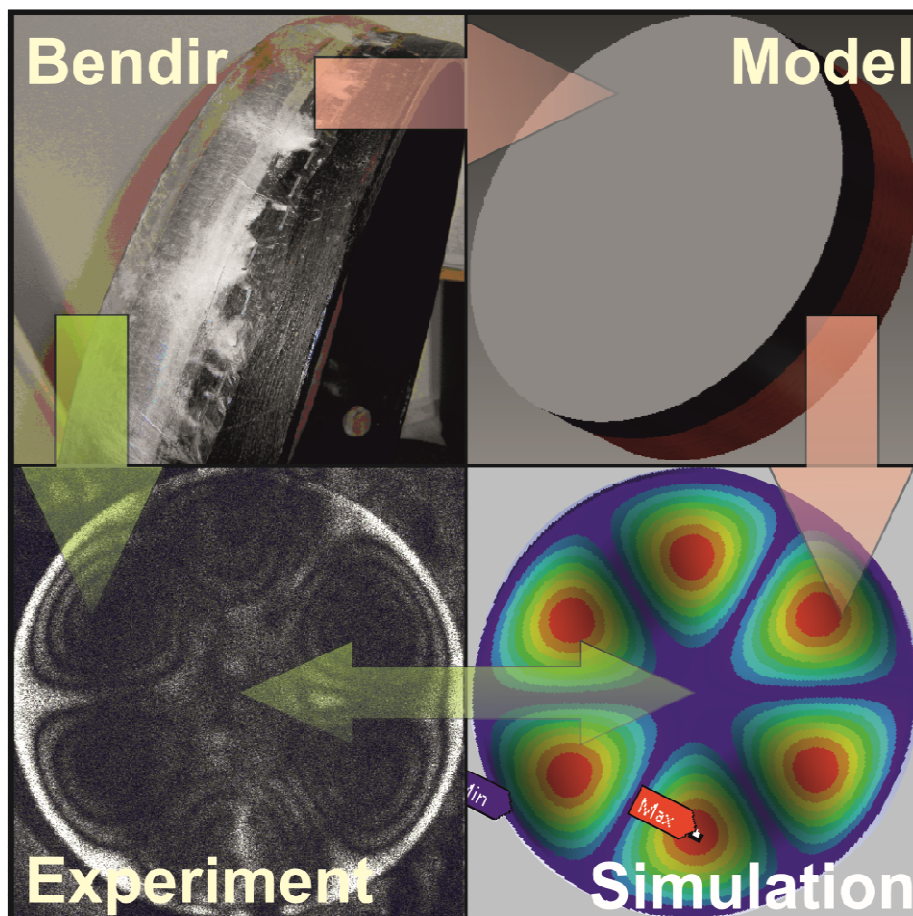


ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ & ΑΚΟΥΣΤΙΚΗΣ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΡΕΘΥΜΝΟΥ

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ &
ΔΟΝΗΤΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΤΥΜΠΙΑΝΟΥ**



Κοκκινάκης Εμμανουήλ

Ρέθυμνο 2013

Υπεύθυνος Καθηγητής

Δρ. Δημητρίου Βασίλειος, Καθηγητής Εφαρμογών
ΤΕΙ Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Φυσικών Πόρων & Περιβάλλοντος



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πίνακας περιεχομένων

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	5
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	7
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	7
1.1 Τα κρουστά	7
1.2 Η ανάγκη προσομοίωσης	9
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	11
2.1. Χαρακτηριστικά οικογένειας κρουστών	11
2.2 Το Bendir σήμερα	13
2.3 Μηχανολογικά χαρακτηριστικά Bendir	14
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	18
3. Φυσική και μαθηματική περιγραφή δόνησης μεμβρανόφωνων	18
3.1 Η συχνότητα ενός ηχητικού κύματος	18
3.2 Η μελέτη των ιδιοσυχνοτήτων	21
3.3. Τα Μεμβρανόφωνα (Μεμβράνες).....	22
3.4 Κυματική εξίσωση ορθογώνιας μεμβράνης.....	26
3.5 Κυματική εξίσωση κυκλικής μεμβράνης.....	29
3.6 Τρόποι δόνησης πλαισίου	33
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	35
4. Μοντελοποίηση του Bendir	35
4.1. Τρισδιάστατη Μηχανολογική Σχεδίαση με H/Y- 3D Cad Modeling	35
4.2 Μηχανολογική σχεδίαση στο Inventor®	35
4.3 Βασικές λειτουργίες του Inventor®.....	37
4.4 Γεωμετρία και υλικά του Bendir.....	38
4.5 Κατασκευή μοντέλου του Bendir	40
I. Μοντελοποίηση στεφάνης (part i).....	40
II. Μοντελοποίηση μεμβράνης (part ii).....	48
III. Μοντελοποίηση ελαστικής σαμπρέλας (part iii)	48
IV. Συναρμολόγηση τεμαχίων (assembly of parts i, ii, iii).....	49
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5	55
5.1 Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (FEM).....	55
5.2 Η μη ομογενής εξίσωση Helmholtz.....	56
5.3. Τα βασικά βήματα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων	57
5.4 Μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων και ακουστική (Επικρατούσες εξισώσεις).....	60
5.5 Διακριτοποίηση της κυματικής εξίσωσης.....	61

5.6 Ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων (Modal Analysis).....	62
5.7 Σύγκριση των μεθόδων εξαγωγής των ιδιοσυχνοτήτων	63
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6	65
6. Ανάλυση μοντέλου Bendir με πεπερασμένα στοιχεία (Προσέγγιση επίλυσης στο πρόγραμμα Inventor®).....	65
6.1 Προσέγγιση ιδιοσυχνοτήτων και ιδιοτιμών στο Inventor®.....	65
i. Οριακές συνθήκες.....	66
ii. Υλικά κατασκευής.....	69
iii. Ανάλυση & Αποτελέσματα.....	70
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7	75
7. Προσομοίωση μοντέλου CAD με πεπερασμένα στοιχεία με το πρόγραμμα Ansys-WorkBench® - Επιβολή προέντασης (κούρδισμα οργάνου)	75
7.1 Στάδια υλοποίησης Structural – Modal ανάλυσης στο Ansys-WorkBench®	76
7.2 Καθορισμός περιβάλλοντος επίλυσης Structural – Modal ανάλυσης στο Ansys-WorkBench®	77
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8	83
8. Ανάλυση ιδιοτιμών και ιδιοσυχνοτήτων με τη χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων στο Ansys-Workbench® & Αποτελέσματα.....	83
8.1 Υψηλό κούρδισμα (ιδιοτιμές & ιδιοσυχνότητες)	85
8.2 Μεσαίο κούρδισμα (ιδιοτιμές & ιδιοσυχνότητες)	89
8.3 Χαμηλό κούρδισμα (ιδιοτιμές & ιδιοσυχνότητες).....	93
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9	97
9. Συζήτηση-Συμπεράσματα.....	97
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10	99
Βιβλιογραφία	99



ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον Καθηγητή Εφαρμογών Βασίλη Δημητρίου, του Τμήματος Μηχανικών Φυσικών Πόρων και Περιβάλλοντος, για την δυνατότητα που μου έδωσε να πραγματοποιήσω την πτυχιακή μου εργασία. Οι σημαντικές υποδείξεις και συμβουλές του με κατεύθυναν σ' ένα σωστό τρόπο σκέψης και πάνω απ' όλα μου προσέφεραν σημαντικά εφόδια για την μετέπειτα ζωή μου.

Επιπλέον, θα ήθελα ευχαριστώ όλους για την στήριξη και την εμπιστοσύνη που μου έδειξαν όλα αυτά τα χρόνια των σπουδών μου και ειδικά τα μέλη της τριμελούς μου επιτροπής: Καθηγητή Νεκτάριο Παπαγογιάννη και Επίκουρο Καθηγητή Ευθύμιο Μπακαρέζο, του Τμήματος Μηχανικών Μουσικής Τεχνολογίας και Ακουστικής. Πέραν όμως από την πολύτιμη αυτή στήριξη, μου έδωσαν όλα τα εφόδια ώστε να γίνω ένας σωστός άνθρωπος και αυτό είναι κάτι που δεν μαθαίνεται αλλά μεταδίδεται. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω και τον Εργαστηριακό συνεργάτη Υ.Δ. Ευάγγελο Κασελούρη για τη βοήθεια του και τις συμβουλές του στο επιστημονικό κομμάτι της εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους καθηγητές Τμήματος Μηχανικών Μουσικής Τεχνολογίας & Ακουστικής, του Ανώτατου Τεχνολογικού Εκπαιδευτικού Ιδρύματος Κρήτης για τις πολύτιμες γνώσεις που μου προσέφεραν όλα τα χρόνια των σπουδών μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εργασία αυτή γίνεται μελέτη της συμπεριφοράς και των δονητικών χαρακτηριστικών του τυμπάνου Bendir μέσω προσομοίωσης. Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται συνοπτική περιγραφή των κρουστών οργάνων. Επίσης, γίνεται αναφορά στους λόγους για τους οποίους είναι αναγκαία η προσομοίωση. Στο δεύτερο, αναφέρονται τα χαρακτηριστικά των κρουστών και γίνεται ιδιαίτερη αναφορά στο τύμπανο Bendir. Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η φυσική και μαθηματική περιγραφή της δόνησης των μεμβρανόφωνων. Στο τέταρτο κεφάλαιο περιγράφονται αναλυτικά τα στάδια που ακολουθούνται για την κατασκευή της γεωμετρίας του Bendir στο προηγμένο λογισμικό CAD (Computer Aided Design) τρισδιάστατης παραμετρικής μοντελοποίησης Autodesk Inventor®. Στο πέμπτο γίνεται αναφορά στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method, FEM), αναλυτική περιγραφή για τη διακριτοποίηση της κυματικής εξίσωσης, καθώς και τα βήματα που ακολουθούνται για την ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων (modal analysis).

Στο έκτο κεφάλαιο, γίνεται modal ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία του μοντέλου του τυμπάνου Bendir στο πρόγραμμα Inventor®, ενώ στο έβδομο, παρουσιάζονται τα στάδια που ακολουθούνται για τη προσομοίωση του τυμπάνου στο πρόγραμμα ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων Ansys-WorkBench®. Η μελέτη στο Ansys-WorkBench επικεντρώνεται στη δονούμενη μεμβράνη της κατασκευής και για το σκοπό αυτό γίνεται συζευγμένη μελέτη στατικής και modal ανάλυσης, εφαρμόζοντας προένταση ανάλογα με το κούρδισμα που μελετούμε (υψηλό, μεσαίο, χαμηλό). Στο όγδοο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης ιδιοτιμών και ιδιοσυχνοτήτων του τυμπάνου στο Ansys-Workbench® (για υψηλό, μεσαίο, χαμηλό κούρδισμα). Επιπλέον, γίνεται σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα που συλλέχθηκαν για τη μέτρηση του ίδιου οργάνου από τον κ. Σιδερά Ιωάννη κατά την υλοποίηση της πτυχιακής του εργασίας, που έλαβε χώρα στο εργαστήριο Ακουστικής και Οπτικής τεχνολογίας, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ESPI. Τέλος, στο τελευταίο κεφάλαιο παρατίθενται τα συμπεράσματα.

Η όλη διαδικασία μοντελοποίησης και προσομοίωσης υλοποιήθηκε στο Διατμηματικό Εργαστήριο Προσομοιώσεων και Μηχανολογικών Κατασκευών - SMM του ΤΕΙ Κρήτης, στο Παράρτημα Χανίων με Επιβλέπον Καθηγητή το Δρ. Βασίλη Δημητρίου, υπεύθυνο του

Εργαστήριο Προσομοιώσεων &
Μηχανολογικών Κατασκευών - SMM

Διατμηματικού



Εργαστηρίου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κάθε όργανο έχει το δικό του προσωπικό και αναγνωρίσιμο ήχο γιατί ευνοεί την προβολή ορισμένων αρμονικών ενώ εμποδίζει κατά κάποιον τρόπο τις υπόλοιπες να ακουστούν. Η ιδιότητα που κάνει αναγνωρίσιμο και ξεχωριστό τον ήχο κάθε οργάνου, εξαρτάται και καθορίζεται από την ποσοστιαία αναλογία της συμμετοχής των διαφόρων αρμονικών στο συνολικό ήχο κάθε φθόγγου, και λέγεται ηχόχρωμα ή χροιά. Το ηχόχρωμα δηλαδή το καθορίζουν οι άλλες αρμονικές, με τη σχετική σύνθεσή τους και τα χαρακτηριστικά κορυφώματα της περιβάλλουσας του φάσματος τα οποία ονομάζονται μορφήματα (formants) [1].

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται η συμπεριφορά τυμπάνου Bendir δεδομένων γεωμετρικών και χαρακτηριστικών υλικού. Κατασκευάζεται τρισδιάστατο γεωμετρικό μοντέλο στο προηγμένο λογισμικό CAD τρισδιάστατης παραμετρικής μοντελοποίησης Autodesk Inventor[®] και αποδίδονται οι χαρακτηριστικές τιμές των παραμέτρων υλικού σε κάθε τμήμα (part) της καθολικής γεωμετρίας (assembly) του τυμπάνου. Ακολουθώς υπολογίζονται οι ιδιοτιμές και οι ιδιοσυχνότητες του μουσικού οργάνου στη μεμβράνη του, με τη χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων στο πρόγραμμα Ansys-WorkBench[®].

1.1 Τα κρουστά

Τα κρουστά όργανα ίσως είναι τα αρχαιότερα μουσικά όργανα αλλά και τα πιο διάσημα για μελέτη στην σύγχρονη κοινωνία, αφενός στη μουσική και αφετέρου στην επιστήμη. Πολλά νέα είδη κρουστών έχουν εμφανιστεί κατά περιόδους αλλά και πολλά νέα είδη βρίσκονται σε πειραματικό επίπεδο στα ερευνητικά εργαστήρια κατασκευής μουσικών οργάνων.

Τα παραδοσιακά κρουστά αποτελούνται από ένα κυλινδρικό πλαίσιο με ειδική στεφάνη πάνω στην οποία έχει τεντωθεί μεμβράνη φυσικού δέρματος ζώου ή συμβατική, πλαστική μεμβράνη. Επίσης είναι μια μεγάλη οικογένεια μουσικών οργάνων. Ο όρος κρουστό μουσικό όργανο προήλθε από την διαδικασία της κρούσης κατά την οποία η μεμβράνη του οργάνου



έρχεται σε επαφή με τα χέρια του οργανοπαίχτη ή με κάποιο είδος μπαγκέτας που χρησιμοποιείται για την παραγωγή του ήχου. Ονομάζονται κρουστά επειδή ο ήχος που παράγουν προκαλείται από κρούση είτε κάποιου ειδικού εξαρτήματος (σφυράκι ή μπαγκέτα) είτε του χεριού πάνω σε αυτά.

Οι κανονικοί τρόποι ταλάντωσης τόσο της μεμβράνης όσο και του πλαισίου παίζουν σημαντικό ρόλο στα ακουστικά χαρακτηριστικά του εκπεμπόμενου ήχου. Τα κρουστά μουσικά όργανα έχουν ως βασικό χαρακτηριστικό ότι οι τρόποι δόνησής τους δεν συνδέονται αρμονικά. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ο ήχος που παράγεται να μην έχει τονικότητα δηλαδή να αποτελείται από τον βασικό τόνο και την αρμονική τους σειρά. Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις κρουστών οργάνων όπου έχουμε αισθητή την τονικότητα.

Στην απλή αρμονική ταλάντωση, η μετατόπιση είναι ένα φυσικό μέγεθος που χαρακτηρίζει το φυσικό φαινόμενο της κίνησης (x), ως συνάρτηση στον χρόνο (t) και περιγράφεται από την παρακάτω ημιτονοειδή συνάρτηση:

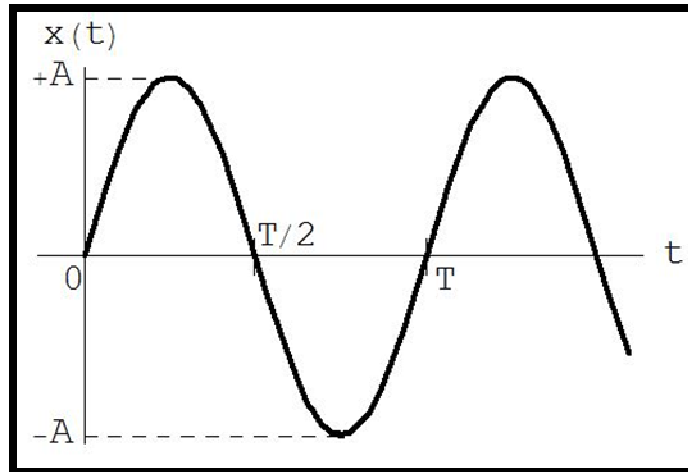
$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad 1.0$$

όπου, φ η φάση της ταλάντωσης A είναι το πλάτος της ταλάντωσης, ω (rad/sec) είναι η κυκλική συχνότητα ή αλλιώς γωνιακή ταχύτητα του ταλαντωτή και εκφράζεται ως:

$$\omega = 2\pi f \quad 1.1$$

με f τη συχνότητα (Hertz). Η περίοδος της ταλάντωσης συμβολίζεται με (T) και ισχύει:

$$f = 1/T \quad 1.2$$



Εικόνα 1.1 Το πλάτος και η περίοδος της ταλάντωσης.

Τα κυλινδρικά πλαίσια των κρουστών μπορούν να χρησιμοποιηθούν είτε ως πλαίσια υποστήριξης των μεμβρανών είτε ως αυτόνομα μουσικά όργανα σε διάφορες διαστάσεις όπως είναι τα ορχηστρικά (chimes). Όταν το πλαίσιο χρησιμοποιείται ως υποστήριξη των μεμβρανών, παρατηρούνται δυο ειδών τρόποι δόνησής (modes) του, όπως θεμελιώθηκαν από τους Love (1888) και Rayleigh (1894). Η πρώτη περίπτωση είναι οι χαμηλότεροι επεκταμένοι τρόποι δόνησης (modes), στους οποίους υπάρχουν πρώτης τάξης μετασχηματισμοί του μήκους της γραμμής σχεδίασης της επιφάνειας του πλαισίου, οι οποίοι σχετίζονται με τις ελαστικές δυνάμεις του και έτσι δημιουργούνται δυνάμεις επαναφοράς. Η δεύτερη περίπτωση είναι οι μη επεκταμένοι ή καμπτικοί τρόποι δόνησης. Σε αυτή την περίπτωση δεν υπάρχουν πρώτης τάξης μετασχηματισμοί του μήκους της γραμμής σχεδίασης της επιφάνειας του πλαισίου και οι δυνάμεις επαναφοράς σχετίζονται μόνο με την καμπτική δυσκαμψία του πλαισίου. Στην περίπτωση των χαμηλών τρόπων δόνησης, το τύμπανο μπορεί να καταστραφεί από μία εξωτερική δύναμη. Κατά αυτό τον τρόπο οι κανονικοί τρόποι ταλάντωσης του κυλινδρικού πλαισίου δημιουργούνται από κομβικές γραμμές και κομβικούς κύκλους [2,3].

1.2 Η ανάγκη προσομοίωσης

Προσομοίωση είναι η απομίμηση της λειτουργίας μιας πραγματικής διαδικασίας ή του συστήματος την πάροδο του χρόνου. Η πράξη της προσομοίωσης απαιτεί πρώτα την ανάπτυξη ενός μοντέλου. Το μοντέλο αυτό αντιπροσωπεύει τα βασικά χαρακτηριστικά ή τις συμπεριφορές, λειτουργίες δηλαδή επιλεγμένες φυσικές ή αφηρημένες. Το μοντέλο αντιπροσωπεύει το ίδιο το σύστημα, ενώ η προσομοίωση αντιπροσωπεύει τη λειτουργία του συστήματος στην πάροδο του χρόνου.



Προσομοίωση χρησιμοποιείται σε πολλές περιπτώσεις όπως η προσομοίωση της τεχνολογίας για τη βελτιστοποίηση της απόδοσης, της μηχανικής ασφάλειας, τον έλεγχο, την κατάρτιση, την εκπαίδευση και τα βιντεοπαιχνίδια. Προσομοίωση χρησιμοποιείται επίσης στην επιστημονική μοντελοποίηση των φυσικών συστημάτων ή ανθρώπινων συστημάτων ώστε να αποκτηθεί εικόνα για τη λειτουργία τους. Επιπλέον, προσομοίωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δείξει τις ενδεχόμενες πραγματικές επιπτώσεις των εναλλακτικών όρων και τρόπους δράσης.

Για να γίνει η προσομοίωση του μουσικού οργάνου είναι αναγκαία η σχεδίαση και η μοντελοποίησή του. Το προς μελέτη τύμπανο Bendir θα σχεδιαστεί στο προηγμένο λογισμικό CAD τρισδιάστατης παραμετρικής μοντελοποίησης Autodesk Inventor[®]. Η υπολογιστική ανάλυση της κατασκευής θα πραγματοποιηθεί με την βοήθεια του ίδιου προγράμματος και σε περίπτωση χρήσης προέντασης θα χρησιμοποιηθεί το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων Ansys-WorkBench[®].





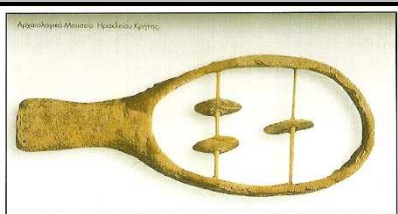

Η επαλήθευση της ορθής μοντελοποίησης θα επιτευχθεί με βάση τα πειραματικά αποτελέσματα που συγκεντρώθηκαν στην Πτυχιακή εργασία του κ. Σιδηρά Ιωάννη. Εφόσον τα αποτελέσματα της προσομοίωσης συγκριθούν και ταυτιστούν με τα πειραματικά, η περαιτέρω μελέτη του οργάνου θα μπορεί να πραγματοποιηθεί υπολογιστικά χωρίς την ανάγκη υλοποίησης πειραμάτων.

Τα οφέλη χρήσης του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων δύναται να συμπεριλάβουν δοκιμές αλλαγής υλικών στο όργανο, δοκιμές αλλαγής στην γεωμετρία (π.χ. πάχη, διάταξη τεμαχίων (parts), διαμέτρους τεμαχίων κλπ) και να μελετηθεί η επίδραση και η συμπεριφορά αυτού χωρίς την οποιαδήποτε επέμβαση στο πραγματικό τύμπανο. Έτσι επιτυγχάνεται άμεση οικονομία αλλά και αποφυγή σφαλμάτων, αλλά και χρόνου που θα χρειαζόταν για τις πραγματικές κατασκευαστικές αλλαγές. Επίσης με τη χρήση της προσομοίωσης είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί βελτιστοποίηση του οργάνου ή να κατευθυνθεί η κατασκευή στην παραγωγή ιδιοτιμών σε συγκεκριμένες συχνότητες. Ακόμη, η υπολογιστική ανάλυση παρέχει το πλεονέκτημα της άμεσης καταγραφής όλων των ιδιοσυχνοτήτων χωρίς τον κίνδυνο της εμπλοκής του ανθρώπινου «ματιού» που είναι απαραίτητο στην καταγραφή τους κατά την πειραματική διεξαγωγή. Τέλος στην περίπτωση που το διαπιστευμένο πειραματικά μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων υποδείξει βελτίωση συμπεριφοράς με την υλοποίηση κάποιων αλλαγών, το κόστος και ο χρόνος που θα χρειαστεί για να γίνουν αυτές θα είναι άμεσα εκτιμήσιμες και εκ των προτέρων γνωστές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2.1. Χαρακτηριστικά οικογένειας κρουστών

Τα κρουστά διαιρούνται σε διάφορες κατηγορίες ανάλογα με τον τρόπο που τα χρησιμοποιούμε και τον καθορισμό ή όχι της τονικής τους οξύτητας. Υπάρχουν κρουστά που παράγουν κρότο (άτονα) αλλά και κρουστά που παράγουν τόνο (μουσική νότα). Χαρακτηριστικά παραδείγματα κρουστών αποτελούν το: Τύμπανο, Τομ, Ταμπούρο, Κύμβαλα, Πιατίνα, Νταούλι, Ντέφι, Ξυλόφωνο, Καστανιέτα, Ντραμς [4-9]. Τα βασικότερα κρουστά όργανα που έχουν διασωθεί ως τις μέρες μας είναι τα εξής:

		
Ντέφι	Νταούλι	Τύμπανο
		
Κύμβαλα	Σείστρο	Ακουστικό σετ τυμπάνων

Εικόνα 2.1 Βασικά κρουστά.

- **Το ντέφι:** Έχει διάφορα μεγέθη και διαμέτρους. Κατασκευάζεται τοποθετώντας σε ένα κυλινδρικό ξύλινο πλαίσιο μια μεμβράνη μόνο από την μία μεριά. Κατά το μήκος του πλαισίου τοποθετούνται σε ίσες αποστάσεις ζήλιες. Διεγείρεται με τα χέρια του οργανοπαίχτη.



- **Το νταούλι:** Έχει κυλινδρικό σχήμα σώματος, το οποίο διαφέρει στο μέγεθός του από περιοχή σε περιοχή, με τις σφαιρικές του πλευρές να καλύπτονται από φυσικά δέρματα ζώων. Για την στήριξη των δερμάτων στο ξύλο χρησιμοποιούνται ξύλινα ή μεταλλικά στεφάνια τα οποία δένονται μεταξύ τους με ένα σχοινί. Διεγείρεται συνήθως με την βοήθεια ειδικών μπαγκετών, τα νταουλόξυλα που είναι ένα χοντρό ξύλο, το κόπανο και μια λεπτή βέργα ξύλου, τη βίτσα ή είναι το ίδιο κατασκευαστικά σαν το αρχαίο ελληνικό τύμπανο.
- **Το τύμπανο:** Είχε κυλινδρικό σχήμα σώματος και στις κυλινδρικές άκρες του είχε προσαρμοσμένες δυο φυσικές μεμβράνες ζώων. Η μεμβράνη διεγειρόταν με το χέρι και συνήθως παιζόταν από γυναίκες. Το χρησιμοποιούσαν σε τελετές λατρείας της Κυβέλης και του Διονύσου.
- **Τα κύμβαλα:** Ήταν δύο ημισφαιρικά μεταλλικά πιάτα. Στη σύγχρονη Ελλάδα έχουν κρατηθεί κάποια όργανα από την αρχαιότητα κι έχουν εξελιχθεί ανάλογα με τις εποχές και τις επιρροές που είχαμε από τους άλλους πολιτισμούς.
- **Τα κρόταλα:** Κατασκευαστικά ήταν δύο κοίλα κομμάτια από όστρακο, ξύλο ή μέταλλο. Τα κρόταλα χρησιμοποιούταν για να δώσουν ρυθμό στους χορευτές.
- **Το σείστρο:** Ήταν ένα όργανο πολύ μικρό σε μέγεθος και με σχήμα πετάλου ή σπιρουνιού αλόγου με λαβή. Πάνω στο πλαίσιο του ήταν προσαρμοσμένες μικρές εγκάρσιες ράβδοι ή κουδουνάκια. Είχε μεγάλη απήχηση στην αρχαία Κρήτη και ανακαλύφθηκε στο ταφικό κτήριο 9 του προ ανακτορικού νεκροταφείου, στο Φουρνί, στις Αρχάνες Ηρακλείου.
- **Ακουστικό σετ τυμπάνων:** Είναι μια συστοιχία διαφόρων μεγεθών τυμπάνων και κυμβάλων. Ένα σύνθετος ακουστικό σετ τυμπάνων απαρτίζεται από μια μπότα όπου είναι το πιο μεγάλο τύμπανο του σετ το συναντάμε σε διαμέτρους μεμβράνης δεκαοκτώ έως είκοσι-έξη ιντσών και βάθος πλαισίου από δεκαέξι έως είκοσι ίντσες. Παίζεται με το πόδι μέσω ενός πεντάλ το οποίο κατασκευάστηκε το 1909 από τον William F. Ludwig Sr. (μουσικός και ιδρυτής της ομώνυμης εταιρίας) και αποτέλεσε την απαρχή όλων των νέων καινοτομιών των τυμπάνων ώστε να μπορούν να παιχτούν τόσα τύμπανα ταυτόχρονα από μόνο ένα άτομο. Είναι αμερικανικής προέλευσης με τις πρώτες εμφανίσεις τους να παίρνουν θέση στα μέσα του 19ου αιώνα, μετά τον εμφύλιο πόλεμο της Αμερικής.
- **Το Bendir:** υπάρχει σε διάφορα μεγέθη και διαμέτρους. Κατασκευάζεται τοποθετώντας σε ένα κυλινδρικό ξύλινο πλαίσιο μια μεμβράνη (κατά κόρο φυσικά δέρματα ενίοτε και συνθετικά) μόνο από την μία μεριά χωρίς να προστίθενται κάποιες ζήλιες. Προέρχεται από τις αραβικές περιοχές της βόρειας Αφρικής και έχει μουσικές ρίζες από την οθωμανική μουσική παράδοση.



Εικόνα 2.2 Τύμπανο Bendir.

2.2 Το Bendir σήμερα

Σήμερα κυκλοφορούν στο εμπόριο Bendir κατασκευασμένα από ευρύτερες γνωστές εταιρείας. Τα οποία κουρδίζονται με μεταλλικά κλειδιά και καλό συνθετικό δέρμα, λύνοντας έτσι επαρκώς όλο το πρόβλημα του κουρδίσματος και του τόνου που παράγει το όργανο. Σε ότι αφορά το μέγεθος, ένα Bendir διαμέτρου σαράντα ή πενήντα εκατοστά, είναι καλό για γενική χρήση, υπάρχουν όμως και μεγαλύτερα όργανα κατάλληλα για πιο εντυπωσιακούς, μεγαλύτερης διάρκειας και πιο τελετουργικούς ήχους. Το όργανο που παρουσιάζεται στην εικόνα 2.3 είναι ένα παραδοσιακό Bendir χωρίς κλειδιά διαμέτρου σαράντα εκατοστών.

Το καλό με τα όργανα που κουρδίζουν είναι ότι μπορούμε να χαλαρώσουμε λίγο το κούρδισμα και να επιτύχουμε έτσι έναν πιο μπάσο ήχο που να προσομοιάζει μεγαλύτερο όργανο, ανάλογα με τις ανάγκες μας. Στα κρουστά όργανα τύπου Bendir, λόγω κατασκευής, η πίσω τους περιοχή είναι κατά βάση περιοχή της οπής (εξόδου) ενός αντηχείου ή περιοχή κοιλότητας συντονισμού, με έντονη την παρουσία χαμηλών συχνοτήτων [10].



Εικόνα 2.3 Bendir διαμέτρου 40 cm (αριστερά), Περίτεχνα τύμπανα Bendir (δεξιά).

2.3 Μηχανολογικά χαρακτηριστικά Bendir

Το Bendir είναι ένα κρουστό μουσικό όργανο φτιαγμένο από ένα ξύλινο πλαίσιο και μια μεμβράνη, συνήθως φτιαγμένη από δέρμα ζώου, και χρησιμοποιείται ως παραδοσιακό όργανο σ' όλη τη Βόρεια Αφρική, καθώς συναντιόταν και στην Αρχαία Αίγυπτο όπως και στη Μεσοποταμία. Αυτού του είδους τα κρουστά (με πλαίσιο) είναι από τα πιο παλαιά και πιο διαδεδομένα καθώς υπάρχουν από τους προϊστορικούς χρόνους.

Το Bendir παίζεται κρατώντας το κατακόρυφα, βάζοντας τον αντίχειρα του αριστερού χεριού σε μια ειδική εσοχή στην άκρη του πλαισίου. Παράγει ήχους διαφόρων τονικοτήτων ανάλογα με τη διασπορά των κρουστικών κυμάτων που κινούνται επάνω στο δέρμα. Αν το δει κανείς πιο πλατιά, δεν είναι παρά ένα ακόμα όργανο της οικογένειας του αρχαίου ελληνικού "τυμπάνου", της πιο διαδεδομένης μορφής κρουστού ανά τους αιώνες και ανά τον κόσμο, δηλαδή ένα κυλινδρικό ρηχό στεφάνι με τεντωμένο επάνω του ένα δέρμα [12,14].



Εικόνα 2.4 Τυπικά βήματα κατασκευής Bendir.

Τα πλαίσια που χρησιμοποιούνται για τις κατασκευές είναι κοσκινόγυροι. Συνήθως είναι φουρνιστή οξιά αλλά μπορεί να χρησιμοποιηθεί και όποιο ημίσκληρο ή σκληρό ξύλο έχει πλαστικότητα. Συνήθως το πάχος του κοσκινόγυρου είναι γύρω στα δύο ή τρία χιλιοστά. Για διάμετρο μεγαλύτερη από δέκα εκατοστά, η τάση του δέρματος είναι πολύ μεγάλη και γι' αυτό χρειάζονται ενισχύσεις. Οι ενισχύσεις μπορεί να είναι δύο ειδών, είτε με δύο στεφάνια του κόσκινου είτε κολλώντας δύο πλαίσια μαζί. Για να κολληθούν σωστά τα δύο πλαίσια χρησιμοποιείται ένα καλούπι. Αν δεν υπάρχει καλούπι, το κόλλημα των πλαισίων γίνεται με σφιγκτήρες.

Για την κατασκευή του τύμπανου Bendir, κόβεται το εσωτερικό πλαίσιο στο σημείο όπου κλείνει τελείως επάνω στο καλούπι. Στην συνέχεια υπολογίζεται το εξωτερικό πλαίσιο το οποίο κολλάει πάνω στο εσωτερικό. Επιπλέον, εισάγεται η κόλλα σε τέτοια ποσότητα, ώστε όταν πιεστούν τα δύο μέρη να βγαίνει η κόλλα λίγο ανάμεσα από τις ενώσεις. Οι κόλλες είναι υδροδιαλυτές ταχείας πήξεως κρυσταλλίζε και μπορούν να χρησιμοποιηθούν και εποξικές. Όταν τελειώσει το σφίξιμο οι ώρες αναμονής είναι σημαντικές ώστε να πάρει τη μορφή που πρέπει. Το εξωτερικό καλούπι πιέζεται ώστε να υπάρχει πίεση σε όλο το πλαίσιο και στεγνώνει

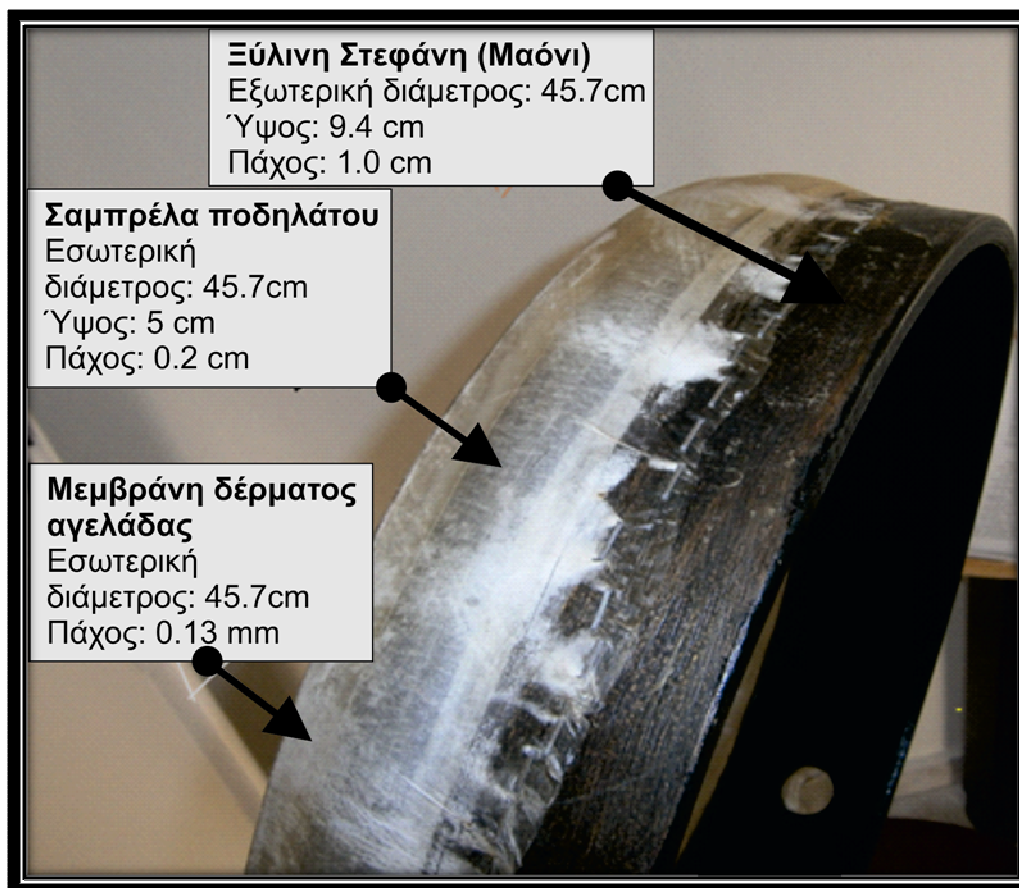


η κόλλα. Πλέον, αφαιρείται ο έτοιμος κόθρος, δηλαδή τα δύο κολλημένα πλαίσια, από το καλούπι. Έπειτα λειαίνεται με γυαλόχαρτο ο κόθρος ώστε να γίνει όσο το δυνατόν πιο λείος.

Στη συνέχεια ανοίγεται μια τρύπα με διάμετρο γύρω στα τέσσερα εκατοστά που μπορεί να γίνει σε όποιο σημείο επιλεχτεί, αλλά τουλάχιστον δυόμισι εκατοστά κάτω από την πλευρά που θα κολληθεί το δέρμα. Ο βασικότερος λόγος που γίνεται η τρύπα στο ξύλο είναι για να δίνει κράτημα στον οργανοπαίχτη ώστε η ταλάντωση να μην πνίγεται από το σφίξιμο του χεριού, με αποτέλεσμα να υπάρχει καλύτερη ακουστική. Όταν στεγνώσει το βερνίκι το δέρμα τοποθετείται στο νερό για τουλάχιστον είκοσι λεπτά. Το φυσικό δέρμα έχει την ιδιότητα να χαλαρώνει όταν απορροφά υγρασία. Η κόλλα απλώνεται και πρέπει να είναι υδροδιαλυτή ταχείας πήξεως κρυσταλλίζε. Το δέρμα αφαιρείται από το νερό και σκουπίζεται με ένα πανί χωρίς όμως να στεγνώσει. Το δέρμα τοποθετείται πάνω στον κόθρο με την εχέτριχη πλευρά του προς τα επάνω και την εχέσαρκτη προς τη μεριά της κόλλας.

Ακολούθως περνιέται σφιχτά ένα λάστιχο και τεντώνεται με προσοχή το δέρμα ώστε να μην αφήνει πτυχές πάνω από το λάστιχο, στο σημείο επαφής του με την κόλλα. Ύστερα, στεγνώνει όσο πιο αργά γίνεται, μακριά από ήλιο, θερμαντικά σώματα ή χώρους με μεγάλες θερμοκρασίες. Μετά από είκοσι-τέσσερις ώρες αφαιρείται το λάστιχο και δοκιμάζεται η ακουστική του οργάνου. Με μια φαλτσέτα ή ένα πολύ κοφτερό μαχαίρι αφαιρείται το δέρμα που περισσεύει.

Με την ίδια ακριβώς φιλοσοφία κατασκευάστηκε το μουσικό όργανο Bendir που θα μοντελοποιηθεί και μελετηθεί στην παρούσα εργασία όπως και παρουσιάζεται στην εικόνα 2.6. Για ευκολία στο κούρδισμα του οργάνου και την αποφυγή χρήσης σφιγκτήρων ή άλλων μηχανικών μέσων, ο κατασκευαστής του χρησιμοποίησε κοινή σαμπρέλα ως εργαλείο κουρδίσματος. Αυτή τοποθετήθηκε μεταξύ της ξύλινης στεφάνης και της μεμβράνης δέρματος. Έτσι, ανάλογα με τον αέρα που εισάγεται στην σαμπρέλα, τεντώνεται και αυξάνει την ένταση της επιφανείας της μεμβράνης. Ο οργανοπαίχτης μπορεί ανάλογα με το τι επιθυμεί να κουρδίσει περισσότερο ή λιγότερο το όργανο, φουσκώνοντας ή ξεφουσκώνοντας τη σαμπρέλα, ακόμα και κατά τη διάρκεια που παίζει το όργανο [15].



Εικόνα 2.5 Το προς μοντελοποίηση και ανάλυση Bendir.



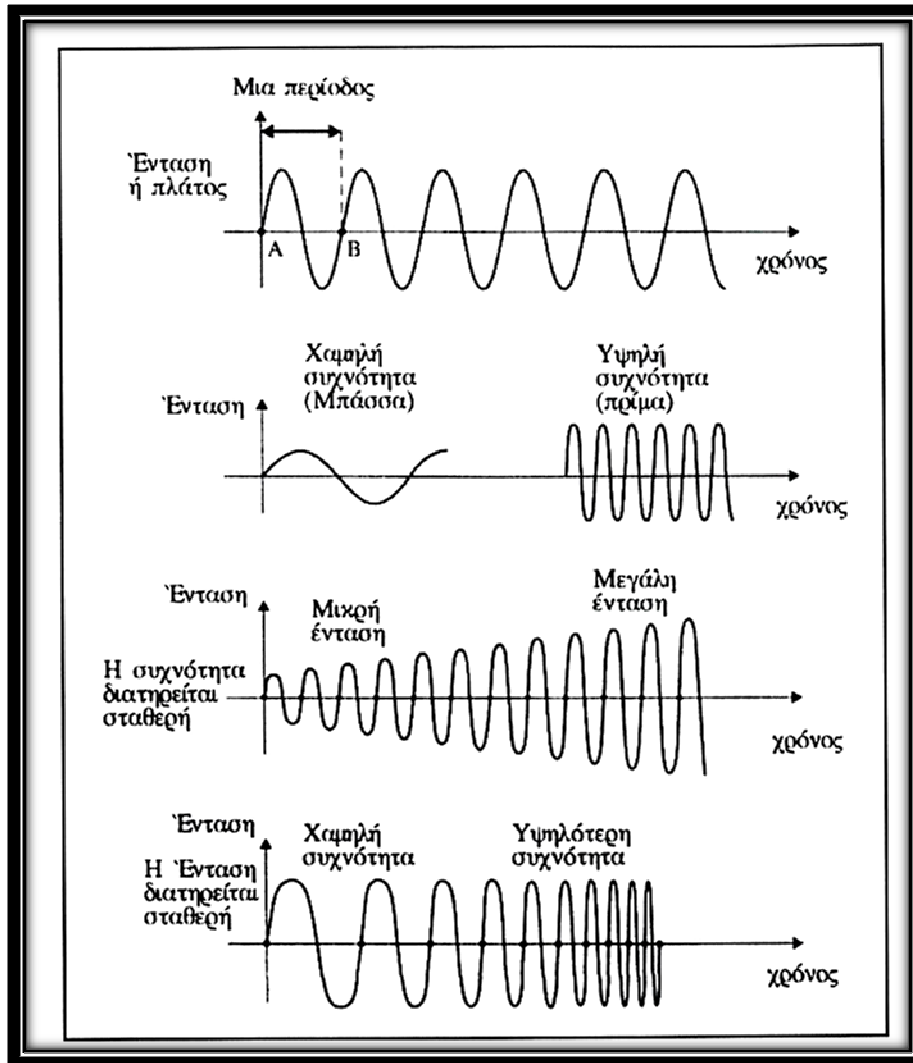
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3. Φυσική και μαθηματική περιγραφή δόνησης μεμβρανόφωνων

3.1 Η συχνότητα ενός ηχητικού κύματος

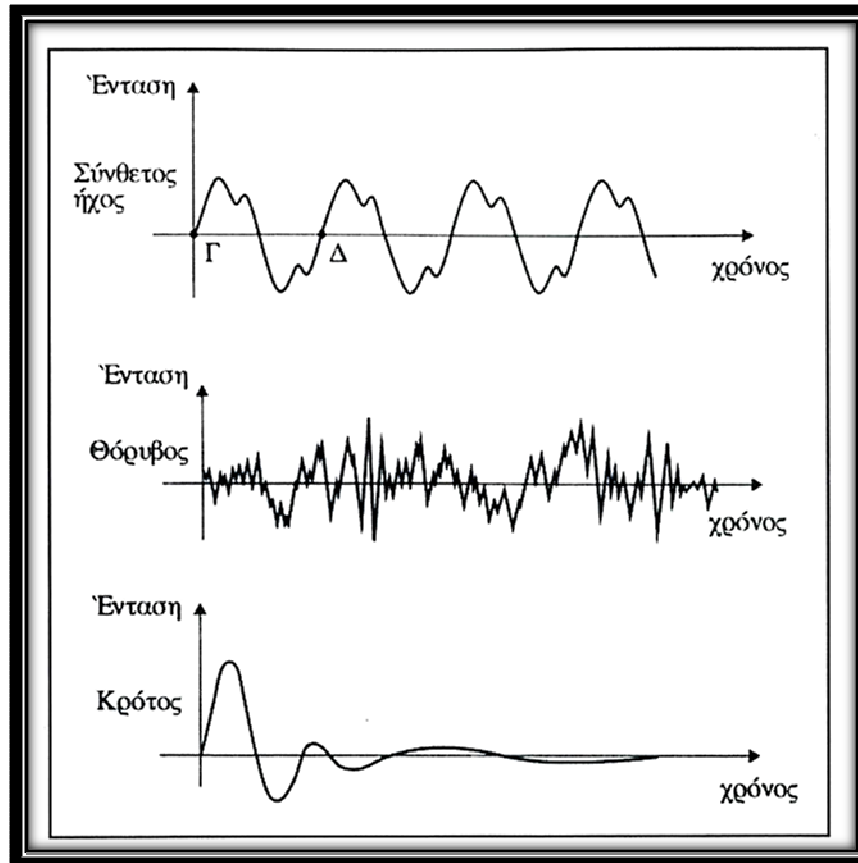
Για την κατανόηση της έννοιας της συχνότητας ενός ηχητικού κύματος, θα μελετήσουμε την κυματομορφή ενός απλού ήχου (τόνου), του ημιτόνου, το οποίο αποτελείται από μια μόνο συχνότητα και είναι η πιο απλή ταλάντωση που συμβαίνει στη φύση (δηλαδή δεν μπορεί ν' αναλυθεί σε απλούστερες). Μια ημιτονοειδής ταλάντωση (δόνηση) με την πάροδο του χρόνου έχει το σχήμα της κυματομορφής του ημιτόνου [16].

Ο χρόνος που διανύεται από το σημείο (A) έως το (B), όπου το κύμα αρχίζει να επαναλαμβάνεται, ονομάζεται περίοδος της ταλάντωσης ή κύκλος (cycle), συμβολίζεται με το γράμμα (T) και μετράται σε δευτερόλεπτα (sec). Το ημίτονο είναι περιοδικό σήμα διότι σε κάθε κύκλο επαναλαμβάνει τον εαυτό του.



Εικόνα 3.1 Η κυματομορφή του ημιτόνου σε διάφορες εντάσεις και συχνότητες.

Ο αριθμός των περιόδων που παράγονται μέσα σ' ένα δευτερόλεπτο (sec) ονομάζεται συχνότητα της ταλάντωσης, συμβολίζεται με το γράμμα (f) και μετράται σε [Hertz, (Hz)] ή κύκλους ανά δευτερόλεπτο (cycle per sec). Η κυματομορφή ενός σύνθετου ήχου, όπως φαίνεται στην εικόνα 3.2, είναι μεν περιοδική δεν είναι όμως ημιτονοειδής, επειδή ο σύνθετος ήχος αποτελείται από την πρόσθεση πολλών απλών ταλαντώσεων (ημιτόνων).



Εικόνα 3.2 Κυματομορφές ήχων.

Η περίοδος του είναι εκείνο το μέρος της κυματομορφής που επαναλαμβάνεται συνεχώς και η συχνότητα του είναι ο αριθμός των περιόδων ανά δευτερόλεπτο. Μεταξύ της περιόδου (T) και της συχνότητας (f) ισχύει η μαθηματική σχέση :

$$f = 1 / T \text{ ή } T = 1 / f$$

3.0

Οι ήχοι των περισσότερων μουσικών οργάνων δεν αποτελούνται από μια μόνο συχνότητα (δεν είναι δηλαδή απλοί ήχοι), αλλά από πολλές, συνεπώς είναι ήχοι σύνθετοι. Μόνο το διαπασών και το φλάουτο (στις πολύ υψηλές νότες) παράγουν προσεγγιστικά απλούς ήχους (απλούς τόνους), με σχεδόν ημιτονοειδή κυματομορφή. Στο σύνθετο ήχο, από το μίγμα των πολλών συχνοτήτων, διακρίνεται και κυριαρχεί μια μόνο (που, συνήθως αλλά όχι απαραίτητα, είναι μεγαλύτερης έντασης από τις άλλες). Αυτή η συχνότητα λέγεται Βασική ή Θεμελιώδης συχνότητα (fundamental) του σύνθετου ήχου και αυτή δίνει τη δυνατότητα στο αυτί να προσδιορίσει το ύψος του.

Οι υπόλοιπες συχνότητες ονομάζονται μερικές ή παράγωγες (Partials ή Overtones), είναι συνήθως (αλλά όχι απαραίτητα) ασθενέστερης έντασης από τη θεμελιώδη, υψηλότερης

συχνότητας και δίνουν στο αυτί τη δυνατότητα να προσδιορίσει την ποιότητα (χροιά) της ηχητικής πηγής (π.χ. του μουσικού οργάνου) που παρήγε ήχο. Το πλήθος και η διάταξη των μερικών ή παραγώγων συχνοτήτων αποτελεί το φάσμα συχνοτήτων του ήχου το οποίο καθορίζει τη χροιά.

3.2 Η μελέτη των ιδιοσυχνοτήτων

Η μελέτη των ιδιοσυχνοτήτων, κυρίως στην περιοχή του φάσματος των χαμηλών συχνοτήτων είναι σημαντική. Προκαλούν σημαντική ανομοιομορφία στην κατανομή του ήχου στο χώρο, ενισχύουν τις χαμηλές συχνότητες και παραμορφώνουν τη χροιά του ήχου, δημιουργούν αίσθηση υπόκωφου ήχου και συχνά επικαλύπτουν τις μεσαίες και υψηλές συχνότητες, προκαλούν ανισορροπία στη φασματική κατανομή και δημιουργούν δυσάρεστη αίσθηση «βοής».

Σχεδόν όλα τα σώματα τείνουν να δονούνται κατά κύριο λόγο σε συγκεκριμένη συχνότητα (ή συχνότητες) όταν τα χτυπάμε, τα τρίβουμε, τα τεντώνουμε και τ' αφήνουμε απότομα, τα διαταράσσουμε ξαφνικά κλπ. Οι συχνότητες αυτές καλούνται φυσικές συχνότητες ή ιδιοσυχνότητες των συγκεκριμένων αντικειμένων.

Ιδιοσυχνότητα ενός ταλαντωτή ονομάζεται η συχνότητα που πρέπει να ταλαντώνεται ο ταλαντωτής έτσι ώστε να παρουσιάζει την ελάχιστη απόσβεση κατά την εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Θεωρητικά οι ταλαντώσεις που εκτελούν τα διάφορα σώματα π.χ. Μαθηματικό εκκρεμές ή ο απλός αρμονικός ταλαντωτής δεν παρουσιάζουν εξασθένηση/απόσβεση και διατηρούν το πλάτος ταλάντωσής τους σταθερό. Στην πραγματικότητα αυτό δεν συμβαίνει αλλά παρουσιάζουν μικρή ή μεγαλύτερη απόσβεση με αποτέλεσμα να χρειάζεται να τους δίνουμε τακτικά ενέργεια ίση με αυτή που έχασαν για να διατηρούν σταθερό το πλάτος τους κατά το πέρασμα του χρόνου. Η συχνότητα με την οποία πρέπει να δίνουμε ενέργεια ονομάζεται ιδιοσυχνότητα και ισούται με:

$$f_0 = 1/2\pi * \sqrt{D/m} \quad 3.1$$

όπου D η σταθερά της ταλάντωσης και m η μάζα του σώματος που ταλαντώνεται. Στην πιο απλή περίπτωση όπου ο ταλαντωτής αποτελείται από ένα ελατήριο σταθεράς k και μια μάζα m που ταλαντώνεται, η συχνότητα (σύμφωνα με τον παραπάνω τύπο) με την οποία πρέπει να ταλαντεύεται ο ταλαντωτής έτσι ώστε να διατηρεί σταθερό το πλάτος του, ισούται με:



$$f_0 = 1/2\pi * \sqrt{k/m}$$

3.2

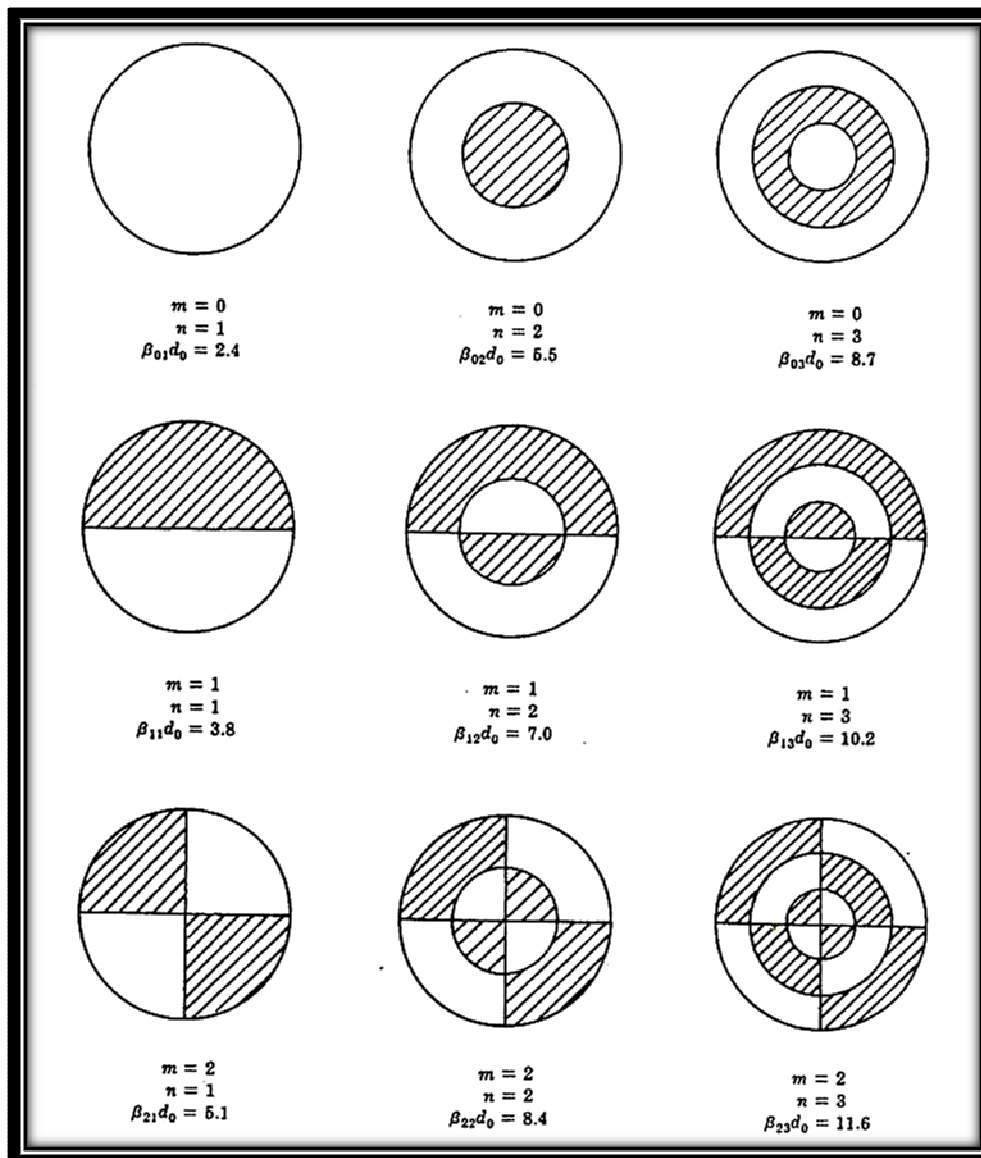
όπου k η σταθερά του ελατηρίου και m η μάζα του σώματος που ταλαντώνεται [17].

3.3. Τα Μεμβρανόφωνα (Μεμβράνες)

Έστω ότι μια μεμβράνη με ομοιόμορφο πάχος είναι τεντωμένη πάνω σε ένα κυκλικό στεφάνι ακτίνας (R) με τέτοιο τρόπο, ώστε η τάση να είναι σταθερή σε όλη την έκταση της μεμβράνης. Η τάση αυτή (ρυθμίζοντας την κουρδίζουμε τη μεμβράνη) προκαλεί την απαιτούμενη δύναμη επαναφοράς, ώστε να είναι δυνατή η δόνηση.

Τα κρουστά μουσικά όργανα έχουν ως βασικό χαρακτηριστικό ότι οι τρόποι δόνησής τους δεν συνδέονται αρμονικά. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ο ήχος που παράγεται να μην έχει τονικότητα δηλαδή να αποτελείται από τον βασικό τόνο και την αρμονική τους σειρά. Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις κρουστών οργάνων όπου έχουμε αισθητή την τονικότητα. Αυτό που ενδιαφέρει είναι η εύρεση των τρόπων δόνησης και των συχνοτήτων με τις οποίες μπορεί να ταλαντώνεται η μεμβράνη.

Μια μεμβράνη είναι ένας δονητής, όπως ακριβώς μια χορδή ή μια στήλη αέρα, αλλά πολύ πιο πολύπλοκος. Αυτό συμβαίνει γιατί μια διαταραχή στη χορδή διαδίδεται μόνο σε μια διάσταση, ενώ στη μεμβράνη διαδίδεται σε δύο. Στη δόνηση της χορδής διακρίνουμε ακίνητα σημεία, τους δεσμούς. Στη μεμβράνη η πρόσθετη διάσταση απαιτεί οι δεσμοί να γίνουν από σημεία γραμμές, δεσμικές γραμμές. Ωστόσο η συμμετρία των παραπάνω μονοδιάστατων συστημάτων διατηρείται: οι δεσμικές γραμμές χωρίζουν τη μεμβράνη σε συμμετρικά μέρη, που το καθένα κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση με τα γειτονικά του.



Εικόνα 3.3 Τρόποι δόνησης μιας άκαμπτα τετωμένης κυκλικής μεμβράνης. Οι σχέσεις προκύπτουν με βάση τη συχνότητα του πρώτου τρόπου δόνησης.

Οι μεμβράνες παρουσιάζουν δύο είδη δεσμών: ευθείες γραμμές, που είναι διάμετροι της εξωτερικής περιφέρειας και κύκλους ομόκεντρους με τη περιφέρεια. Βέβαια πληρούνται κι εδώ ορισμένες συνθήκες στα όρια: η εξωτερική περιφέρεια είναι πάντα δεσμός.

Ανάλογα με το είδος και τον αριθμό των δεσμών, που παρουσιάζονται στη μεμβράνη, έχουμε και διαφορετικό τρόπο δόνησης. Είναι βολικό να ονομάσουμε αυτούς τους τρόπους δόνησης με δύο ακέραιους αριθμούς: ο πρώτος (m) δίνει τον αριθμό των διαμετρικών δεσμών και ο δεύτερος (n) τον αριθμό των κυκλικών δεσμών.

Μερικά παραδείγματα: όταν η ταλάντωση της μεμβράνης δεν παρουσιάζει κανένα δεσμό εκτός απ' αυτόν στην περιφέρεια, θεωρούμε ότι έχουμε τον βασικό τρόπο δόνησης (0,1) όπου η μεμβράνη κινείται όλη πάνω-κάτω σε φάση, με μέγιστο πλάτος ταλάντωσης στο κέντρο. Η



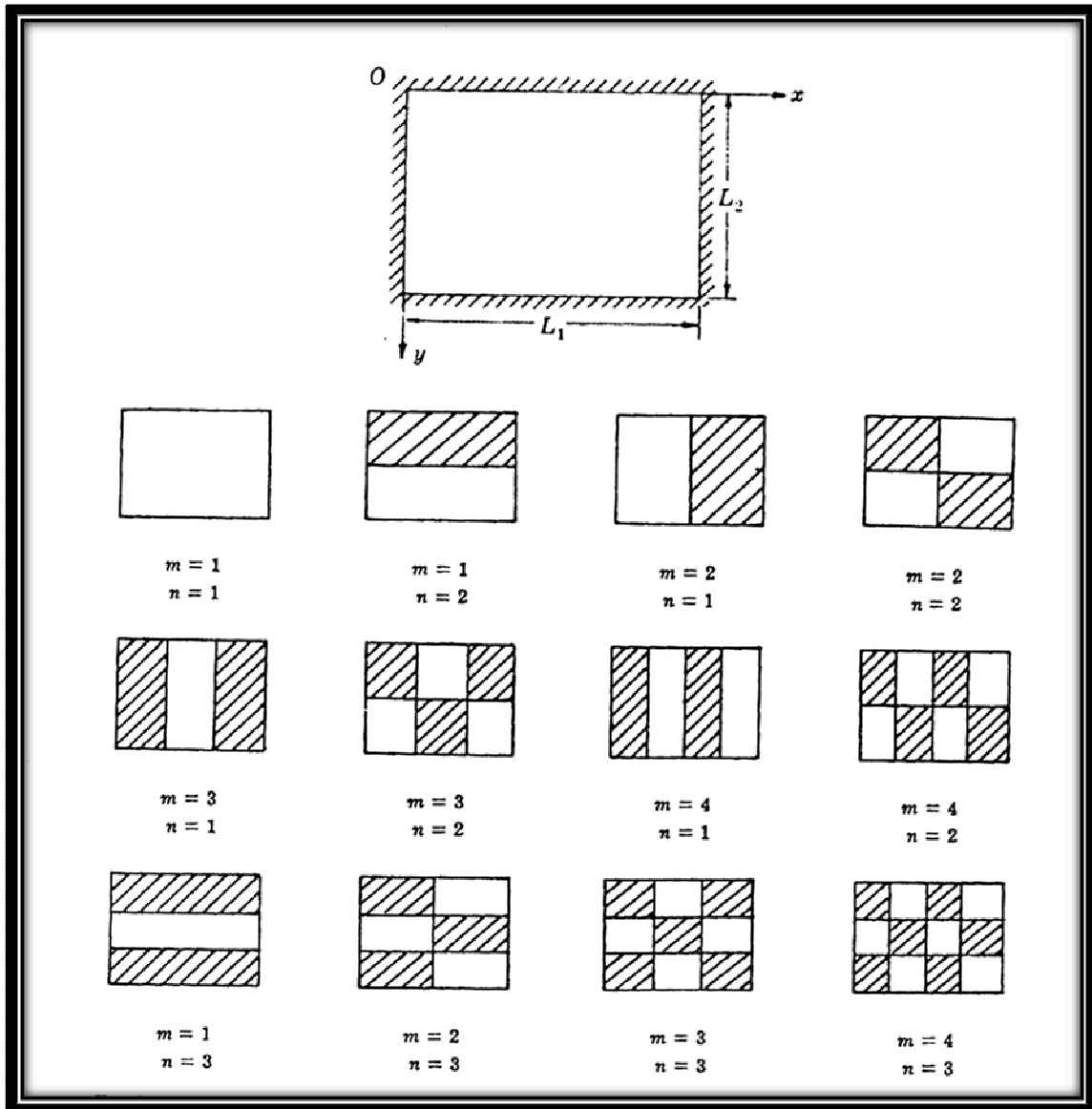
δεύτερη κατανομή (1,1) έχει έναν διαμετρικό δεσμό κι έναν κυκλικό. Τα δύο μισά κινούνται αντίθετα με διαφορά φάσης 180°. Στον τρίτο τρόπο δόνησης (2,1) παρουσιάζονται δύο διαμετρικοί δεσμοί κάθετοι μεταξύ τους και ένας κυκλικός. Στο τέταρτο τρόπο δόνησης (0,2) παρουσιάζονται δύο κυκλικοί δεσμοί. Καθώς ο αριθμός των δεσμών αυξάνει, οι τρόποι δόνησης γίνονται όλο και πιο πολύπλοκοι.

Θα εξετασθεί τώρα από τι εξαρτάται η συχνότητα του παραγόμενου ήχου. Στον βασικό τρόπο δόνησης, για παράδειγμα, ο διπλασιασμός της δύναμης τάσης της μεμβράνης αυξάνει τη συχνότητα κατά μισή οκτάβα. Αποδεικνύεται ότι η συχνότητα του βασικού τρόπου δόνησης της μεμβράνης δίνεται από τη σχέση 4:

$$f_1 = 0.383 / R \sqrt{T / d} \quad 3.3$$

(R) είναι η ακτίνα της μεμβράνης (m). Το (T) είναι η δύναμη τάσης της μεμβράνης (N). Επίσης, (d) είναι η επιφανειακή πυκνότητα της μεμβράνης (kg/m²). Ανάλογα αποδεικνύεται ότι οι συχνότητες για τους διάφορους τρόπους δόνησης δίνονται από τη σχέση 5. Επιπλέον, έχουμε το (R) που είναι η ακτίνα της μεμβράνης (m). Το (T) είναι η δύναμη τάσης της μεμβράνης (N). Για το (d) έχουμε την επιφανειακή πυκνότητα της μεμβράνης (kg/m²). Τέλος, για το (B_{mn}) οι τιμές για τις οποίες η μαθηματική συνάρτηση Bessel μηδενίζεται.

$$f_{mn} = 1 / 2R (\sqrt{T / d}) B_{mn} \quad 3.4$$



Εικόνα 3.4 Τρόποι δόνησης μιας ορθογώνιας μεμβράνης άκαμπτα τεντωμένης σε όλες τις πλευρές της.

Εδώ σταματά η ομοιότητα ανάμεσα στη χορδή και τη μεμβράνη και παρουσιάζεται η βασική διαφορά τους ότι, η χορδή έχει μια οικογένεια συχνοτήτων που συνδέονται αρμονικά, η μεμβράνη δεν παρουσιάζει αρμονικούς.

Αυτό φαίνεται καθαρά από τη συχνότητα σχέση των πρώτων τρόπων δόνησης μιας ιδανικής μεμβράνης που είναι:

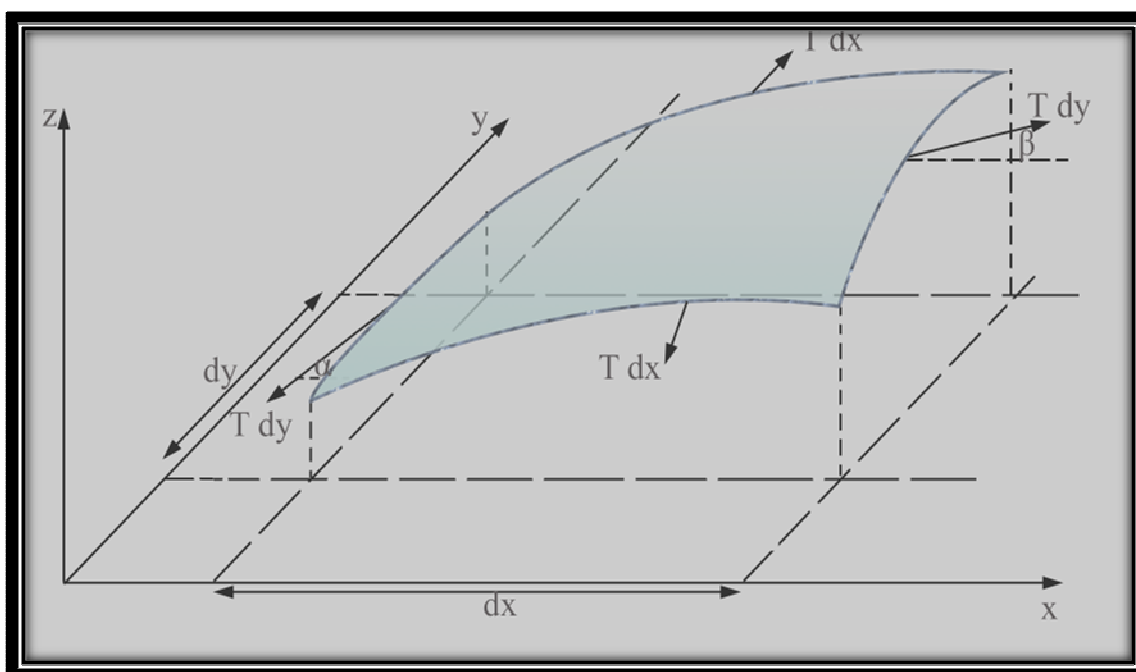
$$1.00 : 1.59 : 2.14 : 2.30 : 2.65 : 2.92$$

3.5

Το χαρακτηριστικό αυτό μιας ιδανικής μεμβράνης να μη παράγει αρμονικούς έχει σαν συνέπεια ο ήχος της να μην έχει συγκεκριμένο μουσικό ύψος. Στη μουσική οι μεμβράνες χρησιμοποιούνται ευρύτατα για την κατασκευή οργάνων, που ονομάζονται γενικά μεμβρανόφωνα. Εκτός από τα τύμπανα άλλα μεμβρανόφωνα είναι το mirtilon ή καζοο και το τύμπανο τριβής (στο οποίο ο ήχος παράγει καθώς ένα ραβδί σέρνεται μπρος και πίσω μέσα σε μια τρύπα στη μεμβράνη). Τα βασικά είδη τυμπάνων με σειρά σημασίας στη χρήση τους από την ορχήστρα είναι : (Kettledrum, bass drum, side drum, tenor drum, tambourine, tom-tom) [1].

3.4 Κυματική εξίσωση ορθογώνιας μεμβράνης

Για την εξήγηση της κυματικής εξίσωσης της μεμβράνης χρησιμοποιείται ένα σύστημα δυο διαστάσεων. Το σύστημα αυτό αναφέρεται στην δυσκαμψία και παράλληλα στην εξάρτηση της ταλάντωσης της μεμβράνης από εξωτερικές δυνάμεις και από την τάση της. Προσδιορίζεται ο τύπος της κυματικής εξίσωσης για μια ορθογώνια μεμβράνη με διαστάσεις (L_x) και (L_y) με σταθερές τις άκρες της, με μια επιφανειακή τάση (T) και επιφανειακή πυκνότητα σ .



Εικόνα 3.4 Σύστημα δυο διαστάσεων.

Όπως βλέπουμε και στην παραπάνω εικόνα, διεγείροντας την μεμβράνη με αποτέλεσμα να μετατοπίζεται σε μια απόσταση (dz), η τάση της μεμβράνης αντιδρά και προσπαθεί να την επαναφέρει στην αρχική της θέση ισορροπίας. Οι δυνάμεις που ασκούνται στα άκρα της (dx)

έχουν την τιμή (T) (dx) και οι κάθετες συνιστώσες είναι $-(T) \sin\alpha \, dx$ και $(T) \sin\beta \, dx$. Για μικρές τιμές του α και β ,

$$\sin\alpha \approx \tan\alpha = (dz / dy)_{y+dy} \quad 3.6$$

$$\sin\beta \approx \tan\beta = (dz / dy)_y \quad 3.7$$

Έτσι η δύναμη (F) του στοιχείου στην διάσταση (z) θα είναι:

$$F_y = T \, dx \left[(dz / dy)_{y+dy} - (dz / dy)_y \right] = T \, dx \, (d^2z / dy^2) \quad 3.8$$

ή

$$F_x = T \, dy \, (d^2z / dy^2) \, dx \quad 3.9$$

Η συνισταμένη δύναμη της z κατεύθυνσης στα στοιχεία $dx \, dy$ είναι $F = F_x + F_y$, έτσι η εξίσωση της κίνησης είναι:

$$T \, dx \, dy \, (d^2z / dx^2 + d^2z / dy^2) = \sigma \, dx \, dy \, (d^2z / dt^2) \quad 3.10$$

ή

$$(d^2z / dt^2) = T / \sigma \, (d^2z / dx^2 + d^2z / dy^2) = c^2 \nabla^2 z. \quad 3.11$$

Αυτή είναι μια κυματική εξίσωση των εγκάρσιων κυμάτων με ταχύτητα $c = \sqrt{T / \sigma}$. Γίνεται εύκολα επιλύσιμη γράφοντας την $z(x, y, t)$ ως γινόμενο τριών συναρτήσεων, όπου η κάθε μία θα έχει μία μεταβλητή: $z(x, y, t) = X(x)Y(y)\Phi(t)$. Άρα η δεύτερη παράγωγός του είναι:

$$d^2z / dx^2 = d^2X / dx^2 \, Y\Phi \quad 3.12$$

$$d^2z / dy^2 = d^2Y / dy^2 \, X\Phi \quad 3.13$$

και

$$d^2z / dt^2 = d^2\Phi / dt^2 \, XY, \quad 3.14$$

ούτως ώστε η εξίσωση να προκύπτει:



$$1 / \Phi \, d^2 \Phi / dt^2 = c^2 / X \, d^2 x / dx^2 + c^2 / Y \, d^2 Y / dy^2 \quad 3.15$$

Η εξίσωση μπορεί να είναι αληθής εάν κάθε άκρο της εξίσωσης είναι μία σταθερά, η οποία αντικαθιστάται ως $-\omega^2$. Αυτό δίνει δυο εξισώσεις:

$$d^2 \Phi / dt^2 + \omega^2 \Phi = 0, \quad 3.16$$

με λύση $\Phi(t) = E \sin \omega t + F \cos \omega t$, και 3.17

$$1 / X \, d^2 x / dx^2 + c^2 / \omega^2 = -1 / Y \, d^2 Y / dy^2 \quad 3.18$$

Πάλι κάθε άκρο πρέπει να ισούται με μια σταθερά, η οποία μπορεί να αντικατασταθεί ως k^2 . Αυτό δίνει:

$$d^2 x / dx^2 + (c^2 / \omega^2 - k^2) X = 0, \quad 3.19$$

με λύσεις: 3.20

$$X(x) = A \sin \sqrt{(c^2 / \omega^2) - k^2} x + B \cos \sqrt{(c^2 / \omega^2) - k^2} x, \text{ και} \\ d^2 Y / dy^2 + k^2 Y = 0$$

με $Y(y) = c \sin ky + D \cos ky$ Για μία ορθογώνια μεμβράνη με διαστάσεις L_x, L_y , στερεωμένη και στις τέσσερις πλευρές της, οι οριακές συνθήκες απαιτούν ότι $z = 0$ για $x = 0, x = L_x, y = 0,$ και $y = L_y$. Από την πρώτη περίπτωση, παρατηρούμαι ότι $B = 0$, από την δεύτερη,

$$A \sin \sqrt{c^2 / \omega^2 - k^2} L_x = 0, \text{ έτσι } \sqrt{c^2 / \omega^2 - k^2} L_x = m\pi \text{ και } X(x) = A \sin m\pi x / L_x, \text{ με το } m = 1, 2, \dots \quad 3.21$$

Από την τρίτη όπου $D = 0$ και από την τέταρτη όπου $C \sin kL_y = 0$, έχουμε $kL_y = n\pi$ και

$$Y(y) = C \sin (n\pi / L_y) y \text{ με το } n = 1, 2, \dots \text{ Επομένως,} \quad 3.22$$

$$Z_{mn} = A \sin m\pi x / L_x \sin n\pi y / L_y (E \sin \omega t + F \cos \omega t) \quad 3.23 \\ = \sin m\pi x / L_x \sin n\pi y / L_y (M \sin \omega t + N \cos \omega t)$$

$$m = 1, 2, \dots$$

Για τον προσδιορισμό της συχνότητας των τρόπων ταλάντωσης, επιλύουμε ως προς ω την εξίσωση: $\sqrt{c^2 / \omega^2 - k^2} = m\pi / L_x$ έτσι έχουμε :

$$\omega^2 = (m\pi / L_x)^2 c^2 + k^2 c^2 (m\pi / L_x)^2 c^2 + (n\pi / L_y)^2 c^2 \quad 3.24$$

και

$$f_{mn} = \frac{1}{2} \sqrt{T / \sigma} \sqrt{m^2 / L_x^2 + n^2 / L_y^2} \quad 3.25$$
$$m = 1, 2, \dots$$

3.5 Κυματική εξίσωση κυκλικής μεμβράνης

Για μία κυκλική μεμβράνη, η κυματική εξίσωση, που περιγράφει το προηγούμενο φαινόμενο, πρέπει να γραφεί σε πολικές συντεταγμένες θέτοντας $x = r \cos \varphi$ και $y = r \sin \varphi$.

$$d^2 z / dt^2 = c^2 (d^2 z / dr^2 + 1/r dz / dr + 1/r^2 d^2 z / d\varphi^2) \quad 3.26$$

Οι λύσεις της μορφής $z(r, \varphi, t) = R(r) \Phi(\varphi) e^{i\omega t}$ μας οδηγούν στις εξισώσεις:

$$d^2 R / dr^2 + 1/r dR / dr + (\omega^2 / c^2 - m^2 / r^2) R = 0 \quad 3.27$$

και

$$d^2 \Phi / d\varphi^2 + m^2 \Phi = 0 \quad 3.28$$

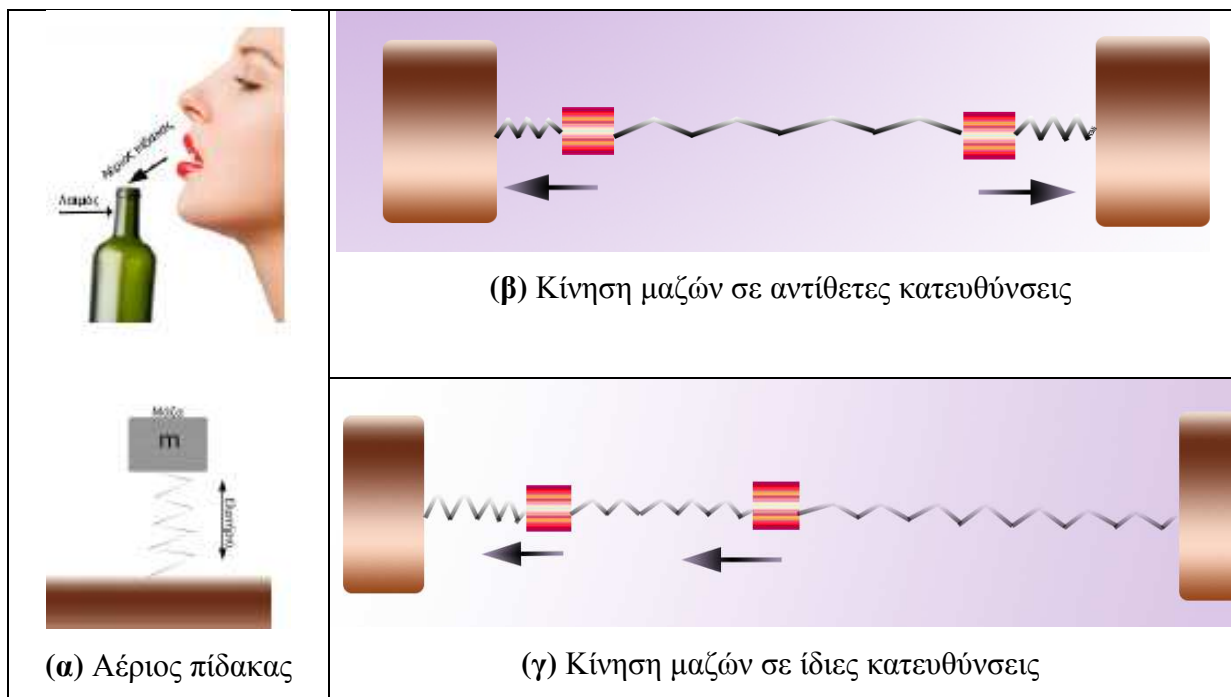
Η λύση της δεύτερης εξίσωσης είναι $\Phi(\varphi) = A e^{\pm i m \varphi}$. Η πρώτη εξίσωση είναι μια Bessel εξίσωση της μορφής $(d^2 y / dx^2) + (1/x)(dy / dx) + [1 - (m^2 / x^2)]y$. Αντικαθιστώντας όπου $y = R$ και $x = kr = \omega r / c$. Οι λύσεις αυτών είναι εξισώσεις Bessel της σειράς m ($J_0(x), J_1(x), \dots, J_m(x)$) οι οποίες τείνουν στο μηδέν για πολλές τιμές του x .

Η νιοστή τιμή της $J_m(kr)$ θα μας δώσει την συχνότητα του τρόπου δόνησης $f(m, n)$, η οποία θα έχει m κομβικές διαμέτρους και n κομβικούς κύκλους. Αυτό το φαινόμενο που περιγράφηκε, συμβαίνει σε ιδανικές συνθήκες όπου η μεμβράνη δε στηρίζεται πάνω σε κάποιο

πλαίσιο με αποτέλεσμα να μην υπάρχει αέρινη κοιλότητα η οποία επιδρά σημαντικά στην χροιά του οργάνου.

Η βασική προϋπόθεση για την δημιουργία του ήχου βασίζεται στις δονήσεις που προκύπτουν λόγω της ελαστικότητας του αερίου. Έτσι σε μια κοιλότητα όπου έχει μόνο ένα άνοιγμα, ένα στόμιο, όπως είναι το μπουκάλι, εάν συμπιέσεις το αέριο του μέσω ενός αερίου πίδακα, τότε θα αυξηθεί η πίεση του και θα προσπαθεί να γυρίσει στην αρχική του θέση.

Ο αέριος πίδακας θα εξαναγκάσει την αέρια μάζα να κινηθεί προς τα κάτω κατά το μήκος του λαιμού, με αποτέλεσμα να συμπιέσει το αέριο. Αυτή η πίεση που δημιουργήθηκε θα οδηγήσει αυτή τη αέρια μάζα προς τα έξω δηλαδή προς την αρχική της θέση. Λόγω εμπέδησης όμως της ατμοσφαιρικής πίεσης με της πεπιεσμένης πίεσης του εσωτερικού η μάζα θα δυσκολευτεί να επανέλθει πλήρως κι έτσι μέρος του πεπιεσμένου πίεσης αέρα θα γυρίσει ξανά στην κοιλότητα και θα δημιουργήσουν μια αποσβεστική εξαναγκασμένη ταλάντωση, όπως ακριβώς συμβαίνει και με ένα σύστημα ελατηρίου μάζας.



Εικόνα 3.5 Κίνηση μαζών.

Ο τύπος που υπολογίζει την συχνότητα συντονισμού ενός αντηχείου Helmholtz είναι:

$$f = c / 2\pi \sqrt{a/Vl} \quad 3.29$$

όπου c η ταχύτητα του ήχου στον αέρα 343 m/s στους 20 βαθμούς Κελσίου, a η επιφάνεια του λαιμού, V ο όγκος του αντηχείου (m^3) και l το μήκος του λαιμού.

Σημαντική διαφορά μεταξύ του θεωρητικού μοντέλου του αντηχείου Helmholtz με τα κρουστά αυτής της κατηγορίας είναι ότι το αντηχείο του Helmholtz δεν έχει καθόλου ελαστικότητα σε αντίθεση με την μεμβράνη και το πλαίσιο τα οποία έχουν ελαστικότητα.

Μία άλλη προσέγγιση του φαινομένου αυτού είναι η θεώρησή του ως ένα μοντέλο σωλήνα ανοιχτού στο ένα άκρο και κλειστού στο άλλο. Σε αυτή την περίπτωση η θεμελιώδης συχνότητα συντονισμού αντιστοιχεί σε ένα στάσιμο κύμα όπου στο κλειστό άκρο έχουμε δεσμό μετατόπισης και στο ανοιχτό άκρο κοιλία. Η απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και μίας κοιλίας είναι $\lambda/4$.

Έτσι για την δημιουργία στάσιμων κυμάτων θα πρέπει ο σωλήνας να καλυφθεί με το περιττό πολλαπλάσιο του $\lambda/4$. Δηλαδή $L = (2K + 1)\lambda/4$ όπου $K = 0, 1, 2, \dots$

Δεδομένου ότι η ταχύτητα του ήχου δίνεται από το τύπο $C = \lambda f$ η εξίσωση προκύπτει:

$$L = (2K + 1)C/4f \quad 3.30$$

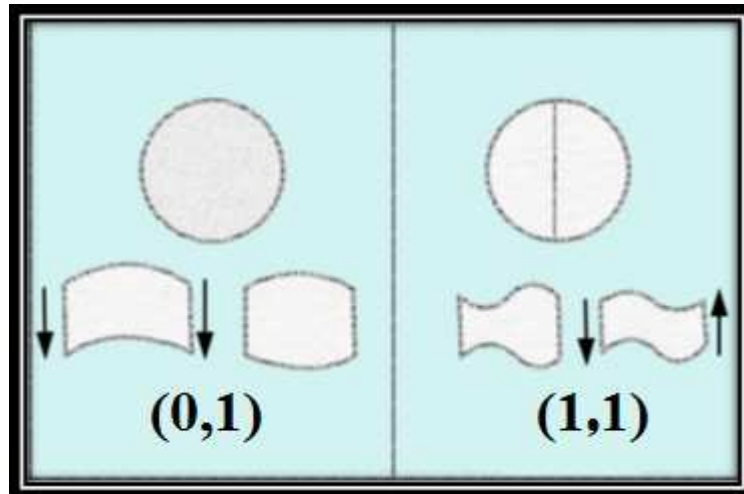
Για την πρώτη αρμονική-θεμελιώδης συχνότητα η τιμή του K είναι μηδέν, ενώ $K = 1, 2, 3, \dots$ για τις υπόλοιπες αρμονικές του σωλήνα. Οπότε η θεμελιώδης συχνότητα συντονισμού του σωλήνα θα είναι:

$$f = c / 4L \quad 3.31$$

όπου c η ταχύτητα του ήχου στον αέρα 343 (m/s) και L (m) το μήκος του σωλήνα.

Για την περιγραφή της δεύτερης περίπτωσης, η οποία είναι πιο περίπλοκη από την πρώτη περίπτωση, μπορεί να προσομοιωθεί ένα σύστημα τριών ελατηρίων και δύο μαζών για την εξήγηση της αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο μεμβρανών. Στο σύστημα αυτό των δυο μαζών θα έχουμε δυο τρόπους ταλάντωσης όπως φαίνεται και στην εικόνα 3.5β και γ.

Στη πρώτη περίπτωση βλέπουμε της μάζες να κινούνται προς αντίθετες κατευθύνσεις ενώ στη δεύτερη προς την ίδια κατεύθυνση. Τα δυο εξωτερικά ελατήρια αντιστοιχούν στην τάση των δύο μεμβρανών, ενώ το κεντρικό ελατήριο αντιστοιχεί στην ελαστικότητα της αέρινης κοιλότητας και του πλαισίου όπου στηρίζονται οι δύο μεμβράνες. Για παράδειγμα ο συντονισμός 0,1 και 1,1 σε μια κάθετη οπτική θα είναι όπως στην εικόνα 3.6.



Εικόνα 3.6 Το μοντέλο του σωλήνα.

Για την εύρεση των συχνοτήτων των τρόπων ταλάντωσης στην περίπτωση αυτή θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο του σωλήνα κλειστό και στα δύο του άκρα. Σε αυτή την περίπτωση στα δύο άκρα του σωλήνα θα έχουμε δεσμούς μετατόπισης. Για την επίτευξη της θεμελιώδους συχνότητας θα πρέπει να έχουμε δύο δεσμούς μετατόπισης στα άκρα του σωλήνα και μία κοιλία στο κέντρο του.

Το μήκος κύματος του κανονικού τρόπου ταλάντωσης του αέρα του σωλήνα δίνεται από τον τύπο: $\lambda = 2 L / n$ όπου $n = 1, 2, 3, \dots$

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση της ταχύτητας του ήχου $c = \lambda f$, οι συχνότητες συντονισμού του σωλήνα θα δίνονται από τον τύπο :

$$f = c n / 2 L \quad 3.32$$

όπου c η ταχύτητα του ήχου στον αέρα 343 (m/s) και L (m) το μήκος του σωλήνα.

3.6 Τρόποι δόνησης πλαισίου

Τα κυλινδρικά πλαίσια των κρουστών μπορούν να χρησιμοποιηθούν είτε ως πλαίσια υποστήριξης των μεμβρανών είτε ως αυτόνομα μουσικά όργανα σε διάφορες διαστάσεις όπως είναι τα ορχηστρικά chimes. Όταν το πλαίσιο χρησιμοποιείται ως υποστήριξη των μεμβρανών, παρατηρούνται δυο ειδών τρόποι δόνησης του, όπως θεμελιώθηκαν από τους Love (1888) και Rayleigh (1894) [2].

Η πρώτη περίπτωση είναι οι χαμηλότεροι επεκταμένοι τρόποι δόνησης, στους οποίους υπάρχουν μία πρώτης τάξης μετασχηματισμοί του μήκους της γραμμής σχεδίασης της επιφάνειας του πλαισίου, οι οποίοι σχετίζονται με τις ελαστικές δυνάμεις του κι έτσι δημιουργούνται δυνάμεις επαναφοράς. Διαμορφώνεται συνεπώς το πλαίσιο ως μία ομοιόμορφη ακτινική μετατόπιση των τοιχωμάτων.

Επομένως η παράμετρος που κάνει το πλαίσιο πιο δύσκαμπτο σε αυτές τις παραμορφώσεις και κατάλληλο να υποστηρίξει την τάση των μεμβρανών είναι η κυρτότητά του. Άρα η εφαπτόμενη δύναμη συμπίεσης στα τοιχώματα του πλαισίου θα είναι rT , όπου r η ακτίνα του τυμπάνου και T η τάση των μεμβρανών. Με αποτέλεσμα η συμπιεσμένη πίεση στο εσωτερικό ενός μικρού τυμπάνου με μέτριο πάχος πλαισίου να μην προκύπτει μεγάλη.

Η δεύτερη περίπτωση είναι οι μη επεκταμένοι ή καμπτικοί τρόποι δόνησης. Σε αυτή την περίπτωση δεν υπάρχουν πρώτης τάξης μετασχηματισμοί του μήκους της γραμμής σχεδίασης της επιφάνειας του πλαισίου και οι δυνάμεις επαναφοράς σχετίζονται μόνο από την καμπτική δυσκαμψία του πλαισίου.

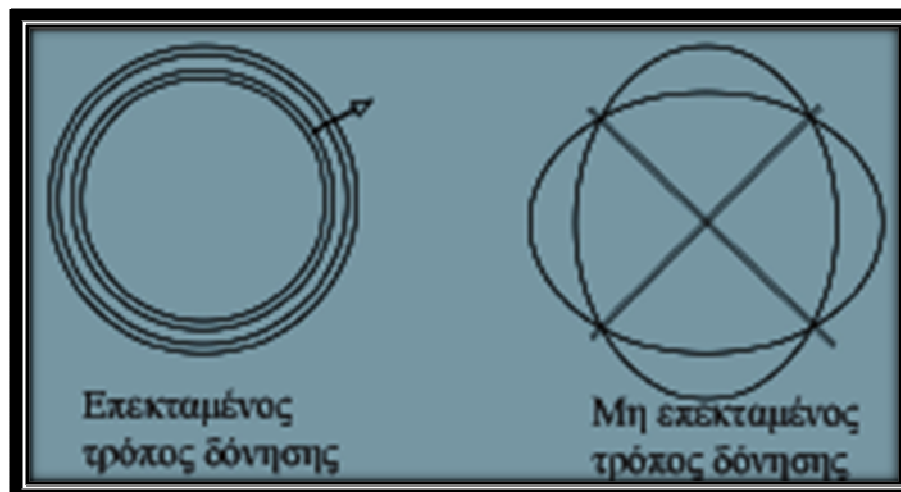
Στην περίπτωση των χαμηλών τρόπων δόνησης, το τύμπανο μπορεί να καταστραφεί από μία εξωτερική δύναμη. Για την αποφυγή αυτής της καταστροφής βοηθά η τάση των μεμβρανών. Έτσι όταν η μεμβράνη διεγείρεται προς τα άκρα της, μακριά από το κέντρο, προκύπτουν πιέσεις με γωνιακή εξάρτηση όπως στη σχέση 3.33 στο πλαίσιο, οι οποίες είναι ικανές να διεγείρουν τους μη επεκταμένους τρόπους δόνησης με το ίδιο γωνιακό πρότυπο.

$$\cos n\varphi \quad 3.33$$

$$\cos (knz + \beta) \cos m\varphi \quad 3.34$$

Στην περίπτωση των υψηλών τρόπων δόνησης η μετατόπιση είναι της μορφής (σχέση 3.34), όπου z η αξονική συντεταγμένη και φ η γωνιακή συντεταγμένη. Γενικά οι μη

επεκταμένοι τρόποι δόνησης έχουν πολλούς πόλους μερικοί των οποίων κινούνται και σε αντίθετη κατεύθυνση. Κατά αυτό τον τρόπο οι κανονικοί τρόποι ταλάντωσης του κυλινδρικού πλαισίου δημιουργούνται από m κομβικές γραμμές και n κομβικούς κύκλους όπως φαίνονται στην εικόνα 3.7.



Εικόνα 3.7 Τρόποι δόνησης πλαισίου.

Σύμφωνα με την πτυχιακή του Ιωάννη Σιδηρά [2] με τη χρήση των πειραματικών τιμών για το υπό μελέτη Bendir και τη βοήθεια των παραπάνω εξισώσεων, οι θεωρητικές τιμές συχνοτήτων που προκύπτουν με την αναλυτική επίλυση για τις δυο μεμβράνες παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.1

Modes (m,n)	Μεμβράνη κατσίκας χαμηλό κούρδισμα Συχνότητα (Hz)	Μεμβράνη κατσίκας μέτριο κούρδισμα Συχνότητα (Hz)	Μεμβράνη κατσίκας υψηλό κούρδισμα Συχνότητα (Hz)	Μεμβράνη αγελάδας χαμηλό κούρδισμα Συχνότητα (Hz)	Μεμβράνη αγελάδας μέτριο κούρδισμα Συχνότητα (Hz)	Μεμβράνη αγελάδας υψηλό κούρδισμα Συχνότητα (Hz)
0,1	81.83	99.00	104.23	44.31	78.79	124.87
1,1	130.11	157.41	165.83	70.45	125.27	198.54
2,1	175.12	211.86	223.20	94.82	168.61	267.21
0,2	188.21	227.70	239.88	101.91	181.21	287.19
3,1	216.85	262.35	276.39	117.42	208.79	330.90
1,2	238.94	289.08	304.55	129.39	230.06	364.61
4,1	258.58	312.84	329.58	140.02	248.97	394.58
2,2	286.41	346.50	365.04	155.09	275.76	437.03
0,3	294.59	356.40	375.47	159.52	283.64	449.52
5,1	298.68	361.35	380.69	161.73	287.58	455.76
3,2	332.23	401.94	423.45	179.90	319.88	506.96
6,1	339.59	410.85	432.83	183.89	326.97	518.20
1,3	346.14	418.77	441.18	187.43	333.27	528.19
2,3	395.24	478.17	503.76	214.02	380.55	603.11
0,4	400.97	485.10	511.06	217.12	386.06	611.85
3,3	442.70	535.59	564.25	239.72	426.25	675.53
1,4	453.34	548.46	577.81	245.48	436.49	691.76
2,4	503.25	608.85	641.43	272.51	484.55	767.93
3,4	551.53	667.26	702.97	298.65	531.03	841.60

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

4. Μοντελοποίηση του Bendir

4.1. Τρισδιάστατη Μηχανολογική Σχεδίαση με H/Y- 3D Cad Modeling

CAD (Computer Aided Design), ονομάζεται ο σχεδιασμός με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή. Το CAD βοηθάει στη δημιουργία, στη τροποποίηση, στην ανάλυση και στη βελτιστοποίηση ενός δισδιάστατου (2D) ή ενός τρισδιάστατου (3D) σχεδίου. Χρησιμοποιείται για την αύξηση της παραγωγικότητας σε βιομηχανικό επίπεδο, αυξάνει κατά πολύ την ποιότητα και την λεπτομέρεια του σχεδίου, βελτιώνει την επικοινωνία μεταξύ των σχεδιαστών και είναι δυνατή η δημιουργία βάσης δεδομένων για μαζική παραγωγή.

Τα βασικά πλεονεκτήματα του 3D σχεδιασμού είναι: α) ακριβής απεικόνιση τεμαχίου β) εποπτικός έλεγχος τεμαχίου γ) φωτορεαλισμός δ) εύκολη μεταφορά από 3D σχέδιο σε 2D σχέδιο με απεικόνιση όλων των όψεων και των τομών ε) στα σύγχρονα προγράμματα υπάρχει δυνατότητα παραμετροποίησης για μαζική παραγωγή.

Το περιβάλλον λειτουργίας τέτοιων λογισμικών δεν περιορίζεται απλά σχέδια, αλλά σε υλικά, διεργασίες, διαστάσεις, ανοχές, αντοχές κ.α. Το CAD βρίσκει εφαρμογές σε πολλούς τομείς, όπως στην αρχιτεκτονική, στην αυτοκινητοβιομηχανία, τη ναυπηγική, την αεροναυπηγική. Επίσης είναι ευρύτατα γνωστό για την δημιουργία των γραφικών σε ταινίες. Ακόμα αποτέλεσε σημαντική κινητήρια δύναμη για την έρευνα στην υπολογιστική γεωμετρία, τα γραφικά υπολογιστών (hardware και software) και στη διαφορική γεωμετρία [18-21].

Για τις ανάγκες της 3D μηχανολογικής σχεδίασης του κρουστού Bendir, το πρόγραμμα CAD που επιλέχθηκε για τη μοντελοποίηση αλλά και την ανάλυση του οργάνου, είναι το Inventor® της εταιρείας Autodesk.

4.2 Μηχανολογική σχεδίαση στο Inventor®

Το Inventor® αναπτύχθηκε από την εταιρεία λογισμικού Autodesk και αποτελεί λογισμικό μηχανολογικού σχεδιασμού CAD για τη δημιουργία 3D ψηφιακών πρωτοτύπων που χρησιμοποιούνται στο σχεδιασμό, την οπτικοποίηση και προσομοίωση των προϊόντων. Το

Inventor[®] χρησιμοποιεί ιδιόκτητο γεωμετρικό πυρήνα και ανταγωνίζεται άμεσα αντίστοιχα μεγάλα πακέτα ειδικού λογισμικού όπως: SolidWorks, Creo Elements/Pro, CATIA, και NX Unigraphics. Βασικό προτέρημα του σχεδιαστικού πακέτου είναι η παραμετρική σχεδίαση και μοντελοποίηση. Δηλαδή οι διαστάσεις των τεμαχίων εύκολα μπορούν να αλλάζουν ανάλογα με τις ανάγκες των μηχανικών και χωρίς ο σχεδιαστής να χρειάζεται να κάνει το σχέδιο από την αρχή.







Εικόνα 4.1 Autodesk Inventor[®] – 3D CAD σχεδιασμός με τη βοήθεια Η/Υ.

Το πρόγραμμα περιλαμβάνει δύο ακόμα βασικές εφαρμογές, τη Stress Analysis και το Inventor[®] Studio. Η εφαρμογή Stress Analysis χρησιμοποιείται στο πρόγραμμα τρισδιάστατης μοντελοποίησης Autodesk Inventor[®] για στατικές αναλύσεις μοντέλων μέσω πεπερασμένων στοιχείων FEM (Finite Element Method). Η συγκεκριμένη εφαρμογή παίζει πάρα πολύ σημαντικό ρόλο στην σχεδίαση και την μοντελοποίηση των αντικειμένων, καθώς με τις στατικές αναλύσεις το μοντέλο μπορεί να διορθωθεί αποφεύγοντας το κόστος και τον χρόνο που θα δημιουργούσε μια πραγματική παρέμβαση πριν να ελεγχθεί. Το Inventor[®] Studio χρησιμοποιείται για την παρουσίαση και την απεικόνιση του μοντέλου. Παρέχεται μεγάλη ποικιλία επιλογών καμερών και φωτισμού και επιλέγοντας την εντολή render μπορούμε να απεικονίσουμε φωτορεαλιστικά το μοντέλο που κατασκευάστηκε [18-21].



4.3 Βασικές λειτουργίες του Inventor®

Το Inventor® αξιοποιώντας πλήρως την τρισδιάστατη μοντελοποίηση, επιτρέπει σε μηχανικούς και σχεδιαστές να δημιουργήσουν ένα ψηφιακό μοντέλο ώστε να αναλύσουν την λειτουργία και την συναρμογή του με άλλα εξαρτήματα πριν καν αυτά κατασκευαστούν. Από την στιγμή που θα δημιουργηθεί το ψηφιακό μοντέλο, πλέον μπορούν αυτόματα να παραχθούν κατασκευαστικά σχέδια, οδηγίες συναρμολόγησης, λίστες υλικών, καλούπια, κινηματικές αναλύσεις κλπ. Υπάρχουν τέσσερα είδη αρχείων τα οποία δημιουργεί το παρόν σχεδιαστικό πακέτο: α) Τεμάχιο (Part), β) Συναρμολόγημα, (Assembly), γ) Σχέδια (Drawings) δ) Παρουσίαση (Presentation). Ο σχεδιαστής δημιουργεί το κάθε τεμάχιο ξεχωριστά και το αποθηκεύει σαν αρχείο (part). Τα αρχεία αυτής της μορφής έχουν κατάληξη *.ipt. Στη συνέχεια τα συναρμολογεί και δημιουργεί την συναρμολογημένη κατασκευή (Assembly). Τα αρχεία αυτής της μορφής έχουν κατάληξη *.iam.

Με βάση το γεγονός της καθολικής μοντελοποίησης στο λογισμικό Inventor®, στο σημείο αυτό αναφέρονται οι βασικές εντολές που χρησιμοποιήθηκαν για την μοντελοποίηση του τυμπάνου. Οι εντολές αυτές παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Εικονίδιο	Εντολή	Εφαρμογή
	2D sketch	Η συγκεκριμένη εντολή διαδραματίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην τρισδιάστατη μοντελοποίηση κάθε επιφάνειας και γι' αυτό το λόγω ανοίγοντας το πρόγραμμα, μας μεταφέρει αμέσως στο 2D sketch. Επιλέγοντας την εντολή αυτή μεταφερόμαστε σε περιβάλλον δισδιάστατης σχεδίασης. Το περιβάλλον σχεδιασμού είναι παρεμφερές με του AutoCAD.
	3D sketch	Είναι το περιβάλλον τρισδιάστατης σχεδίασης έχοντας τις ίδιες σχεδόν επιλογές με το 2D sketch. Η μεγάλη διαφορά είναι η δυνατότητα σχεδίασης στο χώρο και η χρήση τρισδιάστατων σημείων και Splines.
	Extrude	Η εντολή extrude βρίσκεται στο περιβάλλον εργασίας της δημιουργίας του μοντέλου. Με βάση το sketch που θα επιλεχθεί δημιουργούνται ή αφαιρούνται επιφάνειες και στερεά σώματα.
	Circle	Η εντολή Circle επίσης χρησιμοποιείται σε δισδιάστατο και τρισδιάστατο περιβάλλον σχεδίασης. Με την βοήθεια της εντολής αυτής μπορούν να δημιουργηθούν κύκλοι συγκεκριμένης



		διαμέτρου.
	Move	Με τη εντολή αυτή γίνεται μετακίνηση σχεδίων.
	Hole	Με τη εντολή hole μπορούμε σε οποιοδήποτε σημείο να ανοίξουμε οπές.

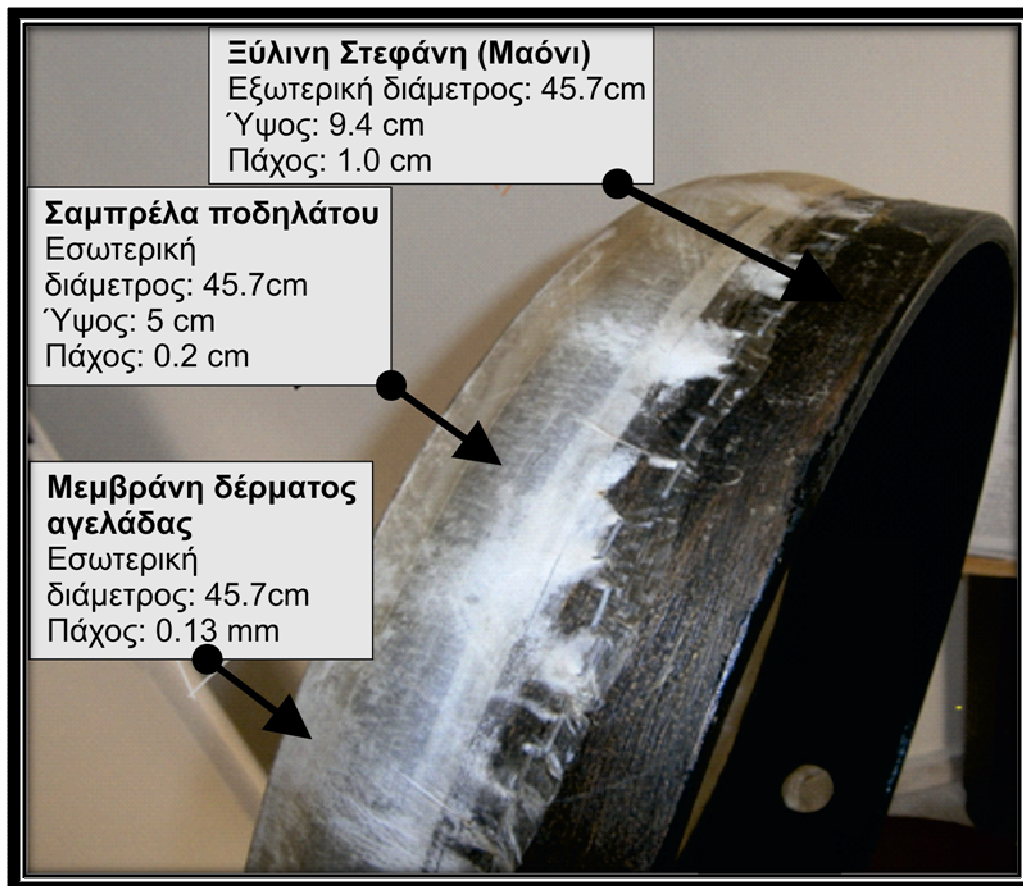
Πίνακας 4.1 Βασικές λειτουργίες του Autodesk Inventor®.

4.4 Γεωμετρία και υλικά του Bendir

Το προς μοντελοποίηση τύμπανο Bendir αποτελείται από τρία βασικά μέρη. Τη ξύλινη στεφάνη, τη σαμπρέλα ποδηλάτου για το κούρδισμα και τη μεμβράνη από δέρμα αγελάδας. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά αυτών είναι:

- α) Εξωτερική διάμετρος ξύλινης στεφάνης 45.7 cm
- β) Βάθος ξύλινης στεφάνης 9.4 cm
- γ) Πάχος ξύλου στεφάνης 1.0 cm
- δ) Οπή ξύλινης στεφάνης για συγκράτηση διαμέτρου 1.8 cm
- ε) Μεμβράνη πάχους 0.13 mm
- στ) Σαμπρέλα κουρδίσματος ύψους 5 cm και πάχους 0.2 cm.

Το ξύλινο στεφάνι είναι από ξύλο μαόνι (mahogany) και οι μεμβράνες που χρησιμοποιήθηκαν είναι αγελάδας. Η σαμπρέλα που χρησιμοποιήθηκε ήταν μια απλή ελαστική σαμπρέλα ποδηλάτου.



Εικόνα 4.2 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά και υλικά του Bendir.

Η συνδεσμολογία του μουσικού οργάνου ξεκινώντας από τη ξύλινη στεφάνη ως βάση έχει ως εξής: η σαμπρέλα είναι τυλιγμένη γύρω-γύρω στο ξύλο. Επίσης, η μεμβράνη είναι από δέρμα ζώου (αγελάδα), είναι τοποθετημένη κυκλικά και ακουμπάει την σαμπρέλα έτσι ώστε μόλις δώσουμε αέρα στην σαμπρέλα να κουρδιστεί η μεμβράνη. Τέλος, η μεμβράνη καταλήγει στο ξύλο.



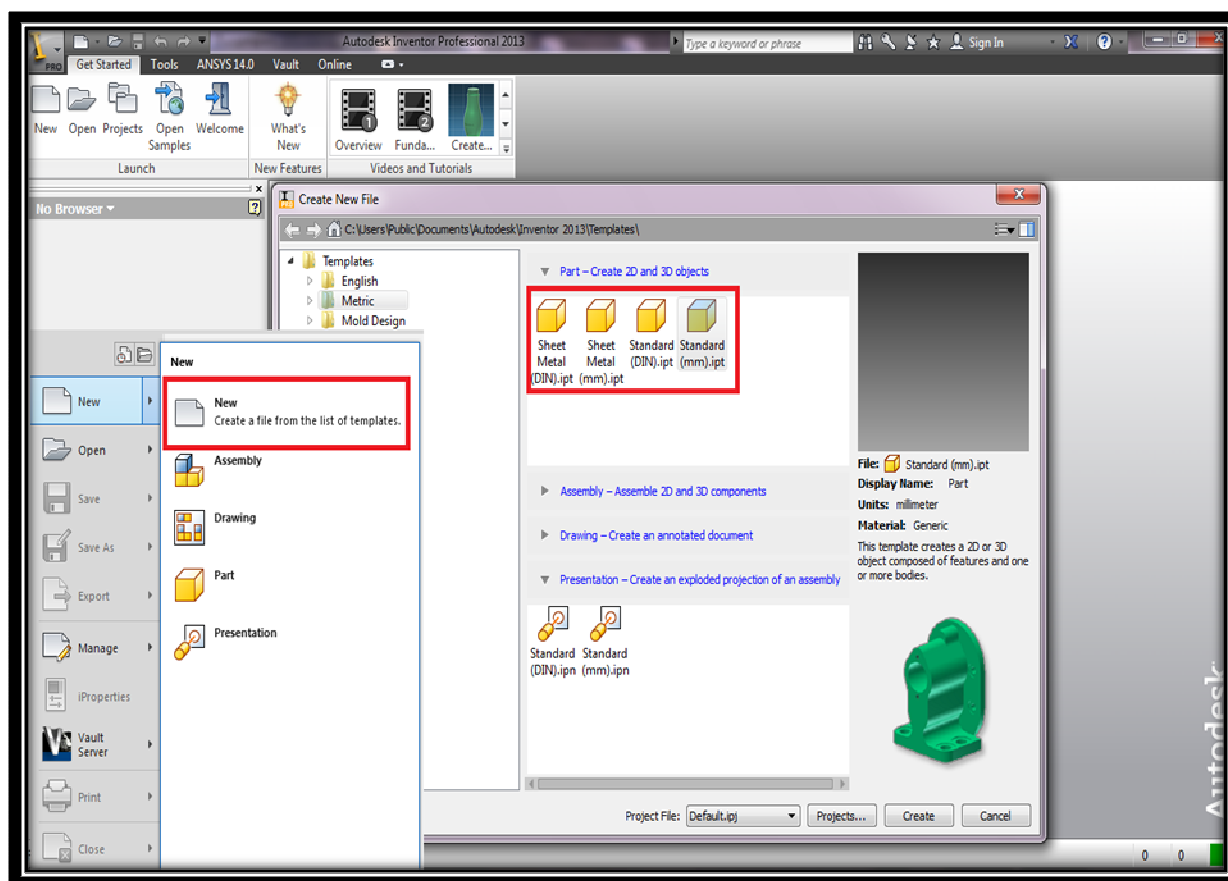
Εικόνα 4.3 Πλάγια όψη του Bendir.

4.5 Κατασκευή μοντέλου του Bendir

Για την κατασκευή του συναρμολογήματος του μουσικού οργάνου είναι απαραίτητο να κατασκευαστεί κάθε ένα από τα τρία βασικά τεμάχια που το αποτελούν. Κάθε ένα από αυτά θα αποθηκευτεί στο Inventor® με τη μορφή part και στη συνέχεια θα συναρμολογηθούν όλα μαζί ώστε να δώσουν το τελικό assembly.

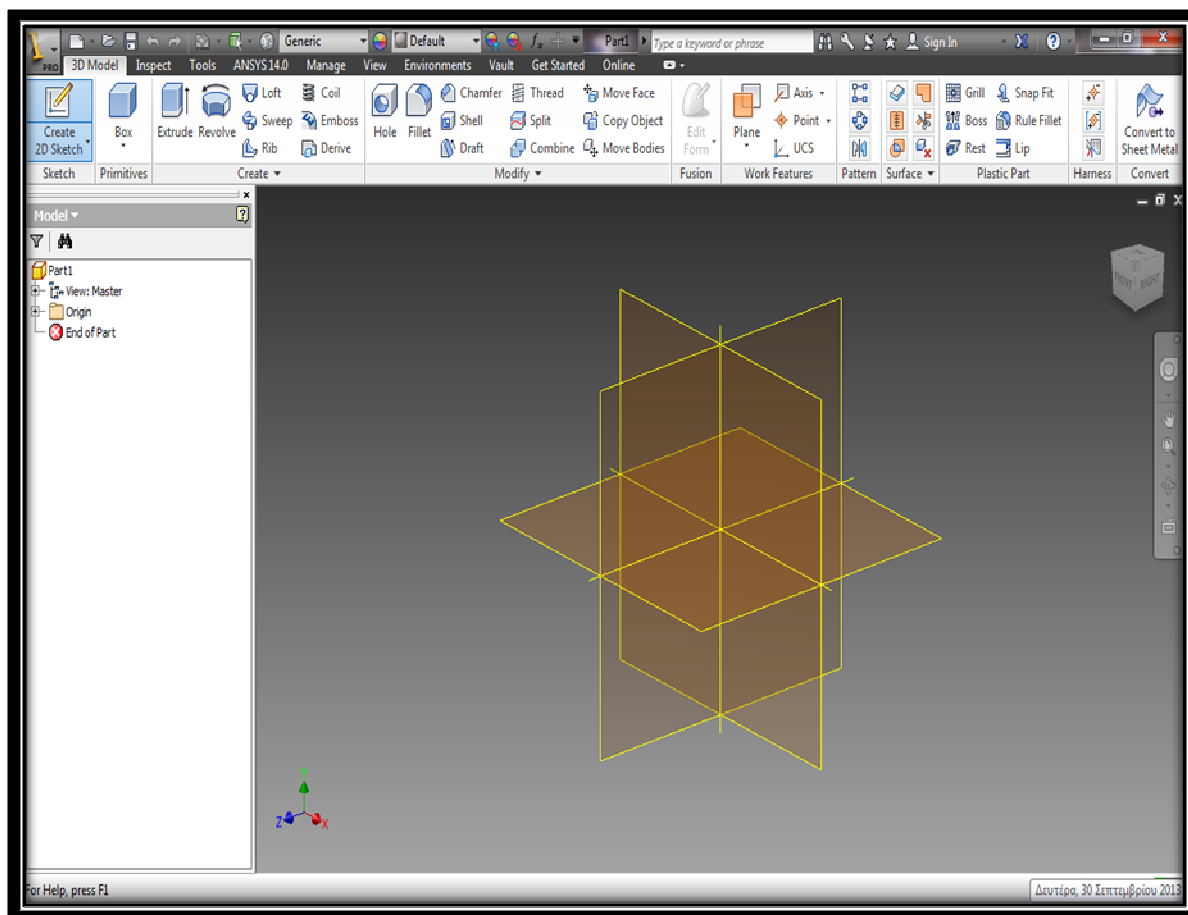
I. Μοντελοποίηση στεφάνης (part i)

Δημιουργείται το πρώτο part για την κατασκευή της ξύλινης στεφάνης που θα αποτελέσει και τη βάση του assembly. Αρχικά επιλέγεται η δημιουργία νέου τεμαχίου, new part, όπως φαίνεται στην εικόνα (4.4) με κόκκινο πλαίσιο.



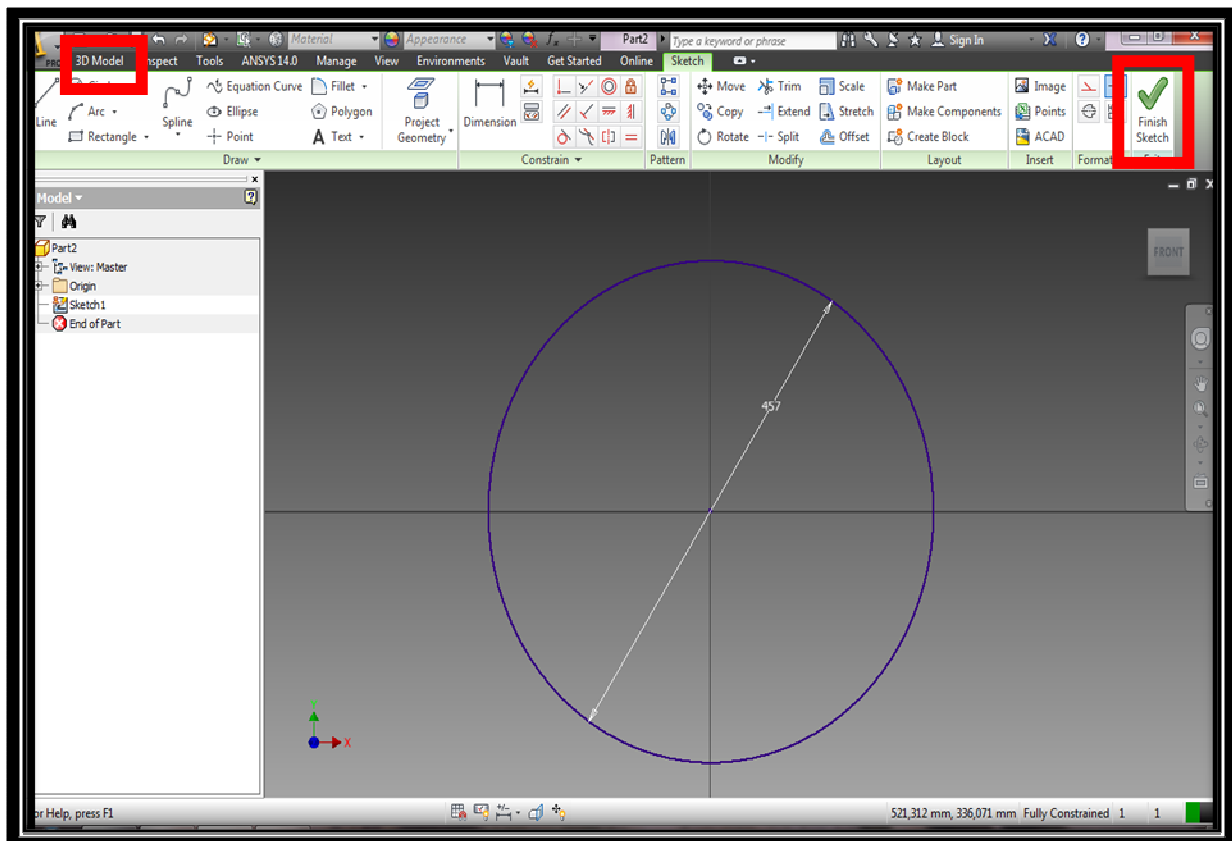
Εικόνα 4.4 Δημιουργία new part και επιλογή μονάδων μετρησης.

Επιλέγονται μονάδες μέτρησης (mm) όπως επισημαίνεται στην ίδια εικόνα με κόκκινο πλαίσιο. Στην συνέχεια επιλέγεται το επίπεδο XY που θα σχεδιάσουμε (εικόνα 4.5).



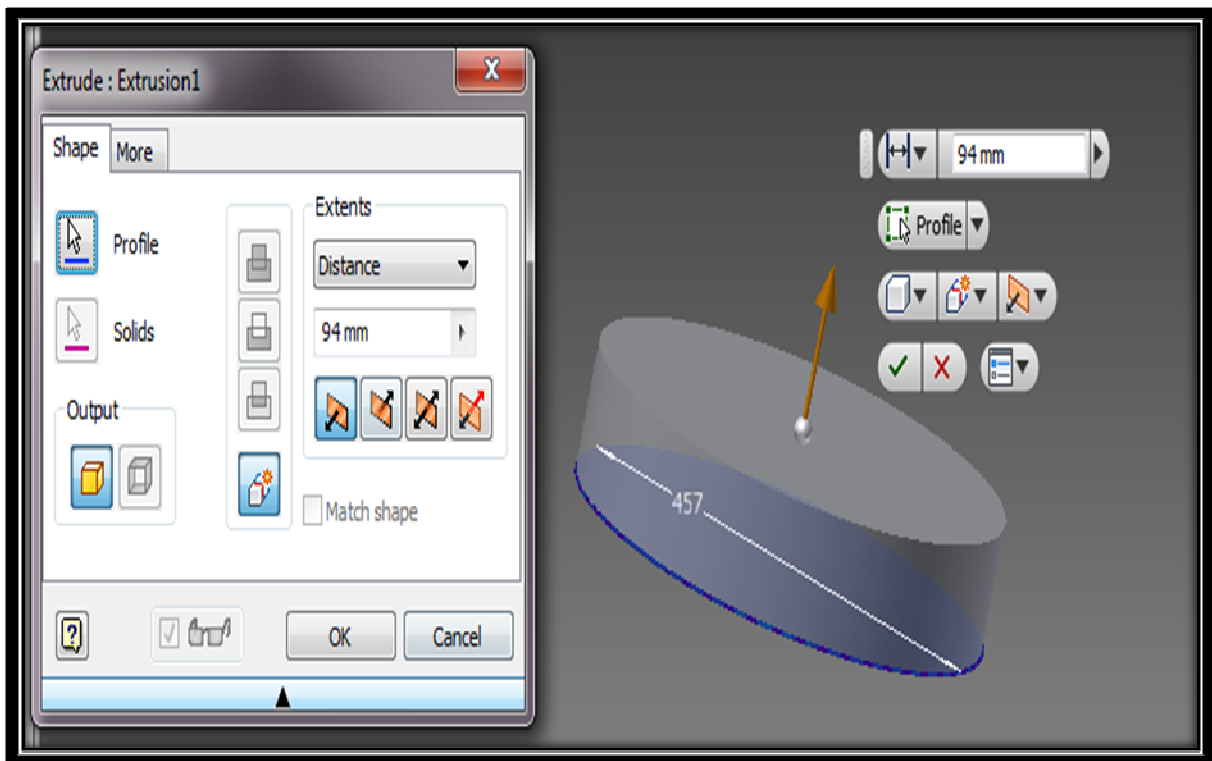
Εικόνα 4.5 Επιλογή επιπέδου σχεδίασης από τα XY, XZ, YZ του Inventor®.

Η πρώτη εντολή που χρησιμοποιήθηκε σε sketch mode ήταν η circle, με την βοήθεια της οποίας μπορούν να δημιουργηθούν κύκλοι συγκεκριμένης διαμέτρου. Ο κύκλος που σχεδιάστηκε πρώτος είχε διάμετρο 457 mm, όπως και παρουσιάζεται στην (εικόνα 4.6).



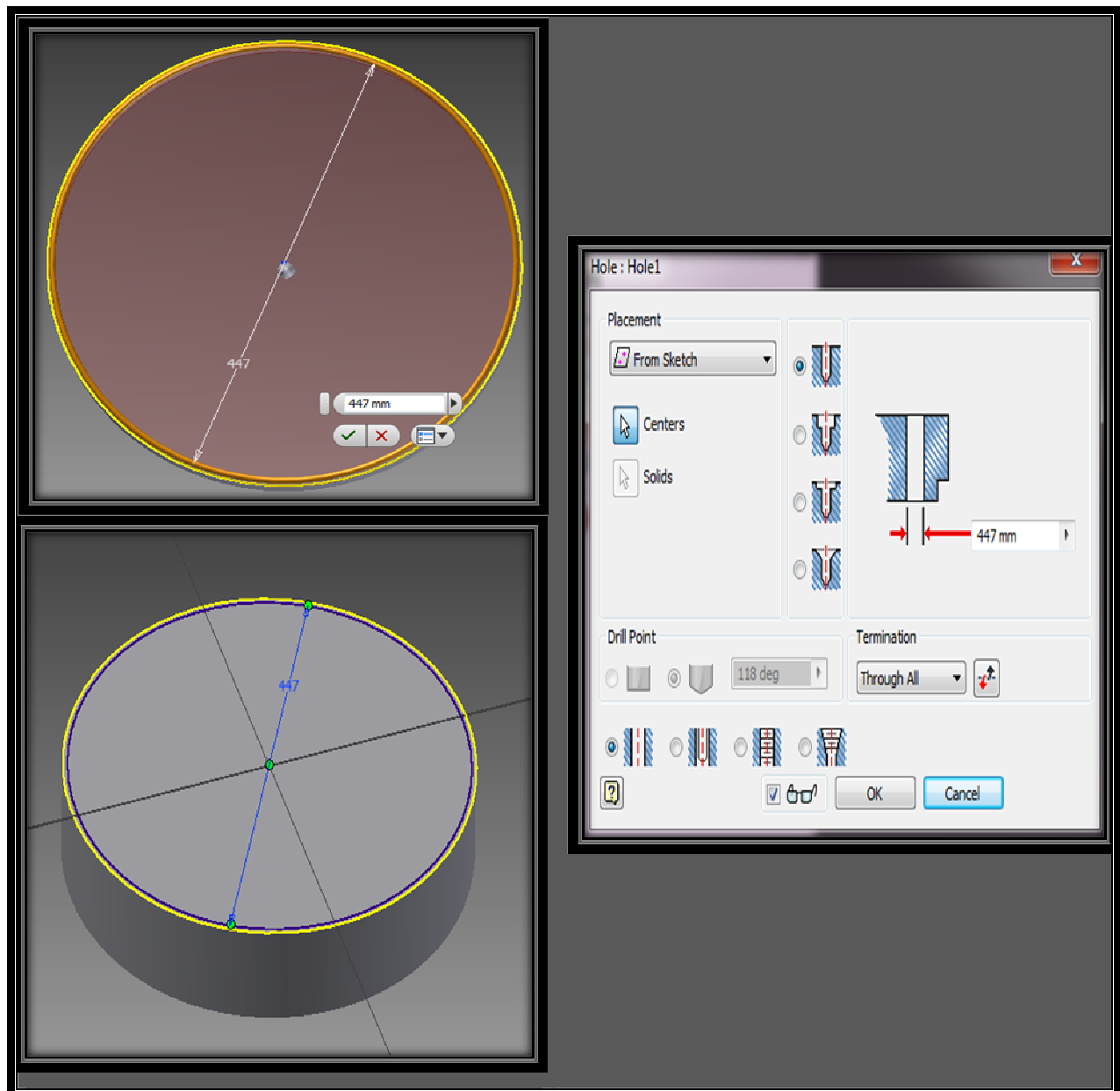
Εικόνα 4.6 Σχεδιασμός κύκλου ακτίνας 457 mm.

Αφού σχεδιαστεί επιλέγεται η εντολή finish sketch και ακολουθεί η αποθήκευση του αρχείου (κόκκινο πλαίσιο εικόνας 4.6). Για την απόδοση όγκου στη στεφάνη μεταβαίνουμε στο περιβάλλον 3D model. Επιλέγουμε 3D model (κόκκινο πλαίσιο στην εικόνα 4.6). Στη συνέχεια χρησιμοποιείται η εντολή extrude η οποία βρίσκεται στο περιβάλλον εργασίας της δημιουργίας του μοντέλου. Με βάση το κλειστό sketch geometry που θα επιλεχθεί κατά την εκτέλεσή της, δημιουργούνται ή αφαιρούνται επιφάνειες και στερεά σώματα. Έτσι δημιουργείται ο συνολικός κλειστός όγκος της στεφάνης με ύψος όσο και του ξύλου, δηλαδή 94 mm. Η διαδικασία παρουσιάζεται στην (εικόνα 4.7).



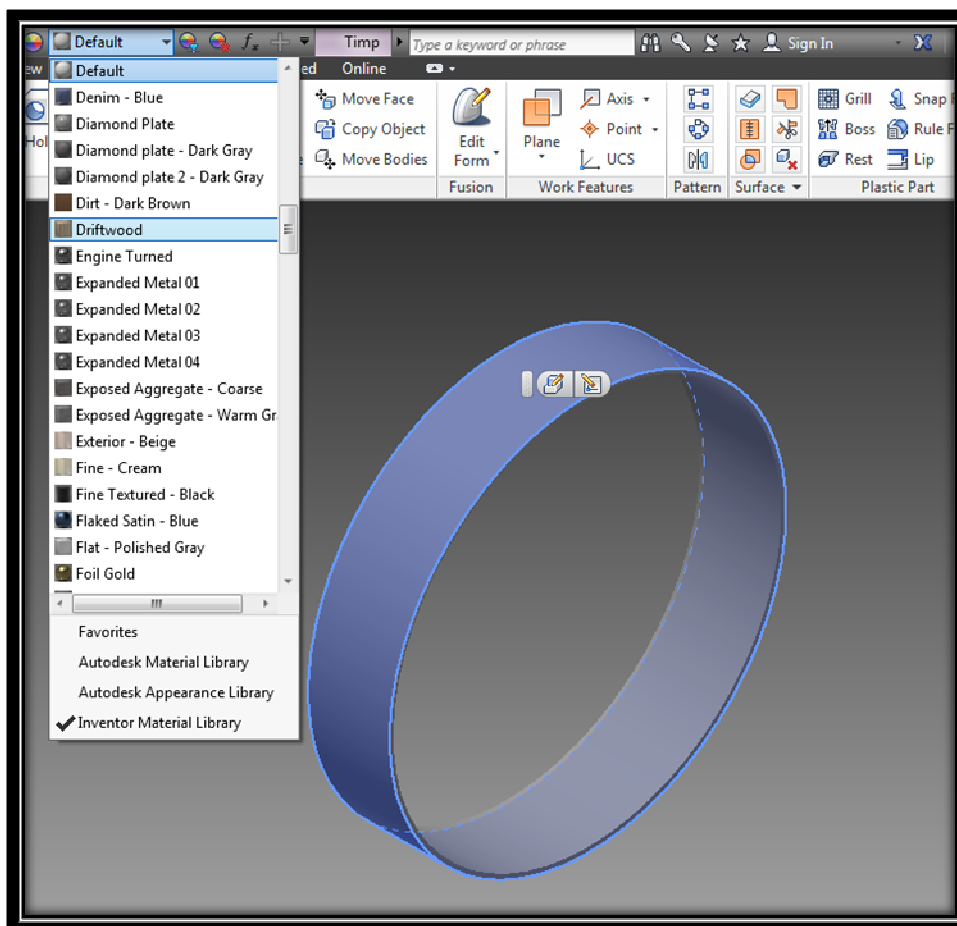
Εικόνα 4.7 Δημιουργία στερεού σώματος (Extrude).

Επίσης, ξανά χρησιμοποιείται η εντολή circle για να γίνει η αφαίρεση του εσωτερικού όγκου της στεφάνης. Αφού το πάχος του ξύλου είναι 5 mm σχεδιάζεται κύκλος πάνω στο κομμάτι (στην πάνω επιφάνεια του όγκου χρησιμοποιώντας την εντολή sketch) που έγινε extrude, ακτίνας 447 mm, με στόχο την αφαίρεση του, $(457 \text{ mm} - 447 \text{ mm})/2 = 5 \text{ mm}$ πάχος). Η διαδικασία πραγματοποιείται με τη χρήση της εντολής hole όπως παρουσιάζεται στην (εικόνα 4.8).

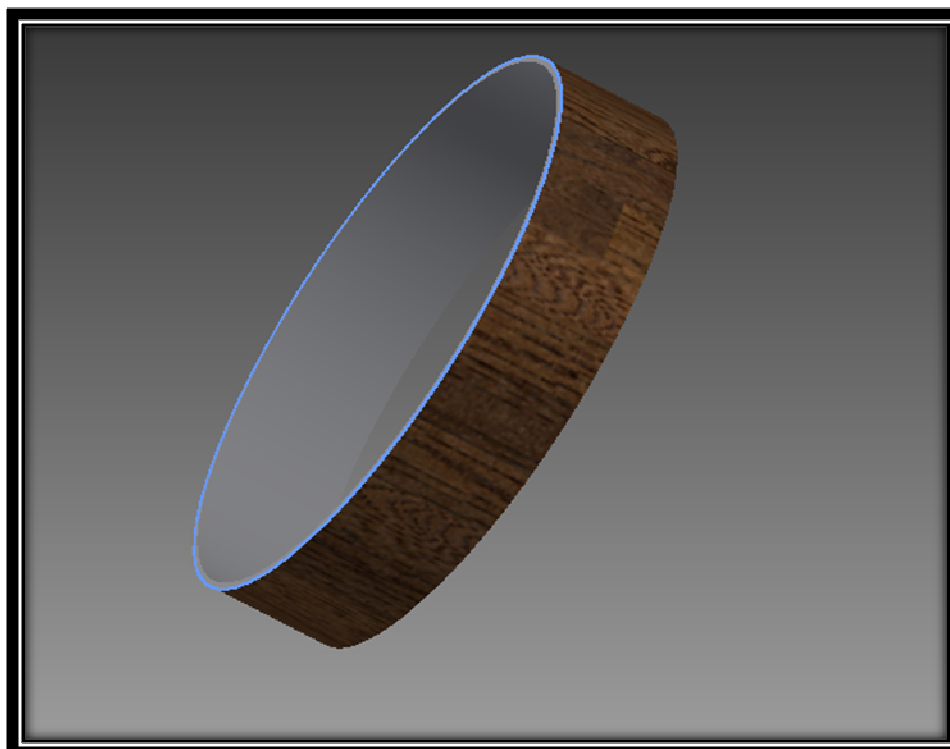


Εικόνα 4.8 Αφαίρεση όγκου για τη δημιουργία της στεφάνης (Hole).

Πρώτα σχεδιάστηκε δεύτερος κύκλος με διάμετρος (447 mm) με την εντολή circle πάνω στο κομμάτι. Για την αφαίρεση του εσωτερικού ογκού του τυμπάνου επιλέγεται το κεντρικό σημείο του τυμπάνου (πράσινο origin point εικόνας 4.8 κάτω) και χρησιμοποιείται η εντολή hole για την αφαίρεση του υλικού. Έτσι αφαιρείται όλος ο εσωτερικός όγκος και δημιουργείται η διαμπερής οπή του Bendir. Τέλος επιλέγεται με αριστερό κλικ του mouse η στεφάνη ώστε να αλλάξει το υλικό κατασκευής της (υλικό εικόνα 4.9 και 4.10).

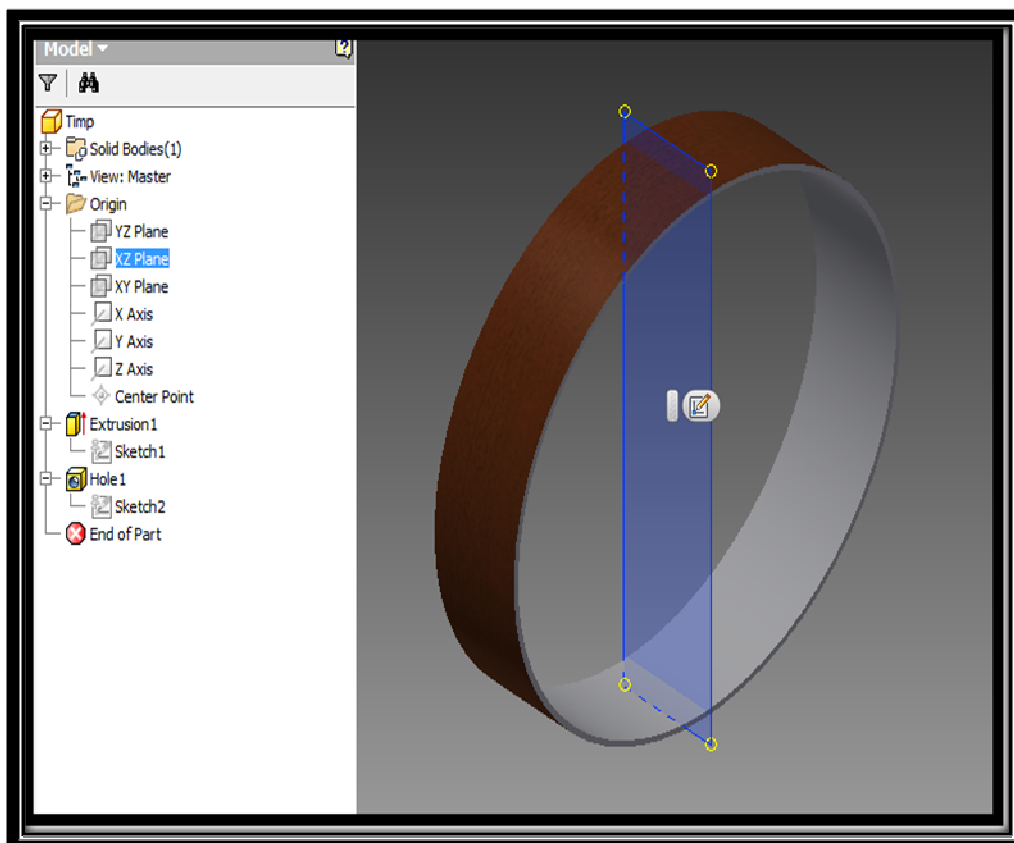


Εικόνα 4.9 Επιλογή στεφάνης για ανάθεση υλικού.

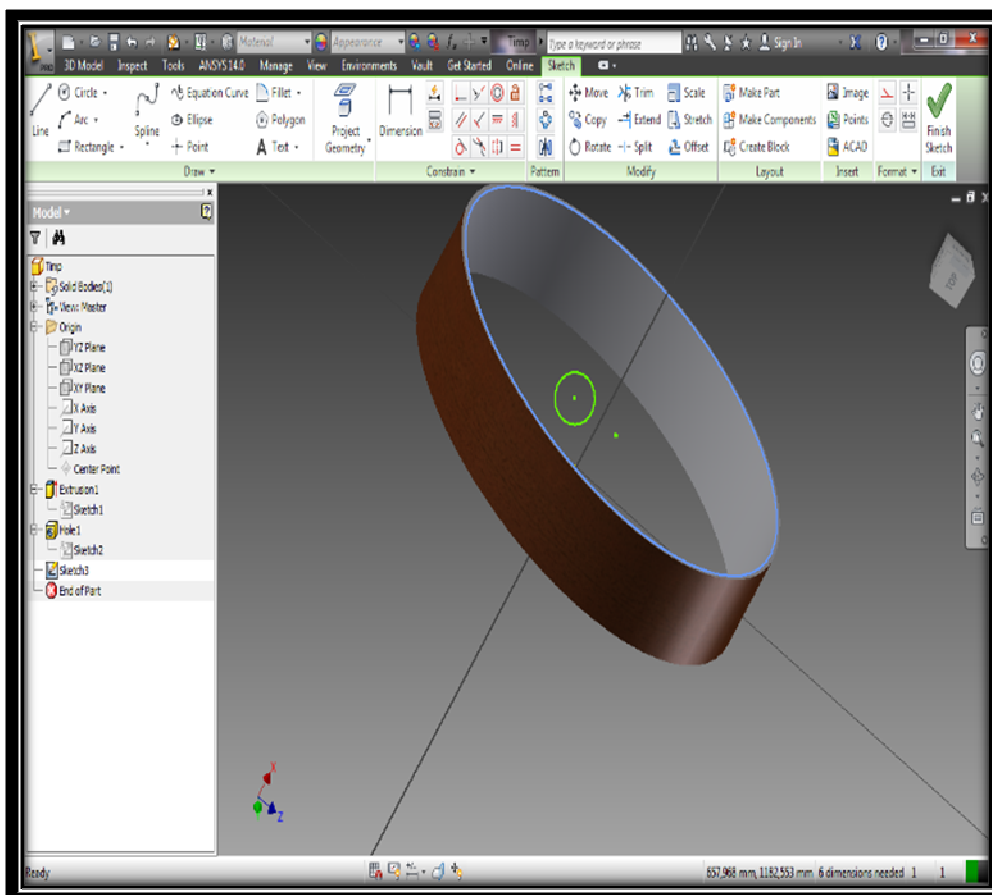


Εικόνα 4.10 Δημιουργία βασικού σκελετού (part i).

Η δημιουργία της τρύπας του τυμπάνου για τον αντίχειρα, γίνεται για να δώσει κράτημα στον οργανοπαίχτη ώστε η ταλάντωση να μην πνίγεται από το σφίξιμο του χεριού και με αποτέλεσμα να υπάρχει καλύτερη ακουστική [15]. Για τη δημιουργία της, εφαρμόζεται η εντολή circle και μετά η hole όπως περιγράφηκαν παραπάνω. Επιλέγεται το επίπεδο XZ (εικόνα 4.11) για το σχεδιασμό της. Αφού σχεδιαστεί ένας κύκλος πάνω στο τύμπανο με διάμετρο 18 mm (εικόνα 4.12) χρησιμοποιείται και πάλι η εντολή hole για την αφαίρεση του ογκού και δημιουργείται η τρύπα (εικόνα 4.13).



Εικόνα 4.11 Επίπεδο XZ.



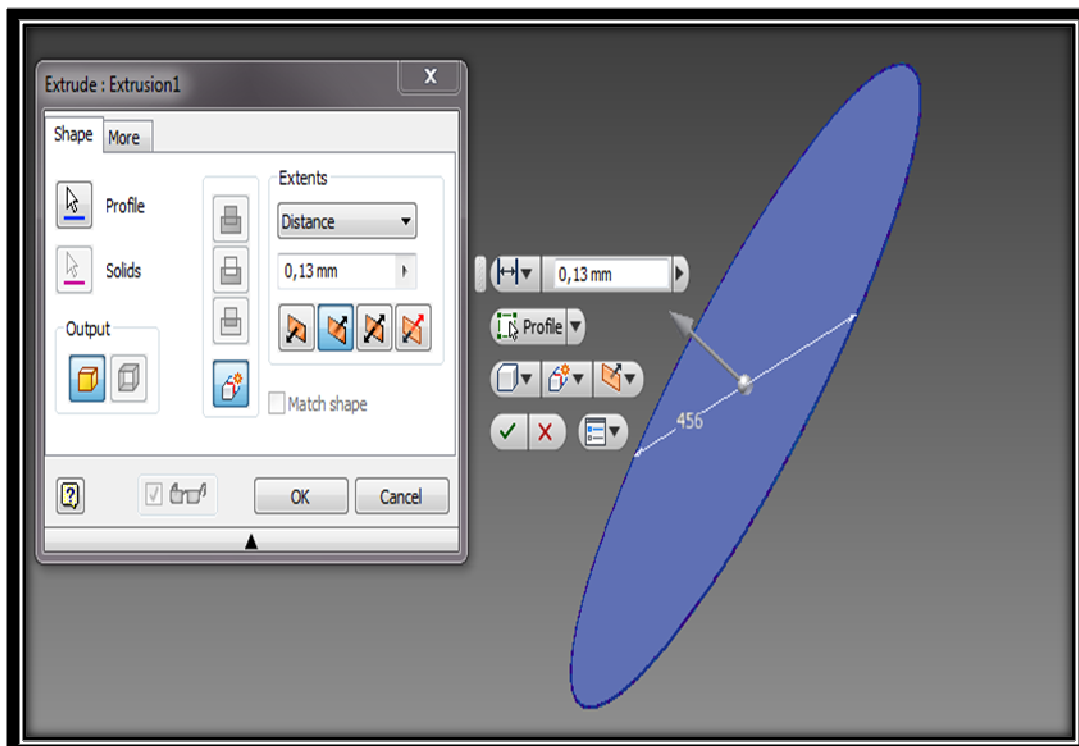
Εικόνα 4.12 Κύκλος με διάμετρο 18 mm στο επίπεδο XZ.



Εικόνα 4.13 Τρύπα για τον αντίχειρα.

II. Μοντελοποίηση μεμβράνης (part ii)

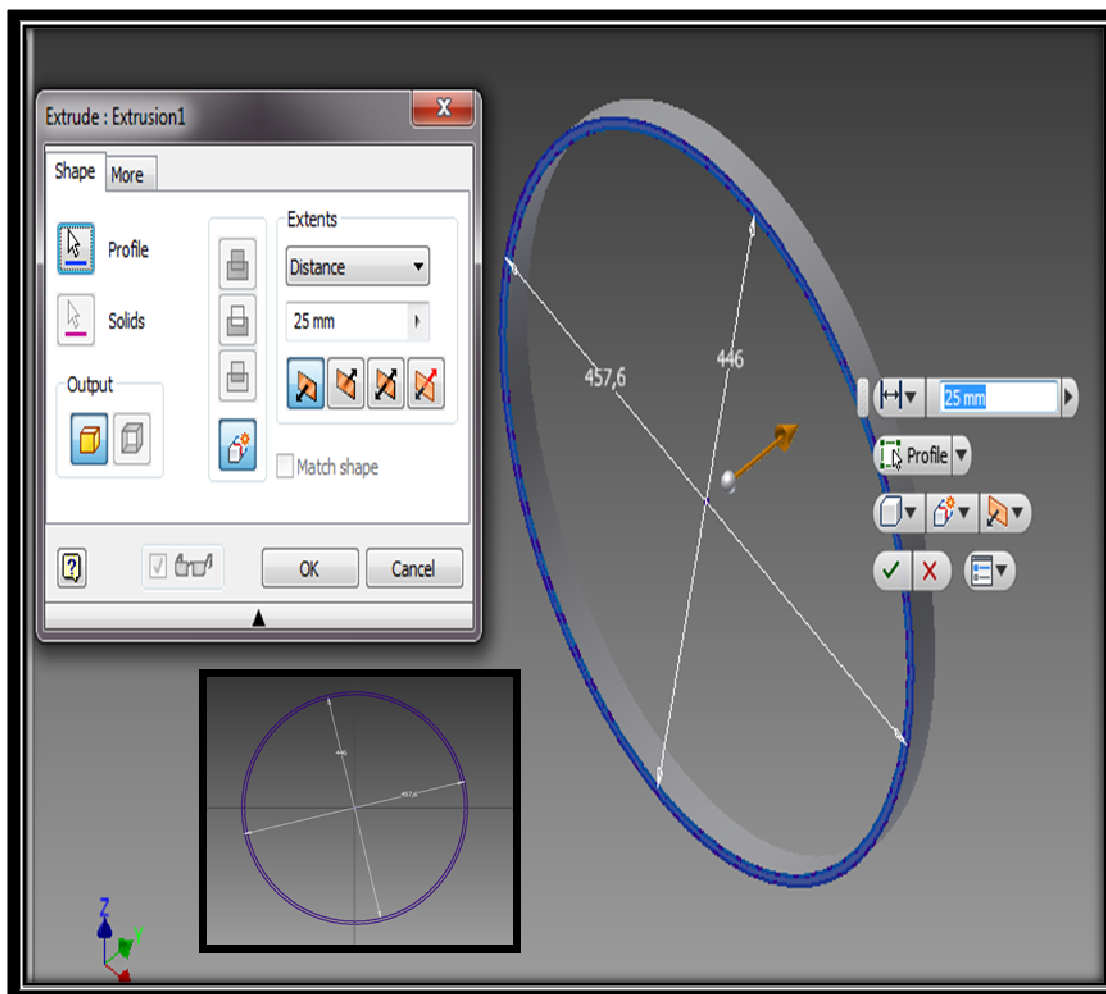
Με το ίδιο τρόπο ακολουθεί η μοντελοποίηση της μεμβράνης. Δημιουργία νέου τεμαχίου (new part) και σχεδιασμός του κύκλου που είχε διάμετρο 456 mm με την εντολή circle. Επιλέγονται Finish Sketch και 3D model και στην συνέχεια χρησιμοποιείται η εντολή extrude. Δημιουργείται έτσι η γεωμετρία της μεμβράνης με πάχος 0.13 mm όπως παρουσιάζεται στην εικόνα 4.14.



Εικόνα 4.14 Σχεδίαση μεμβράνης (part ii).

III. Μοντελοποίηση ελαστικής σαμπρέλας (part iii)

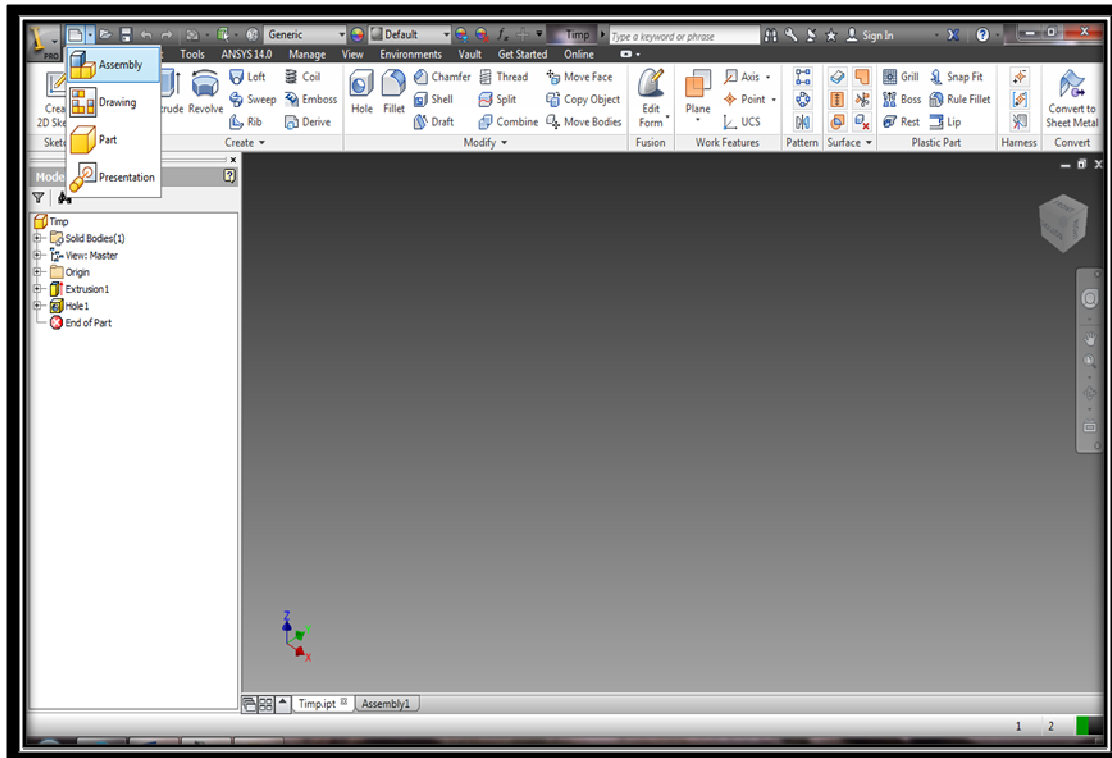
Ακολουθώντας τα ίδια βήματα δημιουργίας των προηγούμενων τεμαχίων ακολουθεί η μοντελοποίηση της ελαστικής σαμπρέλας. Για τη δημιουργία απλοποιημένου μοντέλου της σαμπρέλας ειδικά για την περαιτέρω μελέτη με πεπερασμένα στοιχεία, η γεωμετρία αυτής θεωρήθηκε συνεχής και συμπαγής ελαστικός δακτύλιος. Σχεδιάστηκε ο πρώτος κύκλος με διάμετρο 446 mm με την εντολή circle και ο δεύτερος με διάμετρο 457.6 mm. Στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκε η εντολή extrude αποδίδοντας πάχος 25 mm όπως φαίνεται στην εικόνα 4.15.



Εικόνα 4.15 Σχεδίαση σαμπρέλας (part iii).

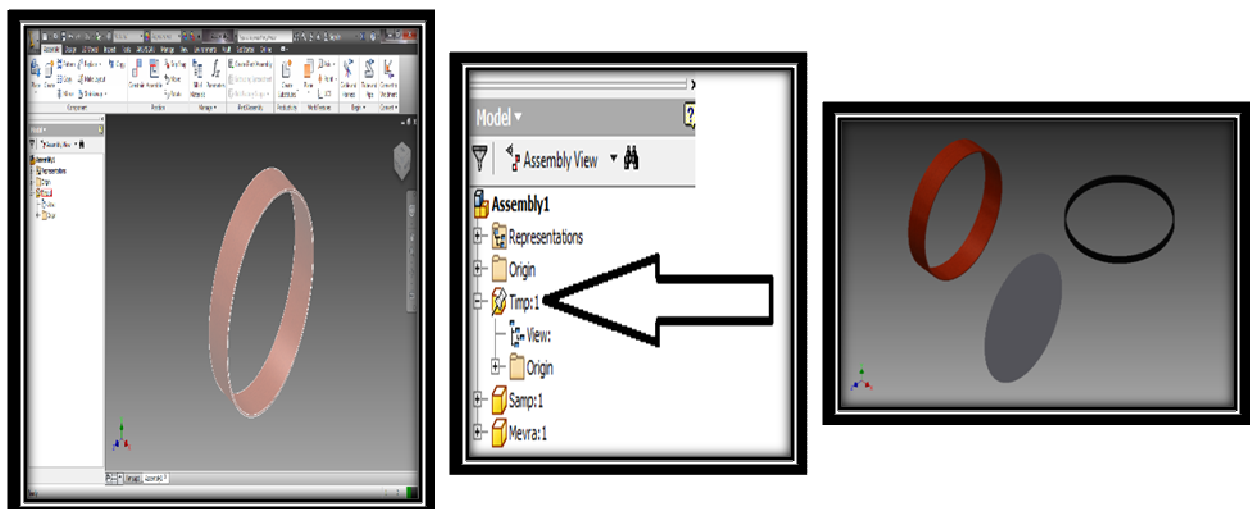
IV. Συναρμολόγηση τεμαχίων (assembly of parts i, ii, iii)

Το τελικό στάδιο της μοντελοποίησης για την συναρμολόγηση του τυμπάνου Bendir έγινε σε περιβάλλον assembly (εικόνα 4.16).

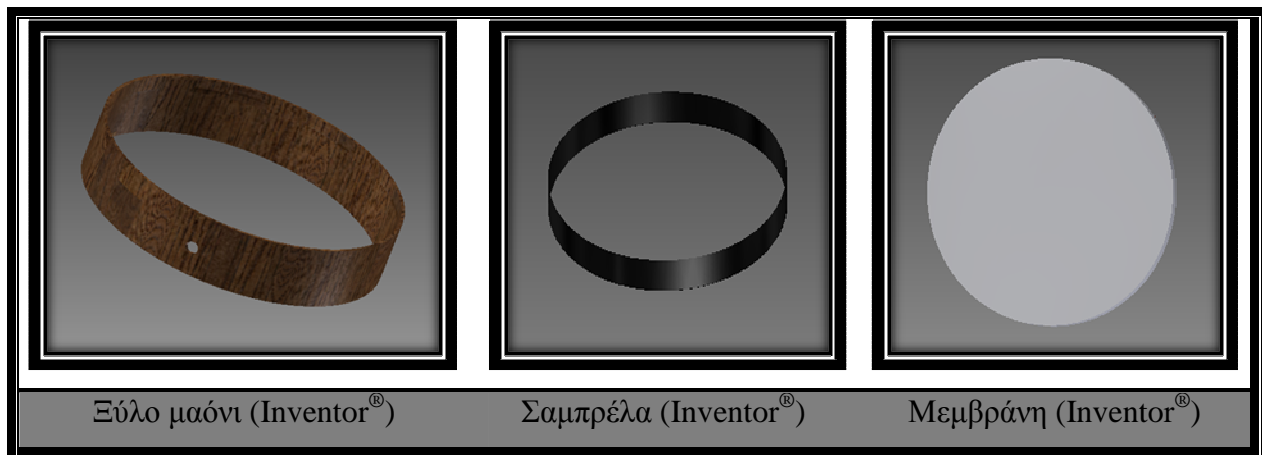


Εικόνα 4.16 New assembly.

Αρχικά στο assembly εισάγεται πρώτη η ξύλινη στεφάνη ως θεμέλιο τεμάχιο του συναρμολογήματος (θεωρείται πακτωμένη, grounded). Μετά τα αλλά δύο τεμάχια, η σαμπρέλα και η μεμβράνη. Η τοποθέτηση του πρώτου part υποδηλώνεται με συνδετήρα στο δέντρο εργασιών υποδηλώνοντας ότι είναι το βασικό τεμάχιο (βλέπε εικόνα 4.17).

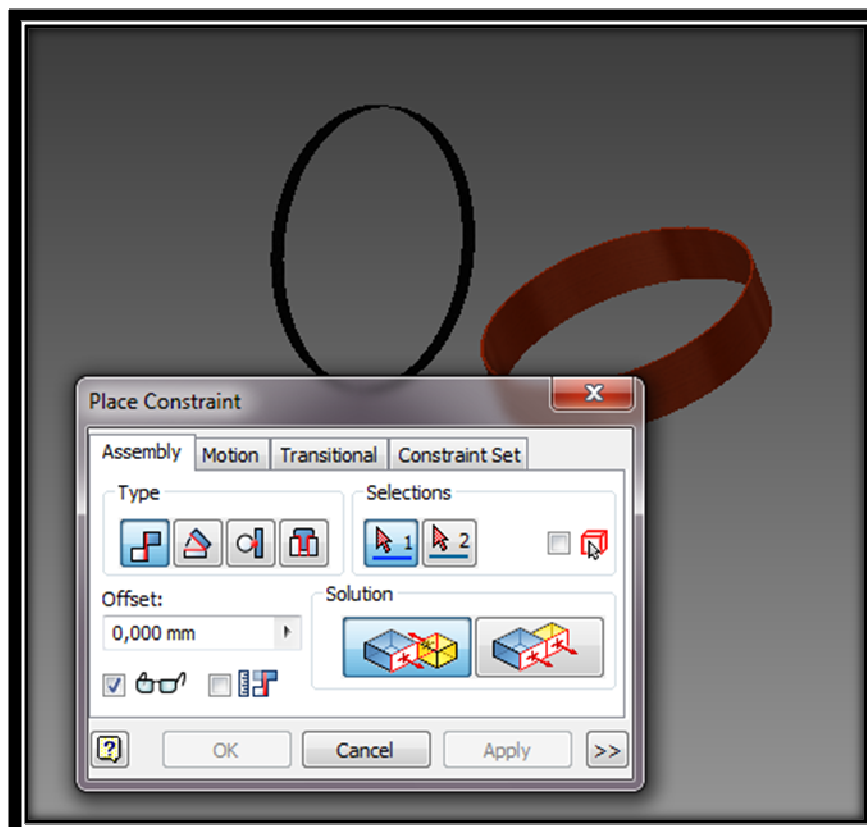


Εικόνα 4.17 Τοποθέτηση τεμαχίων στο assembly.



Εικόνα 4.18 Τα 3 διαφορετικά parts.

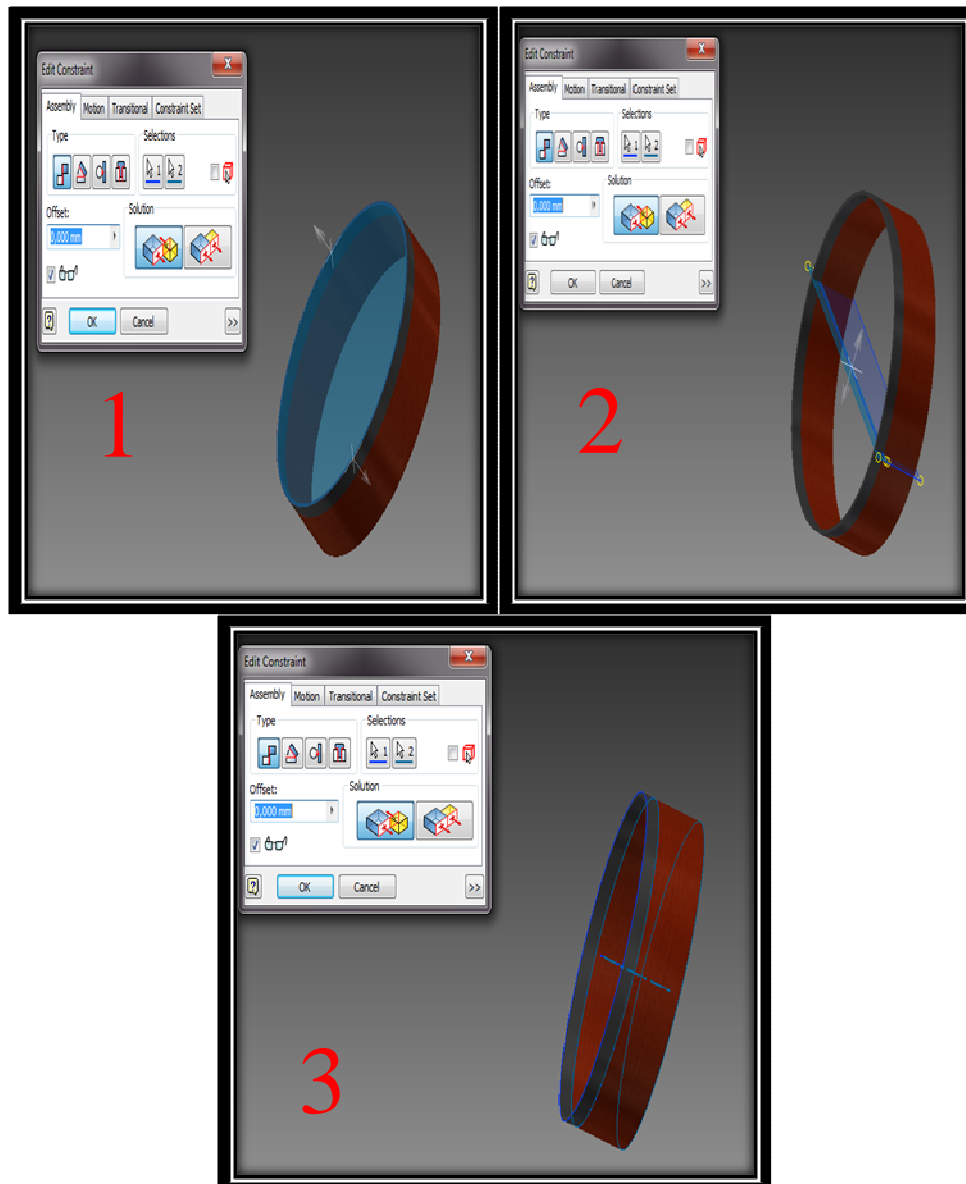
Για τη δημιουργία του τυμπάνου είναι απαραίτητη η σωστή σύνδεση των τεμαχίων. Πρώτα θα ενωθεί το ξύλο με την σαμπρέλα. Στην συνέχεια η σαμπρέλα με την μεμβράνη. Η εντολή που χρησιμοποιήθηκε για την επιβολή των περιορισμών είναι η constrain. Αρχικά, με την εντολή constrain ενώθηκε το ξύλο με την σαμπρέλα.



Εικόνα 4.19 Ένωση ξύλου με σαμπρέλα.

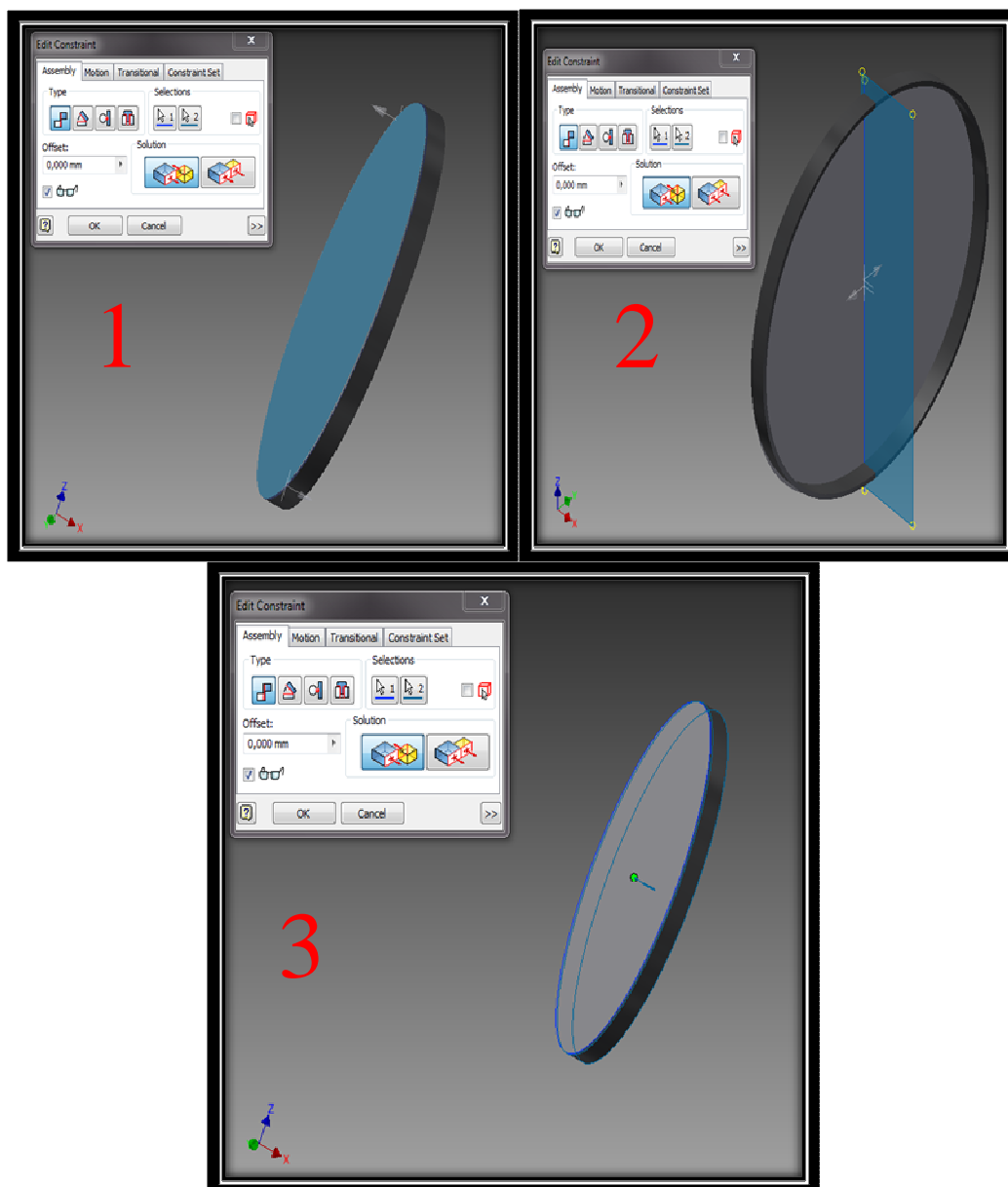
Οι τρεις περιορισμοί που εφαρμόστηκαν παρουσιάζονται στα αντίστοιχα τρία μέρη της εικόνας

4.20. Στην εφαρμογή του πρώτου constrain περιορίζεται η κίνηση στον άξονα Z της στεφανής ξύλου με τη σαμπρέλας (flush). Με την εφαρμογή του δεύτερου constrain περιορίζεται η περιστροφή της σαμπρέλας με τη στεφάνη (mate) και τέλος, με το τρίτο constrain ορίζεται κοινός άξονας Z μεταξύ των δύο τεμαχίων (mate).



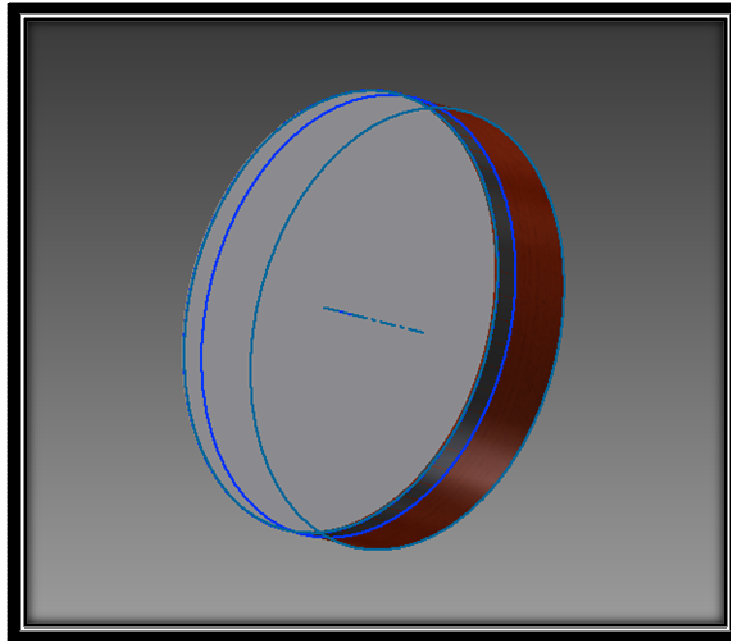
Εικόνα 4.20 Οι τρεις περιορισμοί.

Στην συνέχεια με τον ίδιο τρόπο (flush, mate, mate) συνδέεται η σαμπρέλα με την μεμβράνη όπως παρουσιάζεται στην εικόνα 4.21, 1 έως 3.



Εικόνα 4.21 Ένωση σαμπρέλας με μεμβράνη.

Το τελικό στάδιο της μοντελοποίησης για την συναρμολόγηση του τυμπάνου απεικονίζεται στην εικόνα 4.22 όπου και ολοκληρώθηκε το assembly.



Εικόνα 4.22 Το τελικό assembly.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

5.1 Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (FEM)

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method - FEM) χρησιμοποιείται για την ανάλυση της συμπεριφοράς των ηχητικών κυμάτων σε κλειστούς χώρους. Είναι μια ισχυρή αριθμητική μέθοδος που στον τομέα της ακουστικής, πρωτοεμφανίστηκε στις αρχές τις δεκαετίας του '40 και σημείωσε εντυπωσιακή άνοδο που οφείλεται κυρίως στην ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών και των συστημάτων CAD.

Θεμελιώδης αρχή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι ότι οποιαδήποτε συνεχής ποσότητα μπορεί να προσεγγιστεί από ένα διακριτό μοντέλο που αποτελείται από τμηματικά συνεχείς συναρτήσεις που ορίζονται σε έναν αριθμό πεπερασμένων στοιχείων. Στην ακουστική, χρησιμοποιείται εκτεταμένα σήμερα λόγω της ευκολίας εφαρμογής της σε περίπλοκες γεωμετρίες και για το γεγονός ότι μπορεί να εισαχθεί απορρόφηση στις γύρω επιφάνειες.

Είναι μια από τις ευρύτερα χρησιμοποιούμενες σήμερα αριθμητικές μεθόδους επίλυσης προβλημάτων της εφαρμοσμένης φυσικής. Η FEM πρωτοχρησιμοποιήθηκε από τον Hrenikoff σε προβλήματα της αεροναυπηγικής το 1941, ενώ δύο χρόνια αργότερα ο Courant χρησιμοποίησε τριγωνικά στοιχεία για την προσεγγιστική επίλυση προβλημάτων τριγωνικής στρέψης. Η τυπική καθιέρωση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων οφείλεται στους Turner, Clough, Martin & Topp (1956) και Argyris & Kesley (1960). Πάντως ο όρος (πεπερασμένα στοιχεία) πρωτοχρησιμοποιήθηκε από τον Clough το 1960. Στη δεκαετία του '60 η FEM χρησιμοποιήθηκε κυρίως, για την προσεγγιστική επίλυση προβλημάτων αντοχής υλικών, μηχανικής ρευστών και μετάδοσης θερμότητας. Στον κόσμο των ηλεκτρολόγων έγινε γνωστή από τον Silvester το 1969. Εκείνος που επέβαλε την ουσιαστική καθιέρωση και την ευρύτερη αναγνώρισή της είναι ο Zienkiewicz, που (μαζί με τον Chung) δημοσίευσε και το πρώτο βιβλίο πεπερασμένων στοιχείων το 1967.

Τα βασικά βήματα της μεθόδου είναι η κατασκευή του προς μελέτη μοντέλου, η πλεγματοποίηση, ο ορισμός των οριακών συνθηκών και η επίλυση του μεγάλου συστήματος εξισώσεων που προκύπτει [22]. Αρχικά επιλέγονται οι βαθμοί ελευθερίας, δηλαδή οι άγνωστοι του προβλήματος. Στην απλούστερη περίπτωση οι βαθμοί ελευθερίας είναι οι τιμές του άγνωστου μεγέθους στους κόμβους του πλέγματος. Στη συνέχεια με βάση τους



βαθμούς ελευθερίας σχηματίζεται η προσεγγιστική έκφραση για το άγνωστο μέγεθος. Συνήθως είναι μιας χαμηλής τάξης πολυωνυμική προσέγγιση στο εσωτερικό του κάθε στοιχείου (π.χ. γραμμική, τετραγωνική, κυβική). Ωστόσο, η προσεγγιστική έκφραση δεν είναι δυνατόν να εισαχθεί απευθείας στη διαφορική εξίσωση. Γι' αυτό το μαθηματικό πρόβλημα επαναδιατυπώνεται με τη βοήθεια μιας "ολοκληρωτικής" διατύπωσης.

5.2 Η μη ομογενής εξίσωση Helmholtz

Η εξίσωση Helmholtz προκύπτει συχνά στη μελέτη των φυσικών προβλημάτων που αφορούν μερικές διαφορικές εξισώσεις (ΜΔΕ) στο χώρο και το χρόνο. Η εξίσωση Helmholtz, η οποία αντιπροσωπεύει την ανεξάρτητη μορφή αρχικής εξίσωσης από το χρόνο, προκύπτει από την εφαρμογή της τεχνικής του διαχωρισμού μεταβλητών για να μειωθεί η πολυπλοκότητα ανάλυσης κατά τη χρήση της. Έχοντας: u , βαθμωτή συνάρτηση, p , γνωστή συνάρτηση $p(x,p,z)$, k , σταθερά και όπου g γνωστή διέγερση $g(x,p,z)$, η σχέση είναι :

$$\nabla \cdot (p \nabla u) + k^2 u = g \quad 5.0$$

Αν S είναι η επιφάνεια που περικλείει το σύστημα, θεωρούμε ότι οι οριακές συνθήκες είναι Dirichlet σ' ένα τμήμα S_1 και ομογενείς Neumann

$$\left(\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \right) \quad 5.1$$

στο υπόλοιπο τμήμα S_2 . Μπορεί να αποδειχθεί με βάση τις αρχές του λογισμού των μεταβολών ότι λύση της εξίσωσης (5.0) ισοδύναμη με την στασιμοποίηση της εξίσωσης:

$$F(u) = \frac{1}{2} \iiint_V \{ p(\nabla u)^2 - k^2 u^2 + 2gu \} dV \quad 5.2$$

Έστω ότι αναζητούμε τη λύση της εξίσωσης (5.3) στις δυο διαστάσεις με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων:

$$\nabla^2 u + k^2 u = g \quad 5.3$$

Θεωρούμε ότι η u ικανοποιεί τις συνθήκες Dirichlet και/ή ομογενείς Neumann στο περίγραμμα της περιοχής του προβλήματος. Σύμφωνα με την (5.2) η ισοδύναμη

συναρτησιακή είναι η:

$$F(u) = \frac{1}{2} \iint_S (\nabla u)^2 ds - \frac{1}{2} k^2 \iint_S u^2 dS + \iint_S gudS \quad 5.4$$

Έτσι το πρόβλημα της επίλυσης της διαφορικής εξίσωσης (5.3) ανάγεται στο πρόβλημα της στασιμοποίησης της ενεργειακής συναρτησιακής (5.4). Σύμφωνα με το θεώρημα του λογισμού των μεταβολών αν L είναι κάποιος γραμμικός, αυτοσυζυγής, θετικά ορισμένος τελεστής και u η ζητούμενη απόκριση στη δοσμένη διέγερση f , η λύση της:

$$L u = f \quad 5.5$$

ελαχιστοποιεί την

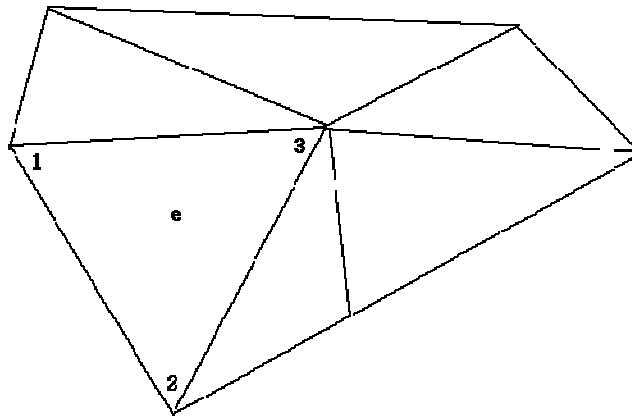
$$F(u) = [Lu, u] - [u, f] - [f, u] \quad 5.6$$

και αντίστροφα η ελαχιστοποιητική συνάρτηση της (5.5) είναι λύση της (5.6) όπου ο συμβολισμός (u, v) αναφέρεται στο εσωτερικό γινόμενο $(u, v) = \int_{\Omega} uv^* d\Omega$.

5.3. Τα βασικά βήματα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων

i Διακριτοποίηση της περιοχής

Το πρώτο βήμα στην πορεία της μεθόδου είναι ο χωρισμός της περιοχής του πεδίου σε ένα σύνολο αλληλοσυνδεόμενων πεπερασμένων στοιχείων. Σε ένα δισδιάστατο πρόβλημα τα απλούστερα στοιχεία που μπορούν να χρησιμοποιηθούν είναι τα τριγωνικά. Στο Σχήμα 5.1 φαίνεται ένα τμήμα της περιοχής του πεδίου χωρισμένο σε μικρά τριγωνικά πεπερασμένα στοιχεία και το τυπικό στοιχείο e με κορυφές τους κόμβους 1,2,3.



Σχήμα 5.1 Διαίρεση τμήματος της περιοχής του πεδίου σε τριγωνικά πεπερασμένα στοιχεία.

ii Στοιχειακή προσέγγιση - Συναρτήσεις μορφής – Μητρώο ακαμψίας

Το δεύτερο βήμα μετά τη διακριτοποίηση είναι να καθορίσουμε τον προσεγγιστικό τρόπο μεταβολής της άγνωστης συνάρτησης σε κάθε τριγωνικό στοιχείο, λαμβάνοντας υπόψη ότι η ενεργειακή συναρτησιακή (5.6) πρέπει να ελαχιστοποιείται. Έστω η άγνωστη συνάρτηση $u(x,y)$ στο τυχόν στοιχείο e με κορυφές 1,2,3, μεταβάλεται γραμμικά σύμφωνα με την σχέση:

$$u^e(x,y) = a^e + b^e x + c^e y \quad 5.7$$

Όπου οι σταθερές συντελεστές a^e, b^e, c^e , είναι καθορισμένοι όταν είναι γνωστές οι τιμές της άγνωστης συνάρτησης στους κόμβους 1, 2, 3. Αν λοιπόν u^e_1, u^e_2, u^e_3 , είναι οι τιμές της άγνωστης συνάρτησης στους κόμβους 1, 2, 3 και $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ οι συντεταγμένες των αντίστοιχων ισχύουν, σύμφωνα με την σχέση (5.7), οι σχέσεις:

$$u^e_1 = a^e + b^e x_1 + c^e y_1 \quad 5.8$$

$$u^e_2 = a^e + b^e x_2 + c^e y_2$$

$$u^e_3 = a^e + b^e x_3 + c^e y_3$$

Από το σύστημα των εξισώσεων (5.8) υπολογίζονται οι τιμές των σταθερών a^e, b^e, c^e :

$$a^e = \frac{1}{2\Delta e} [(x_2 y_3 - x_3 y_2) u^e_1 + (x_3 y_1 - x_1 y_3) u^e_2 + (x_1 y_2 - x_2 y_1) u^e_3] \quad 5.9$$

$$b^e = \frac{1}{2\Delta e} [(y_2 - y_3) u^e_1 + (y_3 - y_1) u^e_2 + (y_1 - y_2) u^e_3] \quad 5.10$$

$$c^e = \frac{1}{2\Delta e} [(x_3 - x_2) u_1^e + (x_1 - x_3) u_2^e + (x_2 - x_1) u_3^e] \quad 5.11$$

όπου

$$\Delta^e = \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)] \quad 5.12$$

είναι το εμβαδόν του στοιχείου e .

Με αντικατάσταση των (5.9), (5.10), (5.11), (5.12) στην (5.7) προκύπτει εύκολα η ακόλουθη προσεγγιστική έκφραση για την άγνωστη συνάρτηση $u^e(x,y)$ στο στοιχείο e .

$$u^e(x,y) = \frac{1}{2\Delta e} [(a_1^e + b_1^e x + c_1^e y) u_1^e + (a_2^e + b_2^e x + c_2^e y) u_2^e + (a_3^e + b_3^e x + c_3^e y) u_3^e] \quad 5.13$$

όπου

$$\begin{aligned} a_1^e &= x_2 y_3 - x_3 y_2 & 5.14 \\ b_1^e &= y_2 - y_3 \\ c_1^e &= x_3 - x_2 \end{aligned}$$

ενώ οι εκφράσεις των υπολοίπων σταθερών $a_2^e, b_2^e, c_2^e, a_3^e, b_3^e, c_3^e$, προκύπτουν από την (5.14) με κυκλική εναλλαγή των δεικτών 1,2,3. Η εξίσωση (5.13) γράφεται συνήθως με τη μορφή:

$$u^e(x,y) = u_1^e \zeta_1^e(x,y) + u_2^e \zeta_2^e(x,y) + u_3^e \zeta_3^e(x,y) = \quad 5.15$$

$$[\zeta_1^e \ \zeta_2^e \ \zeta_3^e] \begin{pmatrix} u_1^e \\ u_2^e \\ u_3^e \end{pmatrix}$$

όπου η $\zeta_1^e, \zeta_2^e, \zeta_3^e$ είναι συναρτήσεις που ονομάζονται συναρτήσεις μορφής (shape functions) του στοιχείου e και δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} \zeta_1^e &= \frac{1}{2\Delta e} (a_1^e + b_1^e x + c_1^e y) & 5.16 \\ \zeta_2^e &= \frac{1}{2\Delta e} (a_2^e + b_2^e x + c_2^e y) \end{aligned}$$



$$\zeta_3^e = \frac{1}{2\Delta e} (a_3^e + b_3^e x + c_3^e y)$$

Με την αντικατάσταση της (5.13) στην ενεργειακή συνάρτηση του στοιχείου προκύπτει:

$$W^e = \frac{1}{2} [U^e]^T [S^e] [U^e] \quad 5.17$$

όπου:

$$[U^e] = \begin{pmatrix} u_1^e \\ u_2^e \\ u_3^e \end{pmatrix} \quad 5.18$$

$$[S^e] = \begin{pmatrix} s_{11}^e & s_{12}^e & s_{13}^e \\ s_{21}^e & s_{22}^e & s_{23}^e \\ s_{31}^e & s_{32}^e & s_{33}^e \end{pmatrix} = \quad 5.19$$

$$\frac{\varepsilon}{4\Delta e} = \begin{pmatrix} b_1^e + c_1^e & b_1^e b_2^e + c_1^e c_2^e & b_1^e b_3^e + c_1^e c_3^e \\ b_2^e b_1^e + c_2^e c_1^e & b_2^e + c_2^e & b_2^e b_3^e + c_2^e c_3^e \\ b_3^e b_1^e + c_3^e c_1^e & b_3^e b_2^e + c_3^e c_2^e & b_3^e + c_3^e \end{pmatrix}$$

που τα στοιχεία του s_{ij}^e δίνονται από της σχέσεις:

$$s_{ij}^e = \iint_{s^e} \nabla \zeta_i^e \cdot \nabla \zeta_j^e ds \quad \text{όπου } (j=1,2,3) \quad 5.20$$

Δηλαδή :

$$s_{ij}^e = s_{ji}^e = \frac{\varepsilon}{4\Delta e} (b_i^e b_j^e + c_i^e c_j^e) \quad (j=1,2,3) \quad 5.21$$

Ο πίνακας $[S^e]$ ονομάζεται πίνακας ακαμψίας (stiffness matrix) του στοιχείου e και εξαρτάται μόνο από τις θέσεις 1,2,3 των κορυφών του τριγωνικού στοιχείου e .

5.4 Μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων και ακουστική (Επικρατούσες εξισώσεις)

Για την επίλυση των προβλημάτων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων ξεκινάμε από την τριών-διαστάσεων κυματική εξίσωση:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = 0 \text{ στον όγκο } V \quad 5.22$$

Στην παραπάνω εξίσωση c είναι η ταχύτητα του ήχου στο μέσο που δίνεται από τη σχέση:

$$c = \sqrt{\frac{P_0 \alpha}{\rho_0}} \quad 5.23$$

όπου το P_0 είναι στατική πίεση Pa. Το α είναι λόγος ειδικής θερμότητας υπό σταθερή πίεση προς ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο $\alpha = (c_p / c_v)$. Το ρ_0 μέση πυκνότητα του μέσου σε kg/m^3 . Το p είναι η ακουστική πίεση. Τέλος, το t είναι ο χρόνος. Για την οριακή επιφάνεια S η οριακή συνθήκη για την ακουστική πίεση είναι:

$$\frac{dp}{dn} = -\rho_0 \ddot{u} \text{ στην επιφάνεια } S \quad 5.24$$

όπου \ddot{u} είναι η κανονική επιτάχυνση στην οριακή επιφάνεια και ρ_0 είναι η μέση πυκνότητα του αέρα. Για πίεση που μεταβάλλεται αρμονικά με τον χρόνο έχουμε:

$$p = \bar{p} e^{j\omega t} \quad 5.25$$

όπου: \bar{p} είναι το πλάτος της πίεσης. Το j είναι $j = \sqrt{-1}$. Το ω είναι $\omega = 2\pi f$. Τέλος, f είναι συχνότητα ταλάντωσης της πίεσης. Με αντικατάσταση της (5.25) στην (5.22) έχουμε:

$$\frac{\omega^2}{c^2} \bar{p} + \nabla^2 \bar{p} = 0 \quad 5.26$$

5.5 Διακριτοποίηση της κυματικής εξίσωσης

Παρουσιάζονται οι τελεστές της κλίσης και της απόκλισης για τη χρήση τους στην εξίσωση (5.22):

$$\nabla \square () = \{L\}^T \left[\frac{\theta}{\theta_x} \frac{\theta}{\theta_y} \frac{\theta}{\theta_z} \right] \quad 5.27$$

$$\nabla () = \{L\} \quad 5.28$$

Η εξίσωση (5.22) μπορεί να γραφτεί με την εξής μορφή:

$$5.29$$



$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla \cdot \nabla P = 0$$

Η (5.29) λόγω των (5.27) και (5.28) γίνεται με μορφή πινάκων:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \{\mathbf{L}\}^T (\{\mathbf{L}\} P) = 0 \quad 5.30$$

Οι πίνακες αποκτούνται με διακριτοποίηση της κυματικής εξίσωσης, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Galerkin. Πολλαπλασιάζοντας την εξίσωση (5.30) με μια απειροστή μεταβολή της πίεσης δP και ολοκληρώνοντας σε ολόκληρο τον όγκο έχουμε:

$$\int_{vol} \frac{1}{c^2} \delta P \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} d(vol) + \int_{vol} (\{\mathbf{L}\}^T \delta P)(\{\mathbf{L}\} P) d(vol) = \int_s \{n\}^T \delta P (\{\mathbf{L}\} P) d(S) \quad 5.31$$

όπου: Το vol είναι ο όγκος της περιοχής. Το δP είναι η απειροστή μεταβολή της πίεσης ($=\delta P(x,y,z,t)$). Το S είναι η επιφάνεια όπου εφαρμόζεται κάθετα η παράγωγος της πίεσης. Τέλος $\{n\}$ είναι ο μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια S. Σε προβλήματα με αλληλεπίδραση μεταξύ ρευστού και στερεού η επιφάνεια S παίζει το ρόλο του συνόρου. Η σχέση μεταξύ του κάθετου διανύσματος της πίεσης στο ρευστό και της κάθετης επιτάχυνσης του στερεού στο σύνορο S είναι:

$$\{n\} (\nabla \cdot P) = - \rho_0 \{n\} \frac{\partial^2 \{u\}}{\partial t^2} \quad 5.32$$

όπου: $\{u\}$ είναι το διάνυσμα της μετατόπισης του στερεού στο σύνορο. Σε μορφή πινάκων η εξίσωση (5.32) γίνεται:

$$\{n\}^T (\{\mathbf{L}\} P) = - \rho_0 \{n\}^T \frac{\partial^2 \{u\}}{\partial t^2} \quad 5.33$$

Με αντικατάσταση της (5.33) στην (5.31) έχουμε:

$$\int_{vol} \frac{1}{c^2} \delta P \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} d(vol) + \int_{vol} (\{\mathbf{L}\}^T \delta P)(\{\mathbf{L}\} P) d(vol) = - \int_s \rho_0 \delta P \{n\}^T \left(\frac{\partial^2 \{u\}}{\partial t^2} \right) d(S) \quad 5.34$$

5.6 Ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων (Modal Analysis)

Με την ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων καθορίζονται τα χαρακτηριστικά δόνησης (ιδιοσυχνότητες και μορφή ρυθμών) μιας κατασκευής ή ενός στοιχείου μιας μηχανής ενώ σχεδιάζεται. Οι ιδιοσυχνότητες και η μορφή των ρυθμών είναι σημαντικές παράμετροι και πρέπει να είναι γνωστοί πριν από κάθε άλλου είδους ανάλυση. Στο Ansys η ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων είναι γραμμική ανάλυση. Οποιοσδήποτε μη γραμμικότητες αγνοούνται ακόμα και αν έχουν οριστεί. Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει την κατάλληλη μέθοδο για να εξάγει τα αποτελέσματα.

Οι διαθέσιμες μέθοδοι είναι: Block Lanczos (χρησιμοποιείται αυτόματα από το πρόβλημα εφόσον δεν έχει οριστεί κάποια άλλη μέθοδος), Subspace, PowerDynamics, μειωμένη (Reduced), μη-συμμετρική (Unsymmetric), με απόσβεση (Damped), και με απόσβεση QR (QR damped). Οι δύο τελευταίες μέθοδοι επιτρέπουν να εισαχθεί απόσβεση στην κατασκευή. Η μέθοδος QR damped επιτρέπει τη χρήση μη συμμετρικών πινάκων ακαμψίας και απόσβεσης. Τα βήματα που ακολουθούνται σε μια ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων είναι:

1. Κατασκευή του μοντέλου.
2. Εφαρμογή των φορτίων και επίλυση.
3. Εξαγωγή των ιδιοσυχνοτήτων.
4. Ανασκόπηση των αποτελεσμάτων.

5.7 Σύγκριση των μεθόδων εξαγωγής των ιδιοσυχνοτήτων

Η βασική εξίσωση που επιλύεται σε μια τυπική ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων χωρίς απόσβεση είναι:

$$[K] \{\varphi_i\} = \omega_i^2 [M] \{\varphi_i\} \quad 5.35$$

όπου: $[K]$ είναι ο πίνακας ακαμψίας. Το $[M]$ είναι ο πίνακας μάζας. Το $\{\varphi_i\}$ είναι ιδιοδιάνυσμα του i ρυθμού. Το Ω_i είναι η φυσική κυκλική συχνότητα του i ρυθμού (ω_i^2 είναι η ιδιοτιμή). Όπως προαναφέραμε οι μέθοδοι που διαθέτει το Ansys για την επίλυση της παραπάνω εξίσωσης είναι: Block Lanczos, Subspace, PowerDynamics, Reduced, Unsymmetric, Damped, and QR damped. Οι πρώτες τέσσερις είναι αυτές που χρησιμοποιούνται πιο συχνά. Το Inventor[®] χρησιμοποιεί (Block Lanczos). Το Ansys-WorkBench[®] (Block Lanczos).

Η μέθοδος Block Lanczos χρησιμοποιείται για να βρεθεί ένας μεγάλος αριθμός ιδιοσυχνοτήτων (>40) μεγάλων μοντέλων. Είναι μέθοδος που δουλεύει γρήγορα αλλά απαιτεί



περίπου 50% περισσότερη μνήμη απ' ό τι η μέθοδος Subspace. Παρ' όλα αυτά, παρέχει το ίδιο ακριβή αποτελέσματα. Χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο Lanczos. Είναι εξαιρετικά δυνατή μέθοδος στην αναζήτηση ιδιοσυχνοτήτων σε ένα συγκεκριμένο τμήμα φάσματος ιδιοτιμών ενός δοθέντος συστήματος. Η ταχύτητα σύγκλισης των ιδιοσυχνοτήτων θα είναι περίπου ίδια ανεξάρτητα από τη θέση τους (αρχή, μέση, τέλος) στο συχνοτικό φάσμα [22].

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

6. Ανάλυση μοντέλου Bendir με πεπερασμένα στοιχεία (Προσέγγιση επίλυσης στο πρόγραμμα Inventor®)

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μία εξέλιξη των μητρωϊκών μεθόδων αριθμητικής επίλυσης διαφορικών εξισώσεων, όπως λεπτομερώς περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο και αναπτύχθηκε από διάφορους σπουδαίους επιστήμονες όπως ο Ιωάννης Αργύρης, ο Clough, ο Ritz και άλλοι. Για να εφαρμοστεί η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων απαιτούνται συνοπτικά τα εξής τέσσερα στάδια [23]:

α) η δημιουργία της γεωμετρίας της κατασκευής (πεδίου λύσης)

β) η διακριτοποίηση του μοντέλου σε πεπερασμένα στοιχεία. Αφού ετοιμαστεί το πλέγμα επιλέγεται το είδος της επίλυσης και εισάγονται τα επιπλέον δεδομένα που απαιτούνται. Παραδείγματος χάριν, αν επιλεγεί να λυθεί το μοντέλο σε στατική καταπόνηση θα πρέπει να δοθούν τα δεδομένα για τις δυνάμεις και τις στηρίξεις (pre -processor),

γ) όταν ετοιμαστούν τα δεδομένα για επίλυση, υποβάλλονται σε υπό-πρόγραμμα το οποίο θα κάνει την επίλυση του προβλήματος και ονομάζονται επιλύτες (solvers ή proceccors)

δ) όταν τελειώσει η επίλυση χρησιμοποιείται υπό-πρόγραμμα, μετα-επεξεργασίας (post -processor), για την επισκόπηση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης από το μελετητή.

Η αυτοματοποίηση της διαδικασίας έχει οδηγήσει σε ανάπτυξη καθολικών λογισμικών με τη βοήθεια των οποίων ο χρήστης δύναται να υλοποιήσει σε ένα υπολογιστικό περιβάλλον όλα τα στάδια επεξεργασίας που αναφέρθηκαν και με τη βοήθεια τέτοιου λογισμικού θα ολοκληρωθεί και η μελέτη με FEM στην παρούσα εργασία.

6.1 Προσέγγιση ιδιοσυχνοτήτων και ιδιοτιμών στο Inventor®

Ακολουθώντας τα στάδια α) έως και δ) που περιγράφηκαν παραπάνω υλοποιείται η ανάλυση με FEM του μοντέλου Bendir μέσα στο πρόγραμμα Inventor®. Το Inventor® προσφέρει τη δυνατότητα ανάλυσης FEM σε απλά κατασκευαστικά προβλήματα, αλλά και εύρεσης ιδιοτιμών και ιδιοσυχνοτήτων. Η αξιοποίηση αυτής της εφαρμογής παρουσιάζεται στην παρούσα παράγραφο.



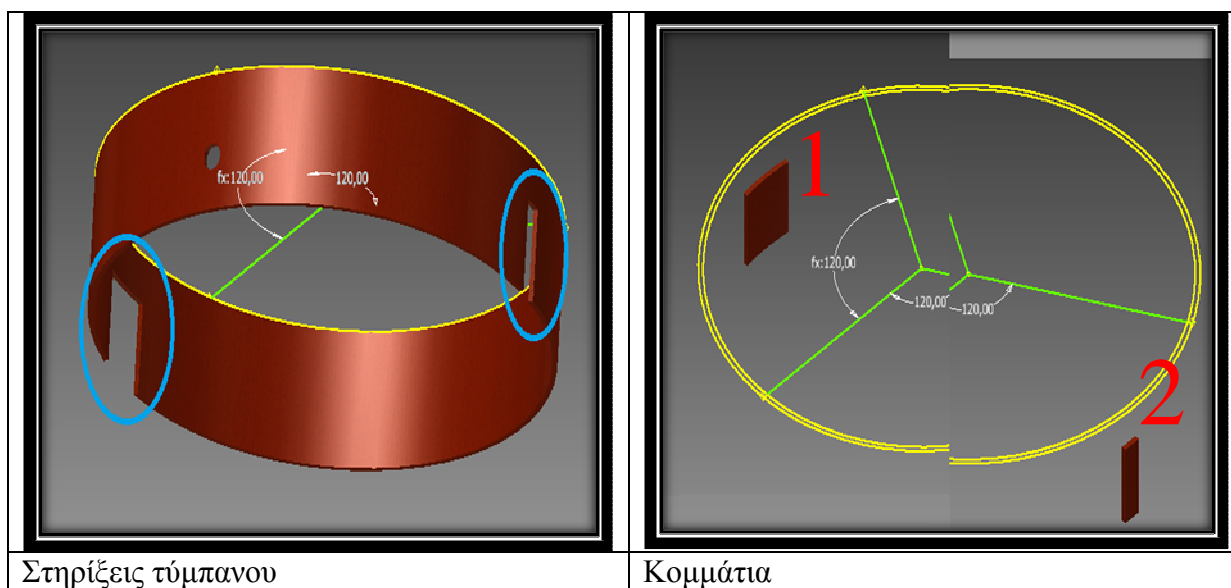
i. Οριακές συνθήκες

Για την στήριξη του τυμπάνου για την λήψη πειραματικών μετρήσεων, χρησιμοποιήθηκε βάση υποστήριξης με βραχίονα και δέστρες από ειδικό απορροφητικό υλικό, το λεγόμενο sorbothane. Στην εικόνα 6.1 απεικονίζεται μια στήριξη για τύμπανο Τομ, που χρησιμοποιήθηκε στην πτυχιακή του Γιάννη Σιδηρά. Για την πρώτη ανάλυση του Bendir με πεπερασμένα στοιχεία στο Inventor[®], δημιουργήθηκε στη στεφάνη αντίστοιχη γεωμετρία στήριξης με την εικόνα 6.1 του πειράματος.

Αρχικά, μεταβαίνουμε στο sketch για να δημιουργηθούν οι στηρίξεις στο τύμπανο. Με την εντολή visibility γίνεται ορατό μόνο το ξύλο. Για να δημιουργηθεί το πρώτο κομμάτι (part) της βάσης στήριξης σχεδιάζεται πάνω στο ξύλο η ζητούμενη γεωμετρία, η οποία στην συνέχεια αφαιρείται από το ξύλο (εικόνα 6.1). Με τον ίδιο τρόπο δημιουργείται και το δεύτερο κομμάτι (εικόνα 6.2). Στην συνέχεια επιλέγεται η εντολή assembly και εισάγεται πρώτα το ξύλο και ύστερα τα άλλα δυο κομμάτια. Ύστερα, ενώνεται το καθένα από τα δύο αυτά κομμάτια με το ξύλο, με τα τρία constrain που έχουν αναφερθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά για το πρώτο κομμάτι είναι: πλάτος 1.89 cm, μήκος 6.26 cm και πάχος 0.25 cm. Για το δεύτερο κομμάτι τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά είναι: πλάτος 6.019 cm, μήκος 6.19 cm και πάχος 0.25 cm.

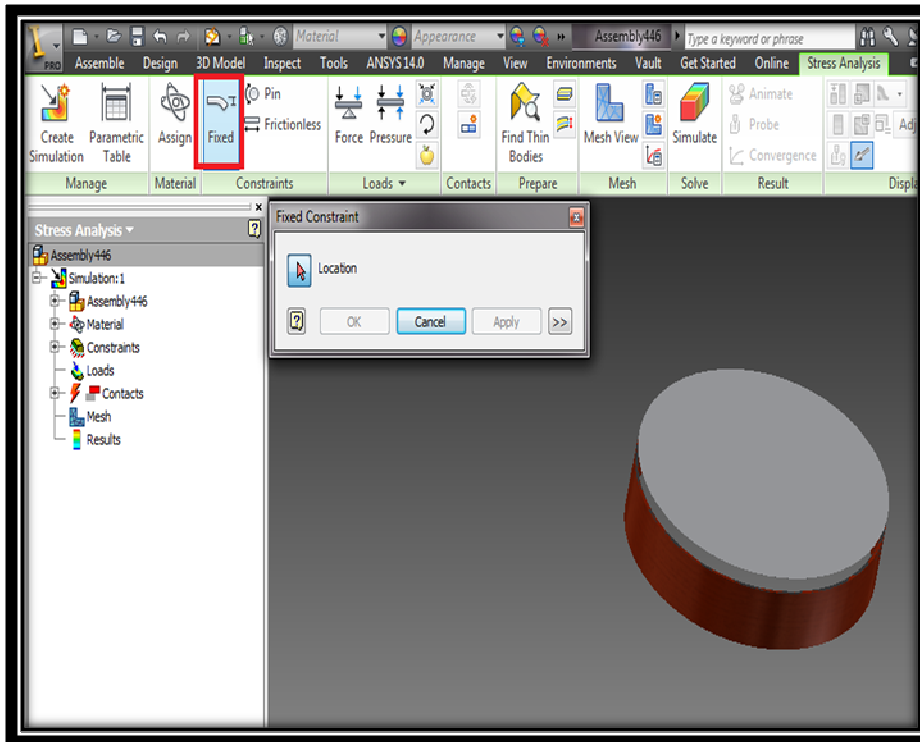


Εικόνα 6.1 Στήριξη τυμπάνου Τομ.



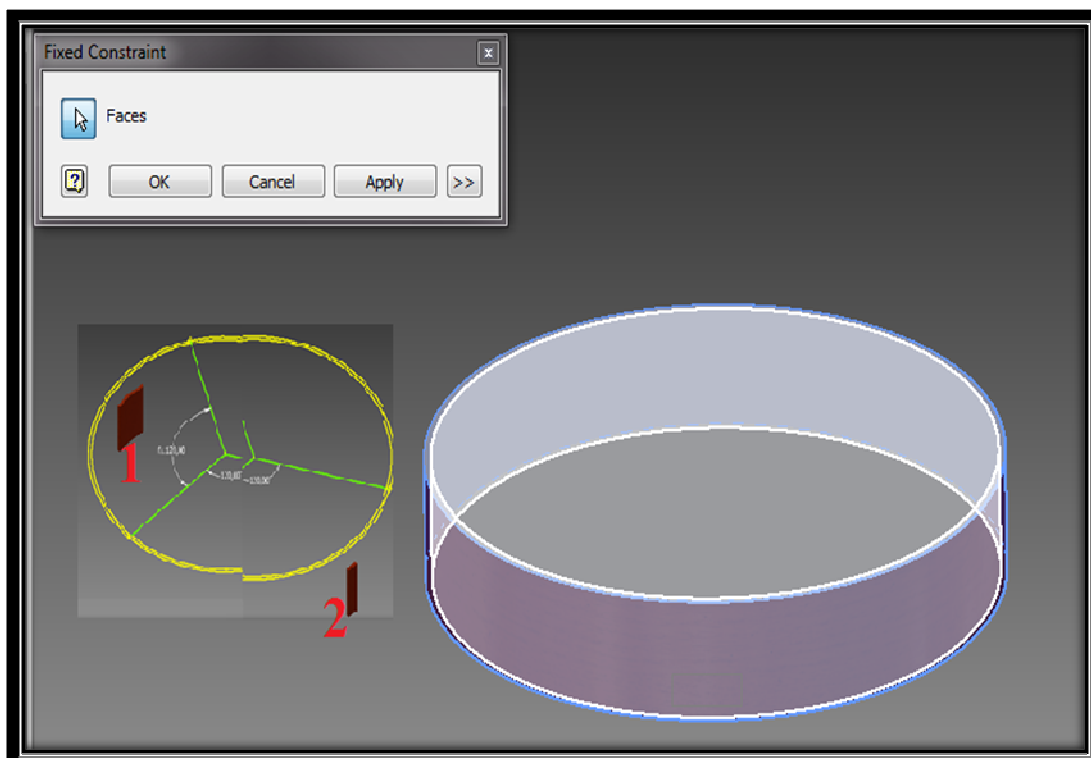
Εικόνα 6.2 Στηρίξεις & Κομμάτια.

Στην συνέχεια επιλέγονται τα σημεία για την στήριξη του ξύλου με την εντολή fixed.



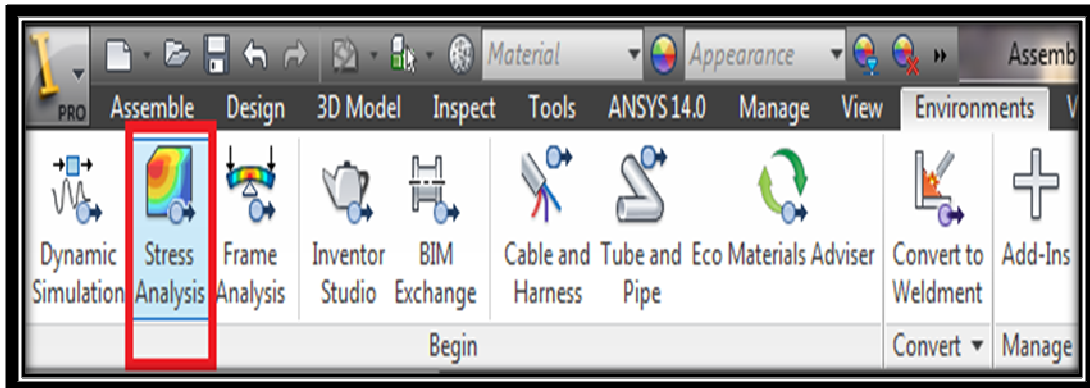
Εικόνα 6.3 Χρήση εντολής fixed.

Με την εντολή fixed επιλέγονται τα δύο κομμάτια και δημιουργούνται τα σημεία στήριξης όπως φαίνεται στην εικόνα 6.4. Η στήριξη προσομοιώνει τη στάση που έχει ο οργανοπαίχτης όταν κρατάει το μουσικό όργανο.



Εικόνα 6.4 Σημεία στήριξης.

Ακολούθως, θα υπολογιστούν οι ιδιοτιμές και οι ιδιοσυχνότητες του μουσικού οργάνου με τη χρήση της ανάλυση τάσεως.



Εικόνα 6.5 Επιλογή ανάλυσης με FEM στο Inventor®.

ii. Υλικά κατασκευής

Έπειτα, εισάγονται οι φυσικές ιδιότητες των υλικών στο (engineering data). Τα material που χρησιμοποιούνται για το ξύλο, σαμπρέλα, μεμβράνη είναι αντίστοιχα μαόνι, rubber και δέρμα (leather). Οι ιδιότητες των υλικών που εισάγονται είναι: πυκνότητα, μέτρο ελαστικότητας, λόγος Poisson (density, Young's modulus, Poisson's ratio).

Timp:1	Maoni	Yield Strength
Samp:1	Rubber, Silicone	Yield Strength
Mevra:1	leather	Yield Strength

Behavior	Isotropic
Young's Modulus	1,000E+08 Pa
Poisson's Ratio	0,46
Shear Modulus	5,000E+05 Pa
Density	9,300E+02 kg/m ³

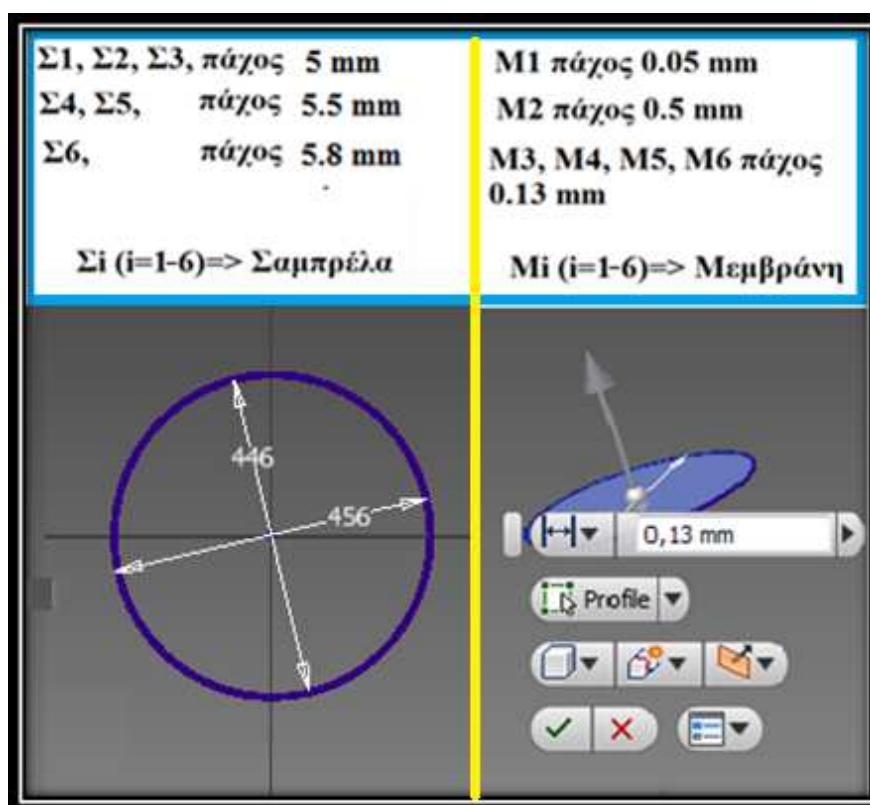
Εικόνα 6.6 Ιδιότητες των υλικών (density, Young's modulus, Poisson's ratio).

Στο παρακάτω πίνακα παρατίθενται τα μεγέθη του πάχους t (mm), της πυκνότητας ρ (kg/m³), του μέτρου ελαστικότητας E (Pa) και του λόγου Poisson (ν) για έξι διαφορετικά πάχη μεμβράνης και materials M_i ($i=1-6$) και σαμπρέλας Σ_i ($i=1-6$) που δοκιμάστηκαν.

	M ₁	Σ ₁	M ₂	Σ ₂	M ₃	Σ ₃	M ₄	Σ ₄	M ₅	Σ ₅	M ₆	Σ ₆
t (mm)	0.05	5	0.5	5	0.13	5	0.13	5.5	0.13	5.5	0.13	5.8
ρ (kg/m ³)	800	1250	800	1250	800	1250	800	1250	800	1250	800	1250
E (Pa)	5*10 ⁸	2*10 ⁷	5*10 ⁸	2*10 ⁷	5*10 ⁸	2*10 ⁷	5*10 ⁸	2*10 ⁷	5*10 ⁸	3*10 ⁷	5 * 10 ⁸	3*10 ⁷
ν	0.45	0.38	0.45	0.38	0.45	0.38	0.45	0.38	0.45	0.38	0.45	0.38
Density = ρ (kg/m ³), Young's Modulus = E (Pa), Poisson's Ratio = ν												

Πίνακας 6.1 Ιδιότητες των υλικών [25,26].

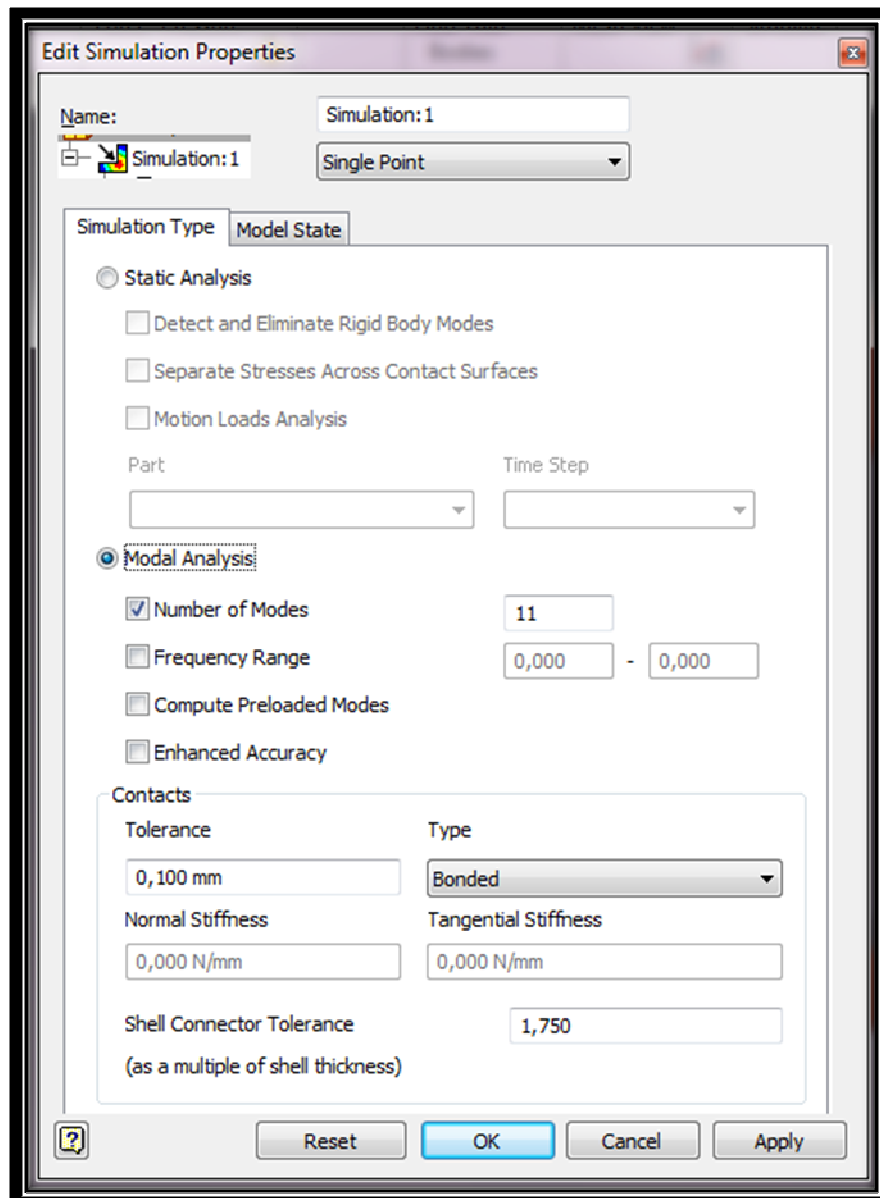
Στην εικόνα 6.7 απεικονίζεται η γεωμετρία της σαμπρέλας και της μεμβράνης για την πρώτη δοκιμή μελέτης και αναγράφονται τα διαφορετικά πάχη που δοκιμάστηκαν.



Εικόνα 6.7 Πάχος Σαμπρέλας & μεμβράνης.

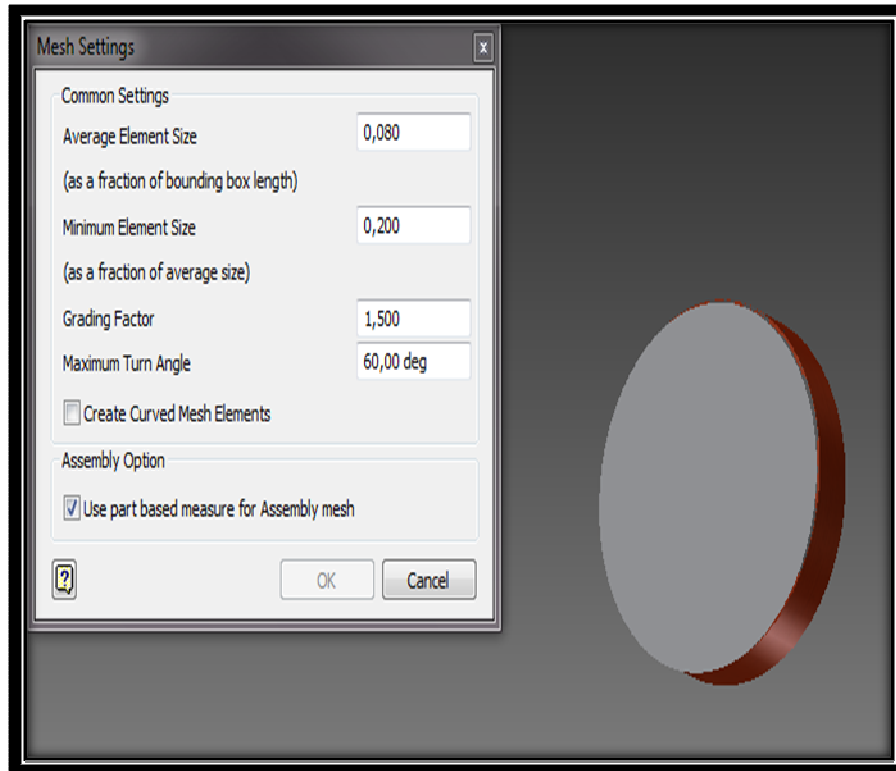
iii. Ανάλυση & Αποτελέσματα

Αναφορικά με την ανάλυση εκτελείται η εντολή simulate. Επιλέγεται η modal analysis και καθορίζεται ο αριθμός των modes που θα εξαχθούν.

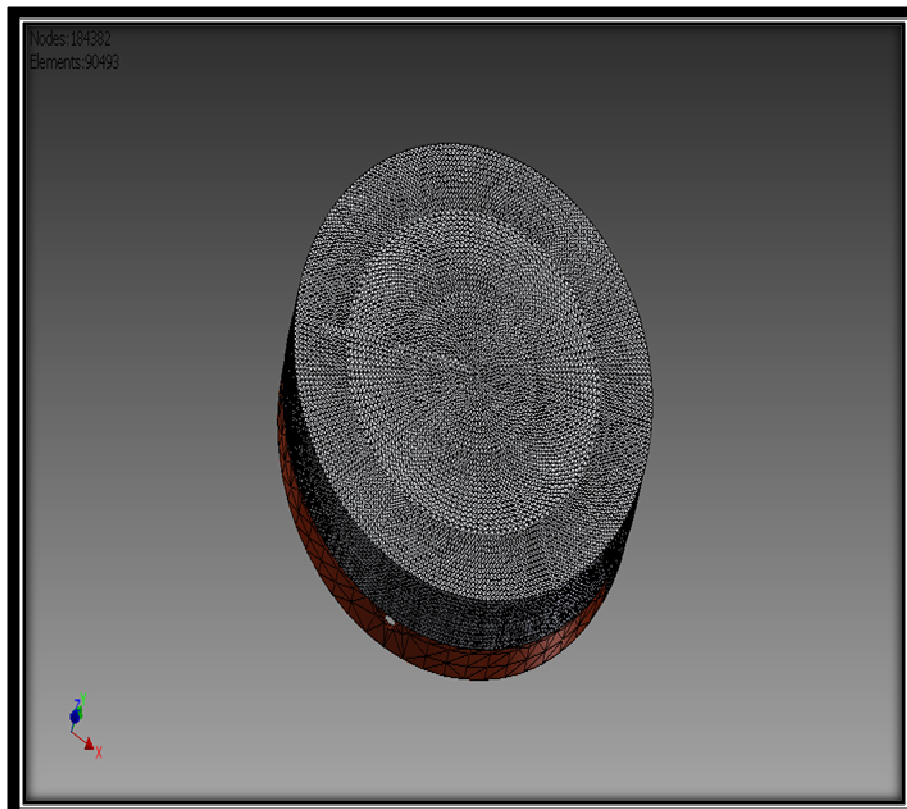


Εικόνα 6.8 Επιλογή modal ανάλυσης.

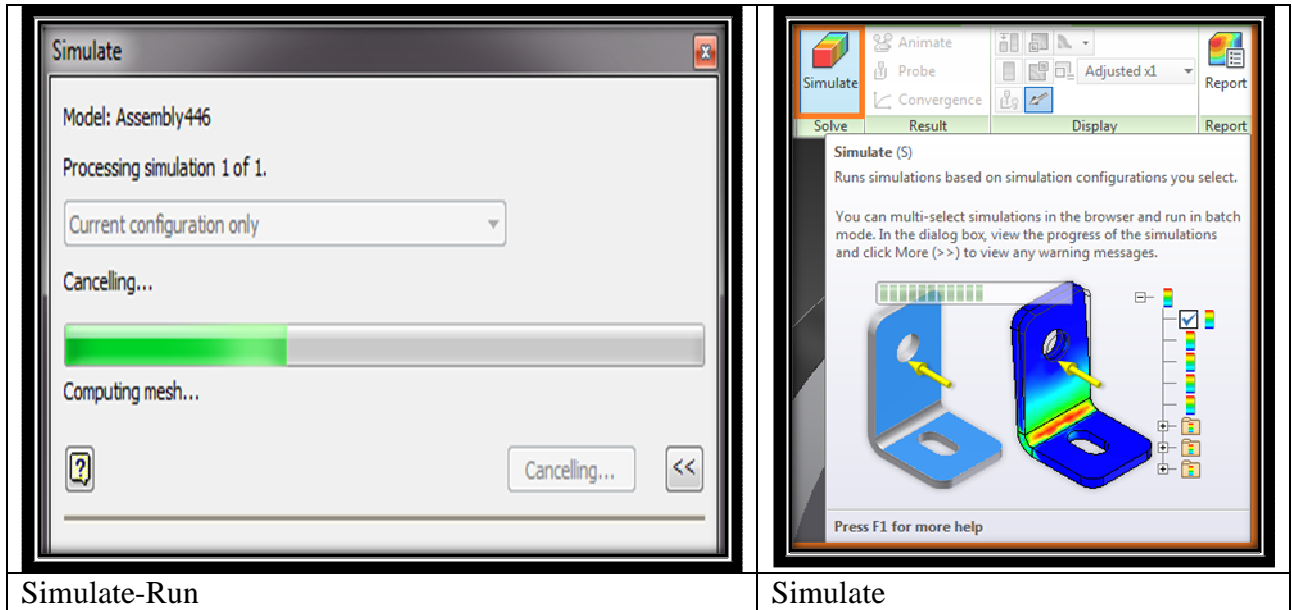
Επιπλέον, δημιουργείται το πλέγμα (mesh) με δυνατότητα ρύθμισης της πυκνότητας και του μεγέθους των στοιχείων όπως παρουσιάζεται στην εικόνα 6.9. Επιλέχθηκε αυτόματη δημιουργία πλέγματος εικόνα 6.10. Έπειτα ξεκινάει η ανάλυση (simulate) (εικόνες 6.9-6.11). Υπολογίζονται οι ιδιοτιμές και οι ιδιοσυχνότητες του μουσικού οργάνου. Η μελέτη με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων επικεντρώνεται στη δονούμενη μεμβράνη της κατασκευής και η σύγκριση που θα πραγματοποιηθεί με τα πειραματικά αποτελέσματα του κ. Γιάννη Σιδηρά θα περιοριστεί σε αυτή. Σε συνέχεια της παρούσας πτυχιακής το ίδιο μοντέλο που κατασκευάστηκε μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τη μελέτη της ξύλινης στεφάνης και της επιρροής της στη συμπεριφορά του οργάνου.



Εικόνα 6.9 Επιλογή παραμέτρων πλέγματος.

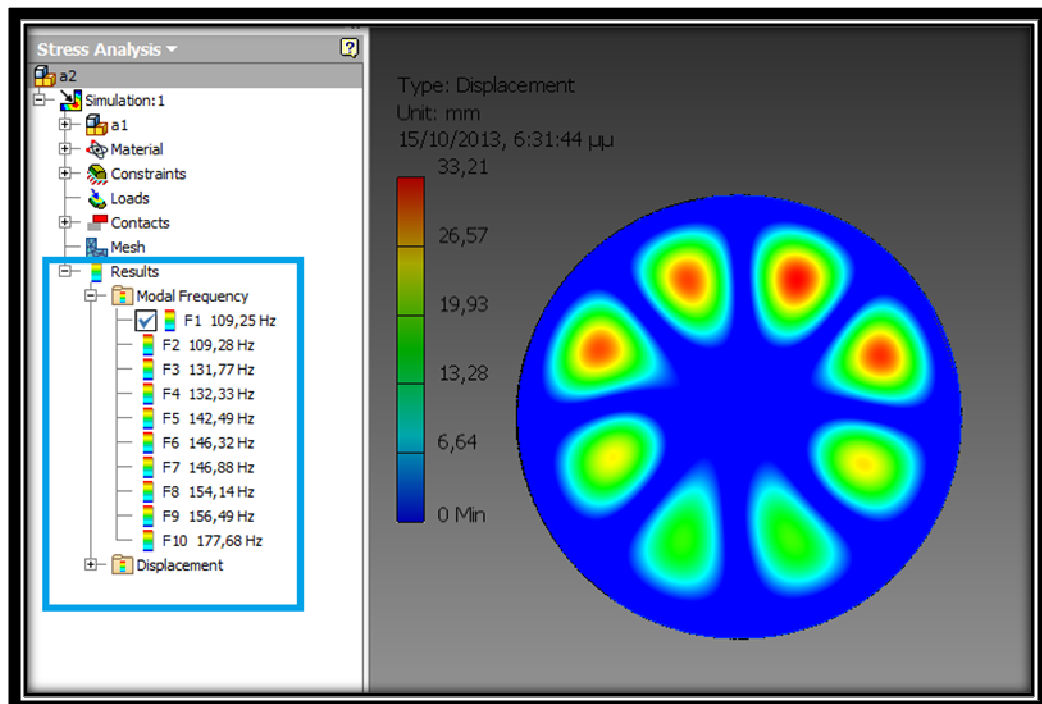


Εικόνα 6.10 Αυτόματη δημιουργία πλέγματος πεπεραμένων στοιχείων.



Εικόνα 6.11 Simulate-Run.

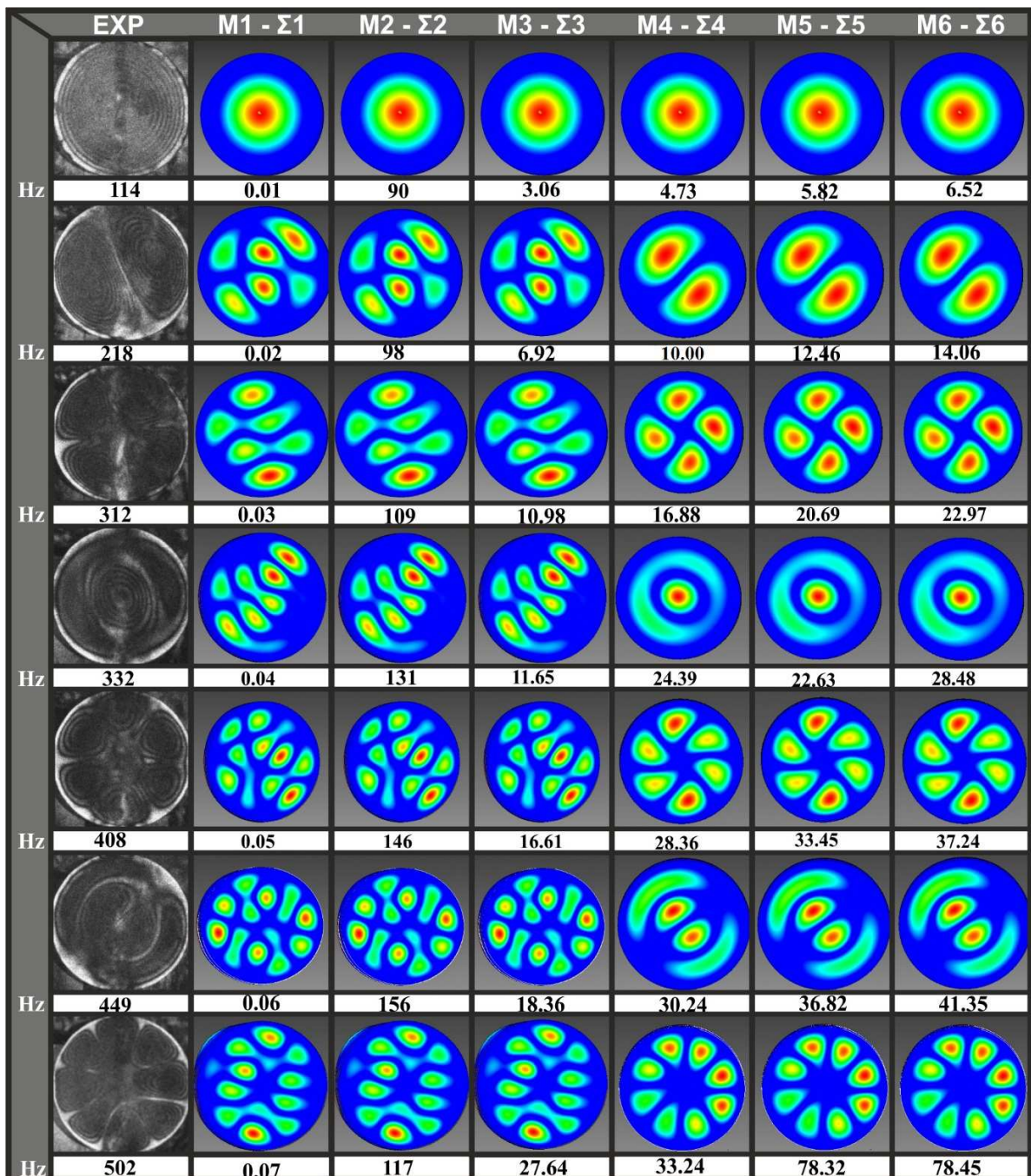
Αφού τελειώσει η ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, επιλέγεται κάθε φορά από το δέντρο (φαίνεται στο μπλέ πλαίσιο εικόνα 6.12) αποτελεσμάτων, διαφορετική συχνότητα για απεικόνιση των modes.



Εικόνα 6.12 Απεικόνιση modes για μία συγκεκριμένη συχνότητα.

Στα πρώτα αποτελέσματα (εικόνα 6.13) των ιδιοτιμών και των ιδιοσυχνοτήτων του μουσικού οργάνου, για σταθερό πάχος σαμπρέλας 5 mm, υπάρχει μεγάλη διαφορά στις υπολογιστικές τιμές συχνοτήτων από τις αντίστοιχες πειραματικές στην πτυχιακή του Ιωάννη Σιδηρά (περιπτώσεις S_i και M_i για $i=1-3$). Επίσης, μόνο η μορφή του πρώτου mode ήταν

παρόμοια. Για μεταβλητά πάχη σαμπρέλας και σταθερή γεωμετρία μεμβράνης, πάχους 0.13 mm (περιπτώσεις Σ_i και Μ_i για i=4-6) επιτεύχθηκε σύγκλιση στα θεωρητικά και πειραματικά αποτελέσματα, αναφορικά με τη μορφή των modes. Υπάρχει όμως πολύ μεγάλη διαφορά στις υπολογιστικές τιμές συχνοτήτων από τις αντίστοιχες πειραματικές. Για το λόγο αυτό στο επόμενο κεφάλαιο, η ίδια ανάλυση πραγματοποιείται με το πρόγραμμα Ansys Workbench όπου είναι δυνατή η προσομοίωση συνθετων προβλημάτων φυσικής (multiphysics) καθώς τα αποτελέσματα αυτά δείχνουν την ανάγκη επιβολής προέντασης, άρα και επίλυσης structural προβλήματος και ακολούθως επίλυσης ιδιοτιμών.



Εικόνα 6.13 Σύγκριση θεωρητικών αποτελεσμάτων από Inventor[®] με πειραματικά.

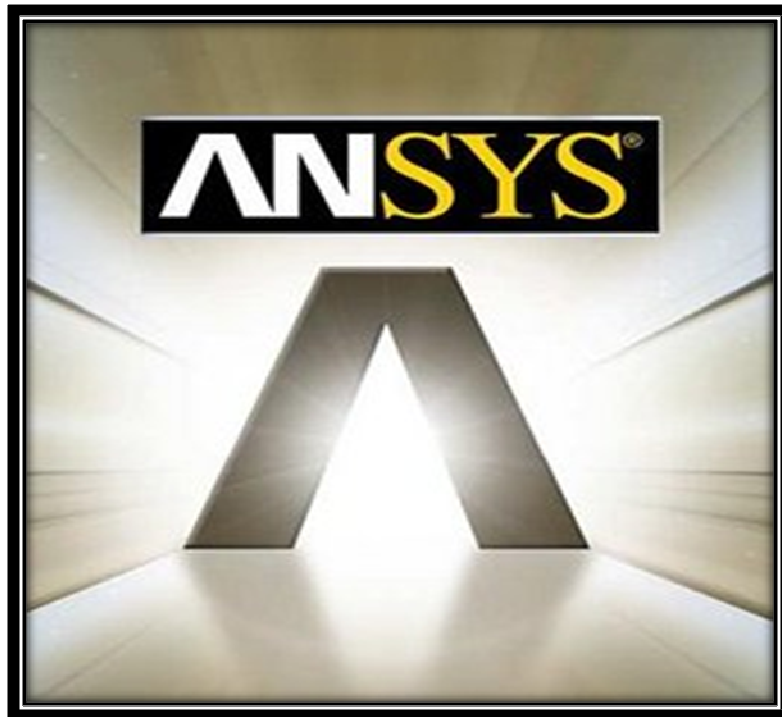
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

7. Προσομοίωση μοντέλου CAD με πεπερασμένα στοιχεία με το πρόγραμμα Ansys-WorkBench® - Επιβολή προέντασης (κούρδισμα οργάνου)

Το πρόγραμμα Ansys-WorkBench® της εταιρίας Ansys Inc. με έδρα τις Η.Π.Α είναι ένας κώδικας που επιτρέπει την επίλυση μοντέλων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Χρησιμοποιείται στα περισσότερα πανεπιστημιακά ιδρύματα της Ευρώπης και περισσότερο της Αμερικής, καθώς και σε βιομηχανίες που επιλύουν αντίστοιχα προβλήματα.

Τα προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων, ένα από τα οποία είναι και το Ansys-WorkBench®, στην αρχική τους μορφή είχαν μόνο γραμμή εντολών όπου γίνονταν όλες οι ενέργειες που ήθελε ο χρήστης. Στη συνέχεια δημιουργήθηκαν τα παραθυρικά περιβάλλοντα και έτσι δόθηκε η δυνατότητα να κατασκευάζονται μοντέλα με τη χρήση αυτών πολύ πιο απλά και εύκολα. Για την παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιείται η έκδοση Ansys-WorkBench® 14.0.

Το Ansys-WorkBench®, Inc είναι ένα λογισμικό προσομοίωσης προβλημάτων για μηχανικούς (CAE, Computed Aided Engineering). Το λογισμικό Ansys-WorkBench® είναι δυνατό να μοντελοποιήσει προβλήματα: για ροή, για στροβιλώδης ροή, για μεταφορά θερμότητας, ηλεκτρομαγνητισμού, συζευγμένων πεδίων και χρησιμοποιείται σε ένα ευρύ φάσμα βιομηχανικών εταιρειών για παράδειγμα σε εταιρείες αυτοκινητοβιομηχανίας και αεροναυπηγικής [24].



Εικόνα 7.1 Πρόγραμμα Ansys-WorkBench.

7.1 Στάδια υλοποίησης Structural – Modal ανάλυσης στο Ansys-WorkBench®

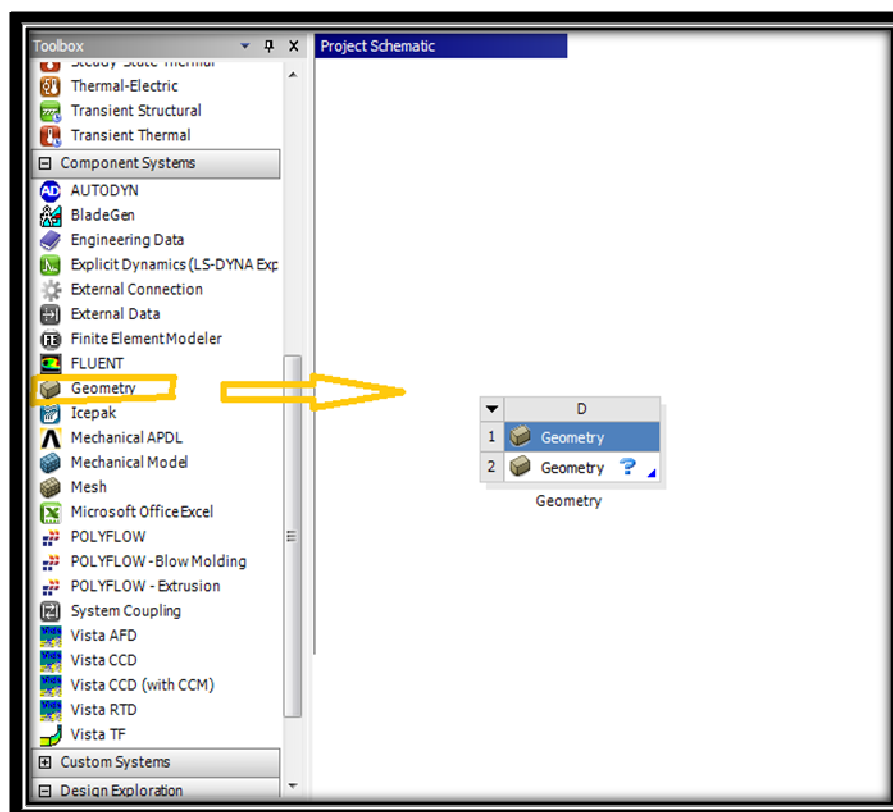
Με τη βοήθεια του προγράμματος Ansys-WorkBench® μοντελοποιείται οποιαδήποτε κατασκευή με πεπερασμένα στοιχεία. Οι εργασίες που θα εκτελεστούν στο Ansys-WorkBench® στα πλαίσια της επίλυσης του προβλήματος, διαχωρίζονται στα εξής διακριτά στάδια:

1. Ορισμός των μηχανικών και φυσικών ιδιοτήτων των υλικών.
2. Επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων.
3. Κατασκευή της γεωμετρίας του εξεταζόμενου δοκιμίου.
4. Διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε πεπερασμένα στοιχεία.
5. Επιβολή των οριακών συνθηκών και φορτίων.
6. Επιλογή του τρόπου επίλυσης του προβλήματος (γραμμικό, μη γραμμικό, μεταβατικό, υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων) και επίλυση.
7. Ανάγνωση και γραφική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων.
8. Προαιρετική περαιτέρω ανάλυση των αποτελεσμάτων και παραμετρική μελέτη για διάφορες παραμέτρους (parameters for optimization) που έχουν ορισθεί, όπως μπορεί

να'ναι οι διάφορες διαστάσεις του μοντέλου ή ο λόγος Poisson ενός υλικού ή ακόμα και περιπτώσεις διαφορετικών υλικών.

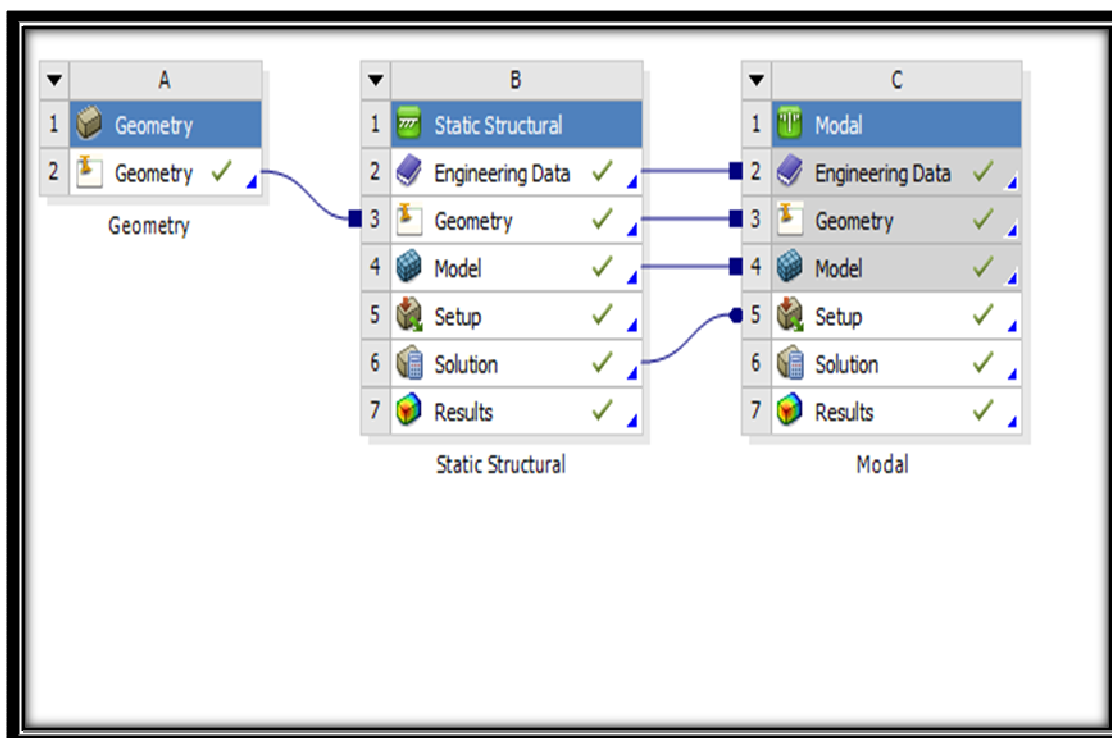
7.2 Καθορισμός περιβάλλοντος επιλύσεως Structural – Modal ανάλυσης στο Ansys-WorkBench®

Δημιουργείται νέο project, με τις επιλογές αριστερά στην μπάρα toolbox (εικόνα 7.2). Επιλέγεται από το toolbox το geometry και μεταφέρεται στο διπλανό παράθυρο. Με τη βοήθεια αυτού του εργαλείου εισάγεται η γεωμετρία, η οποία έχει ήδη σχεδιαστεί (κεφάλαιο 4) στο Inventor®.

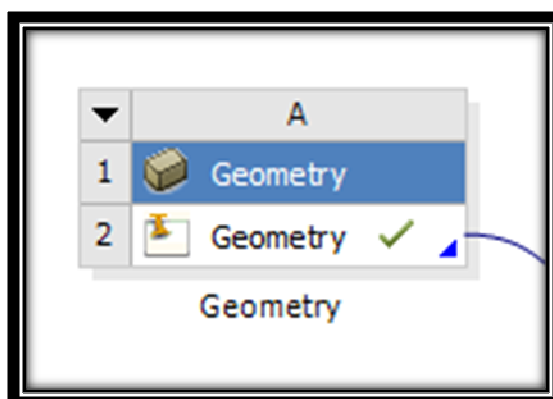


Εικόνα 7.2 Κεντρικό μενού.

Στην εικόνα 7.4 παρουσιάζεται η σύζευξη στατικής ανάλυσης και modal ανάλυσης στο περιβάλλον Workbench με τον τρόπο που περιγράφηκε και πριν, για την προμείωση του προβλήματος. Αφού τοποθετηθούν και τα εργαλεία static structural και modal στο παράθυρο εργασίας (workspace) ακολουθεί η σύνδεσή τους για την διασύνδεση και κοινή χρήση της γεωμετρίας (geometry), των ιδιοτήτων υλικών (engineering data), του model, του setup. Έτσι επιτυγχάνεται η διασύνδεση και διαμοίραση των απαραίτητων πληροφοριών μεταξύ των δύο ειδών αναλύσεων που θα πραγματοποιηθούν, structural και modal.



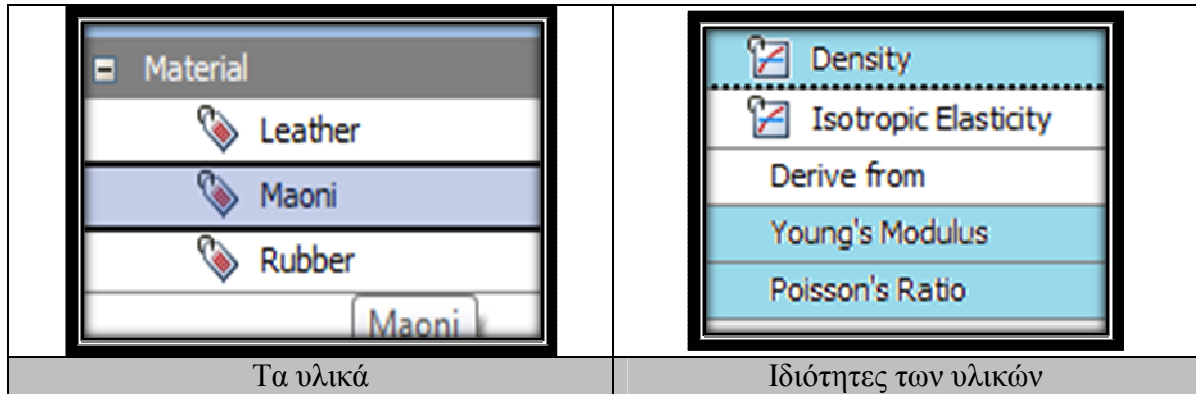
Εικόνα 7.3 Σύζευξη στατικής και modal ανάλυσης.



Εικόνα 7.4 Εισαγωγή γεωμετρίας.

α) **Geometry:** Κατασκευή ή εισαγωγή γεωμετρίας. Στην περίπτωση της παρούσας εργασίας έγινε εισαγωγή της γεωμετρίας από το πρόγραμμα Inventor[®]. Στην επιλογή geometry δίδεται η διαδρομή (path) που το μοντέλο έχει αποθηκευτεί από το Inventor[®].

β) **Static Structural** ανάλυση. Στην επιλογή engineering data εισάγονται οι τιμές των ιδιοτήτων κάθε υλικού όπως παρουσιάζεται στην εικόνα 7.5. Οι μηχανικές και φυσικές ιδιότητες των υλικών είναι μονοσήμαντα ορισμένες και πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή σε αυτές. Όλες οι μονάδες είναι στο SI εκτός και αν ο χρήστης τις ορίσει διαφορετικά. Οι ιδιότητες που πρέπει να οριστούν εξαρτώνται από την ιδιαιτερότητα των υλικών αλλά και από το είδος της επίλυσης που λέγεται [22,24].

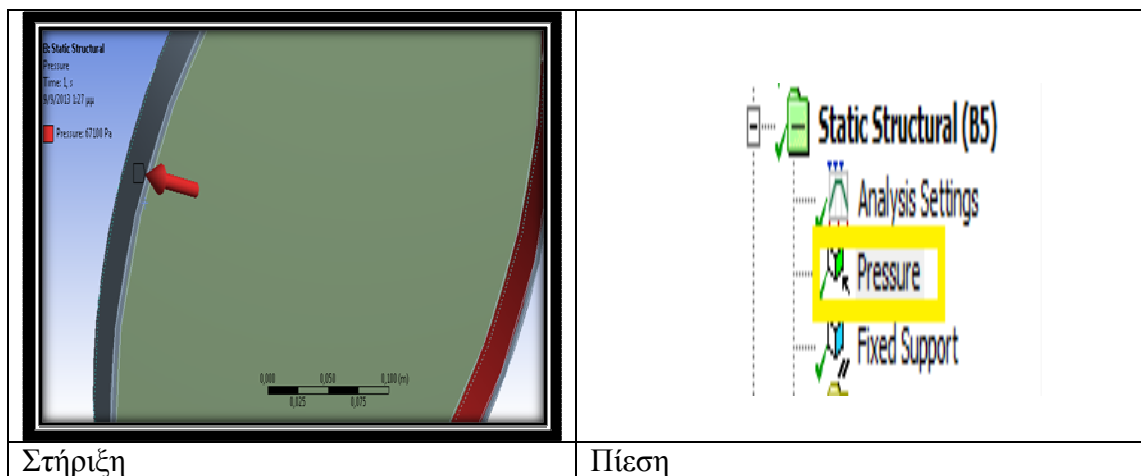


Τα υλικά

Ιδιότητες των υλικών

Εικόνα 7.5 Επιλογή υλικών & Ιδιότητες των υλικών.

Στη συνέχεια με τη χρήση του εργαλείου model επεξεργαζόμαστε το μοντέλο. Σε αυτό εισάγεται πίεση (pressure) στην εσωτερική επιφάνεια της σαμπρέλας για την προσομοίωση του πραγματικού κουρδίσματος. Με τη βοήθεια της φόρτισης αυτής και ανάλογα με το κούρδισμα (υψηλό, μεσαίο, χαμηλό) που επιθυμούμε να μελετήσουμε, θα καθοριστούν οι τιμές αυτής. Για να ξεκινήσει η ανάλυση πακτώνεται η κάτω επιφάνεια του ξύλου (εικόνα 7.6 με κοκκινό βέλος) χρησιμοποιώντας την εντολή Fixed Support (εικόνα 7.6).

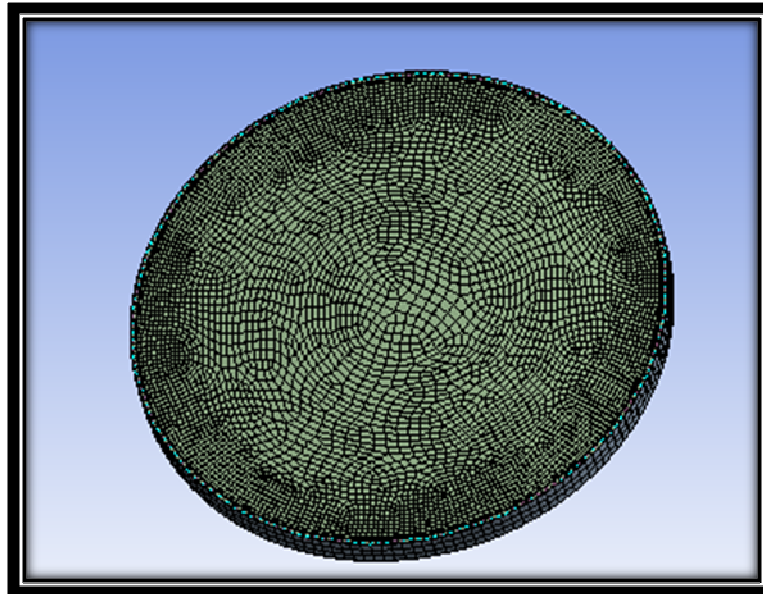


Στήριξη

Πίεση

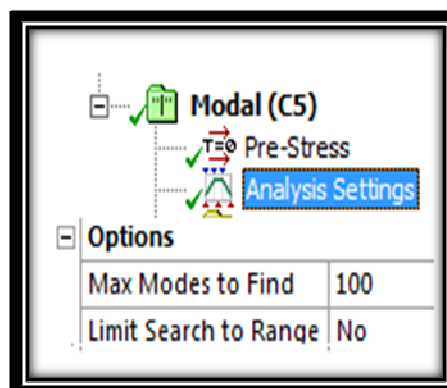
Εικόνα 7.6 Στήριξεις & Πίεση.

γ) **Διακριτοποίηση (Meshing):** Πατήθηκε το mesh preview και δημιουργήθηκε το πλέγμα.



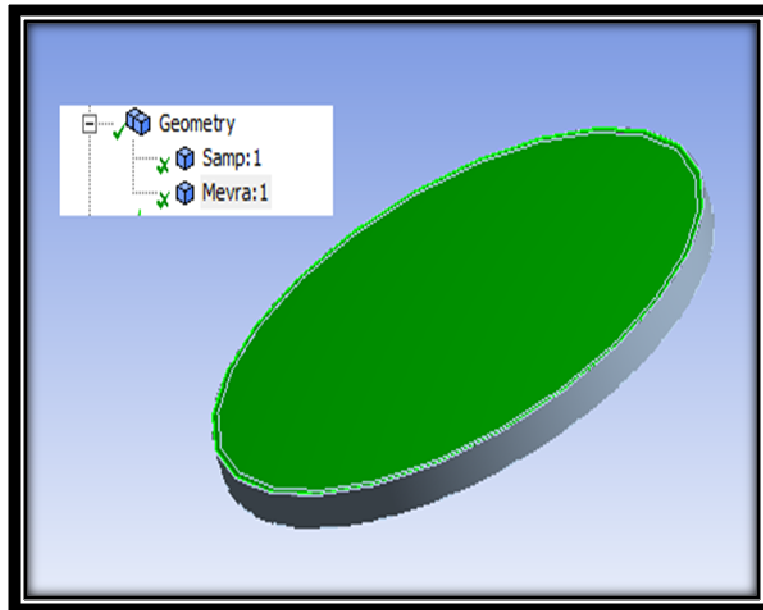
Εικόνα 7.7 Δημιουργία πλέγματος.

δ) **Modal analysis:** Έπειτα, επιλέγεται η modal analysis και γίνεται επιλογή πλήθους (modal max) που θα χρησιμοποιηθούν (100) όπως φαίνεται στην εικόνα 7.8 αριστερά, ξεκινάει η επίλυση του μοντέλου με την εντολή solve.



Εικόνα 7.8 Παράμετροι modal ανάλυσης.

Μιας και η μελέτη των modes θα περιοριστεί στη συμπεριφορά της μεμβράνης, γίνεται εισαγωγή της γεωμετρίας της σαμπρέλας και της μεμβράνης από το πρόγραμμα Inventor®, όπως παρουσιάζεται στην εικόνα 7.9.

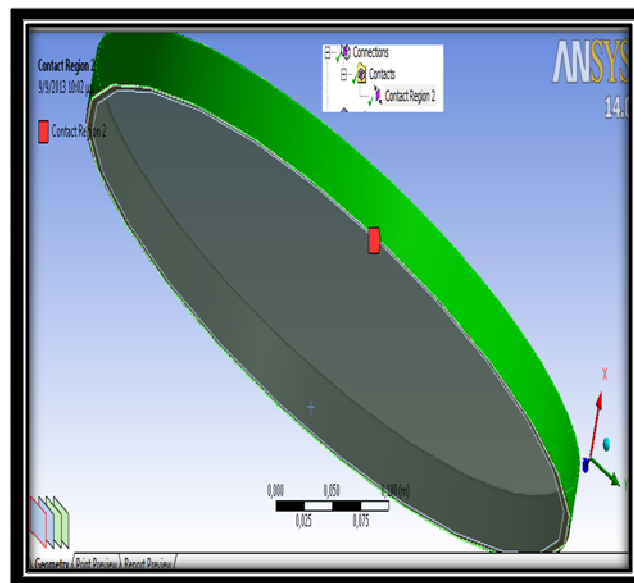


Εικόνα 7.9 Εισαγωγή Σαμπρέλας και μεμβράνης στο Ansys-WorkBench®.

Στο δεύτερο βήμα έγινε ορισμός των φυσικών ιδιοτήτων των υλικών στο engineering data. Οι βασικές ιδιότητες των υλικών που χρησιμοποιήσαμε είναι: πυκνότητα, μέτρο ελαστικότητας, λόγος Poisson (density, Young's modulus, Poisson's ratio). Για τη σαμπρέλα επιλεχθηκε το υλικό rubber και για τη μεμβράνη το υλικό leather (Πίνακας 7.1). Στο τρίτο βήμα πακτώθηκε η κάτω επιφάνεια της σαμπρέλας η οποία είναι και στην πραγματικότητα πακτωμένη πάνω στη ξύλινη στεφάνη. (Εικόνα 7.10).

	Μεμβράνη	Σαμπρέλα
t (mm)	0.13	5
ρ (kg/m ³)	800	1250
E (Pa)	$5 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$
ν	0.45	0.38
Pres. (Pa)	-	105

Πίνακας 7.1 Ιδιότητες υλικού σαμπρέλας και μεμβράνης.



Εικόνα 7.10 Στήριξη στη βάση της σαμπρέλας.

Στο τέταρτο βήμα γίνεται επιβολή της πίεσης (το κούρδισμα του οργάνου). Τέλος, επιλέγεται το μέγιστο πλήθος των ιδιομορφών που θα αναζητηθούν από το πρόγραμμα (modal max) και ξεκινά η επίλυση. Στον πίνακα 7.2 παρουσιάζονται οι μηχανικές ιδιότητες των υλικών (material properties) που χρησιμοποιήθηκαν για το τύμπανο Bendir.

Materials	Σαμπρέλα (rubber)	Μεμβράνη (leather)
Density (kg/m ³)	1000-1500	0.81 – 1.05
Young's Modulus E (GPa)	3 - 8	0.1 – 0.5
Poisson's Ratio (ν)	0.38	0.46

Πίνακας 7.2 Ιδιότητες υλικών σαμπρέλας και μεμβράνης [25,26].

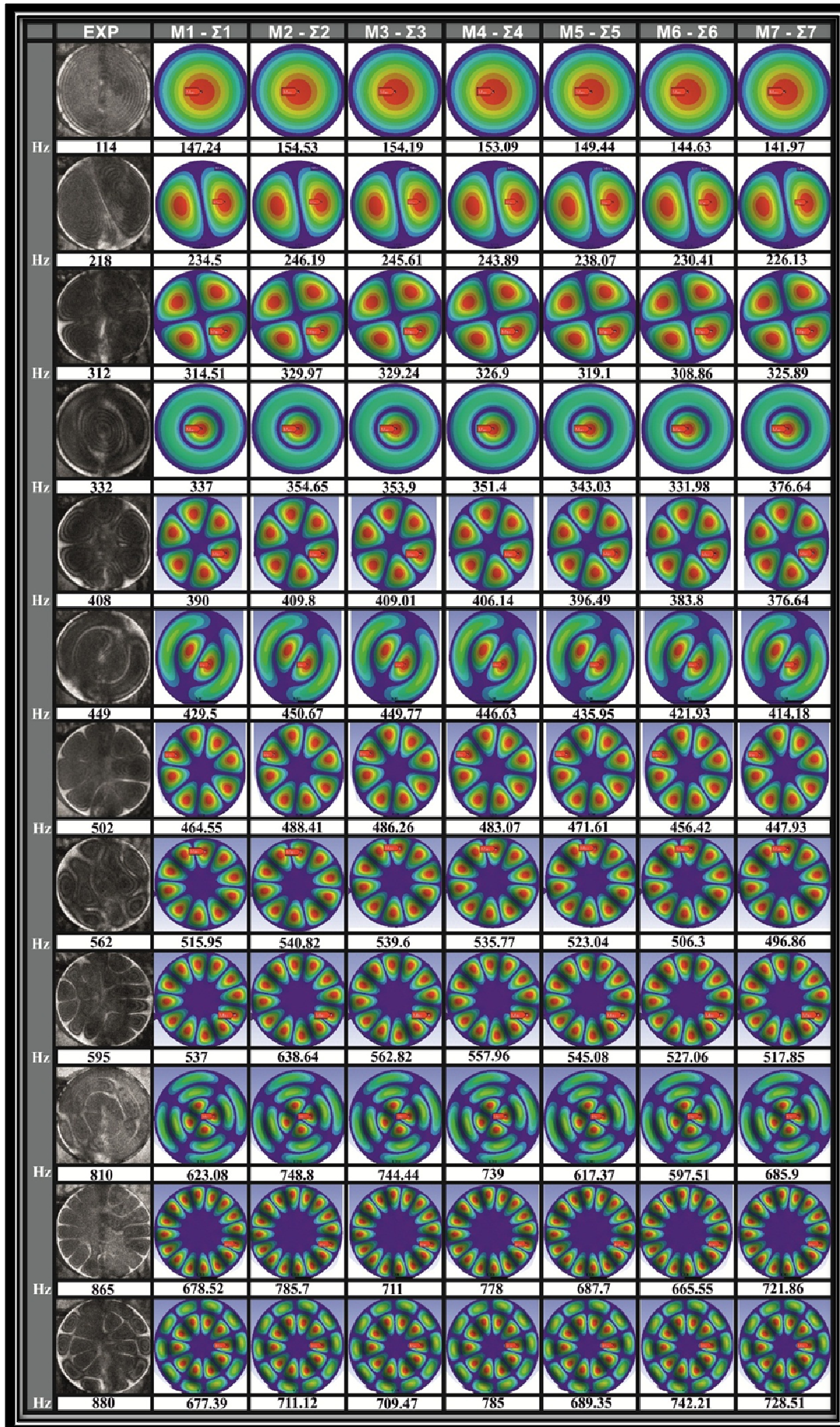
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

8. Ανάλυση ιδιοτιμών και ιδιοσυχνοτήτων με τη χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων στο Ansys-Workbench® & Αποτελέσματα

Για σταθερό πάχος μεμβράνης 0.13 mm έγινε η μελέτη του μοντέλου για μεταβαλλόμενο πάχος σαμπρέλας και συγκεκριμένα εξετάστηκαν 7 διαφορετικές περιπτώσεις (με διαφορετικό πάχος σαμπρέλας). Στον πίνακα 8.1 παρουσιάζονται τα μεγέθη του πάχους t (mm), της πυκνότητας ρ (kg/m^3), του μέτρου ελαστικότητας E (Pa), του λόγου Poisson (ν), της πίεσης στο τύμπανο (Pa) και της ολικής παραμόρφωσης που υπολογίζεται στην επίλυση, για επτά διαφορετικά πάχη σαμπρέλας Σ_i ($i=1-7$) και σταθερό πάχος μεμβράνης (M_i $i=1-7$) 0.13 mm.

	M1	Σ1	M2	Σ2	M3	Σ3	M4	Σ4	M5	Σ5	M6	Σ6	M7	Σ7
t (mm)	0.13	5	0.13	2.5	0.13	3	0.13	3.5	0.13	4.5	0.13	5.5	0.13	5.8
ρ (kg/m^3)	800	1250	800	1250	800	1250	800	1250	800	1250	800	1250	800	1250
E (Pa)	$5 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$
ν	0.45	0.38	0.45	0.38	0.45	0.38	0.45	0.38	0.45	0.38	0.45	0.38	0.45	0.38
Pres. (Pa)	-	10^5	-	10^5	-	10^5	-	10^5	-	10^5	-	10^5	-	10^5

Πίνακας 8.1 Τιμές πάχους, μηχανικές ιδιότητες υλικών και φόρτιση.



Εικόνα 8.1 Σύγκριση θεωρητικών αποτελεσμάτων από Ansys-WorkBench[®] με πειραματικά.

Από την ανάλυση βρέθηκε ότι τα modes και για τα θεωρητικά και για τα πειραματικά αποτελέσματα ήταν ίδια. Οι τιμές των συχνοτήτων που υπολογίσθηκαν από το μοντέλο είναι πιο κοντά στις πειραματικές τιμές για πάχος σαμπρέλας 5.8 mm. Το πάχος αυτό των 5.8 mm, κρατήθηκε στη συνέχεια σταθερό για τη μελέτη υψηλού, μεσαίου και χαμηλού κούρδισματος που ακολουθεί, μιας και αποτελεί την καλύτερη προσέγγιση στο απλοποιημένο μοντέλο που κατασκευάστηκε.

8.1 Υψηλό κούρδισμα (ιδιοτιμές & ιδιοσυχνότητες)

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα μεγέθη του πάχους t (mm), της πυκνότητας ρ (kg/m^3), του μέτρου ελαστικότητας E (Pa), του λόγου Poisson, της πίεσης στο τύμπανο για υψηλό κούρδισμα και της ολικής παραμόρφωσης που υπολογίζεται στην επίλυση, για σταθερά πάχη μεμβράνης (0.13 mm) και σαμπρέλας (5.8 mm). Το μεταβαλλόμενο μέγεθος στην ανάλυση αυτή ήταν το μέτρο ελαστικότητας της μεμβράνης.

	M1	Σ1	M2	Σ2	M3	Σ3	M4	Σ4
t (mm)	0.13	5.8	0,13	5.8	0.13	5.8	0.13	5.8
ρ (kg/m ³)	800	1250	800	1250	800	1250	800	1250
E (Pa)	$3 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$	$7 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$	$9 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$
ν	0.45	0.38	0.45	0.38	0.45	0.38	0.45	0.38
Pres. (Pa)	0.01	10^5	0.01	10^5	0.01	10^5	0.01	10^5

Πίνακας 8.2 Τιμές πάχους, μηχανικές ιδιότητες υλικών και φόρτιση.

Για πειραματικές τιμές συχνοτήτων 114 και 218 Hz (εικόνα 8.2) τα modes που παρατηρούνται στα θεωρητικά αποτελέσματα είναι ίδια και για μέτρο ελαστικότητας της μεμβράνης ίσο με $3 \cdot 10^8$ Pa οι τιμές συχνοτήτων που υπολογίσθηκαν προσεγγίζουν περισσότερο τις πειραματικές. Για πειραματικές τιμές συχνοτήτων 312 και 332 Hz τα modes που παρατηρούνται στα θεωρητικά αποτελέσματα είναι ίδια, ενώ για μέτρο ελαστικότητας της μεμβράνης ίσο με $7 \cdot 10^8$ Pa οι τιμές συχνοτήτων που υπολογίσθηκαν προσεγγίζουν περισσότερο τις πειραματικές. Για πειραματικές τιμές συχνοτήτων 408, 449, 502, 562, 810, 865, 880, 928 Hz τα modes που παρατηρούνται στα αποτελέσματα της προσομοίωσης είναι ίδια, καθώς και για



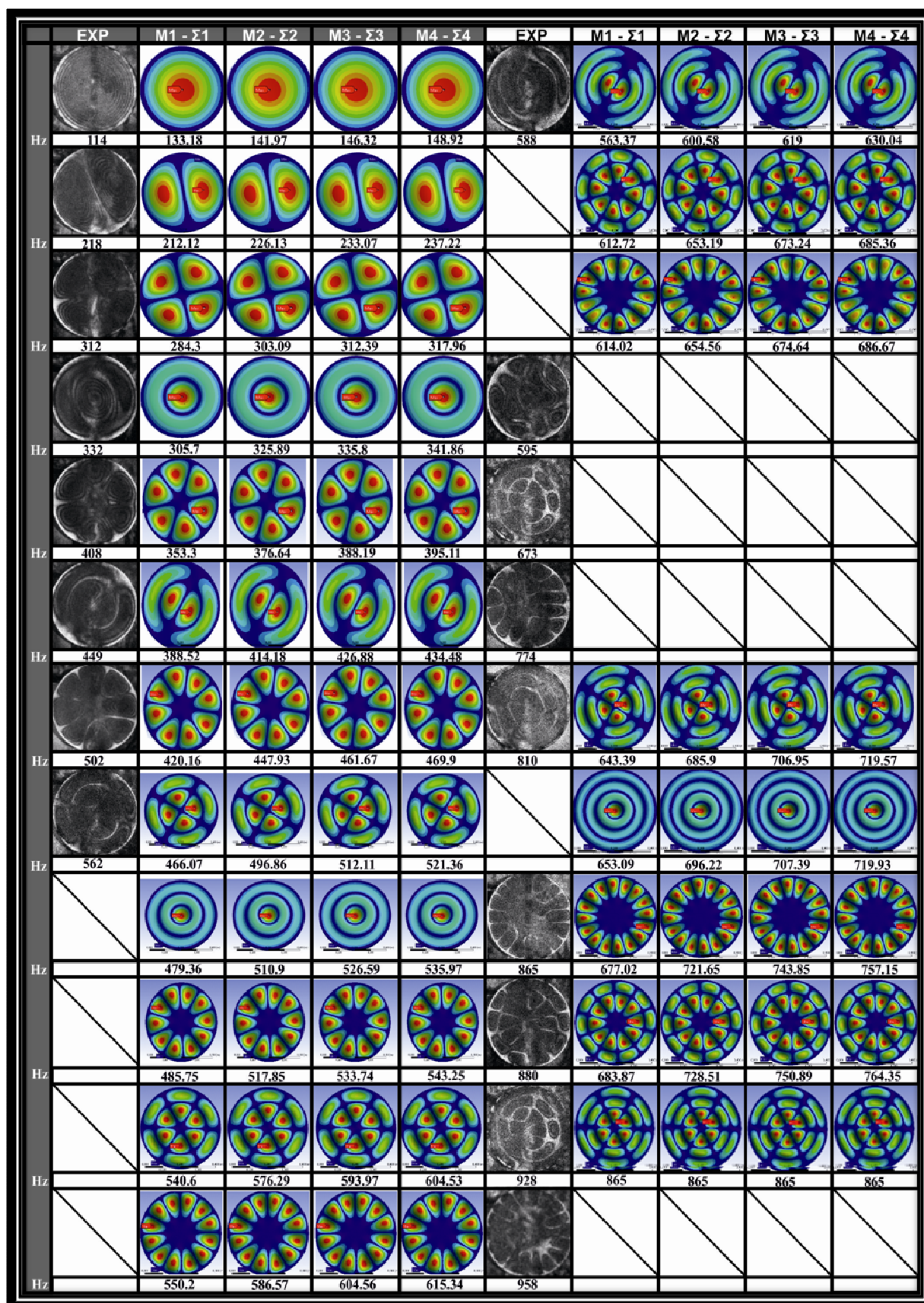
μέτρο ελαστικότητας της μεμβράνης ίσο με $9 \cdot 10^8$ Pa οι υπολογιστικές τιμές συχνοτήτων προσεγγίζουν περισσότερο τις πειραματικές. Βρέθηκαν modes (ρυθμοί δόνησης) συζυγή για όλες τις περιπτώσεις εκτός του πρώτου mode (εικόνα 8.2). Πιο συγκεκριμένα για τις συχνότητες των:

(212.12, 226.13, 233.07, 237.22 HZ), (284.3, 303.09, 312.39, 317.96 HZ), (353.3, 376.64, 388.19, 395.11 HZ), (388.52, 414.18, 426.88, 434.48 HZ), (420.16, 447.93, 461.67, 469.9 HZ), (466.07, 496.86, 512.11, 521.36 HZ), (485.75, 517.85, 533.74, 543.25 HZ), (540.6, 576.29, 593.97, 604.53 HZ), (550.2, 586.57, 604.56, 615.34 HZ), (563.7, 600.58, 619, 630.04 HZ), (563.57, 600.77, 619.19, 630.22 HZ), (612.72, 653.19, 673.24, 685.36 HZ), (614.02, 654.56, 674.64, 686.67 HZ), (643.39, 685.9, 706.95, 719.57 HZ), (677.02, 721.65, 743.85, 757.13 HZ), (683.37, 728.51, 750.89, 764,36 HZ), (720.83, 768.45, 792.04, 806.19 HZ)

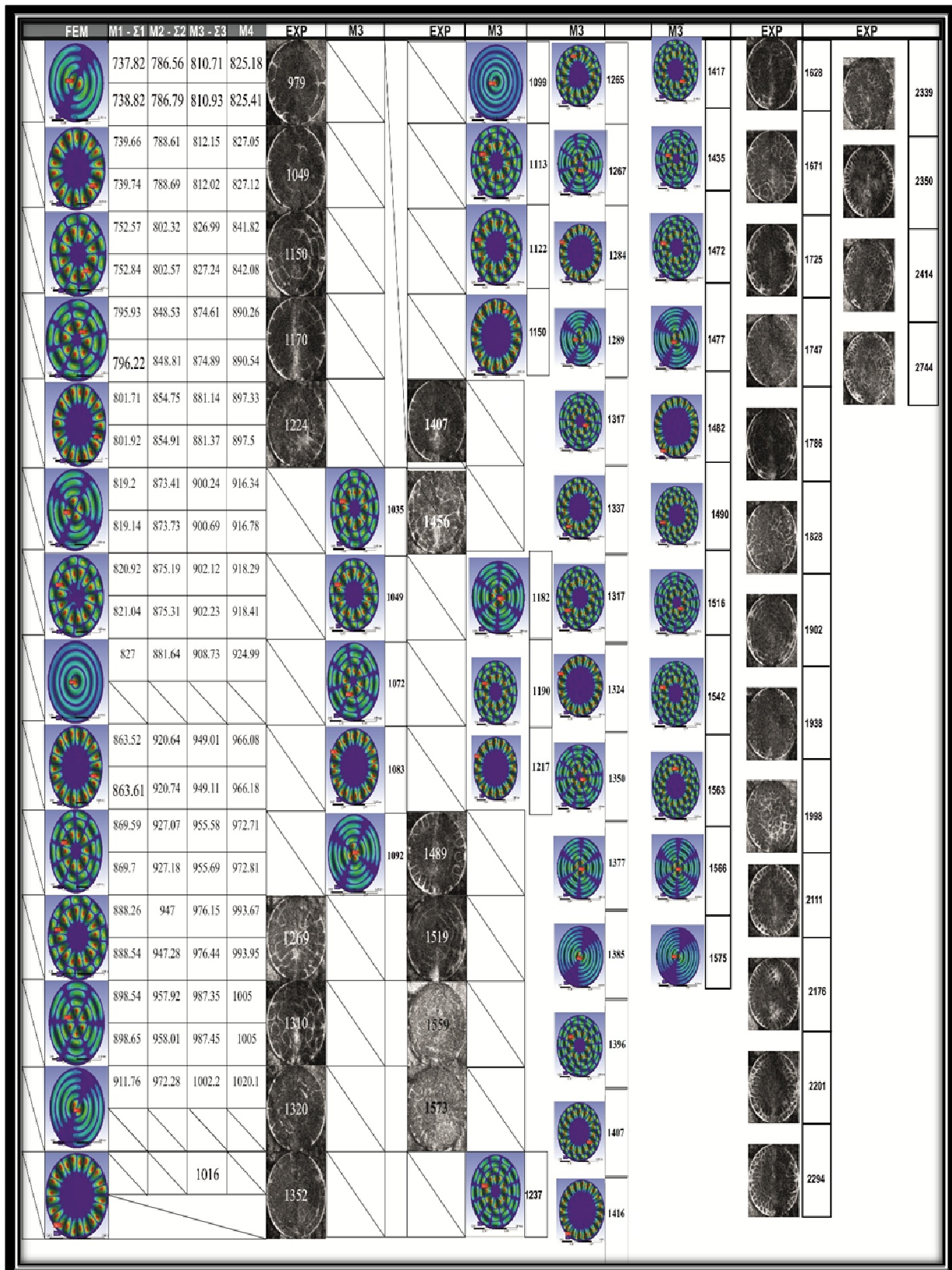
βρέθηκαν οι αντίστοιχες συζηγείς:

(212.19, 226.2, 233.14, 237.29 HZ), (284.47, 303.25, 312.55, 318.12 HZ), (353.34, 376.69, 388.24, 395.15 HZ), (388.66, 414.31, 427.01, 434.61 HZ), (420.32, 448.09, 461.83, 470.06 HZ), (466.35, 497.13, 512.38, 521.63 HZ), (485.81, 517.91, 533.8, 543.31 HZ), (550.39, 586.76, 604.75, 615.53 HZ), (612.93, 653.4, 673.45, 685.56 HZ), (614.1, 654.65, 674.72, 686.75 HZ), (643.77, 685.27, 707.31, 719.93 HZ), (677.23, 721.86, 744.07, 757.35 HZ), (683.45, 728.6, 750.97, 764.44 HZ), (720.92, 768.53, 792.13, 806.27 HZ).

Για τις υπόλοιπες συχνότητες δεν πραγματοποιήθηκε αντιστοιχία των πειραματικών modes με τα θεωρητικά αποτελέσματα. Για συχνότητα μεγαλύτερη των 1016 Hz επιλέχθηκε μέτρο ελαστικότητας της μεμβράνης ίσο με $7 \cdot 10^8$ Pa για σύγκριση με τα πειραματικά καθώς τα θεωρητικά αποτελέσματα προσέγγισαν καλύτερα τα πειραματικά (εικόνα 8.3). Συνολικά παρουσιάζονται 50 modes από πειραματικά αποτελέσματα και 100 modes από την ανάλυση FEM (εικόνες 8.2 και 8.3).



Εικόνα 8.2 Σύγκριση θεωρητικών αποτελεσμάτων από Ansys-WorkBench® με πειραματικά για υψηλό κούρδισμα.



Εικόνα 8.3 (Συνέχεια εικόνας 8.2) Σύγκριση θεωρητικών αποτελεσμάτων από Ansys-WorkBench® με πειραματικά για υψηλό κούρδισμα.

8.2 Μεσαίο κούρδισμα (ιδιοτιμές & ιδιοσυχνότητες)

Στο παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα μεγέθη του πάχους t (mm), της πυκνότητας ρ (kg/m^3), του μέτρου ελαστικότητας E (Pa), του λόγου Poisson, της πίεσης στο τύμπανο για μεσαίο κούρδισμα και της ολικής παραμόρφωσης που υπολογίζεται στην επίλυση, για σταθερά πάχη μεμβράνης (0.13 mm) και σαμπρέλας (5.8 mm). Από το υψηλό κούρδισμα επιλέχθηκε η μεμβράνη (M3) με μέτρο ελαστικότητας ίσο με $7 \cdot 10^8$, επειδή είχε προσεγγίσει καλύτερα τα πειραματικά σε όλα τα συγκρίσιμα modes με τα πειραματικά. Το μεταβαλλόμενο μέγεθος στην ανάλυση αυτή ήταν η φόρτιση (πίεση). Οι επιλεγόμενες τιμές της πίεσης βρέθηκαν από διαφορετικές αναλύσεις με πεπερασμένα στοιχεία, με κριτήριο τη προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων.

	M1	Σ1	M2	Σ2
t (mm)	0.13	5.8	0.13	5.8
ρ (kg/m ³)	800	1250	800	1250
E (Pa)	$7 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$	$7 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$
ν	0.45	0.38	0.45	0.38
Pres. (Pa)	-	$7 \cdot 10^4$	-	$8 \cdot 10^4$

Πίνακας 8.3 Τιμές πάχους, ιδιότητες υλικών και φόρτιση.

Για πειραματικές τιμές συχνοτήτων 101, 177, 270, 278, 872 και 954 Hz (εικόνες 8.4 και 8.5) τα modes που παρατηρούνται στα θεωρητικά αποτελέσματα είναι ίδια και για πίεση ίση με $7 \cdot 10^4$ Pa οι τιμές συχνοτήτων που υπολογίσθηκαν προσεγγίζουν περισσότερο τις πειραματικές. Για πειραματικές τιμές συχνοτήτων 357, 411, 450, 520, 540, 548, 622, 634, 723, 760 και 797 Hz τα modes που παρατηρούνται στα θεωρητικά αποτελέσματα είναι ίδια και για πίεση ίση με $8 \cdot 10^4$ Pa οι τιμές συχνοτήτων που υπολογίσθηκαν προσεγγίζουν περισσότερο τις πειραματικές. Βρέθηκαν modes συζυγή για όλες τις περιπτώσεις εκτός του πρώτου mode. Πιο συγκεκριμένα για τις συχνότητες των:

(201.93, 214.93 HZ), (270, 288.07 HZ), (336.32, 357.98 HZ), (370.02, 393.68 HZ), (400.13, 425.74 HZ), (443.82, 471.2 HZ), (536.33, 570.85 HZ), (462.45, 492.2 HZ), (514.6, 547.71 HZ), (523.9, 557.52 HZ), (583.32, 620.86 HZ), (584.55, 622.16 Hz), (612.55, 651.96 HZ), (644.56, 686.03 HZ), (650.61, 692.54 HZ), (686.3, 730.45 HZ), (702.5, 747.68 HZ),

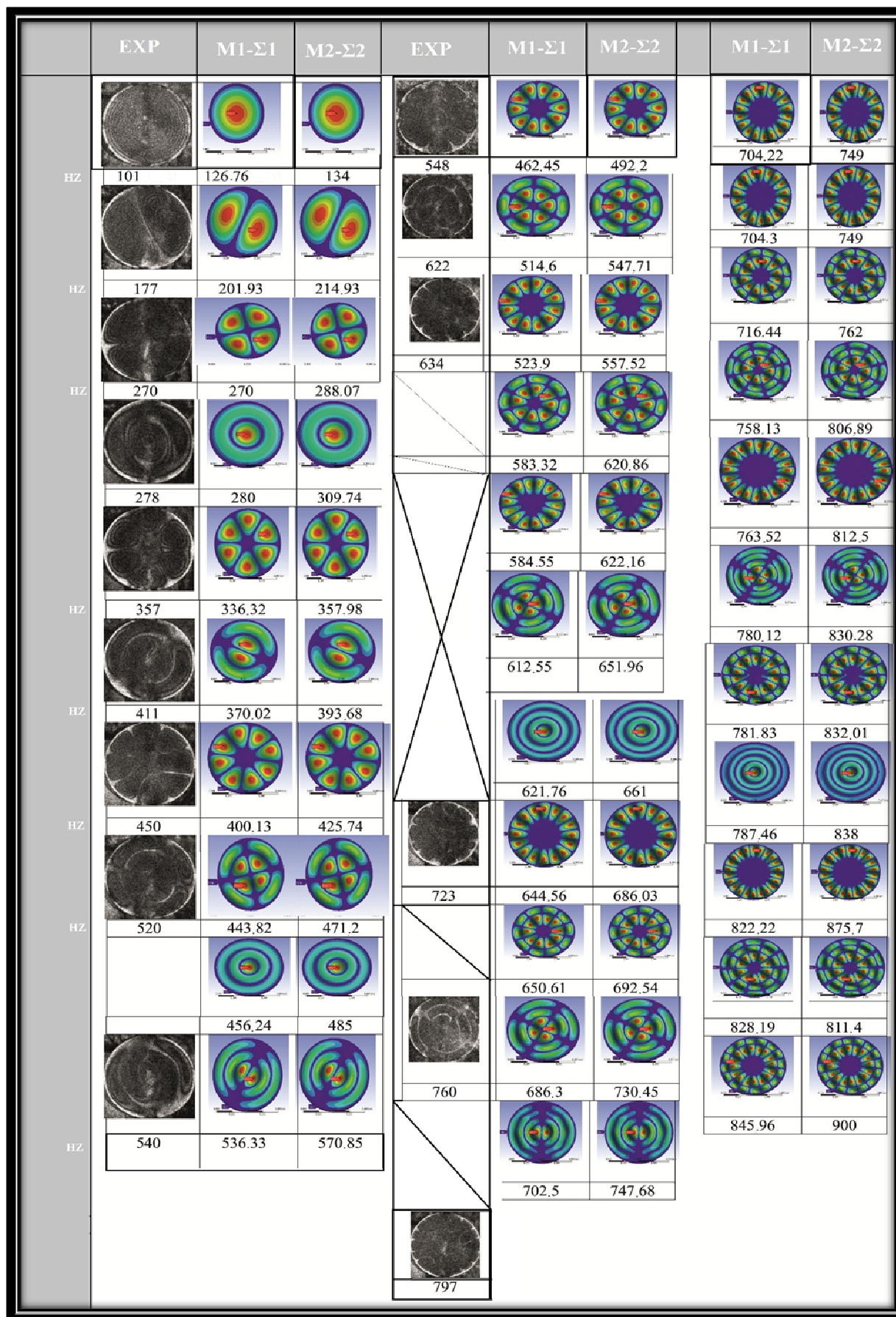


(704.22, 749 HZ), (716.44, 762 HZ), (757.87, 806.61 HZ), (763.31, 812.3 HZ), (780.12, 830.28 HZ), (781.83, 832.01 HZ), (822.14, 875 HZ), (828.09, 811 HZ), (845.96, 900 HZ), (896.89, 945.84 HZ), (929, 988.83 HZ)

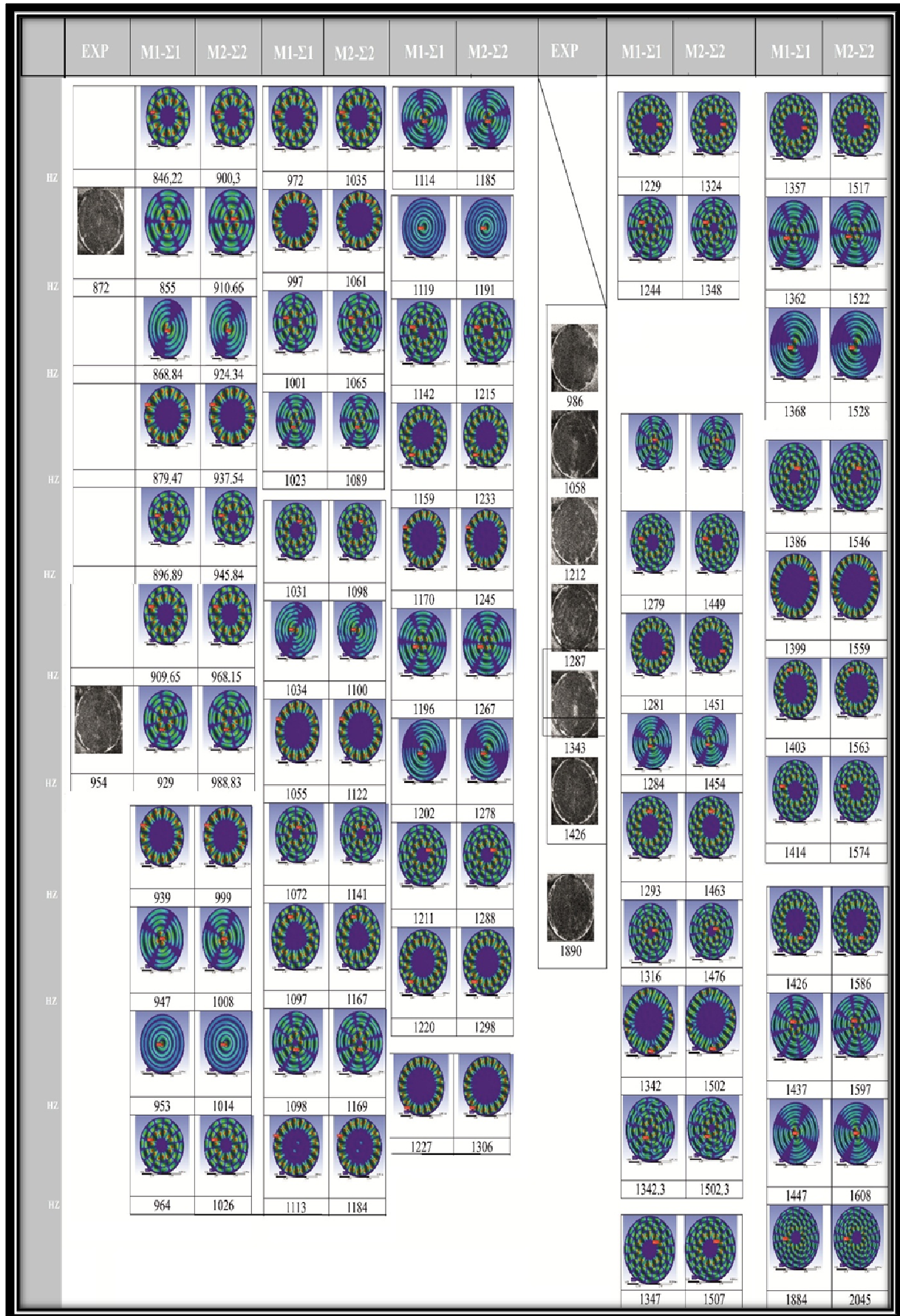
βρέθηκαν οι συζυγείς:

(201.99, 215 HZ), (270.64, 288.23 HZ), (336.36, 358.02 HZ), (370.15, 393.8 HZ), (400.23, 425.89 HZ), (443.85, 471.23 HZ), (536.49, 571.02 HZ), (462.48, 492.26 HZ), (514.66, 547.77 HZ), (523.98, 557.7 HZ), (583.55, 621.06 HZ), (584.62, 622.24 HZ), (612.87, 652.3 HZ), (644.76, 686.23 HZ), (650.68, 692.61 HZ), (686.38, 730.53 HZ), (702.7, 747.89 HZ), (704.3, 749 HZ), (716.66, 762.7 HZ), (758.13, 806.89 HZ), (763.52, 812.5 HZ), (780.52, 830.7 Hz), (781.93, 832.12 Hz), (822.22, 875.7 HZ), (828.19, 811.4 HZ), (846.22, 900.3 HZ), (897.17, 968 Hz), (929.46, 989.16 Hz).

Για τις υπόλοιπες συχνότητες δεν πραγματοποιήθηκε αντιστοιχία των πειραματικών modes με θεωρητικά αποτελέσματα. Συνολικά παρουσιάζονται 24 modes από πειραματικά αποτελέσματα και 100 modes από την ανάλυση με τα πεπερασμένα (εικόνες 8.4 και 8.5).



Εικόνα 8.4 Σύγκριση θεωρητικών αποτελεσμάτων από Ansys-WorkBench[®] με πειραματικά για μεσαίο κούρδισμα.



Εικόνα 8.5 (Συνέχεια εικόνας 8.4) Σύγκριση θεωρητικών αποτελεσμάτων από Ansys-WorkBench® με πειραματικά για μεσαίο κούρδισμα.

8.3 Χαμηλό κούρδισμα (ιδιοτιμές & ιδιοσυχνότητες)

Στο πίνακα 8.4 παρουσιάζονται τα μεγέθη του πάχους t , της πυκνότητας ρ , του μέτρου ελαστικότητας E , του λόγου Poisson ν , της πίεσης στο τύμπανο για χαμηλό κούρδισμα και της ολικής παραμόρφωσης που υπολογίζεται στην επίλυση, για σταθερά πάχη μεμβράνης και σαμπρέλας. Το μεταβαλλόμενο μέγεθος στην ανάλυση αυτή ήταν η φόρτιση (πίεση). Οι επιλεγόμενες τιμές της πίεσης βρέθηκαν από διαφορετικές αναλύσεις με κριτήριο τη προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων.

	M1	Σ1	M2	Σ2	M3	Σ3
t (mm)	0.13	5.8	0.13	5.8	0.13	5.8
ρ (kg/m ³)	800	1250	800	1250	800	1250
E (Pa)	$7 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$	$7 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$	$7 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^7$
ν	0.45	0.38	0.45	0.38	0.45	0.38
Pres. (Pa)	-	$6 \cdot 10^4$	-	$5 \cdot 10^4$	0.01	$4 \cdot 10^4$

Πίνακας 8.4 Τιμές πάχους, μηχανικές ιδιότητες υλικών και φόρτιση.

Για πειραματικές τιμές συχνοτήτων 179, 256, 272, 334, 378, 410, 460, 577, 585 και 685 Hz (εικόνα 8.6) τα modes που παρατηρούνται στα θεωρητικά αποτελέσματα είναι ίδια και για πίεση ίση με $6 \cdot 10^4$ Pa οι τιμές συχνοτήτων που υπολογίσθηκαν προσεγγίζουν περισσότερο τις πειραματικές. Βρέθηκαν modes συζυγή για όλες τις περιπτώσεις εκτός του πρώτου mode. Πιο συγκεκριμένα για τις συχνότητες των:

(191, 164.97, 147.6 HZ), (256, 221.1, 197.83 HZ), (318, 274.76, 245.84 HZ), (378, 326.78, 292.39 HZ), (419, 362.45, 324.31 HZ), (437.40, 377.81, 338.05 HZ), (486, 420.45, 376.22 HZ), (551, 476.61, 426.48 HZ), (553, 477.62, 427.39 HZ),

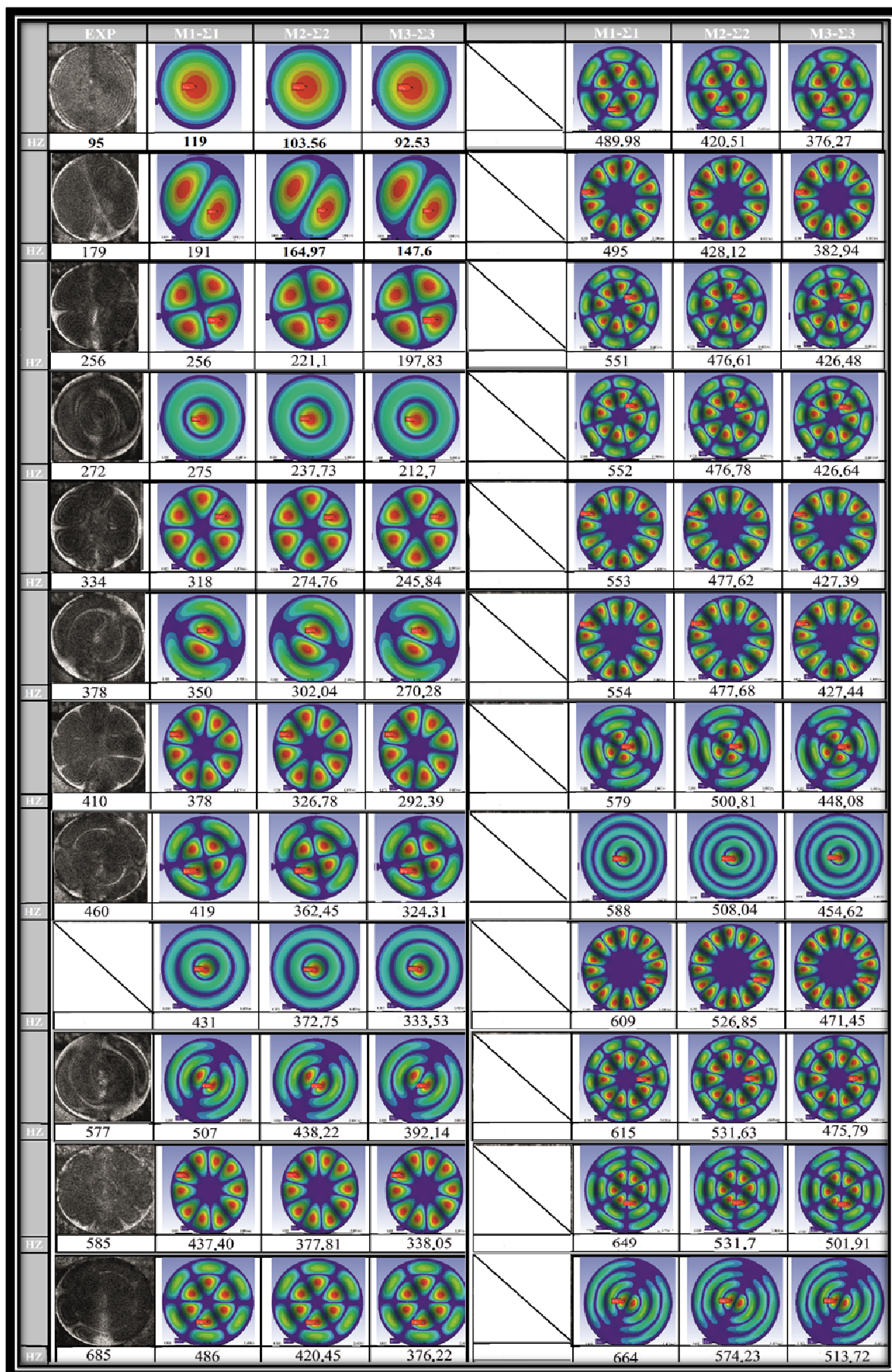
βρέθηκαν οι συζυγείς:

(191, 165.02, 147.65 HZ), (256, 221.23, 197.94 HZ), (318, 274.8, 245.87 HZ), (378, 326.9, 292.5 HZ), (419, 362.65, 324.49 HZ), (437.52, 377.86, 338.1 HZ), (489.98, 420.51, 376.27 HZ), (552, 476.78, 426.64 HZ), (554, 477.68, 427.44 HZ).

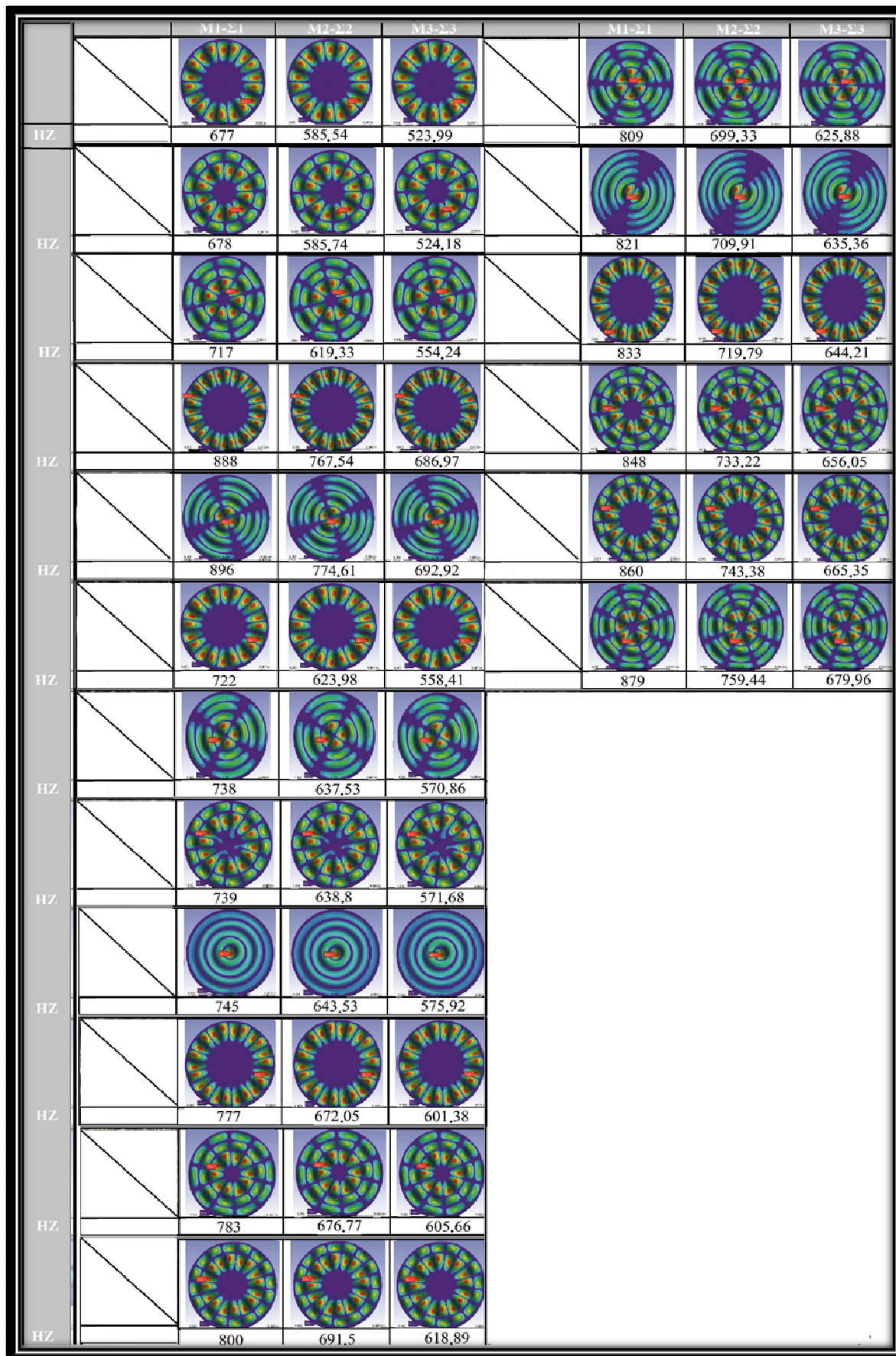
Για την μικρότερη πειραματική τιμή συχνότητας το mode που παρατηρείται από την ανάλυση με τα πεπερασμένα στοιχεία είναι ίδιο και για πίεση ίση με $4 \cdot 10^4$ Pa η τιμή



συχνότητας που υπολογίσθηκε προσεγγίζει καλύτερα την πειραματική τιμή. Συνολικά παρουσιάζονται 11 modes από πειραματικά αποτελέσματα και 50 modes από την ανάλυση με τα πεπερασμένα (εικόνες 8.6 και 8.7).



Εικόνα 8.6 Σύγκριση θεωρητικών αποτελεσμάτων από Ansys-WorkBench[®] με πειραματικά για χαμηλό κούρδισμα.



Εικ

όνα 8.7 (Συνέχεια εικόνας 8.6) Σύγκριση θεωρητικών αποτελεσμάτων από Ansys-WorkBench®

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

9. Συζήτηση-Συμπεράσματα

Σκοπός της παρούσας πτυχιακής εργασίας ήταν η μελέτη των δονητικών χαρακτηριστικών των κρουστών μουσικών οργάνων, και πιο συγκεκριμένα του τυμπάνου Bendir με τη βοήθεια της μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων. Η επαλήθευση του μοντέλου και της προσομοίωσης βασίστηκε στα πειραματικά αποτελέσματα της πτυχιακής εργασίας του Σιδηρά Ιωάννη. Για την μελέτη αυτή κατασκευάστηκε αρχικά τρισδιάστατο γεωμετρικό μοντέλο στο προηγμένο λογισμικό CAD τρισδιάστατης παραμετρικής μοντελοποίησης Autodesk Inventor[®]. Αποδόθηκαν βιβλιογραφικές τιμές για τις ιδιότητες υλικού για κάθε τμήμα (part) του συναρμολογήματος (assembly) του τυμπάνου και υπολογίσθηκαν οι ιδιοτιμές και οι ιδιοσυχνότητες του μουσικού οργάνου με χρήση της αριθμητικής μεθόδου ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία. Το πρόβλημα επιλύθηκε με modal ανάλυση (modal analysis) και περιορίστηκε στη μελέτη συμπεριφοράς της μεμβράνης του Bendir. Για μεταβλητά πάχη σαμπρέλας και σταθερή γεωμετρία μεμβράνης πάχους 0.13 mm (περιπτώσεις Σ_i και M_i για $i=4-6$) επιτεύχθηκε σύγκλιση στα θεωρητικά και πειραματικά αποτελέσματα, αναφορικά με τη μορφή των modes. Διαπιστώθηκε εμφανής διαφορά στις τιμές συχνοτήτων που υπολογίσθηκαν από τις αντίστοιχες πειραματικές (διπλωματική του Ι. Σιδηρά), οι οποίες ήταν αρκετά μεγαλύτερες, καθώς το όργανο μετρήθηκε κουρδισμένο (προένταση). Το στάδιο αυτό της εργασίας έγινε εξ'ολοκλήρου στο λογισμικό Autodesk Inventor[®]. Η μη δυνατότητα χήσης προέντασης σε αυτό, οδήγησε στη χρήση του λογισμικού Ansys-WorkBench[®] όπου πραγματοποιήθηκε σύζευξη static/structural και modal analysis.

Στο πρόγραμμα Ansys-WorkBench[®] πραγματοποιήθηκε συζευγμένη στατική και modal ανάλυση χρησιμοποιώντας το ίδιο CAD μοντέλο που κατασκευάστηκε στο Autodesk Inventor[®]. Αρχικά έγινε επίλυση του στατικού μηχανικού προβλήματος (static structural) και έπειτα modal επίλυση του προβλήματος. Για την συζευγμένη αυτή ανάλυση ως φόρτιση της σαμπρέλας επιβλήθηκε πίεση (κούρδισμα). Αρχικά, για σταθερό πάχος μεμβράνης 0.13 mm δεδομένο από τον κατασκευαστή, έγινε μελέτη του μοντέλου για μεταβαλλόμενο πάχος σαμπρέλας και βρέθηκε ότι το βέλτιστο πάχος της στο οποίο επιτυγχάνεται σύγκλιση πειραματικών με αριθμητικά αποτελέσματα είναι τα 5.8 mm. Ακολούθησε μελέτη για το υψηλό κούρδισμα και για σταθερή τιμή πίεσης βρέθηκε η βέλτιστη τιμή για το μέτρο



ελαστικότητας της μεμβράνης ίση με $7 \cdot 10^8$ Pa, για την οποία επιτυγχάνεται σύγκλιση πειραματικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων. Για το μεσαίο κούρδισμα η βέλτιστη τιμή πίεσης στην οποία επιτυγχάνεται προσέγγιση αριθμητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων είναι $7 \cdot 10^4$ Pa, ενώ για το χαμηλό κούρδισμα η βέλτιστη πίεση για σύγκλιση θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων βρέθηκε να είναι $6 \cdot 10^4$ Pa. Οι τιμές αυτές πίεσης που προέκυψαν περιγράφουν τη βέλτιστη προσέγγιση για το μοντέλο που αναπτύχθηκε στη προσπάθεια αντιστοιχίας με τα πειραματικά αποτελέσματα.

Η παρούσα πτυχιακή εργασία μπορεί να θεωρηθεί ως αφετηρία υπολογιστικής μελέτης κρουστών μουσικών οργάνων. Με τη βοήθεια του μοντέλου και της προσομοίωσης μπορούμε να κρίνουμε εφόσον επαληθεύσουμε το μοντέλο, τη συνεισφορά των χαρακτηριστικών των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν. Με αλλαγές αυτών μπορούμε να βελτιστοποιήσουμε τα ακουστικά χαρακτηριστικά και τη συμπεριφορά του οργάνου. Επίσης με τη βοήθεια του μοντέλου μειώνεται ο χρόνος που θα χρειαζόταν για πραγματικές αλλαγές και δοκιμές στην κατασκευή πριν κατασκευαστεί το επιθυμητό όργανο. Δηλαδή αποφεύγεται η σπατάλη υλικών και χρόνου, καθώς η κατασκευή γίνεται με εύκολο τρόπο και γνώση της ακουστικής συμπεριφοράς προ κατασκευής. Τέλος ελέγχονται λεπτομέρειες καθολικής συμπεριφοράς χωρίς καμία απώλεια δεδομένων αφού μετά την επαλήθευση του μοντέλου η προσομοίωση βασίζεται ολοκληρωτικά στον υπολογιστή μη εμπλέκοντας τις ανθρώπινες αισθήσεις ακοής και όρασης που πολλές φορές οδηγούν σε εσφαλμένα ή ελλιπή συμπεράσματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

Βιβλιογραφία

- [1] Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης (2005). Η Φυσική των Μουσικών Οργάνων. Αγία Παρασκευή : εκδόσεις “Grapholine”.
- [2] Σιδηράς Ιωάννης (Διπλωματική Εργασία, 2013). Μελέτη δονητικών χαρακτηριστικών παραδοσιακών κρουστών μουσικών οργάνων με τη χρήση οπτικών συμβολομετρικών τεχνικών. Ρέθυμνο : Τμήμα : Μουσικής Τεχνολογίας & Ακουστικής. Α.Τ.Ε.Ι. ΚΡΗΤΗΣ.
- [3] Δημήτρης Σκαρλάτος (2008). Εφαρμοσμένη Ακουστική (3΄ έκδοση). Πάτρα : εκδόσεις “Gotsis”.
- [4] krousta (2010). http://www.krousta.com/gr_drums/gr_hpeirotikio_ntefi_ntaires.html. (Ενεργό την 4-04-2013).
- [5] https://www.google.gr/search?client=firefox-a&hs=e7w&rls=org.mozilla:el:official&channel=np&q=%CE%BD%CF%84%CE%B1%CE%BF%CF%85%CE%BB%CE%B9&bav=on.2,or.r_qf.&bvm=bv.51156542,d.Yms,pv.xjs.s.en_US_-554IbEZc0.O&biw=1280&bih=696&um=1&ie=UTF-8&hl=el&tbm=isch&source=og&sa=N&tab=wi&ei=mHscUtSQC8noswbq1IGoBw#channel=np&fp=f74a1eaab3b0021b&hl=el&q=%CF%84%CE%BF+%CE%BD%CF%84%CE%B1%CE%BF%CF%85%CE%BB%CE%B9&rls=org.mozilla:el:official&spell=1&tbm=isch&um=1&facrc=&imgdii=&imgrc=vJSTMAqKaCJMMDM%3A%3BsKNUkU3UCV6huM%3Bhttp%253A%252F%252Fcdn.4umarket.gr%252Fresized%252F900%252Fp-498474-900-both.jpg%3Bhttp%253A%252F%252Fwww.4umarket.gr%252Fp-498474%252Fntaouli-40.html%3B900%3B900 . (Ενεργό την 5-05-2013).
- [6] Alexandros Siasos (2010). http://www.krousta.com/gr_drums/gr_elliniko_tympano.html. (Ενεργό την 21-04-2013).
- [7] Fridge. <http://fridge.gr/65872/stiles/arxaia-ellinika-organa-3>. (Ενεργό την 4-04-2013).
- [8] <http://cerart.wordpress.com/2011/09/08/%CE%B1%CF%81%CF%87%CE%B1%CE%B9%CE%B1-%CF%80%CE%B1%CE%B9%CF%87%CE%BD%CE%B9%CE%B4%CE%B9%CE%B1-%CE%B1%CF%80%CE%BF-%CF%80%CE%B7%CE%BB%CE%BF/>. (Ενεργό την 4-04-2013).



[9] https://www.google.gr/search?q=%CE%91%CE%BA%CE%BF%CF%85%CF%83%CF%84%CE%B9%CE%BA%CF%8C+%CF%83%CE%B5%CF%84+%CF%84%CF%85%CE%BC%CF%80%CE%AC%CE%BD%CF%89%CE%BD.&oe=utf-8&rls=org.mozilla:el:official&client=firefox-a&channel=fflb&gws_rd=cr&um=1&ie=UTF-8&hl=el&tbm=isch&source=og&sa=N&tab=wi&ei=TbD7UdjMNYe0tAaOiYDYBg&biw=1280&bih=696&sei=T7D7UfiEMInAswabhoDwDA#um=1&client=firefox-a&rls=org.mozilla:el%3Aofficial&channel=fflb&hl=el&tbm=isch&sa=1&q=++drums+tom+hi+hat&oq=++drums+tom+hi+hat&gs_l=img.3...6704.10189.14.10357.9.9.0.0.0.162.1124.2j7.9.0...0...1c.1.23.img..7.2.310.HN_BSE39R58&bav=on.2.or.r_qf.&bvm=bv.50165853.d.Yms&fp=379a289cbd0abbc2&biw=1280&bih=696&facrc=_&imgdii=_&imgrc=ind7g07JEjOsDM%3A%3BW4QWdb71GHTqYM%3Bhttp%253A%252F%252Fwww.simonmcdowell.com%252Fimg%252Fdrum_diagram.jpg%3Bhttp%253A%252F%252Fwww.simonmcdowell.com%252Fsetup.php%3B380%3B346 (Ενεργό την 4-04-2013).

[10] <mailto:alexsiusos@gmail.com> Γ. Ντέλλας (2008). http://krousta-cosmos.blogspot.gr/2008/05/blog-post_2442.html. (Ενεργό την 21-04-2013).

[11] <mailto:alexsiusos@gmail.com> Γ. Ντέλλας (2008). http://krousta-cosmos.blogspot.gr/2008/05/blog-post_2442.html. (Ενεργό την 21-04-2013).

[12] Savvas Percussion. (handmade percussion instruments).

<http://www.savvaspercussion.com/%CE%BC%CF%80%CE%B5%CE%BD%CF%84%CE%B9%CF%81.html>. (Ενεργό την 14-05-2013).

[13] http://krousta-cosmos.blogspot.gr/2008/05/blog-post_2442.html. (Ενεργό την 21-04-2013).

[14] <http://en.wikipedia.org/wiki/Bendir>. (Ενεργό την 21-04-2013)

[15] Νικόλας Τσαφταρίδης (2012). Κατασκευή Μουσικών Οργάνων. Αθήνα : εκδόσεις “ΚΕΘΕΑ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗ”.

[16] Λουκάς Χαδέλλης (2010). Τεχνολογία Ήχου. Πανεπιστημιακές εκδόσεις “Αράκυνθος”.

[17] Διονύσιος Ευθυμιάτος (2007). Ακουστική και Κτιριακές Εφαρμογές. Αθήνα : εκδόσεις “Παπασωτηρίου”.

[18] Νικόλαος Γ. Φιάλα (Πτυχιακή εργασία, 2013). Μοντελοποίηση και κατασκευή συναρμολογήματος καλουπιού περυγίου ανεμογεννήτριας καθέτου άξονα. Χάνια :Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα ΚΡΗΤΗΣ - ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΧΑΝΙΩΝ Τμήμα Φυσικών Πόρων & Περιβάλλοντος.

[19] http://en.wikipedia.org/wiki/Autodesk_Inventor .(Ενεργό την 21-04-2013).

[20] <http://students.autodesk.com/> (Ενεργό την 21-04-2013)

[21] http://en.wikipedia.org/wiki/Computer-aided_design .(Ενεργό την 5-5-13)

[22] Αναστασίας παπαστεφάνου (Διπλωματική εργασία, 2006). Ανάλυση και μετρήσεις Ιδιοσυχνοτήτων κλειστού χώρου με τη μέθοδο των πεπερασμένων Στοιχείων. Θεσσαλονίκης: Αριστοτέλειο πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης Πολυτεχνική σχολή – Τμήμα ηλεκτρολόγων μηχανικών & μηχανικών υπολογιστών - Τομέας τηλεπικοινωνιών-Εργαστήριο ηλεκτρακουστικής & Τηλεοπτικών συστημάτων.

[23]http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9C%CE%AD%CE%B8%CE%BF%CE%B4%CE%BF%CF%82_%CF%80%CE%B5%CF%80%CE%B5%CF%81%CE%B1%CF%83%CE%BC%CE%AD%CE%BD%CF%89%CE%BD_%CF%83%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CF%89%CE%BD .(Ενεργό την 20-05-2013).

[24] Ελένη Β. Μπουλούκου (Διπλωματική Εργασία, 2007). Υπολογισμός των Τάσεων παρά το άκρο της ρωγμής σε Διφασικό Υλικό. Αθήνα : Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο-Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών.

[25] http://www.fpl.fs.fed.us/documnts/fplgtr/fpl_gtr190.pdf (02-02-2013). Wood Handbook Wood as an Engineering Material (2010). United States Department of Agriculture Forest Service

[26] <http://wwwmdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo/cueddatabooks/materials.pdf> (ενεργό την 02-02-2013). Materials Data Book (2003). Cambridge University Engineering Department.