



**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ
ΙΔΡΥΜΑ ΚΡΗΤΗΣ**

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΑΚΟΥΣΤΙΚΗΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

“Κατηγοριοποίηση και εξομοίωση των ηχητικών φίλτρων με τη χρήση προγράμματος εξομοίωσης ηλεκτρονικού υπολογιστή”

Μαραθάκη Βασιλική

A.M. 417

Επιβλέπων Καθηγητής : Βενιέρης Μανώλης

Ρέθυμνο, Φεβρουάριος 2014

Στον αγαπημένο μου μπαμπά
ελπίζοντας να με έχει συγχωρήσει που άργησα τόσο

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Πρώτα και πάνω από όλους, ευχαριστώ τον μπαμπά μου γιατί σε εκείνον οφείλω τα πάντα. Τη μητέρα μου Δέσποινα και τον Δημήτρη γιατί χωρίς την στήριξη τους σε όλους τους τομείς δεν θα κατάφερνα να ολοκληρώσω αυτή την εργασία. Τον κύριο Μανώλη Βενιέρη, τον επιβλέποντα καθηγητή μου, που με βοήθησε πολύ σε ότι τον χρειάστηκα. Τον Αντρέα, ζητώντας του συγνώμη για τον πονοκέφαλο που του προκάλεσα με τις ερωτήσεις μου! Τον αδερφό μου Γιάννη, τον Παύλο, τη Χριστίνα, τη Λώρα και όλους τους αγαπημένους μου φίλους που έκαναν ότι μπορούσαν να με κινητοποιήσουν να ολοκληρώσω αυτό που είχα αρχίσει. Τέλος θέλω να ευχαριστήσω όλους όσους με βοήθησαν, ο καθένας με τον τρόπο του, αυτά τα τελευταία δέκα χρόνια. Εύχομαι να μπορέσω κάποια στιγμή να τους το ανταποδώσω.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	6
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	7
ΤΑ ΦΙΛΤΡΑ	7
1.1. Τι είναι φίλτρο.....	7
1.2. Γενικά περί φίλτρων	8
1.3. Χαρακτηριστικά και προδιαγραφές	10
1.4. Τα ακουστικά φίλτρα και η χρήση τους.....	16
1.5. Κατηγορίες των φίλτρων	17
1.6. Τα ιδανικά φίλτρα	18
1.7. Τα είδη των φίλτρων με βάση την απόκριση συχνότητας.....	20
1.7.1. Low-Pass και High-Pass	20
1.7.2. Band-Pass and Band-Stop	21
1.7.3. Notch ή εγκοπής.....	23
1.7.4. All-Pass	25
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	27
ΑΝΑΛΟΓΙΚΑ ΚΑΙ ΨΗΦΙΑΚΑ ΦΙΛΤΡΑ	27
2.1. Γενικά	27
2.2. Αναλογικά φίλτρα	29
2.3. Τύποι αναλογικών φίλτρων	30
2.4. Ψηφιακά φίλτρα.....	31
2.5. Τύποι ψηφιακών φίλτρων.....	33
2.6. Διαφορές ψηφιακών και αναλογικών φίλτρων.....	35
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	37
ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ	37
3.1. Παθητικά φίλτρα.....	37
3.2. Low pass παθητικά	38
3.3. High pass παθητικά	40
3.4. Band pass παθητικά	42
3.5. Band stop παθητικά	44
3.6. Resonant ή Συντονισμού.....	45
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	49
ΕΝΕΡΓΑ ΦΙΛΤΡΑ	49
4.1. Ενεργά φίλτρα.....	49
4.2. Butterworth	51
4.3. Chebyshev	55
4.4. Ελλειπτικά ή Cauer	58
4.5. Bessel	59
4.6. Φίλτρα άλλων τύπων	61

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5	62
ΦΙΛΤΡΑ IIR ΚΑΙ FIR	62
5.1. IIR	62
5.2. FIR	65
5.3. Φίλτρα comb	67
5.3.1. FIR comb	68
5.3.2. IIR comb	69
5.4. Σύγκριση φίλτρων IIR και FIR.....	71
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6	72
ΕΞΟΜΟΙΩΣΗ ΣΕ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Η/Υ	72
6.1. Low-pass 1 ^{ης} τάξης παθητικό	72
6.2. High-pass 1 ^{ης} τάξης παθητικό.....	76
6.3. Band-pass 2 ^{ης} τάξης ενεργό	78
6.4. Band-stop 2 ^{ης} τάξης ενεργό.....	80
6.5. Notch ενεργό	82
6.6. All-pass ενεργό	84
6.7. Low-pass 3 ^{ης} τάξης Butterworth	86
ΠΑΡΑΤΗΡΗΜΑ	89
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	92

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο σκοπός της συγκεκριμένης πτυχιακής εργασίας είναι η εκτενής μελέτη των ηχητικών φίλτρων και η ταξινόμηση αυτών σε βασικές κατηγορίες. Στα κεφάλαια που θα ακολουθήσουν, θα οριστεί η έννοια του φίλτρου, καθώς και τα χαρακτηριστικά και οι προδιαγραφές του. Θα προσδιοριστεί η διαφορά μεταξύ αναλογικών και ψηφιακών φίλτρων, καθώς και η διαφορά μεταξύ ενεργών και παθητικών. Θα επεξηγηθούν οι προσεγγίσεις των φίλτρων τύπου Butterworth, Bessel, Chebyshev και Elliptic. Επιπρόσθετα, θα γίνει περιγραφή των ειδών φίλτρων χαμηλής και υψηλής διέλευσης, διέλευσης και απόρριψης ζώνης, ολικής διέλευσης, καθώς και φίλτρων συντονισμού. Ακόμα, θα γίνει ανάλυση των φίλτρων πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης FIR και άπειρης κρουστικής απόκρισης IIR καθώς και σύγκριση μεταξύ τους. Στο τελευταίο κεφάλαιο θα επιλεχθούν επτά χαρακτηριστικά φίλτρα τα οποία θα εξομοιωθούν με τη βοήθεια του προγράμματος εξομοίωσης Multisim 12.0 και έπειτα θα αναλυθούν.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα φίλτρα είναι απαραίτητες διατάξεις που απαντώνται σε μια τεράστια ποικιλία ηχητικών ηλεκτρονικών συστημάτων και όχι μόνο. Είναι τόσο σημαντικά στον κλάδο της μουσικής τεχνολογίας και της ακουστικής, ώστε υπήρξαν σημαντική ύλη σε πολλά διαφορετικά μαθήματα σε αυτή τη σχολή. Σαν φοιτήτρια, προβληματίστηκα αρκετά για το τι είναι τα φίλτρα και πως αυτά διαχωρίζονται και κατηγοριοποιούνται. Στο κάθε μάθημα διδασκόμεν τα διαφορετικών ειδών φίλτρα με εντελώς διαφορετική μορφή. Για παράδειγμα, στα Αναλογικά Ηλεκτρονικά σαν πίνακες με ηλεκτρονικά εξαρτήματα έτοιμες να κάνουμε μετρήσεις, στη Σύνθεση Ήχου ως εντολές σε ένα πρόγραμμα υπολογιστή, στα Μαθηματικά κάνοντας αναλύσεις με πολύπλοκους τύπους (Fourier κ.α.) κ.τ.λ. Σκοπός μου, ήταν να κάνω την σύνδεση όλων αυτών των σημαντικών γνώσεων που έλαβα τμηματικά, να γνωρίσω τι είδη ηχητικών φίλτρων υπάρχουν και γιατί, ποια η σύνδεση μεταξύ τους -αν υπάρχει- και ποιες οι διαφορές τους. Γιατί δηλαδή να χρησιμοποιούμε ένα συγκεκριμένο φίλτρο αντί για ένα άλλο. Φυσικά το γνωστικό πεδίο των φίλτρων δεν έχει τέλος. Από μόνο του, ένα είδος φίλτρου θα μπορούσε να αποτελέσει πτυχιακή εργασία. Προσπάθησα πολύ να είμαι περιγραφική αλλά και ταυτόχρονα να μην εμβαθύνω τόσο στην άπειρη και πολύ εξειδικευμένη πληροφορία, και φυσικά να μην ασχοληθώ καθόλου με τα μαθηματικά που είναι ένας κλάδος όπου ελάχιστα γνωρίζω. Σκοπός μου δεν ήταν να αποδείξω με μαθηματικές αναλύσεις τους τύπους που εκφράζουν τα μεγέθη των φίλτρων, αλλά να εξηγήσω πως αυτά λειτουργούν εν γένει, και τι προσφέρουν σε μία ηλεκτρονική διάταξη ή σε ένα πρόγραμμα υπολογιστή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΤΑ ΦΙΛΤΡΑ

1.1. Τι είναι φίλτρο

Φίλτρο ονομάζουμε τη διάταξη εκείνη, που δέχεται ένα σήμα οποιαδήποτε μορφής και συχνότητας, το μεταβάλλει συχνοτικά και έπειτα το οδηγεί στην έξοδο της. Τέτοιου είδους διατάξεις συναντούμε παντού. Μπορεί να έχει φυσική μορφή όπως το εσωτερικό της κοιλότητας του ανθρώπινου στόματος, το οποίο με τις κατάλληλες κινήσεις αλλάζει σχήμα, αλλάζει συντονισμούς και κατά συνέπεια μεταβάλλει τους ήχους των φωνηέντων. Μπορεί να είναι ηλεκτρονική διάταξη όπως τα γραφικά εκουαλάιζερ που σαν ανεξάρτητες συσκευές συνδέονται σε ένα πιο πολύπλοκο ηχητικό σύστημα με σκοπό να διαμορφώσουν συχνοτικά το ακουστικό σήμα. Ακόμα και κυκλώματα crossover που είτε σαν ξεχωριστές συσκευές είτε σαν διατάξεις μέσα σε ηχεία, διαχωρίζουν το σήμα σε 2, 3 ή και περισσότερες συχνοτικές περιοχές και οδηγούν το καθένα ξεχωριστά σε ένα αντίστοιχο ηχείο. Μπορεί ακόμα, να είναι υπό τη μορφή software σαν plug-in σε ένα πρόγραμμα Η/Υ μουσικής επεξεργασίας.

Τα είδη των φίλτρων είναι πάρα πολλά. Καθώς η τεχνολογία εξελισσόταν και προχωρούσε, τόσο δημιουργούνταν νέες ανάγκες που έπρεπε να καλυφθούν. Έτσι άρχισαν να γέννιούνται, νέα είδη φίλτρων και νέα υλικά για την κατασκευή τους. Οι πρώτες χρήσεις φίλτρων σαν βοηθητικές διατάξεις μεγαλύτερων κυκλωμάτων ξεκίνησαν το 1915 από τους Cambell και Wagner, με τη μορφή παθητικών φίλτρων για τις τηλεπικοινωνίες που εκείνη την εποχή εξελισσότουσαν με ταχύτατο ρυθμό. Η πρώτη εφαρμογή τους αφορούσε τη διόρθωση της απόκρισης συχνότητας στη μετάδοση του τηλεφωνικού σήματος. Όσο όμως οι απαιτήσεις αυξάνονταν, τα παθητικά φίλτρα δεν ήταν πια πρακτικά λόγω του μεγάλου όγκου και του βάρους των πηνίων τους. Έτσι από το 1950 περίπου και έπειτα, ξεκίνησε ο πειραματισμός

με τη χρήση των πρωτοεμφανιζόμενων ημιαγωγών ως ενεργά στοιχεία. Από το 1970 και έπειτα, μπήκαν σε εφαρμογή τα ολοκληρωμένα κυκλώματα IC και η τεχνολογία MOS. Από το 1965 ήδη, οι Whitehouse και Reason εξομοίωσαν ψηφιακά ένα φίλτρο δύο αντιστάσεων και δύο πυκνωτών (2RC). Με το πέρασμα των ετών και την εξέλιξη των υπολογιστών, από τη δεκαετία του '70 και έπειτα, ανοίχτηκε ένας τεράστιος δρόμος γνώσης και τεχνολογίας για τα ψηφιακά φίλτρα.

Συνήθως, το εξαγόμενο σήμα είναι «λιγότερο» από αυτό που εισέρχεται. Γι' αυτό η χρήση των φίλτρων μερικές φορές αναφέρεται και ως αφαιρετική σύνθεση. Η λογική πάνω στην οποία βασίζεται είναι η εξής: Το φίλτρο δέχεται ένα σύνθετο σήμα εισόδου. Το σήμα αυτό αποτελεί ένα σύνολο πολλών διαφορετικών σημάτων σε μορφή και σε συχνοτικό περιεχόμενο. Το φίλτρο ανάλογα με τις προδιαγραφές λειτουργίας του, αποκόπτει/αφαιρεί τις ανεπιθύμητες συχνότητες και δίνει στην έξοδό του ένα νέο φτωχότερο συχνοτικά σήμα. Σε κάποια βιβλία η αφαιρετική σύνθεση αναφέρεται και ως «γλυπτική του ήχου».

Τα φίλτρα είναι απαραίτητα για τη λειτουργία των περισσότερων ηλεκτρονικών κυκλωμάτων. Δυστυχώς, η δημιουργία φίλτρων φοβίζει πολλούς λόγω της ελλιπούς ή περιορισμένης γνώσης των πολύπλοκων μαθηματικών που είναι απαραίτητα για τον σχεδιασμό τους. Για αυτόν τον λόγο πια, υπάρχουν έτοιμα πρότυπα κυκλώματα φίλτρων είτε αναλογικά είτε ψηφιακά ώστε να μπορεί ο οποιοσδήποτε να τα κατασκευάσει χωρίς να χρειαστεί να μπλέξει με υπολογισμούς. Το μόνο που χρειάζεται να γνωρίζει, είναι τα χαρακτηριστικά που θέλει να δίνει το φίλτρο στην έξοδό του.

1.2 Γενικά περί φίλτρων

Ένα φίλτρο μπορεί να αναπαρασταθεί και να περιγραφεί σε δύο διαφορετικά πεδία, στο **πεδίο του χρόνου** και στο **πεδίο της συχνότητας**. Ο σχεδιασμός και η μελέτη των φίλτρων στο πεδίο του χρόνου, επιτυγχάνεται με τη βοήθεια

της **κρουστικής απόκρισης** (βλ. Παράρτημα). Το πεδίο της συχνότητας περιγράφεται με τη **συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$** , η οποία προκύπτει από τον μετασχηματισμό Fourier της κρουστικής απόκρισης για αναλογικά φίλτρα ή τον μετασχηματισμό (z) της κρουστικής απόκρισης για τα ψηφιακά. Από τη συνάρτηση μεταφοράς προκύπτουν η **απόκριση πλάτους** και **φάσης** του φίλτρου.

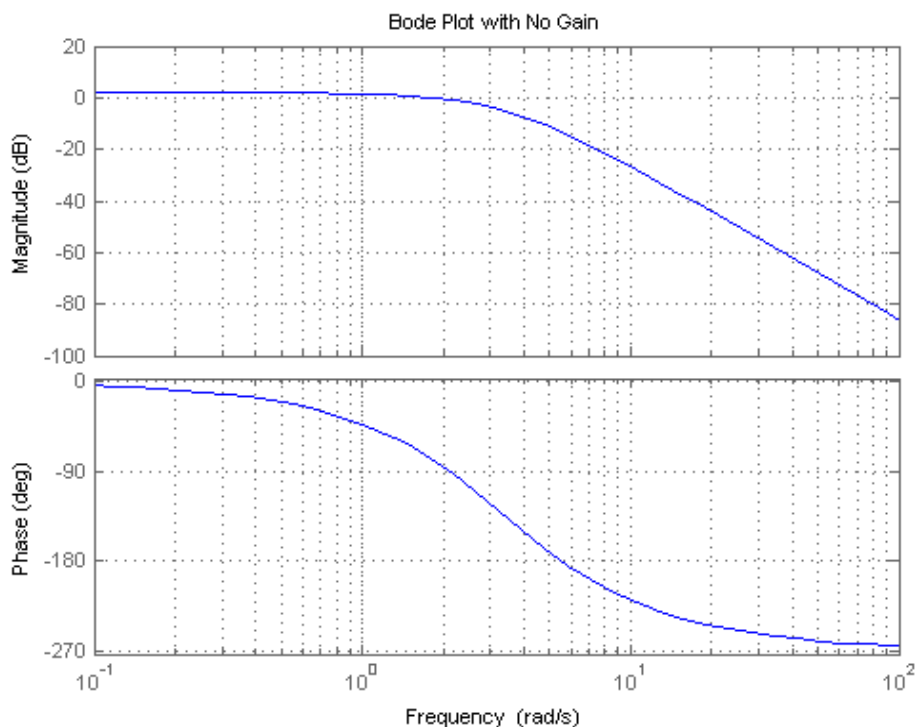
Τα χαρακτηριστικά ενός φίλτρου στο πεδίο της συχνότητας περιγράφονται με μαθηματικό τρόπο από τη **συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$** . Η συνάρτηση αυτή, είναι η αναλογία των μετασχηματισμών Fourier, των σημάτων εισόδου και εξόδου ενός φίλτρου.

Με τη βοήθεια της συνάρτησης μεταφοράς μπορούμε να υπολογίσουμε την απόκριση του φίλτρου για οποιαδήποτε σήμα εισόδου με την έννοια του κέρδους τάσης ή αλλιώς της απολαβής. Παίρνοντας την απόλυτη τιμή του μεγέθους της συνάρτησης μεταφοράς, μπορούμε να προσδιορίσουμε πως το κέρδος του αποκρίνεται σε όλο το πεδίο των συχνοτήτων, και να σχεδιάσουμε μια γραφική παράσταση, η οποία ονομάζεται **απόκριση πλάτους**.

Αντίστοιχα, η **απόκριση φάσης** δίνει το ποσό της μετατόπισης φάσης που εισάγεται στο σήμα εξόδου συναρτήσει της συχνότητας. Μια αλλαγή στη φάση ενός σήματος, σημαίνει καθυστέρηση και κατά συνέπεια εμφάνιση παραμόρφωσης στο σήμα. Για να περιγράψουμε επακριβώς ένα φίλτρο, εκτός από το να σχεδιάσουμε το πλάτος των συχνοτήτων, χρειαζόμαστε και τη μετατόπιση φάσης, που είναι μια επιπλέον γραφική παράσταση. Από τη φάση δεν μπορούμε να αντλήσουμε πολλές πληροφορίες, εκτός και αν έχουμε εμβαθύνει αρκετά στη θεωρία των φίλτρων.

Η αναπαράσταση της απόκρισης πλάτους συνήθως γίνεται ημιλογαριθμικά. Δηλαδή ο άξονας x που αναπαριστά τη συχνότητα f και μετριέται σε Hz ή rad/sec είναι λογαριθμικός και ο άξονας y που αναπαριστά το κέρδος G σε dB, είναι γραμμικός. Αντίστοιχα, για την απόκριση φάσης, ο άξονας x των συχνοτήτων είναι λογαριθμικός, και ο άξονας y που αναπαριστά τη φάση deg σε μοίρες⁰ είναι γραμμικός. Οι αποκρίσεις

φαίνονται στο σχήμα 1.1. Μελετώντας τις γραφικές παραστάσεις, μπορούμε να βγάλουμε πολλά συμπεράσματα για τη λειτουργία του συγκεκριμένου φίλτρου. Όπως πχ. το είδος του, την προσέγγισή του, τη συχνότητα αποκοπής, την τάξη του και πολλά άλλα.



Σχήμα 1.1 - Γραφική παράσταση της απόκρισης πλάτους και φάσης ενός low-pass φίλτρου.

Το ανθρώπινο αυτί από τη φύση του είναι πιο εύκολο να αντιληφθεί τις μεταβολές του πλάτους ενός ήχου, σε αντίθεση με τις μεταβολές της φάσης του. Για αυτό μας ενδιαφέρει η απόκριση πλάτους πιο πολύ, από ότι η απόκριση φάσης. Παρόλα αυτά, υπάρχουν εφαρμογές όπου η φάση είναι πολύ σημαντική και λαμβάνεται υπόψη.

1.3. Χαρακτηριστικά και προδιαγραφές των φίλτρων

Οι προδιαγραφές είναι οι σημαντικές παράμετροι τις οποίες λαμβάνουμε υπόψη όταν θέλουμε να σχεδιάσουμε ή να υπολογίσουμε ένα φίλτρο. Κυρίως

αντλούμε πληροφορίες για αυτές τις προδιαγραφές από την καμπύλη απλού κέρδους ή αλλιώς την απόκριση πλάτους.

Αφού προσδιοριστούν αυτά τα μεγέθη, επιλέγεται μια από τις προσεγγίσεις (Butterworth, Elliptic, Bessel κλπ.) με τη βοήθεια των οποίων υπολογίζονται οι τιμές των ηλεκτρονικών εξαρτημάτων του κυκλώματος (για τα αναλογικά φίλτρα) ή υπολογίζεται η θέση των πόλων και των μηδενικών της συνάρτησης μεταφοράς (για τα ψηφιακά φίλτρα) και κατ' επέκταση η ίδια η συνάρτηση μεταφοράς.

Συνάρτηση μεταφοράς δίνεται από τη σχέση: $H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}$

όπου $V_{in}(s)$ και $V_{out}(s)$ είναι οι τάσεις των σημάτων εισόδου και εξόδου με $s=j\omega$, ω είναι η κυκλική συχνότητα του σήματος εισόδου $\omega=2\times\pi\times f$, και j η φανταστική μονάδα $j=\sqrt{-1}$

Απόκριση πλάτους (magnitude response) ή **συνάρτηση κέρδους τάσης** $G(\omega)$

Το μέτρο υπολογίζεται με τη λήψη της απόλυτης τιμής της συνάρτησης

μεταφοράς: $|H(j\omega)| = G(\omega) = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)}$ και είναι πάντα θετικός αριθμός.

Συνάρτηση λογαριθμικού κέρδους :

$GdB(\omega) = 20 \log(G(\omega)) = 20 \log\left(\frac{|V_{out}(j\omega)|}{|V_{in}(j\omega)|}\right)$ σε dB. Το λογαριθμικό κέρδος

μπορεί να είναι είτε αρνητικός είτε θετικός αριθμός. Αν προκύπτει αρνητικός αριθμός, δείχνει απλά ότι η τάση του σήματος εξόδου είναι μικρότερη της τάσης εισόδου. Το πρόσημο δεν έχει καμία σχέση με το αν γίνεται ενίσχυση ή εξασθένιση.

Απόκριση φάσης (phase response) $\Theta(\omega)$: $argH(j\omega) = arg \frac{V_{OUT}(j\omega)}{V_{IN}(j\omega)}$

Οι παραπάνω σχέση εκφράζεται σε μονάδα μέτρησης ακτίνια/δευτ. ή rad/sec.

Αν μας ενδιαφέρει να υπολογίσουμε την απόκριση πλάτους ή φάσης ενός φίλτρου, και θέλουμε να εργαστούμε σε μονάδες Hz (κύκλοι ανά δευτερόλεπτο), χρησιμοποιώντας την εξίσωση $\omega = 2 \times \pi \times f$, από την κυκλική συχνότητα ω , λύνουμε ως προς f είναι η συχνότητα σε Hz. Οι μεταβλητές f και ω χρησιμοποιούνται ανάλογα με το ποια είναι πιο βολική για τους υπολογισμούς, σε κάθε περίπτωση.

Τα παρακάτω χαρακτηριστικά είναι απαραίτητα όταν μελετάμε ή όταν θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα φίλτρο. Ονομάζονται και **προδιαγραφές του φίλτρου**. (Βλ. σχήματα 1.2 και 1.3).

Ζώνη διέλευσης (passband) είναι το διάστημα στο οποίο το φίλτρο αφήνει τις συχνότητες να περνούν.

ω_p είναι η συχνότητα αποκοπής στη ζώνη διέλευσης σε rad/sec.

α_p ή A_{\max} . (**maximum passband ripple**). Συμβολίζει το πλάτος της κυμάτωσης της ζώνης διέλευσης. Η απόκλιση στη ζώνη διέλευσης

υπολογίζεται $\alpha_p = 20 \log \sqrt{1 + \epsilon^2}$ ή αλλιώς $a_p = -20 \log(1 - \delta_p)$ σε dB

δ_p η τιμή σφάλματος του πλάτους της κυμάτωσης στη ζώνη διέλευσης.

$$1 - \delta_p \leq |H(j\omega)| \leq 1 + \delta_p$$

Η μέγιστη τιμή πλάτους στη ζώνη διέλευσης είναι ίση με την μονάδα (ή ίση με 0 dB). Η ελάχιστη τιμή στη ζώνης διέλευσης (**passband gain**) δίνεται από τη

σχέση $\frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2}}$.

Ζώνη αποκοπής ή απόρριψης (stopband) είναι το διάστημα στο οποίο το φίλτρο δεν επιτρέπει της συχνότητες να περάσουν.

ω_s είναι η συχνότητα αποκοπής στη ζώνη απόρριψης σε rad/sec

Η μέγιστη τιμή της κυμάτωσης στη ζώνη αποκοπής (**stopband gain**) δίνεται

από τη σχέση $\frac{1}{A}$ ενώ η μικρότερη τιμή είναι ίση με το μηδέν 0.

α_s ή A_{min} . (**minimum stopband ripple**). Συμβολίζει το πλάτος της κυμάτωσης στη ζώνη αποκοπής. Η απόκλιση στη ζώνη διέλευσης

υπολογίζεται $\alpha_s = -20 \log \frac{1}{A} = 20 \log A$ ή αλλιώς $a_s = -20 \log(\delta_s)$ σε dB

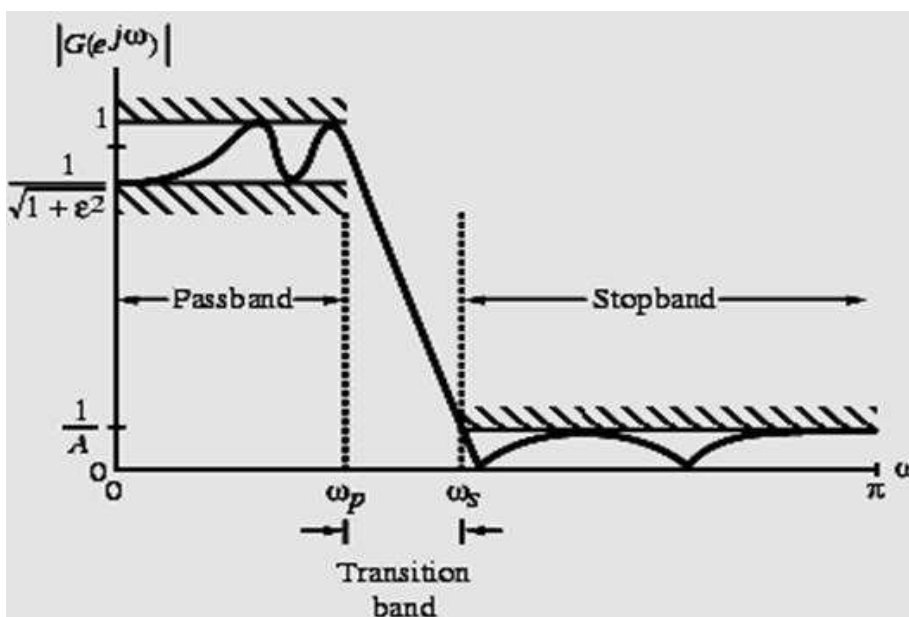
δ_s η τιμή σφάλματος του πλάτους της κυμάτωσης στη ζώνη αποκοπής.

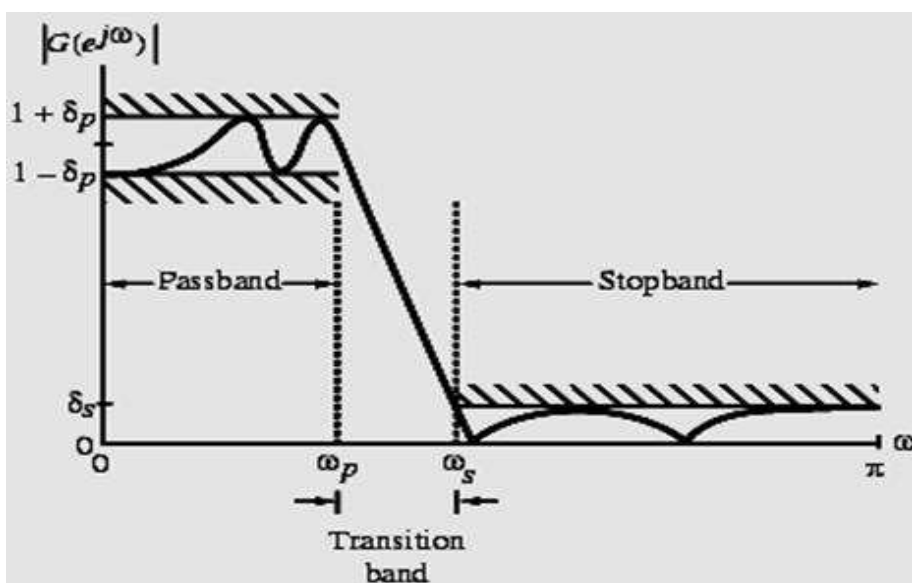
$$|H(j\omega)| \leq \delta_s$$

Ζώνη μετάβασης (transition band) είναι το διάστημα όπου ισχύει:

$\Delta\omega = \omega_s - \omega_p$ και είναι η περιοχή ανάμεσα στη ζώνη διέλευσης και τη ζώνη αποκοπής. (στο πεδίο της συχνότητας)

Το μέτρο της **κανονικοποιημένης απόκρισης συχνότητας** ή αλλιώς **normalized magnitude response** (βλ. Παράρτημα) ενός μη ιδανικού αναλογικού low-pass φίλτρου φαίνεται στο Σχήμα 1.2. και 1.3.





Σχήμα 1.2 και 1.3 - Κανονικοποιημένη απόκριση συχνότητας low-pass αναλογικού φίλτρου

Ο βαθμός επιλεκτικότητας (selectivity factor) δίνεται από τη σχέση $k = \frac{\omega_s}{\omega_p}$

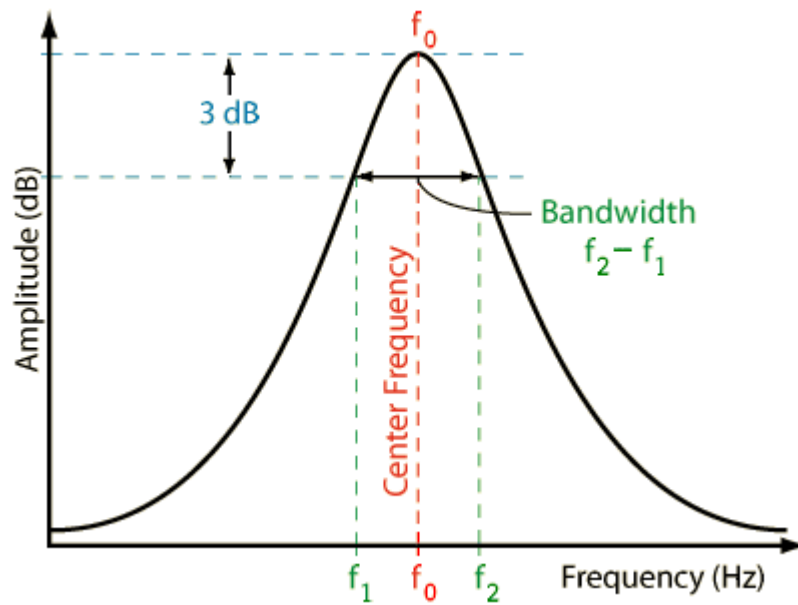
Ρυθμός αποκοπής είναι ο ρυθμός με τον οποίο γίνεται η εξασθένιση του σήματος σε κάθε διπλασιασμό της συχνότητας. Μετριέται σε dB/oct Αν ένα φίλτρο έχει ρυθμό αποκοπής 6dB/oct και το πλάτος του για τη συχνότητα 1000Hz είναι 24dB, σημαίνει ότι στη συχνότητα 2000Hz το σήμα θα έχει πέσει στα 18dB.

Εύρος ζώνης - Bandwidth (BW) είναι το διάστημα ανάμεσα στη μικρότερη συχνότητα f_1 ή ω_1 ή f_{min} και τη μεγαλύτερη συχνότητα f_2 ή ω_2 ή f_{max} που περνάνε ανεπηρέαστες μέσα από ένα φίλτρο. Όπου f_1 και f_2 είναι οι συχνότητες αποκοπής του φίλτρου και f_0 ή f_{center} η κεντρική συχνότητα (όταν μιλάμε για band-pass και band-stop φίλτρα).

$$BW = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q} \text{ σε Hz} \quad (1)$$

Όπου f_0 είναι η κεντρική συχνότητα για την οποία το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς γίνεται μέγιστο : $f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Από τη σχέση (1) καταλαβαίνουμε ότι όσο μεγαλώνει το BW τόσο μειώνεται ο συντελεστής ποιότητας Q , δηλαδή η επιλεκτικότητα του φίλτρου.



Σχήμα 1.4 - Εύρος ζώνης (Bandwidth) ενός *band-pass* φίλτρου

Συντελεστής ποιότητας Q

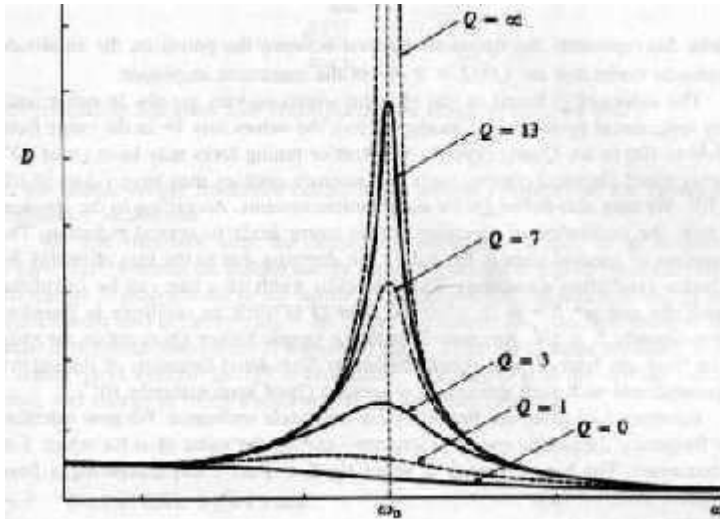
Το Q ονομάζεται «παράγοντας ή συντελεστής ποιότητας» και χαρακτηρίζει τα συντονισμένα κυκλώματα. Εκφράζει το πηλίκο της μέγιστης αποθηκευμένης ενέργειας από τα στοιχεία του κυκλώματος (πηνία-πυκνωτές), προς την ενέργεια που καταναλώνεται από το κύκλωμα στο διάστημα μιας ολόκληρης περιόδου επί τον αριθμό 2π .

Πιο ειδικά στην περίπτωση των φίλτρων που μελετάμε το Q δίνει πληροφορία για το πόσο η απόκριση του φίλτρου θα πλησιάζει την ιδανική απόκριση. Όσο αυξάνεται η τιμή του Q , τόσο μειώνεται η ζώνη μετάβασης από τη διέλευση στην αποκοπή. Όσο μεγαλώνει η τιμή του Q θα λέγαμε, ότι μεγαλώνει η τάξη του φίλτρου.

Ο συντελεστής ποιότητας υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο και είναι ένας αριθμός χωρίς μονάδα μέτρησης.

$$Q = \frac{f_0}{BW} = \frac{f_0}{f_2 - f_1}$$

Από τον τύπο $\zeta = \frac{1}{2Q}$ υπολογίζουμε τον λόγο απόσβεσης **damping ratio**.



Σχήμα 1.5 - Διάφορες τιμές του Q σε band-pass φίλτρο

Εάν ο συντελεστής ποιότητας είναι μεγαλύτερος από την τιμή 0.5 τότε θα παρατηρήσουμε να εμφανίζεται μία κορυφή (peak) στην απόκριση πλάτους. Όσο η τιμή του Q μεγαλώνει, τόσο πιο έντονη θα γίνεται και η κορυφή. Το φίλτρο ταλαντώνει περισσότερο και η απόσβεση της ταλάντωσης ελαττώνεται. Εάν όμως η τιμή του Q είναι μικρότερη από 0.5 τότε η ζώνη μετάβασης από τη διέλευση στην αποκοπή θα είναι πολύ ομαλή και αργή. Όσο η τιμή θα πέφτει τόσο λιγότερο θα ταλαντώνει το φίλτρο και η απόσβεση θα είναι πολύ μεγάλη (overdamping).

1.4. Τα ακουστικά φίλτρα και η χρήση τους

Τα ακουστικά φίλτρα έχουν την ίδια αρχή λειτουργίας με όλα τα υπόλοιπα φίλτρα μόνο που περιορίζονται σε χαμηλές συχνότητες, που είναι οι ακουστικές συχνότητες από 20Hz έως 20kHz περίπου. Επειδή ακριβώς

δουλεύουν σε χαμηλές συχνότητες, υπολογίζονται, υλοποιούνται εύκολα και είναι φτηνά, σε αντίθεση με τα φίλτρα π.χ. για τηλεπικοινωνίες, που μπορεί είναι πολύπλοκα και ενίοτε απαιτούν ειδικά μηχανήματα για την κατασκευή τους.

Είναι απαραίτητα για τον «καθαρισμό» ενός ήχου από τον θόρυβο ή τις ανεπιθύμητες συχνότητες, εξασθενώντας ή αποκόποντας εντελώς τις συχνότητες αυτές. Επιπρόσθετα, χρησιμοποιούνται για διάφορους άλλους σκοπούς. Από την ανάγκη διόρθωσης προβλημάτων της ακουστικής ενός χώρου, έως τα ψηφιακά εφέ που διαφοροποιούν τον ήχο ενός μουσικού οργάνου για λόγους καθαρά και μόνο αισθητικής. Τα φίλτρα βρίσκονται σε όλες σχεδόν τις ηχητικές διατάξεις και είναι κυκλώματα απαραίτητα στη δημιουργία και τη σωστή μετάδοση του ήχου. Μπορούν να βρίσκονται σαν ξεχωριστές διατάξεις σε συστήματα hi-fi, CD players, παραμετρικά ή γραφικά εκουαλάιζερ (EQ's), crossover ηχείων, συνθεσάιζερ κ.α..

1.5. Κατηγορίες των φίλτρων

Οι κατηγορίες στις οποίες χωρίζονται τα φίλτρα είναι πάρα πολλές και διαμορφώνονται με βάση τα διαφορετικά κριτήρια που ζητούμε κάθε φορά. Χωρίζονται σε κατηγορίες ανάλογα με το είδος του σήματος που επεξεργάζονται, την απόκριση πλάτους τους, την αρχή λειτουργίας τους κλπ.

Τα φίλτρα ανάλογα με το είδος του σήματος που έχουν κατασκευαστεί να δέχονται και να επεξεργάζονται, χωρίζονται σε **Αναλογικά** και σε **Ψηφιακά**. Τα αναλογικά δέχονται αναλογικό σήμα, δηλαδή σήμα συνεχούς χρόνου και τα ψηφιακά, δέχονται ψηφιακό δηλαδή σήμα πεπερασμένου αριθμού δειγμάτων.

Με μια παρόμοια προσέγγιση μπορούμε να τα χωρίσουμε σε **Φίλτρα Συνεχούς Χρόνου**, **Φίλτρα Διακριτού χρόνου** και **Φίλτρα Δειγματοσιμμένων Δεδομένων**. Το πρώτο και το τρίτο είδος αναφέρονται στα αναλογικά

φίλτρα, ενώ το δεύτερο στα ψηφιακά και σε μια συγκεκριμένη κατηγορία αναλογικών φίλτρων, τα *Switching Capacitor Filters*.

Τα αναλογικά φίλτρα, ανάλογα το είδος των ηλεκτρονικών εξαρτημάτων από τα οποία κατασκευάζονται, χωρίζονται με τη σειρά τους σε **Παθητικά** και **Ενεργά**. Τα παθητικά χρησιμοποιούν μόνο πυκνωτές, αντιστάσεις και πηνία ενώ τα ενεργά κάνουν χρήση και τελεστικών ενισχυτών.

Τα γραμμικά ψηφιακά φίλτρα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με το μήκος της κρουστικής απόκρισης τους. Στα **Άπειρης Κρουστικής Απόκρισης IIR** και στα **Πεπερασμένης Κρουστικής Απόκρισης FIR**. Παρόλα αυτά, τα IIR φίλτρα δεν ανήκουν μόνο στην κατηγορία των ψηφιακών φίλτρων, καθώς μπορούν να είναι και αναλογικά.

Τα φίλτρα ανάλογα τη χαρακτηριστική του πλάτους τους συναρτήσει της συχνότητας ή αλλιώς την καμπύλη κέρδους τους, μπορούν να κατηγοριοποιηθούν με βάση κάποιες πρότυπες προσεγγίσεις χάριν ευκολίας του υπολογισμού τους. Οι προσεγγίσεις αυτές είναι οι τύπου **Butterworth, Chebyshev, Elliptic, Bessel** κ.α.

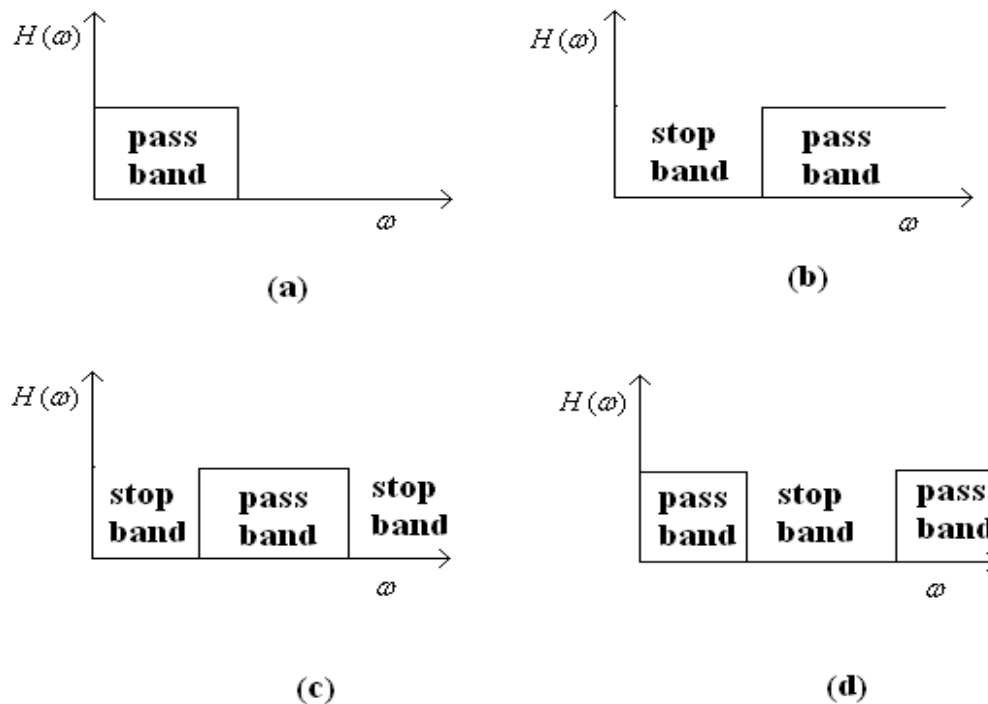
Τέλος, ανάλογα με τις συχνότητες που επιτρέπουν ή απορρίπτουν, χωρίζονται στα εξής είδη: **Low-Pass, High-Pass, Band-Pass, Band-Stop** και **All-Pass**. Και τα πέντε αυτά είδη μπορούν να ανήκουν σε οποιαδήποτε από τις παραπάνω κατηγορίες φίλτρων.

1.6. Τα ιδανικά φίλτρα

Η καμπύλη απόκρισης των ιδανικών φίλτρων δίνεται στο σχήμα 1.3. Από αυτές τις αποκρίσεις καταλαβαίνουμε ότι το ιδανικό για ένα φίλτρο είναι η επίπεδη διέλευση όλων των ζητούμενων συχνοτήτων, η άμεση αποκοπή από το σημείο που έχουμε ορίσει (δηλαδή την συχνότητα αποκοπής f_c), και τέλος, η καθολική αποκοπή των ανεπιθύμητων συχνοτήτων. Το πλάτος των

συχνοτήτων στη ζώνη διέλευσης είναι ίσο με 1 και παραμένει σταθερό, ενώ το πλάτος στη ζώνη αποκοπής είναι πάντα 0.

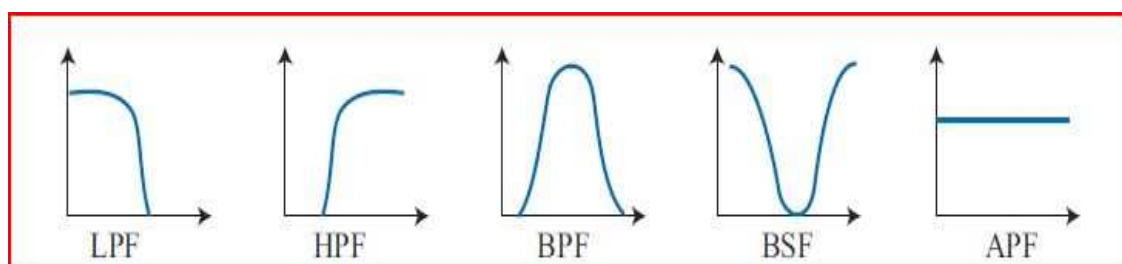
Δυστυχώς δεν είναι δυνατή η υλοποίηση τέτοιων φίλτρων από πραγματικά φίλτρα (αιτιατά). Τα πραγματικά φίλτρα δεν εμφανίζουν απότομη αποκοπή από τη ζώνη διέλευσης στη ζώνη αποκοπής αλλά χρειάζονται κάποιον χρόνο για τη μετάβαση. Η περιοχή στην οποία λαμβάνει χώρο η μετάβαση αυτή, ονομάζεται **ζώνη μετάβασης** και μειώνεται όσο αυξάνεται η τάξη του πραγματικού φίλτρου. Η τάξη καθορίζεται από τον αριθμό διακριτών στοιχείων (πυκνωτές, πηνία) στο κύκλωμα ή από την τάξη των πολυωνύμων στη συνάρτηση μεταφοράς του. Επίσης, η καμπύλη απόκρισης πλάτους στη ζώνη διέλευσης δεν μπορεί να είναι σταθερή καθώς και η απόκριση συχνότητας δεν μπορεί να είναι ίση με μηδέν για πεπερασμένο αριθμό συχνοτήτων.



Σχήμα 1.6 - Η απόκριση των ιδανικών φίλτρων. (a) Low-pass, (b) High-pass, (c) Band-pass, (d) Band-stop.

1.7. Τα είδη των φίλτρων με βάση την απόκριση συχνότητας

Όπως αναφέρθηκε πιο πάνω, τα φίλτρα μπορούν να χωριστούν σε πέντε κατηγορίες με βάση τη μορφή της συχνοτικής τους απόκρισης. Αυτή προσδιορίζει το ποιες συχνότητες περνούν ανεπηρέαστες και ποιες εξασθενούν σημαντικά ή αποκόπονται εντελώς. Το σχήμα 1.7 δείχνει τους πέντε τύπους φίλτρων low-pass, high-pass, band-pass, band-stop και all-pass.



Σχήμα 1.7 - Σχέση πλάτους -συχνότητας των 5 ειδών φίλτρων.

1.7.1. Low-Pass και High-pass φίλτρα

Τα low-pass και high-pass φίλτρα έχουν μια συχνότητα, τη συχνότητα αποκοπής f_c ή ω_c όπου από τη συχνότητα αυτή και μετά ή πριν, αρχίζουν να ελαττώνονται σημαντικά οι συχνότητες στην έξοδο. Ωστόσο, τα πραγματικά φίλτρα δεν μπορούν να σταματήσουν απότομα όλες τις συχνότητες σε ένα συγκεκριμένο σημείο (brick wall). Αντί αυτού, ο χρόνος από τη ζώνη διέλευσης ως τη ζώνη αποκοπής είναι αρκετά πιο αργός. Έτσι, τα φίλτρα στο παραπάνω διάγραμμα δεν έχουν ορθές γωνίες στις συχνότητες αποκοπής και πλησιάζουν, άλλοτε λιγότερο και άλλοτε περισσότερο τις ιδανικές καμπύλες απόκρισης.

Τα **low-pass φίλτρα** ή αλλιώς χαμηλοπερατά, βαθυπερατά ή χαμηλής διέλευσης, χρησιμοποιούνται όποτε πρέπει να αφαιρεθούν οι υψηλές συχνότητες από ένα σήμα. Οι συχνότητες που αφήνει να περνούν είναι από 0Hz έως τη συχνότητα αποκοπής ω_c . Αποκόπτονται από την ω_c και πάνω όλες

υπόλοιπες τις συχνότητες. Αυτού του είδους τα φίλτρα χρησιμοποιούνται στους δέκτες για απόρριψη των παρεμβολών από γειτονικούς σταθμούς.

Τα **high-pass φίλτρα** ή αλλιώς υπερπερατά ή υψηλής διέλευσης, απορρίπτουν τις χαμηλές συχνότητες από $\omega=0\text{Hz}$ έως την ω_c και επιτρέπουν στις υψηλές συχνότητες να περνούν, από τη συχνότητα αποκοπής και πάνω. Χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές που απαιτούν την απόρριψη σημάτων χαμηλής συχνότητας. Μια τέτοια εφαρμογή είναι σε συστήματα ηχείων υψηλής πιστότητας. Τα σήματα έχουν σημαντική ενέργεια στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων από περίπου 100 Hz έως 2 kHz, και τα ηχεία που είναι κατασκευασμένα για υψηλές συχνότητες (tweeters) μπορεί να καταστραφούν. Ένα φίλτρο high-pass πριν την είσοδο του tweeter θα αποτρέψει το ανεπιθύμητο σήμα χαμηλής συχνότητας να εισέλθει.

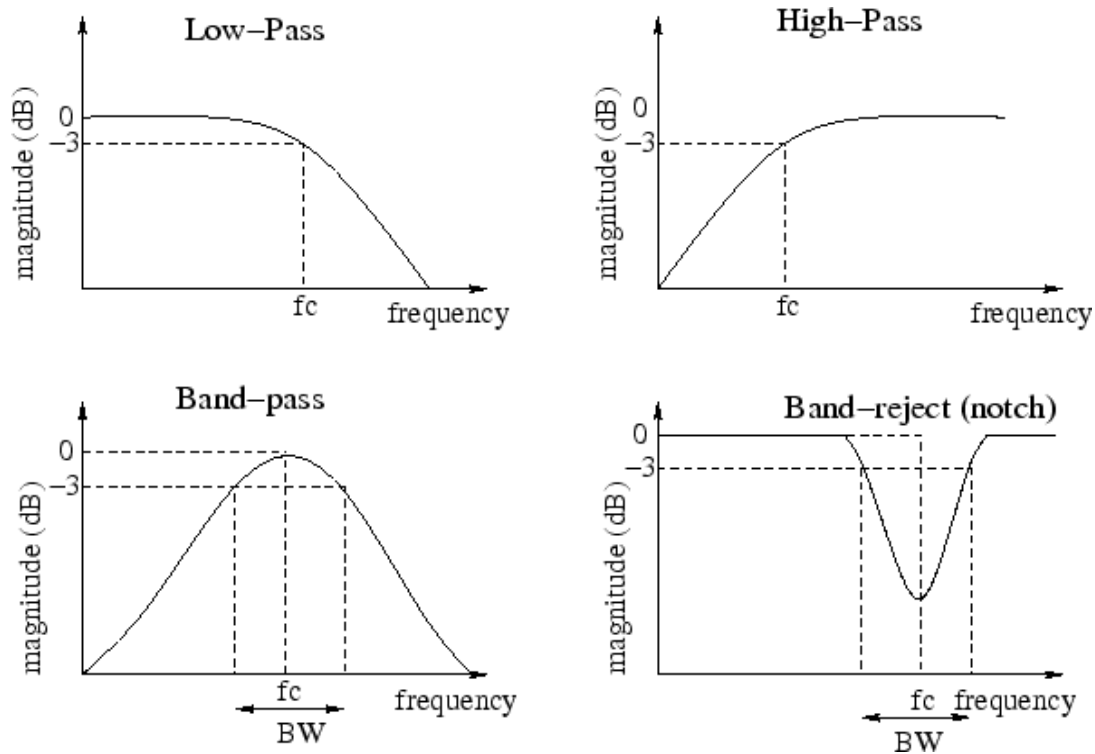
Τα low-pass και high-pass φίλτρα μπορούμε να τα βρούμε σε hi-fi συστήματα ή σε ενισχυτές μουσικών οργάνων, με τη μορφή των ρυθμιστών “tone controls” bass και treble. Τα φίλτρα αυτά ονομάζονται **shelving type** και μπορούν να ενισχύουν ή να ελαττώνουν μία επιλεγμένη περιοχή συχνοτήτων (bass για χαμηλές και treble για υψηλές). Οι συχνότητες περισσότερο θα λέγαμε ότι ελαττώνονται παρά αποκόπτονται, ενώ ο ρυθμός αποκοπής στα τύπου shelving φίλτρα δεν είναι μεγάλος παρέχοντας απόκριση 1ης τάξης. Επίσης χρησιμοποιούνται πολύ στις μίξεις όταν για παράδειγμα, δύο όργανα πέφτουν στις ίδιες συχνότητες και προκαλούν το λεγόμενο **overlapping**, διαχωρίζοντας ουσιαστικά τις συχνοτικές περιοχές τους.

1.7.2. Band-Pass and Band-Stop Φίλτρα

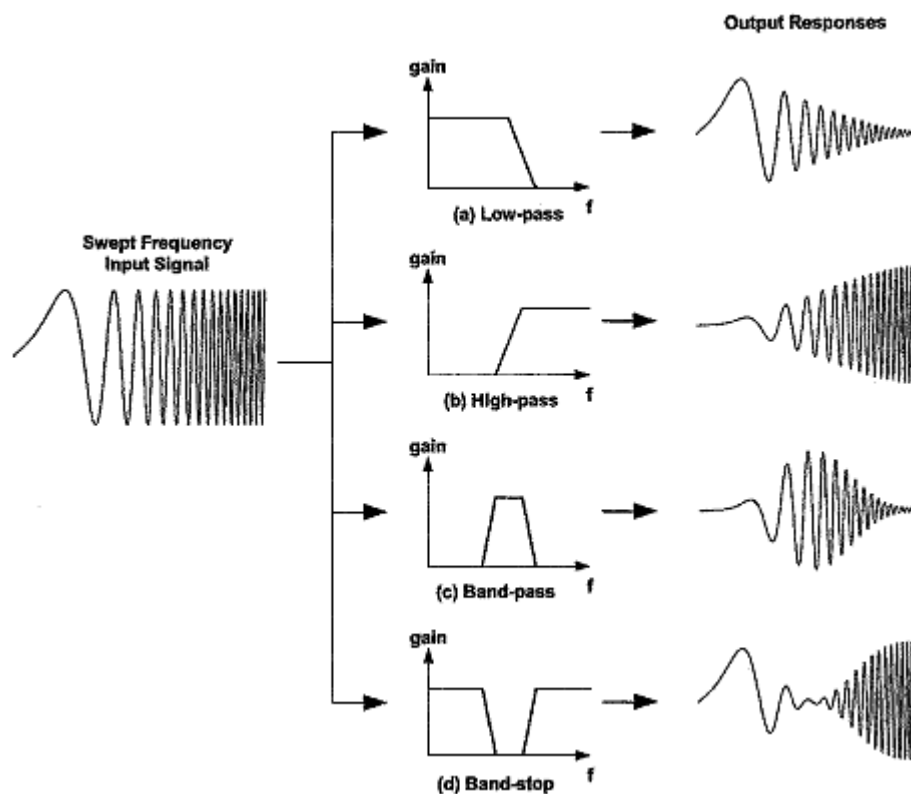
Ένα **band-pass** ή αλλιώς ζωνοδιαβατό, ζωνοπερατό, ή διέλευσης ζώνης φίλτρο επιτρέπει να διέρχονται μόνο οι συχνότητες μεταξύ των δύο συχνοτήτων αποκοπής f_{c1} και f_{c2} ώστε να υπάρχει μια ζώνη συχνοτήτων που θα περάσει (Bandwidth) ενώ οι εκατέρωθεν συχνότητες απορρίπτονται. Το

φίλτρο αυτό προκύπτει από την πρόσθεση ενός low-pass και ενός high-pass φίλτρου. Ο αριθμός των πιθανών χαρακτηριστικών απόκρισης ενός band-pass φίλτρου είναι άπειρος και εξαρτάται από τον παράγοντα ποιότητας Q . Τα band-pass φίλτρα έχουν δύο ζώνες αποκοπής, μία κάτω από τη συχνότητα f_{c1} και μία πάνω από την f_{c2} .

Ένα φίλτρο **band-stop** ή αλλιώς band-reject, ζωνοφρακτικό, ζωνοαπαγορευτικό ή απόρριψης ζώνης, κάνει ακριβώς το αντίθετο: απορρίπτει μια ζώνη συχνοτήτων και επιτρέπει σε όλες τις συχνότητες κάτω από την f_{c1} και πάνω από την f_{c2} να περνούν, αποκόποντας μόνο το τμήμα μεταξύ f_{c1} και f_{c2} . Χωρίζονται σε ευρείας ζώνης απόρριψης και σε στενής ζώνης απόρριψης ή εγκοπής, επειδή μπορούν να επιλέγουν μία συγκεκριμένη συχνότητα και να την απορρίπτουν. Τα φίλτρα εγκοπής χρησιμοποιούνται για να αφαιρεθεί κάποια συχνότητα από ένα σήμα, ενώ επηρεάζουν όλες τις άλλες συχνότητες όσο το δυνατό λιγότερο. Θα αναφερθούμε σε αυτά λίγο παρακάτω.



Σχήμα 1.8. - οι αποκρίσεις για πραγματικά *low-pass*, *high-pass*, *band-pass* και *band-stop* φίλτρα



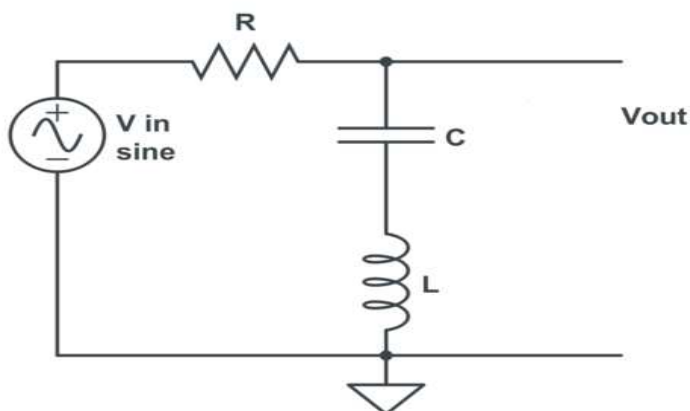
Σχήμα 1.9 - Το συχνοτικό περιεχόμενο στην έξοδο των τεσσάρων ειδών φίλτρου στο πεδίο της συχνότητας και στο πεδίο του χρόνου.

1.7.3. Φίλτρα *Notch* ή *Εγκοπής*

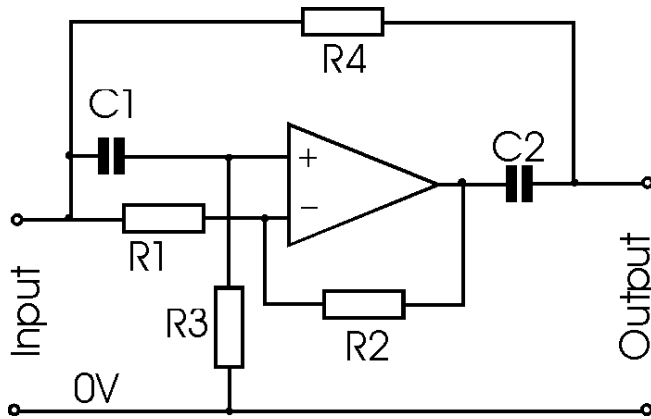
Το φίλτρο **Notch** ή εγκοπής, είναι ουσιαστικά ένα φίλτρο *band-stop* με πολύ στενή ζώνη απόρριψης. Συνήθως είναι σχεδιασμένο να αποκόπει εντελώς μία μόνο συγκεκριμένη ανεπιθύμητη συχνότητα f_c ή ω_c θεωρητικά πάντα. Γιατί την πραγματικότητα είναι μάλλον αδύνατο να αποκόπει μόνο μια συχνότητα και να αφήσει ανεπηρέαστες της εκατέρωθεν συχνότητες. Τα *notch* φίλτρα χρησιμοποιούνται συνήθως για να εξασθενήσουν σήματα παρεμβολής και να παρέχουν πρόσθετη επιλεκτικότητα στα συστήματα λήψης.

Κατασκευάζονται με τον συνδυασμό δύο φίλτρων, ενός low-pass και ενός high-pass. Συνήθως αυτά τα δύο φίλτρα έχουν την ίδια απόκριση σε dB/oct ώστε να εμφανίζουν συμμετρικότητα, αλλά αυτό δεν είναι απαραίτητο αν θέλουμε να κατασκευάσουμε ένα custom notch φίλτρο. Όλα εξαρτώνται από την χρήση για την οποία προορίζεται. Επίσης, μπορεί το φίλτρο να έχει μια σταθερή τιμή f_c αλλά μπορεί η τιμή της να μεταβάλλεται στο κύκλωμα. Αν θέλουμε να περιορίσουμε το εύρος των συχνοτήτων που επηρεάζονται, θα πρέπει να επιλέξουμε ένα ψηφιακό φίλτρο τύπου FIR μεγάλης τάξης.

Για τον σχεδιασμό, λαμβάνουμε υπόψη τρεις βασικές παραμέτρους: τη συχνότητα αποκοπής, ή κεντρική συχνότητα ή συχνότητα notch f_c , τον συντελεστή ποιότητας Q (η κλίση του φίλτρου) και το κέρδος (το ποσό της μείωσης της στάθμης). Αυτές οι παράμετροι ορίζουν το σχήμα του φίλτρου και τις συχνότητες στις οποίες θα λειτουργεί.



Σχήμα 1.10 - Ένα παθητικό notch φίλτρο RLC.



Σχήμα 1.11. - Κόκλωμα notch φίλτρου με τελεστικό ενισχυτή

Τα φίλτρα notch συνήθως χρησιμοποιούνται σε παραμετρικούς ισοσταθμιστές (parametric EQ). Αρχικά επιλέγεται η συχνότητα notch, έπειτα το Q ώστε να λειτουργεί σε ένα στενό εύρος συχνοτήτων και τέλος το κέρδος της τάσης του. Αυτό κάνει δυνατή την αφαίρεση πολύ συγκεκριμένων συχνοτήτων που προκαλούν προβλήματα για παράδειγμα σε μια εγγραφή. Χρησιμοποιούνται επίσης κατά κόρον όταν θέλουμε να αποκόψουμε τη συχνότητα 50Hz της γραμμής τροφοδοσίας (τον βόμβο του δικτύου).

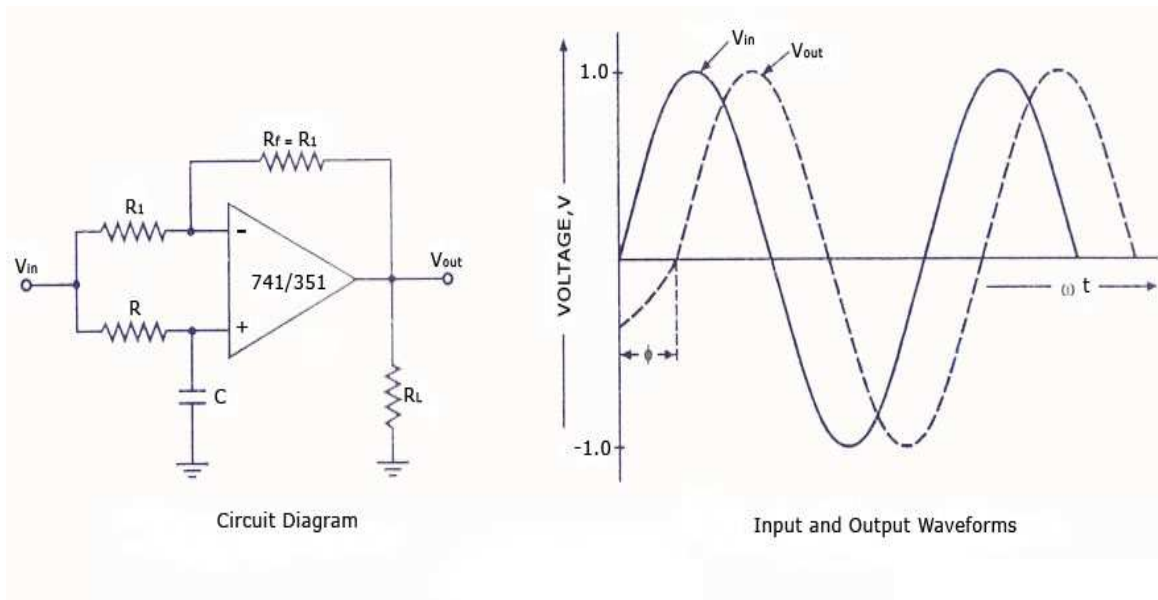
1.7.4. All-pass φίλτρα

Τα φίλτρα ολικής διέλευσης **All-pass** είναι διατάξεις που επιτρέπουν σε όλες τις συχνότητες να περάσουν χωρίς στην ουσία να αλλάζουν το συχνοτικό περιεχόμενο του σήματος εισόδου. Δίνουν δηλαδή μια επίπεδη απόκριση συχνότητας

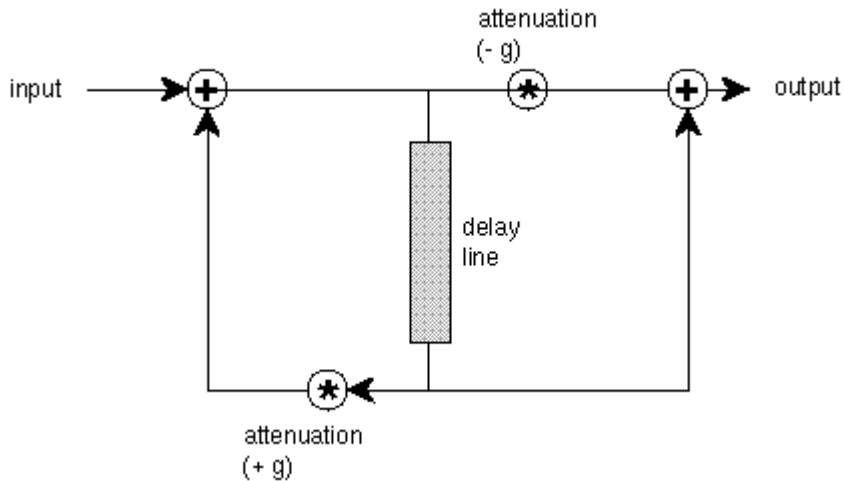
Μπορεί να ακούγεται παράδοξο ότι ένα φίλτρο δεν μεταβάλλει συχνοτικά ένα σήμα, επηρεάζει όμως τη φάση του. Αυτό που κάνει, είναι μετατόπιση φάσης δηλαδή προκαλεί καθυστέρηση (delay) στο σήμα εξόδου. Στην έξοδο φίλτρου (1^{ης} τάξης) έχουμε αναστροφή φάσης του σήματος εισόδου έως και 180° καθώς η συχνότητα αλλάζει, και παίρνει τιμές από 0Hz έως το άπειρο.

Για φίλτρο 2^{ης} τάξης, τη φάση μεταβάλλεται από 0 έως 360° στις αλλαγές της συχνότητας. Για αυτόν τον λόγο τα φίλτρα αυτά ονομάζονται και **διορθωτές φάσης (phase correctors)**. Καθ' όλη τη διάρκεια, το πλάτος του φίλτρου παραμένει σταθερό στα 0dB σε όλο το εύρος των συχνοτήτων.

Τα φίλτρα αυτά χρησιμοποιούνται κυρίως σε παλμικά κυκλώματα, καθώς και στις τηλεπικοινωνίες. Όταν μεταφέρεται το σήμα του τηλεφώνου μέσω των καλωδίων μετάδοσης, υφίσταται μια ολισθηση φάσης την οποία διορθώνουν τα all-pass φίλτρα. Επίσης απαντώνται σε ψηφιακή μορφή, σε εφέ επεξεργασίας ήχου όπως phasers, κάποιων τύπων reverb κ.α.



Σχήμα 1.12 - Κόκλωμα ενεργού All-pass φίλτρου και διάγραμμα μετατόπισης φάσης.



Σχήμα 1.13 - Διάγραμμα λειτουργίας ενός ψηφιακού All-pass

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΑΝΑΛΟΓΙΚΑ ΚΑΙ ΨΗΦΙΑΚΑ ΦΙΛΤΡΑ

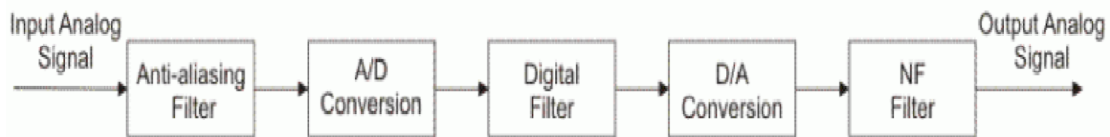
2.1. Γενικά

Όπως αναφέρθηκε και στο πρώτο κεφάλαιο, η χρήση των φίλτρων είναι απαραίτητη στις ηχητικές διατάξεις. Οι διατάξεις όμως που επεξεργάζονται τον ήχο μπορούν να είναι είτε αναλογικές είτε ψηφιακές. Έτσι θα πρέπει και τα φίλτρα που είναι τμήματα αυτών των διατάξεων να μπορούν να επεξεργάζονται είτε αναλογικά είτε ψηφιακά σήματα κάθε φορά. Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στους δύο τύπους φίλτρων που υπάρχουν, με βάση το είδος του σήματος που επεξεργάζονται.

Τα **αναλογικά φίλτρα** ή αλλιώς **φίλτρα συνεχούς χρόνου**, είναι τα φίλτρα εκείνα που στη είσοδό τους δέχονται αναλογικό σήμα και που χρησιμοποιούν συγκεκριμένες μεθόδους για να το φιλτράρουν. Το σήμα που εισέρχεται στο

σύστημα(φίλτρο) έχει συνεχόμενες τιμές άρα και το σήμα που εξέρχεται θα είναι συνεχούς χρόνου. Αντιστοίχως, τα **ψηφιακά φίλτρα** που ονομάζονται αλλιώς και **φίλτρα διακριτού χρόνου**, χρησιμοποιούν άλλες μεθόδους επεξεργασίας και δέχονται ψηφιακό σήμα στη είσοδό τους. Το σήμα εισόδου έχει διακριτές τιμές οπότε και το σήμα εξόδου θα είναι ανάλογης μορφής.

Τις περισσότερες φορές που γίνεται χρήση ψηφιακών φίλτρων απαιτείται η μετατροπή του σε αναλογικό στο τέλος της διάταξης. Στα ψηφιακά φίλτρα μετά την επεξεργασία, προστίθεται ένα κύκλωμα που μετατρέπει το ψηφιακό σήμα με αναλογικό. Το κύκλωμα αυτό ονομάζεται Μετατροπέας Αναλογικού σήματος σε Ψηφιακό **A to D Converter**. Αντίθετα σε ένα κύκλωμα με αναλογικό φίλτρο δεν χρειάζεται τέτοιο είδος μετατροπής, αφού το σήμα παραμένει στην καθαρή αναλογική μορφή του καθ' όλη τη διάρκεια της επεξεργασίας του.



Σχήμα 2.1 - Μπλοκ διάγραμμα συστήματος με ψηφιακό φίλτρο

Τα φίλτρα, με τα οποία θα ασχοληθούμε, είναι γραμμικά, και μπορούν να περιγραφούν, είτε από την κρουστική τους απόκριση $h(t)$ (για αναλογικά) και $h[n]$ (για ψηφιακά), είτε ισοδύναμα από τη συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$ και $H[z]$ αντίστοιχα. Τέλος μας ενδιαφέρει πολύ η συμπεριφορά των φίλτρων στο πεδίο της συχνότητας. Τον σημαντικότερο ρόλο στο σχεδιασμό ενός φίλτρου παίζει η απόκριση συχνότητας, δηλαδή το $H(j\omega)$ (για αναλογικά) και $H(e^{j\omega})$ (για ψηφιακά). Υπάρχουν κάποια είδη φίλτρων που δεν ανήκουν

σε αυτή την κατηγορία, με τα οποία δεν θα ασχοληθούμε στην παρούσα φάση.

2.2. Αναλογικά φίλτρα

Τα αναλογικά φίλτρα, δέχονται σήμα συνεχούς χρόνου και υλοποιούνται με κλασικά ηλεκτρικά κυκλώματα, δηλαδή κυκλώματα που περιέχουν αντιστάσεις, πυκνωτές, πηνία και τελεστικούς ενισχυτές. Ένα αναλογικό φίλτρο δέχεται ένα αναλογικό σήμα στην είσοδο του $x(t)$ και παράγει ένα νέο στην έξοδο του $y(t)$. Και τα δύο αυτά σήματα $x(t)$ και $y(t)$ είναι συναρτήσεις μιας συνεχούς μεταβλητής t (του χρόνου) και μπορούν να έχουν έναν άπειρο αριθμό τιμών. Απαιτούνται γνώσεις μαθηματικών για τον σχεδιασμό του, καθώς και ηλεκτρονικών για την κατασκευή του.

Με τη βοήθεια της δειγματοληψίας και των μεθόδων ψηφιακής επεξεργασίας σήματος, μπορεί κανείς να αντικαταστήσει τα αναλογικά φίλτρα με ψηφιακά, για εφαρμογές που απαιτούν ευελιξία και προγραμματισμό. Όπως η επεξεργασία ήχου μέσω ηλεκτρονικών υπολογιστών, οι τηλεπικοινωνίες, καθώς και οι ιατρικές εφαρμογές απεικόνισης. Η συνάρτηση μεταφοράς ενός τέτοιου φίλτρου δίνεται από τον τύπο:

$$\mathcal{H}(s) = \frac{b_0 s^K + b_1 s^{K-1} + \dots + b_K}{s^L + a_1 s^{L-1} + \dots + a_L}$$

Με άλλα λόγια, η συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος είναι μια ρητή συνάρτηση (λόγος πολυωνύμων) του s . Οι ρίζες του αριθμητή ονομάζονται μηδενικά της συνάρτησης μεταφοράς και οι ρίζες του παρονομαστή ονομάζονται πόλοι. Ο βαθμός του πολυωνύμου του παρονομαστή L δηλαδή ο αριθμός των πόλων της συνάρτησης, αποτελεί σημαντική παράμετρο και καλείται **τάξη** του φίλτρου.

2.3. Τύποι αναλογικών φίλτρων

Υπάρχουν πολλοί τύποι αναλογικών φίλτρων ανάλογα με την μορφή της συχνοτικής απόκρισης του σήματος εξόδου. Περισσότερο θα λέγαμε ότι είναι προσεγγίσεις απλοποίησης για τον σχεδιασμό ενός φίλτρου. Οι πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες προσεγγίσεις είναι οι εξής: **Butterworth**, **Chebyshev I** και **II**, **Elliptic** ή **Cauer** και **Bessel**. Καμία από τις παραπάνω προσεγγίσεις δεν πλησιάζει τις ιδανικές καμπύλες απόκρισης αλλά η καθεμία είναι χρήσιμη ανάλογα με τα καλά χαρακτηριστικά που παρουσιάζει.

- **Butterworth**: δίνει σχεδόν επίπεδη απόκριση και στη ζώνη διέλευσης και στη ζώνη αποκοπής χωρίς κυματώσεις αλλά έχει μέτρια μετάβαση από τη μία περιοχή στην άλλη.
- **Chebyshev I**: παρουσιάζει κυμάτωση στη ζώνη διέλευσης, ενώ η μετάβαση από τη ζώνη διέλευσης στη ζώνη αποκοπής είναι γρήγορη.
- **Chebyshev II**: εμφανίζει κυμάτωση στη ζώνη αποκοπής και έχει και αυτή γρήγορη μετάβαση από τη μία ζώνη στην άλλη, αλλά ελαφρώς πιο αργή από τον τύπο I.
- **Elliptic**: εμφανίζει κυματώσεις και στη ζώνη διέλευσης και στη ζώνη αποκοπής. Έχει όμως τη στενότερη ζώνη μετάβασης από όλα τα υπόλοιπα είδη.
- **Bessel**: έχει την πιο αργή μετάβαση από τη ζώνη διέλευσης στη ζώνη αποκοπής αλλά παρουσιάζει γραμμική φάση στη ζώνη διέλευσης συγκριτικά με τα άλλα φίλτρα.

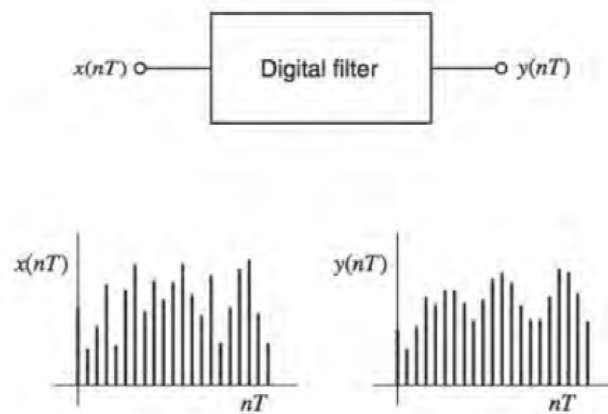
Είναι πολύ σημαντικό να πούμε ότι αυτές οι προσεγγίσεις αφορούν και τα ψηφιακά φίλτρα. Όλοι οι παραπάνω τύποι φίλτρων θα μελετηθούν πιο αναλυτικά στο 4^ο κεφάλαιο.

Ένας ακόμη διαχωρισμός των αναλογικών φίλτρων γίνεται με βάση τα διακριτά στοιχεία που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή τους. Διακρίνονται σε παθητικά και ενεργά. Τα **παθητικά φίλτρα** αποτελούνται μόνο από αντιστάσεις, πυκνωτές και πηνία τα οποία απλά αποκόπτουν τις ανεπιθύμητες συχνότητες. Τα **ενεργά φίλτρα** κατασκευάζονται με τη

χρήση τελεστικών ενισχυτών οι οποίοι επεμβαίνουν και στο κέρδος τάσης ενός φίλτρου. Με τις κατηγορίες αυτές θα ασχοληθούμε στο 3^ο κεφάλαιο.

2.4. Ψηφιακά φίλτρα

Ένα ψηφιακό φίλτρο λειτουργεί ως εξής: δέχεται στην είσοδο του ένα σήμα διακριτού χρόνου, εκτελεί την προκαθορισμένη επεξεργασία η οποία βασίζεται στη χρήση αλγορίθμων και υπολογισμών, και στην έξοδο του δίνει ένα νέο σήμα διακριτού χρόνου (ψηφιακό).



Σχήμα 2.2 - Ψηφιακό φίλτρο

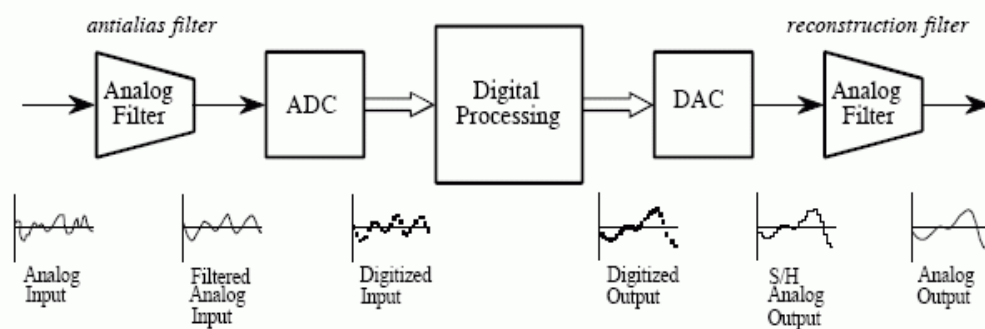
Τα ψηφιακά φίλτρα άρχισαν να πρωτοεμφανίζονται στη δεκαετία του '60 και εξελίχθηκαν πολύ, παράλληλα με την ανάπτυξη της τεχνολογίας των ηλεκτρονικών υπολογιστών από το 1970 και μετά. Ουσιαστικά ξεκίνησαν να κατασκευάζονται από την ανάγκη να ενσωματωθούν φίλτρα σε ψηφιακές συσκευές όπως για παράδειγμα στην κάρτα ήχου του υπολογιστή καθώς και να υπάρχουν με τη μορφή software σε προγράμματα ψηφιακής επεξεργασίας ήχου.

Ένα ψηφιακό φίλτρο αρχικά σχεδιάστηκε με σκοπό να μπορεί να κάνει ακριβώς ότι μπορεί να κάνει και ένα πραγματικό/αναλογικό φίλτρο αλλά με την πρόοδο της τεχνολογίας κατάφερε να μπορεί να κάνει πολύ περισσότερα.

Υπάρχουν δύο τρόποι να σχεδιάσουμε ένα ψηφιακό φίλτρο. Ο πρώτος είναι να το σχεδιάσουμε κατευθείαν σε ψηφιακή μορφή, και ο δεύτερος, να σχεδιάσουμε πρώτα ένα αναλογικό με τα επιθυμητά χαρακτηριστικά και έπειτα να κάνουμε τη μετατροπή του σε ψηφιακό (ισχύει μόνο για τα ΠΡ φίλτρα). Γίνεται μετατροπή του αναλογικού φίλτρου από το επίπεδο (s) στο επίπεδο (z) με κατάλληλους μετασχηματισμούς.

Ένα αναλογικό σήμα μπορεί να υποστεί επεξεργασία από ένα ψηφιακό φίλτρο υπό προϋποθέσεις. Πρέπει πρώτα το σήμα να ψηφιοποιηθεί δηλαδή να γίνει μια ακολουθία αριθμών, και αφού το ψηφιακό φίλτρο το επεξεργαστεί κατάλληλα, το σήμα εξόδου να μετατραπεί και πάλι σε αναλογικό.

Ένα σύστημα ψηφιακού φίλτρου αποτελείται συνήθως από ένα αναλογικό **φίλτρο αντιαναδιπλώσης**, έναν μετατροπέα A to D για τη δειγματοληψία του σήματος εισόδου, ακολουθεί ένας επεξεργαστής και μερικά περιφερειακά εξαρτήματα, όπως μνήμη για την αποθήκευση δεδομένων κ.α.. Τέλος, απαιτείται ένας ψηφιακός μετατροπέας D to A για να μετατραπεί ξανά το σήμα σε αναλογικό και ένα ακόμη αναλογικό **φίλτρο ανακατασκευής**.

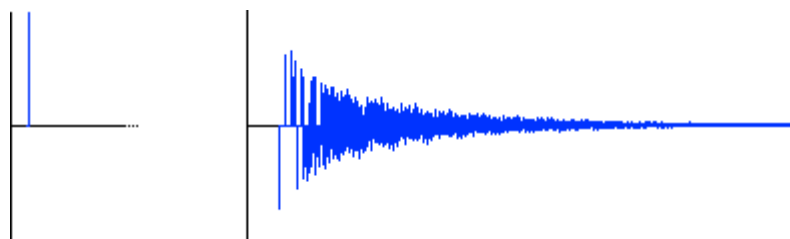


Σχήμα 2.3 - Μπλοκ διάγραμμα των βαθμίδων ψηφιοποίησης και αποψηφιοποίησης ενός σήματος.

Η διαδικασία της μετατροπής ενός αναλογικού σήματος σε ψηφιακό γίνεται δειγματοληπώντας με έναν πεπερασμένο αριθμό δειγμάτων και με συχνότητα δειγματοληψίας f_s . Εάν το σήμα εισόδου περιέχει συχνότητες

υψηλότερες από το ήμισυ της συχνότητας δειγματοληψίας ($f_s/2$), αυτό θα προκαλέσει παραμόρφωση στο αρχικό σήμα. Για αυτό χρησιμοποιείται ένα αναλογικό φίλτρο χαμηλής διέλευσης το οποίο εξαλείφει τις υψηλές συχνότητες από το σήμα εισόδου (antialias filter).

Μετά από όλα αυτά, το ψηφιοποιημένο πια σήμα είναι έτοιμο να υποστεί επεξεργασία από το ψηφιακό φίλτρο. Σε μερικές εφαρμογές αντί για τη χρήση ενός απλού επεξεργαστή, χρησιμοποιείται ένας επεξεργαστής ειδικού σκοπού DSP (Digital Signal Processor). Το σήμα εξόδου είναι επίσης ένα ψηφιακό σήμα το οποίο, πρέπει να μετατραπεί πάλι σε αναλογικό με τη βοήθεια ενός μετατροπέα A to D. Έπειτα, θα χρειαστεί ένα αναλογικό φίλτρο να εξαλείψει τυχόν υψηλές συχνότητες, μεγαλύτερες από $f_s/2$. Και πάλι, είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθεί ένα αναλογικό φίλτρο χαμηλής διέλευσης (reconstruction filter).



Σχήμα 2.4 - Ένας παλμός και η απόκριση του στο πεδίο του χρόνου

Εν γένει μπορούμε να πούμε ότι σαν διατάξεις προτιμώνται πολύ γιατί έχουν υψηλή ακρίβεια, υψηλή αξιοπιστία, δεν έχουν μεγάλο όγκο κατασκευής και επηρεάζονται ελάχιστα από τον θόρυβο δικτύου. Δεν υφίσταται πρόβλημα προσαρμογής των προηγούμενων και επόμενων βαθμίδων ενώ επιπρόσθετα υπάρχει και η δυνατότητα να κατασκευαστούν σε ολοκληρωμένο κύκλωμα.

2.5. Τύποι ψηφιακών φίλτρων

Τα φίλτρα μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο βασικές κατηγορίες. Στα φίλτρα πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης (FIR) και τα φίλτρα άπειρης

κρουστικής απόκρισης (IIR). Λόγω της βασικής αρχής λειτουργίας τους τα IIR φίλτρα ονομάζονται και **επαναληπτικά** ή **αναδρομικά** ενώ τα FIR ονομάζονται **μη αναδρομικά**. Δείχνει αν δηλαδή μέρος του σήματος εξόδου του φίλτρου, ανατροφοδοτείται στην είσοδό του.

Το ποια από τις δύο κατηγορίες θα επιλέξουμε σε κάθε περίπτωση, εξαρτάται από τα καλά χαρακτηριστικά που θέλουμε να εκμεταλλευτούμε.

Τα βασικά χαρακτηριστικά των FIR ψηφιακών φίλτρων είναι :

- έχουν γραμμική φάση,
- είναι ευσταθή.

Τα βασικά χαρακτηριστικά των IIR ψηφιακών φίλτρων είναι:

- μπορεί να έχει μη γραμμική φάση,
- χαμηλότερης τάξης φίλτρο από ένα αντίστοιχο FIR με τις ίδιες προδιαγραφές (λιγότερο πολύπλοκα κυκλώματα)
- έχει τη δυνατότητα να γίνει ασταθές.

Με τις δύο αυτές κατηγορίες φίλτρων θα ασχοληθούμε περισσότερο στο 5^ο Κεφάλαιο.

Άλλη μία κατηγορία είναι τα **προσαρμοστικά φίλτρα (adaptive filters)**. Πρόκειται για μία ιδιαίτερη κατηγορία με την οποία δεν θα ασχοληθούμε σε αυτή την εργασία. Θα πούμε απλά ότι είναι φίλτρα που οι παράμετροι τους αλλάζουν κατά τη διάρκεια της λειτουργίας τους, σε συνάρτηση με το σήμα εισόδου. Χρησιμοποιούνται πολύ σε ιατρικές συσκευές παρακολούθησης, κινητά τηλέφωνα και στις τηλεπικοινωνίες. Στην πλειοψηφία τους είναι ψηφιακά.

2.6. Διαφορές αναλογικών και ψηφιακών φίλτρων

Αναλογικά

1) Ένα αναλογικό φίλτρο είναι απλό στην εφαρμογή του και απαιτεί μερικά ηλεκτρονικά εξαρτήματα. Το μόνο που χρειάζεται είναι μια πλακέτα με διακριτά στοιχεία, όπως αντιστάσεις, πυκνωτές, πηνία, τελεστικούς κλπ. για να κατασκευαστεί το κύκλωμα. Δεν χρειάζονται ούτε πολύπλοκοι επεξεργαστές, ούτε εξειδικευμένες γνώσεις για τον προγραμματισμό των επεξεργαστών. Με άλλα λόγια είναι πολύ εύκολο για κάποιον με βασικές τεχνικές γνώσεις να κατασκευάσει μόνος του ένα αναλογικό φίλτρο.

2) Στα αναλογικά φίλτρα η επεξεργασία του σήματος είναι άμεση και πραγματοποιείται χωρίς καμία χρονική καθυστέρηση. Ακριβώς το αντίθετο συμβαίνει με τα ψηφιακά όπου το σήμα εξόδου δίνεται με μία καθυστέρηση η οποία εξαρτάται από την πολυπλοκότητα του φίλτρου και από την ταχύτητα του επεξεργαστή.

3) Ένα ψηφιακό φίλτρο απαιτεί έναν A to D, και έναν D to A μετατροπέα, που είναι ουσιαστικά δύο επιπλέον βαθμίδες στο κύκλωμα. Εκτός από την ειδική γνώση που είναι απαραίτητη για τη σύνδεση των βαθμίδων αυτών πριν και μετά τον DSP, απαιτούνται συχνά και εξειδικευμένα εργαλεία τοποθέτησης. Αυτό μεταφράζεται σε αυξημένο κόστος κατασκευής. Επιπρόσθετα, είναι απαραίτητη η γνώση μιας γλώσσας προγραμματισμού. Εξαιρετικά σημαντικό είναι επίσης ο προγραμματιστής να έχει καλή γνώση μαθηματικών ώστε να μπορεί να υπολογίσει τον αλγόριθμο που υλοποιεί τη συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου.

Ψηφιακά

1) Η απόκριση ενός αναλογικού φίλτρου εξαρτάται άμεσα από τις τιμές (π.χ. αντίστασης, χωρητικότητας κλπ.) των διακριτών ηλεκτρονικών στοιχείων του κυκλώματος. Οι χαρακτηριστικές των φίλτρων μεταβάλλονται όταν οι τιμές αυτές αλλάζουν καθώς επηρεάζονται από τη θερμοκρασία

περιβάλλοντος, την υγρασία και τη παλαιώση των υλικών λόγω παρατεταμένης χρήσης . Από την άλλη πλευρά τα ψηφιακά φίλτρα δεν επηρεάζονται από τέτοιους παράγοντες και μένουν απολύτως σταθερά αρκεί μόνο ο επεξεργαστής τους να λειτουργεί σωστά.

2)Με τα ψηφιακά φίλτρα είναι πολύ εύκολο να πλησιάσουμε τις ιδανικές καμπύλες απόκρισης και να υπολογίσουμε με μεγάλη ακρίβεια τις τιμές εξόδου τους, ενώ στα αναλογικά δεν είναι εφικτό να γίνει κάτι τέτοιο επειδή είναι αδύνατο να υπολογίσουμε τις τιμές των στοιχείων του κυκλώματος με απόλυτη ακρίβεια.

3)Αν επιθυμεί κανείς να αλλάξει τα χαρακτηριστικά ενός αναλογικού φίλτρου θα πρέπει να κάνει τροποποιήσεις στο κύκλωμα αλλάζοντας τη διάταξη και τις τιμές των στοιχείων του κυκλώματος. Ουσιαστικά θα πρέπει να ξανασχεδιαστεί από την αρχή, σε σύγκριση με τα ψηφιακά φίλτρα στα οποία μπορούν να γίνουν οι επιθυμητές μετατροπές μεταβάλλοντας τις τιμές των υπολογιστικών συναρτήσεων (αλγόριθμοι) του επεξεργαστή.

4) Με την συνεχή εξέλιξη της τεχνολογίας, μπορούν πια τα ψηφιακά φίλτρα με πολύπλοκες συνδεσμολογίες και μεγάλες τάξεις, να είναι πιο απλά στην κατασκευή (hardware) σε αντίθεση με ένα αντίστοιχο (ισοδύναμο) αναλογικό.

5)Τα αναλογικά φίλτρα αντιμετωπίζουν πρόβλημα όταν απαιτείται να εργαστούν με σήματα πολύ χαμηλών συχνοτήτων, ενώ τα ψηφιακά μπορούν να εργαστούν καλά σε χαμηλές συχνότητες ακόμα και μικρότερες του 1Hz.

Συμπέρασμα: και τα δύο είδη φίλτρων έχουν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Το πιο από τα δύο θα διαλέξουμε εξαρτάται από το ποιο πλεονέκτημα θέλουμε να εκμεταλλευτούμε κάθε φορά. Είναι σημαντικό όμως να πούμε ότι και τα δύο είδη φίλτρων μπορούν να χρησιμοποιηθούν πια με μεγαλύτερη ευκολία, λόγω των έτοιμων τυποποιημένων κυκλωμάτων που μπορεί κανείς να βρει εύκολα στο διαδίκτυο, χωρίς να χρειάζεται να κάνει υπολογισμούς. Απλά μπορεί να εισάγει σε υπολογιστικές μηχανές (software)

τα χαρακτηριστικά που επιθυμεί να έχει το φίλτρο, και το πρόγραμμα θα του δώσει το σχέδιο του κυκλώματος, τις τιμές των διακριτών ηλεκτρονικών τους στοιχείων, καθώς και τις αποκρίσεις πλάτους και φάσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ

3.1. Παθητικά φίλτρα

Τα παθητικά φίλτρα είναι τα πρώτα είδη φίλτρων που κατασκευάστηκαν και αποτελούνται από τα πιο απλά ηλεκτρονικά στοιχεία. Αντιστάσεις, πηνία και πυκνωτές. Τα στοιχεία αυτά για να λειτουργήσουν δεν χρειάζονται κάποια εξωτερική πηγή τροφοδοσίας. Επειδή, δεν κάνουν χρήση τελεστικών ενισχυτών, καταλαβαίνουμε ότι δεν μπορούν να ενισχύσουν ένα σήμα. Μπορούν απλά να το ελαττώσουν ή να το αφήσουν να περάσει ανεπηρέαστο. Επειδή ακριβώς η σχεδίαση με παθητικά στοιχεία είναι η πιο απλή βασική μορφή φίλτρου, αποτελεί απαραίτητη γνώση πάνω στην οποία βασιζόμαστε για τη σχεδίαση οποιουδήποτε άλλου είδους φίλτρου, οποιασδήποτε τεχνολογίας.

Λόγω της ραγδαίας προόδου στον τομέα της τεχνολογίας, η χρήση των παθητικών φίλτρων έχει περιοριστεί αρκετά και την θέση τους έχουν πάρει νέα φίλτρα με μικρότερο κόστος κατασκευής, μικρότερο μέγεθος και νέα υλικά. Για παράδειγμα, στα πρώτα εκουαλάιζερ EQ, γινόταν χρήση παθητικών φίλτρων ενώ τώρα πια χρησιμοποιούνται είτε ενεργά είτε ψηφιακά, τα οποία δίνουν και την επιπλέον δυνατότητα ρύθμισης της απολαβής. Ωστόσο, σε συγκεκριμένες εφαρμογές ο ρόλος τους είναι ακόμα απαραίτητος.

Αντίθετα με τα ενεργά φίλτρα, τα παθητικά έχουν το μειονέκτημα ότι δεν έχουν προσαρμογή. Θα πρέπει η αντίσταση εισόδου του φίλτρου να είναι ίδια

με την αντίσταση εξόδου της προηγούμενης βαθμίδας και η αντίσταση εξόδου του φίλτρου, να είναι ίση με την αντίσταση εισόδου της επόμενης βαθμίδας. Η εσωτερική αντίσταση την πηγής R_s και η αντίσταση φορτίου R_L , επηρεάζουν την συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου και συνεπώς τα χαρακτηριστικά του.

Παρακάτω θα ασχοληθούμε με τα τέσσερα είδη παθητικών φίλτρων ανάλογα με τις συχνότητες που αφήνουν να περάσουν και εκείνες που απορρίπτουν.

3.2. Low pass παθητικά φίλτρα

Ένα φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων είναι ένα κύκλωμα που προσφέρει διέλευση σε σήματα χαμηλής συχνότητας και απόρριψη σε σήματα υψηλής συχνότητας. Τα φίλτρα αυτά τα συναντούμε σε ενισχυτές audio συστημάτων υπό τη μορφή ρυθμιζόμενων παραμέτρων “Tone” και “Treble Cut”. Επίσης τα βρίσκουμε να οδηγούν τις χαμηλές συχνότητες σε ηχεία woofers.

Γενικά για τα ιδανικά LP φίλτρα ισχύει :

$$|H(j\omega)|=1 \text{ για } \omega \in [-\omega_p, \omega_p] \text{ και}$$

$$|H(j\omega)|=0 \text{ στις υπόλοιπες περιπτώσεις}$$

Υπάρχουν δύο διαφορετικές συνδεσμολογίες για την κατασκευή low-pass φίλτρων, το χωρητικό φίλτρο χαμηλής διέλευσης στο σχήμα 3.1 και το επαγωγικό φίλτρο χαμηλής διέλευσης στο σχήμα 3.2.

Χωρητικό φίλτρο low-pass

Η χωρητική αντίδραση του πυκνωτή μειώνεται καθώς αυξάνεται η συχνότητα. Οι χαμηλές συχνότητες περνούν πιο εύκολα, ενώ οι υψηλές τείνουν να αποκόπτονται εωσότου κάποια στιγμή, δεν περνούν καθόλου.

Η συχνότητα αποκοπής είναι $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$ (1)

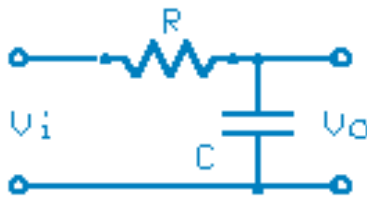
Και ο νόμος του Ohm δίνει $V_o = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} V_i$ (2)

Με ω_c να είναι $\omega_c = \frac{1}{RC}$ (3)

Η συνάρτηση μεταφοράς με τη βοήθεια των (1), (2) και (3) γίνεται

$$H(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{V_c}{V_i} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_c}}$$

Και το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς $|H(j\omega)| = \frac{|V_o|}{|V_i|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}$



Σχήμα 3.1 - Χωρητικό φίλτρο low-pass

Επαγωγικό φίλτρο low-pass

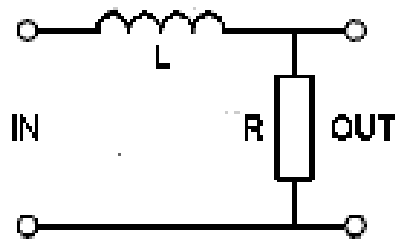
Η εμπέδηση του πηνίου αυξάνει καθώς αυξάνεται η συχνότητα. Αυτή η υψηλή αντίσταση σε σειρά, τείνει να μπλοκάρει τα σήματα υψηλής συχνότητας.

Η συχνότητα αποκοπής είναι $f_c = \frac{R}{2\pi L}$

Κι εδώ ομοίως η συνάρτηση μεταφοράς είναι

$$H(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{V_L}{V_i} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_c}}$$

Με ω_c να είναι $\omega_c = \frac{R}{L}$



Σχήμα 3.2 - Επαγωγικό φίλτρο low-pass

Το επαγωγικό φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων LR καθώς και το χωρητικό RC, είναι τα πιο απλά φίλτρα που μπορούμε να σχεδιάσουμε. Τα επαγωγικά πηνία έχουν τη δυνατότητα να σηκώνουν μεγαλύτερα φορτία. Αν για παράδειγμα δώσουμε φορτίο μεγαλύτερο από μερικά mA σε ένα RC φίλτρο, η αντίσταση του κυκλώματος θα προκαλέσει σημαντικές απώλειες ισχύος. Όμως σε ένα LR φίλτρο η dc αντίσταση του πηνίου είναι σχεδόν μηδέν άρα μπορεί να σηκώσει περισσότερο ρεύμα.

3.3. High pass παθητικά φίλτρα

Ένα φίλτρο high-pass λειτουργεί αντίθετα από ένα φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων: προσφέρει εύκολο πέρασμα ενός σήματος υψηλής συχνότητας και απορρίπτει σήματα χαμηλής συχνότητας. Τα κυκλώματα των high-pass φίλτρων έχουν την αντίθετη διάταξη από εκείνα των low-pass.

για τα ιδανικά υψηλής διέλευσης φίλτρα ισχύει:

$$|H(j\omega)| = 0 \text{ για } \omega \in [-\omega_p, \omega_p] \text{ και}$$

$$|H(j\omega)| = 1 \text{ στις υπόλοιπες περιπτώσεις}$$

Τα φίλτρα υψηλής διέλευσης χρησιμοποιούνται συχνά σε audio ενισχυτές υπό τη μορφή ρυθμιζόμενου ή μη “bass cut” αποκόποντας τις χαμηλές συχνότητες.

Χωρητικό high-pass φίλτρο

Τα φίλτρα διέλευσης υψηλών συχνοτήτων εισάγουν έναν πυκνωτή C σε σειρά με μια αντίσταση R. Όσο μειώνεται η συχνότητα, τόσο αυξάνεται η χωρητική αντίδραση του πυκνωτή, συνεπώς οι χαμηλές συχνότητες μπλοκάρονται. Αντίθετα, σε πολύ υψηλές συχνότητες, ο C λειτουργεί σαν βραχυκύκλωμα και τις αφήνει να περάσουν ανεπηρέαστες.

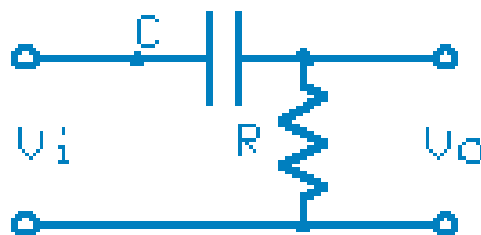
Ο νόμος του Ohm δίνει τη σχέση : $V_{out} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} V_{in}$ (1)

Με ω_c να είναι $\omega_c = \frac{1}{RC}$ (2)

Η συνάρτηση μεταφοράς δίνεται με τη βοήθεια των (1) και (2):

$$H(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{V_R}{V_i} = \frac{1}{1 + \frac{1}{jRC\omega}} = \frac{1}{1 - j\frac{\omega_c}{\omega}} = \frac{1}{1 - j\frac{f_c}{f}}$$

Και το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς $|H(j\omega)| = \frac{|V_o|}{|V_i|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$



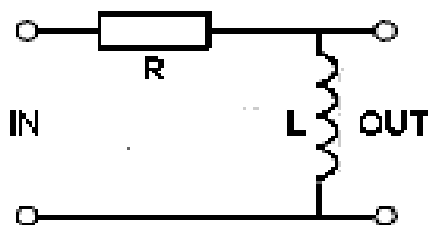
Σχήμα 3.3 - Χωρητικό high pass φίλτρο

Επαγωγικό φίλτρο high-pass

Τα επαγωγικά φίλτρα high-pass εισάγουν μια αντίσταση σε σειρά και ένα πηνίο παράλληλα με το φορτίο. Με την αύξηση της συχνότητας, έχουμε μείωση της επαγωγικής αντίδρασης του πηνίου. Έτσι επιτυγχάνουμε εύκολη διέλευση των συχνοτήτων αυτών.

Με ω_c να είναι $\omega_c = \frac{R}{L}$

Η συνάρτηση μεταφοράς δίνεται $H(j\omega) = \frac{1}{1 - j \frac{R}{L\omega}} = \frac{1}{1 - j \frac{\omega_c}{\omega}}$



Σχήμα 3.4 - Επαγωγικό high pass φίλτρο

3.4. Band pass παθητικά φίλτρα

Τα band-pass παθητικά φίλτρα είναι κυκλώματα που επιτρέπουν να περάσουν σήματα ανάμεσα σε δύο διαφορετικές συχνότητες, ενώ αποκόπτουν όλες τις υπόλοιπες. Αυτός ο τύπος φίλτρου χρησιμοποιείται συχνά στους ασύρματους δέκτες και πομπούς.

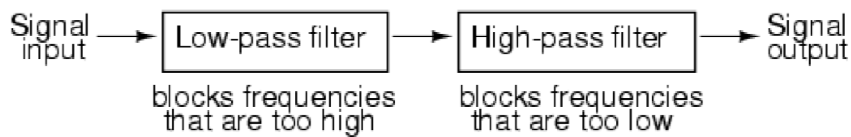
Τα κυκλώματα των band-pass φίλτρων μπορούν να σχεδιαστούν συνδυάζοντας τις ιδιότητες των low-pass και high-pass φίλτρων σε ένα ενιαίο φίλτρο. Επίσης μπορούν να κατασκευαστούν δύο ειδών band-pass φίλτρα, τα **ευρείας ζώνης** και τα **στενής ζώνης διέλευσης**. Πολύ προσεγγιστικά μπορούμε να πούμε ότι τα στενής ζώνης διέλευσης έχουν συντελεστή ποιότητας από $Q=10$ και πάνω.

Για τα ιδανικά band-pass φίλτρα ισχύει :

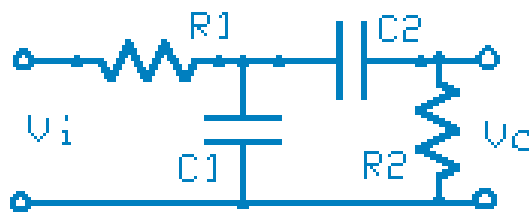
$$|H(j\omega)| = 1 \text{ για } \omega \in [-\omega_H, -\omega_L] \text{ ή } \omega \in [\omega_L, \omega_H] \text{ και}$$

$$|H(j\omega)| = 0 \text{ στις υπόλοιπες περιπτώσεις}$$

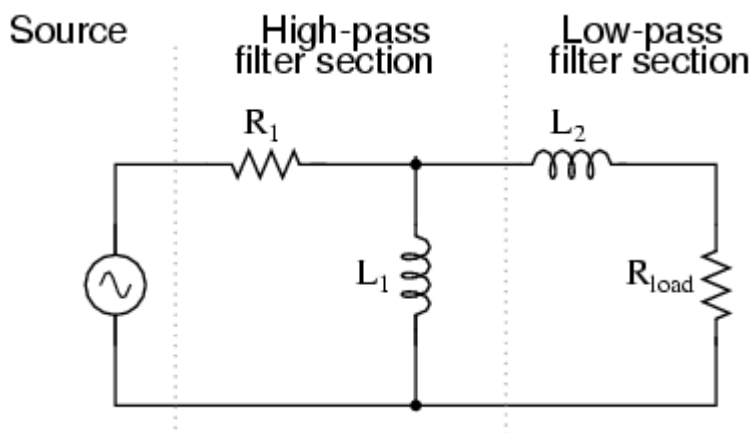
$$\text{Το Bandwidth είναι ίσο με } BW = \omega_H - \omega_L = \frac{\omega_{cutoff}}{Q}$$



Σχήμα 3.5 - συνδυασμός δύο φίλτρων για την δημιουργία band-pass φίλτρου



Σχήμα 3.6 - Χωρητικό band-pass φίλτρο



Σχήμα 3.7 - Ελαγωγικό band-pass φίλτρο

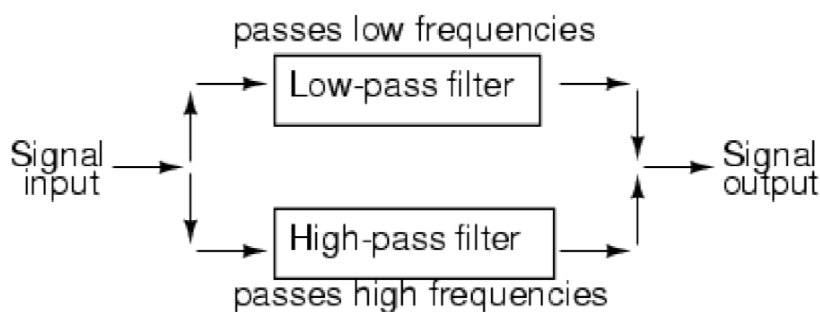
3.5. Band-stop παθητικά φίλτρα

Τα band-stop φίλτρα απορρίπτουν όλες τις συχνότητες που βρίσκονται εντός του διαστήματος μεταξύ δύο επιλεγμένων συχνοτήτων ω_1 και ω_2 ενώ αφήνουν όλες τις υπόλοιπες να περνούν ανεπηρέαστες. Μπορεί να δημιουργηθεί από ένα low-pass και ένα high-pass φίλτρο συνδεδεμένα παράλληλα. Και εδώ ισχύει ότι τα band-stop φίλτρα χωρίζονται σε δύο είδη, τα ευρείας ζώνης και τα στενής ζώνης αποκοπής.

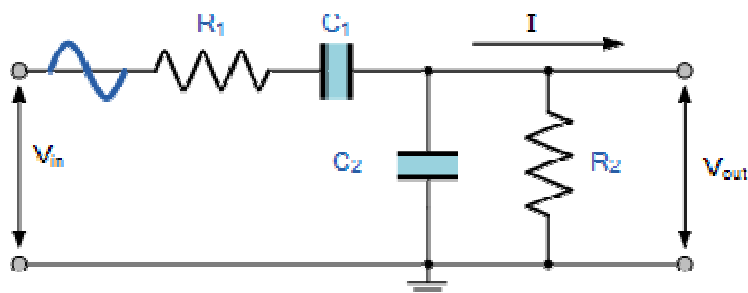
Για τα ιδανικά band-stop ισχύει :

$$|H(j\omega)| = 0 \text{ για } \omega \in [-\omega_H, -\omega_L] \text{ ή } \omega \in [\omega_L, \omega_H] \text{ και}$$

$$|H(j\omega)| = 1 \text{ στις υπόλοιπες περιπτώσεις}$$



Σχήμα 3.8 - συνδυασμός δύο φίλτρων για την δημιουργία band-pass φίλτρου



Σχήμα 3.9 - χωρητικό band-stop φίλτρο

Όταν αναφερόμαστε στην τάξη ενός παθητικού φίλτρου, μιλάμε για τον αριθμό των πυκνωτών ή των πηνίων του κυκλώματος και όχι για τις αντιστάσεις. Αυτό συμβαίνει γιατί οι αντιστάσεις ναι μεν συμβάλλουν στα χαρακτηριστικά του φίλτρου αλλά κυρίως καταναλώνουν ισχύ (προκαλώντας εξασθένηση του σήματος), μια διαδικασία που δεν έχει σχέση με τη συχνότητα. Τα L και C θεωρούνται πιο δραστικά στοιχεία στο κύκλωμα αφού οι τιμές ρεύματος και τάσης επηρεάζονται από την εισερχόμενη συχνότητα. Για τον λόγο αυτό, πολύ συχνά βλέπουμε κυκλώματα μόνο με C και L. Ένα καλό χαρακτηριστικό των διατάξεων αυτών είναι ότι έχουν τη δυνατότητα να μεταβάλλουν την αντίσταση εισόδου τους σε κάποιες συχνότητες στην περιοχή διέλευσης, παρέχοντας τη μέγιστη ισχύ της πηγής στο φορτίο.

3.6. Resonant φίλτρα ή φίλτρα Συντονισμού

Στα παραπάνω κλασικά φίλτρα χρησιμοποιήσαμε πηνία L και πυκνωτές C αλλά ποτέ μαζί στο ίδιο κύκλωμα. Ο συνδυασμός και των δύο αυτών ηλεκτρονικών στοιχείων σε ένα κύκλωμα, έχει την ιδιότητα να προκαλεί συντονισμό σε μία συγκεκριμένη συχνότητα. Τη συχνότητα αυτή μπορούμε να την απορρίψουμε δημιουργώντας ένα band-stop φίλτρο, είτε να την επιλέξουμε με ένα band-pass. Τα φίλτρα αυτά ονομάζονται αλλιώς : **επιλογής συχνότητας** και **παγίδας συχνότητας**.

Ο συνδυασμός σε σειρά ενός πυκνωτή και ενός πηνίου προκαλούν ελάχιστη αντίσταση κατά τον συντονισμό. Ο παράλληλος συνδυασμός τους προκαλεί μέγιστη αντίσταση. Αυτό το χαρακτηριστικό είναι που μας κάνει να τα χρησιμοποιούμε για την απόρριψη ή την επιλογή μιας συχνότητας. Προσθέτοντας και μια αντίσταση R στα κυκλώματα αυτά επιτυγχάνουμε την εξασθένηση της ταλάντωσης συντονισμού. Χωρίς αυτή την αντίσταση, η ταλάντωση δεν θα απόσβενε ποτέ. Επίσης, η R μειώνει λίγο την τιμή πλάτους της συχνότητας συντονισμού.

LC σε σειρά

Η επαγωγική αντίδραση X_L αυξάνεται με την αύξηση της συχνότητας, ενώ η χωρητική αντίδραση X_C μειώνεται όσο αυξάνεται η συχνότητα. Στη συχνότητα συντονισμού f_0 , η X_L και η X_C έχουν την ίδια τιμή αλλά αντίθετο πρόσημο. Με άλλα λόγια, η τάση στα άκρα του πηνίου και στα άκρα του πυκνωτή θα έχει το ίδιο πλάτος αλλά επειδή έχουν διαφορά φάσης 180° αλληλοακυρώνονται. Η τάση στο κύκλωμα θα είναι 0.

$$X_L = -X_C \quad (1)$$

$$X_L = \omega \times L \quad \text{και} \quad X_C = \frac{1}{\omega \times C} \quad (2)$$

$$\text{Από τα (1) και (2)} \quad \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\text{λύνοντας ως προς } \omega_0 \text{ προκύπτει :} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

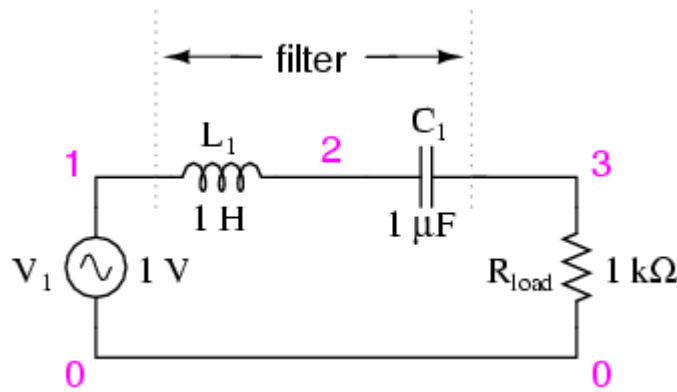
$$\text{Η συχνότητα } f_0 \text{ υπολογίζεται από τη σχέση :} \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Όπου L είναι η επαγωγή και μετρείται σε Henry, C η χωρητικότητα σε Farad, η συχνότητα f_0 σε Hertz και η γωνιακή συχνότητα ω_0 σε rad/sec.

Το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο και τον πυκνωτή είναι το ίδιο και γίνεται μέγιστο στη συχνότητα συντονισμού. Αντίθετα η σύνθετη αντίσταση γίνεται ελάχιστη πλησιάζοντας το μηδέν. Το κύκλωμα αυτό όταν η συχνότητα $f = f_0$ επιτρέπει στη συχνότητα f_0 να περάσει. Λειτουργεί δηλαδή σαν βραχυκύκλωμα (σχήμα 3.10)

Για f μικρότερη της f_0 το κύκλωμα γίνεται χωρητικό.

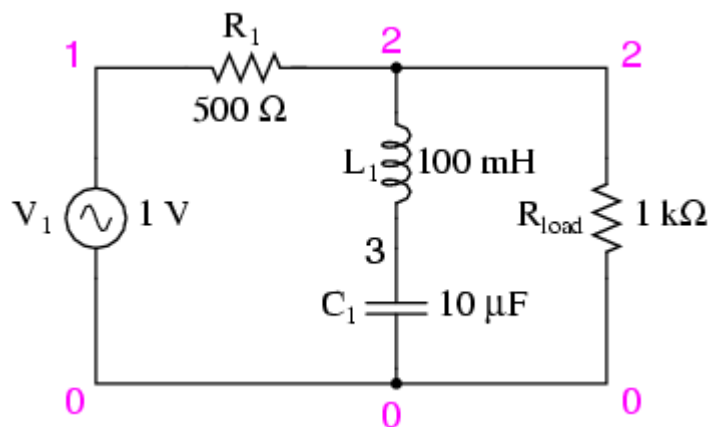
Για f μεγαλύτερη της f_0 το κύκλωμα γίνεται επαγωγικό.



Σχήμα 3.10 - Διάταξη LC σε σειρά και R σε σειρά -band-pass φίλτρο

Στο παραπάνω κύκλωμα, το πλάτος στη συχνότητα f_0 παραμένει σταθερό. Η τιμή της αντίστασης του φορτίου δεν επηρεάζει τη συχνότητα συντονισμού, αντίθετα, μπορεί να επηρεάσει την κλίση της κορυφής (δηλαδή την επιλεκτικότητα) του φίλτρου.

Αν τώρα προσθέσουμε και μια αντίσταση R παράλληλα με μια LC διάταξη σε σειρά θα πάρουμε ένα band-stop φίλτρο (σχήμα 3.11).



Σχήμα 3.11 - Διάταξη LC σε σειρά και R παράλληλα - band-stop φίλτρο

LC παράλληλα

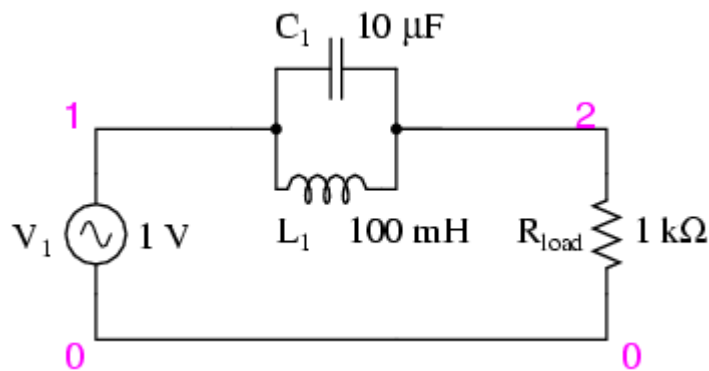
Εδώ οι τιμές ρευμάτων των αντιδράσεων X_L και X_C είναι ίσες και αντίθετες, με αποτέλεσμα να αλληλοακυρώνονται.

Το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο και το πυκνωτή θα είναι ίδιο αλλά με διαφορά φάσης 180° δίνοντας συνολικό ρεύμα ίσο με 0, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η συνολική σύνθετη αντίσταση. Η συχνότητα f_0 απορρίπτεται. Το κύκλωμα στη συχνότητα $f = f_0$ λειτουργεί σαν ανοιχτό κύκλωμα.

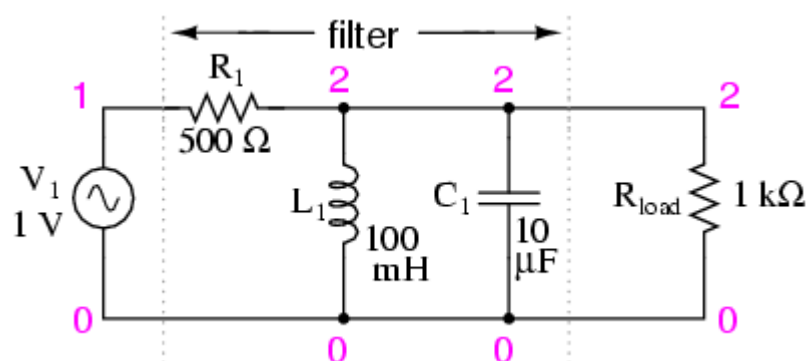
Για f μικρότερη της f_0 το κύκλωμα γίνεται επαγωγικό.

Για f μεγαλύτερη της f_0 το κύκλωμα γίνεται χωρητικό.

Αν το παράλληλο LC κύκλωμα συνδεθεί σε σειρά με μια αντίσταση φορτίου, θα λειτουργήσει σαν band-stop φίλτρο, ενώ αν η αντίσταση συνδεθεί παράλληλα, θα έχουμε ένα φίλτρο band-pass (σχήμα 3.12 και 3.13).



Σχήμα 3.12 - Διάταξη LC παράλληλα και R σε σειρά - band-stop φίλτρο



Σχήμα 3.13 - Διάταξη LC παράλληλα και R παράλληλα - band-pass φίλτρο

Μια LC διάταξη σε σειρά δίνει ενίσχυση τάσης ενώ μια παράλληλη διάταξη δίνει ενίσχυση ρεύματος.

Η χρήση των συντονισμένων κυκλωμάτων RLC βρίσκει εφαρμογή κυρίως στις τηλεπικοινωνίες και πιο συγκεκριμένα στους πομπούς και δέκτες ραδιοσυχνοτήτων, όταν για παράδειγμα γυρίζουμε το κουμπί του ραδιόφωνου ψάχνοντας για έναν σταθμό. Απαντώνται επίσης σε γεννήτριες ήχου, μίκτες κ.α. Τα παράλληλα LC κυκλώματα χρησιμοποιούνται ως αντιστάσεις φορτίου στις βαθμίδες εξόδου RF ενισχυτών. Παρέχουν μέγιστο κέρδος ρεύματος στη συχνότητα συντονισμού.

Φυσικά υπάρχουν πολλοί συνδυασμοί σύνδεσης των L, C και R μεταξύ τους σε ένα κύκλωμα. Εδώ ασχοληθήκαμε με τους τέσσερις βασικούς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΕΝΕΡΓΑ ΦΙΛΤΡΑ

4.1.Ενεργά φίλτρα

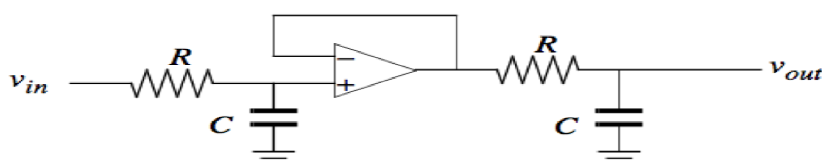
Τα ενεργά φίλτρα, εκτός από τα παθητικά στοιχεία που διαθέτουν (αντιστάσεις, πυκνωτές, πηνία), κατασκευάζονται και με τη χρήση τελεστικών ενισχυτών. Τα ενεργά φίλτρα προσφέρουν αρκετά πλεονεκτήματα σε σχέση με τα παθητικά. Το βασικότερο όμως πλεονέκτημά τους είναι ότι με την κατάλληλη συνδεσμολογία είναι ικανά να μεταβάλλουν το κέρδος στο σήμα εξόδου.

Τα φίλτρα αυτά ανήκουν στην κατηγορία των IIR ενεργών φίλτρων. Γενικά σχεδιάζονται εύκολα και απαιτούν λίγες παραμέτρους για την κατασκευή τους, αλλά από την άλλη πλευρά αυτό το στοιχείο τους είναι που τα κάνει αρκετά λιγότερο ευέλικτα.

Το αν ένα φίλτρο θα ενισχύει το σήμα, είναι κάτι που σε κάποιες περιπτώσεις ζητείται. Κατά βάση όμως, θεωρείται μειονέκτημα. Υπάρχουν

περιπτώσεις που η ενίσχυση δεν μπορεί να αποφευχθεί λόγω της συνδεσμολογίας του φίλτρου.

Πολλές φορές ένας τελεστικός ενισχυτής δεν παίζει καθόλου ρόλο στο κέρδος και χρησιμοποιείται μόνο σαν **διαχωριστής δύο βαθμίδων** (buffer). Για παράδειγμα στο σχήμα 4.1 αν βραχυκυκλώσουμε την αναστρέφουσα είσοδο του τελεστικού, αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να μην επηρεάζεται το κέρδος εξόδου. Αν δεν υπήρχε ο buffer, οι τιμές των δύο αντιστάσεων και των δύο πυκνωτών θα προστίθεντο με τέτοιο τρόπο ώστε η έξοδος δεν θα έδινε ένα αποτέλεσμα φίλτρου 2^{ης} τάξης αλλά πιθανώς κάτι ανάμεσα σε 1^{ης} και 2^{ης} τάξης. Το παράδειγμα είναι απλοϊκό και εύκολα υπολογίσιμο αλλά σε φίλτρα μεγάλης τάξης η έξοδος θα ήταν αδύνατο να υπολογιστεί.



Σχήμα 4.1 - Ενεργό low-pass φίλτρο 2^{ης} τάξης με χρήση τελεστικού σε ρόλο buffer

Κατά βάση τα αναλογικά φίλτρα χρησιμοποιούνται σε hi-fi συστήματα ή σε ηχεία όπου η χρήση τους απαιτεί να έχουν σταθερά χαρακτηριστικά. Παρόλο που τα αναλογικά φίλτρα είναι εύκολα υλοποιήσιμα και φτηνά στην κατασκευή τους, έχουν ένα βασικό μειονέκτημα. Σε περιπτώσεις που είναι επιθυμητό να αλλάξουν τα χαρακτηριστικά του φίλτρου ή να μεταβάλλεται συνεχώς η τιμή κάποιων στοιχείων του, είναι δύσκολο να γίνουν οι κατάλληλες μετατροπές στο hardware.

Ένα βασικό κριτήριο με το οποίο επιλέγουμε φίλτρο είναι η χαρακτηριστική του πλάτους του συναρτήσεως της συχνότητας ή αλλιώς η καμπύλη κέρδους του φίλτρου. Σε αυτές τις προδιαγραφές υπάρχουν φίλτρα

με προσεγγίσεις καμπυλών κέρδους. Τις γνωστότερες προσεγγίσεις θα τις αναλύσουμε παρακάτω.

Τα φίλτρα βέβαια μπορούν να σχεδιαστούν και με βάση την καμπύλη απόκρισης φάσης ή και με κριτήριο τα χαρακτηριστικά του φίλτρου στο πεδίο του χρόνου αλλά είναι ιδιαίτερα δύσκολο και για πολύ εξειδικευμένους σκοπούς.

Τα πλεονεκτήματα που παρουσιάζουν τα αναλογικά φίλτρα :

- χαμηλό κόστος κατασκευής (λόγω χαμηλού κόστους του τελεστικού)
- μειωμένος όγκος και βάρος σε σχέση με τα παθητικά φίλτρα
- μπορούν να επέμβουν στο κέρδος τάσης του σήματος
- καλύτερη απόδοση από τα απλά RLC φίλτρα
- εύκολα υλοποιήσιμα για φίλτρα μεγάλων τάξεων

Ενώ τα μειονεκτήματά τους είναι τα εξής :

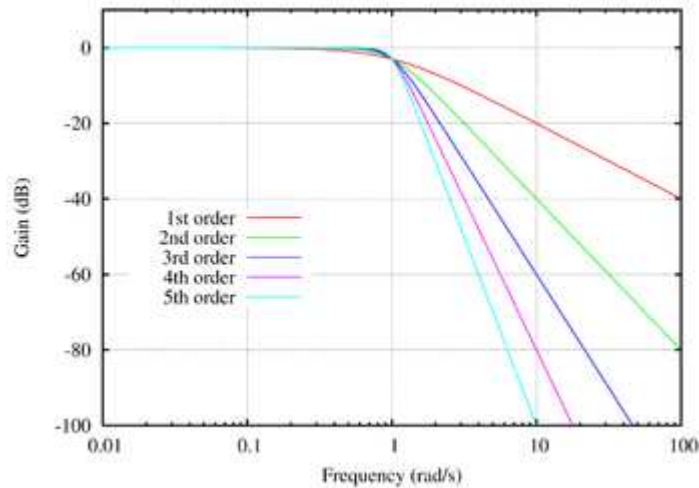
- ο τελεστικός εργάζεται σε περιορισμένο εύρος συχνοτήτων (έως περίπου 100KHz). Αν και συχνά το εύρος συχνοτήτων των τελεστικών εξαρτάται από την ανάδραση που θα έχει. Αυτό βέβαια στα ακουστικά φίλτρα δεν είναι πρόβλημα, αφού οι συχνότητες στις οποίες εργαζόμαστε είναι χαμηλές
- απαιτούν τάση τροφοδοσίας
- επηρεάζονται αρκετά από παρεμβολές εξωτερικών σημάτων

4.2. Butterworth φίλτρα

Τα φίλτρα με προσέγγιση Butterworth πήραν το όνομά τους από τον φυσικό Stephen Butterworth ο οποίος υπολόγισε τις μαθηματικές εκφράσεις που τα υλοποιούν. Τα φίλτρα αυτά δεν παρουσιάζουν καθόλου κυμάτωση

στη ζώνη διέλευσης και ζώνη αποκοπής, για αυτό και ονομάζονται **maximally flat**. Όντας όμως σχεδιασμένα για να δίνουν επίπεδη μονοτονική καμπύλη, υστερούν στον ρυθμό εξασθένισης, δίνοντας μέτρια μετάβαση από τη μία ζώνη στην άλλη. Αυξάνοντας όμως την τάξη n του φίλτρου, μπορούμε να αυξήσουμε τον ρυθμό αποκοπής ώστε η καμπύλη να γίνεται πιο απότομη. Επίσης, δίνει μια καλή γενικά απόκριση φάσης.

Τα τύπου Butterworth όπως και τα περισσότερα από τα φίλτρα που θα μιλήσουμε σε αυτό το κεφάλαιο, μπορούν να είναι και παθητικά και ενεργά.



Σχήμα 4.2 - Προσέγγιση Butterworth

Για $\omega \gg \omega_s$ το κέρδος στη ζώνη αποκοπής ενός φίλτρου 1ης τάξης, μειώνεται κατά 6dB/oct ή αλλιώς 20dB/decade για κάθε διπλασιασμό της συχνότητας. Από τον ρυθμό αποκοπής r μπορούμε να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου. Για παράδειγμα αν δίνεται ένα φίλτρο με ρυθμό αποκοπής $r=30\text{dB/oct}$, η τάξη του θα είναι $n=5$.

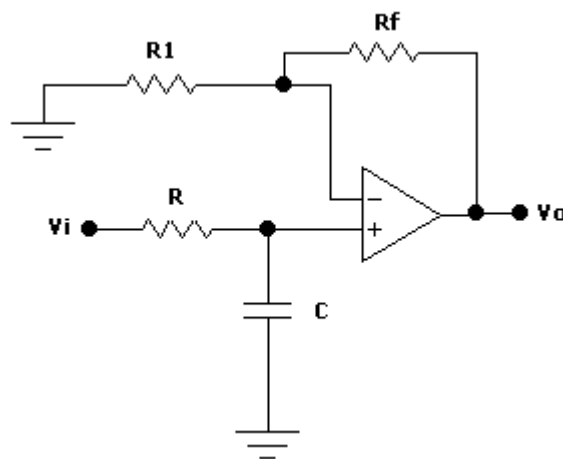
Για $\omega=\omega_c$ η απόκριση πλάτους του φίλτρου θα είναι $\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707$ που σημαίνει μειωμένο πλάτος κατά 3dB.

Κατά βάση σχεδιάζονται και αναλύονται οι προσεγγίσεις σε low-pass φίλτρα. Αυτό γίνεται χάριν ευκολίας αφού από ένα low-pass μπορεί εύκολα να γίνει ο μετασχηματισμός των παθητικών του στοιχείων σε high-pass. Κατ' επέκταση, αν έχουμε το low-pass και το αντίστοιχο high-pass, εύκολα σχεδιάζουμε τα band-pass και band-stop.

Η απόκριση πλάτους του φίλτρου αυτού δίνεται από τη σχέση:

$$G^2(\omega) = |H(j\omega)|^2 = \frac{G_0^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}$$

Όπου n είναι η τάξη του φίλτρου και ω_c η συχνότητα αποκοπής. Το G_0 είναι το DC κέρδος του φίλτρου στη συχνότητα μηδέν. Επειδή κανονικοποιούμε τις τιμές (κάνουμε normalize), το G_0 θα είναι ίσο με 1. Όσο αυξάνεται η τιμή του n τόσο πιο γρήγορη γίνεται η μετάβαση από τη ζώνη διέλευσης στη ζώνη αποκοπής.



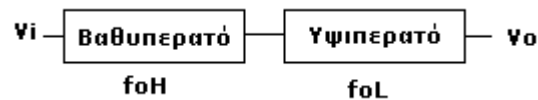
Σχήμα 4.3 - Butterworth, low-pass φίλτρο 1ης τάξης. Συνδεσμολογία Sallen-Key.

Στο παραπάνω low-pass φίλτρο αν προσθέσουμε σε σειρά μια ακόμα διάταξη RC πριν την είσοδο στον τελεστικό, θα έχουμε ένα βαθυπερατό 2ης τάξης. Τώρα αν θέλουμε να φτιάξουμε ένα πχ. 5ης τάξης θα πρέπει να

προσθέσουμε 2 φίλτρα 2^{ης} τάξης σε σειρά, και στην έξοδο από την πρόσθεση αυτών θα προσθέσουμε και ένα ακόμα 1^{ης} τάξης.

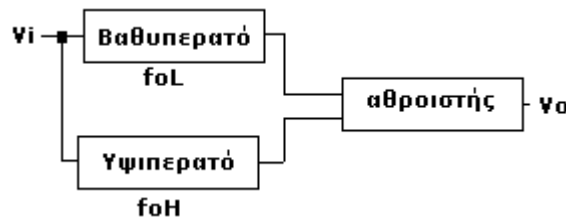
Αναλόγως εργαζόμαστε και για ένα high-pass φίλτρο αλλάζοντας απλώς τις βαθμίδες RC.

Για την κατασκευή ενός band-pass φίλτρου σχεδιάζουμε μία βαθμίδα low-pass και μία high-pass σε σειρά με συχνότητες αποκοπής $\omega_c L$ και $\omega_c H$.



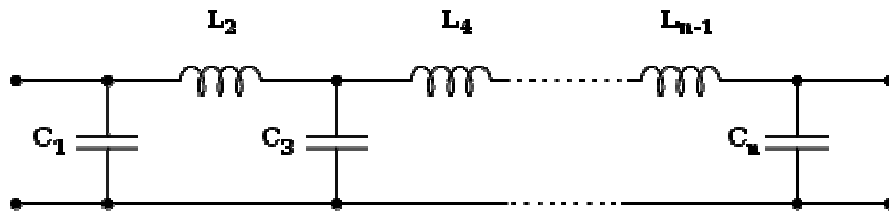
Σχήμα 4.4 - Συνδυασμός φίλτρων για τη σχεδίαση ενός Band-pass φίλτρου

Τέλος για την κατασκευή ενός band-stop φίλτρου συνδέουμε τα φίλτρα παράλληλα και την έξοδο τους την εφαρμόζουμε στην είσοδο ενός αθροιστή.



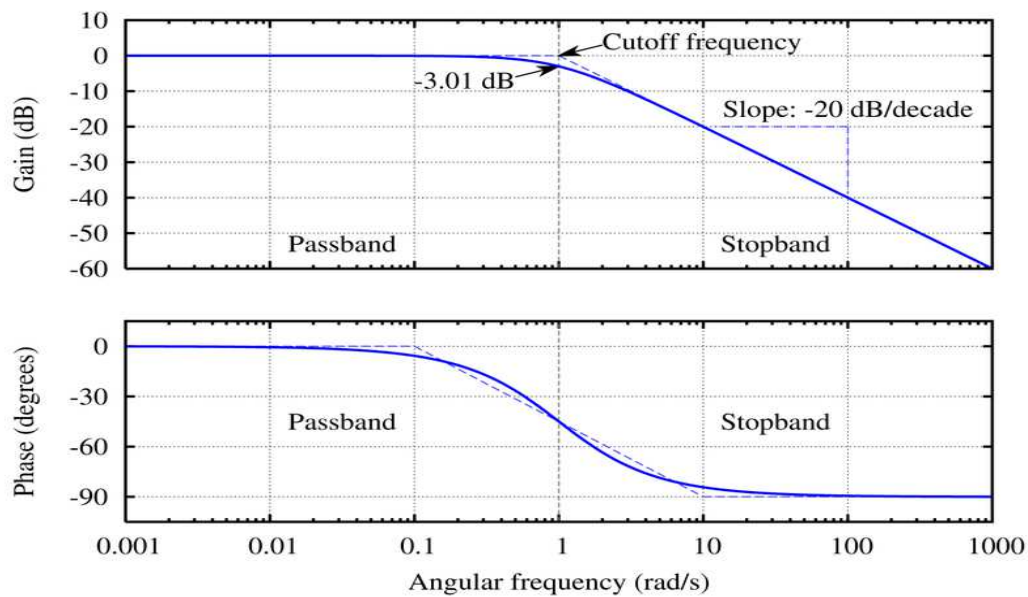
Σχήμα 4.5 - Συνδυασμός φίλτρων για τη σχεδίαση ενός Band-stop φίλτρου

Η **Sallen-Key συνδεσμολογία** του φίλτρου δίνεται στο σχήμα 4.3 και χρησιμοποιείται κυρίως στο σχεδιασμό ενεργών φίλτρων. Για παθητικά φίλτρα χρησιμοποιείται η **συνδεσμολογία Cauer** σχήμα 4.6. Υπάρχουν φυσικά και άλλα είδη συνδεσμολογίας.



Σχήμα 4.6 - Συνδεσμολογίας Cauer, Butterworth φίλτρο $n^{\text{ης}}$ τάξης, παθητικό.

Συγκριτικά με τα υπόλοιπα είδη φίλτρων, το τύπου Butterworth έχει μέτριο ρυθμό αποκοπής (roll-off), όμως, δίνει γραμμική απόκριση φάσης στην περιοχή της ζώνης διέλευσης και καθόλου κυμάτωση στη ζώνη διέλευσης. Αυτό το καθιστά χρήσιμο στις ακουστικές διατάξεις όπου είναι υψίστης σημασίας, το σήμα να δίνεται χωρίς απώλειες ή παραμορφώσεις.



Σχήμα 4.7 - Απόκριση πλάτους και φάσης low-pass φίλτρου $1^{\text{ης}}$ τάξης, τύπου Butterworth.

4.3. Chebyshev φίλτρα

Τα φίλτρα τύπου **Chebyshev I** πήραν το όνομά τους από τα πολυώνυμα Chebyshev που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό τους. Παρουσιάζουν κυμάτωση στη ζώνη διέλευσης αλλά επίπεδη απόκριση στη ζώνη αποκοπής.

Αυτό το χαρακτηριστικό τους τα κάνει όμως ακατάλληλα για ηχητικά συστήματα. Παρόλα αυτά θα αναφέρω λίγα πράγματα επειδή θεωρούνται κοινοί τύποι φίλτρων.

Το μέγεθος των κυματώσεων στην περιοχή διέλευσης (το κέρδος σε dB) μπορεί να περιοριστεί με την επιλογή κατάλληλων τιμών των ηλεκτρονικών τους στοιχείων. Όσο όμως πιο απότομη είναι η καμπύλη στη ζώνη μετάβασης, τόσο αυξάνονται οι κυματώσεις στη ζώνη διέλευσης. Γενικά αυτός ο τύπος φίλτρου χρησιμοποιείται όταν θέλουμε απότομο roll-off.

Ένα φίλτρο τύπου Chebyshev θα πρέπει να είναι μικρότερο κατά μία τάξη από ένα αντίστοιχο τύπου Butterworth για να δώσει τον ίδιο ρυθμό αποκοπής. Αυτό σημαίνει ευκολότερος σχεδιασμός, ευκολότερη κατασκευή και συνεπώς λιγότερο κόστος. Επίσης εδώ ισχύει το ίδιο με τα Butterworth, ότι δηλαδή όσο πιο στενή είναι η ζώνη μετάβασης, τόσο πιο μεγάλη είναι η τάξη του φίλτρου.

Ομοίως κι εδώ ισχύει, για $\omega \gg \omega_s$ το κέρδος στη ζώνη αποκοπής ενός φίλτρου 1^{ης} τάξης, μειώνεται κατά 6dB/oct ή αλλιώς 20dB/decade για κάθε διπλασιασμό της συχνότητας.

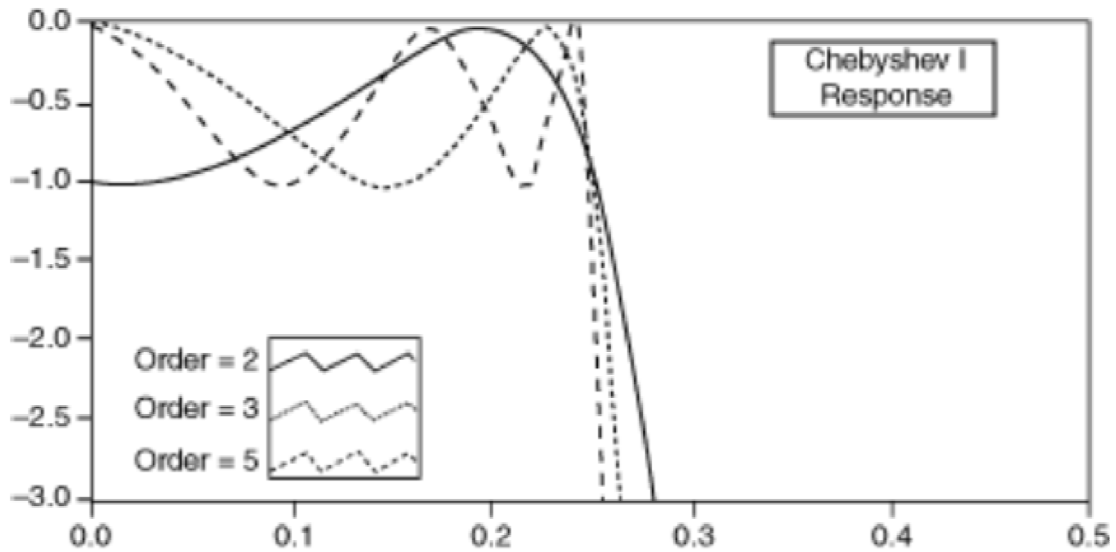
Τα φίλτρα Chebyshev είτε είναι παθητικά είτε ενεργά, έχουν την ίδια συνδεσμολογία με αυτή των Butterworth. Αυτό που καθορίζει τον τύπο του φίλτρου, είναι οι τιμές των ηλεκτρονικών τους στοιχείων. Αυτές οι διαφορές στις τιμές, είναι που δίνουν διαφορετικές καμπύλες απόκρισης.

Η απόκριση πλάτους δίνεται από τον τύπο :

$$G_n(\omega) = |H_n(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_n^2 C_n^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}}$$

Όπου n είναι η τάξη του φίλτρου, ω_c η συχνότητα αποκοπής, ε ο παράγοντας κυμάτωσης και C_n το πολυώνυμο Chebyshev πρώτου τύπου τάξης n .

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την απόκριση συχνότητας ενός φίλτρου χαμηλής διέλευσης Chebyshev I.



Σχήμα 4.8 - Προσέγγιση Chebyshev I

Ένα Chebyshev φίλτρο συγκεκριμένης τάξης, μπορεί να επιτύχει μια πιο γρήγορη μετάβαση από τη ζώνη διέλευσης στη ζώνη αποκοπής, σε σύγκριση με ένα φίλτρο Butterworth ίδιας τάξης. Επιπρόσθετα ένα φίλτρο Chebyshev, παράγει λιγότερα σφάλματα κατά τη διάρκεια της μετάβασης αυτής και την εκτελεί σε μεγαλύτερη ταχύτητα από ένα Butterworth. Ένα ακόμα χαρακτηριστικό του είναι ότι παρουσιάζει μεγάλη ολίσθηση φάσης κοντά στην συχνότητα αποκοπής.

Τα φίλτρα **Chebyshev II** δίνουν επίπεδη απόκριση στη ζώνη διέλευσης και κυμάτωση στη ζώνη αποκοπής. Ακριβώς το αντίθετο από τα τύπου I για αυτό λέγονται και αντίστροφα Chebyshev. Η απόκριση πλάτους δίνεται από τη σχέση:

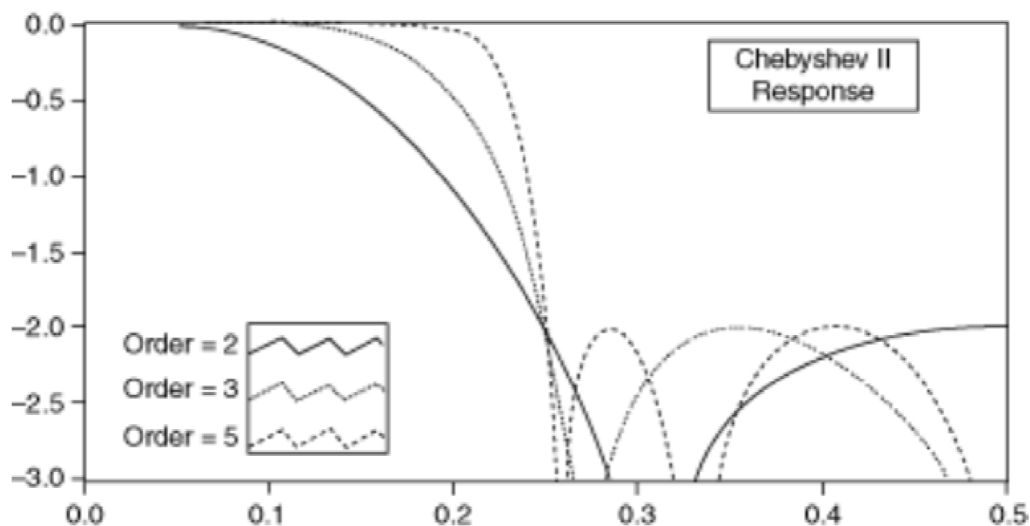
$$G_n(\omega) = |H_n(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon^2 T_n^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)}}$$

Στη ζώνη αποκοπής, το κέρδος θα κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 0 και

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon^2}}}$$

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την απόκριση συχνότητας ενός φίλτρου χαμηλής διέλευσης Chebyshev II.

Ο τύπος II παρουσιάζει πιο αργό ρυθμό αποκοπής από ένα αντίστοιχο τύπο I ίδιας τάξης για αυτό δεν χρησιμοποιείται τόσο συχνά.



Σχήμα 4.9 - Προσέγγιση Chebyshev II

4.4. Ελλειπτικά φίλτρα ή φίλτρα *Cauer*

Τα ελλειπτικά φίλτρα εμφανίζουν κυμάτωση και στη ζώνη διέλευσης και στη ζώνη αποκοπής. Μπορούν να δώσουν την ίδια ζώνη μετάβασης με τα υπόλοιπα είδη, έχοντας μικρότερες τάξεις και αυτό είναι που τα κάνει πιο αποτελεσματικά από τα τύπου Butterworth και Chebyshev. Για αυτόν τον λόγο, χρησιμοποιούνται ευρέως από τους κατασκευαστές φίλτρων και για αναλογικές και για ψηφιακές εφαρμογές. Συγκριτικά με τα υπόλοιπα, έχει τη μεγαλύτερη μετατόπιση φάσης στη ζώνη διέλευσης.

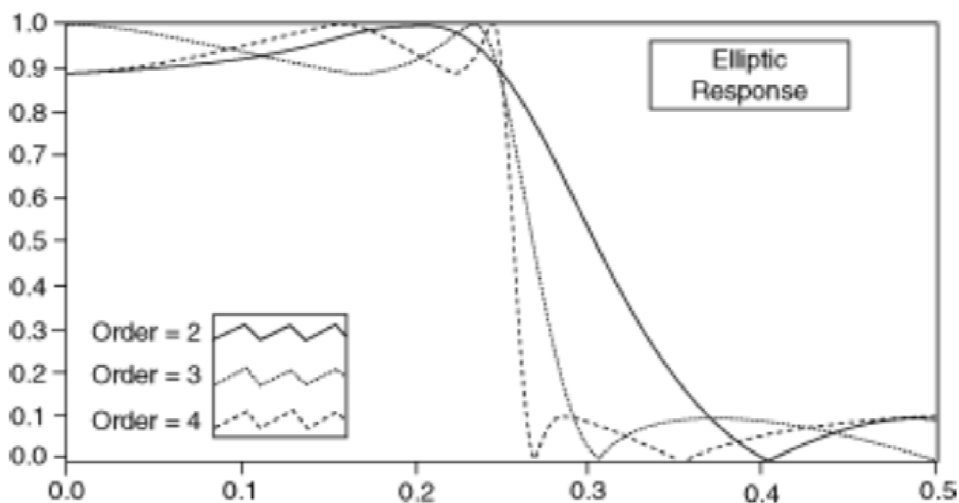
Η απόκριση πλάτους εδώ δίνεται από τη σχέση:

$$G_n(\omega) = |H_n(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 J_n^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}}$$

Η οποία μοιάζει αρκετά με αυτή του φίλτρου Chebyshev 1^{ου} τύπου. Η J_n είναι μια συνάρτηση γνωστή ως Jacobian.

Η κυμάτωση στη ζώνη διέλευσης και απόρριψης μπορεί να ρυθμιστεί ανεξάρτητα η μία από την άλλη.

Ο τύπος αυτός δίνει φτωχή απόκριση στο πεδίο του χρόνου. Επίσης, είναι πιο πολύπλοκος στον σχεδιασμό. Επειδή το πλήθος των μεταβλητών που απαιτούνται για τον σχεδιασμό κάνουν τον υπολογισμό τους δύσκολο, γίνεται χρήση προγραμμάτων software τα οποία μπορούν να υπολογίσουν τις τιμές που απαιτούνται.



Σχήμα 4.10 - Προσέγγιση Elliptic

4.5. Bessel φίλτρα

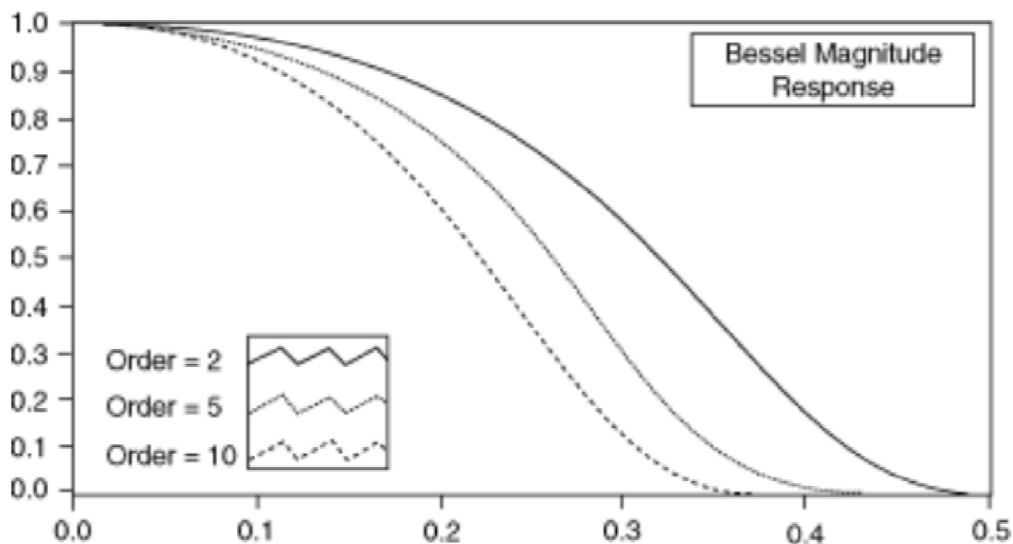
Το φίλτρο αυτό πήρε το όνομά του από τον μαθηματικό Friedrich Bessel ο οποίος υλοποίησε τον σχεδιασμό του. Δίνει πολύ καλή απόκριση φάσης στη ζώνη διέλευσης και σχεδόν γραμμική απόκριση στην περιοχή κοντά στη

συχνότητα αποκοπής και χρησιμοποιείται σε διατάξεις που η απόκριση φάσης είναι σημαντική. Παρόλα αυτά, έχει αργό ρυθμό αποκοπής στη ζώνη μετάβασης.

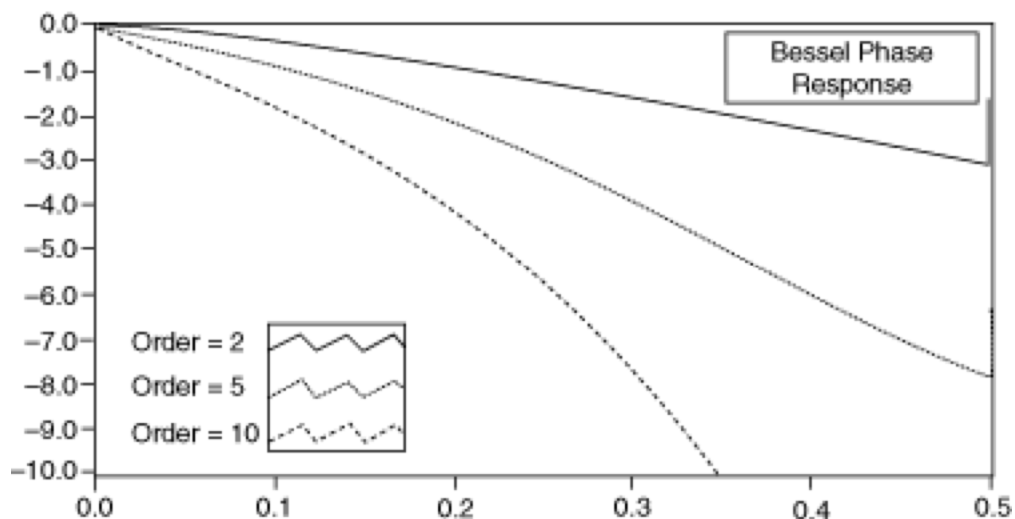
Τα φίλτρα Bessel μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να διορθώσουν τυχόν ολισθήσεις φάσης στα IIR φίλτρα τα οποία εν γένει παρουσιάζουν παραμόρφωση λόγω μη γραμμικής φάσης. Έχει τη δυνατότητα να παρέχει συνεχώς σταθερή καθυστέρηση (delay).

Λόγω του καλού αυτού χαρακτηριστικού τους, απαντώνται συχνά σε ακουστικά συστήματα crossover.

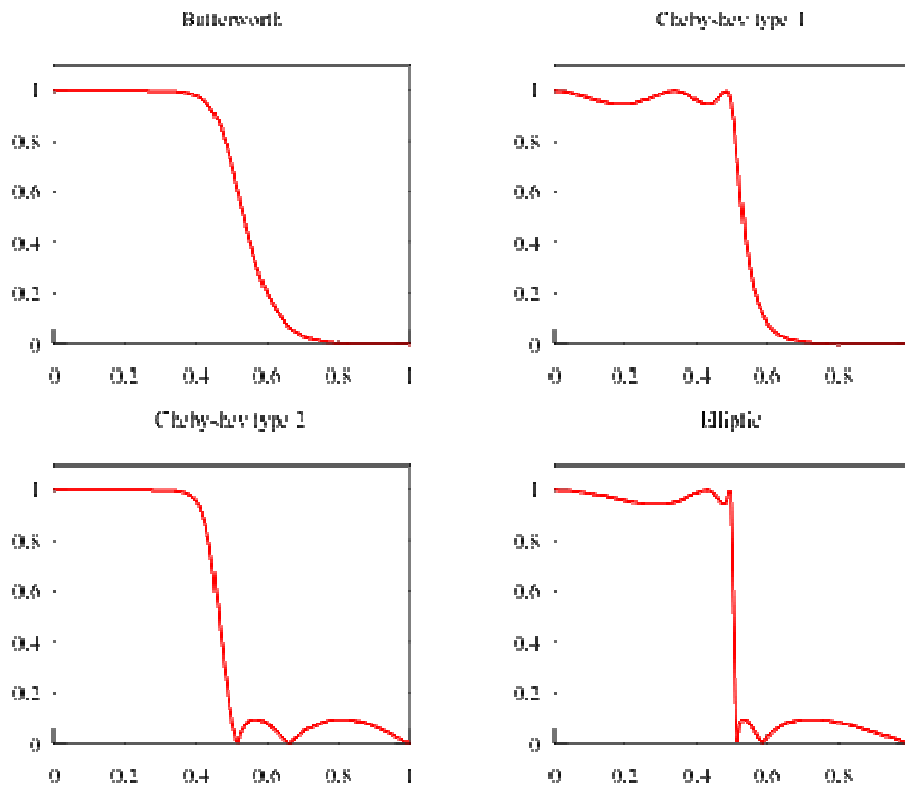
Είναι επίσης κατάλληλο για εφαρμογές σε παλμικά συστήματα.



Σχήμα 4.11 - Προσέγγιση Bessel



Σχήμα 4.12 - Απόκριση φάσης Bessel φίλτρου



Σχήμα 4.13 - Οι αποκρίσεις τεσσάρων low-pass φίλτρων, Butterworth, Chebyshev I, Chebyshev II και Elliptic.

4.6. Φίλτρα άλλων τύπων

Εκτός από τους παραπάνω τύπους υπάρχουν και κάποιοι άλλοι τους οποίους απλά θα αναφέρω επιγραμματικά:

Gaussian φίλτρο: είναι δημοφιλές γιατί έχει την μικρότερη ολίσθηση φάσης (delay) από όλα τα υπόλοιπα είδη φίλτρων αλλά συνήθως δεν χρησιμοποιείται σε ακουστικές διατάξεις. Κυρίως τα συναντούμε σε όργανα μετρήσεων όπως πχ. παλμογράφους, και στις τηλεπικοινωνίες. Τα φίλτρα

αυτά δεν είναι αιτιατά και δεν μπορούν να υλοποιηθούν με φυσικά στοιχεία αλλά μόνο σε ψηφιακά κυκλώματα.

Optimum “L” φίλτρο: δίνει έναν γρήγορο ρυθμό αποκοπής όπως ένα Chebyshev φίλτρο αλλά δεν εμφανίζει κυματισμούς στην ζώνη διέλευσης ή αποκοπής όπως ένα Butterworth. Είναι στην ουσία ένας συνδυασμός των καλών χαρακτηριστικών, των δύο προσεγγίσεων. Πήρε το όνομά του από τα πολυώνυμα Legendre.

Linkwitz - Riley φίλτρο: υλοποιείται με τον συνδυασμό δύο φίλτρων παράλληλα, ενός low-pass και ενός high-pass. Με αυτό τον τρόπο, πετυχαίνει κέρδος -6dB στη συχνότητα αποκοπής. Οι τάξεις του είναι ζυγοί αριθμοί 2^{ης}, 4^{ης}, 8^{ης} κλπ. Λόγω της συνδεσμολογίας του, το L-R φίλτρο δίνει επίπεδη απόκριση συχνότητας. Έτσι προκύπτει ένα all-pass φίλτρο με γραμμική απόκριση συχνότητας και απόκριση φάσης να εμφανίζει μια μετατόπιση. Είναι φίλτρα αναλογικά και χρησιμοποιούνται κατά βάση σε crossover σε μικρές όμως τάξεις λόγω της ανεπιθύμητης αύξησης στο delay που εμφανίζεται σε πιο μεγάλες τάξεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

IIR ΚΑΙ FIR ΦΙΛΤΡΑ

5.1. IIR Φίλτρα

Τα IIR **Infinite Impulse Response** φίλτρα ή **Άπειρης Κρουστικής Απόκρισης**, χρησιμοποιούνται πολύ γιατί είναι εύκολα στον υπολογισμό και την υλοποίηση. Τα IIR φίλτρα ονομάζονται άπειρης κρουστικής απόκρισης γιατί η ταλάντωση από τη στιγμιαία κρούση δεν αποσβένει ποτέ. Μειώνεται συνεχώς και φθίνει προς το άπειρο. Η εκφράζοντας το «προγραμματιστικά»,

τα δείγματα των προηγούμενων εξόδων $y[n-1]$, $y[n-2]$ κ.λ.π. ανατροφοδοτούν συνεχώς την είσοδο του συστήματος. Αν και θεωρούμε ότι οι ανατροφοδοτήσεις δεν σταματούν ποτέ, στην πραγματικότητα φτάνουν στο μηδέν σε συγκεκριμένο χρόνο. Ο χρόνος αυτός μπορεί να υπολογιστεί σε κάθε φίλτρο.

Ονομάζονται αλλιώς και **επαναληπτικά** ή **αναδρομικά** (recursive) λόγω της λειτουργίας τους η οποία είναι η εξής:

$$y[n] = \chi[n] + y[n-1]$$

Το σύστημα (φίλτρο) δέχεται ένα σήμα στη είσοδό του $x[n]$ και το δείγμα εξόδου της προηγούμενης χρονικής στιγμής $y[n-1]$ και παράγει στην έξοδο ένα σήμα $y[n]$. Όπου το $y[n-1]$ είναι η έξοδος του φίλτρου με τις ήδη προτεθειμένες τιμές από προηγούμενες εξόδους. Συνεπώς, αθροίζει ή αλλιώς ολοκληρώνει τις τιμές εισόδου $x[n]$, άρα έχει ακριβώς το ίδιο αποτέλεσμα με έναν αναλογικό ολοκληρωτή.

Η εξίσωση διαφορών έχει τη μορφή:

$$a_0 y(n) + a_1 y(n-1) + \dots + a_N y(n-N) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + \dots + b_M x(n-M)$$

Η σχέση που περιγράφει τα IIR φίλτρα δίνεται παρακάτω :

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)x(n-k) = \sum_{k=0}^N b(k)x(n-k) - \sum_{k=1}^M a(k)y(n-k)$$

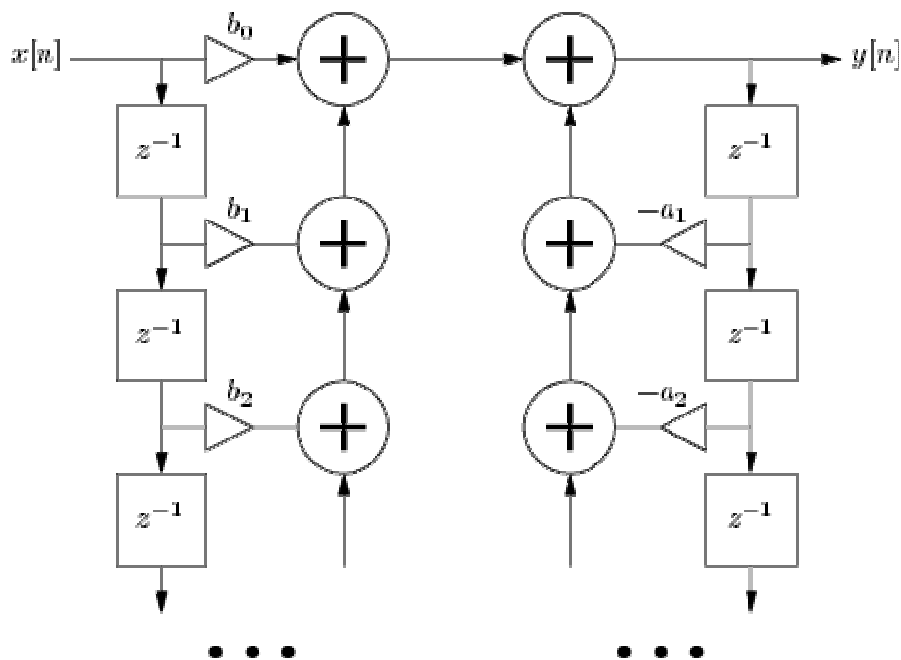
Όπου, $x(n)$ το σήμα εισόδου, $y(n)$ το σήμα εξόδου, $h(k)$ η κρουστική απόκριση του φίλτρου, N ο αριθμός δειγμάτων της εισόδου, M ο αριθμός δειγμάτων της εξόδου, και $b(k)$, $a(k)$ οι συντελεστές του φίλτρου.

Με απλά λόγια, το φίλτρο πέραν του τρέχοντος σήματος $x[n]$, δέχεται στην είσοδο του και σήμα από προηγούμενη χρονική στιγμή $y[n-1]$, $y[n-2]$, κ.λ.π. Δηλαδή χρησιμοποιεί τις προηγούμενες τιμές εξόδου του συστήματος $y[n-1]$, $y[n-2]$ κ.λ.π. ξανά στην είσοδο του οι οποίες έχουν ήδη αποθηκευτεί στη μνήμη του επεξεργαστή. Αυτό ακούγεται πολύπλοκο και πιθανώς να δίνει την

εντύπωση ότι είναι δύσκολο στον υπολογισμό, αλλά στην πραγματικότητα είναι ευκολότερο γιατί μικρότερης τάξης φίλτρο δίνει την ζητούμενη απόκριση συχνότητας αντίθετα από ένα FIR φίλτρο. Αυτό μεταφράζεται σε χαμηλότερη υπολογιστική ισχύ και άρα μεγαλύτερη ευκολία σχεδιασμού.

Η υλοποίηση των φίλτρων αυτών μπορεί να γίνει είτε σε μορφή κυκλώματος πάνω σε πλακέτα (hardware) είτε με τη χρήση αλγορίθμων σε ένα πρόγραμμα υπολογιστή (software).

Τα IIR είναι εύκολα υλοποιήσιμα, αλλά δεν έχουν γραμμική απόκριση φάσης. Όταν σχεδιάζουμε λοιπόν ένα τέτοιο φίλτρο, το βασικό μας ζητούμενο είναι το πλάτος συναρτήσει της συχνότητας αλλά όχι η φάση. Τη φάση, η οποία θα είναι μη γραμμική, τη δεχόμαστε ως αποτέλεσμα του σχεδιασμού. Αν πάλι υπάρχουν περιορισμοί στη φάση, τότε επιλέγουμε ένα FIR φίλτρο στη θέση του.



Σχήμα 5.1 - Block διάγραμμα IIR φίλτρου

Επειδή τα φίλτρα αυτά αντιμετωπίζουν προβλήματα αστάθειας (βλ. Παράρτημα) αν δεν υπολογιστούν σωστά, πρέπει κατά τον σχεδιασμό να

ελεγχθεί κατά πόσον το σύστημα είναι σταθερό. Η πιθανή αστάθεια οφείλεται στη λειτουργία της ανατροφοδότησης.

Τα IIR φίλτρα έχουν πόλους και μπορεί να έχουν και μηδενικά. Το φίλτρο θα είναι ασταθές όταν οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς βρίσκονται εκτός του μοναδιαίου κύκλου, ενώ τα μηδενικά μπορούν να βρίσκονται οπουδήποτε στο επίπεδο z .

Τα υλοποιήσιμα ευσταθή φίλτρα δεν έχουν γραμμική απόκριση.

Οι τρόποι σύνδεσης των IIR φίλτρων μεταξύ τους είναι οι εξής :

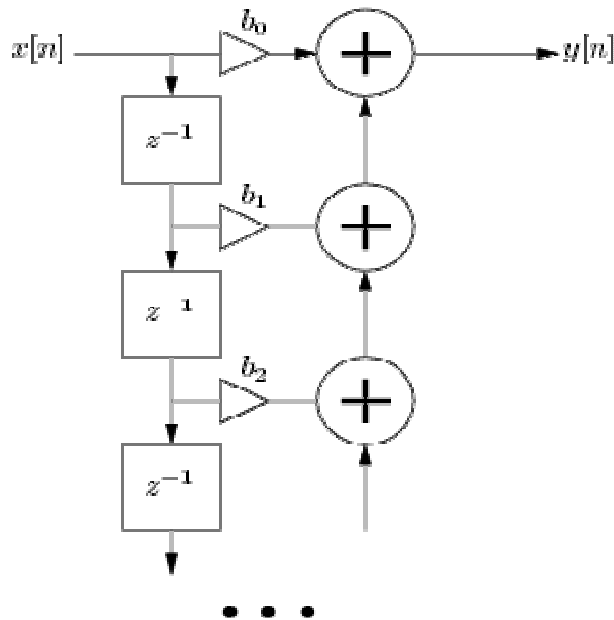
- Direct form I
- Direct form II
- Cascade
- Transpose
- Parallel

Τα φίλτρα Άπειρης Κρουστικής Απόκρισης μπορούν να σχεδιαστούν είτε κατευθείαν σε ψηφιακή μορφή, είτε σε αναλογική, και μετά να γίνει η μετατροπή τους σε ψηφιακή. Υπάρχουν πολλές μέθοδοι σχεδιασμού ενός ψηφιακού IIR φίλτρου. Η πιο απλή είναι η τοποθέτηση των πόλων και των μηδενικών του φίλτρου στο μιγαδικό επίπεδο z και έπειτα ο προσδιορισμός της συνάρτησης μεταφοράς του. Υπάρχει ακόμα, η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων καθώς και η μέθοδος Pade. Οι μέθοδοι σχεδίασης απλά αναφέρονται αλλά δεν είναι σκοπός μας να εμβαθύνουμε σε αυτό.

5.2. FIR Φίλτρα

Τα FIR **Finite Impulse Response** φίλτρα ή αλλιώς **Πεπερασμένης Κρουστικής Απόκρισης** είναι ψηφιακά φίλτρα στα οποία η ταλάντωση από τη στιγμιαία κρούση έχει συγκεκριμένη διάρκεια και φτάνει στο σημείο που

φθίνει εντελώς δηλαδή μηδενίζεται. Επίσης παρουσιάζουν γραμμική απόκριση φάσης και ευστάθεια.



Σχήμα 5.2 -Block διάγραμμα FIR φίλτρου

Πολύ γενικά η τάξη ενός FIR ψηφιακού φίλτρου προκύπτει από τον αριθμό των προηγούμενων τιμών που χρησιμοποιούνται. Η λειτουργία ενός φίλτρου 1ης τάξης δίνεται από τον εξής γενικό τύπο :

$$y(n) = x(n) + x(n-1)$$

Για τα FIR φίλτρα ισχύει :

$$y(n)=b_0x(n)+b_1x(n-1)+b_2x(n-2).$$

Το φίλτρο αποτελείται από μία γραμμή καθυστέρησης (Delay). Το σήμα εισόδου $x(n)$ εξέρχεται του Delay με μια χρονική καθυστέρηση και πολλαπλασιάζεται με έναν συντελεστή b_k . Τα αποτελέσματα των πολλαπλασιασμών προστίθενται σε έναν αθροιστή και μας δίνουν την έξοδο του φίλτρου $y(n)$.

$$y(n) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k)$$

Αν το φίλτρο δέχεται σαν σήμα εισόδου $x(n)$ μια ακολουθία αριθμών από στιγμιαίες κρούσεις $\delta(n)$ δηλαδή $X(n)=\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)+\dots$ τότε η έξοδος $h(n)$ θα είναι μία κρουστική απόκριση πεπερασμένου μήκους.

Η μαθηματική έκφραση είναι ίδια και για την πεπερασμένη κρουστική απόκριση $h(n)$.

$$h(n) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k)$$

Το πλήθος των συντελεστών b_k ή $h(m)$ ή αλλιώς των όρων της κρουστικής απόκρισης είναι αυτός που μας δίνει και τον βαθμό του φίλτρου N .

Ο χρόνος $t = nh$ είναι ίσος με την διαφορά του τρέχοντος χρόνου x_n με τον αμέσως προηγούμενο $x(n-1)$.

Τα FIR φίλτρα δεν έχουν κλάδο ανατροφοδότησης και ουσιαστικά το σήμα εξόδου τους $y(n)$ προκύπτει μόνο από τις τιμές εισόδου $x(n)$. Αυτό το χαρακτηριστικό τους τα κάνει ευσταθή.

Ένα φίλτρο έχει **γραμμική απόκριση φάσης** (linear phase response) όταν η διαφορά φάσης $\theta(\omega)$ μεταξύ εισόδου και εξόδου για σήμα γωνιακής συχνότητας ω , δίνεται ως:

$$\theta(\omega) = -a\omega \quad \text{ή} \quad \theta(\omega) = b - a\omega$$

Όπου a και b , είναι συντελεστές του φίλτρου.

5.3. Φίλτρα *comb*

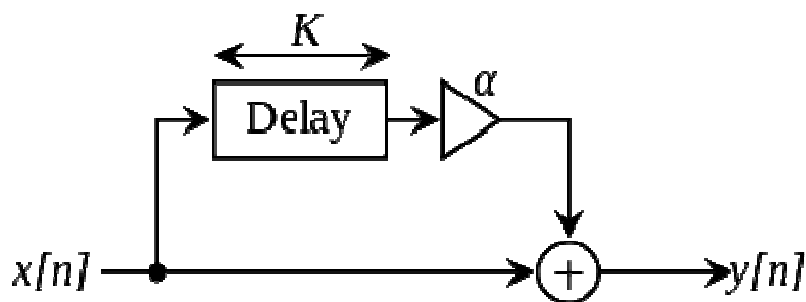
Τα φίλτρα *comb* είναι τα φίλτρα αυτά που για να παραχθεί το σήμα εξόδου $y[n]$, προστίθεται μέρος του σήματος εισόδου με μια χρονική καθυστέρηση (Delay) στο σήμα εισόδου $x[n]$ προκαλώντας ενισχύσεις ή ακυρώσεις

ορισμένων συχνοτήτων. Κατασκευάστηκαν από τον φυσικό Manfred Schroeder στη δεκαετία του '60 και ονομάστηκαν έτσι λόγω του σχήματος της απόκρισης τους, που εμφανίζει συμμετρικές εγκοπές (pits) και κορυφές (peaks) μοιάζοντας με κτένα.

Τα φίλτρα αυτά μπορούν να δέχονται και σήματα συνεχούς χρόνου αλλά και διακριτού (ψηφιακά). Εδώ θα αναφερθούμε στα διακριτού χρόνου τα οποία χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, τα FIR και τα IIR.

5.3.1. FIR Comb Φίλτρα

Στην κατηγορία αυτή, το σήμα εισόδου $x(n)$ προστίθεται στον εαυτό του με μία χρονική καθυστέρηση D . Η λειτουργία φαίνεται στο σχήμα 5.3.



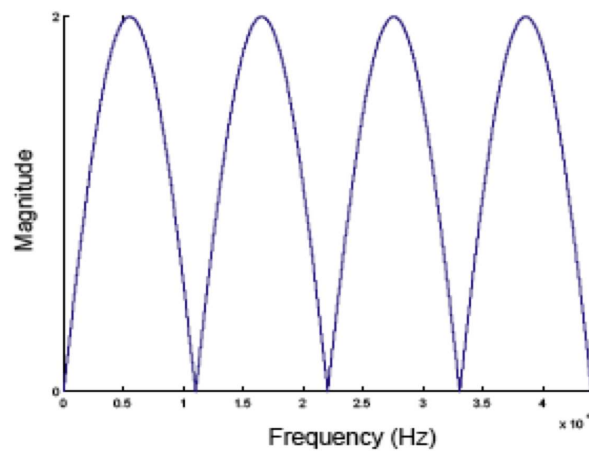
Σχήμα 5.3 - FIR Comb φίλτρο

Η εξίσωση που τα περιγράφει : $y[n] = x[n] + a \times x[n-D]$

Όπου $x[n]$ είναι το σήμα εισόδου, $y[n]$ το σήμα εξόδου, D (ή K) η καθυστέρηση σε πλήθος δειγμάτων, και a ή g ένας συντελεστής για τη ρύθμιση του κέρδους.

Οι κορυφές του φίλτρου μπορούν να υπολογιστούν, υπολογίζοντας αρχικά την πρώτη κορυφή $f = \frac{1}{D} sr$ όπου sr είναι η συχνότητα

δειγματοληψίας. Οι επόμενες κορυφές θα είναι ακέραια πολλαπλάσια της f (δηλαδή $2f$, $3f$, $4f$, κλπ.).



Σχήμα 5.4 - Απόκριση πλάτους FIR Comb φίλτρου

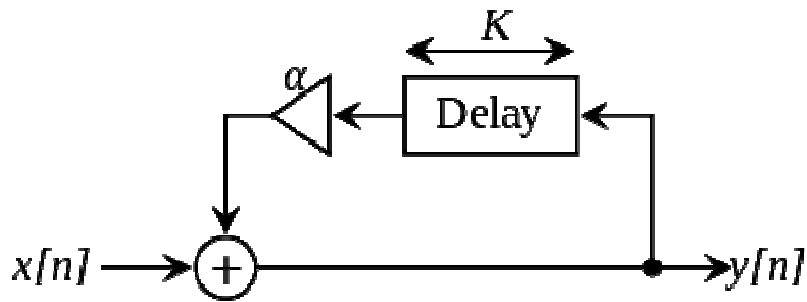
Η διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος εισόδου $x[n]$ και του χρονοκαθυστερημένου σήματος $x[n-D]$, παίρνει τιμές από 0° έως 180° . Στις περιοχές που τα δύο σήματα είναι στην ίδια φάση, το πλάτος του σήματος διπλασιάζεται δίνοντας τα μέγιστα (peaks) και όπου τα σήματα αποκτούν διαφορά φάσης 180° , ακυρώνονται δίνοντας πλάτος μηδέν (0).

Γενικά μπορούμε να πούμε ότι για διπλασιασμό του χρόνου D , έχουμε διπλασιασμό του αριθμού των εγκοπών και κορυφών.

5.3.2. IIR Comb Φίλτρα

Στην κατηγορία αυτή, το σήμα εξόδου $y[n-D]$ προηγούμενης χρονικής στιγμής πολλαπλασιασμένο με έναν συντελεστή a , προστίθεται στο σήμα εισόδου $x[n]$. Τα IIR comb φίλτρα λειτουργούν με την ανατροφοδότηση των τιμών εξόδου τους.

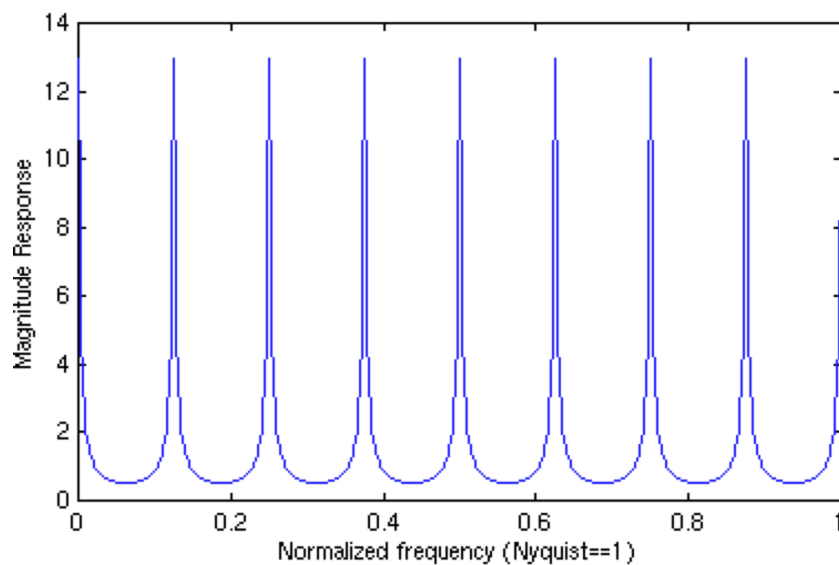
$$\text{Περιγράφονται από την εξίσωση : } y[n] = x[n] + (a \times y[n - D])$$



Σχήμα 5.5 - IIR Comb φίλτρο

Ο συντελεστής α ή g είναι υπεύθυνος για το αν το φίλτρο θα είναι ασταθές ή όχι. Συνήθως οι τιμή του κομναινετα από 0 έως 1. Από αυτόν εξαρτάται η απόκριση του φίλτρου. Στην περίπτωση που αυξηθεί (πάνω από 1) ο συντελεστής, το ποσοστό της ανατροφοδότησης μεγαλώνει τόσο που κάνει το φίλτρο ασταθές και προκαλεί παραμόρφωση στο σήμα εξόδου.

Στο διάγραμμα απόκρισης πλάτους ενός, βλέπουμε ότι το IIR comb φίλτρο αυτό δίνει ανεστραμμένες κορυφές και εγχοπές (σχήμα 5.6).



Σχήμα 5.6 - Απόκριση πλάτους IIR Comb φίλτρου

Τα φίλτρα τύπου χτένας βρίσκουν μεγάλη εφαρμογή στις ακουστικές διατάξεις. Κυρίως τα συναντούμε σε διατάξεις ηχητικών εφέ όπως echo, chorus, flanging κ.α.

Σε **διατάξεις με σταθερό Delay** ισχύουν τα εξής : Ενδεικτικά για τιμές χρονοκαθυστέρησης D κοντά στα 10msec εμφανίζεται το φαινόμενο τύπου χτένας. Ενώ για $D > 50\text{msec}$, το κύκλωμα παράγει ξεκάθαρες επαναλήψεις του σήματος προκαλώντας το φαινόμενο echo.

Σε **διατάξεις με μεταβλητό Delay** μπορεί για παράδειγμα να παραχθεί το εφέ τύπου flanger. Δημιουργείται από ένα FIR comb φίλτρο με μεταβαλλόμενο Delay, που δέχεται σήμα από ταλαντωτή χαμηλών συχνοτήτων ημιτονοειδούς ή τριγωνικής κυματομορφής. Η απόσταση μεταξύ των peaks και pits καθώς και ο αριθμός τους, εξαρτάται από τις τιμές του Delay.

5.4. Σύγκριση φίλτρων IIR και FIR

1)Τα φίλτρα IIR λόγω της λειτουργίας ανατροφοδότησης (feedback) δεν έχουν γραμμική φάση, σε αντίθεση με τα FIR που είναι πάντα γραμμικά. Όταν η φάση είναι σημαντική σε μία διάταξη, τα FIR φίλτρα προτιμώνται, εξαιτίας της γραμμικότητας που παρουσιάζουν.

2)Τα φίλτρα IIR μπορεί να είναι ασταθή, ενώ τα FIR παρουσιάζουν πάντα ευστάθεια. Για να είναι ευσταθές ένα φίλτρο πρέπει οι πόλοι του να βρίσκονται εντός του μοναδιαίου κύκλου (z), ενώ οι μιγαδικοί πόλοι πρέπει να είναι συζυγείς για να είναι πραγματικοί οι συντελεστές του φίλτρου. Τα φίλτρα IIR αποτελούνται από μηδενικά και πόλους, ενώ τα FIR αποτελούνται μόνο από μηδενικά.

3)Τα IIR μπορούν να προέρχονται από αναλογικά φίλτρα, ενώ τα FIR είναι κατεξοχήν ψηφιακά. Τα φίλτρα FIR δεν μπορούν να προσομοιώσουν τις

αναλογικές αποκρίσεις φίλτρων, αλλά τα φίλτρα IIR έχουν σχεδιαστεί για να το κάνουν αυτό με ακρίβεια.

4) Τα IIR απαιτούν μικρότερη υπολογιστική ισχύ από ένα αντίστοιχων χαρακτηριστικών και τάξης FIR. Αυτό σημαίνει λιγότερες πράξεις και λιγότερη πολυπλοκότητα. Τα FIR αντίθετα μπορεί να εμφανίσουν προβλήματα στην εφαρμογή λόγω των εκτεταμένων βρόγχων ανάδρασης.

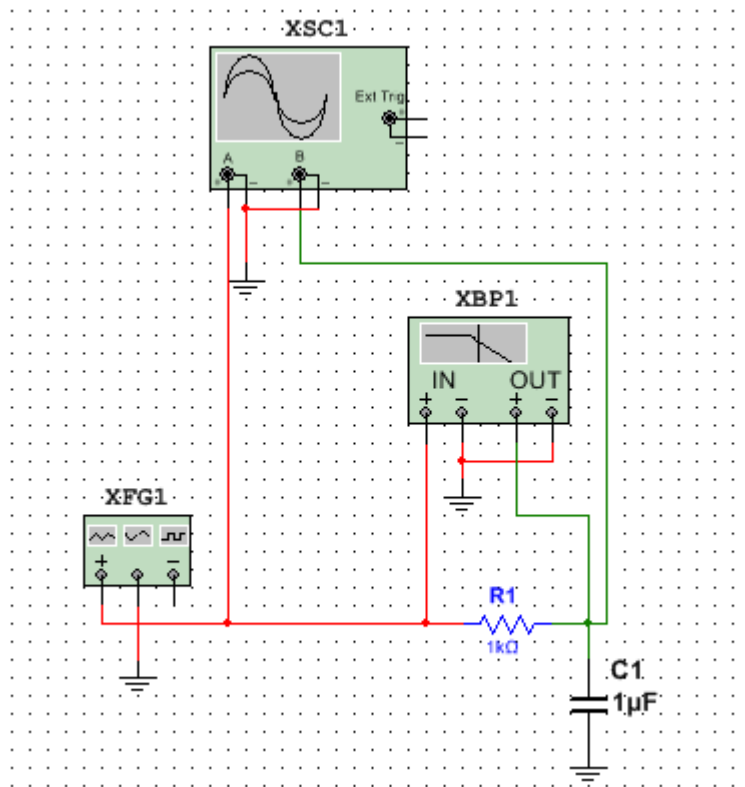
5) Στα αναλογικά φίλτρα ή τα ψηφιακά φίλτρα με ανατροφοδότηση, θεωρούμε ότι η απόσβεση δεν φτάνει ποτέ στο μηδέν. Και τα δύο παραπάνω είδη ανήκουν στην κατηγορία των IIR φίλτρων. Η κρουστική απόκριση των φίλτρων IIR είναι άπειρη σε σύγκριση με τα FIR που η απόκρισή τους φτάνει στο μηδέν.

Συμπέρασμα: Το είδος του φίλτρου που είναι κατάλληλο κάθε φορά, εξαρτάται αποκλειστικά από τη φύση της εφαρμογής για την οποία προορίζεται. Ο γενικός κανόνας είναι ότι επιλέγεται το FIR όταν θέλει κανείς τη γραμμική φάση αλλιώς προτιμά τα IIR λόγω της μικρότερης υπολογιστικής πολυπλοκότητας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

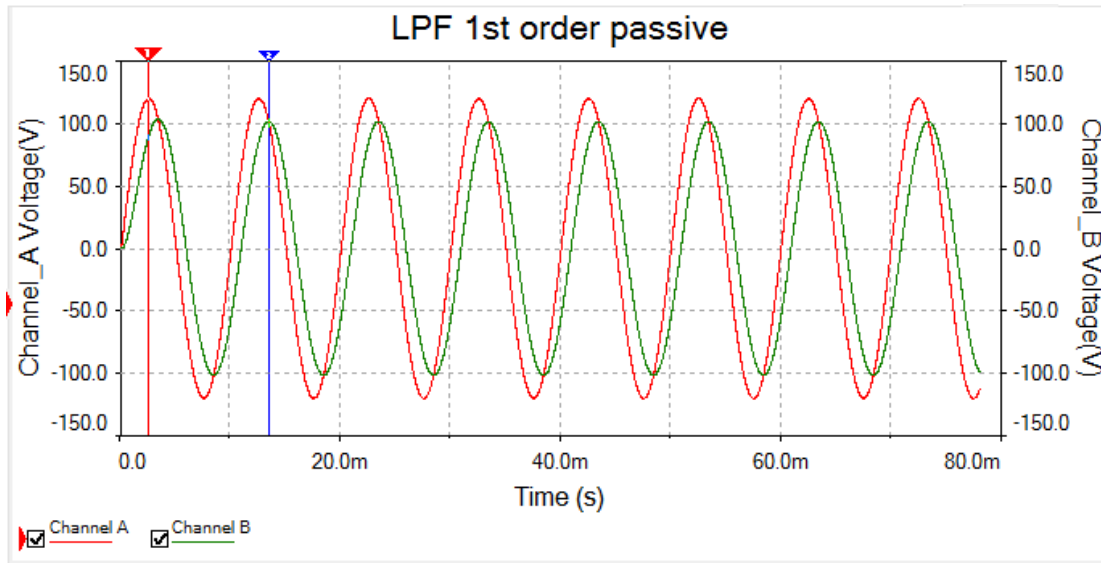
ΕΞΟΜΟΙΩΣΗ ΣΕ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ

6.1. LOW-PASS 1ης ΤΑΞΗΣ ΠΑΘΗΤΙΚΟ



Εδώ δίνεται ένα απλό **παθητικό LPF** όπου για $f_{in} = 0$ η $X_c = \infty$ οπότε ο C συμπεριφέρεται σαν ανοιχτό κύκλωμα και το σήμα οδηγείται ανεπηρέαστο από την αντίσταση, για $f_{in} = \infty$ η $X_c = 0$ ο C συμπεριφέρεται σαν βραχυκύκλωμα και γειώνει όλο το σήμα δίνοντας στην έξοδο $V_{out} = 0$. Για άλλες τιμές του f_{in} η $X_c = \frac{1}{2\pi fC}$.

Όσο μεγαλώνει η συχνότητα, τόσο μειώνεται η αντίδραση του πυκνωτή και το αντίστροφο. Η τιμή της X_c μπορεί να αναπαρασταθεί ως αντίσταση άρα το πλάτος του σήματος εξόδου υπολογίζεται από τη σχέση $V_{out} = V_{in} \frac{R_c}{R_1 + R_c}$.

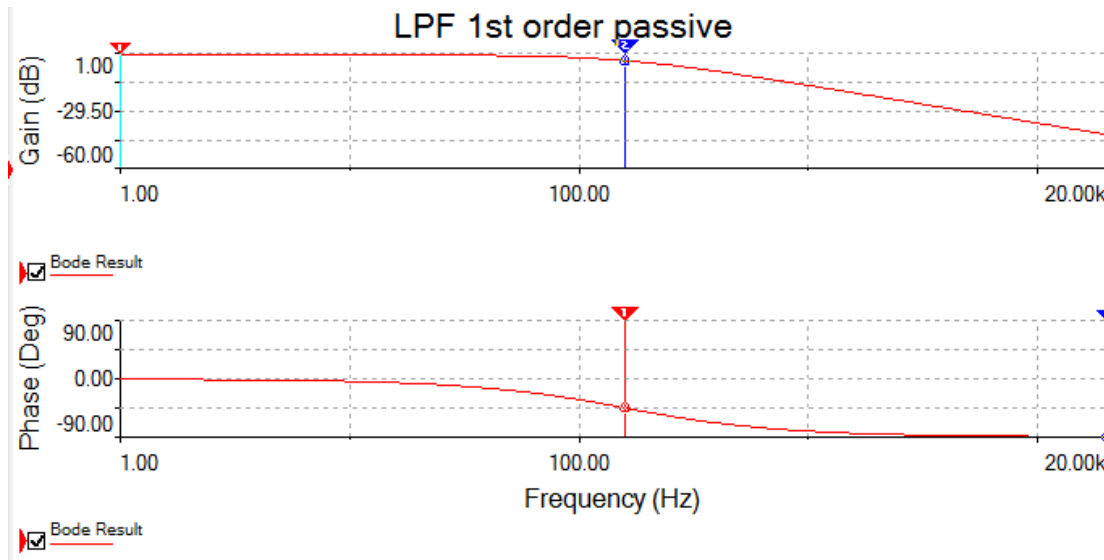


	Channel A	Channel B
x1	2.4863m	2.4863m
y1	119.9953	90.0641
x2	13.4552m	13.3973m
y2	99.0280	101.6075
dx	10.9689m	10.9110m
dy	-20.9673	11.5435
dy/dx	-1.9115k	1.0580k
1/dx	91.1667	91.6506

Πίνακας 1

Πέρα από την τιμή της f και του C , η τιμή της R είναι εξίσου σημαντική για τον προσδιορισμό της f_c αφού σε συνδυασμό με τον πυκνωτή λειτουργούν σαν διαιρέτης τάσης και δίνουν το εξαγόμενο αποτέλεσμα.

Από την έξοδο του παλμογράφου παρατηρούμε ότι υπάρχει μια πολύ μικρή ολίσθηση φάσης του σήματος εισόδου και επίσης μια μικρή εξασθένιση του πλάτους του V_{out} . Λεπτομερείς τιμές βλέπουμε στον παραπάνω πίνακα 1.



Bode Result	
x1	1.0000
y1	-171.4579μ
x2	158.7770
y2	-3.0001
dx	157.7770
dy	-2.9999
dy/dx	-19.0135m
1/dx	6.3381m

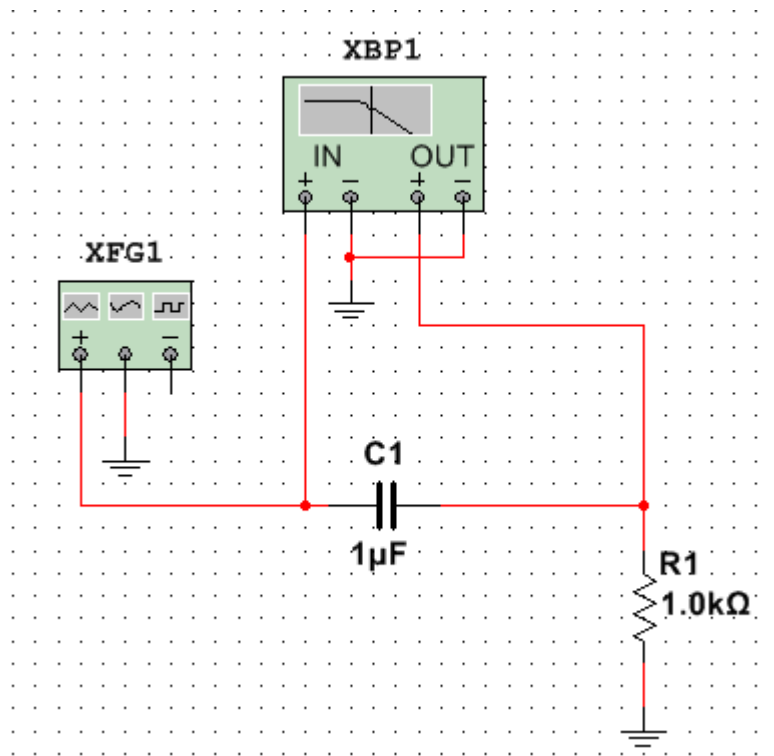
Πίνακας 2

Bode Result	
x1	158.4423
y1	-44.8714
x2	20.0000k
y2	-89.5441
dx	19.8416k
dy	-44.6726
dy/dx	-2.2515m
1/dx	50.3993μ

Πίνακας 3

Το διάγραμμα απόκρισης πλάτους δείχνει την καμπύλη του LPF και ο πίνακας 2 τη συχνότητα αποκοπής του. Το διάγραμμα φάσης εμφανίζει την ολισθήση του σήματος εξόδου σε μοίρες⁰ και ο πίνακας 3 τη φάση στη συχνότητα αποκοπής.

6.2. HIGH-PASS 2^{ης} ΤΑΞΗΣ ΠΑΘΗΤΙΚΟ

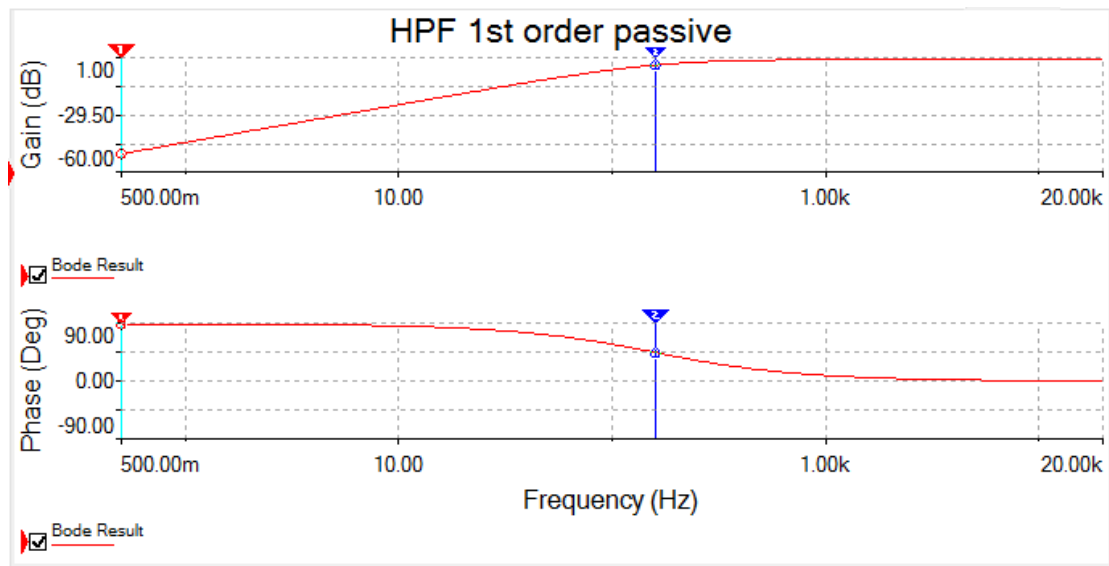


Εδώ δίνεται ένα απλό **παθητικό HPF** όπου για $f_{in} = 0$ ή $x_c = \infty$ οπότε ο C συμπεριφέρεται σαν ανοιχτό κύκλωμα και κόβει εντελώς το σήμα, για $f_{in} = \infty$ ή $x_c = 0$ ο C συμπεριφέρεται σαν βραχυκύκλωμα και αφήνει το σήμα να

περάσει ανεπηρέαστο. Για άλλες τιμές του f_{in} ή $x_c = \frac{1}{2\pi fC}$.

Όσο μεγαλώνει η συχνότητα, τόσο μειώνεται η αντίδραση του πυκνωτή και το αντίστροφο. Η τιμή της x_c μπορεί να αναπαρασταθεί ως αντίσταση άρα το

πλάτος του σήματος εξόδου υπολογίζεται από τη σχέση $V_{out} = V_{in} \frac{R_c}{R1 + R_c}$.



Ομοίως και εδώ, η τιμή της αντίστασης R παίζει σημαντικό ρόλο στον καθορισμό της συχνότητας αποκοπής του HPF.

Bode Result	
x1	500.0000m
y1	-50.0570
x2	159.8445
y2	-2.9919
dx	159.3445
dy	47.0652
dy/dx	295.3675m
1/dx	6.2757m

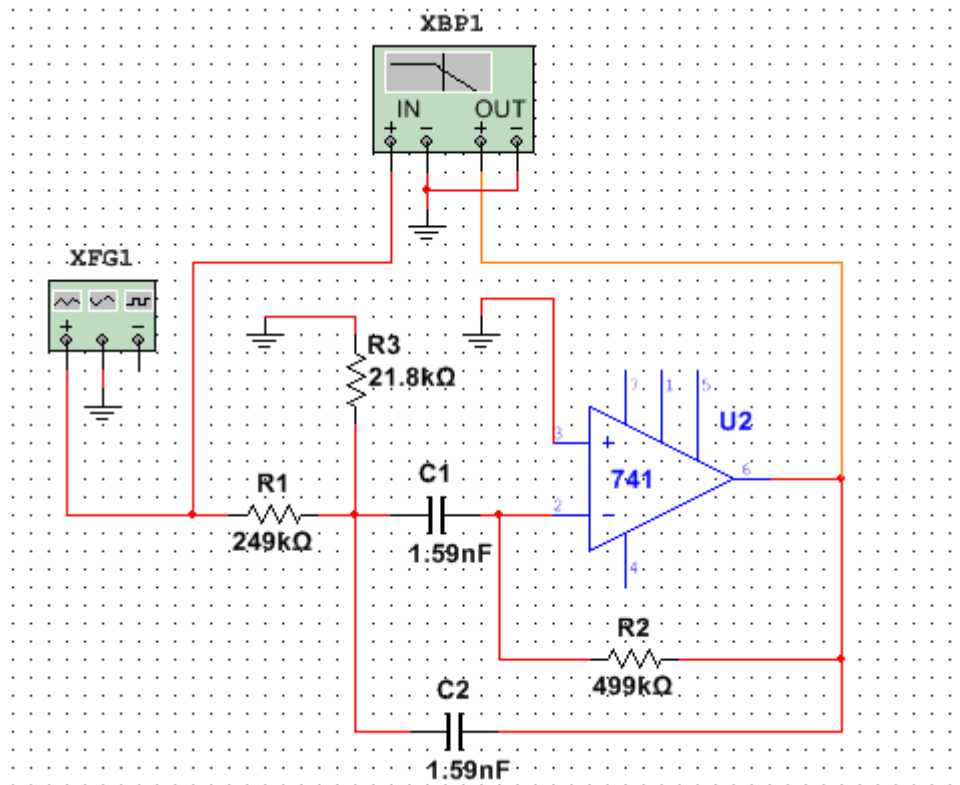
Πίνακας 4

Bode Result	
x1	500.0000m
y1	89.8200
x2	159.5535
y2	44.9284
dx	159.0535
dy	-44.8916
dy/dx	-282.2424m
1/dx	6.2872m

Πίνακας 5

Το διάγραμμα απόκρισης πλάτους δείχνει την καμπύλη του HPF και ο πίνακας 4 τη συχνότητα αποκοπής του. Το διάγραμμα φάσης εμφανίζει την ολίσθηση του σήματος εξόδου σε μοίρες⁰ και ο πίνακας 5 τη φάση στη συχνότητα αποκοπής.

6.3. BAND-PASS 2ης ΤΑΞΗΣ ΕΝΕΡΓΟ



Ένα **BPF στενής ζώνης διέλευσης**, συνδεσμολογίας Deliyanni - Friend με διπλή ανάδραση και αναστρέφουσα συνδεσμολογία του τελεστικού 741. Η διάταξη αυτή προσφέρει άπειρο κέρδος τάσης.

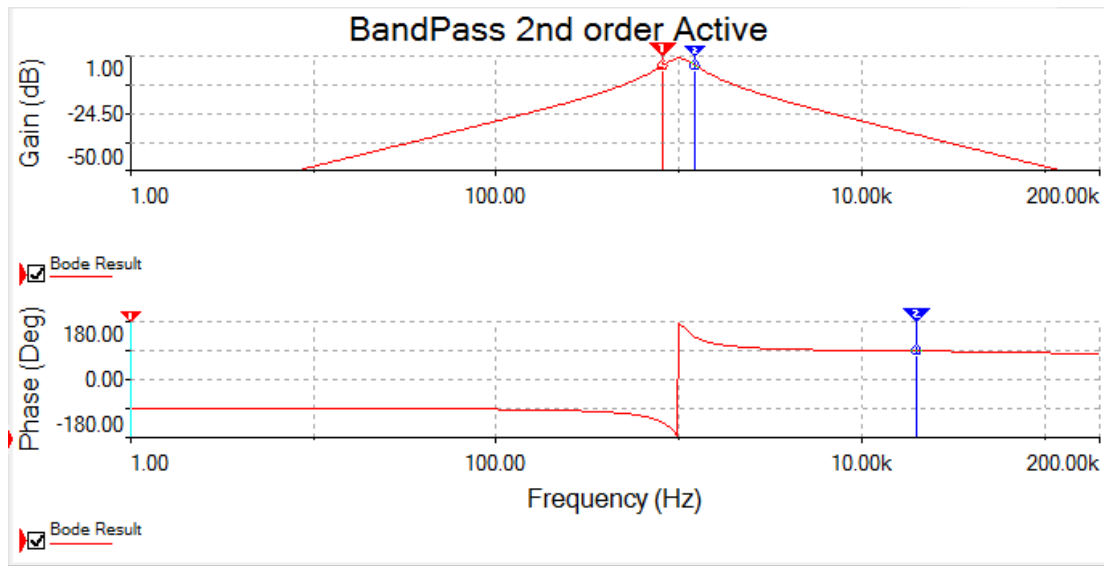
Για λόγους ευκολίας υπολογισμών οι C1 C2 έχουν ίδια τιμή. Το κέρδος τάσης

υπολογίζεται από $G = \frac{R_2}{2R_1}$ στη συχνότητα $f_{central}$.

Μπορούμε να αλλάξουμε την τιμή της $f_{central}$ χωρίς να μεταβληθεί το κέρδος τάσης G και το BW του φίλτρου. Απλά αλλάζουμε την τιμή της R3 :

$$R3' = R3 \left(\frac{fc}{fc'} \right)^2$$

Οι R1, R2 και R3, υπολογίζονται με τη βοήθεια του Q, C, G και $f_{central}$.



Bode Result	
x1	819.0318
y1	-2.9987
x2	1.2179k
y2	-3.0014
dx	398.8262
dy	-2.7364m
dy/dx	-6.8611μ
1/dx	2.5074m

Bode Result	
x1	1.0000
y1	-90.0230
x2	20.0000k
y2	90.0027
dx	19.9990k
dy	180.0258
dy/dx	9.0017m
1/dx	50.0025μ

Πίνακας 6

Πίνακας 7

$$f_{central} = \frac{1}{2\pi\sqrt{R1R2C1C2}} \quad (1)$$

$$Q = \frac{f_{central}}{BW} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R2}{R1}} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) καταλαβαίνουμε ότι οι R1 R2 καθορίζουν το Q δηλαδή την επιλεκτικότητα του φίλτρου.

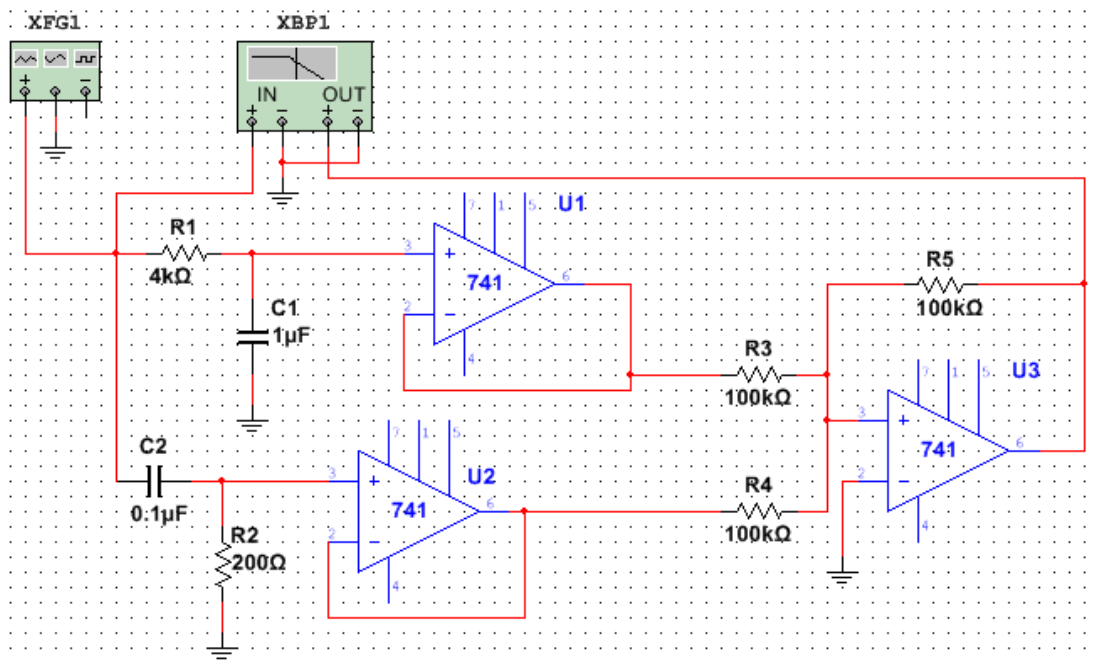
Αυτό το είδος φίλτρου μοιάζει αρκετά με συντονισμένο LC κύκλωμα προσφέροντας υψηλό Q και απότομο roll-off.

Η μεγάλη ολίσθηση φάσης από 180° έως -180°, οφείλεται στη διπλή ανάδραση του κυκλώματος.

Οι τιμές του συγκεκριμένου φίλτρου υπολογίστηκαν από το υπολογιστικό πρόγραμμα της **Analog Devices** το **Analog Filter Wizard**. Σαν προδιαγραφές για τον υπολογισμό του δοθήκαν οι εξής τιμές : $f_{center} = 1\text{kHz}$, passband BW $\rightarrow 400\text{Hz}$, passband slope $\rightarrow -3\text{dB}$, stopband BW $\rightarrow 4\text{kHz}$, stopband slope $\rightarrow -20\text{dB}$.

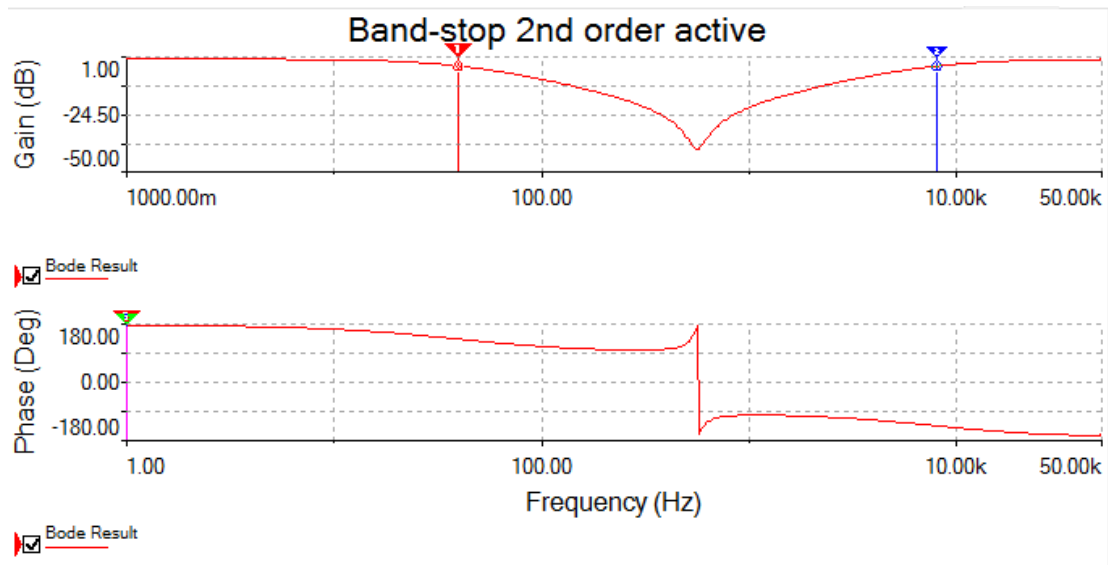
Τέλος να πούμε ότι τα BPF στενής ζώνης διέλευσης όπως αυτό που εξετάσαμε, πραγματοποιούνται πιο συχνά με τη συνδεσμολογία Deliyanni η οποία δίνει υψηλές τιμές Q. Αντίθετα, τα ευρείας ζώνης διέλευσης κατά βάση υλοποιούνται με ένα απλό HP φίλτρο, έναν T.E. και στην έξοδο του τελεστικού, ένα LP. Τοποθετείται πρώτο το HP ώστε μέσω του πυκνωτή να απορρίπτει την DC πόλωση από την πηγή.

6.4. BAND-STOP 2ης ΤΑΞΗΣ ΕΝΕΡΓΟ



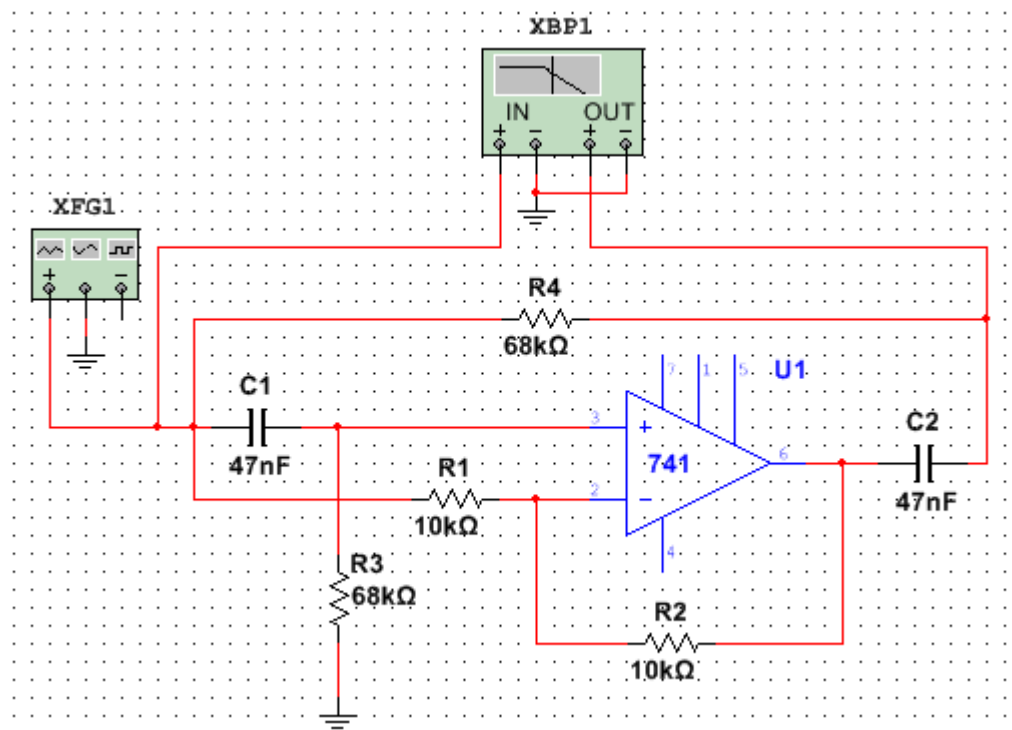
Εδώ δίνεται ένα BPF 2ης τάξης ενεργό. Ανήκει στην κατηγορία των φίλτρων ευρείας ζώνης απόρριψης και πραγματοποιείται ως εξής:

Σχεδιάζουμε ένα LP φίλτρο με μικρή σχετικά f_c , εδώ τα 40Hz. Σχεδιάζουμε ξεχωριστά και ένα HP με αρκετά μεγάλη f_c , εδώ είναι 8kHz. Οι έξοδοι των δύο αυτών φίλτρων εισάγονται στην είσοδο ενός αθροιστή. Σημαντικό για τη συμμετρία του φίλτρου είναι το κέρδος και των δύο φίλτρων να είναι το ίδιο.



Πίνακας 8

6.5. NOTCH ΕΝΕΡΓΟ



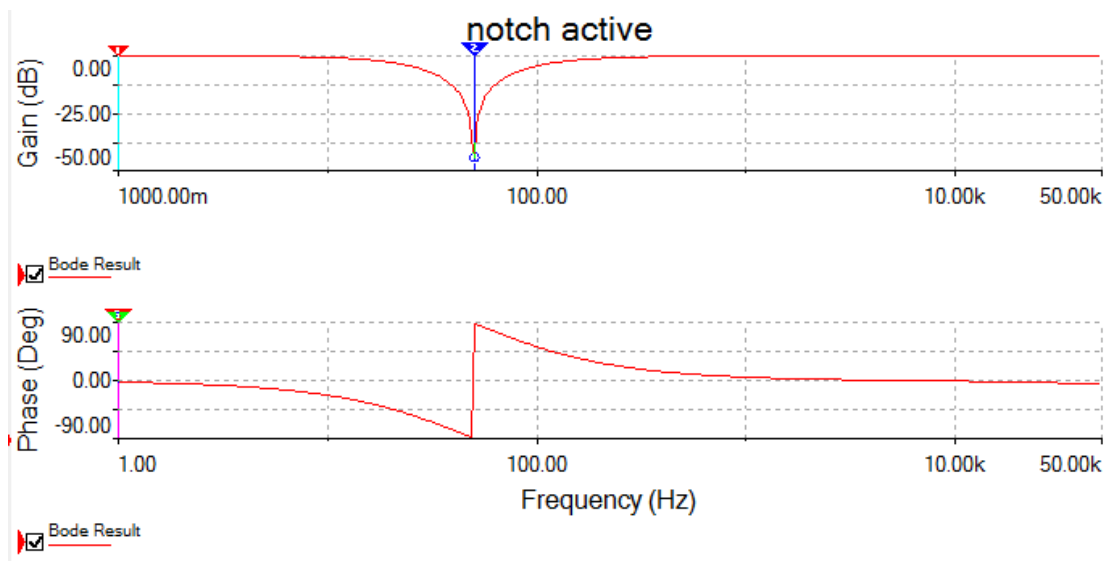
Πέρα από την παραπάνω συνδεσμολογία, υπάρχει και η συνήθης twin T, καθώς και η Fliege η οποία για φίλτρο 2^{ης} τάξης, χρησιμοποιεί 2 T.E.

Για να υπολογιστεί εύκολα το κύκλωμα επιλέγουμε ίδιες τιμές για C1 και C2, R1 και R2 και για R3 και R4.

$$f_{notch} = \frac{1}{2\pi RC} \quad \text{όπου} \quad C = C1 = C2 \text{ και} \quad R = R1 = R2$$

Η αρνητική και η θετική ανάδραση του φίλτρου, παρέχει υψηλή απόδοση. Ένα ακόμα στοιχείο που είναι σημαντικό για την υψηλή απόδοση, είναι η χρήση διακριτών ηλεκτρονικών στοιχείων με μεγάλη ανοχή.

Τέλος, το κύκλωμα αυτό απαιτεί μικρή αντίσταση πηγής και μεγάλη αντίσταση φορτίου.

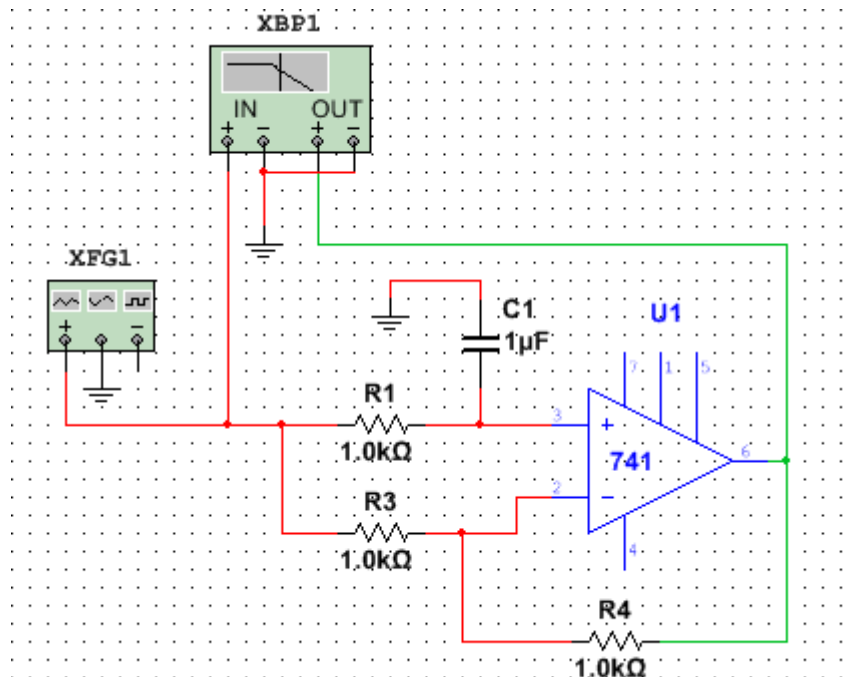


Bode Result	
x1	1.0000
y1	-7.0063m
x2	50.1187
y2	-43.7891
dx	49.1187
dy	-43.7821
dy/dx	-891.3525m
1/dx	20.3588m

Πίνακας 9

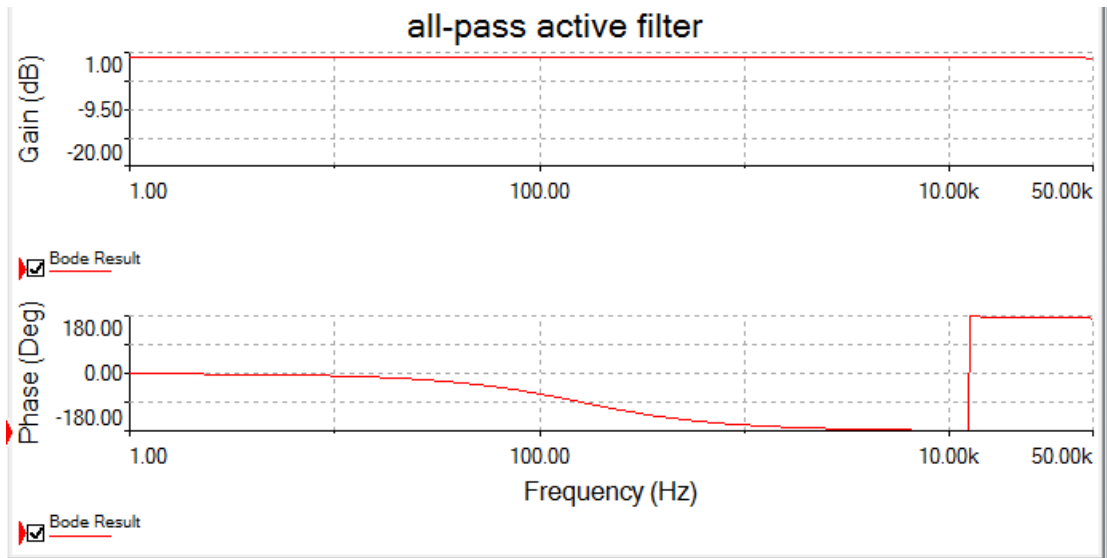
Το διάγραμμα απόκρισης πλάτους δείχνει την καμπύλη του Notch φίλτρου και ο πίνακας 9 τη συχνότητα αποκοπής του. Το διάγραμμα φάσης εμφανίζει την ολισθήση του σήματος εξόδου σε μοίρες⁰.

6.6. ALL-PASS ΕΝΕΡΓΟ

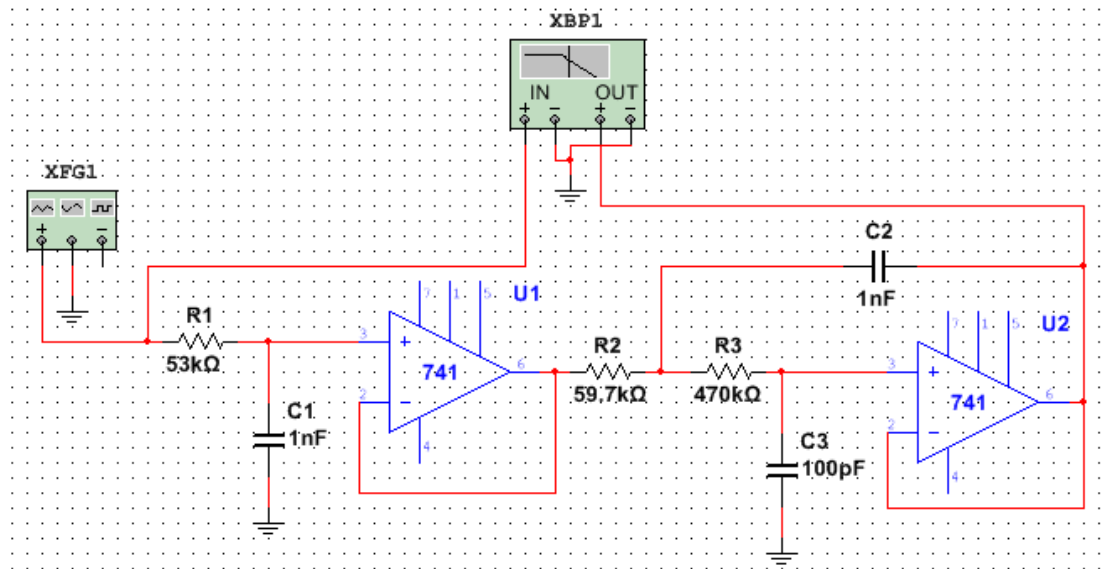


Το **All-Pass** φίλτρο με τη συγκεκριμένη διάταξη LP των $R1, C1$ προκαλεί καθυστέρηση φάσης στο σήμα εξόδου. Αν αλλάζαμε τη συνδεσμολογία σε HP $C1, R1$, τότε θα είχαμε την ίδια διαφορά φάσης αλλά προπόρευση του σήματος εξόδου αντί για καθυστέρηση. Η φάση δηλαδή στις χαμηλές συχνότητες θα ξεκινάει από 180° και στις υψηλές συχνότητες θα φτάνει στις 0° .

Λόγω του LP $R1, C1$ παρατηρούμε ότι σε πολύ μεγάλες τιμές το φίλτρο αρχίζει να συμπεριφέρεται σαν Low-Pass. (Περίπου από τα 500 kHz και μετά)



6.7. LOW-PASS 3^{ης} ΤΑΞΗΣ BUTTERWORTH ΕΝΕΡΓΟ

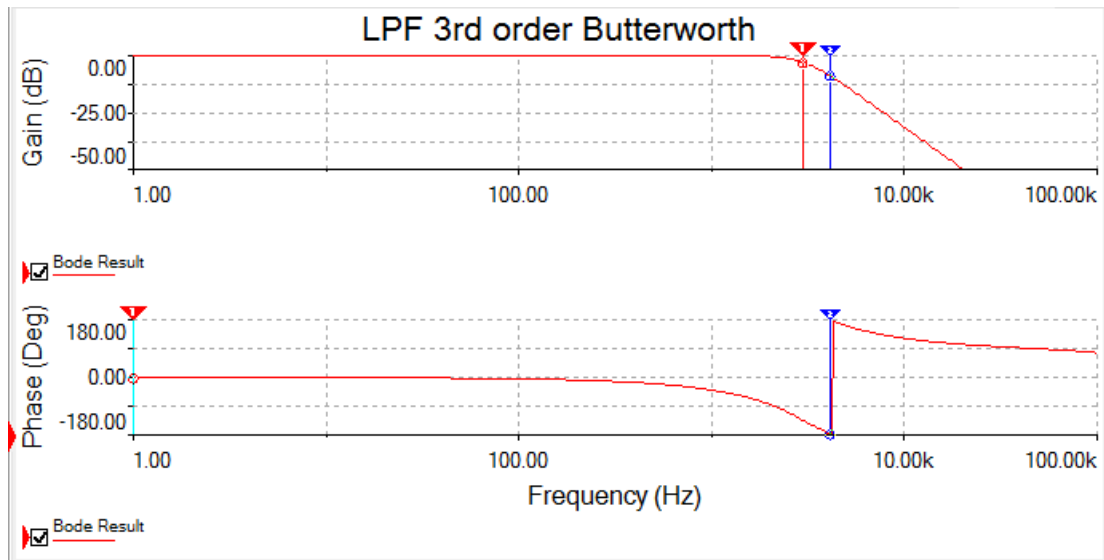


Στο πρόγραμμα Filter Wizard λαμβάνουμε τις παραπάνω τιμές δίνοντας τις εξής προδιαγραφές: : passband BW \rightarrow 3KHz, passband slope \rightarrow -3dB, stopband BW \rightarrow 20kHz, stopband slope \rightarrow -40dB και τύπου Butterworth.

Το LPF 3^{ης} τάξης υλοποιείται τον εν σειρά συνδυασμό 2 βαθμίδων. Η πρώτη αποτελείται από ένα ενεργό LP 1^{ης} τάξης, ενώ η δεύτερη, από ένα 2^{ης} τάξης ενεργό LP συνδεσμολογίας Sallen - Key.

Το πρώτο LP 1^{ης} τάξης έχει $f_c = 3\text{kHz}$, ενώ η φάση ξεκινά από 0° , γίνεται -45° στην f_c και καταλήγει στις -90° .

Το LP 2^{ης} τάξης έχει $f_c = 3.8\text{kHz}$ και η απόκρισή του εμφανίζει ένα μικρό overshoot στη ζώνη διέλευσης. Η φάση ξεκινάει από 0° , γίνεται -90° στην f_c και καταλήγει στις -180° .



<u>Bode Result</u>	
x1	2.9976k
y1	-3.0007
x2	4.1426k
y2	-9.0012
dx	1.1449k
dy	-6.0005
dy/dx	-5.2409m
1/dx	873.4205μ

Πινακας 10

Πινακας 11

Bode Result	
x1	1.0000
y1	-38.2945m
x2	4.1426k
y2	-177.9142
dx	4.1416k
dy	-177.8759
dy/dx	-42.9486m
1/dx	241.4526μ

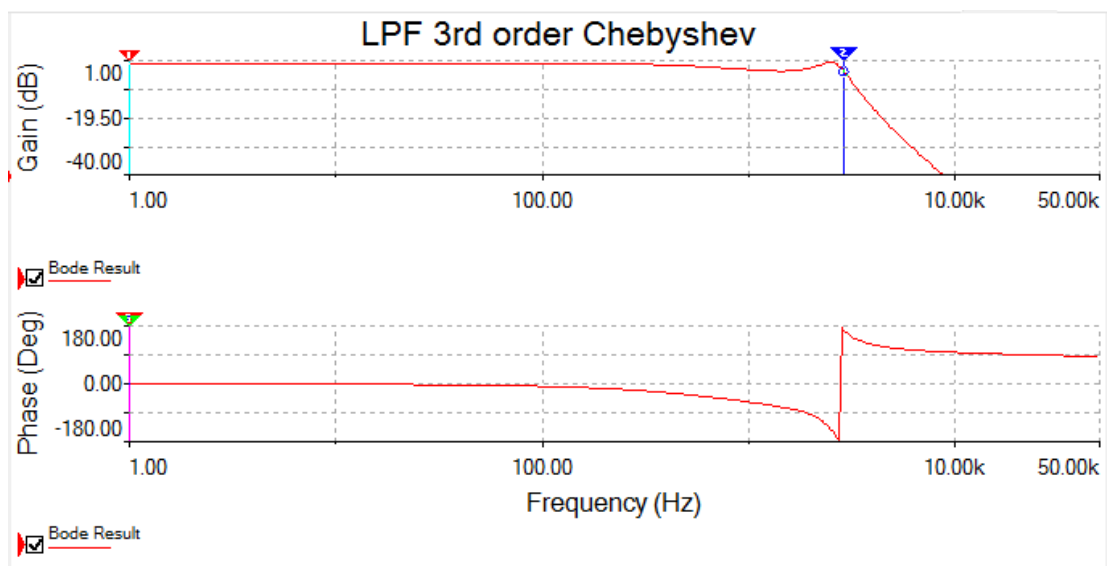
Αν τώρα θέλουμε να το μετατρέψουμε από τύπου Butterworth σε τύπου Chebyshev I, επιλέγουμε το επιθυμητό passband ripple εδώ πχ. στα 3dB. Αφού εισάγουμε τις ίδιες προδιαγραφές στο πρόγραμμα Audio Filter Wizard, μας δίνει τις νέες τιμές των διακριτών στοιχείων του κυκλώματος.

Οι τιμές των στοιχείων του κυκλώματος αλλάζουν και η απόκριση πλάτους θα έχει την παρακάτω μορφή.

Το πρώτο LP 1^{ης} τάξης έχει $f_c = 900\text{Hz}$, ενώ η φάση ξεκινά από 0° , γίνεται -45° στην f_c και καταλήγει στις -90° .

Το LP 2^{ης} τάξης έχει $f_c = 4\text{kHz}$ και η απόκρισή του εμφανίζει ένα μεγάλο overshoot της τάξης των 10dB περίπου, στη ζώνη διέλευσης για $f = 2.5\text{kHz}$. Η φάση ξεκινάει από 0° και καταλήγει στις -180° .

Ο συνδυασμός των δύο φίλτρων δίνει τις παρακάτω αποκρίσεις.



<u>Bode Result</u>	
x1	1.0000
y1	-1.3597m
x2	2.9088k
y2	-3.0025
dx	2.9078k
dy	-3.0011
dy/dx	-1.0321m
1/dx	343.9085μ

Πίνακας 12

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Αιτιατό (casual) φίλτρο είναι εκείνο το φίλτρο, όπου μόνο οι αλλαγές του σήματος εισόδου είναι υπεύθυνες για τις αλλαγές στο σήμα εξόδου του. Με άλλα λόγια η έξοδος του σε κάθε χρονική στιγμή, εξαρτάται μόνο από τις τιμές του σήματος εισόδου στην τρέχουσα χρονική στιγμή και σε προηγούμενες χρονικές στιγμές (real time).

Για να είναι αιτιατό ένα φίλτρο θα πρέπει η ζώνη μετάβασής του να μην είναι απόλυτα απότομη, η απόκριση πλάτους να μην είναι σταθερή για ένα διάστημα συχνοτήτων και η απόκριση συχνότητας μπορεί να είναι ίση με μηδέν μόνο για περιορισμένο αριθμό συχνοτήτων. Με απλά λόγια, τα ιδανικά φίλτρα δεν μπορούν να είναι αιτιατά.

Αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier μετατρέπει την πληροφορία που έχουμε από το πεδίο της συχνότητας, στο πεδίο του χρόνου. Αλλά για να γίνει

αυτή η μετατροπή πρέπει να έχουμε σαν δεδομένα και το πλάτος και τη φάση του φίλτρου.

Η **Απόκριση συχνότητας (frequency response)** περιγράφει το πως αποκρίνεται ένα φίλτρο στη έξοδό του, αν εφαρμόζονται στη είσοδο, συχνότητες ίδιου πλάτους, από όλο το φάσμα των συχνοτήτων. Περιγράφει ένα φίλτρο στο πεδίο της συχνότητας, όπως η κρουστική απόκριση περιγράφει το φίλτρο στο πεδίο του χρόνου.

Ασταθή φίλτρα είναι τα φίλτρα εκείνα που όταν δεχτούν μια διέγερση στην είσοδό τους, θα συνεχίζουν να ταλαντώνονται. Η ταλάντωση αυτή μπορεί να συνεχίζει και να αυξάνει δραματικά το σήμα εξόδου ενώ η είσοδος μπορεί τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή να είναι ακόμα και μηδενική. Αφορά τα επαναληπτικά φίλτρα.

Γραμμική φάση (linear phase) σε ένα φίλτρο σημαίνει ότι έχει σταθερή χρονική καθυστέρηση του σήματος εξόδου σε σχέση με το σήμα εισόδου. Το σύστημα καθυστερεί πάντα το σήμα εξόδου κατά ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα το οποίο παραμένει σταθερό. Εάν ένα φίλτρο δεν έχει γραμμική φάση, σημαίνει ότι προκαλεί παραμόρφωση στο σήμα εξόδου.

Ευσταθή φίλτρα (stable filters). Για να είναι ένα φίλτρο ευσταθές θα πρέπει ο βαθμός του πολυωνύμου του αριθμητή να είναι μικρότερος ή ίσος από το βαθμό του πολυωνύμου του παρανομαστή. Τα FIR είναι πάντοτε ευσταθή. Τα αναλογικά IIR είναι ευσταθή όταν οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς είναι εντός του μοναδιαίου κύκλου. Τέλος τα ψηφιακά IIR είναι ευσταθή όταν οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς βρίσκονται στο αρνητικό μιγαδικό ημιεπίπεδο. Τα μηδενικά στη συνάρτηση μεταφοράς ενός φίλτρου δεν επηρεάζουν την ευστάθεια ενός συστήματος.

Πιο πρακτικά μπορούμε να πούμε ότι είναι τα φίλτρα εκείνα που όταν δεχτούν μια διέγερση στην είσοδό τους, μετά από ένα χρονικό διάστημα η έξοδός τους θα ισορροπήσει.

Κανονικοποίηση (normalization) είναι μια μέθοδος που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των τιμών ενός φίλτρου. Πολλαπλασιάζουμε όλες τις τιμές εξόδου του φίλτρου με έναν αριθμό, ώστε η μέγιστη τιμή να γίνει ίση με το 1. Με αυτή τη μέθοδο καταφέρνουμε να μειώσουμε τον αριθμό των παραμέτρων που χρειάζονται για τον υπολογισμό του φίλτρου ορίζοντας το μέτρο της συχνότητας αποκοπής και το φορτίο, ίσα με τη μονάδα.

Κρουστική απόκριση $h(n)$ είναι η απόκριση ενός φίλτρου στην ιδεατά πιο μικρή ή αλλιώς σε μια στιγμιαία κρούση στην είσοδό του. Με άλλα λόγια είναι όλη η ταλάντωση που θα κάνει το φίλτρο μετά την κρουστική είσοδο μέχρι να ισορροπήσει ξανά. Η κρουστική είσοδος θεωρούμε ότι περιέχει όλες τις συχνότητες.

Από την κρουστική απόκριση που εξελίσσεται στο πεδίο του χρόνου, μπορούμε να μεταβούμε στο πεδίο της συχνότητας με τον μετασχηματισμό Fourier. Υπάρχει ιδανική και πραγματική κρουστική απόκριση ενός φίλτρου.

Μετασχηματισμοί φίλτρων (filter transformations). Είναι οι μετατροπές που εφαρμόζονται σε ένα φίλτρο ενός είδους ώστε να μετατραπεί σε ένα άλλο είδος, για παράδειγμα από low-pass να γίνει high-pass ή από high-pass σε band-stop κλπ. Οι μετασχηματισμοί είναι ένα μεγάλο και εξειδικευμένο κεφάλαιο στη θεωρία των φίλτρων.

Μετασχηματισμός Fourier (Fourier transformation). Είναι μια μαθηματική μέθοδος με την οποία, ένα σήμα στον χρόνο μπορούμε να το αναπαριστούμε επακριβώς συναρτήσει της συχνότητας. Με την αναπαράσταση στο πεδίο της συχνότητας μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα που δεν μπορούμε να βγάλουμε μελετώντας το σύστημα αυτό στο πεδίο του χρόνου. Δίνει σαν αποτέλεσμα την απόκριση πλάτους και φάσης.

Πόλοι μιας συνάρτησης μεταφοράς (poles). Με τον μετασχηματισμό Fourier υπολογίζουμε τη συνάρτηση μεταφοράς ενός φίλτρου. Η συνάρτηση αυτή είναι ένα πολυώνυμο που αν έχει ρίζες στον αριθμητή, οι ρίζες αυτές ονομάζονται μηδενικά, ενώ οι ρίζες στον παρονομαστή ονομάζονται πόλοι.

Αυτά τα δύο χαρακτηριστικά όταν σχεδιάζουμε ψηφιακά φίλτρα, μπορούν να τοποθετηθούν στον μοναδιαίο κύκλο. Ο αριθμός των πόλων και των μηδενικών στη συνάρτηση αυξάνεται όσο αυξάνει και η τάξη του. Όσο περισσότερους πόλους έχει ένα φίλτρο, τόσο πλησιάζει στην ιδανική λειτουργία.

Πρότυπα φίλτρα είναι τα κανονικοποιημένα (normalized) φίλτρα που οι χαρακτηριστικές τους ανήκουν σε μια συγκεκριμένη τυποποιημένη κατηγορία φίλτρων και αποδίδουν συγκεκριμένες προδιαγραφές (πχ. Butterworth, Bessel κ.α.)

Συνάρτηση μεταφοράς $H(z)$ είναι ο Fourier μετασχηματισμός της κρουστικής απόκρισης του φίλτρου. Η απόκριση συχνότητας ενός φίλτρου μπορεί να υπολογιστεί από τη συνάρτηση μεταφοράς του.

Φίλτρα δειγματοσιμμένων δεδομένων. Είναι μια υποκατηγορία των φίλτρων συνεχούς χρόνου και η χρήση τους περιορίζεται σε συγκεκριμένες διατάξεις τηλεπικοινωνιών.

Φίλτρα διακριτού χρόνου είναι κατά κανόνα τα ψηφιακά φίλτρα. Αυτά δηλαδή που δέχονται και επεξεργάζονται σήματα διακριτού χρόνου. Υπάρχει ένα είδος αναλογικών φίλτρων που ανήκει στην κατηγορία αυτή, τα switching capacitor φίλτρα.

Φίλτρα συνεχούς χρόνου. Είναι τα φίλτρα που δέχονται στην είσοδό τους και επεξεργάζονται σήματα συνεχούς χρόνου, δηλαδή αναλογικά σήματα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ - ΜΕΤΑΦΡΑΣΜΕΝΗ ΣΤΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ

1. Κούλας Κ., *Αναλογική Μικροηλεκτρονική*, Εκδόσεις ΙΩΝ, Αθήνα (1996).
2. Sedra & Smith, *Μικροηλεκτρονικά κυκλώματα*, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα (2010).
3. Everest F. Alton, *Εγχειρίδιο ακουστικής*, Εκδόσεις Α. Τζιόλα, Θεσσαλονίκη (1994).
4. Αντωνίου Α., *Ψηφιακή επεξεργασία σήματος. Σήματα, συστήματα και φίλτρα*, Εκδόσεις Α. Τζιόλα, Θεσσαλονίκη (2009).
5. Σκαρλάτος Δ., *Εφαρμοσμένη Ακουστική*, Εκδόσεις Φιλομάθεια, Πάτρα (2009).
6. Διαμαντόπουλος, Τ., *Προγραμματισμός και σύνθεση ήχου*, Εκδόσεις ΕΛΛΗΝ (2004).
7. Μουστακίδης Γ., *Βασικές Τεχνικές Ψηφιακής Επεξεργασίας Σημάτων*, Εκδόσεις Α. Τζιόλα, Θεσσαλονίκη (2004).
8. Δημόπουλος Η., *Ηλεκτρονικά Φίλτρα*, Εκδότης Ηρακλής Γ. Δημόπουλος, Αθήνα (2009).
9. Ψυχάλινος Κ., *Εισαγωγή στα Ηλεκτρονικά Φίλτρα*, Πανεπιστήμιο Πατρών, Τμήμα Φυσικής, Πάτρα (2005),
www.hep.upatras.gr/class/download/ile_ana_kik/eisagwgh_hlektronika_filtra.pdf

ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ

1. Davis & Jones, *The sound reinforcement handbook*, Hal Leonard Publishing Corporation (1987).
2. Williams & Taylor, *Electronic Filter Design Handbook*, McGraw-Hill Companies Inc. (2006).
3. Smith W.S., *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*, California Technical Publications (1997).
4. Carter & Mansini, *Op. Amps for Everyone*, Elsevier Inc. (2009).

5. Van Valkenburg M.E., *Analog Filter Design*, Oxford University Press, (1982).
6. Jung W., *Op Amp Applications Handbook*, Newnes (2006).
7. Zumbahlen, H., *Linear Circuit Design Handbook*, Newnes (2008).
8. Daryanani, G., *Principles of Active Network Synthesis and Design*, Bell Laboratories Inc. (1976).
9. Lacanette K., *A Basic Introduction to Filters, Active, Passive, and Switched-Capacitor*,(1991)
www.swarthmore.edu/NatSci/echeeve1/Ref/DataSheet/IntroToFilters.pdf

ΣΧΗΜΑΤΑ

www.en.wikipedia.org/wiki

www.allaboutcircuits.com

www.dspguide.com

www.learnabout-electronics.org

www.circuitstoday.com

www.piperidis.co.nr

www.sensorsmag.com