεώρημα 6.6. ([60])

Έστω ότι το $C_{BC}(\mathbf{H}, \mathbf{p})$ συμβολίζει την περιοχή χωρητικότητας του MIMO GBC η οποία δίδεται από το (6.6) και υποβάλλεται σε περιορισμό ισχύος \mathbf{p} . Τότε έχω το εξής :

$$C_{BC}(\mathbf{H}, \mathbf{p}) = R_{DPC}(\mathbf{H}, \mathbf{p}). \quad (6.46)$$

Αυτό το σημαντικό αποτέλεσμα επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας όλες τις βασικές ιδέες που περιγράφονται παραπάνω συν διάφορες νέες έννοιες όπως υποβαθμισμένα και βελτιωμένα MIMO BC κανάλια, καθώς επίσης και μία επέκταση της απόδειξης του Bergman. Λόγω έλλειψης χώρου, δεν μπορούμε να παρέχουμε περαιτέρω λεπτομέρειες για αυτά τα αποτελέσματα και τις αποδείξεις τους. Όσοι ενδιαφέρονται μπορούν να ανατρέξουν στο [21].

6.3.2.2 Κανάλι διάλειψης (Fading Channel)

Όταν έχουμε τέλειο C.S.I τόσο στον πομπό όσο και στον δέκτη, τότε ο υπολογισμός της εργοδικής περιοχής χωρητικότητας μπορεί να γίνει με τον ίδιο τρόπο όπως και στην ενότητα 6.3.1.2. Στην πραγματικότητα, σε αυτήν την περίπτωση όπως και στην άνω ζεύξη, το σύστημα μειώνεται σε ένα σύνολο από MIMO GBC χωρίς παρεμβολή, όπου το κάθε ένα αντιστοιχεί σε διαφορετική υλοποίηση καναλιού (δείτε για παράδειγμα, τον Yu και τον Rhee στο [31] και τον Yu στο [32]). Στην συνέχεια, η εργοδική περιοχή χωρητικότητας δίδεται από :

$$C_{BC}(p) = C_{D-MAC}(p), \quad (6.47)$$

όπου $C_{D-MAC}(p)$ υπολογίζεται τώρα από το (6.25) χρησιμοποιώντας το (6.17) και αφού αντικαταστήσουμε το H_k με το H_k^H στην συνέχεια επιβάλουμε περιορισμό συνολικής ισχύος p . Ακολουθώντας τα ίδια βήματα με πριν, ο υπολογισμός του εργοδικού συνολικού ρυθμού μπορεί να διατυπωθεί ως εξής

$$R_{BC}^{\max} = E_{\mathbf{H}} \left\{ \max_{\{\mathbf{X}_k \geq 0\}: \sum_{k=1}^K \text{tr}(\mathbf{X}_k) \leq p} \log \left| \mathbf{I}_M + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_k^H \mathbf{X}_k \mathbf{H}_k \right| \right\} \quad (6.48)$$

και η λύση μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τους αλγόριθμους που αναφέραμε στο [26,30]. Από την άλλη πλευρά, όταν το C.S.I δεν είναι διαθέσιμο στον σταθμό βάσης, τότε η εργοδική περιοχή χωρητικότητας είναι ακόμα άγνωστη καθώς είναι η βέλτιστη στρατηγική κωδικοποίησης αφού το D.P.C βασίζεται στην τέλεια γνώση της κατάστασης του καναλιού. Επιπλέον, υπάρχει μία ειδική περίπτωση για την οποία το παραπάνω δεν ισχύει : είναι η περίπτωση όπου τα κανάλια του χρήστη είναι στατιστικά ισοδύναμα και όλα τα κινητά τερματικά έχουν τον ίδιο αριθμό κεραιών (όπως το σύστημα που ερευνήσαμε εδώ) [33]. Στην πραγματικότητα, υπό αυτές τις συνθήκες εάν υποθέσουμε ότι ο κάθε ένας από τους K χρήστες μπορεί και αποκωδικοποιεί αξιόπιστα το λαμβανόμενο σήμα του, τότε το ίδιο πράγμα μπορεί να γίνει και από κάθε άλλο χρήστη. Ως εκ τούτου, ο συνολικός ρυθμός του συστήματος οριοθετείται από την χωρητικότητα του καναλιού που υπάρχει μεταξύ του σταθμού βάσης και του κάθε κινητού τερματικού. Για το μοντέλο διάλειψης Rayleigh με ανεξάρτητη και ομοιόμορφη κατανομή, το παραπάνω μπορεί να διατυπωθεί μαθηματικά ως εξής :

$$C_{BC}(p) = \left\{ \mathcal{R} \in \mathbb{R}_+^K : \sum_{k=1}^K R_k \leq E_{\mathbf{H}} \left\{ \log \left| \mathbf{I}_M + \frac{P}{M} \mathbf{H}_1 \mathbf{H}_1^H \right| \right\} \right\} \quad (6.49)$$

από το παραπάνω προκύπτει ότι η βέλτιστη στρατηγική κωδικοποίησης σε αυτήν την περίπτωση, είναι η πολλαπλή πρόσβαση με διαίρεση χρόνου (T.D.M.A - Time Division Multiple Access), δηλαδή έχουμε μετάδοση σε ένα χρήστη μόνο κάθε φορά. Ως εκ τούτου, ο εργοδικός συνολικός ρυθμός δίδεται από την παρακάτω εξίσωση :

$$R_{BC}^{\max} = E_{\mathbf{H}} \left\{ \log \left| \mathbf{I}_M + \frac{P}{M} \mathbf{H}_1 \mathbf{H}_1^H \right| \right\}. \quad (6.50)$$

Η δεξιά μεριά της παραπάνω εξίσωσης, είναι ισοδύναμη με την εργοδική χωρητικότητα ενός συστήματος απλού χρήστη με M κεραιές εκπομπής και N κεραιές λήψης. Αυτό σημαίνει ότι, στην περίπτωση που έχουμε μία κεραιά λήψης, η πλήρης έλλειψη γνώσης της κατάστασης του καναλιού στον πομπό οδηγεί σε μείωση του κέρδους της πολυπλεξίας του συστήματος στο ελάχιστο (M,N) . Τα παραπάνω έχουν αναφερθεί στο [27], από τον Caire και τον Shamai. Αυτή η παρατήρηση έχει επεκταθεί σε ένα γενικό ιστροπικό μοντέλο καναλιού από τον Jafar και τον Goldsmith [34]. Αξίζει να αναφέρουμε ότι ένα τέτοιο αποτέλεσμα έρχεται σε έντονη αντίθεση με την άνω ζεύξη όπου το κέρδος της πολυπλεξίας είναι πάντα το ίδιο όπως και στην περίπτωση ενός συστήματος με πλήρη συνεργασία, δηλαδή ελάχιστο $(M,K N)$ ανεξάρτητα από το C.S.I στους πομπούς. Θα επεξεργαστούμε περαιτέρω το θέμα αυτό στην επόμενη ενότητα.

6.3.2.3 Ασυμπτωτικά αποτελέσματα

Όσο αφορά την τεχνολογία MIMO GMAC, αναλύουμε το πώς ο συνολικός ρυθμός του MIMO GBC κλιμακώνεται με τις παραμέτρους του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, θα εστιάσουμε πρώτα στην περίπτωση όπου ο πομπός και ο δέκτης γνωρίζουν τέλεια την κατάσταση καναλιού και έπειτα θα εξετάσουμε την περίπτωση όπου μόνο οι δέκτες έχουν αυτήν την πληροφορία. Όταν το C.S.I είναι διαθέσιμο τόσο στον σταθμό βάσης όσο και στα κινητά τερματικά, τότε προκύπτουν τα παρακάτω ασυμπτωτικά αποτελέσματα :

1. Εάν το $K N$ και το p είναι σταθερά και $M \rightarrow \infty$, τότε ο συνολικός εργοδικός ρυθμός αυξάνεται όπως στο [35] :

$$R_{BC}^{\max} = KN \log \left(1 + \frac{M}{KN} P \right). \quad (6.51)$$

Αυτό το αποτέλεσμα μπορεί να αποδειχθεί ως εξής. Από το (6.48), βλέπουμε ότι ο μέγιστος επιτευκτός συνολικός ρυθμός οριοθετείται από τον συνολικό ρυθμό που επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας μία ομοιόμορφη κατανομή ισχύος για κάθε χρήστη και για κάθε κατάσταση διάλειψης :

$$R_{BC}^{\max} \geq E_{\mathbf{H}} \left\{ \log \left| \mathbf{I}_{KN} + \frac{P}{KN} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right| \right\}. \quad (6.52)$$

Καθώς το M τείνει στο άπειρο, η εφαρμογή του νόμου των μεγάλων αριθμών μας αποδίδει $\mathbf{H}^H \mathbf{H} \rightarrow M \mathbf{I}_{KN}$ (σχεδόν σίγουρα) έτσι ώστε το (6.51) να προκύπτει εύκολα από την δεξιά μεριά της παραπάνω εξίσωσης, χρησιμοποιώντας τον ίδιο τρόπο που μας οδήγησε στο (6.31). Επιπλέον, ένα τέτοιο κατώτερο όριο μπορεί να αποδειχθεί ότι είναι στενό, μόνο όταν το M γίνεται μεγαλύτερο [36].

2. Εάν το M και το p είναι σταθερά και το $K \rightarrow \infty$, τότε για κάθε N ο εργοδικός συνολικός ρυθμός αυξάνεται όπως στο [37] :

$$R_{BC}^{\max} = M \log \log KN. \quad (6.53)$$

Η όλη λογική που υπάρχει πίσω από αυτό το αποτέλεσμα είναι ότι, καθώς μεγαλώνει το K και το C.S.I είναι διαθέσιμο στον σταθμό βάσης, είναι πιθανόν να βρούμε M κανάλια για να μεταδώσουμε. Από την άλλη πλευρά, η διπλά λογαριθμική αύξηση του KN , οφείλεται ουσιαστικά στην εγγενής πολυμορφία των πολλαπλών χρηστών. Το τελευταίο μπορεί να θεωρηθεί ως μία μορφή συνδυαστής επιλογής (selection diversity) και είχε εισαχθεί αρχικά από τον Knorr και τον Humblet [38]. Το παραπάνω βασίζεται ουσιαστικά στην παρακάτω ιδέα. Δεδομένου ότι τα σήματα των χρηστών υποβάλλονται σε ανεξάρτητα χρονικά μεταβαλλόμενα κανάλια διάλειψης, είναι πιθανό ότι σε μια

δεδομένη χρονική στιγμή μπορεί να υπάρχουν χρήστες των οποίων τα κανάλια δεν έχουν διάλειψη. Ενστικτωδώς μπορούμε να πούμε ότι η μεγιστοποίηση του συνολικού ρυθμού μπορεί να επιτευχθεί κατανέμοντας τους διαθέσιμους πόρους κάθε χρονική στιγμή στο καλύτερο σύνολο χρηστών. Δεδομένου ότι επιλέγουμε αυτούς τους χρήστες ως μέγιστο μεταξύ των $K N$ πιθανών επιλογών σε ένα ανεξάρτητο και με ομοιόμορφη κατανομή Rayleigh κανάλι διάλειψης, το αποτελεσματικό S.N.R ωφελείται από τον παράγοντα $\log K N$ [35].

3. Εάν M, K και N παραμένουν σταθερά, τότε το κέρδος πολυπλεξίας δίδεται από το [35] :

$$A_{BC}^{\infty} = \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{R_{BC}^{\max}}{\log \rho} = \min(M, K N), \quad (6.54)$$

το οποίο είναι ίδιο με το κέρδος πολυπλεξίας του συστήματος του οποίου οι χρήστες μπορούν και συνεργάζονται. Από την άλλη πλευρά, όταν το C.S.I είναι διαθέσιμο μόνο στα κινητά τερματικά (MT's), τότε ισχύουν τα παρακάτω αποτελέσματα :

1. Εάν M, N και ρ είναι σταθερά, τότε ο εργοδικός συνολικός ρυθμός δεν αυξάνεται καθώς $K \rightarrow \infty$, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι :

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \frac{R_{BC}^{\max}}{\log \log K} = 0. \quad (6.55)$$

Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η βέλτιστη στρατηγική υπό αυτές τις συνθήκες (όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 6.3.2.2), είναι να μεταδώσουμε σε ένα τυχαία επιλεγμένο χρήστη κατά την διάρκεια κάθε χρονοθυρίδας (timeslot) μετάδοσης.

2. Εάν M, K και N παραμένουν σταθερά, τότε το κέρδος πολυπλεξίας δίδεται από το [35] :

$$A_{BC}^{\infty} = \min(M, N), \quad (6.56)$$

το οποίο είναι ίδιο με το κέρδος πολυπλεξίας του συστήματος απλού χρήστη.

Από τα παραπάνω αποτελέσματα προκύπτει ότι, το C.S.I στον πομπό παίζει βασικό ρόλο για τις μεταδόσεις κάτω ζεύξης. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με την άνω ζεύξη όπου το C.S.I δεν διασφαλίζει κλιμάκωση μέγιστης χωρητικότητας.

6.4 Συστήματα ανοιχτού και κλειστού βρόγχου

Όπως είδαμε και από την παραπάνω συζήτηση, προκειμένου να αξιοποιηθούν τα πιθανά οφέλη των πολλαπλών κεραιών, πρέπει να υπάρχει ρητή γνώση των παραμέτρων του καναλιού στον δέκτη για την άνω ζεύξη, ενώ για την κάτω ζεύξη πρέπει να υπάρχει γνώση καναλιού τόσο στον πομπό όσο και στον δέκτη. Με την εκτίμηση καναλιού στον δέκτη έχει ασχοληθεί σημαντικά η βιβλιογραφία και πολλές διαφορετικές λύσεις είναι ήδη διαθέσιμες για την άνω αλλά και για την κάτω ζεύξη. Οι συνηθισμένες προσεγγίσεις είναι βοηθητικά – εκπαιδευτικά συστήματα όπου μια γνωστή ακολουθία συμβόλων που καλούνται πιλότοι εισάγεται περιοδικά μέσα στο εκπνευόμενο σήμα (δείτε το [39] και τις αναφορές που υπάρχουν εκεί). Αν και είναι εύκολα στην εφαρμογή, η χρήση των συστημάτων που βασίζονται στον πιλότο μειώνουν αναπόφευκτα την φασματική απόδοση του συστήματος. Αυτό το πράγμα έχει εμπνεύσει την σημαντική έρευνα που γίνεται για τις τεχνικές της “τυφλής” και “ημίτυφλης” εκτίμησης του καναλιού, οι οποίες κατηγοριοποιούνται σε μεγάλο βαθμό σε μεθόδους βασισμένες στον υποχώρο (subspace) ή σε μεθόδους κατεύθυνσης της απόφασης. Και οι δύο λύσεις οδηγούν σε μια σημαντική εξοικονόμηση των γενικών δαπανών, αλλά αυξάνουν τους απαραίτητους υπολογισμούς που πρέπει να γίνουν. Μια εξαιρετική επισκόπηση των αποτελεσμάτων που επιτεύχθηκαν σε αυτόν τον τομέα μπορεί να βρεθεί στο [40, κεφάλαια 14 και 17]. Η απόκτηση καναλιού στον πομπό είναι ένα πολύ πιο δύσκολο αλλά και απαιτητικό έργο. Στην συνέχεια, θα αναφέρουμε δύο διαφορετικές τεχνικές λειτουργίας οι οποίες πρέπει να χρησιμοποιηθούν μα βάση τα χαρακτηριστικά του συστήματος που ερευνάμε.

6.4.1 Συστήματα ανοιχτού βρόγχου (Open-Loop Systems)

Η τεχνική αυτή βασίζεται στην αμοιβαιότητα καναλιού μεταξύ των εναλλασσόμενων μεταδόσεων άνω και κάτω ζεύξης, επομένως είναι κατάλληλη για αμφίδρομα συστήματα με διαίρεση χρόνου (όπως το Hyperlan/2 και το IEEE 802.11a), στα οποία συστήματα χρησιμοποιείται

εναλλακτικά η ίδια ζώνη συχνοτήτων τόσο για την εκπομπή όσο και για την λήψη. Συγκεκριμένα, εάν οι εναλλαγές του καναλιού είναι αρκετά αργές (όπως συμβαίνει στις εφαρμογές εσωτερικού χώρου) ή η χρονική καθυστέρηση που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών χρονοθυρίδων είναι πολύ μικρότερη από τον χρόνο συνοχής του καναλιού, τότε τα κανάλια διάδοσης της άνω και της κάτω ζεύξης μπορούν πολύ εύκολα να θεωρηθούν αμοιβαία. Με βάση την παραπάνω υπόθεση, ο πομπός μπορεί να εκτιμήσει το κανάλι κατά την διάρκεια της λήψης και στην συνέχεια να χρησιμοποιήσει αυτήν την εκτίμηση που έκανε σε κάποια μεταγενέστερη χρονοθυρίδα μετάδοσης. Αναφερόμαστε σε αυτή την στρατηγική λέγοντας την ανοιχτό βρόγχο, επειδή το C.S.I λαμβάνεται χωρίς να απαιτείται κάποια πληροφορία ανάδρασης. Παρά τα ελκυστικά χαρακτηριστικά του, ο σχεδιασμός ενός συστήματος ανοιχτού βρόγχου θέτει πολλές τεχνικές δυσκολίες οι οποίες εάν δεν αντιμετωπισθούν κατάλληλα μπορεί να αποκλειστεί η εγκυρότητα της αρχής της αμοιβαιότητας. Εκτός από τα λάθη εκτίμησης του καναλιού τα οποία μπορεί να προκύψουν κατά την διάρκεια της λήψης, η κύρια δυσλειτουργία οφείλεται στο γεγονός ότι, στις πρακτικές εφαρμογές η εκτίμηση του καναλιού γίνεται συνήθως σε επίπεδο βασικής ζώνης (baseband) μετά την αλυσίδα ραδιοσυχνοτήτων (RF). Αυτό απαιτεί αποδοτικά συστήματα βαθμονόμησης τα οποία πρέπει να είναι σε θέση να αντισταθμίσουν οποιοδήποτε σφάλμα πλάτους ή φάσης μεταξύ των RF αλυσίδων εκπομπής και λήψης. Εάν δεν μετριάσουν σωστά αυτά τα σφάλματα, μπορεί να οδηγήσουν σε σοβαρή υποβάθμιση της απόδοσης του συστήματος [41]. Από πρακτική άποψη, αυτή η βαθμονόμηση δεν είναι καθόλου εύκολο να επιτευχθεί και επομένως τα συστήματα ανοιχτού βρόγχου θεωρούνται σήμερα ακατάλληλα για εμπορικά συστήματα πολλαπλών χρηστών. Μία εναλλακτική λύση ώστε να ξεπεράσουμε αυτά τα προβλήματα είναι να χρησιμοποιήσουμε μία μορφή μακροπρόθεσμης αμοιβαιότητας γνωστή και ως στατιστική αμοιβαιότητα (statistical reciprocity). Αυτή η λύση μένει ουσιαστικά ανεπηρέαστη από τα προαναφερθέντα μειονεκτήματα, καθώς βασίζεται στην κατανομή διαλείψεων ενός καναλιού διπλής επικοινωνίας και όχι στην στιγμιαία υλοποίηση του. Στις εφαρμογές οι οποίες χαρακτηρίζονται από μια δυνατή συσχέτιση είτε χώρου είτε χρόνου, η κατανομή διαλείψεων μεταξύ μεταδόσεων άνω και κάτω ζεύξης είναι συνήθως η ίδια και μπορεί να χρησιμοποιηθεί έτσι ώστε να έχουμε κάποια μορφή στατιστικής προσαρμογής στον πομπό. Δυστυχώς, αν και εύκολη στην εφαρμογή, αυτή η προσέγγιση έχει κάποιες μη αμελητέες απώλειες απόδοσης όσο αφορά ένα σύστημα το οποίο χρησιμοποιεί στιγμιαία γνώση καναλιού.

6.4.2 Συστήματα κλειστού βρόγχου (Closed-Loop Systems)

Ένας αποτελεσματικός τρόπος ώστε να ξεπεράσουμε τα περισσότερα μειονεκτήματα των συστημάτων ανοιχτού βρόγχου, περιλαμβάνει την εκτέλεση της διαδικασίας εκτίμησης στον δέκτη και την ανατροφοδότηση των μετρήσεων του καναλιού στον πομπό μέσω μίας αξιόπιστης αντίστροφης ζεύξης. Αυτό είναι μία λογική εναλλακτική λύση, δεδομένου ότι τα κανάλια ελέγχου χρησιμοποιούνται ήδη σε συστήματα όπως τα 3G κυψελωτά δίκτυα έτσι ώστε να έχουμε έλεγχο ισχύος. Αναφερόμαστε σε αυτήν την στρατηγική λέγοντας την κλειστό βρόγχο και παρατηρούμε ότι είναι κατάλληλη για τις εφαρμογές όπου η συνθήκη της αμοιβαιότητας δεν είναι σίγουρο το ότι θα υπάρχει εκ των προτέρων ή δεν μπορεί να εγυηθεί ότι θα υπάρξει. Μεταξύ των άλλων, αυτή είναι η περίπτωση των αμφίδρομων συστημάτων με διαίρεση συχνότητας (όπως τα κυψελωτά δίκτυα), όπου η εκπομπή και η λήψη πραγματοποιείται σε διαφορετικές ζώνες συχνοτήτων των οποίων ο διαχωρισμός είναι συνήθως μεγαλύτερος από το εύρος ζώνης συνοχής του καναλιού. Αν και αντέχει στις μη αμοιβαίες επιπτώσεις, ένα σύστημα κλειστού βρόγχου παρουσιάζει τις ακόλουθες σημαντικές τεχνικές δυσκολίες. Πρώτον, υποφέρει από μία εγγενή καθυστέρηση ανατροφοδότησης, πράγμα το οποίο μπορεί να οδηγήσει σε ξεπερασμένο C.S.I κατά την διάρκεια της μετάδοσης. Δεύτερον, το κανάλι ανάδρασης πρέπει να χαρακτηρίζεται από υψηλό επίπεδο αξιοπιστίας κάτι το οποίο κάνει την σχεδίαση της ζεύξης μια πολύ δύσκολη δουλειά σε αντίθεση με τα συστήματα ανοιχτού βρόγχου. Τρίτον, ο όγκος των πληροφοριών που ανταλλάσσονται αυξάνεται γραμμικά με τον συνολικό αριθμό των μονοπατιών διάδοσης των καναλιών, δηλαδή $M \times K N$ και είναι εις βάρος της γενικής φασματικής απόδοσης του συστήματος.

6.5 Σχεδίαση του συστήματος (System Design)

Σε αυτή την ενότητα, εξετάζουμε τα θέματα σχεδίασης του συστήματος όσο αφορά τα M.I.M.O συστήματα πολλαπλών χρηστών. Θα επικεντρωθούμε στην κάτω ζεύξη στην οποία η σχεδίαση του πομπού είναι το πιο βασικό θέμα, ενώ με την άνω ζεύξη (στην οποία η σχεδίαση του δέκτη είναι υψίστης σημασίας) θα ασχοληθούμε πολύ λίγο. Μία εκτεταμένη δουλειά πάνω σε αυτό το θέμα μπορεί να βρεθεί στο [42] και σε πολλές άλλες αναφορές.

6.5.1 Σχεδίαση δέκτη για μεταδόσεις άνω ζεύξης

Ξεκινάμε με την παρατήρηση ότι στην άνω ζεύξη, το λαμβανόμενο σήμα του (6.1) έχει ως αποτέλεσμα μία μη ορθογώνια υπέρθεση από ροές δεδομένων (data streams) διαφορετικών χρηστών, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι η διαδικασία εντοπισμού των δεδομένων μπορεί να πραγματοποιηθεί με την βοήθεια των πολύ γνωστών τεχνικών ανίχνευσης πολλαπλών χρηστών [43]. Πιο συγκεκριμένα, οι αρχιτεκτονικές βέλτιστου δέκτη προκύπτουν με βάση την αρχή της μέγιστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood) ή με το κριτήριο της μέγιστης εκ των υστέρων πιθανότητας (maximum a posteriori probability). Οι αρχιτεκτονικές αυτές προσφέρουν απόδοση παρόμοια με αυτή ενός συστήματος χωρίς παρεμβολές, αλλά αυτό γίνεται εις βάρος της ουσιαστικής πολυπλοκότητας η οποία αυξάνει εκθετικά με τον αριθμό των χρηστών και των ροών δεδομένων. Οι τεχνικές επαναληπτικής ανίχνευσης πολλαπλών χρηστών, βασίζονται είτε στον αλγόριθμο προσδοκίας – μεγιστοποίησης (expectation – maximization algorithm) ή στην αρχή turbo (turbo principle) έτσι ώστε εάν χρησιμοποιηθούν θα μειωθεί σημαντικά το υπολογιστικό βάρος [44]. Μία άλλη καλά μελετημένη κατηγορία υποβέλτιστων λύσεων, αντιπροσωπεύεται από γραμμικούς δέκτες υπό μορφή αποσυσχέτισης (decorrelating) ή ανιχνευτών ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος (M.M.S.E) οι οποίοι επιτυγχάνουν ένα λογικό συμβιβασμό μεταξύ απόδοσης και πολυπλοκότητας. Εναλλακτικά, κάποιες μη γραμμικές τεχνικές οι οποίες βασίζονται στην ακύρωση παρεμβολής (για παράδειγμα η αρχιτεκτονική χώρου και χρόνου από τα Bell Labs) μπορούν να χρησιμοποιηθούν έτσι ώστε να επιτύχουμε καλύτερη απόδοση [45].

6.5.2 Σχεδίαση πομπού για μεταδόσεις κάτω ζεύξης

Όπως είδαμε και στην παράγραφο 6.3.1, στην περίπτωση που γνωρίζουμε την κατάσταση του καναλιού στον σταθμό βάσης, η βέλτιστη στρατηγική κωδικοποίησης της χωρητικότητας για τα MIMO GBC είναι η D.P.C. Παρά την σημασία του από θεωρητική άποψη, αυτό το αποτέλεσμα δεν έχει σχεδόν κανένα πρακτικό ενδιαφέρον δεδομένου ότι η εφαρμογή του D.P.C απαιτεί τεράστια υπολογιστική πολυπλοκότητα τόσο στον πομπό όσο και στον δέκτη και το πρόβλημα της εύρεσης εφικτών κωδίκων που θα είναι κοντά στην χωρητικότητα του D.P.C είναι ακόμα άλυτο. Γίνονται πολλές προσπάθειες

πάνω σε αυτό το θέμα από τον Erez και τον Brink [46], καθώς και από τον Yu και τους υπόλοιπους [47]. Και οι δύο βασίζονται σε μία γενίκευση της προκωδικοποίησης Tomlinson - Harashima (THP), σε ένα σύστημα κβάντισης διανύσματος πολλών διαστάσεων το οποίο επιτυγχάνεται με την βοήθεια κάποιων περίπλοκα συνδεδεμένων δομών κωδικοποίησης. Από την άλλη πλευρά, μία πρακτική αλλά υποβέλτιστη τεχνική μετάδοσης η οποία μας έχει τραβήξει ιδιαίτερα την προσοχή λόγω της απλότητας της, αντιπροσωπεύεται από την γραμμική προκωδικοποίηση γνωστή και ως γραμμική προσανατολισμένη εκπομπή (linear transmit beamforming). Αυτή η τεχνική αναφέρεται σε οποιαδήποτε στρατηγική μετάδοσης που στηρίζεται μόνο στην γραμμική επεξεργασία, έτσι ώστε να μετριαστεί η παρεμβολή μεταξύ των ενεργών χρηστών κάτι το οποίο έχει αποδειχθεί ασυμπτωτικά βέλτιστο από τον Sharif και τον Hassibi στο [37], τουλάχιστον για την περίπτωση $K \gg M$. Στην συνέχεια θα επικεντρωθούμε σε δύο πολύ γνωστές τεχνικές προσανατολισμένης εκπομπής και θα μελετήσουμε τις βασικές ιδέες τους, καθώς και τις αποδόσεις τους. Συγκεκριμένα, αρχικά θα εστιάσουμε στην περίπτωση η οποία έχει λάβει την περισσότερη προσοχή στην τεχνική λογοτεχνία. Η περίπτωση αυτή είναι : τα κινητά τερματικά (MT's) να είναι εξοπλισμένα με μία μόνο κεραία λήψης. Σε ένα τέτοιο σενάριο, ο περιορισμός των παρεμβολών είναι εφικτός μόνο στον σταθμό βάσης. Η απλούστερη προσέγγιση σε αυτήν την περίπτωση αναφέρεται ως αντιστροφή καναλιού ή εξαναγκασμένος μηδενισμός γραμμικής προσανατολισμένης εκπομπής (zero - forcing linear beamforming) και ουσιαστικά βασίζεται στην ιδέα της προ-αναστροφής του πίνακα καναλιού στον πομπό έτσι ώστε να αφαιρεθεί εντελώς η παρεμβολή από όλες τις απομακρυσμένες μονάδες. Προφανώς, αυτή η προσέγγιση μπορεί να εφαρμοστεί πολύ εύκολα εάν ο αριθμός των χρηστών είναι μικρότερος από τον αριθμό των κεραιών εκπομπής ($K \leq M$), ενώ μπορεί να επεκταθεί στην περίπτωση $K > M$ με την προϋπόθεση ότι χρησιμοποιούνται οι κατάλληλοι αλγόριθμοι επιλογής χρήστη. Παρόλο που είναι απλά και εύκολα στην εφαρμογή, αυτά τα συστήματα επιτυγχάνουν καλή απόδοση ειδικότερα εάν ο αριθμός των χρηστών είναι πολύ μεγάλος [36]. Ωστόσο, στην περίπτωση $N > 2$ η εφαρμογή τους θα ήταν ισοδύναμη με το να θεωρήσουμε τις πολλαπλές κεραίες λήψης της κάθε απομακρυσμένης συσκευής ως μεμονωμένους χρήστες, οι οποίοι δεν συνεργάζονται μεταξύ τους. Αν και έχουμε το πλεονέκτημα ότι μας οδηγεί σε απλές αρχιτεκτονικές δέκτη, αυτή η τεχνική δεν μας επιτρέπει να εκμεταλλευτούμε τα πιθανά οφέλη των πολλαπλών κεραιών λήψης ώστε να τα χρησιμοποιήσουμε στην επεξεργασία ανίχνευσης δεδομένων. Μία προσέγγιση η οποία θα μας βοηθήσει να ξεπεράσουμε το συγκεκριμένο πρόβλημα, αντιπροσωπεύεται από το σύστημα block διαγωνοποίησης και εξαναγκασμένου μηδενισμού το οποίο προτείνεται ανεξάρτητα από τον Haardt και τους υπόλοιπους [49] καθώς και από τον Chui και τον Murch [50]. Αυτό είναι ουσιαστικά βασισμένο στην ιδέα της πλήρους αφαίρεσης της παρεμβολής πολλαπλών χρηστών στον πομπό, αφήνοντας παράλληλα τον κάθε δέκτη να περιορίσει την παρεμβολή

που υπάρχει μεταξύ των ρών δεδομένων του. Για να προχωρήσουμε περαιτέρω, υποθέτουμε ότι έχουμε ένα δεδομένο σύνολο χρηστών $A \subseteq \{1, 2, \dots, K\}$ με πληθικότητα $|A|$ η οποία είναι ενεργή και ότι το σήμα \mathbf{s} του (6.6) παίρνει την παρακάτω γενική μορφή :

$$\mathbf{s} = \sum_{k=1}^{|A|} W_k \mathbf{u}_k, \quad (6.57)$$

όπου $W_k \in \mathbb{C}^{M \times N}$ είναι ο πίνακας προσανατολισμένης εκπομπής (beamforming matrix) ο οποίος συσχετίζεται με την k -οστή ροή δεδομένων $\mathbf{u}_k \in \mathbb{C}^{N \times 1}$.

6.5.2.1 Single – Antenna δέκτες

Συμβολίζουμε με $\mathbf{h}_k \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ το διάνυσμα που συλλέγει τους συντελεστές καναλιού μεταξύ της διάταξης του σταθμού βάσης και της κεραίας λήψης στο k -οστό κινητό τερματικό, έτσι ώστε το H να μπορεί να γραφτεί ως $H = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_{|A|}]^T$. Ομοίως, συμβολίζουμε με $\mathbf{w}_k \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ το k -οστό διάνυσμα προσανατολισμένης εκπομπής το οποίο συνδέεται με το k -οστό σύμβολο δεδομένων \mathbf{u}_k . Αντικαθιστώντας το (6.57) στο (6.6) προκύπτει το εξής :

$$\mathbf{r} = H \sum_{k=1}^{|A|} \mathbf{w}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{z} \quad (6.58)$$

ή ισοδύναμα θέτοντας $W = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_{|A|}]$ και $\mathbf{u} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{|A|}]^T$,

$$\mathbf{r} = H W \mathbf{u} + \mathbf{z}. \quad (6.59)$$

Όπως αναφέραμε και πριν, η τεχνική του εξαναγκασμένου μηδενισμού και της γραμμικής προσανατολισμένης εκπομπής έχει σαν στόχο την πλήρη εξάλειψη της παρεμβολής σε όλα τα κινητά τερματικά. Ας υποθέσουμε ότι επιθυμούμε $|A| \leq M$. Τότε, με την βοήθεια του (6.59) αυτό επιτυγχάνεται πολύ εύκολα, απλά και μόνο θέτοντας το W να είναι ίσο με την Moore - Penrose ψευδοαντιστροφή του πίνακα καναλιού H , δηλαδή :

$$W = H^H (H H^H)^{-1}. \quad (6.60)$$

Με αυτό τον τρόπο, το λαμβανόμενο σήμα στο k -οστό κινητό τερματικό μειώνεται παίρνοντας την παρακάτω μορφή :

$$r_k = u_k + z_k, \quad k = 1, 2, \dots, |A|, \quad (6.61)$$

από το οποίο προκύπτει ότι το σύστημα πολλαπλών χρηστών, χωρίζεται (απόζευξη) σε ένα σύνολο $|A|$ Gaussian ζεύξεων ενός χρήστη. Ο συνολικός ρυθμός του συστήματος, δίδεται από την παρακάτω σχέση :

$$R_{ZF-LB} = \sum_{k=1}^{|A|} \log(1 + \lambda_k), \quad (6.62)$$

όπου $\lambda_k = E\{|u_k|^2\}$ είναι η ισχύς που κατανέμεται στον k -οστό χρήστη. Όταν ο στόχος μας είναι η μεγιστοποίηση του R_{ZF-LB} , τότε η στρατηγική για βέλτιστη κατανομή ισχύος επιτυγχάνεται με την βοήθεια του water - filling αλγόριθμου. Αυτό μας αποδίδει το εξής [5] :

$$\lambda_k = [\mu \gamma_k - 1]_+, \quad (6.63)$$

όπου γ_k , αντιπροσωπεύει το ενεργό κέρδος καναλιού στο k -οστό κινητό τερματικό :

$$\gamma_k = \frac{1}{[(H^H H)^{-1}]_{k,k}}, \quad (6.64)$$

ενώ το μ υπολογίζεται ως η λύση της παρακάτω εξίσωσης :

$$\sum_{k=1}^{|A|} \left[\mu - \frac{1}{\gamma_k} \right]_+ = p. \quad (6.65)$$

Βάση λογικής, διαφορετικές επιλογές A συνόλων οδηγούν σε διαφορετικές τιμές του R_{ZF-LB} του (6.62), έτσι ώστε ο μέγιστος επιτευκτός ρυθμός του συστήματος επιτυγχάνεται λαμβάνοντας υπόψη όλα τα πιθανά σύνολα $|A| \subseteq \{1, 2, \dots, K\}$ της πληθικότητας $|A| \leq M$, δηλαδή

$$R_{ZF-LB}^{\max} = \max_{A \subset \{1, 2, \dots, K\}, |A| \leq M} R_{ZF-LB}. \quad (6.66)$$

Τα αναλυτικά και αριθμητικά αποτελέσματα, μας δείχνουν ότι η χαμηλή πολυπλοκότητα του εξαναγκασμένου μηδενισμού και της γραμμικής προσανατολισμένης εκπομπής σχετίζεται με μία μη αμελητέα απώλεια όσο αφορά τον συνολικό ρυθμό, σε σχέση με την D.P.C τεχνική ειδικά όταν έχουμε $K \leq M$ [27]. Ο κύριος λόγος αυτής της ποινής είναι ουσιαστικά λόγω της επίδρασης power - boosting, η οποία εμφανίζεται στον υπολογισμό της ψευδοαντιστροφής σε όλους τους πίνακες δυσμενούς συνθήκης καναλιού. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα υψηλή κατανάλωση ισχύος, κάτι το οποίο μειώνει

αναπόφευκτα τα S.N.R σε όλα τα κινητά τερματικά, προκαλώντας επίσης και υποβάθμιση στην απόδοση του συστήματος. Ένας πιθανός τρόπος ώστε να ξεπεράσουμε το πρόβλημα αυτό, αντιπροσωπεύεται από το σύστημα που προτείνει ανεξάρτητα ο Peel και οι υπόλοιποι [51], καθώς και ο Joham και οι υπόλοιποι [52]. Το σύστημα αυτό είναι γνωστό ως εκπομπή με φιλτράρισμα Wiener και βασίζεται στην ελαχιστοποίηση του συνολικού μέσου τετραγωνικού σφάλματος σε όλα τα κινητά τερματικά. Ένας εναλλακτικός τρόπος ώστε να βελτιωθεί η απόδοση του εξαναγκασμένου μηδενισμού και της γραμμικής προσανατολισμένης εκπομπής, είναι να εκμεταλλευτούμε την ποικιλομορφία των πολλαπλών χρηστών. Αυτό μπορεί να γίνει στις εφαρμογές όπου έχουμε $K \gg M$. Ωστόσο, σε αυτές τις περιπτώσεις ο υπολογισμός της λύσης του (6.66) γίνεται απαγορευτικός ακόμα και αν έχουμε ένα πολύ μικρό αριθμό χρηστών. Για να ξεπεράσουμε αυτό το πρόβλημα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον ψευδοτυχαίο αλγόριθμο επιλογής που αναφέρεται στο [27], αλλά τα αναλυτικά αποτελέσματα καθώς και τα αποτελέσματα προσομοίωσης μας δείχνουν ότι αυτός ο αλγόριθμος δεν παρέχει κανένα κέρδος σε ένα Rayleigh κανάλι διάλειψης το οποίο είναι ανεξάρτητο και με ομοιόμορφη κατανομή. Μία άλλη υποβέλτιστη προσέγγιση, παρουσιάζεται από τον Viswanath και τους υπόλοιπους [53], οι οποίοι μας προτείνουν να επιλέξουμε ένα σύνολο $\bar{K} \leq K$ χρηστών οι οποίοι θα έχουν το υψηλότερο SINR και έπειτα να εκτελέσουμε μία διεξοδική αναζήτηση σε αυτό το μικρότερο σύνολο, έτσι ώστε να βρούμε και να επιλέξουμε τους καλύτερους M χρήστες. Τα αριθμητικά αποτελέσματα μας δείχνουν ότι, ο συνολικός ρυθμός αυτού του συστήματος είναι πολύ κοντά με την χωρητικότητα του D.P.C, καθώς το \bar{K} προσεγγίζει το K . Επίσης, μπορεί να προκύψουν κάποια εναλλακτικά συστήματα χρησιμοποιώντας στρατηγικές “άπληστης” επιλογής χρηστών, όπου το βέλτιστο σύνολο υπολογίζεται σταδιακά για ένα χρήστη κάθε φορά, σύμφωνα με κάποιο κριτήριο βελτιστοποίησης. Μεταξύ τους, ένα εφικτό σύστημα είναι ο αλγόριθμος ο οποίος αναφέρεται από τον Dimic και τον Sidiropoulos [54], ο οποίος λειτουργεί ως εξής :

Άπληστος αλγόριθμος εξαναγκασμένου μηδενισμού και προσανατολισμένης εκπομπής (G.Z.F - L.B Algorithm)

1) Αρχικοποίηση :

(a) Θέτω $n=1$ και βρίσκω ένα χρήστη k_1 έτσι ώστε

$$k_1 = \arg \max_{i \in \{1, 2, \dots, K\}} \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i.$$

(b) Θέτω $A_1 = \{k_1\}$ και συμβολίζω τον επιτευκτό ρυθμό με $R_{ZF-LB}^{\max}(A_1)$.

2) Έστω $k < K$:

(a) Βρίσκουμε ένα χρήστη k_n έτσι ώστε

$$k_n = \arg \max_{i \in \{1, 2, \dots, K\} \setminus A_{n-1}} R_{ZF-LB}^{\max}(A_{n-1} \cup \{i\}).$$

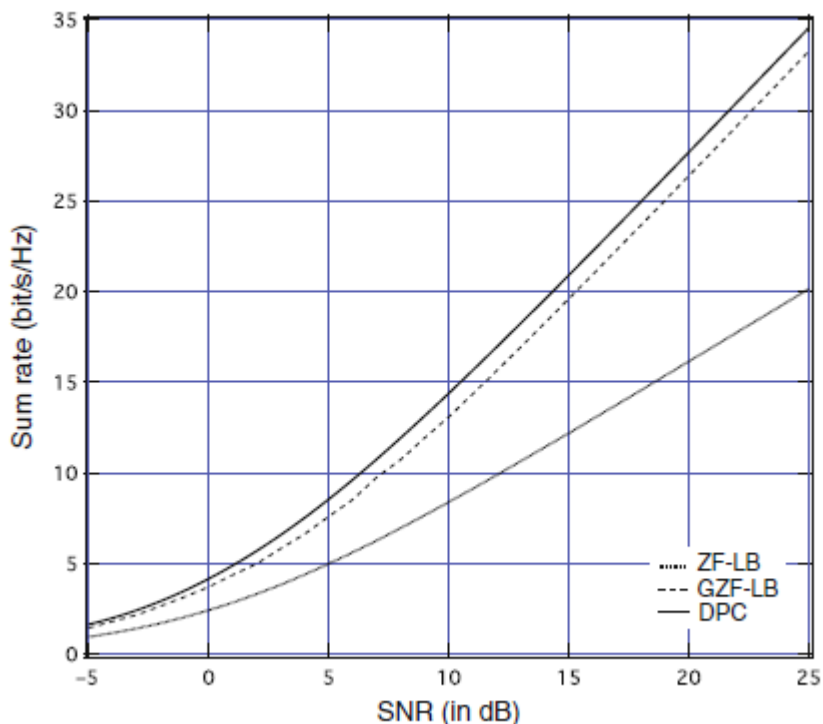
(b) Θέτω $A_n = A_{n-1} \cup \{k_n\}$ και συμβολίζω τον εφικτό ρυθμό με $R_{ZF-LB}^{\max}(A_n)$.

(c) Εάν $R_{ZF-LB}^{\max}(A_n) < R_{ZF-LB}^{\max}(A_{n-1})$ τότε σταματάμε και μειώνουμε το n κατά 1.

3) Υπολογίζω τον πίνακα προσανατολισμένης εκπομπής W που αντιστοιχεί στο επιλεγμένο σύνολο.

4) Κατανέμουμε την εκπεμπόμενη ισχύ σύμφωνα με το (6.63) – (6.65)

Το σχήμα 6.3, απεικονίζει τον επιτευκτό συνολικό ρυθμό του G.Z.F-L.B αλγόριθμου σε σχέση με το S.N.R, για $K = 16$ και $M = 4$. Οι συγκρίσεις γίνονται ανάμεσα στο D.P.C και το Z.F-L.B με ψευδοτυχαία επιλογή. Όπως βλέπουμε, το G.Z.F - L.B επιτυγχάνει άριστα αποτελέσματα ακόμα και για έναν σχετικά μικρό αριθμό χρηστών. Επιπλέον, η πολυπλοκότητα του είναι της τάξεως του $O(K M^3)$, οδηγώντας μας έτσι σε μία σημαντική υπολογιστική εξοικονόμηση όσο αφορά την εφαρμογή brute - force (γνωστή και ως “ωμή βία”). Μια άλλη προσπάθεια για να βελτιωθεί η αποτελεσματικότητα του ZF-LB για $K \gg M$, αντιπροσωπεύεται από το σύστημα το οποίο αναφέρεται από τον Yoo και τον Goldsmith στο [55]. Σε αυτό το σύστημα, το ZF-LB συνδυάζεται με ένα αλγόριθμο επιλογής χρήστη και λειτουργεί με βάση τις διαδοχικές προβολές. Στην συνέχεια, επιλέγει το σύνολο των ενεργών χρηστών σύμφωνα με την αρχή της ημι-ορθογωνιότητας. Εν συντομία, ανάμεσα σε όλους τους πιθανούς χρήστες επιλέγει ως ενεργούς μόνο εκείνους οι οποίοι είναι σχεδόν ορθογώνιοι ο ένας με τον άλλον. Η ίδια τεχνική, χρησιμοποιείται από τον Viswanathan και τον Kumaran [56]. Τα αναλυτικά αποτελέσματα μας δείχνουν ότι η προτεινόμενη προσέγγιση παρόλο που είναι υποβέλτιστη, επιτυγχάνει τον ίδιο ασυμπτωτικό συνολικό ρυθμό του D.P.C (το οποίο δίδεται στο (6.56), καθώς ο αριθμός των χρηστών τείνει στο άπειρο.



Σχήμα 6.3. Συνολικός ρυθμός του G.Z.F - L.B σε σχέση με το S.N.R, για $K = 16$ και $M = 4$.

Έτσι, ακόμα μια απλή στρατηγική με ευρετικούς αλγόριθμους επιλογής όπως η Z.F - L.B γίνεται ασυμπτωματικά βέλτιστη από άποψη συνολικού ρυθμού, όταν το K είναι σχετικά μεγάλο. Ο λόγος οφείλεται στο γεγονός ότι, σε αυτές τις περιπτώσεις υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να βρούμε ένα σύνολο από ορθογώνιους χρήστες. Στην συνέχεια, υπολογίζοντας την ψευδοαντιστροφή του πίνακα καναλιού, έχουμε απλώς μία λειτουργία περιστροφής, χωρίς καμία αύξηση στην ισχύ εκπομπής. Τα αριθμητικά αποτελέσματα μας δείχνουν ότι μπορούμε να επιτύχουμε ικανοποιητική απόδοση για $K < 100$.

6.5.2.2 Multiple - Antenna δέκτες

Ξεκινάμε με την αντικατάσταση του (6.57) στο (6.4) έτσι ώστε να λάβουμε το εξής :

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{W}_k \mathbf{u}_k + \sum_{i=1, i \neq k}^{|\mathcal{A}|} \mathbf{H}_k \mathbf{W}_i \mathbf{u}_i + \mathbf{z}_k \quad (6.67)$$

από το παραπάνω προκύπτει ότι το $\mathbf{H}_k \mathbf{W}_i \mathbf{u}_i$ είναι η παρεμβολή που προκαλείτε στον k -οστό δέκτη, από το σήμα το οποίο μεταδίδεται από τον σταθμό βάσης στον χρήστη i . Επομένως, η πλήρης εξάλειψη της παρεμβολής σε όλα τα άλλα κινητά τερματικά, συνεπάγει το εξής :

$$\mathbf{H}_k \mathbf{W}_i = \mathbf{0}_N \quad \text{for } k \neq i, \quad (6.68)$$

το οποίο είναι ισοδύναμο με το να πούμε ότι το \mathbf{W}_i πρέπει να περιοριστεί στον μηδενικό χώρο του ακόλουθου $N(|\mathcal{A}| - 1) \times M$ πίνακα :

$$\tilde{\mathbf{H}}_i = [\mathbf{H}_1^T, \dots, \mathbf{H}_{i-1}^T, \mathbf{H}_{i+1}^T, \dots, \mathbf{H}_{|\mathcal{A}|}^T]^T. \quad (6.69)$$

Όπως αναφέρθηκε και στο [49,50], αυτό μπορεί να επιτευχθεί θέτοντας $\mathbf{W}_i = \tilde{\mathbf{V}}'_i$ και όπου $\tilde{\mathbf{V}}'_i$ λαμβάνεται μέσω της μεθόδου ανάλυσης ιδιοτιμών (S.V.D - Singular Value Decomposition) του $\tilde{\mathbf{H}}_i$. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο ίδιος στόχος μπορεί να επιτευχθεί με χαμηλότερη πολυπλοκότητα χρησιμοποιώντας μία προσεγγιστική αποσύνθεση βασισμένη στην QR, όπως μας αναφέρουν ο Chen και οι υπόλοιποι [57]. Στην συνέχεια, καταφεύγουμε στο S.V.D από το οποίο προκύπτει το εξής :

$$\tilde{\mathbf{H}}_i = [\tilde{\mathbf{U}}_i \tilde{\mathbf{U}}'_i] \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} [\tilde{\mathbf{V}}_i \tilde{\mathbf{V}}'_i]^H, \quad (6.70)$$

όπου $\tilde{\mathbf{V}}'_i$ αποτελείτε από τα δεξιά ιδιάζοντα διανύσματα τα οποία συνδέονται με τις $M - N(|\mathcal{A}| - 1)$ μηδενικές ιδιάζουσες τιμές του $\tilde{\mathbf{H}}_i$. Αντικαθιστώντας το \mathbf{W}_i με το $\tilde{\mathbf{V}}'_i$ στο (6.67) προκύπτει το εξής :

$$\mathbf{r}_k = \tilde{\mathbf{H}}'_k \mathbf{u}_k + \mathbf{z}_k \quad \text{for } k = 1, 2, \dots, |\mathcal{A}|, \quad (6.71)$$

όπου ορίσαμε $\tilde{\mathbf{H}}'_k = \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{V}}'_k$. Από την παραπάνω εξίσωση, μπορούμε να δούμε ότι η παρεμβολή πολλαπλών χρηστών έχει αφαιρεθεί τελείως σε κάθε κινητό τερματικό. Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι η προϋπόθεση ώστε να υπάρξει μια τέτοια λύση είναι η εξής : ο αριθμός $M - N(|\mathcal{A}| - 1)$ των μη μηδενικών ιδιαζουσών τιμών, πρέπει να είναι μεγαλύτερος του N . Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα $M \geq N|\mathcal{A}|$.

Θέτω $\tilde{\mathbf{H}}' = \text{diag}\{\tilde{\mathbf{H}}'_1, \tilde{\mathbf{H}}'_2, \dots, \tilde{\mathbf{H}}'_{|A|}\}$. Στην συνέχεια, ο μέγιστος συνολικός ρυθμός με βάση τον περιορισμό του BD, μπορεί να υπολογιστεί ως εξής :

$$R_{BD-ZF} = \max_{\{\mathbf{S} \geq 0, \text{tr}(\mathbf{S}) \leq p\}} \log \left| \mathbf{I}_N + \tilde{\mathbf{H}}' \mathbf{S} \tilde{\mathbf{H}}'^H \right| \quad (6.72)$$

από το παραπάνω προκύπτει ότι, το βέλτιστο \mathbf{S} μπορεί να υπολογιστεί με την βοήθεια του water-filling αλγορίθμου, καθώς και με την βοήθεια του αποτελεσματικού block-διαγώνιου πίνακα καναλιού $\tilde{\mathbf{H}}'$ [13]. Ομοίως με το ZF-LB, έτσι και το R_{BD-ZF}^{\max} επιτυγχάνει μεγιστοποίηση σε όλα τα πιθανά σύνολα του A που ικανοποιούν το $N|A| \leq M$, δηλαδή,

$$R_{BD-ZF}^{\max} = \max_{A \subset \{1, 2, \dots, K\}, N|A| \leq M} R_{BD-ZF}. \quad (6.73)$$

Όπως παρατηρήσαμε και από το ZF-LB, μία brute-force αναζήτηση του συνόλου βέλτιστων χρηστών είναι απαγορευτική καθώς έχει συνδυαστική πολυπλοκότητα. Για να μειωθεί αυτή η πολυπλοκότητα, δύο υποβέλτιστοι άπληστοι αλγόριθμοι (greedy algorithms) έχουν προταθεί από τον Shen και τους υπόλοιπους [58]. Ο πρώτος επιλέγει τον χρήστη με τον υψηλότερο συνολικό ρυθμό και στην συνέχεια επιλέγει από αυτούς που έχουν παραμείνει, εκείνον ο οποίος παρέχει την μεγαλύτερη αύξηση του συνολικού ρυθμού στους χρήστες που έχουν επιλεγεί ήδη. Ο αλγόριθμος ολοκληρώνεται όταν έχουν ληφθεί $|A| = M/N$ χρήστες ή όταν ο συνολικός ρυθμός αρχίζει και μειώνεται στην περίπτωση που έχουν επιλεγεί παραπάνω χρήστες. Παρόλο που είναι λογική, μία τέτοια λύση είναι υπολογιστικά πολύ απαιτητική καθώς απαιτεί τον υπολογισμό του S.V.D σε κάθε επανάληψη, προκειμένου να αξιολογηθεί ο συνολικός ρυθμός του κάθε πιθανού χρήστη. Η δεύτερη προσέγγιση έχει μικρότερη πολυπλοκότητα, καθώς βασίζεται στην μεγιστοποίηση της νόρμας του Frobenius (Frobenius norm), η οποία ισχύει για ένα κανάλι το οποίο είναι αποτελεσματικό. Η λογική που υπάρχει πίσω από αυτό το σύστημα, είναι ότι ο συνολικός ρυθμός είναι στενά συνδεδεμένος με τις ιδιοτιμές του αποτελεσματικού καναλιού, του οποίου το άθροισμα είναι ακριβώς η νόρμα του Frobenius. Τα αριθμητικά αποτελέσματα μας δείχνουν ότι και οι δύο αλγόριθμοι επιτυγχάνουν περίπου 95% του συνολικού ρυθμού της λύση η οποία λαμβάνεται μέσω της πλήρης αναζήτησης, ακόμα και αν οι πολυπλοκότητες τους αυξάνονται μόνο γραμμικά με το K αντί εκθετικά όπως γίνεται στην βέλτιστη λύση. Ωστόσο, και οι δύο αλγόριθμοι υφίστανται μια μη αμελητέα απώλεια όσο αφορά το D.P.C.

6.6 Συστήματα περιορισμένης ανάδρασης

Ένα από τα κύρια μειονεκτήματα των παραπάνω συστημάτων μετάδοσης είναι ότι απαιτούν τέλειο C.S.I στον πομπό. Στην παράγραφο 6.4, αναφέραμε το πώς αυτή η πληροφορία μπορεί να επιτευχθεί στα συστήματα ανοιχτού και κλειστού βρόγχου. Επίσης, τονίσαμε τον μεγάλο αριθμό τεχνικών δυσκολιών που προκύπτουν σε τέτοια συστήματα. Όλα αυτά έχουν τραβήξει το ενδιαφέρον γύρω από την ανάπτυξη διαφορετικών λύσεων, με τις οποίες μπορεί να επιτύχουμε τα πιθανά κέρδη των MIMO GBC's χρησιμοποιώντας μια μικρή ποσότητα πληροφορίας. Τα συστήματα αυτά αναφέρονται συνήθως ως συστήματα περιορισμένης ανάδρασης ή ως συστήματα ανάδρασης πεπερασμένου ρυθμού [59]. Παρόλο που αυτό το θέμα είναι ακόμα ανοιχτό, έχουν προταθεί κάποιες πολύ ενδιαφέρουσες λύσεις (δείτε για παράδειγμα το διδακτικό paper του Love και των υπολοίπων [60], καθώς και την αντίστοιχη ειδική έκδοση [61] έτσι ώστε να έχετε μία πλήρη λίστα από αναφορές).

6.6.1 Κβαντοποίηση καναλιού (Channel Quantization)

Η πιο απλή προσέγγιση ώστε να περιορίσουμε τις πληροφορίες ανάδρασης, βασίζεται στην αποτελεσματική κβαντοποίηση του καναλιού πριν την μετάδοση. Στα συστήματα με πεπερασμένο αριθμό χρηστών (της τάξεως του M), μία καλά μελετημένη προσέγγιση βασίζεται στην ανατροφοδότηση μόνο των κατευθύνσεων των διανυσμάτων του εκτιμώμενου καναλιού. Επίσης, σε αυτή την περίπτωση δεν μεταφέρεται καμία πληροφορία στον πομπό σχετικά με τα μεγέθη του καναλιού. Η λογική πίσω από αυτήν την προσέγγιση είναι ότι τα μεγέθη του καναλιού παίζουν βασικό ρόλο, όταν το K είναι πολύ μεγαλύτερο από το M . Στην πραγματικότητα, μόνο σε αυτήν την περίπτωση μπορούν να χρησιμοποιηθούν από ένα αλγόριθμο επιλογής χρήστη έτσι ώστε να εκμεταλλευτούν την πολυμορφία των πολλαπλών χρηστών του συστήματος. Για να δούμε λίγο καλύτερα αυτή την στρατηγική, παρακάτω θα δούμε τις βασικές ιδέες για το σενάριο όπου έχουμε μία κεραία λήψης. Ο k -οστός γενικός χρήστης ($k = 1, 2, \dots, K$) υπολογίζει μια εκτίμηση \tilde{h}_k του h_k και κβαντίζει την αντίστοιχη κατεύθυνση $\tilde{h}_k / \|\tilde{h}_k\|$ στο διάνυσμα κβαντοποίησης καναλιού \hat{h}_k . Το διάνυσμα αυτό, επιλέγεται από ένα codebook J_k και είναι διαφορετικό για κάθε χρήστη. Επίσης, αποτελείται από $J = 2^B$ μοναδιαία

διανύσματα, δηλαδή $J_k = \{f_{k,1}, f_{k,2}, \dots, f_{k,J}\}$ με $\|f_{k,i}\| = 1$. Όπως και στην περίπτωση όπου είχαμε ένα μόνο χρήστη (single-user case), έτσι και εδώ το k -οστό κινητό τερματικό υπολογίζει το \hat{h}_k ως εξής :

$$\hat{h}_k = f_{k,n}, \quad (6.74)$$

ο δείκτης n επιλέγεται σύμφωνα με το κριτήριο ελάχιστης απόστασης

$$n = \arg \max_{i=1,2,\dots,J} \left| \hat{h}_k^H f_{k,i} \right|. \quad (6.75)$$

Δεδομένου ότι το codebook μπορεί να σχεδιαστεί με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να είναι off-line και γνωστό στον πομπό και τον δέκτη, ο κάθε χρήστης πρέπει να στείλει πίσω στον πομπό μόνο τον επιλεγμένο δείκτη n . Αυτό σημαίνει ότι, ο συνολικός αριθμός των bits ανάδρασης δίδεται από το B . Στις εφαρμογές όπου έχουμε ένα μόνο χρήστη με πολλαπλές κεραίες εκπομπής και λήψης, έχει αποδειχθεί ότι εάν επιλέξουμε το B να είναι ίσο με τον αριθμό των κεραίων εκπομπής, τότε αυτό είναι αρκετό ώστε να επιτύχουμε σχεδόν την ίδια απόδοση με αυτή ενός συστήματος το οποίο λειτουργεί έχοντας άριστη γνώση της κατάστασης καναλιού στον πομπό. Ένα διαφορετικό αποτέλεσμα έχει βρεθεί από τον Jindal και τους υπόλοιπους [62] για μία διάταξη πολλαπλών χρηστών στην οποία το K είναι ίσο με το M και τα J διανύσματα κβαντοποίησης επιλέγονται από την ισοτροπική κατανομή στην M -διάστατη μοναδιαία σφαίρα. Πιο συγκεκριμένα, ο συγγραφέας θέλει να μας δείξει ότι σε μία τέτοια περίπτωση ο συνολικός ρυθμός του ZF-LB κλιμακώνεται βέλτιστα μόνο όταν ο αριθμός των bits ανάδρασης ανά χρήστη αυξάνεται γραμμικά με τον αριθμό των κεραίων εκπομπής καθώς και με το S.N.R (σε dB), δηλαδή,

$$B \approx \rho (M - 1) \log \text{SNR}, \quad (6.76)$$

όπου $\rho \geq 1$ είναι μια παράμετρος του σχεδιασμού. Το παραπάνω αποτέλεσμα οφείλεται στο γεγονός ότι σε ένα περιβάλλον πολλών χρηστών (σε αντίθεση με την περίπτωση που έχουμε ένα μόνο χρήστη), κάθε ασυμφωνία του C.S.I στον πομπό έχει ως αποτέλεσμα όχι μόνο την μείωση του λαμβανόμενου SNR στα κινητά τερματικά αλλά και την αύξηση της παρεμβολής πολλαπλής πρόσβασης δεδομένου ότι το ZF δεν ισχύει πλέον. Στην περίπτωση που έχουμε υψηλό SNR, αυτή η επίδραση είναι πολύ πιο επιβλαβής από την μείωση της επιθυμητής ισχύς του σήματος (όπως συμβαίνει στην περίπτωση που έχουμε ένα μόνο χρήστη). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να χρειαζόμαστε ένα πολύ μεγαλύτερο αριθμό από bits. Ένας πιθανός τρόπος ώστε να ξεπεράσουμε αυτό το πρόβλημα αναφέρεται στο [63], όπου κάθε χρήστης

στέλνει πίσω στον πομπό όχι μόνο τις κατευθύνσεις των διανυσμάτων του εκτιμώμενου καναλιού αλλά στέλνει επίσης και έναν μη κβαντισμένο δείκτη ποιότητας καναλιού (C.Q.I - Channel Quality Indicator) ο οποίος βασίζεται στο S.I.N.R. Στην συνέχεια αυτό χρησιμοποιείται στον σταθμό βάσης για να την επιλογή χρηστών, έτσι ώστε να αξιοποιηθεί η πολυμορφία των πολλαπλών χρηστών. Το παραπάνω έχει ως αποτέλεσμα την ουσιαστική βελτίωση της απόδοσης του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, αποδεικνύεται ότι ο αριθμός των bit ανάδρασης που απαιτείτε έτσι ώστε να επιτύχουμε την ίδια ασυμπτωτική απόδοση με αυτή ενός συστήματος με τέλειο CSI, μπορεί να υπολογιστεί ως εξής :

$$B \approx \rho (M - 1) \log \text{SNR} + \log K \quad (6.77)$$

από το παραπάνω προκύπτει ότι, για δεδομένη τιμή του S.N.R ο αριθμός των bit μειώνεται αρκετά καθώς αυξάνεται ο αριθμός των K χρηστών.

6.6.2 Τυχαίο beamforming

Κάποιες εναλλακτικές λύσεις βασίζονται στην τεχνική του τυχαίου beamforming (R.B.F - Random Beam Forming). Αρχικά, αυτή η τεχνική αναφέρθηκε στο [17] για το σενάριο όπου έχουμε ένα μόνο χρήστη και αργότερα επεκτάθηκε στο [64] για την περίπτωση όπου έχουμε πολλούς χρήστες. Η βασική ιδέα πίσω από αυτή την λύση, είναι η επεξεργασία των ροών δεδομένων των χρηστών με την βοήθεια M ορθοκανονικών beamforming διανυσμάτων, τα οποία δημιουργούνται τυχαία κάθε χρονική στιγμή μετάδοσης σύμφωνα με μία ιστροπική κατανομή. Στα απομακρυσμένα τερματικά, κάθε κεραία λήψης ενεργεί σαν ένας ενεργός χρήστης (υποτίθεται ότι δεν έχουμε καμία συνεργασία) ο οποίος μετράει τα λαμβανόμενα SINR που αντιστοιχούν σε όλα τα M beamforming διανύσματα μετάδοσης (αυτό μπορεί να επιτευχθεί πολύ εύκολα με την βοήθεια μιας κατάλληλα σχεδιασμένης φάσης εκμάθησης). Μόλις ληφθούν όλες αυτές οι εκτιμήσεις, κάθε ενεργός χρήστης επιλέγει και μεταβιβάζει πίσω στον πομπό το μέγιστο SINR του μαζί με τον αντίστοιχο beamforming δείκτη. Έπειτα, αυτή η πληροφορία χρησιμοποιείται στον σταθμό βάσης έτσι ώστε να αποφασίσει σύμφωνα με το κριτήριο του μέγιστου συνολικού ρυθμού για το ποιο σύνολο ενεργών χρηστών πρέπει να εξυπηρετηθεί ή όχι. Παραδόξως, όταν ο αριθμός χρηστών είναι σχετικά μεγάλος τότε αυτά τα συστήματα φασματικής-απόδοσης (μόνο μία πραγματική παράμετρος και μόνο ένας ακέραιος αριθμός

για κάθε ενεργό χρήστη) είναι ασυμπτωματικά βέλτιστα, καθώς ο συνολικός ρυθμός του συστήματος κλιμακώνεται όπως το $M \log \log K$. Αυτό είναι πιθανό λόγω της πολυμορφίας των πολλαπλών χρηστών, η οποία επιτρέπει ακόμα και σε ένα τυχαίο beamforming διάνυσμα να είναι στενά συνδεδεμένο με ορισμένους χρήστες. Στο [65], επιτυγχάνεται μία περαιτέρω μείωση της πληροφορίας ανάδρασης χρησιμοποιώντας τυχαίο beamforming σε συνδυασμό με ένα αλγόριθμο επιλογής κεραιάς λήψης και με μια αποδοτική τεχνική κβαντοποίησης του SINR. Τα αριθμητικά αποτελέσματα μας δείχνουν ότι και οι δύο παραπάνω λύσεις λειτουργούν σωστά, όταν το K είναι της τάξεως των εκατοντάδων. Ωστόσο, στις πρακτικές εφαρμογές το K μπορεί να είναι πολύ μικρότερο με αποτέλεσμα να έχουμε μία μεγάλη υποβάθμιση της απόδοσης του συστήματος μας. Στο [66,67], αναφέρονται μερικές πιθανές λύσεις ώστε να βελτιωθεί αυτό το πρόβλημα. Και τα δύο συστήματα βασίζονται στην ιδέα του να χρησιμοποιήσουμε τα SINR ανάδρασης όχι μόνο για να επιλέξουμε τους ενεργούς χρήστες, αλλά και για να κατανείμουμε δυναμικά την ισχύ εκπομπής μεταξύ των τυχαίων beamforming κατευθύνσεων. Με τον τρόπο αυτό, μπορεί να αποδοθεί μια μικρή ποσότητα ισχύος ή ακόμα και καθόλου ισχύς σε αυτές τις δέσμες, οι οποίες δεν ανήκουν σε κανένα κανάλι χρήστη.

6.6.3 Βελτιστοποίηση πομποδέκτη

Εκτός από τις προηγούμενες τεχνικές, υπάρχει μεγάλο ενδιαφέρον και για τις εναλλακτικές λύσεις οι οποίες ουσιαστικά βασίζονται στην κοινή βελτιστοποίηση των πομπών και των δεκτών [68] μέσω της χρήσης της περιορισμένης ανάδρασης και των ζεύξεων προώθησης (feedforward links). Δείτε για παράδειγμα τα [69,70]. Παρόλο που είναι ισχυρές, αυτές οι προσεγγίσεις συχνά οδηγούν είτε σε μια περίπλοκη επαναληπτική διαδικασία ή απαιτούν υπερβολική σπατάλη των πληροφοριών που ανταλλάσσονται.

6.7 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο μελετήσαμε διάφορες βασικές έννοιες, οι οποίες μας βοήθησαν να καταλάβουμε κάποια θέματα γύρω από την άνω και την κάτω ζεύξη ενός γενικού multi-user συστήματος κινητής επικοινωνίας, το οποίο λειτουργεί με πολλαπλές κεραιές τόσο στον σταθμό βάσης όσο και στα κινητά τερματικά. Το πρώτο μέρος αυτού του κεφαλαίου, εστίασε στον υπολογισμό της χωρητικότητας η οποία μας βοηθάει στον χαρακτηρισμό και στην περιγραφή τέτοιων συστημάτων. Για τον λόγο αυτό, μελετήσαμε διάφορες καταστάσεις λειτουργίας που ουσιαστικά αντιστοιχούν σε διαφορετικούς βαθμούς του C.S.I το οποίο είναι διαθέσιμο στον πομπό (ή πομπούς) και/ή στον δεκτή (ή δέκτες). Πιο συγκεκριμένα, έχει αποδειχθεί ότι στην άνω ζεύξη η χωρητικότητα είναι στις περισσότερες περιπτώσεις υπό έρευνα και είναι ένα καλά καθιερωμένο αποτέλεσμα του οποίου ο υπολογισμός μπορεί να διατυπωθεί ως ένα κυρτό πρόβλημα βελτιστοποίησης. Από την άλλη πλευρά, έχουμε επισημάνει ότι στην κάτω ζεύξη το πρόβλημα αυτό είναι ένα πολύ πιο δύσκολο έργο του οποίου η λύση υπολογίστηκε πρόσφατα χρησιμοποιώντας την αρχή της δυαδικότητας καθώς και την τεχνική D.P.C, αλλά μόνο για την περίπτωση όπου έχουμε τέλεια γνώση της κατάστασης καναλιού στον πομπό. Δυστυχώς, πολλά ενδιαφέροντα πράγματα είναι ακόμα άγνωστα. Με βάση τα θεωρητικά αποτελέσματα που παρέχονται, δείξαμε ότι στην κάτω ζεύξη το C.S.I στον πομπό παίζει βασικό ρόλο στην αξιοποίηση των κερδών των πολλαπλών κεραιών. Για τον λόγο αυτό, περιγράψαμε εν συντομία το πώς μπορεί να ληφθεί αυτή η πληροφορία χρησιμοποιώντας διάφορες τεχνικές λειτουργίας οι οποίες είναι κατάλληλες για συστήματα ανοιχτού αλλά και κλειστού βρόγχου. Το δεύτερο μέρος του κεφαλαίου, ασχολείται με την ανάλυση πρακτικών θεμάτων τα οποία σχετίζονται με την σχεδίαση αυτών των συστημάτων. Το μεγαλύτερο μέρος αυτής της ανάλυσης εστιάζει στην κάτω ζεύξη, καθώς η άνω ζεύξη έχει αποδειχθεί ότι είναι παρόμοια με κάποια άλλα καλά μελετημένα συστήματα επικοινωνιών. Μεταξύ των πολλών λύσεων, εστίασαμε σε δυο απλές γραμμικές beamforming τεχνικές εκπομπής οι οποίες βασίζονται στο κριτήριο εξαναγκασμένου μηδενισμού. Και οι δύο τεχνικές απαιτούν τέλειο C.S.I στον πομπό και παρουσιάζουν καλό συμβιβασμό μεταξύ της απόδοσης και της πολυπλοκότητας, ειδικά όταν ο αριθμός των χρηστών είναι πολύ μεγάλος. Τέλος, στο τελευταίο μέρος του κεφαλαίου μελετήσαμε εν συντομία το θέμα της περιορισμένης ανάδρασης, το οποίο είναι το κυρίως θέμα της πρόσφατης ερευνητικής δραστηριότητας. Πιο συγκεκριμένα, περιγράψαμε μερικές τεχνικές οι οποίες μας παρέχουν κάποια οφέλη σχεδόν ίδια με αυτά των συστημάτων τα οποία έχουν τέλειο C.S.I στον πομπό. Αυτό είναι ένα πολλά υποσχόμενο κομμάτι στην μελλοντική έρευνα.

Αναφορές

1. Biglieri, E., Proakis, J., and Shamai (Shitz), S. (1998) Fading channels: Information-theoretic and communications aspects. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44 (6) pp.2619–2692.
2. Ahslwede, R. (1971) Multi-way communication channels. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory (Tsahkadsor, Armenian S.S.R.)*, Budapest, Hungary: Akademiai Kiado, June, pp. 23–52.
3. Cover, T., (1972) Broadcast channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 18 (1) pp. 2–14.
4. Cover, T. M., and Thomas, J. A. (1991) *Elements of Information Theory*. New York: Wiley-Interscience.
5. Tse, D., and Viswanath, P. (2005) *Fundamentals of Wireless Communications*. Cambridge, UK: Cambridge University Press
6. Rimoldi, R., and Urbanke, R. (1996) A rate-splitting approach to the Gaussian multiple-access channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 46 (2) pp. 364–375.
7. Tse, D., and Hanly, S. V. (1998) Multiaccess fading channels – Part I : Polymatroid structure, optimal resource allocation and throughput capacities. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44 (7) pp. 2796–2815.
8. Boyd, S., and Vandenberghe, L. (2003) *Convex Optimization*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
9. Cheng, R., and Verdú, S. (1993) Gaussian multiaccess channels with ISI: Capacity region and multiuser water-filling. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 21 (5) pp. 684–702.
10. Vandenberghe, L., Boyd, S., and Wu, S. P. (1998) Determinant maximization with linear matrix inequality constraints. *SIAM Journal Matrix Analytical Applications*, vol. 19 (2) pp. 499–533.
11. Yu, W., Rhee, W., Boyd, S., and Cioffi, J.M. (2004) Iterative water-filling for Gaussian vector multiple-access channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50 (1) pp. 145–152.
12. Yu, W., Rhee, W., and Cioffi, J. M. (2001) Optimal power control in multiple-access fading channels with multiple antennas. In *Proceedings of IEEE International Conference on Communications, Helsinki, Finland, June 11–14*, pp. 575–579.

13. Telatar, E. (1999) Capacity of multi-antenna Gaussian channels. *European Transactions on Telecommunications*, vol. 10 (6) pp. 585–595.
14. Rhee, W., and Cioffi, J. M. (2003) On the capacity of multi-user wireless channels with multiple antennas. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49 (10) pp. 2580–2595.
15. Viswanath, P., Tse, D., and Anantharam, V. (2001) Asymptotically optimal water-filling in vector multiple-access channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47 (1) pp. 241–267.
16. Goldsmith, A., Jafar, S. A., Jindal, N., and Vishwanath, S. (2003) Capacity limits of MIMO channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 21 (5) pp. 684–702.
17. Viswanath, P., Tse, D., and Laroia, R. (2002) Opportunistic beamforming using dumb antennas. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 48 (6) pp. 1277–1294.
18. Foschini, G. J. and Gans, M. J. (1998) On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas. *Wireless Personal Communications*, vol. 6 (2) pp. 331–320.
19. Marton, K. (1979) A coding theorem for the discrete memoryless broadcast channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 23 (3) pp. 306–311.
20. Bergman, P. (1973) Random coding theorem for broadcast channels with degraded components. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 19 (3), pp. 197–207.
21. Weingarten, H., Steinberg, Y., and Shamai (Shitz), S. (2006) The capacity region of the Gaussian multiple-input multiple-output broadcast channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50 (9) pp. 3936–3964.
22. Costa, M. (1983) Writing on dirty paper. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 29 (3) pp. 439–441.
23. Yu, W., Sutivong, A., Julian, D., Cover, T. M., and Chiang, M. (2001) Writing on colored paper. In *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*, Washington, DC, USA, June 24–29, pp. 302–311.
24. Jindal, N., Vishwanath, S., and Goldsmith, A. (2004) On the duality of Gaussian multipleaccess and broadcast channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50 (5) pp. 768–783.
25. Viswanath, P., and Tse, D. (2003) Sum capacity of the vector Gaussian channel and uplinkdownlink duality. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49 (8) pp. 1912–1921.

26. Vishwanath, S., Jindal, N., and Goldsmith, A. (2003) Duality, achievable rates and sum rate capacity of Gaussian MIMO broadcast channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49 (10) pp. 2658–2668.
27. Caire, G., and Shamai (Shitz), S. (2003) On the achievable throughput of a multiantenna Gaussian broadcast channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49 (7) pp. 1691–1706.
28. Sato, H. (1978) An outer bound on the capacity region of broadcast channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 24 (3) pp. 374–377.
29. Yu, W., and Cioffi, J. M. (2004) Sum capacity of the vector Gaussian channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50 (9) pp. 1875–1892.
30. Jindal, N., Rhee, W., Vishwanath, S., Jafar, S. A., and Goldsmith, A. (2005) Sum power iterative water-filling for multi-antenna Gaussian broadcast channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 51 (4) pp. 1570–1580.
31. Yu, W., and Rhee, W. (2006) Degrees of freedom in wireless multiuser spatial multiplex systems with multiple antennas. *IEEE Transactions on Communications*, vol. 54 (10) pp. 1747–1753.
32. Yu, W. (2006) Sum-capacity computation for the Gaussian vector broadcast channel via dual decomposition. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52 (2) pp. 754–759.
33. Amraoui, A., Kramer, G. and Shamai (Shitz), S. (2003) Coding for the MIMO broadcast channel. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory, Pacifico Yokohama, Kanagawa, Japan, June 29–July 4*, p. 296.
34. Jafar, S., and Goldsmith, A. (2004) Isotropic fading vector broadcast channels: The scalar upper bound and loss in degrees of freedom. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 51 (3) pp. 848–857.
35. Jindal, N., and Goldsmith, A. (2005) Dirty-paper coding versus TDMA for MIMO broadcast channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 51 (5) pp. 1783–1794.
36. Lee, J., and Jindal, N. (2007) High SNR Analysis for MIMO broadcast channels: Dirty paper coding versus linear precoding. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 53 (12) pp. 4787–4792.
37. Sharif, M., and Hassibi, B. (2007) A comparison of time-sharing, DPC, and beamforming for MIMO broadcast channels with many users. *IEEE Transactions on Communications*, vol. 55 (1) pp. 11–15.

- 38.** Knopp, R., and Humblet, P. A. (1995) Information capacity and power control in singlecell multi-user communications. In Proceedings of the IEEE International Conference on Communications, Seattle, WA, June, vol. 1, pp. 331–335.
- 39.** Tong, L., Sadler, B. M. and Dong, M. (2004) Pilot-assisted wireless transmissions. IEEE Signal Processing Magazine, vol. 21 (6) pp. 12–25.
- 40.** Bolcskei, H., Gesbert, D., Papadias, C. B., and Van Der Veen, A.-J. (2006) Space-Time Wireless Systems: From Array Processing to MIMO Communications, Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- 41.** Dias, A. R., Bateman, D., and Gosse, K. (2004) Impact of RF front-end impairments and mobility on channel reciprocity for closed-loop multiple antenna techniques. In Proceedings of the IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, Barcelona, Spain, September 05–08, vol. 2, pp. 1434–1438.
- 42.** Wang, X., and Poor, H. V. (2004) Wireless Communication Systems: Advanced Techniques for Signal Reception. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- 43.** Verdú, S. (1998) Multiuser Detection. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- 44.** Poor, H. V. (2004) Iterative multi-user detection. IEEE Signal Processing Magazine, vol. 21 (1) pp. 81–88.
- 45.** Foschini, G. J. (1996) Layered space-time architecture for wireless communications in fading environments when using multi-element antennas. Bell Labs Technical Journal, vol. 1 (2) pp. 41–59.
- 46.** Erez, U., and ten Brink, S. (2005) A close to capacity dirty paper coding scheme. IEEE Transactions on Information Theory, vol. 51 (10) pp. 3417–3432.
- 47.** Yu, W., Varodayan, D. P., and Cioffi, J. M. (2005) Trellis and convolutional precoding for transmitter-based interference pre-cancellation. IEEE Transactions on Information Theory, vol. 53 (7) pp. 1220–1230.
- 48.** Biglieri, E., Calderbank, R., Constantinides, A., Goldsmith, A., Paulraj, A., and Poor, H. V. (2007) MIMO Wireless Communications, Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- 49.** Spencer, Q. H., Swindlehurst, A. L. and Haardt, M. (2004) Zero-forcing methods for the downlink spatial multiplexing in multi-user MIMO channels. IEEE Transactions on Signal Processing, vol.52 (2) pp. 461–471.

- 50.** Choi, L., and Murch, R. D. (2004) A transmit preprocessing technique for multiuser MIMO systems using a decomposition approach. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 3 (1) pp. 20–24.
- 51.** Peel, C. B., Hochwald, B. M., and Swindlehurst, A. L. (2005) A vector perturbation technique for near capacity multiantenna multiuser communication – Part I: Channel inversion and regularization. *IEEE Transactions on Communications*, vol. 53 (1) pp. 195–202.
- 52.** Joham, M., Kusume, K., Gzara, M. H., and Utschick, W. (2004) Transmit Wiener filter for the downlink of TDD DS-SS-CDMA systems. In *Proceedings of the IEEE Symposium on Spread-Spectrum Technologies and Applications*, Lisbon, Portugal, September 15–18, pp. 9–13.
- 53.** Viswanathan, H., Venkatesan, S., and Huang, H. (2003) Downlink capacity evaluation of cellular networks with known-interference cancellation. *IEEE Journal on Selected Areas of Communications*, vol. 21 (6) pp. 802–811.
- 54.** Dimić, G., and Sidiropoulos, N. D. (2005) On downlink beamforming with greedy user selection: Performance analysis and a simple new algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53 (10) pp. 3857–3868.
- 55.** Yoo, T., and Goldsmith, A. (2006) On the optimality of multiantenna broadcast scheduling using zero-forcing beamforming. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 25 (7) pp. 1478–1491.
- 56.** Viswanathan, H., and Kumaran, K. (2001) Rate scheduling in multiple antenna downlink wireless systems. In *Proceedings of the Allerton Conference on Communications, Control and Computing*, Monticello, IL, USA, September 29 – October 1, vol. 39, pp. 747–756.
- 57.** Chen, R., Heath, R.W., Jr., and Andrews, J. G. (2007) Transmit selection diversity for unitary precoded multiuser spatial multiplexing systems with linear receivers. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 55 (3) pp. 1159–1171.
- 58.** Shen, Z., Chen, R., Andrews, J. G. and Heath, R.W., Jr. (2006) Low complexity user selection algorithm for multiuser MIMO systems with block diagonalization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54 (9) pp. 3658–3663.
- 59.** Love, D. J., Heath, R. W., Jr., Santipach, W. and Honig, M. L. (2003) What is the value of limited feedback for MIMO channels? *IEEE Communications Magazine*, vol. 42 (10) pp. 54–59.
- 60.** Love, D. J., Heath, R. W., Jr., Lau, V. K. N., Gesbert, D., Rao, B. D., and Andrews, M. (2008) An overview of limited feedback in wireless communication systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 26 (8) pp. 1341–1365

- 61.** IEEE Journal on Selected Areas of Communications. Special issue on Limited Feedback, vol. 26 (8), October 2008.
- 62.** Jindal, N. (2006) MIMO broadcast channels with finite rate feedback. IEEE Transactions on Information Theory, vol. 52 (11) pp. 5045–5059.
- 63.** Yoo, T., Jindal, N., and Goldsmith, A. (2007) Multi-antenna downlink channels with limited feedback and user selection. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 25 (7) pp. 1478–1491.
- 64.** Sharif, M., and Hassibi, B. H. (2005) On the capacity of MIMO broadcast with partial side information. IEEE Transactions on Information Theory, vol. 51 (2) pp. 506–522.
- 65.** Zhang, W., and Letaief, K. B. (2007) MIMO broadcast scheduling with limited feedback. IEEE Journal on Selected Areas in Communications. Special issue on MIMO Transceivers for Realistic Communication Networks: Challenges and Opportunities, vol. 25 (7) pp. 1457–1467.
- 66.** Kountouris, M. and Gesbert, D. (2005) Robust multi-user opportunistic beamforming for sparse networks. In Proceedings of the IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, New York, NY, June 5–8, pp. 975–979.
- 67.** Wagner, J., Liang, Y.-C., and Zhang R. (2007) On the balance of multiuser diversity and spatial multiplexing gain in random beamforming. IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 7 (7) pp. 2512–2525.
- 68.** Pan, Z., Wong, K.-K., and Ng, T.-S. (2004) Generalized multiuser orthogonal space-division multiplexing. IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 3 (6) pp. 1969–1973.
- 69.** Chae, C.-B., Mazzaresse, D., and Heath, R. W., Jr. (2006) Coordinated beamforming for multiuser MIMO systems with limited feedforward. In Proceedings of the Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, USA, October 30 – November 1, pp. 1511–1515.
- 70.** Chae, C.-B., Mazzaresse, D., Jindal, N., and Heath, R.W., Jr. (2008) Coordinated beamforming with limited feedback in the MIMO broadcast channel. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 26 (8) pp. 1505–1515.

