

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΚΡΗΤΗΣ  
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΧΑΝΙΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ & ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ**



**ΟΝ/ΜΑ: ΛΙΓΟΞΥΓΚΑΚΗΣ ΕΥΤΥΧΗΣ – ΜΑΥΡΑΚΗ ΜΑΡΙΑ**

**ΘΕΜΑ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ: Επεξεργασία μετρήσεων ηλεκτρικής τομογραφίας από την περιοχή Συκιώνα Κορίνθου.**



**TECHNOLOGICAL INSTITUTE OF CRETE  
CHANIA BRANCH  
DEPARTMENT OF NATURAL RESOURCES AND ENVIRONMENT**



**NAMES:** LIGOXIGAKIS EFTIXIS – MAVRAKI MARIA

**PRE-GRADUATE THESIS:** Measurements elaboration in electric tomography at Sikion, Korinthos.



## Περιεχόμενα

|  |            |
|--|------------|
| Εισαγωγή.....  | 7          |
| <b>Κεφάλαιο 1: Η Σικυώνα της Κορίνθου .....</b>  | <b>09</b>  |
| 1.1. Γενικά.....   | 09         |
| 1.2. Ιστορία-Ανασκαφές στη Σικυώνα .....   | 11         |
| 1.3. Οι αρχαιολογικοί χώροι στη Σικυώνα .....  | 12 Σφάλμα! |
| Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης.  |            |
| 1.4. Το θέατρο της Σικυώνας – Περιγραφή του μνημείου Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης..... | 19         |
| 1.5. Έρευνες-μελέτες στη Σικυώνα .....   | 22         |
| 1.5.1 Προηγούμενες έρευνες.....  | 22         |
| 1.5.2 Αρχαιολογική έρευνα.....   | 23         |
| 1.5.3 Ανθρωπολογική μελέτη.....  | 27         |
| 1.5.4 Μελέτη του οικοσυστήματος.....   | 28         |
| 1.6. Γεωφυσικές έρευνες.....   | 28         |
| <b>Κεφάλαιο 2: Βασικές αρχές ηλεκτρικών διασκοπήσεων.....</b>                                    | <b>33</b>  |
| 2.1. Εισαγωγή.....   | 33         |
| 2.2. Διάδοση ηλεκτρικού ρεύματος.....  | 34         |
| <b>2.3. Ειδική ηλεκτρική αντίσταση.....</b>  | <b>34</b>  |
| 2.4 Φαινόμενη ηλεκτρική αντίσταση.....   | 36         |
| 2.5 Μεταβολές ηλεκτρικής αντίστασης.....   | 38         |
| 2.6 Διατάξεις ηλεκτροδίων .....  | 38         |
| 2.7 Ηλεκτρική τομογραφία.....  | 40         |
| 2.8 Ερμηνεία των μετρήσεων .....   | 41         |
| <b>2.9 Επίλυση του ευθέως προβλήματος.....</b>   | <b>41</b>  |
| 2.10 Υπολογισμός του ιακωβιανού πίνακα.....  | 42         |
| 2.10.1 Μη γραμμική αντιστροφή.....   | 45         |
| <b>2.10.2 Αστάθεια στην αντιστροφή του γενικευμένου ιακωβιανού</b>                               | <b>47</b>  |
| 2.10.3 Χρήση λογαριθμικής κλίμακας στην επίλυση συστημάτων.....                                  | 47         |
| 2.10.4 Κριτήρια σύγκλισης και ποιότητας – Ανάλυση σφαλμάτων...                                   | 48         |
| 2.10.5 Πίνακας στατιστικών βαρών .....   | 49         |
| 2.10.6 Χρήση της svd στην επίλυση ασταθών συστημάτων.....  | 49         |
| 2.11 Μη γραμμική αντιστροφή με περιορισμούς.....   | 51         |
| 2.11.1 Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης.....   | 51         |
| Μέθοδος εξομαλυσμένης αντιστροφής.....   | 56         |
| 2.11.3 Υβριδική μέθοδος αποσβενωμένων τετραγώνων.....  | 60         |
| 2.12 Συμπεράσματα .....  | 65         |
| 2.13 Αστάθεια του συστήματος – προέλευση περιορισμών .....                                       | 65         |
| 2.14 Αντιμετώπιση του θορύβου –σφάλματα δεδομένων .....  | 66         |

|   |   |           |
|---|---|-----------|
| 2.15  | Επιλογή αρχικού μοντέλου.....                 | 66        |
| 2.16  | Σαφήνεια στον προσδιορισμό των στρωμάτων..... | 66        |
| <b>Κεφάλαιο 3: Αποτελέσματα επεξεργασίας.....</b> |   | <b>68</b> |
| 3.1   | Αποτελέσματα μετρήσεων.....                   | 69        |
| <b>Κεφάλαιο 4: Βιβλιογραφία.....</b>              |   | <b>89</b> |



## **Εισαγωγή**

Σκοπός της πτυχιακής εργασίας είναι η ανάλυση, επεξεργασία και ερμηνεία αποτελεσμάτων ηλεκτρικής τομογραφίας σε δύο και τρεις διαστάσεις με τη μέθοδο ηλεκτρικής τομογραφίας Res2DINV.

## **Abstract**

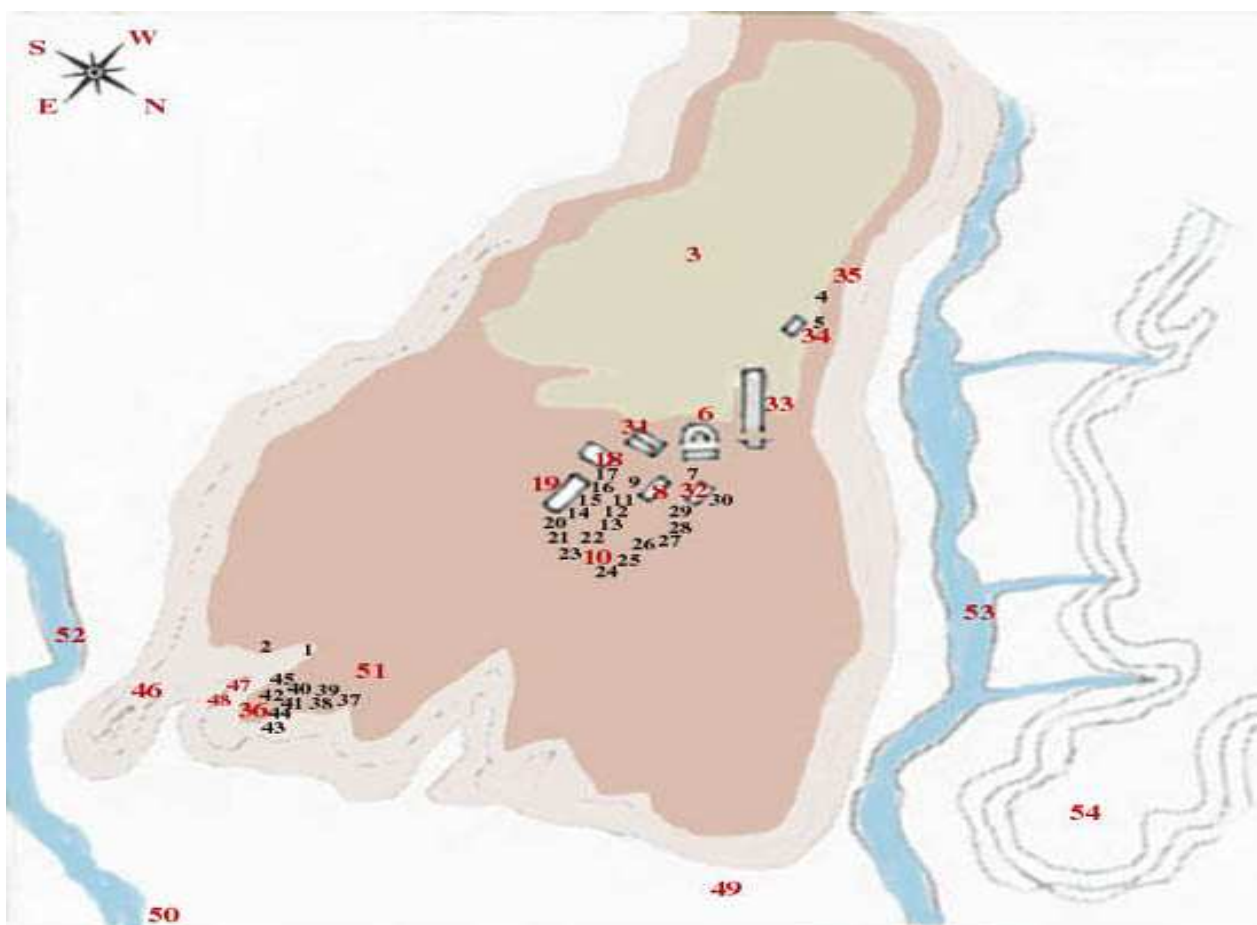
The purpose of the project is the analysis, the elaboration and the interpretation of the electrical tomography results in two and three dimensions with the method of the Res2DINV electric tomography.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Η ΣΙΚΥΩΝΑ ΤΗΣ ΚΟΡΙΝΘΟΥ

### 1.1 Γενικά

Η Σικυώνα ήταν πανάρχαια πόλη-κράτος χτισμένη στην περιοχή της Δυτικής Κορινθίας. Η πόλη κατακτήθηκε από Δωριείς προερχόμενους από το Άργος στα μέσα του 11ου αιώνα και στην συνέχεια αποτέλεσε ένα από τα τρία Δωρικά κράτη στον χώρο της Κορινθίας, την Σικυωνία.



1. Η Στάζουσα Πηγή

2. Η Πύλη

3. Ελληνιστική  
Ακρόπολη

4. Ναός της Τύχης  
Ακραιάς?

5. Ναός των  
Διόσκουρων?

20. Άγαλμα Δία του  
Λύσιππου

21. Άγαλμα της  
Αρτέμιδος

22. Ναός του Απόλλωνα  
Λυκείου

23. Ηρακλής του

36. Αρχαία Ακρόπολη

37. Ιερά Πύλη

38. Ναός της Αθηνάς

39. Αποτρόπαιοι Θεοί

40. Ιερό Απόλλωνος

41. Ιερό της Ήρας

42. Βωμός του Πάνα

|                                  |                          |                       |
|----------------------------------|--------------------------|-----------------------|
| 6. Θέατρο                        | Λύσιππου                 | και Ηλίου             |
| 7. Ναός του Διόνυσου             | 24. Ερμής Αγοραίος       | 43. Ιερό της Δήμητρας |
| 8. Ναός της Αρτέμιδος            | 25. Γυμνάσιο της Αγοράς  | 44. Ναός του          |
| Λιμναίας                         | 26. Ιερό του Ηρακλέους   | Καρνείου Απόλλωνος    |
| 9. Είσοδος στην Αγορά (Παιδιζοί) |                          | 45. Ήρα Πρωτοπόρος    |
| 10. Αγορά                        | 27. Ιερό του Ασκληπιού   | 46. Χάλκινη περιοχή   |
| 11. Ιερό της Πυθού               | 28. Απόλλων Καρνείος     | 47. Τμήμα του Τείχους |
| 12. Οικία του Κλέωνος            | και Ύπνος                | 48. Πύργος            |
| 13. Ναός του                     | 29. Ιερό της Αφροδίτης   | 49. Μούλκι            |
| Απόλλωνος                        | 30. Άρτεμις Φεραία       | 50. Δυτικά του        |
| 14. Ηρώο του Άρατου              | 31. Γυμνάσιο του Κλεινία | Ασωπού                |
| 15. Ίσθμιος Ποσειδών             | 32. Ρωμαϊκά Λουτρά       | 51. Βασιλικό(Σικυών)  |
| 16. Δίας Μειλίχιος               | (Μουσείο)                | 52. Ασωπός Ποταμός    |
| 17. Άρτεμις Πατρώα               | 33. Στάδιο               | 53. Ελισσών Ποταμός   |
| 18. Βουλευτήριο                  | 34. Κτίριο               | 54. Τσαγκρίζα         |
|                                  | 35. Πιθανή Είσοδος       |                       |

Κατά την παράδοση πρώτοι κάτοικοί της ήταν Πελασγοί αυτόχθονες και, σύμφωνα με τον Πausανία, πρώτος βασιλιάς της ήταν ο Αιγιαλός από τον οποίο ονομάστηκε Αιγιαλεία όλη η περιοχή που αργότερα έλαβε το όνομα Αχαΐα. Οι Πελασγοί εκδιώχτηκαν από τους Αιολείς και αυτοί με την σειρά τους από τους Ίωνες, του Ίωνα γιου του Ξούθου, οι οποίοι παρέμειναν στην περιοχή μέχρι την εισβολή των Δωριέων.

Η πόλη άλλαξε πολλά ονόματα Αιγιαλεία, Αιγιαλός, Τελχινία, Τελχίς ή Μυκώνη, Σικυών και τέλος Δημητριάς. Το όνομα Σικυών προήλθε ίσως από το όνομα του πρώτου οικιστή, είτε κατ' άλλη εκδοχή, πιθανότερη, από την αρχαία λέξη "σικυός" (= αγγούρι) από την μεγάλη παραγωγή κολοκυνθοειδών της περιοχής.

Η Σικυωνία ήταν η χώρα που καταλάμβανε το κράτος της Σικυώνας. Ανατολικά συνόρευε με την αρχαία Κορινθία, νότια με τον Φλειούντα, δυτικά με το κράτος της αχαϊκής πόλης Πελλήνης και βόρεια βρέχονταν από τον Κορινθιακό Κόλπο. Κύριος ποταμός της Σικυωνίας ήταν ο Ασωπός εκ του οποίου η χώρα αυτή ονομάζονταν επίσης Ασωπία ή και Παρασωπία. Κυριότερες πόλεις της χώρας αυτής εκτός της Σικυώνας ήταν η Τιτανή, η Δονούσα, η Επιείκεια, η Εφήρα, η Θυαμία και η Φαιβία. Κύριος λιμένας της Σικυωνίας ήταν ο λιμένας της Σικυώνας που βρισκόταν στις εκβολές του Ασωπού.

## 1.2 Ιστορία-Ανασκαφές στη Σικυώνα



### *Ιστορία*

Μαρμάρινη κεφαλή της θεάς Τύχης.

Ρωμαϊκή.

Η πρώτη μνεία της Σικυώνας σε γραπτές πηγές γίνεται στον Ομηρικό κατάλογο των πλοίων που ακολούθησαν τον Αγαμέμνονα στην Τροία. Είναι πιθανόν να αναφέρεται και σε πινακίδες Γραμμικής Β από την Πύλο και τη Θήβα ως Αιγιαλεία, που κατά τον Πausανία ήταν η παλαιότερη ονομασία της.

Μυκηναϊκά κατάλοιπα, κυρίως ταφές και κεραμεική, έχουν κατά καιρούς εντοπισθεί στο πλάτωμα και την παράκτια πεδιάδα που απλώνεται στα βορειοανατολικά του. Στην πεδιάδα, παρά το σημερινό Κιάτο, ιδρύθηκε και η πόλη κατά τον 8ο αι. π.Χ. Η Σικυώνα ήκμασε στην αρχαϊκή περίοδο υπό την τυραννία των Ορθαγοριδών με λαμπρότερο εκπρόσωπό της τον Κλεισθένη. Εξακολούθησε να διατελεί μέλος της Πελοποννησιακής συμμαχίας στα κλασικά χρόνια, εάν και σαφώς υπό την σκιά του ισχυρού ανατολικού της γείτονος, δηλαδή της Κορίνθου. Σταθμός στην ιστορία της Σικυώνας είναι το 303 π.Χ., όταν ο Μακεδόνας Δημήτριος Πολιορκητής κατέλαβε και κατέστρεψε την παράκτια πόλη, για να την επανιδρύσει στη θέση της ακρόπολης, το πλάτωμα δηλαδή του σημερινού Βασιλικού. Η ηγετική φυσιογνωμία της Σικυώνας στα ελληνιστικά χρόνια είναι αναμφισβήτητα ο Πάρατος. Υπό την στρατηγία του, η Σικυώνα ηγήθηκε της Αχαϊκής Συμπολιτείας η οποία θα παίξει πρωταγωνιστικό ρόλο στην Ελλάδα κατά τους επόμενους αιώνες. Μετά την ίδρυση των ρωμαϊκών αποικιών της Κορίνθου και των Πατρών, ο ρόλος της Σικυώνας θα περιορισθεί δραστικά. Επίσκοπος Σικυώνας εμφανίζεται για πρώτη φορά στα μέσα του 4ου αι. μ.Χ., ενώ καθόλη την πρώιμη και μέση βυζαντινή περίοδο η Σικυώνα υπάγεται στη μητρόπολη της Κορίνθου. Κατά τους δύο αιώνες της Φραγκοκρατίας (12ος - 13ος) η Σικυώνα που πλέον απαντάται ως Βασιλικό ή Βασιλικά αποτελεί μέρος της castellania της Κορίνθου. Στα 1446 ο Μουράτ Β' πολιορκήσε και κατέλαβε το Βασιλικό. Στο εξής και μέχρι το τέλος της Οθωμανικής κυριαρχίας το κεφαλοχώρι του Βασιλικού ανήκε διοικητικά στον καζά της Κορίνθου.

## *Ιστορία των ανασκαφών*



Οι πρώτες ανασκαφές στο πλάτωμα της Σικυώνος έγιναν στο χώρο του θεάτρου από την Αμερικανική Σχολή Κλασικών Σπουδών, μεταξύ του 1886 και 1898, οπότε και αποκαλύφθηκε ολόκληρο το σκηνικό οικοδόμημα. Η Αρχαιολογική Εταιρεία διεξήγαγε συστηματικές ανασκαφές στη Σικυώνα μεταξύ των ετών 1920 και 1926 υπό την διεύθυνση του Αλέξανδρου Φιλαδελφέως, από το 1933 έως το 1941 και από το 1951 έως το 1954 υπό τον Αναστάσιο Ορλάνδο, και από το 1982 έως το 1988 υπό την Καλλιόπη Κρυστάλλη-Βότση. Οι ανασκαφικές δραστηριότητες της Εταιρείας επικεντρώθηκαν στο χώρο της αρχαίας αγοράς και έφεραν στο φως ένα ναό, παλαίστρα, βουλευτήριο, μακρά στοά, και τμήμα του κοίλου του θεάτρου. Επίσης τα έτη 1933, 1954 και 1962 ανασκάφηκε η παλαιοχριστιανική βασιλική στην Παναγίτσα του Κιάτου. Τα ευρήματα των ανασκαφών στεγάζονται στο τοπικό μουσείο το οποίο ίδρυσε ο Ορλάνδος στα 1935 μετατρέποντας τμήμα των Ρωμαϊκών λουτρών.

### **1.3 Αρχαιολογικοί χώροι στη Σικυώνα**

Όλα τα ορατά αρχιτεκτονικά μνημεία της αρχαίας Σικυώνος, εκτός του θεάτρου και του άσκαπτου ακόμα σταδίου, εντάσσονταν στον «ιπποδάμειο» ιστό της ελληνιστικής πόλης, ο οποίος ήταν προσανατολισμένος στα τέσσερα σημεία του ορίζοντα.

Το **θέατρο** είναι κατασκευασμένο στους πρόποδες της ακρόπολης των ελληνιστικών χρόνων, δυτικά της αρχαίας αγοράς. Θεωρείται από τα πιο εντυπωσιακά θέατρα αυτού του μεγέθους, με διάμετρο ορχήστρας 24 μ. και κοίλου 125 μ. Ως κατασκευή συνδυάζει τη χρήση δύο τεχνικών: α) της δόμησης με εγχώριο πωρόλιθο και β) της λάξευσης τμημάτων του θεάτρου στο φυσικό βράχο της πλαγιάς. Στο κοίλο δεκαέξι κλιμακωτοί διάδρομοι ορίζουν δεκαπέντε κερκίδες, ενώ δύο οριζόντιες δίοδοι το χωρίζουν σε τρία διαζώματα. Στην πρώτη σειρά των

εδωλίων υπάρχουν οι τιμητικές θέσεις (προεδρίες) των ιερέων και άλλων επίσημων προσώπων της πόλης. Χαρακτηριστικά στοιχεία του θεάτρου αυτού είναι οι δύο θολωτές δίοδοι στα άκρα του πρώτου διαζώματος, μήκους 16 μ., πλάτους και ύψους περίπου 2.60 μ., οι οποίες αποτελούσαν και τις κύριες εισόδους των θεατών. Η ορχήστρα, με σχήμα λίγο μεγαλύτερο από το ήμισυ της περιφέρειας ενός τέλειου κύκλου, είναι από πατημένο χώμα. Αποχετευτική τάφρος που καλύπτεται με λίθινες πλάκες διασχίζει κάθετα περί το μέσο την ορχήστρα και απολήγει σε μικρή κλίμακα πίσω από τα σκηνικά. Το σκηνικό οικοδόμημα αποτελείται από το προσκήνιο και την κυρίως σκηνή η οποία ήταν διακοσμημένη με γλυπτά και έφερε πλούσια αρχιτεκτονικά στοιχεία. Δύο συμμετρικές ράμπες, λαξευμένες στο πέτρωμα, οδηγούσαν στο λογείο. Στις παρόδους δεξιά και αριστερά υπήρχαν πύλες κατά το πρότυπο του θεάτρου της Επιδαύρου. Με βάση τα αρχιτεκτονικά χαρακτηριστικά, ο σχεδιασμός και η κατασκευή του θεάτρου, που περιελάμβανε τη σκηνή με τις δύο ράμπες και την οπίσθια στοά, τις παρόδους, τα αναλήμματα του κοίλου, και την ορχήστρα με τις προεδρίες, χρονολογείται στα τέλη του 4ου/πρώιμο 3ο αι. π.Χ. Στη ρωμαϊκή περίοδο το σκηνικό οικοδόμημα επεκτείνεται εις βάρος της ορχήστρας με την κατασκευή νέου, χαμηλού λογείου (*pulpitum*) που αντικαθιστά το προσκήνιο. Εκτός των θεατρικών παραστάσεων ο χώρος του θεάτρου χρησίμευε και για άλλες συγκεντρώσεις των Σικυωνίων πολιτών, κυρίως πολιτικού χαρακτήρα.



**Σχήμα 1.3.1.** Το θέατρο της αρχαίας Σικυώνος

Το **στάδιο**, στα βορειοδυτικά του θεάτρου, διατηρείται σε ολόκληρο το μήκος του, με την απόληξη του στίβου να στηρίζεται τεχνητά από στιβαρό αναλημματικό

τοίχο. Εάν και παραμένει άσκαπτο, διακρίνονται καθαρά και τα κτιστά αναλήμματα της σφενδόνης.



*Σχήμα 1.3.2. Το στάδιο της αρχαίας Σικυώνος*

Η *αρχαία αγορά* που εκτείνεται ακριβώς ανατολικά του θεάτρου αποτέλεσε το επίκεντρο των ανασκαφικών ερευνών της Αρχαιολογικής Εταιρείας. Η μεγάλη στοά, το βουλευτήριο, η παλαίστρα και μια δεύτερη στοά βορείως της παλαίστρας, όριζαν την νοτιοδυτική πλευρά της αγοράς εντός της οποίας βρίσκεται και ο ναός. Ο ναός είναι περίπτερος, με διαστάσεις 38.07 X 11.55 μ. και ανατολικό προσανατολισμό. Είναι κατασκευασμένος εξ ολοκλήρου από εγχώριο μαλακό λίθο, και η πρώτη οικοδομική του φάση ανάγεται στην αρχαϊκή εποχή (6ος αι. π.Χ.) όπως μαρτυρούν αρχιτεκτονικά μέλη του που βρέθηκαν στις ανασκαφές αλλά και το στενόμακρο σχήμα του. Ο ναός ιδρύθηκε στην τότε ακρόπολη της Σικυώνος, και είναι το μοναδικό αρχαϊκό κτίσμα της που είναι ορατό σήμερα. Στα ελληνιστικά χρόνια ανακατασκευάστηκε και εντάχθηκε στο χώρο της αγοράς της νέας πόλεως πάνω στα ίδια θεμέλια, όπως τεκμαίρεται από αρχιτεκτονικές λεπτομέρειες στους λίθους της θεμελίωσης και τεμάχια από πήλινες σίμες των χρόνων αυτών. Χωρίζεται σε πρόναο, σηκό και οπισθόδομο. Τμήματα δαπέδου με ψηφίδες των χριστιανικών χρόνων που αποκαλύφθηκαν σε ψηλότερο επίπεδο καθώς επίσης και σταυροί που έχουν λαξευτεί στο πέτρωμα μαρτυρούν τη μετατροπή του ναού σε χριστιανική εκκλησία μετά την καταστροφή του, πιθανόν από σεισμό, στα μέσα του 3ου αι. μ.Χ. Η ταύτιση του ναού δεν είναι επιβεβαιωμένη. Με βάση τις αρχαίες πηγές που αναφέρονται στην αγορά της αρχαίας Σικυώνας πιθανότερη φαίνεται η αφιέρωσή του στον Απόλλωνα.



*Σχήμα 1.3.3. Η αρχαία αγορά της αρχαίας Σικυώνος*

Η ταυτότητα του **τετράγωνου κτίσματος** παρά την βορειοανατολική γωνία του ναού, διαστάσεων 8.53 X 8.62 μ., παραμένει άγνωστη. Η ανασκαφέας του Κ. Κρυστάλλη-Βότση πιθανολογεί την χρήση του κτίσματος ως βωμού του παρακείμενου ναού.

Η **παλαίστρα**, κατασκευασμένη λόγω της φύσης του εδάφους σε δύο επίπεδα στα δυτικά της αγοράς, αποτελούσε το βασικό μέρος του γυμνασίου της πόλης. Το χαμηλότερο επίπεδο, 72 X 36 μ., είναι το αρχαιότερο και χρονολογείται στις αρχές του 3ου αι. π.Χ. Πρόσβαση υπήρχε από το δυτικό άκρο της βόρειας πλευράς όπου και σώζονται ίχνη προπύλου. Ο χώρος περιβάλλεται στην ανατολική, νότια και βόρεια πλευρά του από ιωνική στοά, με δωμάτια στο βάθος της. Στη δυτική πλευρά ο τοίχος κτισμένος με ισόδομο σύστημα συγκρατεί τα χώματα του άνω ανδῆρου. Από τις τρεις κλίμακες επικοινωνίας μεταξύ των δύο ανδῆρων, δύο στις άκρες και μία στη μέση του αναλήμματος, δεσπόζουσα θέση κατέχει η κεντρική. Δεξιά και αριστερά της υπάρχει ανά μία μνημειακή κρήνη του τύπου των εν παραστάσι. Το ψηλότερο επίπεδο θεωρήθηκε από τον ανασκαφέα Αν. Ορλάνδο, προσθήκη των αυτοκρατορικών χρόνων (3ος αι. μ.Χ.) στη θέση προγενέστερου κτίσματος των ελληνιστικών χρόνων που κατέπεσε από σεισμό τον 1ο ή 2ο αι. μ.Χ. Ο χώρος του άνω ανδῆρου, σχήματος Π και διαστάσεων 70 X 32.50 μ., είναι διαμορφωμένος σαν μία ορθογώνια αυλή με δωρική στοά στη νότια, δυτική και βόρεια πλευρά. Το στυλοβάτη του

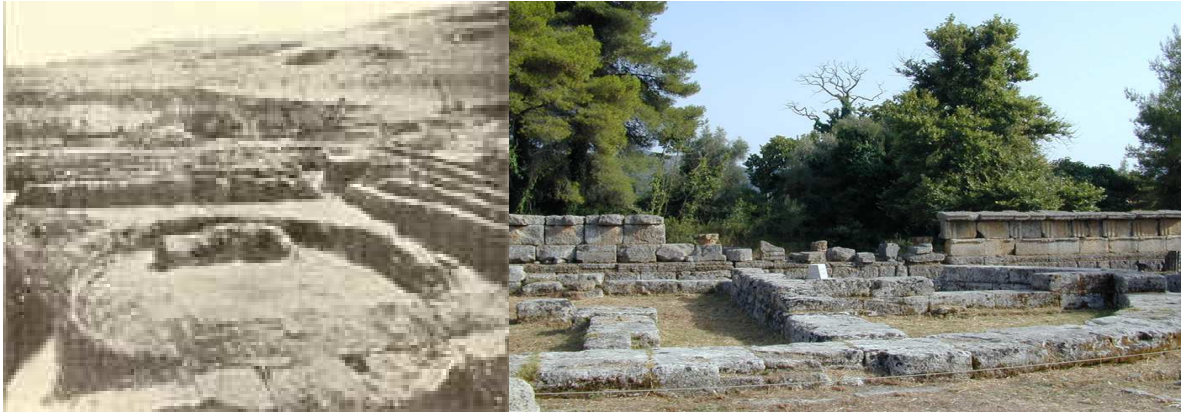
δωρικού και ιωνικού περιστυλίου των δύο επιπέδων περιτρέχει εσωτερικά λίθινη αύλακα, για την απορροή των υδάτων της στέγης των στοών. Μεταξύ των κινητών ευρημάτων της παλαίστρας περιλαμβάνονται μαρμάρινο ανδρικό εικονιστικό άγαλμα, δύο ακέφαλα μαρμάρινα αγάλματα γυναικείων μορφών, ένας ακέφαλος μαρμάρινος ανδρικός κορμός, και μία μαρμάρινη κεφαλή ανδρός, όλα γλυπτά της Ρωμαϊκής περιόδου, καθώς και αγωνιστική επιγραφή σε Σικυώνιο αλφάβητο του 5ου αι. π.Χ.



*Σχήμα 1.3.4. Η παλαίστρα της αρχαίας Σικυώνας*

Το **βουλευτήριο** στα ανατολικά της παλαίστρας, διαστάσεων 41.15 X 40.50 μ., είχε τετράγωνη εσωτερική κιονοστοιχία ιωνικού ρυθμού και στοά κατά μήκος της βόρειας πλευράς του, δηλαδή της πρόσοψης. Οδός πλάτους 6.75 μ μέτρων χώριζε το βουλευτήριο από την μεγάλη στοά που εκτείνεται στα ανατολικά του σε μήκος 106 μ. Η στοά, πλάτους 16 περίπου μ., είχε διπλή κιονοστοιχία κατά μήκος της βόρειας πλευράς της και 20 μικρά διαμερίσματα κατά μήκος της νότιας πλευράς. Όπως και το βουλευτήριο χρονολογείται στην πρώιμη ελληνιστική εποχή και επιδέχθηκε μετατροπές σε μεταγενέστερους χρόνους.





*Σχήμα 1.3.5. Το βουλευτήριο της αρχαίας Σικυώνος*

Τα **ρωμαϊκά λουτρά** βορείως της αγοράς, όπου σήμερα στεγάζεται το μουσείο, έχουν μόνο μερικώς αποκαλυφθεί. Τα ορατά τους τμήματα φανερώνουν την ύπαρξη εκτενούς κτιρίου με διάταξη των χώρων γύρω από κεντρική αυλή, και πρέπει να χρονολογούνται στον 1ο ή 2ο μ.Χ. αιώνα.



*Σχήμα 1.3.6. Μουσείο (Ρωμαϊκά Λουτρά) της αρχαίας Σικυώνος*

Η **τρίκλιτη βασιλική** της κάτω Σικυώνος βρίσκεται στο λόφο της Παναγίτσας του Κιάτου και περί τα 200-300 μ. νοτιοδυτικά του επιπέδου της αρχαίας πόλης. Αποτελείται από τον κυρίως ναό, που στα ανατολικά απολήγει σε μεγάλη ημικυκλική αψίδα, το νάρθηκα και το αίθριο στα δυτικά, και έχει συνολικό πλάτος 23.9 μ. και μήκος άνω των 65 μέτρων. Περιλαμβάνει διάφορα προσκτίσματα με πλέον χαρακτηριστικά το παρεκκλήσιο και το βαπτιστήριο στη νότια πλευρά. Τόσο το μέγεθος του κτιρίου όσο και τα αρχιτεκτονικά και γλυπτά του μέρη το εντάσσουν στις σημαντικότερες βασιλικές που κτίστηκαν στην Πελοπόννησο στο δεύτερο μισό του 5ου αι. μ.Χ.



*Σχήμα 1.3.7. Η τρίκλιτη βασιλική της αρχαίας Σικυώνας*



Πανοραμική θέα της αρχαίας Σικυώνα

#### **1.4 Το αρχαίο θέατρο της Σικυώνας-Περιγραφή του μνημείου**



Το Αρχαίο Θέατρο της Σικυώνος υπολογίζεται σαν ένα από τα μεγαλύτερα θέατρα της αρχαίας Ελλάδας. Όλα τα αρχαία ελληνικά θέατρα ήταν χτισμένα με τον ίδιο τρόπο και με την ίδια αρχιτεκτονική σχεδίαση.

Τα μέρη τους είναι τρία:

Το κοίλον, η ορχήστρα και η σκηνή.

## ΚΟΙΛΟΝ



Είναι το κυρίως θέατρο, δηλαδή το μέρος εκείνο από το οποίο οι θεατές θεώνται το έργο που παίζεται στη σκηνή και τη δράση του χορού στην ορχήστρα. Οι σειρές των καθισμάτων ήταν έτσι τοποθετημένες στο «κοίλον», ώστε να αποτελούν «συνεχή ημικύκλια και ομόκεντρα υπερκείμενα αλλήλων. Κλίμακες ως ακτίνες διατεθειμένες και εκ του κέντρου εις το ύψος φερόμεναι και διατέμνουσαι τα συγκεντρικάς σειράς των ειδωλίων, εχώριζον ταύτας εις σφηνοειδή τμήματα άτινα εκαλούντο «κερκίδες». Το θέατρο της Σικυώνας χωρίζονταν σε 15 σφήνες (κερκίδες), με 16 κλιμακωτούς διαδρόμους από την ορχήστρα προς την κορυφή. Οι αρχαίοι Έλληνες αρχιτέκτονες, κατά γενικό κανόνα, κατασκεύαζαν τα θέατρα κατά τέτοιο τρόπο ώστε το «Κοίλον» να έχει θέα προς το βορρά. Το «Κοίλον» του θεάτρου της Σικυώνας έβλεπε προς την πεδιάδα της Κορινθίας, τον Κορινθιακό κόλπο και τα απέναντι βουνά της Ρούμελης, παρέχοντας στους θεατές μια υπέροχη θέα κατά τα διαλείμματα της παράστασης.

Το «κοίλον» του Θεάτρου της Σικυώνας, έχει πλάτος που ξεπερνάει τα 122 μ. Τα περισσότερα από τα καθίσματα του θεάτρου ήταν λαξευμένα στο βράχο στη δυτική πλευρά του «κοίλου», μερικά δε, έχουν αποκαλυφθεί. Στην πρώτη σειρά ήταν τα εδώλια των επισήμων (ιερέων, αρχόντων, στρατηγών κ.λπ.). Αυτά τα εδώλια ήταν κατασκευασμένα από πωρόλιθο και μερικά απ' αυτά ήταν διακοσμημένα. Η σειρά

αυτή των εδωλίων λέγονταν προεδρία. Πέρα από τις θέσεις της «προεδρίας» υπήρχαν και άλλες θέσεις για ορισμένες τάξεις πολιτών. Ιδιαίτερες θέσεις για τις γυναίκες, υπήρχαν προς το άνω διάζωμα. Υπάρχει μεγάλη διχογνωμία πάνω στο θέμα αν επιτρέπονταν να παρακολουθούν οι γυναίκες τις παραστάσεις. Τα εδώλια (καθίσματα), χωρίζονταν σε τρεις ζώνες, διαζώματα, για την ευκολία της κυκλοφορίας των θεατών. Κάθε διάζωμα στο Θέατρο της Σικυώνας είχε είκοσι σειρές καθισμάτων. Οι θεατές έμπαιναν στα θέατρα από τις παρόδους (διαδρόμους), δεξιά κι αριστερά. Στο μεσαίο κι επάνω διάζωμα στο Θέατρο της Σικυώνας, έμπαιναν από δύο θολωτές εισόδους (καμάρες), δεξιά κι αριστερά, που είχαν πλάτος. Από τις κάτω παρόδους έμπαινες ο χορός στην ορχήστρα. Στις ανασκαφές που έγιναν, αποκαλύφθηκαν έξι σειρές καθισμάτων στο κέντρο του πρώτου διαζώματος. Θα είχε μεγάλο ενδιαφέρον εάν η προσοχή των αρμοδίων στρέφονταν προς τη συνέχιση της ανασκαφικής έρευνας στο θέατρο και στο παρακείμενο στάδιο της αρχαίας Σικυώνας.

## ΟΡΧΗΣΤΡΑ



Είναι το δεύτερο μέρος του θεάτρου. Ο χώρος του θεάτρου όπου έψαλλαν και χόρευαν (ωρχούνται) οι χορευτές. Η ορχήστρα του θεάτρου της Σικυώνας, αποτελεί ένα ημικύκλιο, λίγο μεγαλύτερο από τη μισή περιφέρεια ενός όχι τέλειου κύκλου. Η διάμετρος της είναι 24,04 μ. Ένα θαυμάσιο από τεχνική άποψη, αποχετευτικό σύστημα, είναι το βασικό χαρακτηριστικό της (διακρίνεται καθαρά και σήμερα). Ολόγυρα στην ημικυκλική περιφέρεια της ορχήστρας και μπροστά από τα εδώλια των επισήμων (προεδρία), περνάει μια τάφος σκεπασμένη με πλάκες (γεφυρωμένη), πλάτους 1,25 μ. και βάθους 1 μ. Τούτη η ημικυκλική τάφος, τερματίζει στα δύο άκρα της, σε μια άλλη τάφο παράλληλη με τον τοίχο του προσκηνίου. Τούτη η τελευταία τάφος, χύνει τα νερά της σε μια άλλη τάφο που διασχίζει το κέντρο της ορχήστρας, με κατεύθυνση κάθετη προς το προσκήνιο και καταλήγει σε μια από τις πλάγιες υπονόμους. Στο κέντρο της ορχήστρας υπάρχει μια τετράγωνη λεκάνη. Από

κει, ξεκινούσε υπόγειος διάδρομος που περνούσε κάτω από τη σκηνή και κατέληγε πίσω απ' αυτήν, σε ένα κλιμακοστάσιο, που σώζονται ακόμα μερικά από τα σκαλοπάτια του. Ο υπόγειος διάδρομος χρησίμευε για να κινούνται αθέατοι οι ηθοποιοί. Στα περισσότερα από τα αρχαία ελληνικά θέατρα, η ορχήστρα ήταν «επίπεδος κυκλωτερής χώρος», δηλαδή ολόκληρος κύκλος του οποίου η διάμετρος ποικίλει ανάλογα με το μέγεθος του θεάτρου. Η ορχήστρα λ.χ. του Θεάτρου της Επιδαύρου είναι κυκλική και η διάμετρός της είναι 24,32 μ. Η ορχήστρα του Διονυσιακού Θεάτρου (Αθήνας), είναι επίσης κυκλική και έχει διάμετρο 22,50 μ., είναι δε πλακόστρωτη. Η ορχήστρα του Θεάτρου της Σικυώνας, ήταν, όπως είδαμε, ημικυκλική και το δάπεδό της ήταν στρωμένο με πατημένο χώμα. Στην ορχήστρα οδηγούσαν οι δυο πλάγιες «πάροδοι» (διάδρομοι), από δεξιά κι αριστερά. Και οι δυο πάροδοι κλείνονταν με πόρτες πλαισιομένες με τρεις κορινθιακές παραστάδες. Στο κέντρο της ορχήστρας στήνονταν βωμός του Διόνυσου. Ο βωμός αυτός είχε τη γενική ονομασία: «Θυμέλη παρά τω θύειν» (Σουΐδα «Λεξικόν» στη λέξη σκηνή). Παλιότερα λέγονταν «έλεος» (τραπέζι που σφάζονταν τα ζώα που προορίζονταν για θυσία).

## ΣΚΗΝΗ



Το τρίτο μέρος του θεάτρου, όπου έπαιζαν οι υποκριτές (ηθοποιοί), ήταν η Σκηνή. «Το επί της σκηνής και των υποκριτών των μέρος» (Αριστ. «Ποιητικά» XXIV). Ο τόπος δηλαδή όπου εκτυλίσσονταν η δράση. Πρώτη μορφή της σκηνής υπήρξε ο «ελεός», με το υπόστεγο που βρίσκονταν πίσω απ' αυτόν και χρησίμευε για να αλλάζει ρούχα και προσωπείο ο ηθοποιός (υποκριτής). Όταν στα παιζόμενα ποιητικά έργα εμφανίζονταν ένας υποκριτής, ο «ελεός» επαρκούσε, όταν όμως υστερότερα προστέθηκε στα έργα και δεύτερος (πιθανώς από τον Αισχύλο), δημιουργήθηκε η ανάγκη διεύρυνσης του «ελεού», που μαζί με το υπόστεγο αποτελούσαν τη σκηνή. Η σκηνή σ' όλα τα αρχαία ελληνικά θέατρα, είχε σχήμα ορθογώνιου, που το μήκος του εποίκιλε ανάλογα με την έκταση του όλου θεάτρου, το δε βάθος του (πλάτος) εποίκιλε από δύο έως τρία μέτρα. Η σκηνή αποτελούνταν

από δύο ή τρεις ορόφους (η σκηνή του θεάτρου της Σικυώνας είχε δύο ορόφους), πλάγια δε και πίσω απ' αυτήν υπήρχαν διαμερίσματα, που άλλα απ' αυτά χρησίμευαν για ν' αλλάζουν οι υποκριτές (καμαρίνια) και άλλα για αποθήκες. Στο βάθος η σκηνή κλείνονταν με τοίχο που λέγονταν προσκήνιο ή μετασκήνιο. Μπροστά από τη σκηνή βρίσκονταν το κυρίως προσκήνιο ή λογείον. Σ' αυτό μιλούσαν οι υποκριτές. Το λογείον λέγονταν και οκρίβας και βήμα. Το προσκήνιο σε άλλα θέατρα ήταν ξύλινα και σε άλλα πέτρινο, από πέτρινες βάσεις που βρέθηκαν στο προσκήνιο του θεάτρου της Σικυώνας και που σ' όλο το μήκος τους διακρίνονταν τρύπες, οι ερευνητές υποστηρίζουν πως το προσκήνιο του Θεάτρου της Σικυώνας ήταν ξύλινο και στις τρύπες που φαίνονται στις πέτρινες βάσεις, στηρίζονταν οι δοκοί που βάσταζαν το προσκήνιο. Το εσωτερικό του προσκηνίου επικοινωνούσε με την ορχήστρα με μια πόρτα, το δε δάπεδό του επικοινωνούσε με την ορχήστρα με μια σκάλα. Το δάπεδο του προσκηνίου σε όλα τα θέατρα ήταν σανιδόστρωτο. Δυο είσοδοι (πάροδοι), δεξιά κι αριστερά, οδηγούσαν στη σκηνή. Αυτές οι είσοδοι ήταν σκεπαστές (καμάρες). Το ύψος της σκηνής του θεάτρου της Σικυώνας έφτανε στα 3 μ. και 25 εκ. και το βάθος της είχε ύψος 10-12 πόδια. Πότε ακριβώς κατασκευάστηκε το κτιριακό συγκρότημα της σκηνής του Θεάτρου της Σικυώνας, δεν είναι γνωστό. Μερικοί από τους αρχαιολόγους τοποθετούν τη χρονολογία μεταξύ του 251 και 168 π.Χ. και άλλοι προ της μεταφοράς της πόλης στην καινούρια της θέση από το Δημήτριο Πολιορκητή (303 π.Χ.). Στη σκηνή του Θεάτρου της Σικυώνας υπήρχε άγαλμα του Άρατου, που τοποθετήθηκε εκεί στα χρόνια της στρατηγίας του, σε ένδειξη ευγνωμοσύνης των Σικυώνιων για τις υπηρεσίες που αυτός είχε προσφέρει στην πόλη: «του θεάτρου δε υπό την ακρόπολιν ωκοδομημένου τον εν τη σκηνή πεποιημένον άνδρα ασπίδα έχοντα. Άρατον φασίν είναι τον Κλεινίου». Το θέατρο της Σικυώνας αποκαλύφθηκε κατά τις ανασκαφές της Αμερικάνικης Αρχαιολογικής Σχολής Αθηνών το 1887, θεωρείται δε, σαν το πιο αξιοσημείωτο από τα αρχιτεκτονικά μνημεία της Σικυώνας.

#### — πανοραμικές φωτογραφίες



Θέατρο

Αρχαίας Σικυώνας, 12-06-2005



Θέατρο

Αρχαίας Σικυώνας, 12-06-2005



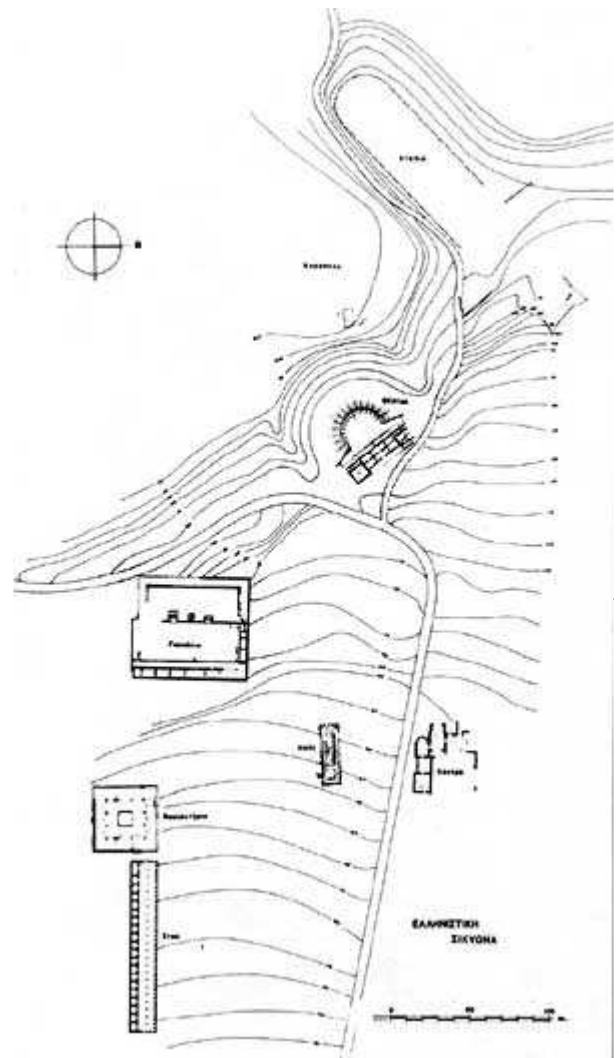
Θέατρο

Αρχαίας Σικυώνας, 12-06-2005

## 1.5 Έρευνες – μελέτες στη Σικυώνα

### *1.5.1 Προηγούμενες έρευνες*

Προηγούμενες αρχαιολογικές έρευνες στο πλάτωμα αποσκοπούσαν στην αποκάλυψη αρχιτεκτονικών μνημείων εντός και περίξ της αγοράς της ελληνιστικής πόλης. Οι ανασκαφές που έγιναν αρχικά από την Αμερικανική Σχολή Κλασικών Σπουδών στις δεκαετίες του 1890 και 1900, και στην συνέχεια από τον Α. Φιλαδέλφεια, τον Α. Ορλάνδο και την Κ. Κρυστάλλη-Βότση εκ μέρους της Αρχαιολογικής Εταιρείας από τη δεκαετία του 1920 έως τη δεκαετία του 1950 και ξανά κατά τη δεκαετία του 1980, έφεραν στο φως το θέατρο, ένα ναό, μια παλαίστρα, ένα βουλευτήριο και μια μακρά στοά, όλα της ελληνιστικής περιόδου (Fossum 1905, Φιλαδελφεύς 1926, Ορλάνδος 1933-1957, Κρυστάλλη-Βότση 1988, 1991). Μερικά από τα ευρήματα αυτών και άλλων, κυρίως σωστικών, ανασκαφών στεγάζονται στο τοπικό μουσείο, το οποίο ιδρύθηκε από τον Ορλάνδο κατόπιν αναστύλωσης μέρους λουτρικού συγκροτήματος των ρωμαϊκών χρόνων. Επίσης, η τοπογραφική έρευνα του Γ. Λώλου (1996-2002) κατέγραψε και χαρτογράφησε τα ορατά ίχνη των τειχών της αρχαίας

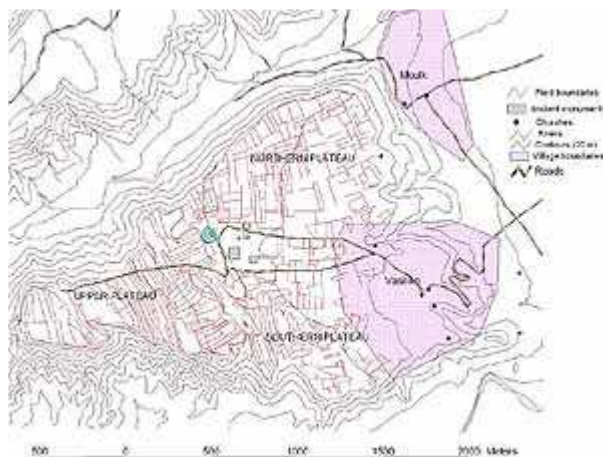


Κάτοψη των μνημείων της αρχαίας Σικυώνας.

πόλης, τη θέση των πυλών, την πορεία των αρχαίων οδών, όπως και διάφορα άλλα αρχιτεκτονικά κατάλοιπα εντός των τειχών, τα οποία σε συνδυασμό με τα ανασκαμμένα μνημεία αποδεικνύουν ότι η πόλη ήταν κτισμένη βάσει κανάβου (Λώλος, υπό έκδοση)

### 1.5.2 Αρχαιολογική έρευνα

Η χαρτογράφηση και εξέταση των διάσπαρτων επιφανειακών καταλοίπων στο πλάτωμα αποτελεί τον κορμό του προγράμματος. Η εντατική επιφανειακή έρευνα διερευνά τις χρονικές περιόδους και το χαρακτήρα της ανθρώπινης παρουσίας και δραστηριότητας στον αστικό χώρο και επιχειρεί να την ερμηνεύσει. Η χρονολόγηση βασίζεται σε κεραμικά και αρχιτεκτονικά κατάλοιπα, κι εδώ η σύγκριση με δεδομένα από τις ανασκαφές της Κορίνθου έχει αποδειχθεί πλέον ωφέλιμη. Τα ερωτήματα αφορούν και στην προϊστορική περίοδο καθώς και στην πρώιμη εποχή του σιδήρου, δηλαδή πριν την ίδρυση της πόλης από τον Δημήτριο, όπως και στην υστερο-ρωμαϊκή και βυζαντινή περίοδο, για τις οποίες δεν υπάρχει σχεδόν καμιά πληροφορία στις γραπτές πηγές.



Ψηφιοποιημένος χάρτης του πλάτωματος με τις τρεις περιοχές και τα αγροτεμάχια.

Σωστικές ανασκαφές που έγιναν στην παράκτια πεδιάδα έφεραν στο φως τμήματα νεκροταφείων της υστερο-ελλαδικής και ύστερο-ρωμαϊκής/πρώιμης βυζαντινής περιόδου, και το ερώτημα παραμένει εάν ο κύριος οικισμός βρισκόταν εδώ ή στο πλάτωμα. Επιπλέον, τα δεδομένα από την εκτεταμένη επιφανειακή έρευνα στη Σικυώνια χώρα προσφέρουν βάση για σύγκριση και μελέτη της σχέσης του αστικού με τον αγροτικό χώρο. Θα θέλαμε να ξέρουμε αν, τότε και σε ποιο βαθμό η ανάπτυξη της περιφέρειας, όπως αυτή μαρτυρείται από την αύξηση του αριθμού των θέσεων σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους, έγινε εις βάρος του άστεως ή εάν και τότε συμβαδίζε με αντίστοιχη ανάπτυξη του αστικού κέντρου. Ο μεγαλύτερος όγκος της κεραμικής που μελετήσαμε στους εξω-αστικούς οικισμούς ανήκει στην υστερο-ελλαδική, κλασική, υστερο-ρωμαϊκή και μέσο-βυζαντινή περίοδο. Το γεγονός ότι η αρχαϊκή, ελληνιστική και ρωμαϊκή περίοδος αντιπροσωπεύονται σε μικρό έως πολύ μικρό βαθμό έρχεται σε αντίφαση με τις ιστορικές πηγές, οι οποίες τις αναφέρουν ως περιόδους ακμής. Υποψιαζόμαστε ότι αυτές ήταν επίσης περιόδοι εντατικής



δραστηριότητας στο άστυ, κάτι που η υπό εξέλιξη αρχαιολογική έρευνα επιφανείας θα ελέγξει.

Η απάντηση στο πώς ήταν οργανωμένος ο οικισμός στο πλάτωμα έχει πολλές παραμέτρους. Η κατανομή στο χώρο καθώς και η ποσοτική και ποιοτική ανάλυση των υλικών καταλοίπων ενδέχεται να μας βοηθήσει να ξεχωρίσουμε χρήσεις γης (οικιστική, εργαστηριακή, ιερή), την πυκνότητα και ακόμα και κάποια ιεράρχηση της κατοίκησης (π.χ. πλούσιες ή φτωχές συνοικίες). Υψηλή πυκνότητα υλικού σε μια ευρεία περιοχή είναι δείγμα πυκνοκατοικημένων συνοικιών μιας πόλης (όπως για παράδειγμα στην Όλυνθο), ενώ πολλές συγκεντρώσεις υλικού σε μικρή ακτίνα μαρτυρούν μια μορφή κατοίκησης σε οικίες διάσπαρτες (κι όχι εφαπτόμενες) μεταξύ τους. Σχετικά με την ιεράρχησή τους, η παρουσία π.χ. μωσαϊκών δαπέδων και εισηγμένης κεραμεικής μαρτυρούν μάλλον ένα εύπορο περιβάλλον, ενώ η υψηλή πυκνότητα οικιακής αδρής κεραμεικής αρμόζει περισσότερο σε χαμηλά οικονομικά στρώματα. Λαμβάνοντας υπόψη διάφορους παράγοντες που σχετίζονται με τη γεωλογία και την τοπογραφία της περιοχής, αλλά και με τις πολιτιστικές της παραδόσεις μπορούμε να καταλήξουμε σε πιθανές εξηγήσεις για την ανάπτυξη του οικισμού. Για παράδειγμα, η εφαρμογή ενός αυστηρού καννάβου σε όλο το πλάτωμα στα πρώιμα ελληνιστικά χρόνια με τετράγωνα περίπου ίδιων διαστάσεων πρέπει να αντιμετωπισθεί υπό το πρίσμα των πολεοδομικών θεωριών και πρακτικών της εποχής εκείνης.



Επιφανειακή έρευνα σε «τετράγωνα» του ανώτερου πλατώματος.

Οι μέθοδοι πεδίου που έχουμε υιοθετήσει αντιστοιχούν στους ερευνητικούς μας στόχους και την τοπογραφία της περιοχής. Προκειμένου να εξάγουμε λεπτομερείς πληροφορίες διαιρέσαμε το πλάτωμα σε τρεις περιοχές: το ανώτερο πλάτωμα (Upper Plateau), που εξαπλώνεται πάνω (δυτικά) από το θέατρο, το βόρειο πλάτωμα (Northern Plateau) και το νότιο πλάτωμα (Southern Plateau) -τα δύο τελευταία χωρίζονται από τον κεντρικό δρόμο του σημερινού χωριού, που ήταν και η κεντρική αρτηρία της αρχαίας πόλης. Σε καθεμία απ' αυτές τις περιοχές, αποτυπώσαμε τα όρια των αγροτεμαχίων δεδομένου ότι τα τελευταία είναι οι εκτάσεις που περπατάμε. Στη συνέχεια διαιρούμε κάθε αγροτεμάχιο σε τετράγωνα διαστάσεων περίπου 20 x 20 μ. Κάθε τετράγωνο αποκτά έναν αριθμό εντός του αγροτεμαχίου στο οποίο βρίσκεται. Έτσι το UP3.2 είναι το τετράγωνο 2 του αγροτεμαχίου 3 στο ανώτερο πλάτωμα.

Η έρευνα κάθε τετραγώνου συνίσταται σε επιφανειακή σάρωση από ομάδα πέντε ατόμων που περπατούν παράλληλα σε απόσταση περίπου 4 μ, και κάτω από την καθοδήγηση ενός ομαδάρχη. Δεδομένου ότι κάθε άτομο μπορεί να καλύψει οπτικά περιοχή πλάτους 2 μ, η απόσταση των 4 μ επιτρέπει κάλυψη εδάφους σε ποσοστό 50%. Κάθε μέλος της ομάδας μετρά όλα τα όστρακα και κεραμίδια κατά μήκος της σειράς του με τη βοήθεια δύο μετρητών, έναν για τα όστρακα κι έναν για τα κεραμίδια, ενώ περισυλλέγει διαγνωστική κεραμεική και κινητά ευρήματα σε ενδεικτικό ποσοστό. Κάθε πέμπτο τετράγωνο η ομάδα περισυλλέγει όλα τα κινητά ευρήματα για να καταγράψει το βάρος τους και να κάνει μια πρώτη διαλογή επί τόπου. Αυτό επιτρέπει το διαχωρισμό των οστράκων από τα κεραμίδια, τα οποία εξετάζονται με σκοπό τον καθορισμό του τύπου τους, των τυπικών τους διαστάσεων, της επεξεργασίας της επιφάνειάς τους και τη χρονολόγησή τους. Τα όστρακα μεταφέρονται στην αποθήκη για καθαρισμό και μελέτη.



Επιφανειακή έρευνα σε τετράγωνα του βόρειου πλατώματος.

Όταν ένα τετράγωνο βρίθκει κεραμεικής, τότε η καθολική συλλογή περιορίζεται σε δύο λωρίδες που τέμνονται κάθετα στο μέσο του τετραγώνου. Στη συνέχεια περπατάμε όλο το τετράγωνο με μετρητές, δηλαδή με τον ίδιο τρόπο όπως και τα υπόλοιπα τετράγωνα. Το 2008 διπλασιάσαμε την απόσταση μεταξύ των περπατητών σε κάθε δεύτερο τετράγωνο του ανώτερου πλατώματος. Έτσι στα μισά τετράγωνα του ανώτερου πλατώματος που καλύψαμε το 2008, η απόσταση μεταξύ των περπατητών ήταν 10 μ (αντί για 4 μ που ήταν στα υπόλοιπα). Αυτό επέτρεψε την ταχύτερη κάλυψη της περιοχής και θα αποτελέσει αντικείμενο έρευνας στο στάδιο της επεξεργασίας των δεδομένων, όπου θα ελέγξουμε κατά πόσο ο διπλασιασμός της απόστασης μεταξύ των περπατητών επηρέασε την εξαγωγή πληροφοριών από τα επιφανειακά κατάλοιπα.



Δειγματοληπτική έρευνα σε σχήμα σταυρού.

Σημαντικά ευρήματα (τμήματα τοίχων, διάσπαρτοι λιθόπλινθοι, μυλόλιθοι, πηγάδια κ.α.) φωτογραφίζονται επί τόπου, και η ακριβής τους θέση (συντεταγμένες)

σημειώνεται με τη βοήθεια φορητού GPS. Στις περιπτώσεις ορατών κτισμάτων (σε αντίθεση με τα διάσπαρτα αρχιτεκτονικά μέλη) αυτά μετρώνται και αποτυπώνονται από τον αρχιτέκτονα με χρήση ηλεκτρονικού θεοδόλιχου. Περιοχές με εμφανή κτίσματα και με ασυνήθιστη πυκνότητα αρχιτεκτονικών μελών επιλέγονται για γεωφυσική έρευνα. Επίσης κάποια αγροτεμάχια επιλέγονται για ένα δεύτερο περπάτημα υπό διαφορετικές συνθήκες εδάφους και κατά προτίμηση σε διαφορετική περίοδο του χρόνου. Αυτό το δεύτερο περπάτημα γίνεται βάσει των ίδιων τετραγώνων όπως και την πρώτη φορά έτσι ώστε η σύγκριση να είναι ευκολότερη και αμεσότερη.

Τα δεδομένα που συλλέγονται στο πεδίο καταγράφονται σε δύο έντυπα, ένα για τα αγροτεμάχια κι ένα για τα τετράγωνα. Το έντυπο για κάθε αγροτεμάχιο ([Tract Record Form](#)) περιέχει πληροφορίες για τις συνθήκες του εδάφους, όπου συμπεριλαμβάνονται το είδος του εδάφους και η κατάστασή του, η χρήση του, το είδος καλλιέργειας κλπ. Αυτό που φέρει όλες τις αρχαιολογικές πληροφορίες είναι το έντυπο του τετραγώνου ([Square Record](#)



Διαλογή κεραμεικής στο πεδίο.

[Form](#)), όπου καταγράφονται ο συνολικός αριθμός και το βάρος της κεραμεικής, ο αριθμός και το είδος των κεραμίδων, άλλα αντικείμενα, όπως και τα αρχιτεκτονικά κατάλοιπα. Στη συνέχεια όλες οι πληροφορίες μπαίνουν σε βάση δεδομένων Access. Τα όστρακα που συλλέγονται στην αποθήκη μελετώνται με σκοπό το διαχωρισμό τους σε ομάδες βάσει των εγκλεισμάτων, της υφής και του χρώματος του πηλού. Κατά την τελική επεξεργασία γίνεται καταγραφή συγκεκριμένων θραυσμάτων, δηλαδή χαρακτηριστικών οστράκων και άλλων μικρο-αντικειμένων, που περιλαμβάνει περιγραφή (διατήρηση, διαστάσεις, σύσταση πηλού και διακόσμηση), αναγνώριση (χρήση και τύπος) και χρονολόγηση του ευρήματος. Χωρικές πληροφορίες, δηλαδή τα όρια κάθε τετραγώνου και η θέση διαφόρων ευρημάτων, καταγράφονται σε ψηφιοποιημένο χάρτη της περιοχής με τη χρήση λογισμικού GIS και CAD.

Το 2005 εισάγαμε δύο νέες κατηγορίες, μία για τα «ειδικά αγροτεμάχια» (Special Tracts) και μία για τα «αγροτεμάχια των πλαγιών» (Slope Interface Tracts). Η πρώτη αναφέρεται σε περιοχές με μηδενική ορατότητα και πυκνή βλάστηση. Σε αυτές τις περιοχές η διαίρεση των αγροτεμαχίων σε τετράγωνα κρίθηκε ανώφελη. Αντ' αυτού το αγροτεμάχιο αντιμετωπίζεται ως μία ενότητα ακανόνιστων διαστάσεων, και ερευνάται για αρχιτεκτονικά ή άλλα εμφανή κατάλοιπα. Αυτά καταγράφονται στο αντίστοιχο έντυπο και χαρτογραφούνται με GPS. Στα ειδικά

αυτά αγροτεμάχια δεν μετράμε όστρακα και κεραμίδια. Η δεύτερη κατηγορία αναφέρεται στις πλαγιές που βρίσκονται μεταξύ του ανώτερου και κατώτερου πλατώματος. Κρίναμε αναγκαίο να συμπεριλάβουμε αυτήν τη γεωγραφική ζώνη στην έρευνά μας γιατί μπορεί να μας παράσχει πολύτιμα στοιχεία αφενός για τις διαδικασίες διάβρωσης και αφετέρου για την εκμετάλλευση αυτών των περιοχών στην αρχαιότητα και σε μεταγενέστερες περιόδους. Δεδομένου ότι τα περισσότερα κινητά κατάλοιπα που βρίσκονται σε αυτήν τη ζώνη προέρχονται από το ανώτερο επίπεδο, χωρίσαμε τα αγροτεμάχια σε «τετράγωνα» των οποίων μόνο η επάνω πλευρά είναι 20 μ ενώ το μήκος και το σχήμα τους ποικίλλουν ανάλογα με την έκταση και τη μορφή του εδάφους. Οι ομάδες παρατάσσονται στη βάση της πλαγιάς και περπατούν προς τα πάνω σε όσο το δυνατό κανονικότερη διάταξη επιτρέπουν το έδαφος και η βλάστηση. Όπως και με τα κανονικά τετράγωνα, μετράμε όστρακα και κεραμίδια, συλλέγοντας ταυτόχρονα χαρακτηριστικά όστρακα και άλλα αντικείμενα, ενώ καταγράφουμε και χαρτογραφούμε αρχιτεκτονικά ή άλλα μη κινητά κατάλοιπα.

### 1.5.3 Ανθρωπολογική μελέτη

Η έρευνα στο σημερινό χωριό του Βασιλικού εμπλέκει χαρτογράφηση και εξέταση του σχεδίου του χωριού, των παλαιών του εκκλησιών, οικιών και προβιομηχανικών εγκαταστάσεων. Παράλληλα θα διερευνηθεί η ανάπτυξη του χωριού από την Οθωμανική περίοδο μέχρι τα νεώτερα χρόνια σε συνδυασμό με την ανθρωπολογική μελέτη της κοινωνικής οργάνωσης της κοινότητας κατά την ίδια περίοδο. Μείζον ζητούμενο της ανθρωπολογικής έρευνας είναι το πώς αλληλοπλέκονται οι σημασιοδοτήσεις της αρχαιότητας με τις κατασκευές



Άποψη της Σικυώνας από τον Rottmann (1834).



Ο ναός της Θεοτόκου στα 1902-1903.

ταυτοτήτων και την τουριστική προβολή της περιοχής.

#### **1.5.4 Μελέτη του οικοσυστήματος**

Η οικολογία της περιοχής είχε άμεση επίπτωση στο σχηματισμό και την ανάπτυξη των ανθρώπινων κοινοτήτων όπως και στις δραστηριότητες των κατοίκων. Ο βιολόγος θα ερευνήσει τη φυσική βλάστηση του πλατώματος, εστιάζοντας στα χέρσα και ακαλλιέργητα χωράφια και στις πλαγιές. Η αρχαία γραμματεία διασώζει τα ονόματα μερικών φυτών που ευδοκίμουν εδώ, και η αναγνώρισή τους είναι ένα σημαντικό μέρος του προγράμματος. Η διερεύνηση των φυσικών πηγών εμπλέκει και τη μελέτη της πανίδας που απαντάται σήμερα στην περιοχή, και την αντιπαραβολή της με είδη που μας είναι γνωστά από τις αρχαίες πηγές



Η βόρεια κλιτύς του πλατώματος.

#### **1.6 Γεωφυσικές έρευνες**

Ο ευρύτερος στόχος της γεωφυσικής έρευνας είναι το να συμπληρώνει και να ενημερώνει τα αποτελέσματα της αρχαιολογικής επιφανειακής έρευνας, παρέχοντας ένα γρήγορο και αποτελεσματικό τρόπο για την εκτίμηση της κατάστασης του υπεδάφους και της φύσης και διατήρησης των αρχαιολογικών στρωμάτων. Εντός του αρχαιολογικού χώρου, που εν μέρει αντιστοιχεί με την αρχαία αγορά και δεν συμπεριλαμβάνεται



Επισκόπηση με ηλεκτρικές μεθόδους στο χώρο της αρχαίας αγοράς.

στην εντατική επιφανειακή έρευνα, στόχος μας είναι:  
α) να ανακαλύψουμε τα όρια και το σχήμα της αγοράς,

β) να εντοπίσουμε μνημειώδη κτίσματα, μερικά από τα οποία αναφέρει ο Πausanίας, και  
γ) να αναγνωρίσουμε τις σχεδιαστικές της αρχές, και να υπολογίσουμε τις διαστάσεις της με αρχαίες μετρικές μονάδες. Ο καθορισμός των ορίων της αγοράς μπορεί να μας βοηθήσει και στον καθορισμό του μεγέθους ενός τυπικού οικοδομικού τετραγώνου (insula), το οποίο μπορούμε να ελέγξουμε και να επαληθεύσουμε κατά τη διάρκεια της έρευνας του υπόλοιπου πλατώματος.

Η επιλεκτική γεωφυσική έρευνα παράλληλα με την επιφανειακή έρευνα στο ευρύτερο περιβάλλον του αρχαίου άστεως, εκτός πλέον της αγοράς, συμβάλλει άμεσα στην ερμηνεία και ανάλυση των αποτελεσμάτων της επιφανειακής έρευνας με το να μας βοηθά να υπολογίσουμε το βαθμό και την κλίμακα αντιπροσώπευσης των υπεδάφινων καταλοίπων στα υπέργεια σύνολα. Επιπλέον τα γεωφυσικά δεδομένα συμπληρώνουν τα επιφανειακά ίχνη με τη χαρτογράφηση δομών και ανθρωπογενών χαρακτηριστικών που δεν είναι ορατά στην επιφάνεια του εδάφους. Για παράδειγμα, σε περιοχές με ίχνη εντατικής ανθρώπινης κατοίκησης και δραστηριότητας, η γεωφυσική έρευνα ενδέχεται να μας δώσει εικόνα της κάτοψης μιας τυπικής Σικυώνιας οικίας ή ενός εργαστηρίου, ακόμα και μιας ολόκληρης συνοικίας. Τελικά, θα καταρτίσουμε ένα χάρτη που θα συνδυάζει τα γεωφυσικά και άλλα δεδομένα, και θα απεικονίζει με το λεπτομερέστερο δυνατό τρόπο την αρχαιολογία του πλατώματος.

Η γεωφυσική έρευνα χρησιμοποιεί ηλεκτρικές και μαγνητικές μεθόδους σε επιλεγμένα τετράγωνα, 20 x 20 μ ή μικρότερα, προσανατολισμένα στα σημεία του ορίζοντα (B-N, A-Δ). Χρησιμοποιούνται δύο όργανα: ένα για τη μέτρηση της ηλεκτρικής αντίστασης του εδάφους (Geoscan RM15, Resistance Meter) σε διπλή διάταξη (Twin-Probe Array) μαζί με τον πολυπλέκτη MPX15 και ένα διαφορικό μαγνητόμετρο ροής



Επισκόπηση με μαγνητικές μεθόδους στο χώρο της αρχαίας αγοράς.

για τη μέτρηση της κατακόρυφης βαθμίδας του μαγνητικού πεδίου της γης (Geoscan FM36, Fluxgate Gradiometer). Η απόσταση των κινητών ηλεκτροδίων ρεύματος και δυναμικού είναι 0.5 μ και η απόσταση του μαγνητομέτρου από την επιφάνεια του εδάφους περίπου στο 0.5 μ. Το βάθος της διασκόπησης με τις συγκεκριμένες τεχνικές κυμαίνεται έως 1.5 μ από την επιφάνεια του εδάφους. Το βήμα δειγματοληψίας παραμένει σταθερό στο 1 μ καθ' όλη τη διάρκεια της γεωφυσικής έρευνας για τις ηλεκτρικές διασκοπήσεις, ενώ κυμαίνεται από 0.5-1 μ για τις μαγνητικές διασκοπήσεις. Η δειγματοληψία των μετρήσεων της ηλεκτρικής αντίστασης με την μέθοδο του Multiplexer πραγματοποιείται με βήμα 0.5 μ. Κατά την επεξεργασία των γεωφυσικών δεδομένων όλες οι μετρήσεις μετατρέπονται σ'ένα κοινό σύστημα αναφοράς με τη χρήση διορθωτικών συντελεστών (grid και line equalization). Στη συνέχεια εφαρμόζεται επιλεκτικά αφαίρεση υψηλών και χαμηλών ακραίων τιμών (selective despiking) και συμπίεση του δυναμικού εύρους τους (compression of dynamic range). Το τελικό στάδιο της επεξεργασίας περιλαμβάνει την ανάλυση των γεωφυσικών ανωμαλιών, τη δημιουργία διαγραμματικών χαρτών απεικόνισης των πιο σημαντικών χαρακτηριστικών τους, και την ερμηνεία τους.





## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2:**

### **ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΔΙΑΣΚΟΠΗΣΕΩΝ**

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα γενικά χαρακτηριστικά της ηλεκτρικής διασκόπισης. Εν συντομία αναλύεται το φυσικό υπόβαθρο της μεθόδου. Παρουσιάζονται οι τρόποι με τους οποίους υλοποιούνται οι διατάξεις μέτρησης, τα όργανα που χρησιμοποιούνται και ο σχεδιασμός για την πραγματοποίηση της γεωφυσικής έρευνας.

#### **2.1. Εισαγωγή**

Η γεωηλεκτρική μέθοδος παρουσιάζει μια ποικιλία έναντι των άλλων γεωφυσικών μεθόδων όπως η βαρυτική, η μαγνητική, η σεισμική και η ραδιομετρική. Μετριοούνται συνήθως δυναμικά, ρεύματα ( εντάσεις και πυκνότητες ) και ηλεκτρομαγνητικά πεδία που παράγονται είτε από φυσικές είτε από τεχνητές πηγές. Με την εφαρμογή των ηλεκτρικών μεθόδων γεωφυσικής διασκόπισης επιδιώκεται ο καθορισμός της κατανομής των ηλεκτρικών ιδιοτήτων των πετρωμάτων των επιφανειακών στρωμάτων του φλοιού της Γης, με μετρήσεις ηλεκτρικών ποσοτήτων στην επιφάνεια της Γης. Σκοπός της γεωηλεκτρικής μεθόδου διασκόπισης είναι να μετρηθεί η διαφορά δυναμικού που προκαλείται από την εισαγωγή ηλεκτρικού ρεύματος μέσα στην γη. Η μετρούμενη διαφορά δυναμικού αντικατοπτρίζει τη δυσκολία με την οποία το ηλεκτρικό ρεύμα ρέει μέσα στο υπεδάφος, δίνοντας έτσι μια ένδειξη για την ηλεκτρική αντίσταση του υπεδάφους. Διαφορετικοί γεωλογικοί σχηματισμοί παρουσιάζουν και διαφορετικές ηλεκτρικές αντιστάσεις. Η γνώση της γεωηλεκτρικής δομής του υπεδάφους μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την έμμεση εύρεση της γεωλογικής δομής και δομών ενδιαφέροντος.

Οι ηλεκτρικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται κυρίως στη χαρτογράφηση γεωλογικών στρωμάτων (Vandenberghe, 1982 Olesen et al., 1992 Griffiths and Barker, 1993), στην ανεύρεση και χαρτογράφηση υδάτινων πόρων (Van dam, 1976 Rijo et al., 1977 Aubert et al., 1984 Olayinka and Barker, 1990), στην τεχνική γεωλογία για την εύρεση του βάθους του μητρικού πετρώματος σε τοποθεσίες κατασκευής τεχνητών φραγμάτων (Habberjam, 1975 Smith, 1986 Butler and Llopis, 1990 Dahlin et al., 1994), στην ανίχνευση γεωθερμικών πεδίων (Wright et al., 1985 Thanassoulas and Tsokas, 1987), στην περιβαλλοντική γεωλογία για τον εντοπισμό μολυσμένων υπόγειων υδάτων (Rodgers and Kean, 1980) και διαρροών αποβλήτων (Van et al., 1992) καθώς και στην εύρεση στόχων αρχαιολογικού ενδιαφέροντος (Aitken, 1974 Hesse et al., 1986 Roka and Tsokas, 1987 Orlando et al., 1987 Szymanski et al., 1992).

## 2.2 Διάδοση ηλεκτρικού ρεύματος

Οι μέθοδοι που εφαρμόζονται ανήκουν στην κατηγορία του τεχνητά παραγόμενου ηλεκτρικού ρεύματος, το οποίο διαβιβάζεται στο έδαφος δια μέσου ενός ζεύγους ηλεκτροδίων και σε ένα δεύτερο ζεύγος ηλεκτροδίων όπου μετράτε η πτώση τάσης που προκαλείται (Σχήμα 2.1). Η διάδοση του ηλεκτρικού ρεύματος στην γη γίνεται με τους εξής τρεις τρόπους.

### 1. Ηλεκτρολυτική αγωγιμότητα

Το ηλεκτρικό ρεύμα διαδίδεται μέσω των ιόντων αλάτων και ορυκτών που είναι διαλυμένα μέσα στο νερό που γεμίζει τους πόρους των γεωλογικών σχηματισμών.

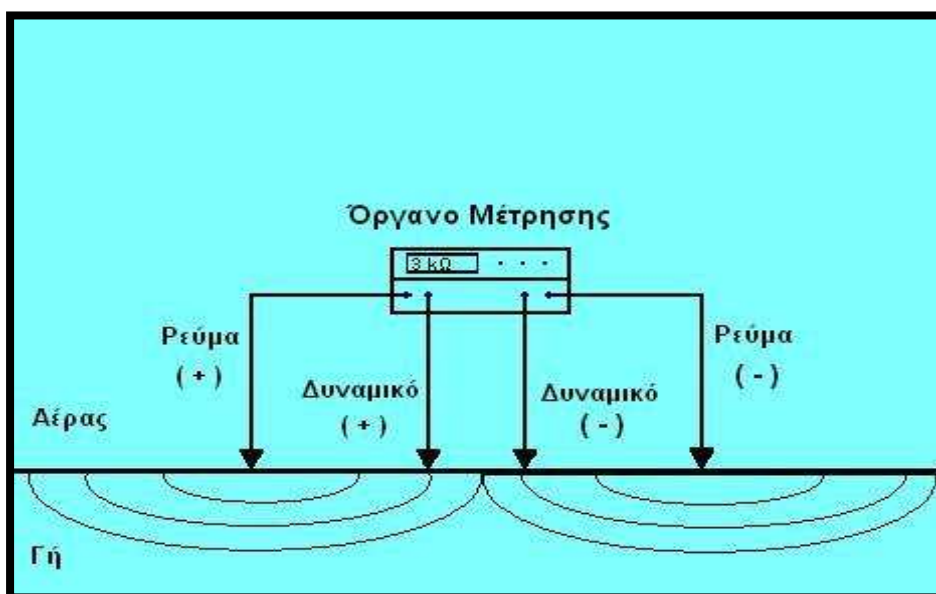
**2. Ηλεκτρονική αγωγιμότητα** Το ηλεκτρικό ρεύμα διαδίδεται μέσω των ελεύθερων ηλεκτρονίων που βρίσκονται στην κρυσταλλική δομή πετρωμάτων και ορυκτών (κυρίως μεταλλικών)

### 3. Διηλεκτρική αγωγιμότητα

Το εναλλασσόμενο ηλεκτρικό ρεύμα προκαλεί κυκλική κίνηση στα ιόντα της κρυσταλλικής δομής κάποιων μονωτών. Η κίνηση αυτή προκαλεί δευτερεύων εναλλασσόμενο ρεύμα.

## 2.3 Ειδική ηλεκτρική αντίσταση

Η ηλεκτρική αντίσταση που υπολογίζεται σαν το πηλίκο των δύο αυτών μεγεθών χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης  $\rho$ .

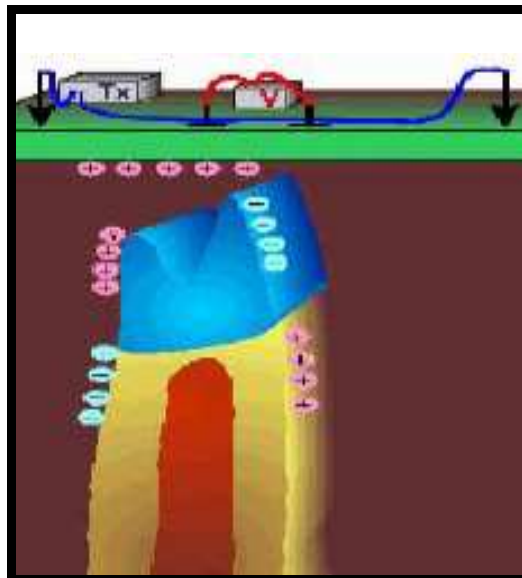


Σχήμα 2.1.: Η βασική διάταξη γεωηλεκτρικών μετρήσεων.

Η ειδική ηλεκτρική αντίσταση  $\rho$  ενός στερεού σώματος κυλινδρικού σχήματος, διατομής  $S$  και μήκους  $L$ , που έχει ηλεκτρική αντίσταση  $R$ , ορίζεται από τη σχέση:

$$\rho = \frac{RS}{L} \quad (2.1.)$$

και αντικατοπτρίζει την δυσκολία με την οποία το ηλεκτρικό ρεύμα ρέει μέσα στο υπέδαφος στο σύστημα SI. Το  $R$  μετράται σε Ohms, το  $L$  σε μέτρα (m) και το  $S$  σε τετραγωνικά μέτρα ( $m^2$ ). Μονάδα μέτρησης της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης είναι το  $Ohm \cdot m$ .



Σχήμα 2.2: Ειδική ηλεκτρική αντίσταση

Ένας άλλος όρος, που περιγράφει τη συμπεριφορά της Γης στη διέλευση του ρεύματος είναι η ειδική ηλεκτρική αγωγιμότητα  $\sigma$ , η οποία αποτελεί το αντίστροφο της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης

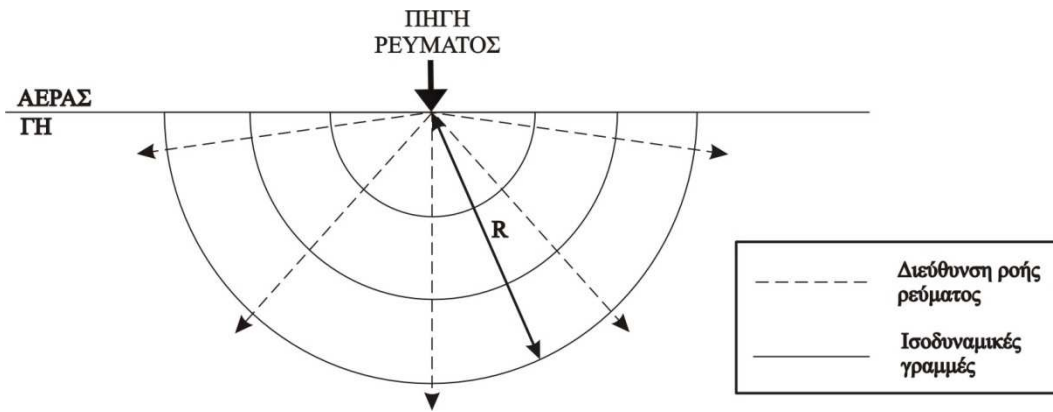
$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (2.2.)$$

και αντικατοπτρίζει την ευκολία με την οποία το ηλεκτρικό ρεύμα ρέει μέσα στο υπέδαφος. Η μονάδα μέτρησης της ειδικής ηλεκτρικής αγωγιμότητας είναι το **siemens** ανά μέτρο (S/m).

## 2.4 Φαινόμενη ηλεκτρική αντίσταση

Στην απλή περίπτωση, όπου το έδαφος είναι ομογενές και ισότροπο, το ρεύμα που εισέρχεται σε αυτό μέσω μιας σημειακής πηγής (ηλεκτροδίου), ρέει ακτινικά διερχόμενο από ένα ημισφαίριο εμβαδού  $S = 2\pi r^2$ , όπου  $r$  είναι η απόσταση της περιφέρειας του ημισφαιρίου από το σημείο εισαγωγής του ρεύματος. Οι ισοδυναμικές επιφάνειες έχουν σχήμα ημισφαιρίου και οι γραμμές του ρεύματος είναι κάθετες στις ισοδυναμικές επιφάνειες (σχήμα 2.2.). Σε αυτή την περίπτωση το δυναμικό δίνεται από τη σχέση:

$$V = \frac{\rho i}{2\pi r} \quad (2.3.)$$



Σχήμα 2.3.: Οι ισοδυναμικές γραμμές και η κατεύθυνση του ρεύματος για μια σημειακή πηγή.

Στην πράξη χρειάζονται τέσσερα ηλεκτρόδια για να γίνει μέτρηση της αντίστασης ενός ημιχώρου. Τα δύο από αυτά χρησιμεύουν στην εισαγωγή και κυκλοφορία του ρεύματος και τα ονομάζουμε A και B, ενώ με τη βοήθεια των άλλων μετράμε τη διαφορά δυναμικού στα αντίστοιχα σημεία και τα ονομάζουμε M και N. Έστω ότι AM είναι η απόσταση του M από το θετικό ηλεκτρόδιο A, BM από το αρνητικό B και AN και BN οι αντίστοιχες αποστάσεις του N από τα ηλεκτρόδια του ρεύματος (σχήμα 2.3.). Τότε, σύμφωνα με τη σχέση (2.3.), η διαφορά δυναμικού μεταξύ των ηλεκτροδίων A και B για έναν ομογενή ημιχώρο με αντίσταση  $\rho$  και για μια διάταξη τεσσάρων ηλεκτροδίων, είναι:

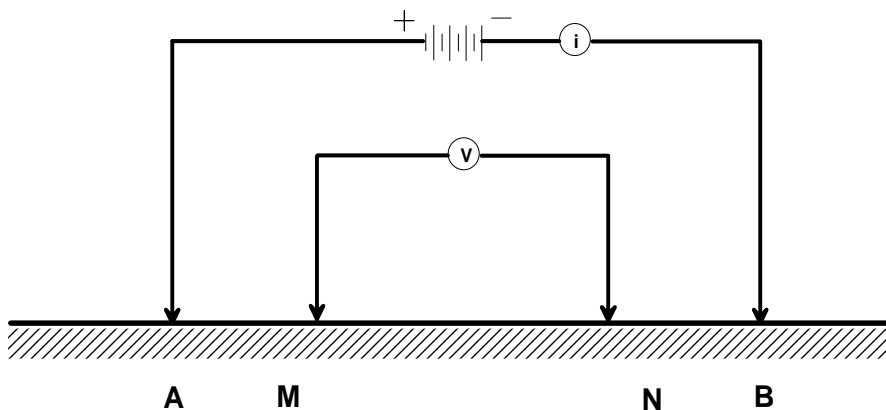
$$\Delta V = \frac{\rho i}{2\pi} \cdot \left( \frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right) \quad (2.4.)$$

Η σχέση αυτή χρησιμοποιείται για τη μελέτη των διαφόρων διατάξεων.

Επομένως, η αντίσταση του ημιχώρου μπορεί να βρεθεί από τη σχέση:

$$\rho = \frac{2\pi \Delta V}{K i} \quad (2.5.)$$

όπου  $K$  είναι ο παράγοντας μέσα στην παρένθεση της σχέσης (2.4.), ο οποίος λέγεται γεωμετρικός παράγοντας και εξαρτάται από τη διάταξη των τεσσάρων ηλεκτροδίων. Στην περίπτωση ομογενούς και ισότροπου εδάφους και για οποιαδήποτε διάταξη ηλεκτροδίων, όταν ο γεωμετρικός παράγοντας πολλαπλασιάζεται με τη μετρούμενη αντίσταση, το αποτέλεσμα είναι η πραγματική αντίσταση του εδάφους.



Σχήμα 2.4.: Διάταξη τεσσάρων ηλεκτροδίων για τη μέτρηση της διαφοράς δυναμικού.

Στην περίπτωση μη ομογενούς και ισότροπου χώρου, η σχέση (2.5.), ορίζει μια παράμετρο που ονομάζεται φαινόμενη ειδική ηλεκτρική αντίσταση του ημιχώρου  $\rho_a$ . Η παράμετρος αυτή εισάγεται για να ληφθεί υπόψη η γεωμετρία της μέτρησης, οι θέσεις δηλαδή των ηλεκτροδίων. Η φαινόμενη αντίσταση δεν είναι η πραγματική αντίσταση του υπεδάφους, αλλά μια φαινόμενη τιμή, η οποία είναι η αντίσταση που θα είχε το έδαφος εάν ήταν γεωηλεκτρικά ομογενές. Η τιμή αυτή ταυτίζεται με την πραγματική αντίσταση όταν πρόκειται για ομογενή γη.

Στην πράξη η φαινόμενη αντίσταση  $\rho_a$  αποτελεί ένα είδος μέσου όρου των ηλεκτρικών αντιστάσεων του ανομοιογενούς υπεδάφους. Επομένως, δε δίνει ακριβώς την πραγματική αλλά μια “παραμορφωμένη εικόνα” της γεωηλεκτρικής δομής του υπεδάφους. Για το λόγο αυτό, η απευθείας χρήση των μετρήσεων φαινόμενης αντίστασης για την εξαγωγή συμπερασμάτων είναι παρακινδυνευμένη. Η πραγματική αντίσταση μπορεί να βρεθεί μόνο μετά από κατάλληλη επεξεργασία. Ο καθορισμός της πραγματικής αντίστασης από τις τιμές της φαινόμενης αντίστασης είναι η λύση του αντίστροφου προβλήματος, για το οποίο θα γίνει λόγος παρακάτω.

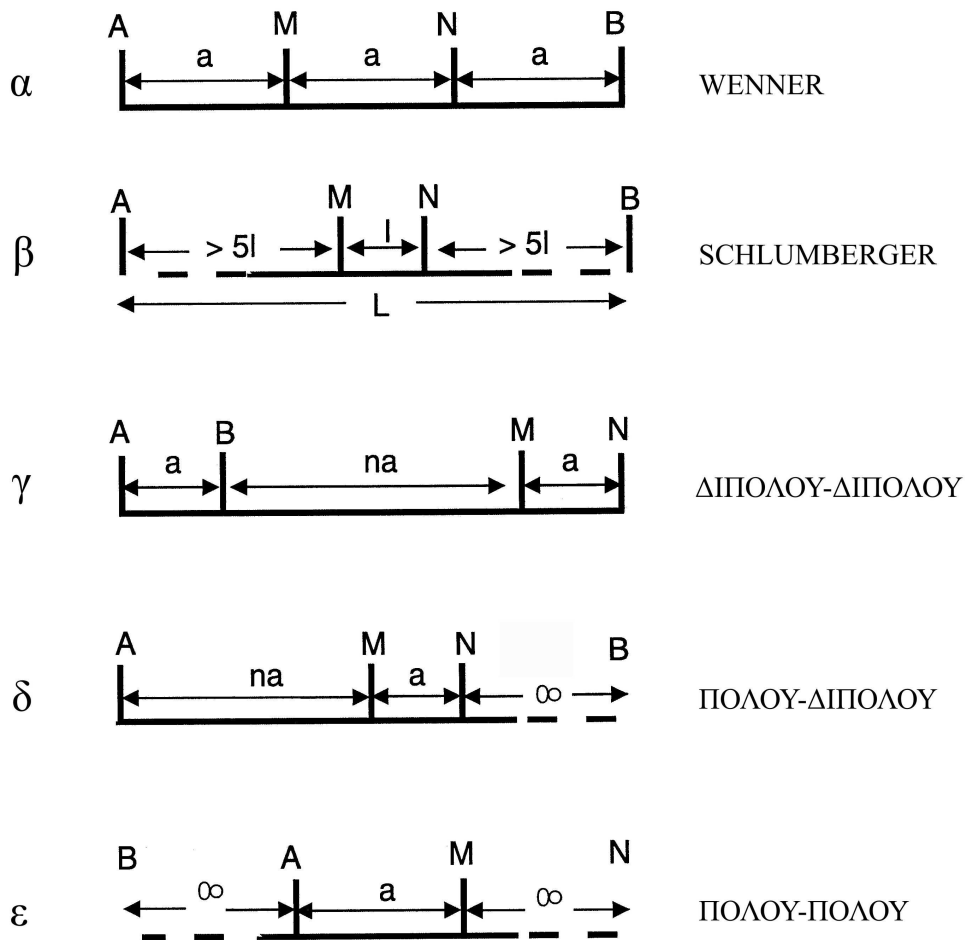
## 2.5 Μεταβολές ηλεκτρικής αντίστασης

Η αντίσταση  $\rho$  κατά κύριο λόγο εξαρτάται από την ηλεκτρολυτική αγωγιμότητα δηλαδή είναι συνδυασμός παραγόντων που επηρεάζουν τη συγκέντρωση, σύσταση του νερού. Ειδικότερα εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, όπως είναι οι υδρολογικές–υδρογεωλογικές συνθήκες της περιοχής μελέτης, η χημική σύσταση του νερού, το μέγεθος των πόρων των σχηματισμών, πιθανές διαρρήξεις, διακλάσεις ή ρήγματα των σχηματισμών, η θερμοκρασία και η πίεση που επικρατούν. Τα μεταμορφωμένα και τα πυριγενή πετρώματα έχουν υψηλές τιμές αντίστασης. Η αντίσταση αυτών των πετρωμάτων εξαρτάται από το βαθμό ρωγμάτωσής τους και από το ποσοστό του νερού που περιέχουν στους πόρους τους. Τα ίζηματογενή πετρώματα, τα οποία είναι συνήθως περισσότερο πορώδη και περιέχουν υψηλότερο ποσοστό νερού, έχουν χαμηλότερες αντιστάσεις. Η αντίσταση του νερού ποικίλει από 10 έως 100  $\Omega \cdot m$ , ανάλογα με την περιεκτικότητά του σε διαλυμένα άλατα (Παπαζάχος, 1986).

## 2.6 Διατάξεις ηλεκτροδίων

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι κατά τους οποίους διατάσσονται τα ηλεκτρόδια του ρεύματος και του δυναμικού. Παρακάτω παρουσιάζονται οι ευρύτερα χρησιμοποιούμενες διατάξεις αλλά και αυτές που εμείς χρησιμοποιήσαμε κατά την διάρκεια των μετρήσεων μας (σχήμα 2.4.). οι οποίες είναι : **Wenner, Schlumberger, διπόλου – διπόλου , πόλου - διπόλου και πόλου-πόλου.**

Το κύριο χαρακτηριστικό μιας διάταξης είναι ο γεωμετρικός της παράγοντας, ο οποίος σχετίζεται μονοσήμαντα με τις σχετικές αποστάσεις μεταξύ των ηλεκτροδίων (Tsourlos, 1995).



Σχήμα 2.4.:Οι συχνότερα χρησιμοποιούμενες διατάξεις ηλεκτροδίων (Tsourlos, 1995)

### Διάταξη WENNER

Κατά τη διάταξη αυτή τα ηλεκτρόδια δυναμικού M,N τοποθετούνται μεταξύ των ηλεκτροδίων δυναμικού A,B (σχήμα 2.4α.).Οι αποστάσεις μεταξύ των παρακείμενων ηλεκτροδίων είναι ίσες με  $a$ . Αντικαθιστώντας στη σχέση (2.4.) προκύπτει ότι:

$$K = \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{2a} - \frac{1}{2a} + \frac{1}{a} \right) = \frac{1}{a} \quad (2.6.)$$

και επομένως η φαινόμενη αντίσταση για τη διάταξη Wenner δίνεται από τη σχέση:

$$\rho_a = 2\pi a \frac{\Delta V}{i} \quad (2.7.)$$

## Διάταξη SCHLUMBERGER

Η διάταξη αυτή είναι παρόμοια με τη διάταξη Wenner, αλλά τα ηλεκτρόδια ρεύματος είναι τοποθετημένα σε απόσταση πολύ μεγαλύτερη από την απόσταση των ηλεκτροδίων δυναμικού (σχήμα 2.4β). Αν η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος είναι  $2L$ , η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων δυναμικού είναι  $2l$  και ισχύει  $L \geq 10l$ , τότε η φαινόμενη αντίσταση είναι:

$$\rho_a = \frac{\pi L^2}{2l} \cdot \frac{\Delta V}{i} \quad (2.8.)$$

### 2.7 Ηλεκτρική τομογραφία

Τρεις μέθοδοι έρευνας είναι οι συνηθέστερα χρησιμοποιούμενες για τον καθορισμό της αντίστασης. Με τη μέθοδο της βυθοσκόπησης (sounding) καθορίζεται η αντίσταση σε συνάρτηση με το βάθος. Το κέντρο της διάταξης παραμένει σταθερό και με τη συνεχή αύξηση της απόστασης των ηλεκτροδίων ρεύματος, αυξάνεται και το βάθος διείσδυσης του ρεύματος και διαρρέονται βαθύτεροι σχηματισμοί. Με τη μέθοδο της όδευσης (profiling) εντοπίζονται πλευρικές μεταβολές της αντίστασης. Αντίθετα με τη βυθοσκόπηση, οι αποστάσεις των ηλεκτροδίων παραμένουν σταθερές και λαμβάνεται μια σειρά μετρήσεων με πλευρική μετακίνηση της διάταξης των ηλεκτροδίων ως συνόλου με σταθερό βήμα.

Η μέθοδος της ηλεκτρικής τομογραφίας αποτελεί συνδυασμό των μεθόδων της **βυθοσκόπησης** και της **όδευσης** και παρέχει τη δυνατότητα λήψης πληροφοριών τόσο για την πλευρική όσο και για τη σε βάθος μεταβολή της αντίστασης. Η ηλεκτρική τομογραφία μπορεί να περιγραφεί ως μία σειρά από συνεχόμενες ηλεκτρικές βυθοσκοπήσεις κατά μήκος της γραμμής έρευνας ή ως μία σειρά από οδεύσεις πάνω από την ίδια περιοχή με διαδοχικά αυξανόμενες αποστάσεις ηλεκτροδίων. Με τον τρόπο αυτό παίρνουμε μια διδιάστατη εικόνα της περιοχής μελέτης.

Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά της ηλεκτρικής τομογραφίας είναι ότι, σε σύγκριση με τις άλλες τεχνικές, λαμβάνεται ένας αρκετά μεγάλος αριθμός μετρήσεων (άρα και χρήσιμης πληροφορίας). Με αυτόν τον τρόπο αυξάνεται η διακριτική ικανότητα και ανάλυση της γεωηλεκτρικής μεθόδου. Παράλληλα όμως, λόγω του μεγάλου αριθμού τους, οι μετρήσεις είναι δύσκολο να ληφθούν με χειροκίνητη αλλαγή των ηλεκτροδίων, και γι' αυτό χρησιμοποιούνται συστήματα αυτοματοποιημένων πολυπλεκτών.

Πρόδρομος της ηλεκτρικής τομογραφίας είναι η μέθοδος της “ψευδοτομής” που έχει χρησιμοποιηθεί εκτεταμένα στην χαρτογράφηση μεταλλευμάτων (Edwards 1977) αλλά και σε διάφορες άλλες εφαρμογές (π.χ. υδρογεωλογικές, Griffiths et al. 1990).



Στην διαδικασία της “ψευδοτομής” μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορες διατάξεις ηλεκτροδίων (διπόλου-διπόλου, Wenner, πόλου-διπόλου).

Η ηλεκτρική τομογραφία όμως είναι πιο γενικευμένος όρος που περιλαμβάνει και μετρήσεις με μη συμβατικές διατάξεις καθώς επίσης και μετρήσεις που λαμβάνονται με ηλεκτρόδια σε γεωτρήσεις (π.χ. Shima 1992).

## **2.8 Ερμηνεία των μετρήσεων**

Η πλέον δημοφιλής τεχνική για την αποκατάσταση της πραγματικής εικόνας της γεωηλεκτρικής αντίστασης του υπεδάφους είναι αυτή της αντιστροφής. Σκοπός της αντιστροφής είναι να βρεθεί ένα μοντέλο αντίστασης που να δίνει μετρήσεις που είναι όσο το δυνατό πιο κοντά στις πραγματικές. Προϋπόθεση η ύπαρξη μεθόδου επίλυσης του ευθέως προβλήματος, δηλαδή, να βρεθούν οι μετρήσεις, δοθείσης της κατανομής της αντίστασης.

Αρχικά γίνεται μια αναφορά στην επίλυση του ευθέως προβλήματος, δηλαδή στον υπολογισμό της θεωρητικής απόκρισης του υπεδάφους σε μια διέγερση από ένα πομπό TDEM. Παρουσιάζονται πολύ συνοπτικά οι διάφορες μέθοδοι επίλυσης, αριθμητικές ή αναλυτικές. Επίσης παρουσιάζεται ο τρόπος υπολογισμού του Ιακωβιανού πίνακα  $A$  που χρησιμοποιείται στην επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος.

Παρουσιάζονται οι εξισώσεις που ισχύουν για την περίπτωση επίλυσης μη γραμμικών αντιστροφών προβλημάτων χωρίς περιορισμούς, και ακολουθεί μια αναφορά στα κριτήρια σύγκλισης και στη χρήση πινάκων στατιστικών βαρών στις εξισώσεις.

Ακολούθως αναφέρονται οι μέθοδοι επίλυσης των μη γραμμικών συστημάτων με περιορισμούς. Οι μέθοδοι αυτές είναι οι πλέον χρησιμοποιούμενες στην πράξη, καθώς χειρίζονται αποτελεσματικά το πρόβλημα της αστάθειας της αντιστροφής του γενικευμένου Ιακωβιανού. Τέλος παρουσιάζονται τα πλεονεκτήματα και τα σχετικά μειονεκτήματα των μεθόδων, καθώς και οι λόγοι που μας οδήγησαν στην επιλογή μιας εξ αυτών για την εφαρμογή του αλγορίθμου που θα παρουσιαστεί στο επόμενο κεφάλαιο.

## **2.9 Επίλυση του ευθέως προβλήματος**

Από την δεκαετία του 1960 και μεταγενέστερα, πολλοί ερευνητές έχουν προτείνει λύσεις του ευθέως προβλήματος για τη μέθοδο των TDEM, είτε αναλυτικές είτε αριθμητικές. Για την περίπτωση απλών δομών, όπως είναι ο ομογενής ημιχώρος ή υπεδάφος δύο στρωμάτων, υπήρξαν αναλυτικές λύσεις. Για πιο πολύπλοκες δομές, όπως στρωματομένη Γη (1-D μοντέλα) και σώματα δύο ή τριών διαστάσεων, η λύση βασίζεται σε αριθμητικές λύσεις (Goldman 1988, Poddar και Anderson 1992, Hanneson 1992, Newman και Hohmann 1988, McNeil et al. 1984, SanFilipo et al. 1985, Newman et al. 1986). Οι περισσότεροι ερευνητές εφάρμοσαν τον διακριτό

μετασχηματισμό Fourier σε μοντέλα στην περιοχή των συχνοτήτων. Παρακάτω αναφέρονται οι κυριότερες από αυτές για μονοδιάστατα μοντέλα, μιας και με αυτά ασχοληθήκαμε στην παρούσα εργασία.

- Ημιστατική απόκριση αγωγίμης σφαίρας σε διπολικό πεδίο (Nabighian 1970).
- Υπολογισμός φαινόμενης αγωγιμότητας με την χρήση ασύμπτωτων καμπυλών (Kaufman και Keller 1983, Kaufman και Morozova 1970, Morozova και Kaufman 1967).
- Επίλυση του ευθέως προβλήματος με την χρήση του διακριτού μετασχηματισμού Fourier στο πεδίο των συχνοτήτων (Spies 1976, Buselli 1977).
- Πρότυπες καμπύλες για την ερμηνεία Γης δύο στρωμάτων (Raiche και Spies 1981).
- Επίλυση του ευθέως προβλήματος με χρήση της πλήρους κυματομορφής του δέκτη (Asten 1987).
- Επίλυση του ευθέως προβλήματος με χρήση του αντίστροφου μετασχηματισμού Laplace (Raiche 1984, Knight και Spies 1982, Karmis et al. 2002α).

Στην παρούσα εργασία για τη δημιουργία του αλγορίθμου σταθερής αντιστροφής δεδομένων TDEM σε μια διάσταση χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος από τους Karmis et al. (2002α). Είναι μια τροποποιημένη εφαρμογή της τεχνικής που προτάθηκε από τους Knight και Spies (1982) για το μοντέλο SIROTEM MKII.

## 2.10 Υπολογισμός του ιακωβιανού πίνακα

Η γενική διαδικασία αντιστροφής εμπεριέχει την έννοια της επαναληπτικής διαδικασίας, για την περίπτωση των μη-γραμμικών συστημάτων. Προσπαθούμε με διαδοχικές βελτιώσεις να βρούμε το μοντέλο  $\mathbf{m}$  του υπεδάφους, εκείνο το οποίο επιλύοντας το ευθύ πρόβλημα θα μας δώσει συνθετικά δεδομένα  $f(\mathbf{m})$  τα οποία να βρίσκονται όσο το δυνατό πιο κοντά σε αυτά που μετρήθηκαν στο ύπαιθρο.

Δημιουργείται έτσι ένα σύστημα εξισώσεων της μορφής

$$\mathbf{d}=f(\mathbf{m}), \quad (2.9)$$

όπου  $\mathbf{d}$  είναι το διάνυσμα που περιέχει τα πειραματικά δεδομένα. Η λύση των γραμμικών εξισώσεων επιτρέπει να γραφεί η εξίσωση (3.1) στη μορφή  $\mathbf{m}=f^{-1}(\mathbf{d})$ . Η αντιστροφή όμως της συνάρτησης  $f$  δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε μη-γραμμικά συστήματα, όπως στην περίπτωση των προβλημάτων των TDEM. Η λύση δίνεται με συνεχείς προσεγγίσεις, όπου υπολογίζεται πρώτα η συνάρτηση  $f(\mathbf{m}_j)$ , για κάθε επανάληψη  $j$ , και με διαδοχικές βελτιώσεις του θεωρητικού μοντέλου γίνεται προσπάθεια να πλησιάσει όσο το δυνατό περισσότερο το πειραματικό.

Η βελτίωση του μοντέλου  $\mathbf{m}_j$  γίνεται εφαρμόζοντας μικρές διαταραχές  $\mathbf{dm}_j$  στις

παραμέτρους. Υπολογίζοντας πάλι την λύση του ευθέως προβλήματος για τις καινούργιες παραμέτρους, συγκρίνονται οι θεωρητικές μετρήσεις με τις πραγματικές μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο σύγκλισης που έχει τεθεί εξαρχής.

Αναπτύσσοντας την εξίσωση (2.9) σε σειρά Taylor και αγνοώντας όρους μεγαλύτερης τάξεως από του ενός,

$$f_i(m_j + dm_j) \approx f_i(m_j) + \frac{\partial f_i(m_j + dm_j)}{\partial (dm_j)} dm_j.$$

Οι μερικές παράγωγοι της απόκρισης του μοντέλου  $f(\mathbf{m})$  σε σχέση με τις παραμέτρους  $\mathbf{dm}$  αποτελούν τα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{A}$  που ονομάζεται Ιακωβιανός.

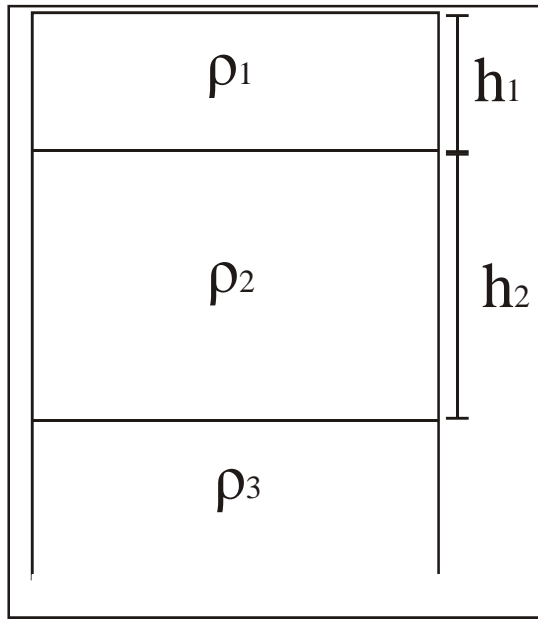
Άρα το στοιχείο  $ij$  του Ιακωβιανού πίνακα θα είναι

$$A_{ij} = \frac{\partial f_i(m_j + dm_j)}{\partial (dm_j)} \quad (2.10)$$

Ο υπολογισμός των στοιχείων  $A_{ij}$  μέσω του τύπου (2.10) είναι δύσκολος, καθώς είναι άγνωστη η αναλυτική μορφή της συνάρτησης  $f$ . Υπάρχουν αριθμητικές λύσεις για τον υπολογισμό των στοιχείων του Ιακωβιανού Πίνακα, οι οποίες όμως είναι δύσκολο να υλοποιηθούν σε αλγοριθμική μορφή. Ο δημοφιλέστερος τρόπος είναι με τη χρήση της μεθόδου των διαταραχών των στοιχείων (perturbation technique) βάσει της εξίσωσης

$$A_{ij} = \frac{\log(f_i(m_j + \delta)) - \log(f_i(m_j))}{\delta}, \quad (2.11)$$

όπου  $\delta$  είναι η διαταραχή  $\mathbf{dm}$  που εισάγεται για την βελτίωση του μοντέλου  $\mathbf{m}_j$ . Δηλαδή, επιλύεται το ευθύ πρόβλημα μια φορά, και αλλάζουμε μια παράμετρο κατά ένα ποσοστό, π.χ. πέντε τοις εκατό, και επιλύεται δεύτερη φορά το ευθύ πρόβλημα για να υπολογιστεί η μεταβολή του συνθετικού μοντέλου εξαιτίας της διαταραχής της παραμέτρου. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για κάθε παράμετρο, έως ότου υπολογιστούν όλα τα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{A}$ . Είναι φανερό ότι με την παραπάνω διαδικασία η μερική παράγωγος της εξίσωσης (2.10) υπολογίζεται προσεγγιστικά με τη χρήση των πεπερασμένων διαφορών (εξ.2.11).



Σχήμα 2.5 Μοντέλο τριών στρωμάτων με αντιστάσεις  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  και πάχη  $h_1$  και  $h_2$ .

Στο σχήμα (2.6) παρουσιάζεται ένα μοντέλο υπεδάφους τριών στρωμάτων, με αντιστάσεις  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  και πάχη  $h_1, h_2$  αντίστοιχα. Ο Ιακωβιανός πίνακας σε αυτό το παράδειγμα θα είναι τάξης  $(5 \times n)$  και θα έχει τη μορφή

$$A = \begin{array}{c|ccc|c} \frac{\partial f(m_1)}{\partial \rho_1} & \frac{\partial f(m_2)}{\partial \rho_1} & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial \rho_1} \\ \frac{\partial f(m_1)}{\partial \rho_2} & \dots & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial \rho_2} \\ \frac{\partial f(m_1)}{\partial \rho_3} & \dots & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial \rho_3} \\ \frac{\partial f(m_1)}{\partial h_1} & \dots & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial h_1} \\ \frac{\partial f(m_1)}{\partial h_2} & \dots & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial h_2} \end{array}$$

όπου  $n$  ο αριθμός των μετρήσεων. Τα στοιχεία του πίνακα υπολογίζονται με βάση τον τύπο (2.11).

### 2.10.1 Μη γραμμική αντιστροφή

Το πρόβλημα της ερμηνείας των γεωφυσικών ηλεκτρομαγνητικών δεδομένων πάσχει από μια εγγενή αδυναμία, η οποία και είναι συνηθισμένη στις περισσότερες γεωφυσικές μεθόδους: η αντιστροφή του γενικευμένου Ιακωβιανού πίνακα είναι ασταθής, με αποτέλεσμα, εάν δεν υπάρχουν περιορισμοί, οι λύσεις που προκύπτουν από την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος να είναι γεωλογικά απαρέδεκτες, παρόλο που μπορεί να είναι μαθηματικά ορθές.

Η διαδικασία της επίλυσης του ευθέως προβλήματος, μπορεί να γραφεί με την απλοποιημένη μορφή

$$f(\mathbf{m})=\mathbf{y}, \quad (2.13)$$

όπου  $\mathbf{y}$  είναι το διάνυσμα των πειραματικών δεδομένων, και  $f(\mathbf{m})$  η λύση που προκύπτει από την επίλυση του ευθέως προβλήματος και αντιστοιχεί στο μοντέλο  $\mathbf{m}$ , που αποτελείται από πάχη και αντιστάσεις στρωμάτων.

Στην περίπτωση του μονοδιάστατου προβλήματος, υποθέτουμε στρωματωμένη γη, δηλαδή τα στρώματα του υπεδάφους διατάσσονται οριζόντια, με συγκεκριμένα πάχη και αντιστάσεις. Άρα ο σκοπός της επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος είναι να μπορέσει να βρεθεί ένα μοντέλο στρωμάτων, το οποίο να έχει απόκριση που θα είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά στις πειραματικές μετρήσεις.

Σκοπός λοιπόν της αντιστροφής είναι να καταλήξει σε μια σχέση της μορφής

$$\mathbf{y}=f^{-1}(\mathbf{m}). \quad (2.14)$$

Επειδή το πρόβλημα είναι μη γραμμικό, δε μπορεί να επιλυθεί απευθείας, αλλά μπορεί να αντικατασταθεί με την επίλυση επιμέρους «μικρότερων» γραμμικών προβλημάτων. Εάν η συνάρτηση  $f(\mathbf{m})$  αναπτυχθεί σε σειρά Taylor γύρω από μια πολύ μικρή μεταβολή του  $d\mathbf{m}$ , και αγνοώντας τους όρους μεγαλύτερης τάξης από την πρώτη, προκύπτει ότι

$$f(m+dm) \approx f(m) + \frac{\partial f(m)}{\partial m} dm = y, \quad (2.15)$$

όπου  $\frac{\partial f(m)}{\partial m}$  είναι ο Ιακωβιανός πίνακας, που εκφράζει τις μερικές παραγώγους της

$f(\mathbf{m})$  σε σχέση με τη μεταβολή του μοντέλου  $\mathbf{m}$ .

Με απλές πράξεις προκύπτει ότι  $\frac{\partial f(m)}{\partial m} = y - f(m) = dy$ ,

όπου  $dy$  η διαφορά μεταξύ πραγματικών και συνθετικών δεδομένων. Έτσι, η επίλυση του αρχικού μη γραμμικού προβλήματος έχει αντικατασταθεί με την επίλυση πολλών επιμέρους γραμμικών προβλημάτων.

Για την περίπτωση γραμμικών προβλημάτων, η λύση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων προκύπτει από την ελαχιστοποίηση του τετραγώνου του σφάλματος μεταξύ των πειραματικών και θεωρητικών δεδομένων, δηλαδή,

$$q = dy^T dy = (y - f(m))^T (y - f(m)). \quad (2.16)$$

Θέτοντας την παράγωγο του  $q$  ως προς  $dm$  ίση με μηδέν, καταλήγουμε στις κανονικές εξισώσεις του συστήματος,

$$A^T A dm = A^T dy, \quad (2.17)$$

και η τελική λύση του συστήματος είναι

$$dm = (A^T A)^{-1} A^T dy, \quad (2.18)$$

όπου ο πίνακας  $A^T A$  ονομάζεται γενικευμένος Ιακωβιανός.

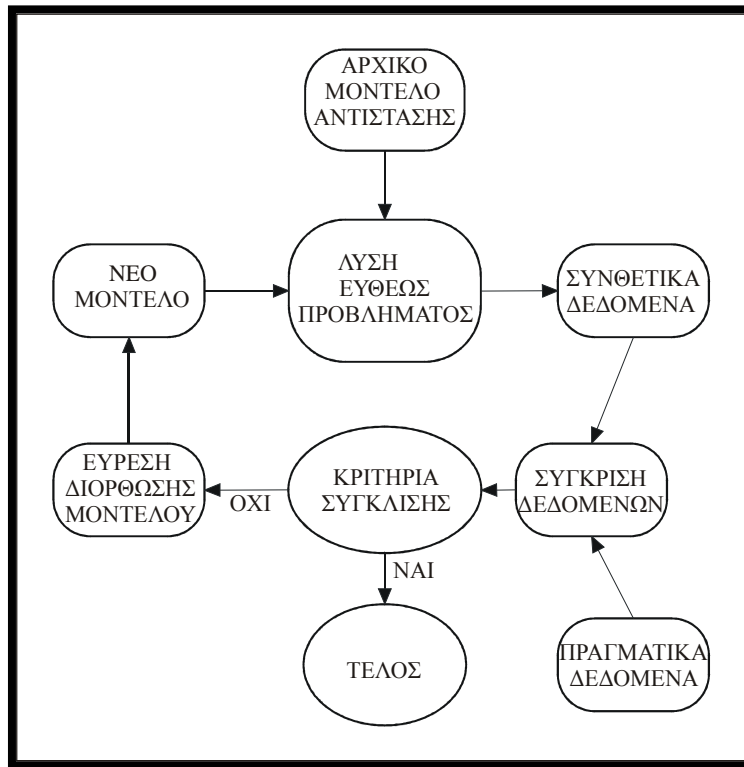
Βάσει της εξ.(2.17) μπορούμε να ορίσουμε τον αλγόριθμο επίλυσης του μη γραμμικού προβλήματος. Είναι μια επαναληπτική διαδικασία κατά την οποία, σε κάθε επανάληψη  $k$ , η διόρθωση του μοντέλου δίνεται από τη σχέση

$$dm_k = (A_k^T A_k)^{-1} A_k^T dy_k, \quad (2.19)$$

όπου  $A_k$  είναι ο Ιακωβιανός πίνακας για την  $k$  επανάληψη,  $dy_k = [y - f(m_{k-1})]$ , και το νέο μοντέλο προκύπτει από την πρόσθεση της διόρθωσης στο προηγούμενο, δηλαδή,

$$m_{k+1} = m_k + dm_k. \quad (2.20)$$

Στο σχήμα (2.7) παριστάνεται σχηματικά η διαδικασία της μη γραμμικής αντιστροφής.



Σχήμα 2.7 Διάγραμμα ροής του αντιστρόφου μη γραμμικού προβλήματος.

### 2.10.2 Αστάθεια στην αντιστροφή του γενικευμένου Ιακωβιανού

Όπως είδαμε στην εξ.(2.18), η επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος TDEM σε μια διάσταση εμπεριέχει τον υπολογισμό του αντιστρόφου γενικευμένου Ιακωβιανού πίνακα  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ .

Στην πράξη η αντιστροφή του γενικευμένου Ιακωβιανού είναι μαθηματικά ασταθής. Αυτό οφείλεται στους φυσικούς περιορισμούς της μεθόδου. Όσο η πληροφορία έρχεται από μεγαλύτερα βάθη, τόσο μειώνεται η διακριτική ικανότητα και κυρίως η ευαισθησία της μεθόδου. Άρα η μεταβολή μιας παραμέτρου που αντιστοιχεί σε μεγάλο βάθος, αναμένεται να επηρεάσει πολύ λίγο τις μετρήσεις μας. Αντίστροφα, μια μικρή αλλαγή σε κάποια μέτρηση μπορεί να επιφέρει τεράστια μεταβολή σε κάποιες από τις παραμέτρους του μοντέλου.

Άρα η επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος έχει εγγενή αδυναμία, και η ύπαρξη σφαλμάτων στις μετρήσεις μας κάνει ακόμα πιο ασταθές το σύστημα (Lanczos 1961, Jackson 1972). Επομένως, καθώς προσπαθούμε να βρούμε ένα μοντέλο που να ταιριάζει στα πειραματικά δεδομένα που έχουμε συλλέξει, καταλήγουμε σε μια πλειάδα μοντέλων που μπορεί να ικανοποιούν μαθηματικά, ή ακόμα και φυσικά, τους όρους σύγκλισης μεταξύ πειραματικών και θεωρητικών μετρήσεων.

Απαιτείται έτσι η χρήση διαφόρων τεχνικών ώστε αφενός να κάνουμε την

αντιστροφή μαθηματικά σταθερή, και αφετέρου να μπορέσουμε να διακρίνουμε ποιο από όλα τα μοντέλα που ικανοποιούν μαθηματικά τις εξισώσεις του συστήματος είναι αυτό που είναι πιο κοντά στο πραγματικό. Παρακάτω αναφέρονται οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται εκτεταμένα στην επίλυση του μονοδιάστατου προβλήματος με τη μέθοδο των TDEM.

### **2.10.3 Χρήση λογαριθμικής κλίμακας στην επίλυση συστημάτων**

Στις μεθόδους αντιστροφής των γεωφυσικών προβλημάτων συχνή είναι η χρησιμοποίηση λογαριθμικής κλίμακας. Δύο είναι οι κύριες αιτίες. Η χρήση λογαρίθμων υποχρεώνει τις παραμέτρους να αποκτούν μόνο θετικές τιμές, αποφεύγοντας έτσι τιμές που δεν έχουν φυσικό νόημα (Sasaki 1982). Δεύτερον, λόγω του μεγάλου δυναμικού εύρους των τιμών που μπορεί να έχουν οι παράμετροι (ιδιαίτερα οι ηλεκτρικές αντιστάσεις), η χρήση λογαρίθμων δύναται να επιταχύνει το ρυθμό σύγκλισης του επαναληπτικού αλγορίθμου (Park και Van, 1991).

Το τετράγωνο του σφάλματος των ελαχίστων τετραγώνων, στην περίπτωση χρήσης λογαρίθμων, γίνεται  $q' = dy'^T dy'$ , όπου  $dy' = \ln y - \ln f(m)$ .

Το διάνυσμα των παραμέτρων  $\mathbf{m}$  γίνεται  $\mathbf{p}_i$ , όπου  $p_i = e^{x_i}$ , και  $i=1, n$ . Η λύση του συστήματος είναι

$$dp = (A'^T A')^{-1} A'^T dy, \quad (2.21)$$

όπου ο  $A'$  έχει στοιχεία  $A'_{ij} = \frac{\partial \ln y_i}{\partial p_j}$  (Tsourlos, 1995).

### **2.10.4 Κριτήρια σύγκλισης και ποιότητας – Ανάλυση σφαλμάτων**

Η διαδικασία της αντιστροφής θα ήταν ημιτελής χωρίς ανάλυση των σφαλμάτων του διανύσματος των λύσεων. Καθώς τα δεδομένα έχουν εγγενή σφάλματα, είναι επόμενο να υπάρχουν σφάλματα και στη λύση που προκύπτει από τη μη γραμμική αντιστροφή του συστήματος. Ο έλεγχος των σφαλμάτων γίνεται με χρήση στατιστικών όρων (Press et al 1992).

Όπως και στην επίλυση γραμμικών συστημάτων, ο μέσος όρος του τετραγώνου των σφαλμάτων υπολογίζεται ως

$$RMS = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{(d_i^{ob} - d_i^{th})^2}{(d_i^{ob})^2}}, \quad (2.22)$$

όπου  $N$  ο αριθμός των δεδομένων,  $d^{ob}$  τα πειραματικά δεδομένα και  $d^{th}$  τα θεωρητικά



δεδομένα.

Με τη χρήση του RMS ως κριτήριο σύγκλισης, το διάνυσμα των λύσεων είναι ευαίσθητο σε μεγάλα σφάλματα, γι αυτό στην πράξη χρησιμοποιείται ο όρος του αναγόμενου χ-τετράγωνο (Rijo 1977), που ορίζεται ως

$$\chi^2 = \frac{1}{N-M} \sum_{i=1}^N (d_i^{ob} - d_i^{th})^2, \quad (2.23)$$

όπου M ο αριθμός των παραμέτρων. Η χρήση αυτού του στατιστικού όρου κάνει τη λύση του συστήματος πιο ανεκτική σε μεγάλα σφάλματα.

Παίρνοντας την τετραγωνική ρίζα του όρου χ-τετράγωνο υπολογίζεται ο όρος του επί τοις εκατό μέσου σφάλματος των δεδομένων, που στην περίπτωση χρήσης λογαριθμικής κλίμακας δίνεται από τη σχέση

$$\% \varepsilon = (10^{\sqrt{\chi^2}} - 1) \times 100\%, \quad (2.24)$$

και είναι αυτός που χρησιμοποιείται στην σταθερή αντιστροφή, όπως θα δούμε παρακάτω.

Ο ρυθμός σύγκλισης μεταξύ δύο διαδοχικών επαναλήψεων (C.R), ορίζεται ως

$$C.R. = \frac{|\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i|}{\varepsilon_{i+1}}. \quad (2.25)$$

Πέρα από τα σφάλματα των μετρήσεων, το τελικό αποτέλεσμα της διαδικασίας αντιστροφής πρέπει να ελεγχθεί αν βρίσκεται μεταξύ των ορίων εμπιστοσύνης.

Ο έλεγχος γίνεται βρίσκοντας τα σφάλματα του διανύσματος των λύσεων. Το σφάλμα της i παραμέτρου ορίζεται ως

$$S_{p_i} = \sqrt{\chi^2} \sqrt{(A^T A)_{ii}^{-1}}, \quad (2.26)$$

όπου  $(A^T A)_{ii}$  είναι το στοιχείο του αντιστρόφου γενικευμένου Ιακωβιανού. Στην περίπτωση αυτή η παράμετρος  $p_i$  θα βρίσκεται μεταξύ των ορίων  $p_i \pm S_{p_i}$ .

### **2.10.5 Πίνακας στατιστικών βαρών**

Καθώς η αναπόφευκτη ύπαρξη σφαλμάτων στις μετρήσεις επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα της αντιστροφής, ένας πολύ χρήσιμος τρόπος για τον έλεγχο τους είναι η εισαγωγή πινάκων στις εξισώσεις του συστήματος που να δίνουν μεγαλύτερη ή μικρότερη βαρύτητα στις μετρήσεις ανάλογα με την ποιότητα τους.

Εάν m είναι οι μετρήσεις, ορίζεται ένας διαγώνιος πίνακας (mxm), που ονομάζεται πίνακας στατιστικών βαρών, του οποίου τα στοιχεία της διαγωνίου ορίζονται ως

$$W_{ii} = \frac{1}{\sigma_i}, \quad (2.27)$$

όπου  $\sigma_i$  είναι το σφάλμα της  $i$  μέτρησης. Η τιμή του σφάλματος δίνεται είτε από το όργανο μέτρησης κατά τη διάρκεια της έρευνας, είτε από τον χρήστη ανάλογα με τις εκτιμήσεις του για την ποιότητα των στοιχείων που συνέλεξε.

Η φυσική έννοια της χρήσης των πινάκων  $\mathbf{W}$  είναι πως αν κάποια μέτρηση έχει μεγάλο σφάλμα, το αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα θα έχει πολύ μικρή τιμή. Ο πίνακας αυτός πολλαπλασιάζεται και με τα δύο μέλη της εξίσωσης (2.13), οπότε

$$\mathbf{Wf(m)} = \mathbf{Wy}, \quad (2.28)$$

και καταλήγουμε στην εξίσωση

$$dm_k = (\mathbf{A}_k^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \mathbf{A}_k)^{-1} \mathbf{A}_k^T \mathbf{W} dy_k. \quad (2.29)$$

Το τελικό αποτέλεσμα είναι η αντίστοιχη εξίσωση του συστήματος να λαμβάνεται λιγότερο υπόψη κατά τη διάρκεια της αντιστροφής, επηρεάζοντας έτσι το διάνυσμα των λύσεων λιγότερο από τις υπόλοιπες εξισώσεις του συστήματος.

### **2.10.6 Χρήση της svd στην επίλυση ασταθών συστημάτων**

Ένας τρόπος επίλυσης συστημάτων που ο πίνακας  $\mathbf{A}$  είναι ασταθής είναι με τη χρήση της μεθόδου SVD (Lanczos 1961, Golub και Reinsch 1970, Lawson και Hanson 1974). Ο πίνακας  $\mathbf{A}$  διαστάσεων  $(m \times n)$  αναλύεται σε τρεις πίνακες,

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{V} \quad (2.30)$$

όπου, ο πίνακας  $\mathbf{U}$  είναι διαστάσεων  $(m \times n)$ , ο  $\mathbf{\Lambda}$  είναι διαγώνιος  $(n \times n)$  και ο  $\mathbf{V}$  είναι διαστάσεων  $(n \times n)$ . Ο αντίστροφος γενικευμένος Ιακωβιανός είναι  $\mathbf{A}_g^{-1} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{U}^T$ .

Ο πίνακας  $\Lambda$  είναι ο πίνακας των ιδιοτιμών του συστήματος. Από την ανάλυση του πίνακα  $\Lambda$ , μπορούμε να καταλάβουμε το πόσο ασταθές είναι το σύστημα. Τα στοιχεία του πίνακα είναι

$$\Lambda = \begin{vmatrix} \frac{1}{\lambda_1} & & & 0 \\ & \frac{1}{\lambda_2} & & 0 \\ 0 & & \frac{1}{\lambda_3} & \dots \\ 0 & 0 & & \frac{1}{\lambda_n} \end{vmatrix}, \quad (2.31)$$

όπου,  $\lambda_i$  είναι οι ιδιοτιμές του συστήματος. Όταν οι ιδιοτιμές  $\lambda_i$  είναι πολύ μικρές (κοντά στο μηδέν), το αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα  $\Lambda$  αποκτά πολύ μεγάλη τιμή και η συνεισφορά του στο διάνυσμα των λύσεων του συστήματος είναι μεγάλη.

Είναι δυνατό μέσω της ανάλυσης που επιτυγχάνεται με τη χρήση της SVD να εντοπιστούν οι πολύ μικρές ιδιοτιμές του συστήματος και να αποκοπούν. Εφαρμόζεται ένα κατώφλι κάτω από το οποίο τα στοιχεία του πίνακα  $\Lambda$  μηδενίζονται, και οι ιδιοτιμές αυτές δεν λαμβάνονται υπόψη κατά τη διαδικασία της αντιστροφής. Η τεχνική χρησιμοποιήθηκε ευρύτατα στις αρχές της δεκαετίας του 1980 για την επίλυση των ασταθών συστημάτων στο αντίστροφο γεωφυσικό πρόβλημα (Inman et al. 1973, Murai και Kagawa 1985).

Το πρόβλημα είναι πως η επιλογή της τιμής που θα έχει το κατώφλι είναι αυθαίρετη, και εξαρτάται από το χρήστη, παρόλο που υπάρχουν διάφορες τεχνικές για τον ορισμό της τιμής αυτής (Press et al 1992). Αν δεν γίνει σωστός ορισμός της τιμής που θα έχει το κατώφλι, είτε θα αποκοπούν ιδιοτιμές που περιέχουν χρήσιμες πληροφορίες για το σύστημα που επιλύεται, είτε θα παραμείνουν ιδιοτιμές που θα «παραμορφώσουν» τη λύση του συστήματος. Η δυσκολία να οριστεί το κατώφλι είναι και ο λόγος που η χρήση της SVD είναι περιορισμένη στην αντιστροφή

γεωφυσικών προβλημάτων. Υπάρχουν άλλες μέθοδοι, που με πιο αποτελεσματικό τρόπο απομακρύνουν τις ιδιοτιμές αυτές, χωρίς τον κίνδυνο να χαθούν πληροφορίες του συστήματος, όπως θα δούμε παρακάτω.

## **2.11 Μη γραμμική αντιστροφή με περιορισμούς**

Μια άλλη κατηγορία μεθόδων, ιδιαίτερα δημοφιλής και αποτελεσματική στην επίλυση του αντίστροφου γεωφυσικού προβλήματος, είναι η εισαγωγή περιορισμών στη λύση του συστήματος. Οι περιορισμοί μπορεί να προέρχονται από προϋπάρχουσες πληροφορίες για το πραγματικό μοντέλο, ή από εκτιμήσεις γύρω από αυτό. Η κύρια φιλοσοφία αυτών των μεθόδων είναι ότι οι τιμές των διορθώσεων σε κάθε επανάληψη της αντιστροφής, δεν πρέπει να αφήνονται να κινούνται ανεξέλεγκτα. Περιορίζεται έτσι το βήμα των διορθώσεων σε περιοχή εμπιστοσύνης ώστε να αποφευχθούν λύσεις οι οποίες είναι μεν μαθηματικά σωστές, αλλά είναι φυσικά (γεωλογικά) απαράδεκτες.

### **2.11.1 Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης**

Μια από τις πιο δημοφιλείς μεθόδους για την επίλυση ασταθών αντίστροφων προβλημάτων είναι η τεχνική των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης, που προτάθηκε από τον Levenberg (1944). Η σταθεροποίηση της αντιστροφής επιτυγχάνεται με την πρόσθεση μιας σταθεράς στα διαγώνια στοιχεία του  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ .

Αργότερα ο Marquardt (1963, 1970) χρησιμοποίησε αυτή την ιδέα για να αναπτύξει ένα πολύ χρήσιμο αλγόριθμο. Η μέθοδος ονομάστηκε Levenberg-Marquardt και είναι αυτή που χρησιμοποιείται κατά κόρον στη Γεωφυσική. Η μέθοδος έχει χρησιμοποιηθεί εκτεταμένα στη μονοδιάστατη αντιστροφή των δεδομένων της μεθόδου των TDEM (Sandberg 1988, TEMIX, User's Manual).

Η μέθοδος εκτός από τη συνθήκη για περιορισμό του σφάλματος  $q = dy^T dy = (y - f(m))^T (y - f(m))$ , εισάγει ένα ακόμα περιορισμό, την προϋπόθεση η λύση να βρίσκεται μέσα στο χώρο εμπιστοσύνης που εξαρχής ορίζεται από το χρήστη. Μαθηματικά ο περιορισμός αυτός ορίζεται ως

$$dm^T dm < ct, \quad (2.32)$$

όπου  $ct$  είναι μια θετική σταθερά που αντικατοπτρίζει το ποσοστό του θορύβου που έχουν τα δεδομένα.

Προκύπτει έτσι μια καινούργια συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση, η

$$\phi = q_1 + \lambda q_2 = dy^T dy + \lambda(m^T m - L_0^2). \quad (2.33)$$

Στην εξίσωση (2.33), η συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση είναι ο γραμμικός συνδυασμός του τετραγώνου των σφαλμάτων και του μεγέθους των λύσεων, και τίθεται ένα ανώτερο επιτρεπτό όριο στο μέγεθος των αλλαγών των παραμέτρων. Ο παράγοντας  $\lambda$  ονομάζεται πολλαπλασιαστής Lagrange ή παράγοντας απόσβεσης και μένει να καθοριστεί.

Ακολουθώντας παρόμοια στρατηγική όπως στην περίπτωση χωρίς περιορισμούς, καταλήγουμε στις κανονικές εξισώσεις, που για το γραμμικό πρόβλημα είναι,

$$(A^T A + \lambda I)m = A^T y \quad (2.34)$$

Για το μη γραμμικό πρόβλημα, η διόρθωση του μοντέλου, για κάθε επανάληψη  $k$ , είναι

$$dm_k = [A_k^T A_k + \lambda_k I]^{-1} A_k^T dy_k, \quad (2.35)$$

και το νέο μοντέλο δίνεται από τη σχέση

$$m_{k+1} = m_k + dm_k. \quad (2.36)$$

Στην περίπτωση που χρησιμοποιηθούν πίνακες στατιστικών βαρών, η εξίσωση (2.35) μετατρέπεται στην

$$dm_k = [A_k^T W^T W A_k + \lambda_k I]^{-1} A_k^T W dy_k. \quad (2.37)$$

Αναλύοντας τον πίνακα  $\mathbf{A}$  με τη χρήση της SVD και επιλύοντας το σύστημα,

$$m = (V \Lambda U^T U \Lambda V^T + \lambda I)^{-1} V \Lambda U^T y = V \text{diag}\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i^2 + \lambda}\right) U^T y. \quad (2.38)$$

Ο πίνακας  $\text{diag}\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i^2 + \lambda}\right)$  έχει τη μορφή (2.39)

Αν η ιδιοτιμή  $\lambda_i$  είναι μεγάλη, τότε η πρόσθεση του  $\lambda$  στο κλάσμα δεν επιφέρει καμία αλλαγή. Αν όμως το  $\lambda_i$  είναι μικρό, η πρόσθεση του  $\lambda$  δίνει μια πολύ μικρή τιμή στο κλάσμα, και κάνει το στοιχείο του πίνακα  $\Lambda$  να έχει πολύ μικρή συνεισφορά στο διάλυμα των λύσεων (Jupp και Vozoff 1975).

$$\left| \begin{array}{cccc} \frac{\lambda_1}{\lambda_1^2 + \lambda} & & & 0 \\ & \frac{\lambda_2}{\lambda_2^2 + \lambda} & & 0 \\ 0 & & \frac{\lambda_3}{\lambda_3^2 + \lambda} & \dots \\ 0 & 0 & & \frac{\lambda_n}{\lambda_n^2 + \lambda} \end{array} \right|$$

Σε σύγκριση με την εξίσωση (2.19) που προκύπτει από την χωρίς περιορισμούς λύση, γίνεται φανερό από την ανάλυση της SVD πως η εξίσωση (2.35) μπορεί να διαχειριστεί αποτελεσματικά την περίπτωση που υπάρχουν ιδιάζουσες τιμές του πίνακα  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ . Ο Marquardt (1970) έδειξε πως η μέθοδος είναι ίδια με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων για  $\lambda \rightarrow 0$ , και με τη γενικευμένη αντιστροφή του Penrose<sup>(\*)</sup> (1955).

Για τον προσδιορισμό του παράγοντα απόσβεσης, ο Marquardt πρότεινε να δίνεται μια μεγάλη τιμή αρχικά στο  $\lambda$  κατά την πρώτη επανάληψη. Αν από τη σύγκριση των θεωρητικών και πραγματικών δεδομένων διαπιστωθεί σύγκλιση, τότε η τιμή του παράγοντα απόσβεσης στην επόμενη επανάληψη υποδεκαπλασιάζεται, και επαναλαμβάνεται η διαδικασία. Διαφορετικά, σε περίπτωση απόκλισης δηλαδή, η τιμή του  $\lambda$  δεκαπλασιάζεται.

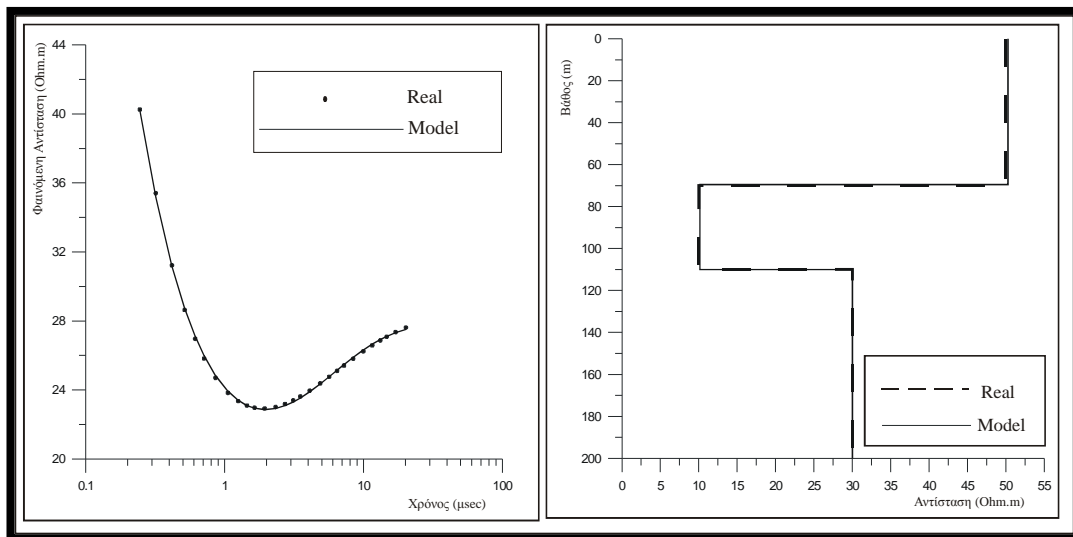
Στο σχήμα (2.8) δίνεται ένα τυπικό παράδειγμα αντιστροφής δεδομένων TDEM σε μια διάσταση, με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης για ένα μοντέλο τριών στρωμάτων<sup>(†)</sup>.

<sup>(\*)</sup> (Η γενικευμένη αντιστροφή που πρότεινε ο Penrose (1955) ονομάζεται και μέθοδος της απότομης μεταβολής, όπου το αρχικό μοντέλο διορθώνεται κατά τη διεύθυνση της αρνητικής παραγώγου της συνάρτησης σφάλματος, δηλαδή  $m = -k \left\{ \frac{\partial q}{\partial m} \right\}$ ,

όπου  $k$  είναι μια θετική σταθερά.

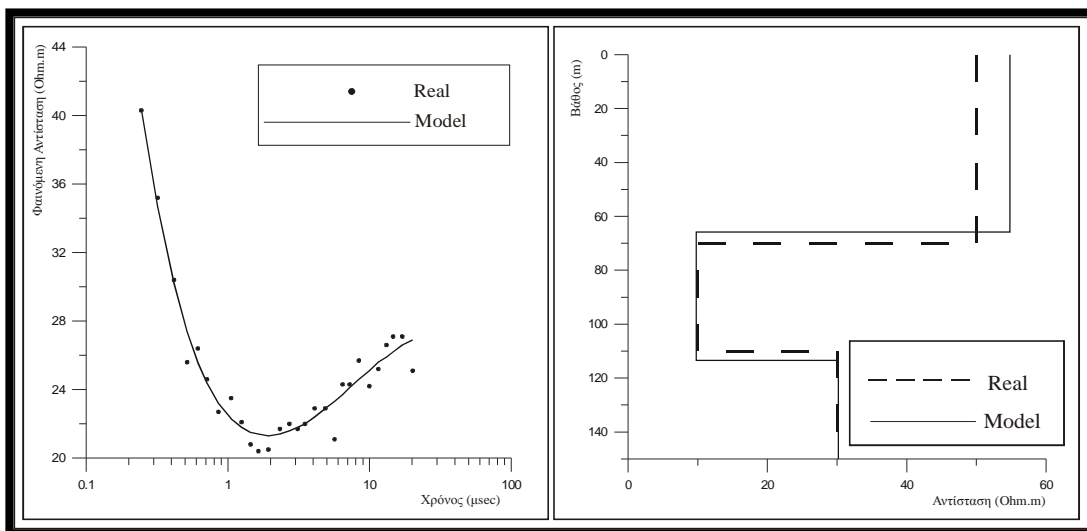
<sup>(†)</sup> Στα παραδείγματα που ακολουθούν σε όλο το κεφάλαιο, χρησιμοποιήθηκε ο κώδικας του Sandberg (1988),

τροποποιημένος από τους Karmis et al (προσωπική επικοινωνία) για το μοντέλο της SIROTEM MKII. Σε όλα τα παραδείγματα θεωρήθηκαν δεδομένα πρώτων χρόνων, τετραγωνικός βρόχος πλευράς μήκους 100 μέτρων, και ο χρόνος  $t_r$  που διαρκεί η γραμμική εξασθένιση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου ορίστηκε σε 50  $\mu\text{sec}$ .



**Σχήμα 2.8** Αποτελέσματα αντιστροφής με τη μέθοδο Marquardt για συνθετικό μοντέλο τριών στρωμάτων

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης, ειδικά με τη χρησιμοποίηση των πινάκων στατιστικών βαρών, αποκρίνεται ικανοποιητικά σε περιπτώσεις όπου στα δεδομένα ο θόρυβος είναι κανονικά κατανομημένος. Στο σχήμα (2.9) δείχνεται ένα τέτοιο παράδειγμα, όπου σε συνθετικά δεδομένα έχει εισαχθεί θόρυβος τυχαίας κανονικής κατανομής ποσοστού 7%.



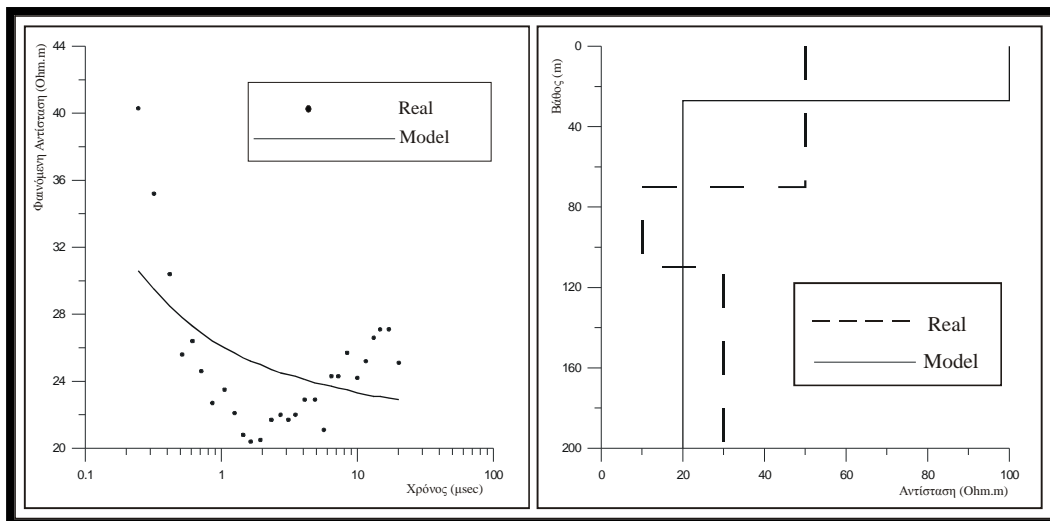
**Σχήμα 2.9**

**Αντιστροφή συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με εισαγωγή θορύβου 7% στα δεδομένα και χρήση πινάκων στατιστικών βαρών.**

Παρατηρούμε πως σε αυτή την περίπτωση η μέθοδος απέδωσε επίσης ικανοποιητικά, καταφέροντας να παράγει ένα μοντέλο πολύ κοντά στο πραγματικό.

Στη βιβλιογραφία αναφέρεται ως μειονέκτημα της μεθόδου, η ισχυρή εξάρτηση από την επιλογή του αρχικού μοντέλου  $m_0$  (Meju 1994, Draper και Smith 1981), με αποτέλεσμα πολλές φορές οι λύσεις που δίνονται να είναι μαθηματικά μεν ορθές, αλλά φυσικά (γεωλογικά) μη αποδεκτές (Smith και Shanno 1971), ειδικά στην περίπτωση που τα δεδομένα περιέχουν σφάλματα. Επίσης, στο μονοδιάστατο πρόβλημα των TDEM, ιδιαίτερα σημαντική είναι η επιλογή του αριθμού των στρωμάτων του μοντέλου.

Στο σχήμα (2.10) παρουσιάζεται ένα τέτοιο παράδειγμα. Στο ίδιο μοντέλο με το σχήμα (2.8) έγινε εισαγωγή στα δεδομένα συνθετικού θορύβου κανονικής κατανομής σε ποσοστό 7%. Μόνο που η αρχική εκτίμηση είναι λάθος, καθώς τέθηκε σαν αρχικό μοντέλο ένα μοντέλο 2 στρωμάτων. Παρόλο που για το πρώτο στρώμα το πάχος και η αντίσταση τέθηκαν ίδιες με το πραγματικό, και για το δεύτερο η αντίσταση ίδια με την αντίσταση του ημιχώρου, η μέθοδος απέτυχε να παράγει μοντέλο κοντινό στην πραγματικότητα.

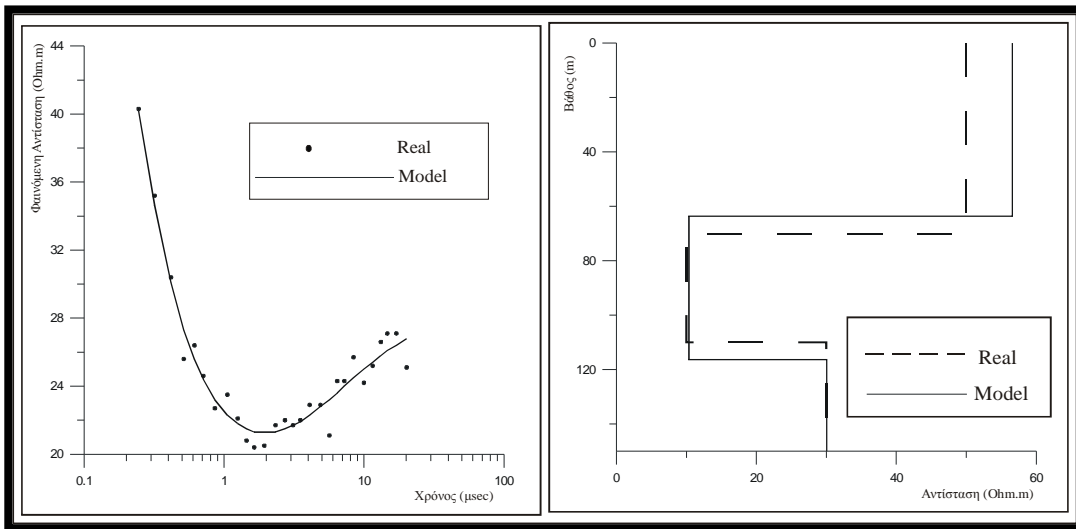


**Σχήμα 2.10 Αντιστροφή συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με λάθος αρχική εκτίμηση στον αριθμό των στρωμάτων.**

Ένα δεύτερο πρόβλημα, όσο αφορά την αρχική εκτίμηση του μοντέλου, είναι πως μπορεί να γίνει σωστή επιλογή του αριθμού των στρωμάτων, αλλά η αρχική εκτίμηση των παραμέτρων να απέχει από το πραγματικό μοντέλο. Στο σχήμα (2.11),



και για το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε προηγουμένως, οι τιμές των αντιστάσεων και των παχών τέθηκαν διπλάσιες από το πραγματικό μοντέλο. Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης κατάφερε εν μέρει να αποκαταστήσει το πραγματικό μοντέλο.



Σχήμα 2.11

**Αποτελέσματα αντιστροφής συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων, με εισαγωγή στα δεδομένα θορύβου κανονικής κατανομής ποσοστού 7%, και λάθος αρχική εκτίμηση στην τιμή των αντιστάσεων και των παχών.**

### 2.11.2 Μέθοδος εξομαλυμένης αντιστροφής

Ένας άλλος τρόπος επίλυσης ασταθών προβλημάτων αντιστροφής είναι να εισαχθεί ένας περιορισμός εξομάλυνσης. Η χρήση τέτοιου περιορισμού για την σταθεροποίηση των προβλημάτων αντιστροφής ανήκει σε μια γενικότερη κατηγορία μεθόδων «κανονικοποίησης» που πρώτος εισήγαγε ο Tikhonov (Tikhonov 1963, Tikhonov και Glasko 1965).

Ένας αλγόριθμος αντιστροφής αυτού του τύπου, που είναι πολύ δημοφιλής στη γεωφυσική, είναι η μέθοδος Occam (Constable et al. 1987). Η βασική ιδέα πίσω από τη μέθοδο έγκειται στην προσπάθεια εξεύρεσης της πιο απλής λύσης ελλείπει πληροφοριών για το μοντέλο που αναζητείται. Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται συντηρητικά, με την έννοια πως δεν ψάχνουμε την ακριβή αναπαράσταση της πραγματικότητας, αλλά ένα μοντέλο, ανάμεσα στα πολλά που ικανοποιούν μαθηματικά τα δεδομένα, που θα είναι το απλούστερο δυνατό.

Η αρχική υπόθεση που γίνεται είναι ότι οι άγνωστες παράμετροι του μοντέλου είναι

έναν αριθμό στρωμάτων, π.χ. ίσος με τον αριθμό των μετρήσεων, γνωστού πάχους και άγνωστης αντίστασης (DeGroot-Hedlin και Constable, 1990). Έτσι, οι άγνωστοι είναι μόνο οι αντιστάσεις των στρωμάτων. Ο Constable έθεσε τα πάχη των στρωμάτων ίσα, λαμβάνοντας όμως υπόψη το γεγονός ότι η ευαισθησία της μεθόδου μειώνεται με το βάθος, θα μπορούσαν τα πάχη των στρωμάτων να αυξάνονται με το βάθος.

Ο αρχικός περιορισμός που εισάγεται είναι το μέτρο της διαφοράς μεταξύ των πραγματικών και θεωρητικών μετρήσεων να είναι μικρότερο από το επίπεδο του θορύβου των δεδομένων, δηλαδή,

$$\|f(m) - d\| \leq \varepsilon. \quad (2.40)$$

Το σφάλμα του συστήματος, η συνάρτηση δηλαδή προς ελαχιστοποίηση, είναι η

$$q = (Wd - WAm)^T (Wd - WAm). \quad (2.41)$$

Επιπλέον, εισάγεται στο σύστημα ένας πίνακας τραχύτητας  $\mathbf{R}$ , ο οποίος δείχνει τον τύπο της εξομάλυνσης. Ο πίνακας  $\mathbf{R}$  μπορεί να γραφεί με τη μορφή

$$R = \|Cm\|^2, \quad (2.42)$$

και υποδηλώνει την εξάρτηση των παραμέτρων μεταξύ τους, δηλαδή των αντιστάσεων των στρωμάτων γνωστού πάχους. Η  $i$  γραμμή του πίνακα δίνει πληροφορίες για την  $i$  παράμετρο-αντίσταση του συστήματος, και την εξομάλυνση που υφίσταται σε σχέση με τις γειτονικές παραμέτρους. Αν το πραγματικό μοντέλο αποτελείται από  $n$  στρώματα, με πάχη  $(n-1)$ , προσπαθούμε να βρούμε ένα θεωρητικό μοντέλο με  $N$  στρώματα (όσες και οι μετρήσεις), και ο πίνακας  $\mathbf{C}$  είναι  $(N \times N)$  τάξεως, της μορφής

|          |       |
|----------|-------|
| $\rho_1$ | $h_1$ |
| $\rho_2$ | $h_2$ |
| $\rho_3$ | $h_3$ |
| $\vdots$ |       |
| $\rho_n$ |       |

$$C = \begin{vmatrix} 1 & & & 0 \\ & 1 & -1 & \\ & 0 & 1 & -1 & \dots \\ & & & \dots & 1 & -1 \\ & 0 & & & & 1 \end{vmatrix} \quad (3.35)$$

Μαθηματικά, το πρόβλημα τίθεται ως εξής: ελαχιστοποίηση του σφάλματος  $\mathbf{q}$  υπό τη συνθήκη η τραχύτητα  $\mathbf{R}$  του μοντέλου να είναι ελάχιστη. Από την ελαχιστοποίηση με τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange προκύπτει η εξίσωση

$$((AW)^T AW + \lambda R)m = (WA)^T Wy. \quad (2.43)$$

Επομένως, η λύση του συστήματος για το μη γραμμικό πρόβλημα είναι

$$dm_k = ((A_k W)^T A_k W + \lambda_k C^T C)^{-1} (WA_k)^T W dy_k, \quad (2.44)$$

και το νέο μοντέλο

$$m_{k+1} = m_k + dm_k. \quad (2.45)$$

Όσο πιο μεγάλη είναι η τιμή του  $\lambda$ , τόσο πιο εξομαλυσμένες είναι οι λύσεις, άρα μικρό εύρος διορθώσεων. Αντίστροφα, μικρή τιμή του  $\lambda$  συνεπάγεται μεγάλο εύρος διορθώσεων.

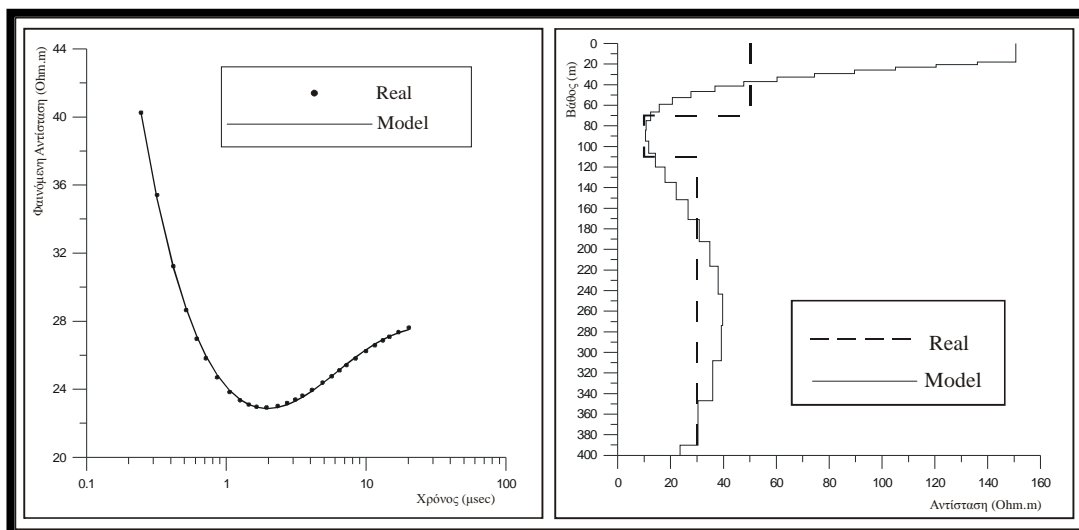
Η διαφορά της εξίσωσης (2.43) από την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης (εξ.2.36), είναι η προσθήκη του πίνακα  $\mathbf{R}$ , που δίνει στο μοντέλο την εξομαλυσμένη μορφή, επιτρέπει δηλαδή στο μοντέλο να αποκλίνει από την απλούστερη μορφή

τόσο, όσο χρειάζεται για να πλησιάσουν οι θεωρητικές μετρήσεις τις πραγματικές.

Ο Constable προτείνει μια διαδικασία καθορισμού της τιμής του  $\lambda$  με μεθόδους βελτιστοποίησης. Αρχικά ορίζεται ένα πολύ μεγάλο διάστημα μέσα στο οποίο αναμένεται να βρίσκεται η τιμή του  $\lambda$  (από  $10^{-3}$  έως  $10^6$ ). Ερευνώντας σε όλο το διάστημα ορίζεται ένα μικρότερο διάστημα, μέσα στο οποίο βρίσκεται ένα τοπικό ελάχιστο. Αν η τιμή της συνάρτησης  $q$ , για αυτή την τιμή του  $\lambda$ ,

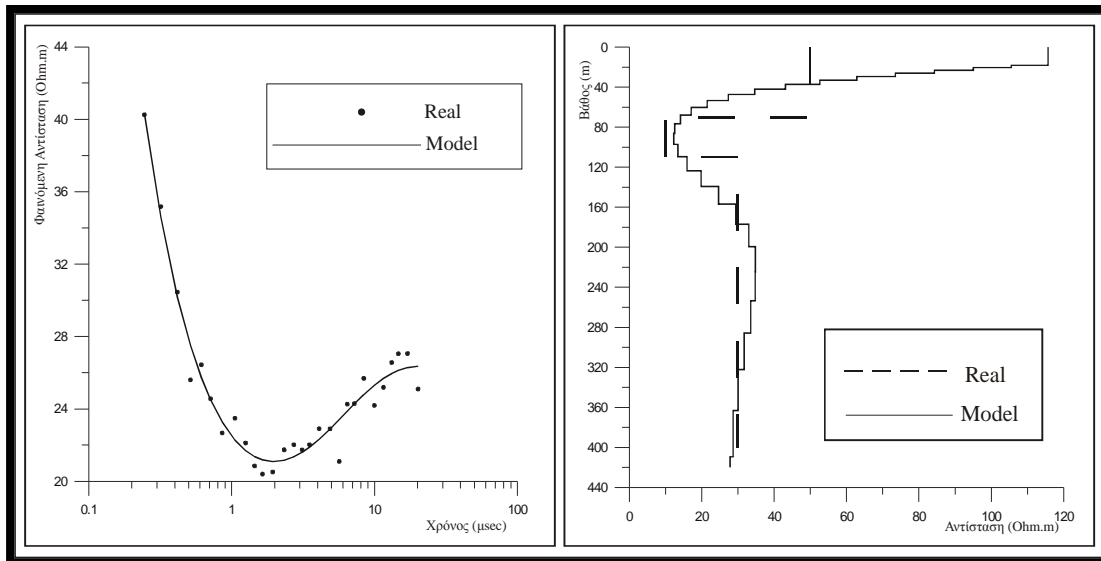
είναι μικρότερη από το κατώφλι θορύβου που έχει οριστεί, τότε ο αλγόριθμος αναζητά την τιμή εκείνη του  $\lambda$  για την οποία η τιμή της συνάρτησης  $q$  γίνεται ίση με το επίπεδο του θορύβου. Η τιμή αυτή του  $\lambda$  θεωρείται πως είναι η βέλτιστη για τη συγκεκριμένη επανάληψη.

Στο σχήμα (2.12) φαίνονται τα αποτελέσματα για το ίδιο μοντέλο και δεδομένα που χρησιμοποιήθηκε και στο σχήμα (3.3), με τη χρήση της μεθόδου Occam.



**Σχήμα 2.12 Αποτελέσματα αντιστροφής με τη μέθοδο Occam για συνθετικό μοντέλο τριών στρωμάτων.**

Το μειονέκτημα της συντηρητικής λύσης της μεθόδου, αντισταθμίζεται από το μεγάλο πλεονέκτημα ότι η μέθοδος είναι σταθερή και κυρίως απαλλαγμένη από την ανάγκη επιλογής αρχικού μοντέλου. Στο παράδειγμα του σχήματος (2.12), η μόνη αρχική εκτίμηση δόθηκε στον αλγόριθμο είναι η μέση αντίσταση του υπεδάφους (50 Ohm-m). Επίσης σε δεύτερη επεξεργασία δόθηκε μέση αντίσταση ίση με 100 Ohm-m. Και στις δύο περιπτώσεις η μέθοδος κατέληξε στα ίδια αποτελέσματα, με τη μόνη διαφορά πως στη δεύτερη περίπτωση απαιτήθηκαν περισσότερες επαναλήψεις.



**Σχήμα 2.13 Αποτελέσματα αντιστροφής με τη μέθοδο Occam για συνθετικό μοντέλο τριών στρωμάτων με εισαγωγή θορύβου κανονικής κατανομής ποσοστού 7% στα δεδομένα.**

Ακόμα και στην περίπτωση που τα δεδομένα έχουν τυχαίο θόρυβο, όπως στο παράδειγμα του σχήματος (2.13), η μέθοδος της εξομαλυσμένης αντιστροφής καταφέρνει να δώσει μια συντηρητική εικόνα του πραγματικού μοντέλου. Όταν δεν υπάρχουν πληροφορίες για το πραγματικό μοντέλο, η μέθοδος της εξομαλυσμένης αντιστροφής μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δημιουργηθεί ένα σχετικά αξιόπιστο μοντέλο στρωμάτων το οποίο θα αποτελέσει το αρχικό μοντέλο για κάποια άλλη μέθοδο αντιστροφής.

Το κυριότερο μειονέκτημα της μεθόδου είναι πως η αντιστροφή των δεδομένων γίνεται μόνο για τις παραμέτρους των αντιστάσεων. Τα πάχη θεωρείται πως είναι γνωστά εξ αρχής για το κάθε στρώμα, και το τελικό αποτέλεσμα είναι να υπάρχει μια γενική εικόνα των αντιστάσεων των στρωμάτων του υπεδάφους αλλά τα όρια των στρωμάτων να παραμένουν ασαφή.

### **2.11.3 Υβριδική μέθοδος αποσβενομένων τετραγώνων**

Μια μέθοδος που προσπαθεί να συγκεράσει τα πλεονεκτήματα των δύο παραπάνω μεθόδων (Marquardt-Occam) είναι η υβριδική μέθοδος των αποσβενομένων τετραγώνων (Meju, 1994). Εφαρμογή της μεθόδου στο μονοδιάστατο πρόβλημα με

τη μέθοδο των TDEM έγινε από τους Karmis et al. (προσωπική επικοινωνία).

Η φιλοσοφία της μεθόδου είναι να εισάγει ως παραμέτρους στρώματα με άγνωστες αντιστάσεις και πάχη, όπως και με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης. Παράλληλα όμως, εισάγονται και περιορισμοί εξομαλυνσης, οι οποίοι μπαίνουν τροποποιημένοι σε σχέση με τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής, και το κριτήριο της ελάχιστης τραχύτητας εφαρμόζεται μόνο για τις αντιστάσεις των στρωμάτων, καθώς δεν υπάρχει φυσικό νόημα να εφαρμοστεί στα πάχη των στρωμάτων.

Αναπτύσσοντας τις εξισώσεις της αντιστροφής όμοια με τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής, καταλήγουμε στη συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση

$$q = (Wd - WAm)^T (Wd - WAm). \quad (2.46)$$

Η διόρθωση του μοντέλου προκύπτει από το ίδιο σύστημα εξισώσεων με τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής,

$$dm_k = ((A_k W)^T A_k W + \lambda_k C^T C)^{-1} (WA_k)^T W dy_k. \quad (2.47)$$

και το νέο μοντέλο

$$m_{k+1} = m_k + dm_k. \quad (2.48)$$

Η διαφορά με την μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής βρίσκεται στον τρόπο υπολογισμού των στοιχείων του πίνακα τραχύτητας  $\mathbf{R}$ . Σε πολλές πρακτικές εφαρμογές όπου υπάρχει βαθμωτή αλλαγή των παραμέτρων, το ενδιαφέρον εστιάζεται στην απόκτηση ενός εξομαλυσμένου μοντέλου, κάτι που υπαγορεύεται από την φυσική αντιμετώπιση του προβλήματος. Παράδειγμα αποτελεί η στρωμάτωση του υπεδάφους, όπου δεν αναμένεται να υπάρχουν απότομες ασυνέχειες στις ηλεκτρικές ιδιότητες των στρωμάτων, άρα αναζητείται ένα εξομαλυσμένο μοντέλο (Constable et al. 1987, Meju και Hutton 1992). Τα πάχη όμως των στρωμάτων δεν απαιτείται να είναι εξομαλυσμένα, καθώς δεν υπάρχει κάποια φυσική αιτία που να τα αναγκάζει να αποκτούν τιμές που να είναι εξαρτημένες μεταξύ τους.

Σε αυτή την περίπτωση ο πίνακας  $C$  (εξ.3.35), ο οποίος εάν έχουμε  $n$  στρώματα με  $(n-1)$  πάχη, θα είναι τάξεως  $[(2n-1) \times (2n-1)]$ , θα έχει τη μορφή

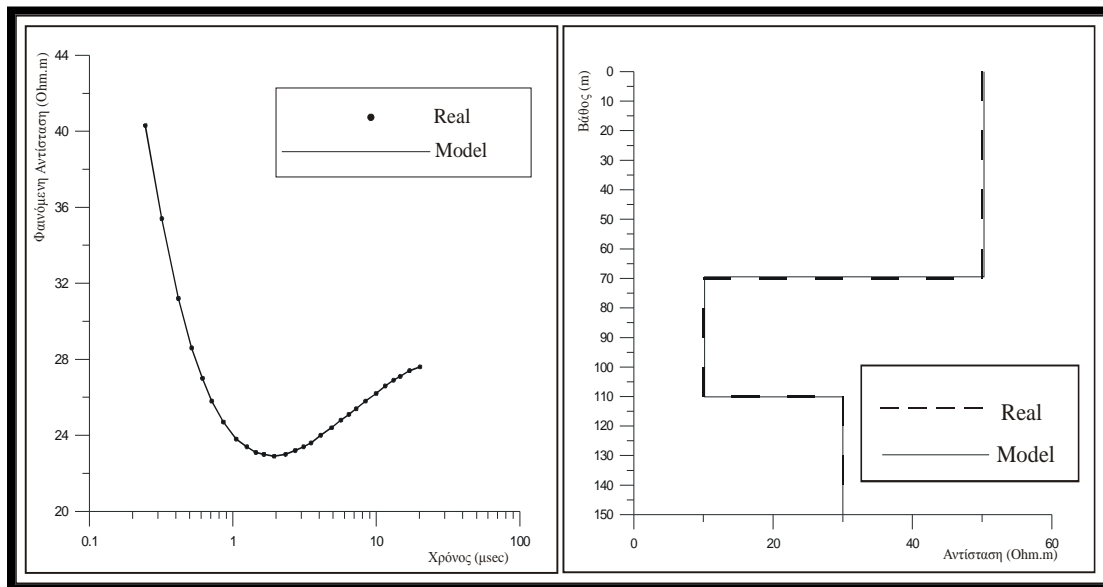
$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & & & \\ -1 & 1 & & & & \\ & -1 & 1 & & & \\ 0 & & \dots & \dots & & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & \\ & & & 0 & & 1 \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

Οι πρώτες  $n$  γραμμές του πίνακα  $C$  που αντιστοιχούν στις ηλεκτρικές αντιστάσεις των στρωμάτων έχουν στοιχεία που εξομαλύνουν τις τιμές αυτών των παραμέτρων, ενώ οι υπόλοιπες  $(n-1)$  γραμμές του πίνακα που αντιστοιχούν στα πάχη των στρωμάτων δεν επηρεάζουν το διάνυσμα των λύσεων προς καμία κατεύθυνση.

Οι Karmis et al. (προσωπική επικοινωνία), πρότειναν τον υπολογισμό του παράγοντα απόσβεσης με έρευνα βελτιστοποίησης. Ορίζοντας ένα εύρος τιμών εμπειρικά, θεωρώντας ότι καλύπτει όλο το φάσμα τιμών που μπορεί να πάρει το  $\lambda$ , ο αλγόριθμος διεξάγει έρευνα μέχρι να βρεθεί το ολικό ή τοπικό ελάχιστο της συνάρτησης προς ελαχιστοποίηση. Το διάστημα που ορίζεται αρχικά, διαιρείται σε μικρότερα διαστήματα, μέχρι να βρεθεί ένα πολύ μικρό διάστημα που μέσα του να βρίσκεται η τιμή που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση  $q$ . Επιλύεται έτσι το ευθύ και το αντίστροφο πρόβλημα πολλές φορές, αλλά σε κάθε επανάληψη απαιτείται μόνο ο αρχικός υπολογισμός του Ιακωβιανού πίνακα. Έτσι, ο τρόπος προσδιορισμού του παράγοντα  $\lambda$  είναι πιο γρήγορος από τον τρόπο που πρότεινε ο Constable.

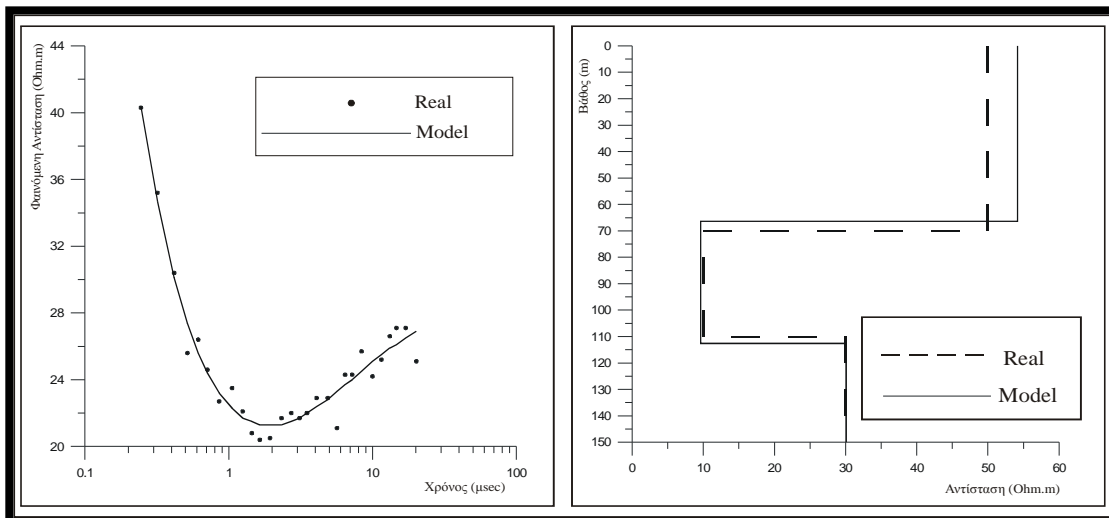
Το πλεονέκτημα της υβριδικής μεθόδου έναντι της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης είναι πως η σταθεροποίηση της αντιστροφής επιτυγχάνεται με περιορισμούς που βασίζονται στη φυσική του προβλήματος, μέσω των πινάκων εξομάλυνσης, και όχι στην επιλογή μιας αυθαίρετης τιμής περιορισμού.

Σε σχέση με τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής, τα πάχη των στρωμάτων αφήνονται να μεταβάλλονται ανεξάρτητα μεταξύ τους, δίνοντας σαφή όρια στα πάχη τους. Στο σχήμα (2.14) φαίνεται ένα τυπικό παράδειγμα αντιστροφής μοντέλου τριών στρωμάτων με τη μέθοδο της υβριδικής αντιστροφής.



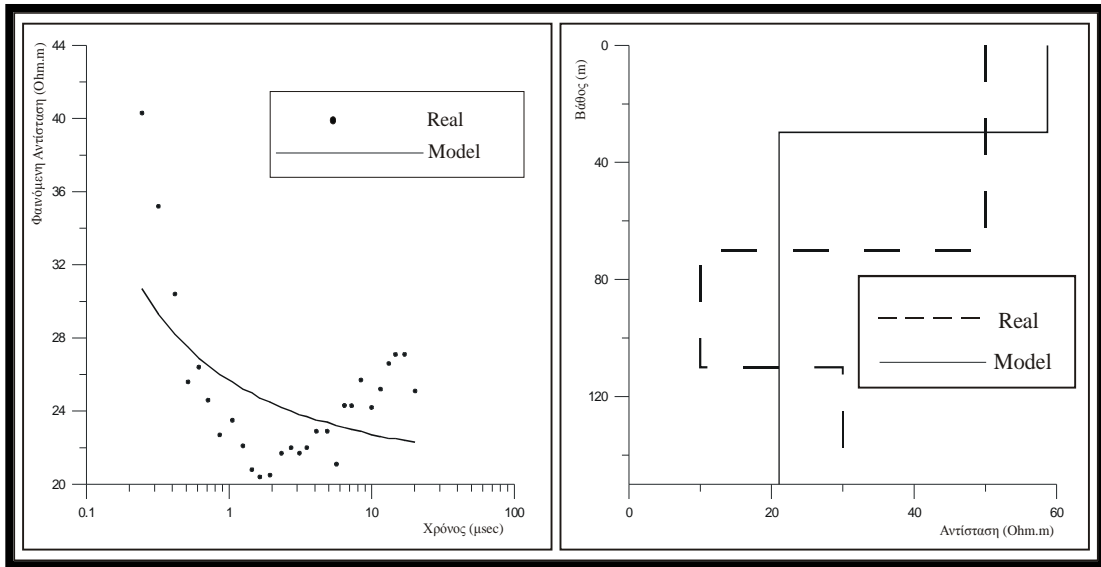
**Σχήμα 2.14 Παράδειγμα αντιστροφής συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με τη μέθοδο της υβριδικής αντιστροφής.**

Στο σχήμα (2.15) φαίνεται η απόκριση της μεθόδου σε δεδομένα στα οποία έχει εισαχθεί θόρυβος κανονικής κατανομής ποσοστού 7%. Παρατηρούμε πως η μέθοδος παράγει αποτελέσματα που βρίσκονται πολύ κοντά στο πραγματικό μοντέλο.



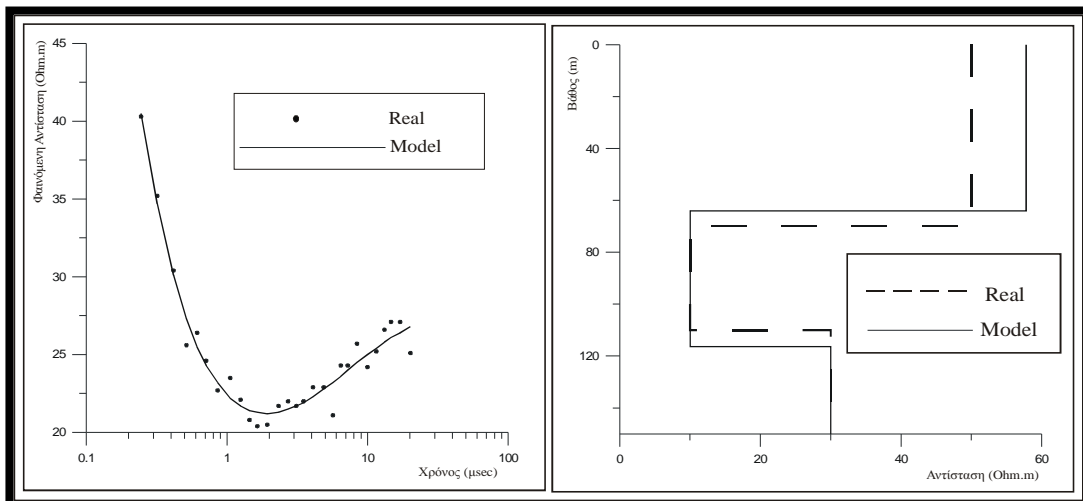
**Σχήμα 2.15 Αποτελέσματα αντιστροφής συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με εισαγωγή στα δεδομένα θορύβου κανονικής κατανομής ποσοστού 7% με τη μέθοδο της υβριδικής αντιστροφής.**





**Σχήμα 2.16 Αντιστροφή συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με εισαγωγή θορύβου κανονικής κατανομής 7% στα δεδομένα, και λάθος αρχική εκτίμηση στον αριθμό των στρωμάτων.**

Παρόλα αυτά, η χρήση στρωμάτων με διακριτό πάχος συνεπάγεται ότι ο χρήστης πρέπει να καθορίσει το «σωστό» αριθμό των στρωμάτων. Το διάλυμα των λύσεων αναγκάζεται να κινηθεί προς συγκεκριμένη κατεύθυνση και αν η αρχική εκτίμηση είναι εκτός πραγματικότητας, τότε το θεωρητικό μοντέλο δεν μπορεί να αναπαραστήσει το πραγματικό μοντέλο του υπεδάφους.



**Σχήμα 2.17 Αποτελέσματα αντιστροφής για μοντέλο τριών στρωμάτων, με εισαγωγή θορύβου στα δεδομένα κανονικής κατανομής 7%, και λάθος αρχική εκτίμηση στις παραμέτρους του μοντέλου.**

Στο σχήμα (2.16) παρουσιάζεται παράδειγμα κακής επιλογής αριθμού στρωμάτων αρχικού μοντέλου, ενώ στο σχήμα (2.17) παράδειγμα κακής επιλογής αρχικής εκτίμησης, παρά το γεγονός πως ο αριθμός των στρωμάτων είναι ο σωστός.

## **2.12 Συμπεράσματα**

Στο υποκεφάλαιο αυτό, παρουσιάζεται μια σύγκριση μεταξύ των κυριότερων μεθόδων αντιστροφής σε μια διάσταση για τη μέθοδο των TDEM που μελετήθηκαν παραπάνω, δηλαδή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης, της μεθόδου της εξομαλυσμένης αντιστροφής και της υβριδικής αντιστροφής.

## **2.13 Αστάθεια του συστήματος – προέλευση περιορισμών**

Η επίλυση του συστήματος των εξισώσεων στη διαδικασία της αντιστροφής δεδομένων TDEM είναι εγγενώς ασταθής. Η αστάθεια αυτή έχει φυσική προέλευση, καθώς η μέθοδος των TDEM χάνει την ευαισθησία της σε μεγάλα βάθη. Η φυσική αυτή αδυναμία εκφράζεται μαθηματικά στην αδυναμία σταθερής αντιστροφής του γενικευμένου Ιακωβιανού.

Το πρόβλημα λύνεται εν μέρει με την εισαγωγή περιορισμών στη μεταβολή του διανύσματος των λύσεων. Στην περίπτωση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης, ο περιορισμός είναι καθαρά μαθηματικός. Για να λυθεί το πρόβλημα της αστάθειας του συστήματος, προστίθεται μια θετική ποσότητα  $\lambda$  στα στοιχεία της διαγωνίου του γενικευμένου Ιακωβιανού. Έτσι το τελικό μοντέλο είναι μεν μαθηματικά ορθό, μερικές φορές όμως μπορεί να στερείται φυσικής λογικής.

Στη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής, ο περιορισμός τίθεται από φυσική σκοπιά. Η στρωμάτωση του υπεδάφους δεν αναμένεται να έχει απότομες μεταβολές όσο αφορά τις αντιστάσεις, και έτσι το τελικό μοντέλο αποκλίνει από τον ομογενή ημιχώρο τόσο, όσο ώστε οι θεωρητικές μετρήσεις να συγκλίνουν με τα πειραματικά δεδομένα.

Ο περιορισμός που τίθεται στην υβριδική αντιστροφή είναι διαφορετικός από τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής. Περιορίζεται το εύρος διόρθωσης του μοντέλου όσο αφορά τις αντιστάσεις των στρωμάτων, όμως τα πάχη αφήνονται να μεταβάλλονται ανεξέλεγκτα. Ο περιορισμός αυτός έχει φυσική έννοια, καθώς επιδιώκουμε να πάρουμε ένα τελικό μοντέλο με διακριτά στρώματα, όμως υπάρχει εξάρτηση μεταξύ των αντιστάσεων, υπό την έννοια πως δεν αναμένονται τρομερά απότομες αλλαγές των αντιστάσεων μεταξύ διαδοχικών στρωμάτων.

## **2.14 Αντιμετώπιση του θορύβου –σφάλματα δεδομένων**

Η ύπαρξη σφαλμάτων στα δεδομένα θα πρέπει να θεωρείται εκ των προτέρων δεδομένη. Στην περίπτωση που τα σφάλματα είναι τυχαία και έχουν κανονική κατανομή, αποδείχτηκε πειραματικά πως όλες οι μέθοδοι αποκρίνονται ικανοποιητικά. Με τη χρήση των πινάκων στατιστικών βαρών, οι μέθοδοι απομονώνουν τις μετρήσεις εκείνες που έχουν πολύ μεγάλα σφάλματα, δίνοντας τους πολύ μικρό βάρος κατά τη διαδικασία της αντιστροφής.

## **2.15 Επιλογή αρχικού μοντέλου**

Στην περίπτωση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης και της υβριδικής αντιστροφής, η επιλογή του αρχικού μοντέλου είναι σημαντική. Ο χρήστης απαιτείται να εισάγει όχι μόνο το σωστό αριθμό στρωμάτων, αλλά και να επιλέξει τις τιμές των παραμέτρων του αρχικού μοντέλου έτσι ώστε να είναι αρκετά κοντά στις πραγματικές. Στην περίπτωση που υπάρχει πρότερη γνώση της δομής του υπεδάφους αυτό είναι σχετικά εύκολο, αλλά πολλές φορές ο χρήστης πρέπει να δοκιμάζει πολλά μοντέλα με διαφορετικό αριθμό στρωμάτων έως ότου να καταλήξει σε αυτό που έχει τη μεγαλύτερη σύγκλιση με τις πειραματικές μετρήσεις.

Αν δεν υπάρχει καμία πληροφορία για το μοντέλο του υπεδάφους, τότε η μέθοδος της εξομαλυσμένης αντιστροφής είναι αυτή που μπορεί να παρέχει τα πιο αξιόπιστα αποτελέσματα, καθώς δεν απαιτείται προσδιορισμός του αριθμού των στρωμάτων. Ο χρήστης εισάγει μόνο τη μέση αντίσταση του υπεδάφους και το σταθερό πάχος των στρωμάτων, και ο αλγόριθμος προσπαθεί να μεταβάλλει τις αντιστάσεις των στρωμάτων ώστε να υπάρξει σύγκλιση μεταξύ των θεωρητικών και πειραματικών μετρήσεων.

## **2.16 Σαφήνεια στον προσδιορισμό των στρωμάτων**

Είθισται στη Γεωφυσική να αναπαριστούμε τα μοντέλα του υπεδάφους χρησιμοποιώντας διακριτές ασυνέχειες μεταξύ των στρωμάτων, ιδιαίτερα όσο αφορά τις αντιστάσεις τους. Π.χ. μοντέλο δύο στρωμάτων με ανώτερο στρώμα πάχους 100 μέτρων και αντίσταση 10 Ohm-m, υπερκείμενο ημιχώρου 100 Ohm-m.

Η μέθοδος της εξομαλυσμένης αντιστροφής, εξαιτίας ακριβώς του περιορισμού που εισάγεται μέσω του πίνακα τραχύτητας **R**, επιτρέπει στις αντιστάσεις μεταξύ διαδοχικών στρωμάτων να μεταβάλλονται βαθμιαία μεταξύ τους. Επιπλέον, ο αριθμός των στρωμάτων ορίζεται ίσος με τον αριθμό των μετρήσεων. Το τελικό μοντέλο αποτελείται έτσι από πολλά μικρά στρώματα, και δεν ορίζονται σαφή πάχη μεταξύ στρωμάτων με απότομες μεταβολές στην αντίσταση, αλλά υπάρχει μια ομαλή μεταβολή μεταξύ ακραίων τιμών.

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης δεν εισάγει κανενός είδους

περιορισμό, και τα πάχη των στρωμάτων ορίζονται σαφώς, καθώς αφήνονται να κινούνται ανεξέλεγκτα μεταξύ τους.

Στην υβριδική αντιστροφή, ο περιορισμός που τίθεται είναι οι αντιστάσεις μεταξύ διαδοχικών στρωμάτων να μην κινούνται ανεξέλεγκτα μεταξύ τους. Δεν υπάρχει κανένας περιορισμός όσο αφορά τα πάχη των στρωμάτων, τα οποία μπορούν να μεταβάλλονται ελεύθερα. Έτσι και σε αυτή τη μέθοδο τα πάχη ορίζονται σαφώς.

Συμπερασματικά, από την ανάλυση που έγινε παραπάνω, αλλά κυρίως από τις δοκιμές που έγιναν με διάφορα θεωρητικά μοντέλα καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως η υβριδική μέθοδος αντιστροφής είναι αυτή που παρουσιάζει τα περισσότερα πλεονεκτήματα από όλες τις μεθόδους που εξετάστηκαν.

Είναι σταθερή, λαμβάνει υπόψη της τα μεγέθη των σφαλμάτων των μετρήσεων, δίνει με σαφήνεια το πάχος των στρωμάτων του μοντέλου, και το τελικό μοντέλο προκύπτει ως αποτέλεσμα φυσικών και όχι αυθαίρετων μαθηματικών περιορισμών.

Φυσικά όλα αυτά δεν αποδεικνύουν πως η συγκεκριμένη μέθοδος είναι πανάκεια για το μονοδιάστατο πρόβλημα των TDEM, όμως εμφανίζει τα περισσότερα πλεονεκτήματα μεταξύ των μεθόδων που εξετάστηκαν. Τη μέθοδο αυτή επιλέξαμε για την εφαρμογή του αλγορίθμου σταθερής αντιστροφής που θα παρουσιαστεί στο επόμενο κεφάλαιο. Όλα τα παραπάνω, συνοψίζονται στον πίνακα (Π3.1), όπου με (□) συμβολίζονται τα πλεονεκτήματα ή οι απαιτήσεις και με (-) τα μειονεκτήματα της κάθε μεθόδου.

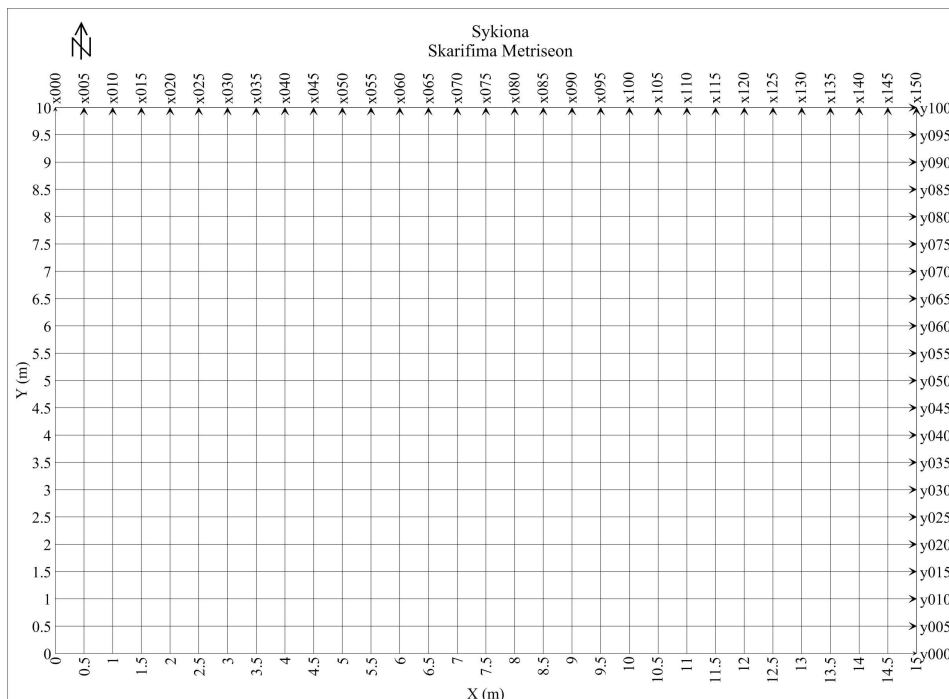
| Μέθοδος                 | Είναι Σταθερή η | Προέλευση Περιορισμών | Αρχικό Μοντέλο | Διακριτά Στρώματα | Συμπεριλαμβάνεται Τυχαίος |
|-------------------------|-----------------|-----------------------|----------------|-------------------|---------------------------|
| Ελάχιστα Τετράγωνα      | -               | -                     | [              | [                 | [                         |
| Ελ. Τετράγωνα           | [               | Μαθηματικό Μοντέλο    | [              | [                 | [                         |
| Εξομαλυσμένη Αντιστροφή | [               | Φυσικό Μοντέλο        | -              | -                 | [                         |
| Υβριδική Αντιστροφή     | [               | Φυσικό Μοντέλο        | [              | [                 | [                         |

**Πίνακας Π3.1 Συγκεντρωτικά τα συμπεράσματα για τις μεθόδους αντιστροφής του μονοδιάστατου προβλήματος της μεθόδου των TDEM**

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ

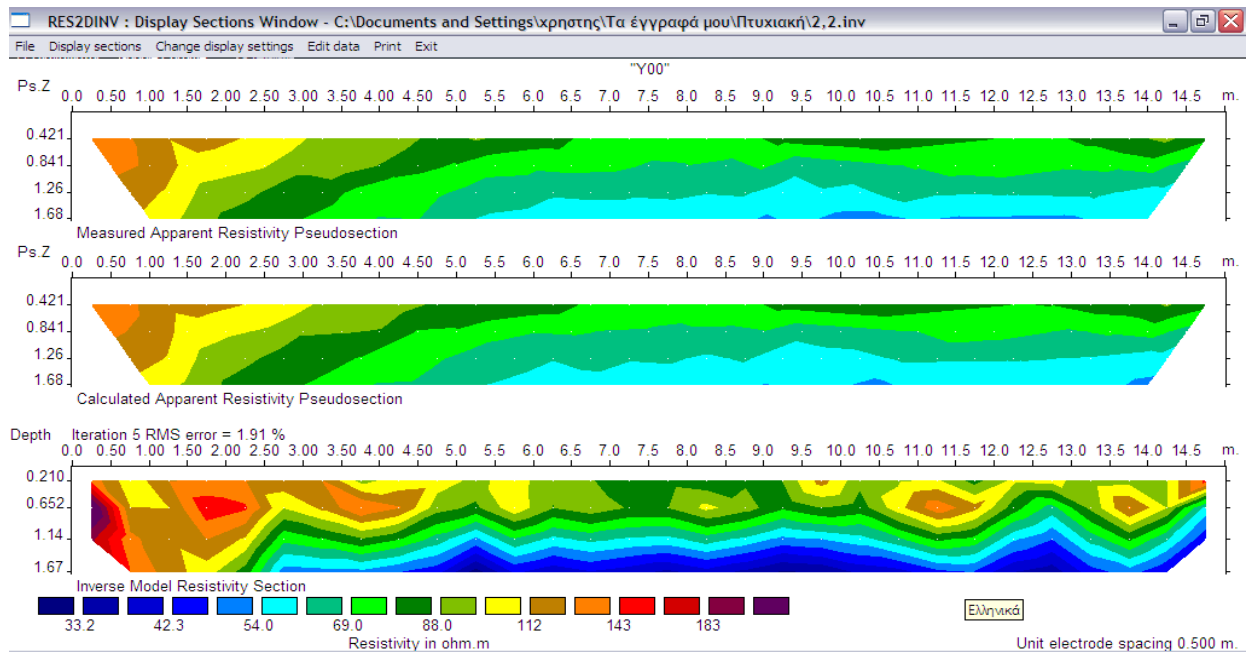
Χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα από την περιοχή Α της Σικυόνας, των οποίων η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων και των ορθογώνιων γραμμών ήταν 0.5 m αντίστοιχα. Τα τρισδιάστατα γεωηλεκτρικά μοντέλα κατά μήκος των διευθύνσεων X, Y και XY αντίστοιχα, που προέκυψαν από την εφαρμογή της τεχνικής Quasi-Newton, φαίνονται στο σχήμα (3.1) ενώ τα αντίστοιχα τρισδιάστατα μοντέλα, όπου ο Ιακωβιανός υπολογιζόταν σε κάθε επανάληψη απεικονίζονται στο σχήμα (4.27Γ).

Παρατηρείται ότι υπάρχουν πολλές ομοιότητες μεταξύ των μοντέλων που προέκυψαν με τις δύο τεχνικές. Η τεχνική Quasi-Newton καθόρισε το σχήμα και την θέση του κτιρίου με την ίδια επιτυχία όπως και η μέθοδος Gauss-Newton. Δεν παρουσιάζονται σημαντικές διαφορές μεταξύ των μοντέλων, εκτός κυρίως από το γεγονός ότι η τεχνική Quasi-Newton ενίσχυσε το περίγραμμα του κτιρίου στο βάθος  $Z=0.50-0.75$  m.

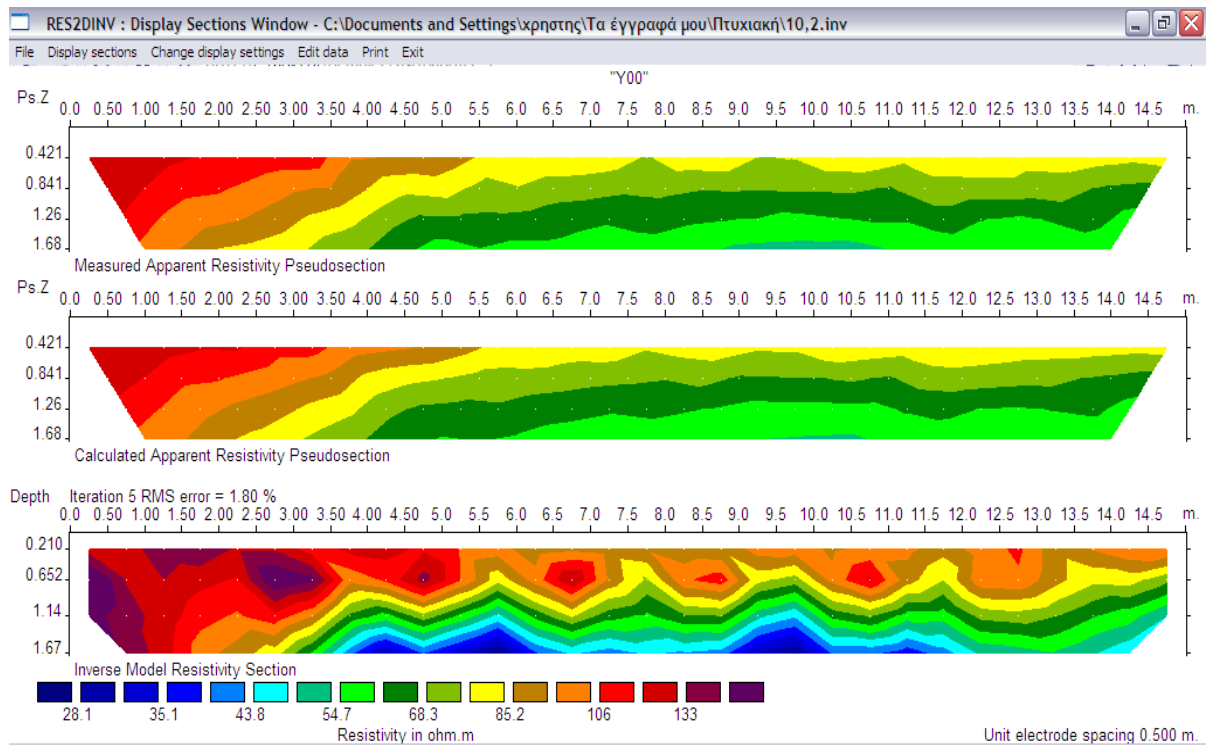


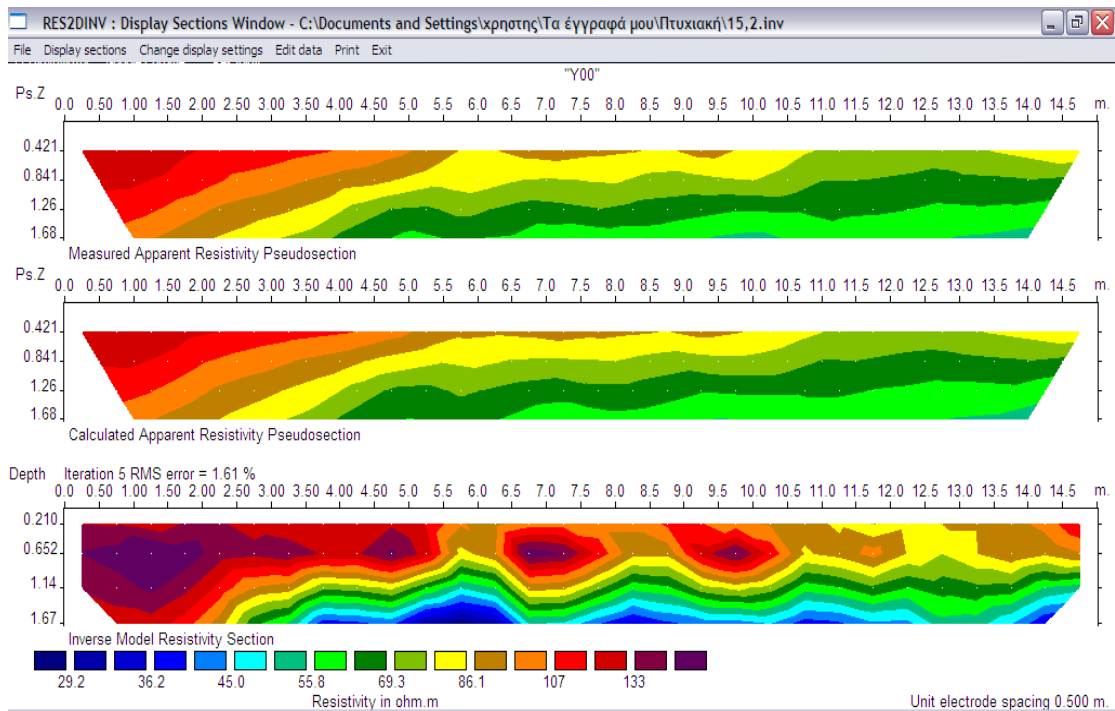
**Σχήμα 3.1:** Τρισδιάστατα γεωηλεκτρικά μοντέλα ως προς τις διευθύνσεις X, Y και XY όπως προέκυψαν από την βελτίωση του Ιακωβιανού πίνακα με την τεχνική Quasi-Newton.

### 3.1 Αποτελέσματα μετρήσεων



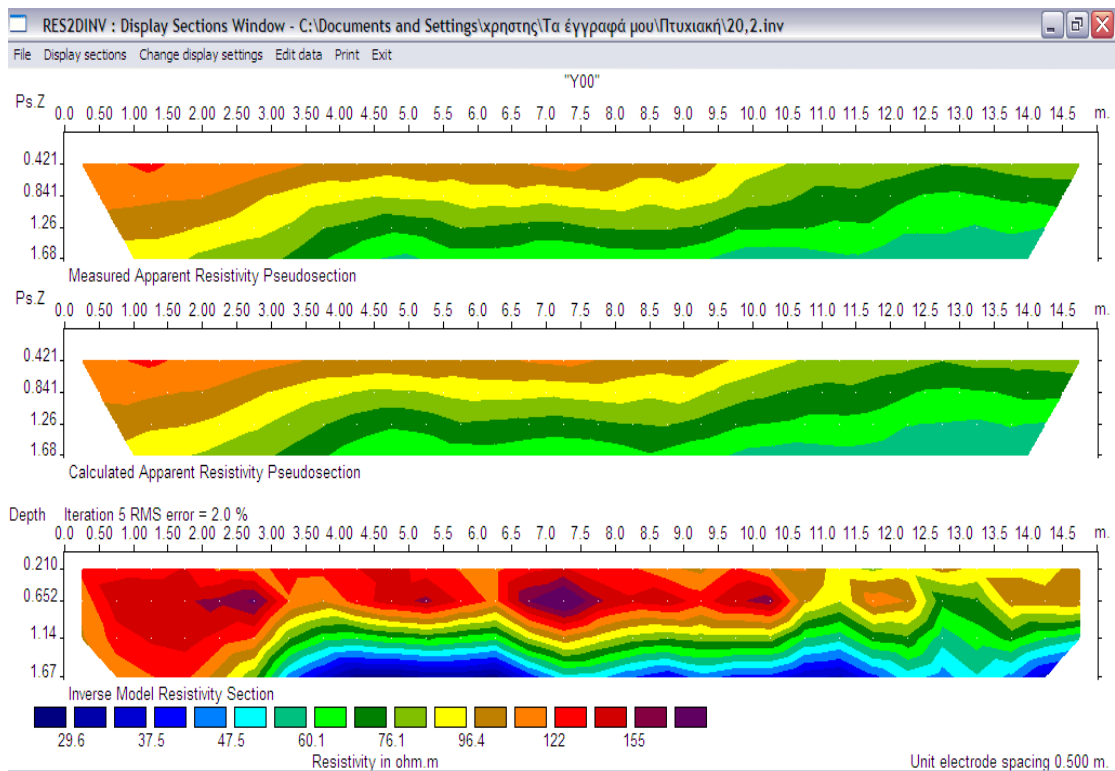
Σχ. 3.2: Αποτελέσματα τομογραφίας στο 0.5 μέτρο.



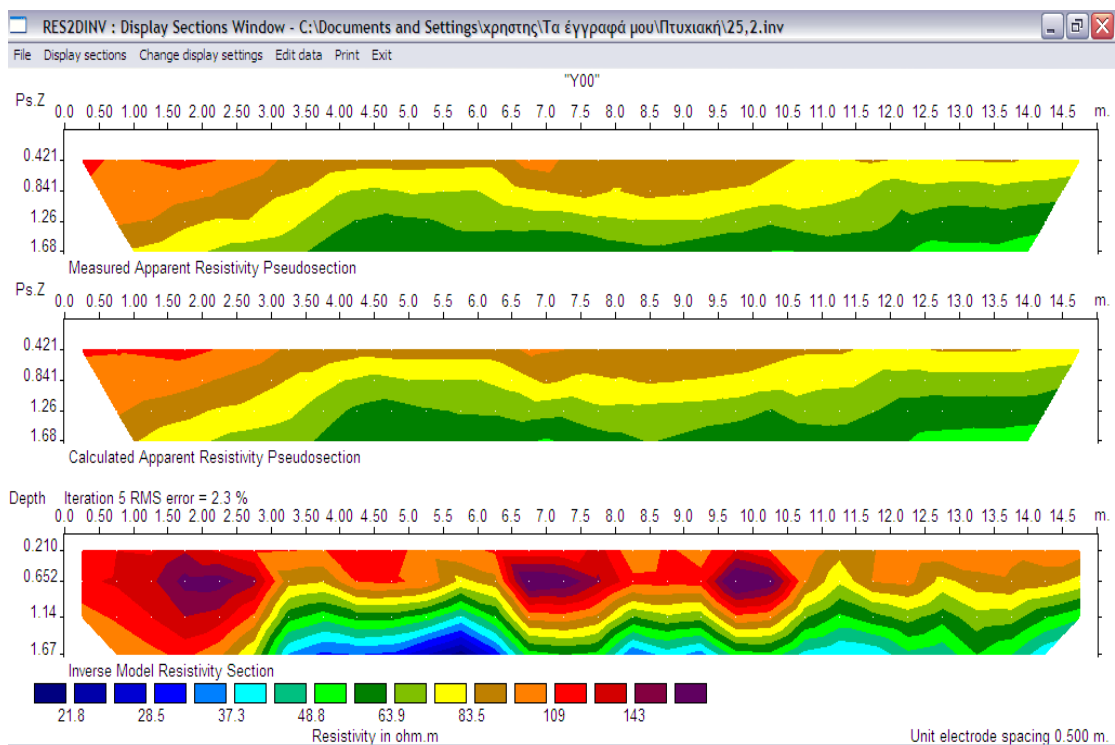


Σχ. 3.3: Αποτελέσματα τομογραφίας στο 1,00 μέτρο.

Σχ. 3.4: Αποτελέσματα τομογραφίας στο 1,50 μέτρο.

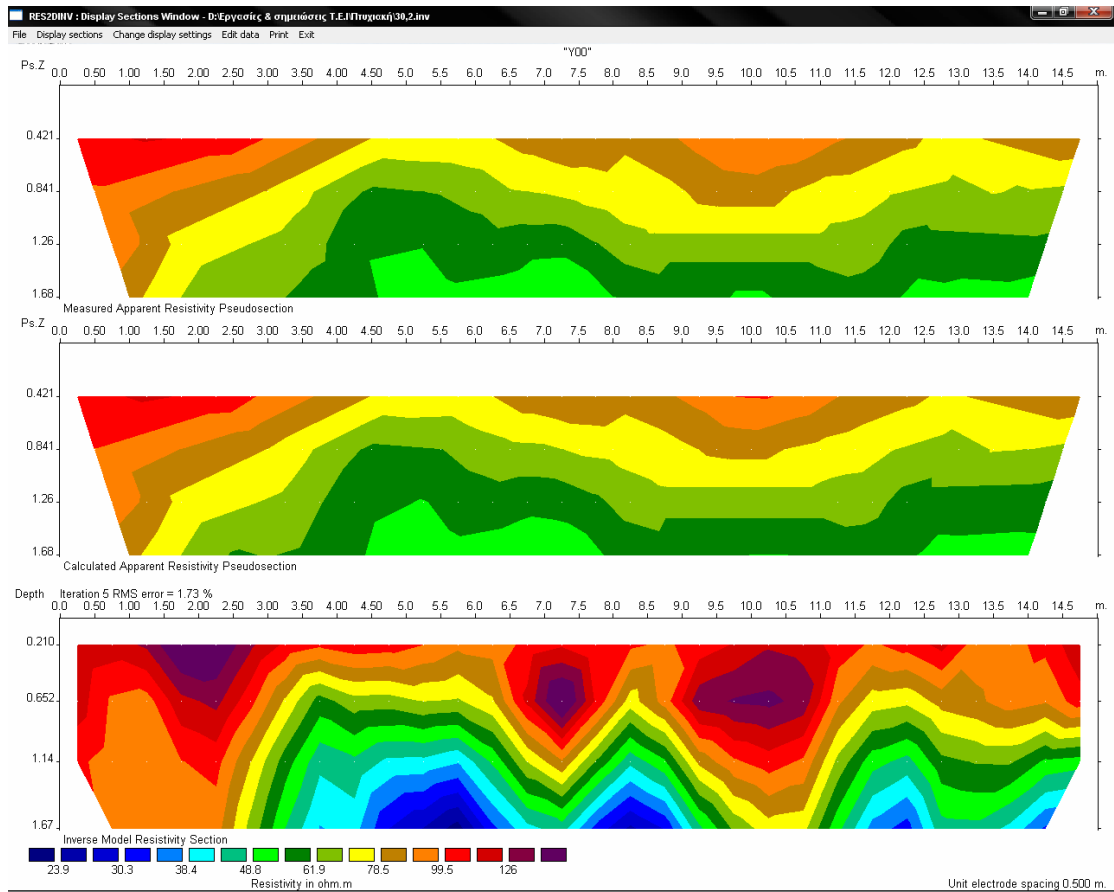


Σχ. 3.5: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 2,00 μέτρα.

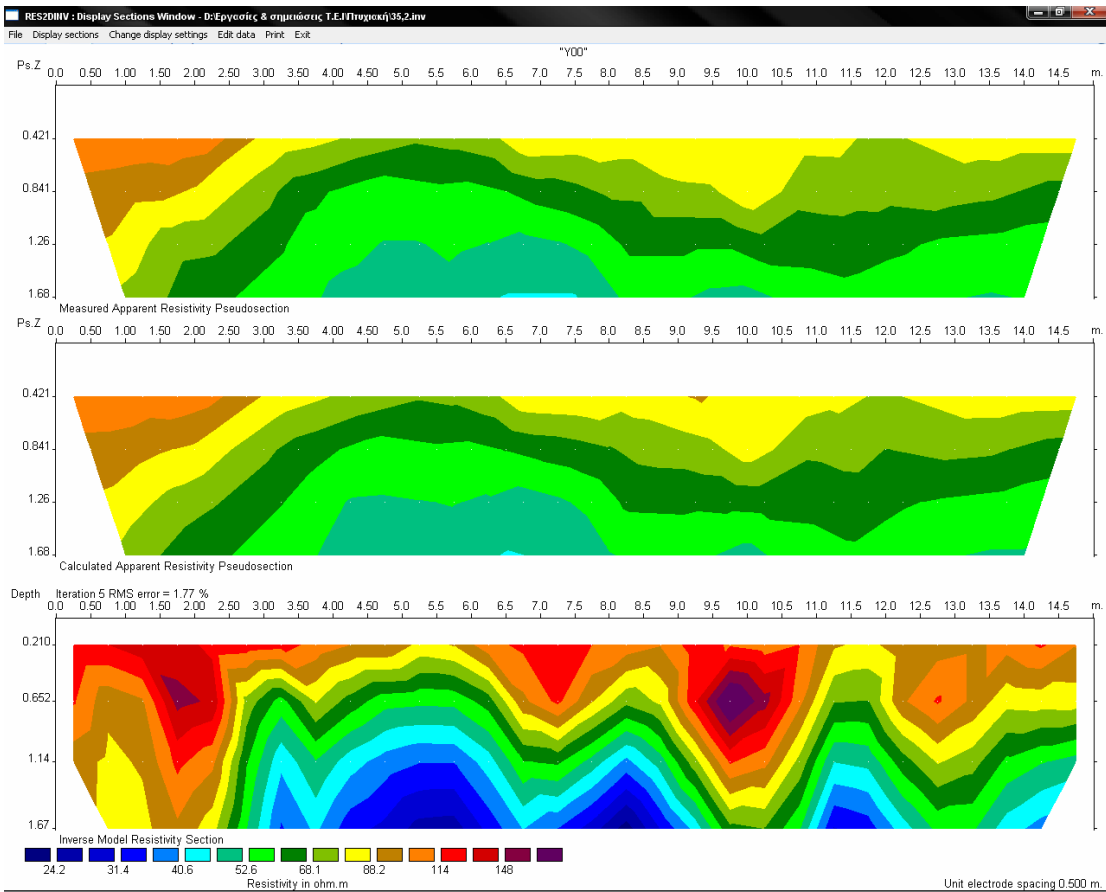


Σχ. 3.6: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 2,50 μέτρα

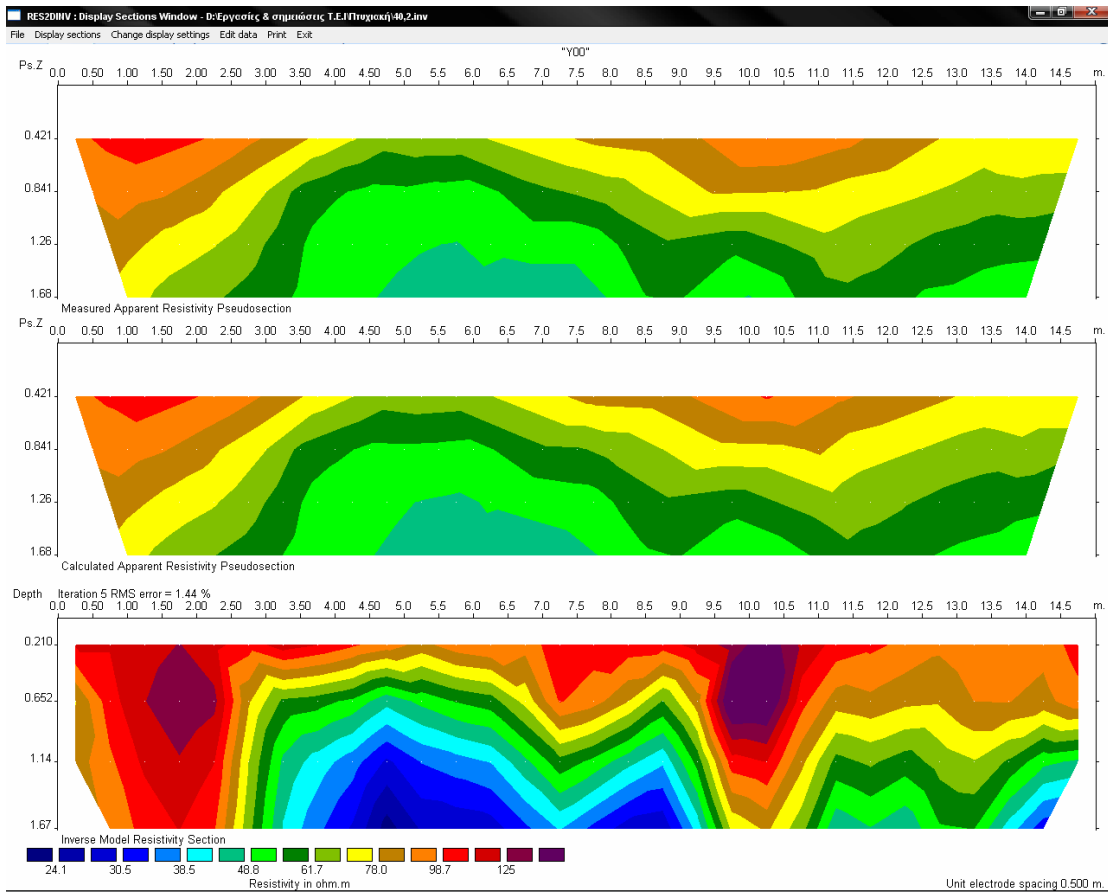




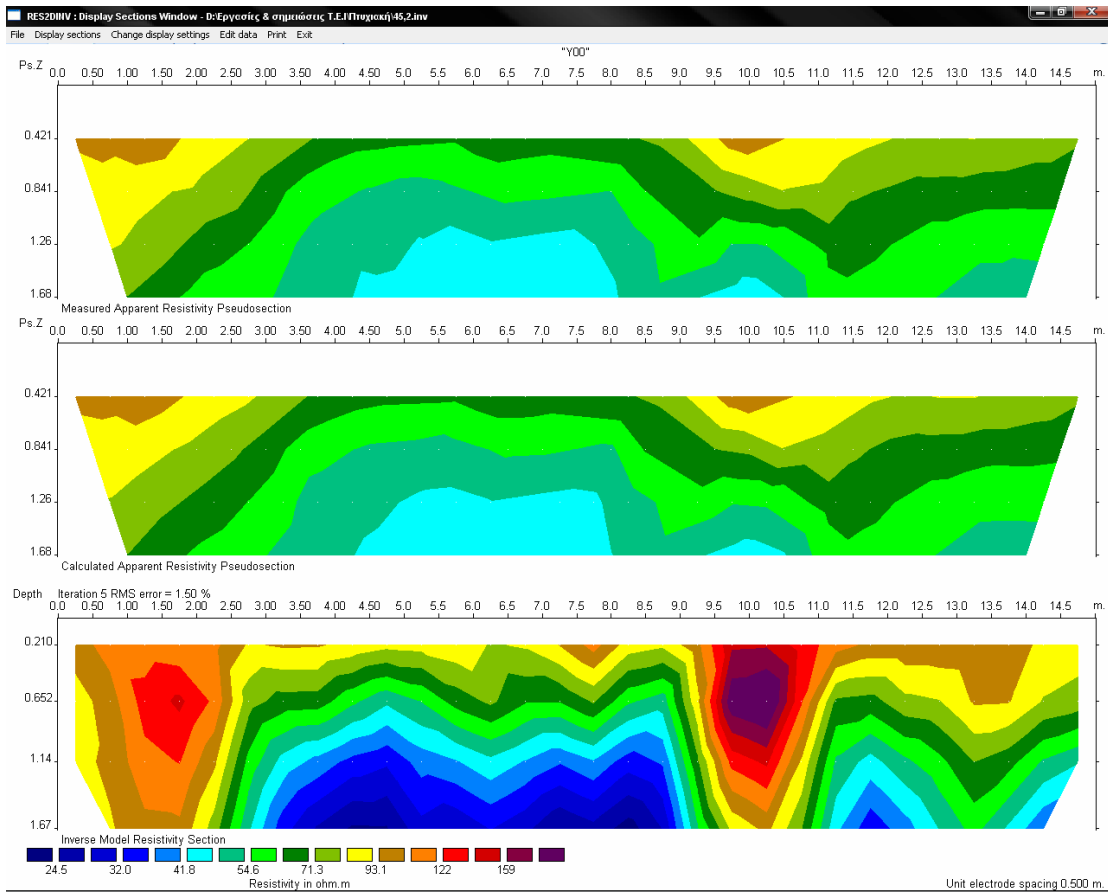
Σχ. 3.7: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 3,00 μέτρα



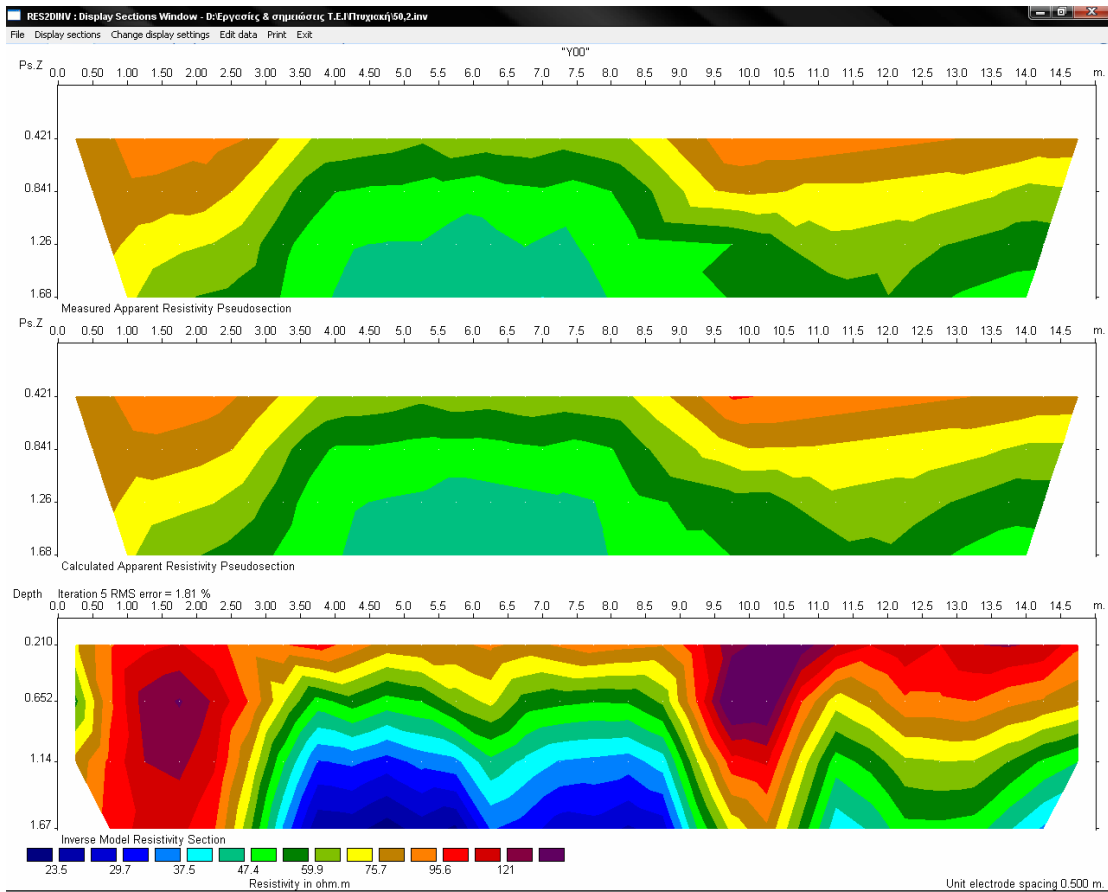
Σχ. 3.8: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 3,50 μέτρα.



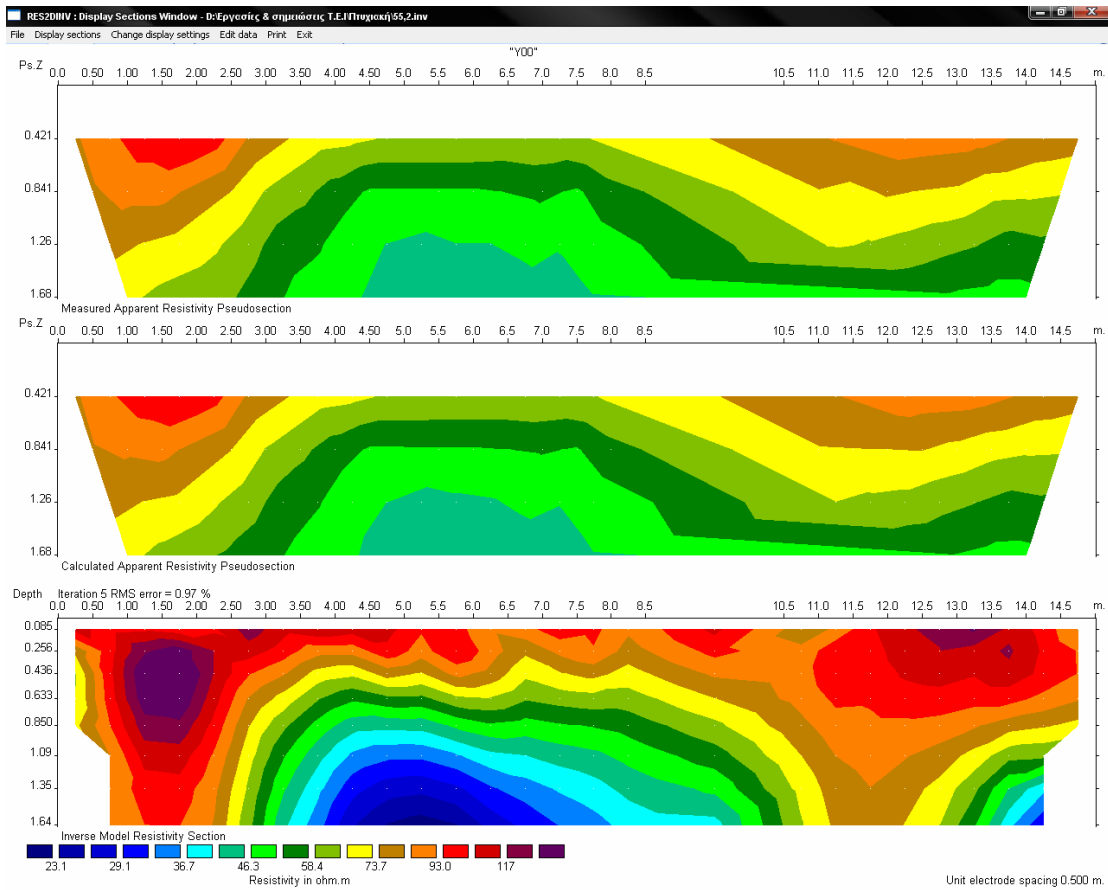
Σχ. 3.9: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 4,00 μέτρα.



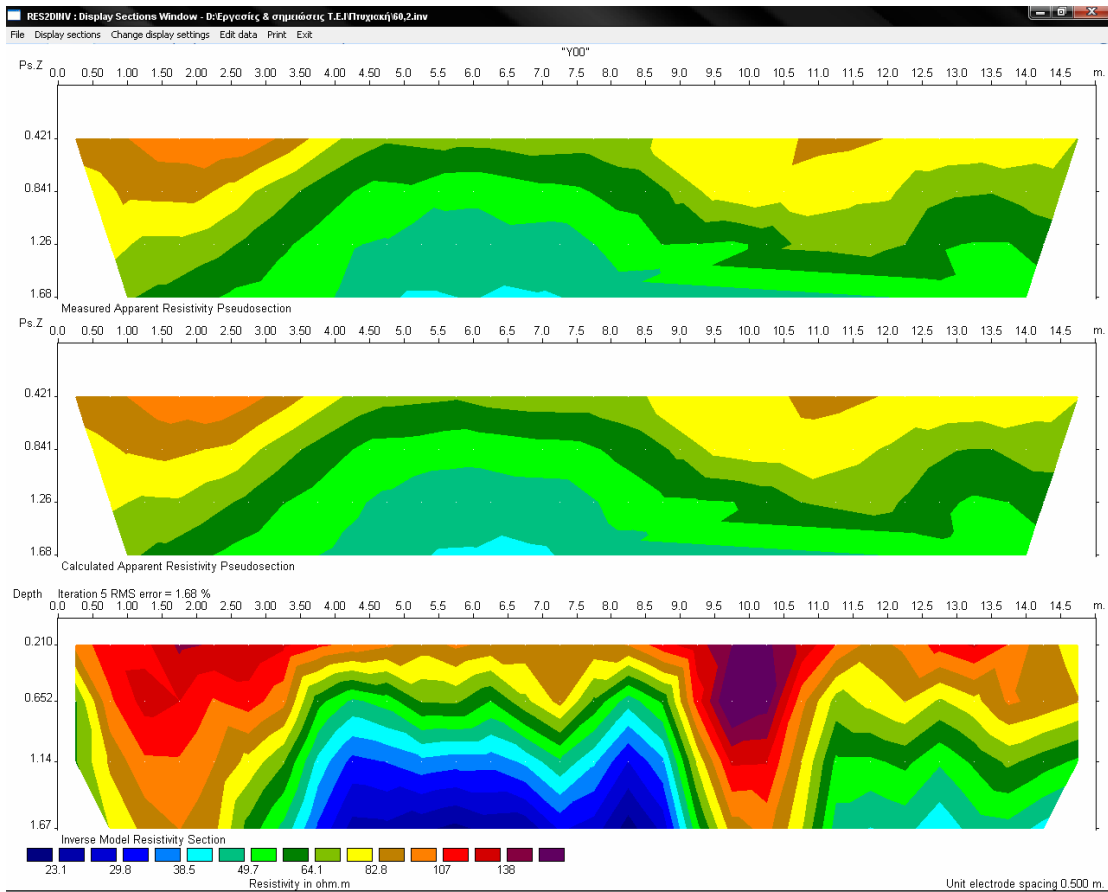
Σχ. 3.10: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 4,50 μέτρα.



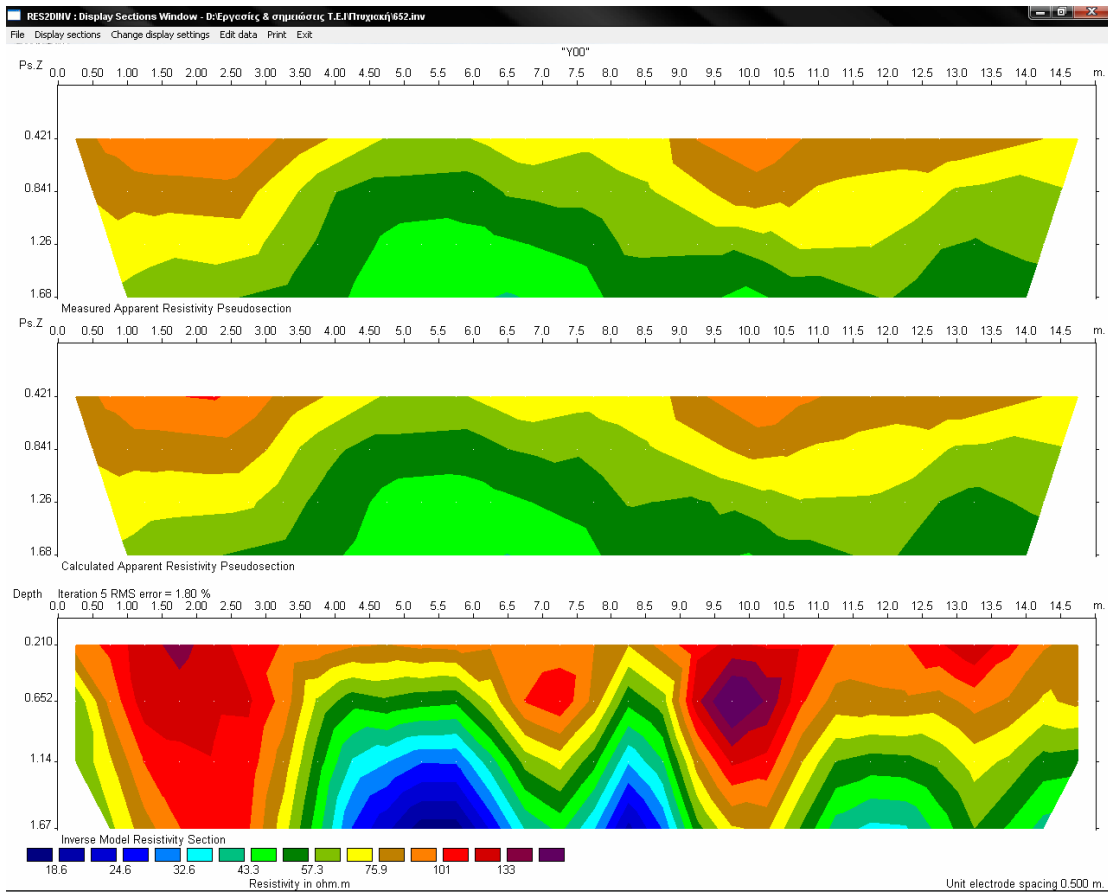
Σχ. 3.11: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 5,00 μέτρα.



Σχ. 3.12: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 5,50 μέτρα.

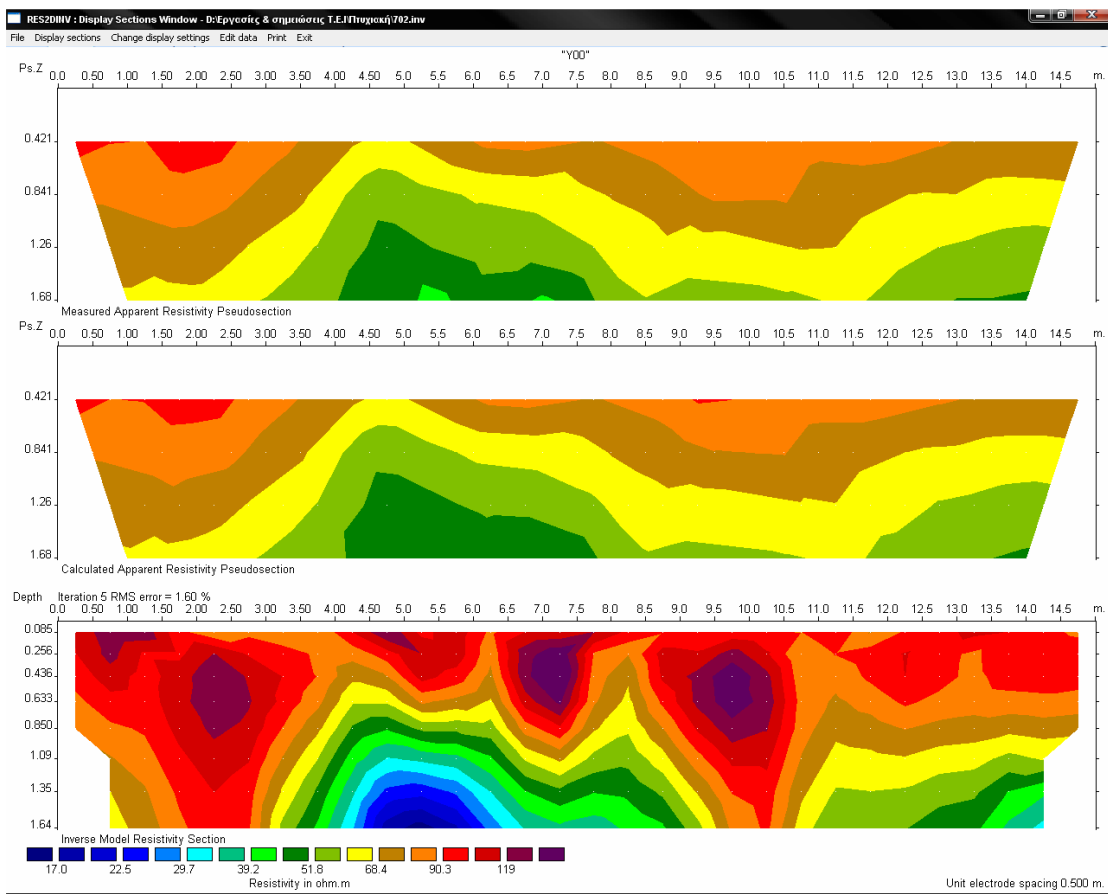


Σχ. 3.13: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 6,00 μέτρα.

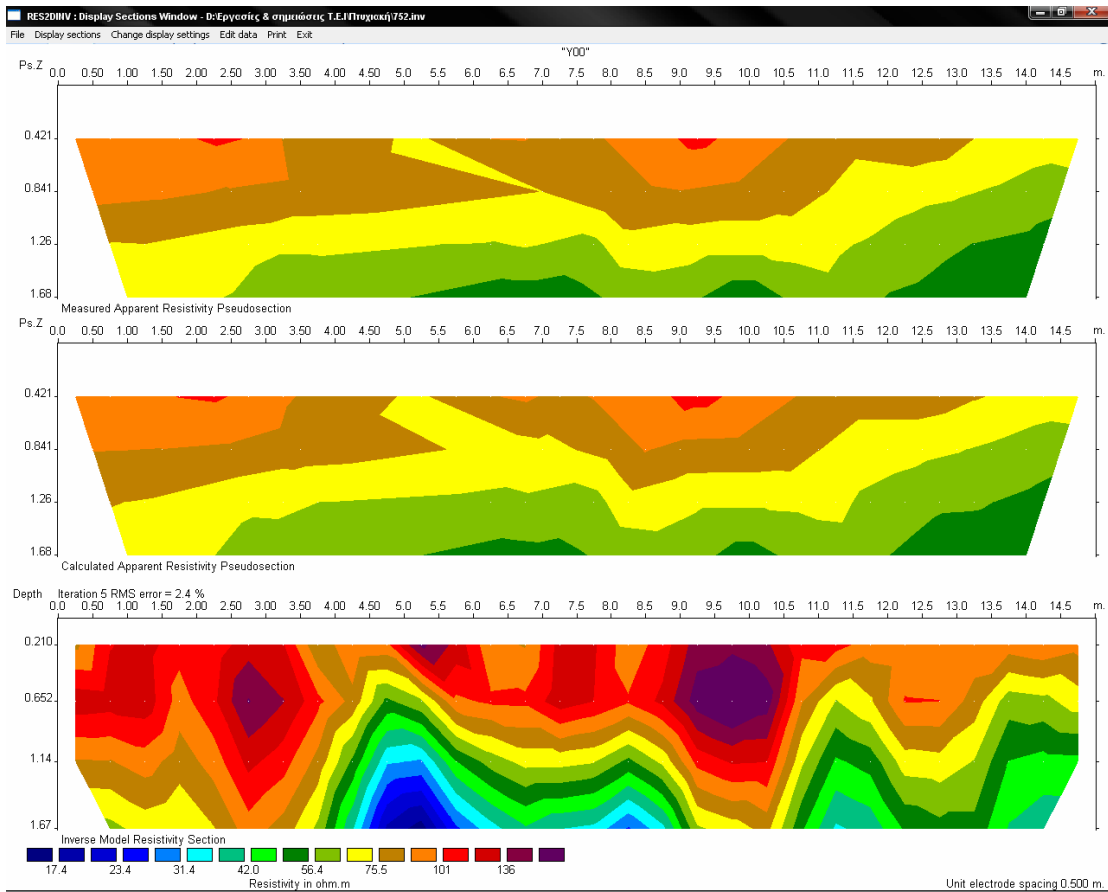


Σχ. 3.14: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 6,50 μέτρα.

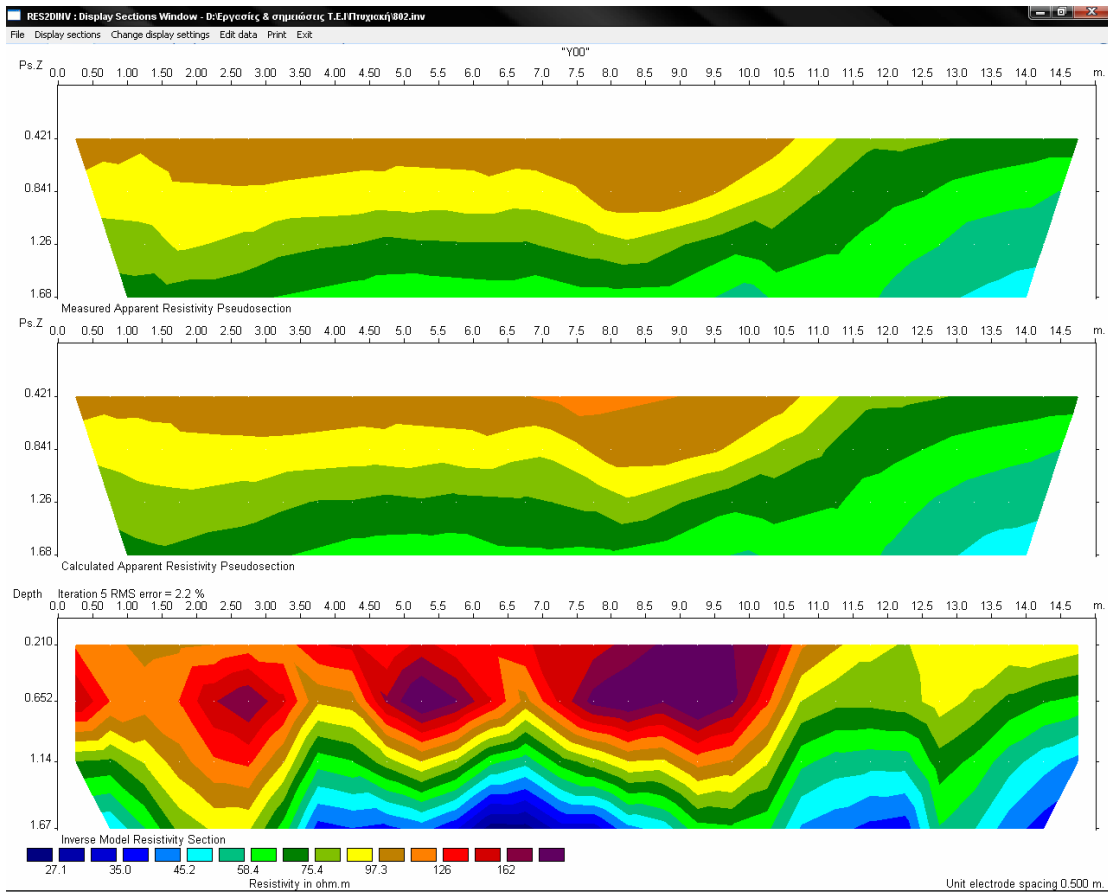




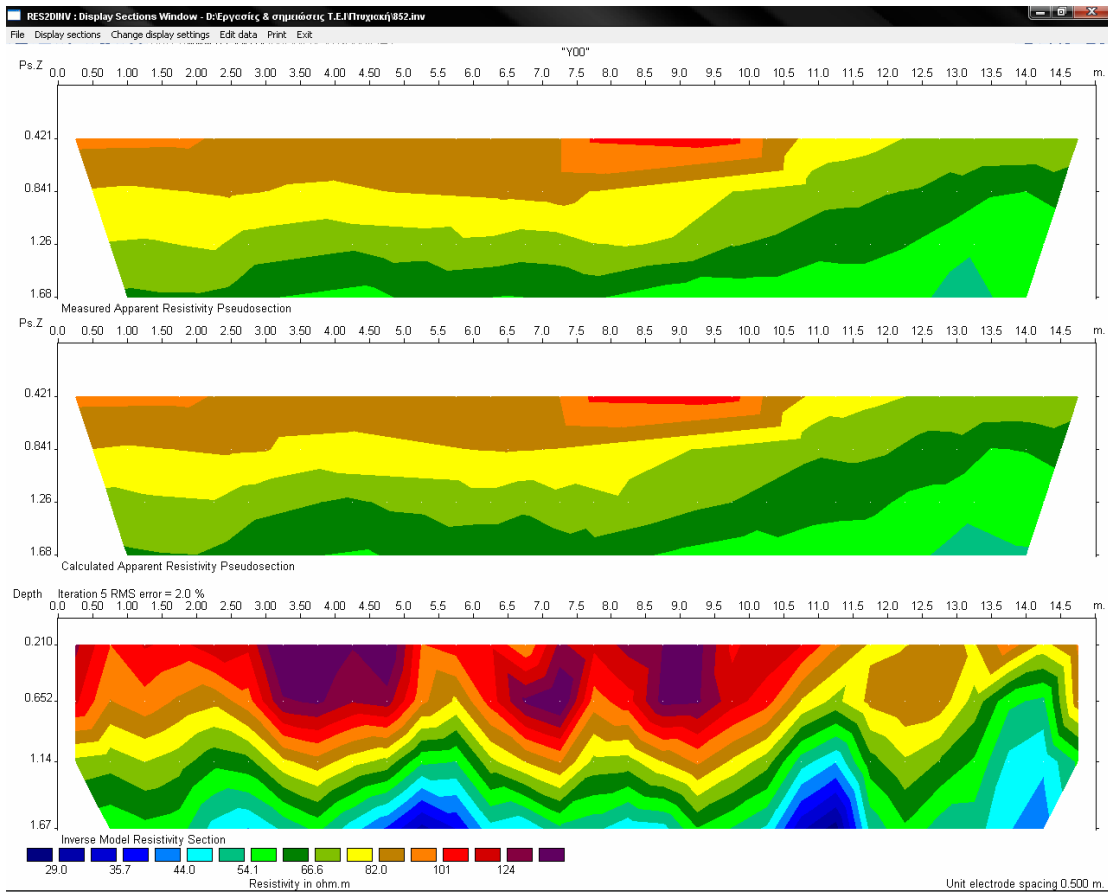
*Σχ. 3.15: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 7,00 μέτρα.*



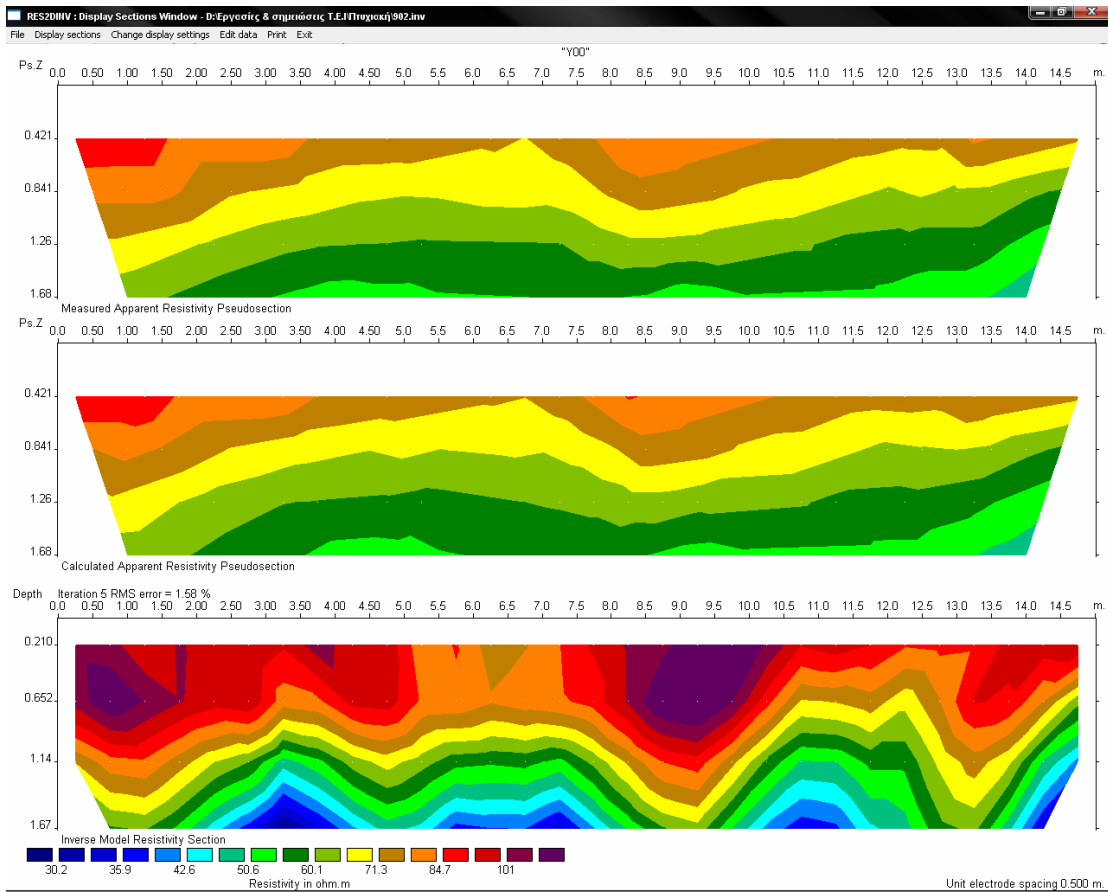
Σχ. 3.16: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 7,50 μέτρα.



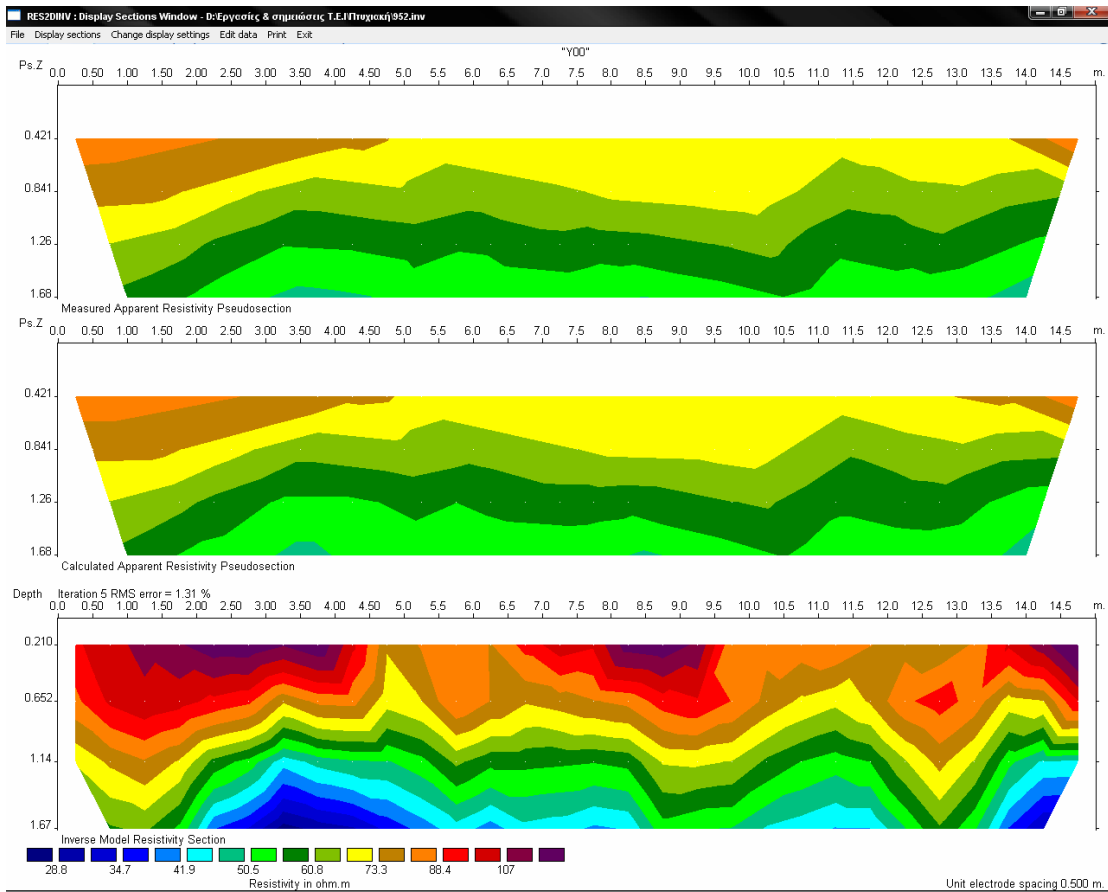
Σχ. 3.17: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 8,00 μέτρα.



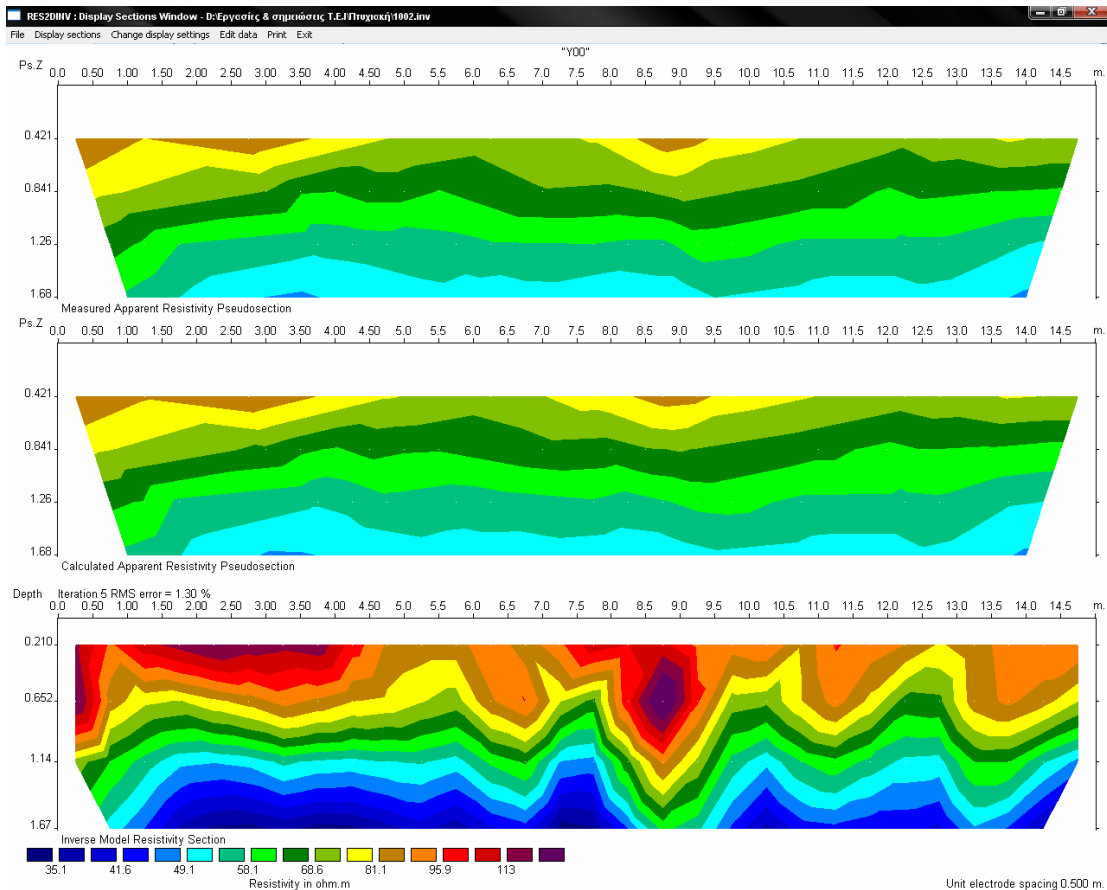
Σχ. 3.18: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 8,50 μέτρα.



Σχ. 3.19: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 9,00 μέτρα.



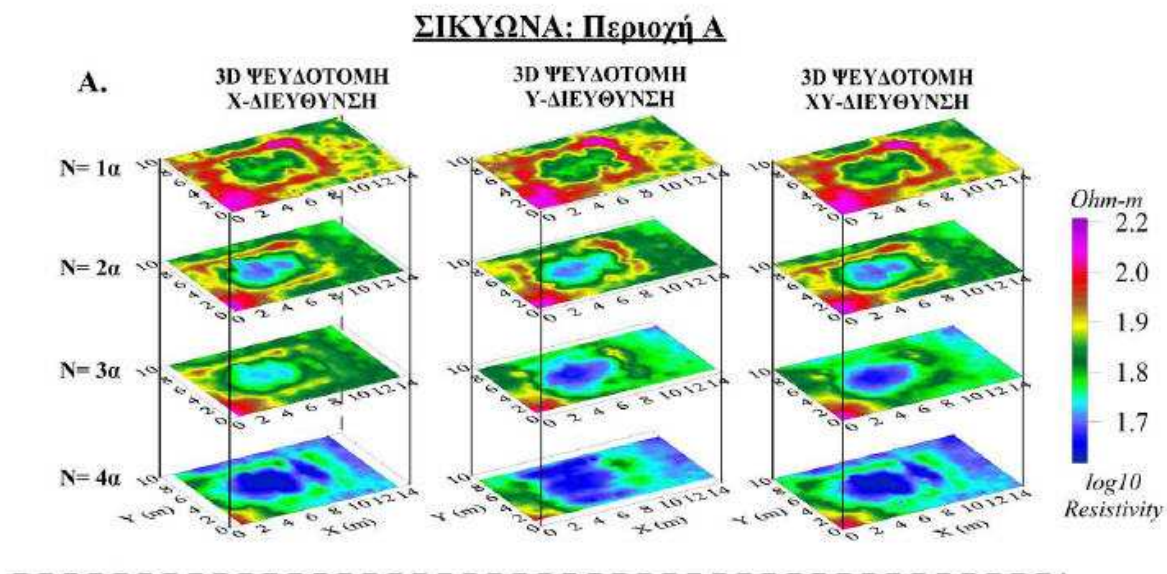
Σχ. 3.20: Αποτελέσματα τομογραφίας στα 9,50 μέτρα.



**Σχ. 3.21:** Αποτελέσματα τομογραφίας στα 10,00 μέτρα.

Τα αποτελέσματα (Σχ. 3.22) δείχνουν ότι τα υπολείμματα μίας βυζαντινής βασιλικής αρχίζουν να εμφανίζονται στα επιφανειακά στρώματα ( $Z=0.00-0.35$  m). Το περίγραμμα της θαμμένης εκκλησίας μορφοποιείται πλήρως στην δεύτερη και στην τρίτη οριζόντια τομή ( $Z=0.35-1.22$  m) και τα υπολείμματα της φτάνουν μέχρι το βάθος  $Z=2.36$  m από την επιφάνεια του εδάφους. Εκτός από το περίγραμμα της βασιλικής, η τρισδιάστατη αντιστροφή κατάφερε να ανακατασκευάσει μία ορθογώνια δομή στην πάνω δεξιά γωνία του καννάβου ( $X=30-40$  m,  $Y=15-23$  m). Η κατασκευή αυτή φαίνεται να έχει διαφορετικό προσανατολισμό σε σχέση με την γενική διεύθυνση της βασιλικής και πιθανότατα αποτελεί μία διαφορετική φάση κατασκευής σε σχέση με αυτή της βασιλικής. Επιπλέον στην κάτω δεξιά γωνία της περιοχής ( $X=38-46$  m,  $Y=0-6$  m) φαίνεται καθαρά μία ακόμα ορθογώνια δομή από

την επιφάνεια του εδάφους μέχρι το βάθος  $Z=1.75$  m, η οποία έχει τελείως διαφορετικό προσανατολισμό σε σχέση με τις προηγούμενες δομές.



**Σχήμα 3.22:** Τρισδιάστατα γεωηλεκτρικά μοντέλα της βασιλικής που εντοπίστηκε στην περιοχή Α της Σικυώνας, όπως προέκυψαν από την εφαρμογή των τεχνικών Gauss-Newton.



#### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- Aitken M. (1974). *Physics and archaeology*. Clarendon Press, Oxford.
- Constable S., Parker R. and Constable C. (1987). Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52, 289-300.
- Dobrin, M. B. 1951. Dispersion in seismic waves. *Geophysics*. 16: 63-80.
- Draper N.R. and Smith H. (1981). *Applied Regression Analysis*, 2<sup>nd</sup> edition, Wiley, New York.
- DeGroot-Hedlin C. and Constable S. (1990). Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data. *Geophysics*, 55, 1613-1624.
- Golub G.H. and Reisch C. (1970). Singular Value Decomposition and Least Square Solutions: Handbook for Automatic Computation, II, Linear Algebra, eds. J. Wilkinson and C. Reisch, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- Griffiths D., Turnbull J. and Olyianka A. (1990). 2-dimentional resistivity mapping with a computer controlled array. *First Break*, 8, 121-129.
- Griffiths D. and Barker R. (1993). Two dimensional resistivity imaging and modeling in areas of complex geology. *Journal of Applied Geophysics*, 19, 211-226.
- Habberjam G.M. (1975). Apparent resistivity, anisotropy and strike measurements. *Geophysical Prospecting*, 23, 211-247.
- Jackson D.D. (1972). Interpretation of inaccurate, insufficient and inconsistent data. *Geophysical Journal of Royal Astronomy Society* 28.
- Jupp D. and Vozoff K. (1975). Stable iterative methods for the inversion of geophysical data. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 42, 957-976.
- Kearey, P., Brooks, M. *Introduction to Geophysical Exploration*, Oxford-London-Boston, Blackwell Scientific Publication, 1984.
- Lanczos C. (1960). *Linear differential operators*. D. Van Nostrad Company Ltd.
- Lawson C. and Hanson R. (1974). *Solving least squares problems*. Pentice-Hall.
- Levenberg K. (1944). A method for the solution of certain non-linear problems in

- least squares. *Quart. Appl. Math.*, 2, 164-168.
- Marquadt D.W. (1970). Generalized inverses, ridge regression, biased linear estimation and nonlinear estimation. *Technometrics*, 12.
- Meju M.A. (1994). Geophysical data analysis: Understanding inverse problem, theory and practice. Course notes series, Vol. 6, Domenico, S.N., Editor.
- Olesen O., Henkel H., Lile O., Mairing E. and Ronning J. (1992). Geophysical investigations of the Stuurangua postglacial fault, Finnmark, N. Norway. *Journal of Applied Geophysics*, 29, 95-118.
- Park S.K. and Van G.P. (1991). Inversion of pole-pole data for 3-D resistivity structure beneath arrays of electrodes. *Geophysics*, 56, 951-960.
- Παπαζάχος Β.Κ. (1986). Εισαγωγή στην Εφαρμοσμένη Γεωφυσική, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
- Press W., Teukolsky S., Vetterling W., Flannery B. (1986). Numerical recipes in Fortran 77 – 2<sup>nd</sup> edition, Cambridge University Press.
- Rijo L., Pelton W.H., Feitosa E.C. and Ward S.H. (1977). Interpretation of apparent resistivity data from the Apodi Valley Rio Grande do Norte Brazil. *Geophysics*, 42, 811-822.
- Roy A. (1972). Depth of investigation in Wenner three-electrode and dipole-dipole dc resistivity methods. *Geophysical Prospecting*, 20, 329-340.
- Sasaki Y. (1982). Automatic inversion of induced polarization data over 2-D structures. *Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University*, 42, 59-74.
- Shima H. (1992). 2-D and 3-D resistivity image reconstruction using crosshole data. *Geophysics*, 1270-1291.
- Tatham, R. H. and M. D. McCormack, 1991. *Multicomponent Seismology in Petroleum Exploration*. Tulsa: Society of Exploration Geophysicists.
- Tikhonov A.N. (1963). Solution of incorrectly formulated problems and the

- regularization method. *Soviet Mathematics*, 4, 1035-1038.
- Tikhonov A.N. and Glasko V.B. (1965). Application of a regularization method to nonlinear problems, *J.Comp. Math. and Math. Physics*, 5, no. 3.
- Thanassoulas and Tsokas G. (1987). Geophysical investigation in the geothermal field in the delta of Nestos river (N. Greece). *Geothermics*, 16, 1, 17-26.
- Tsourlos P.I. (1995). Modeling, Interpretation and Inversion of Multielectrode Resistivity Survey Data. Ph.D. Thesis, Department of Electronics, University of York.
- Tsourlos P., Dittmer J. and Szymanski J. (1995). A study of non-linear techniques for the 2-D inversion of earth resistivity data. Expanded abstracts of the 57th meeting of the EAEG: Glasgow, Scotland, 29 May-2 June, 1995, P031.
- Van G.P., Park S.K. and Hamilton P. (1992). Use of resistivity monitoring systems to detect leaks from storage ponds. *Proceedings of SAGEEP 92*, Chicago, 629-647.
- Van Dam J. (1976). Possibilities and limitations of the resistivity method for geoelectrical prospecting in the solution of geohydrological problems. *Geoexploration*, 14, 179-193.
- Vandenbergh J. (1982). Geoelectric investigations of a fault system in quaternary deposits. *Geophysical Prospecting*, 42, 977-991.
- Wright P.M., Ward S.H., Ross H.P. and West R.C. (1985). State-of-the-art geophysical exploration for geothermal resources. *Geophysics*,