

# ΤΕΙ ΚΡΗΤΗΣ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΧΑΝΙΩΝ



**ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ**

**Φοιτητής: Ηρακλής Κλωνιζάκης**

**Πτυχιακή Εργασία με Θέμα:**

**ΣΤΑΘΕΡΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΤΗΣ  
ΓΕΩΦΥΣΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΒΥΘΟΣΚΟΠΗΣΗΣ  
ΠΑΡΟΔΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΧΗ ΑΡΙΣΤΙΝΟ  
ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΥΠΟΛΗΣ**

**ΧΑΝΙΑ 2013**

**TECHNOLOGICAL EDUCATIONAL INSTITUTE OF CRETE  
BRANCH OF CHANIA**



**DEPARTMENT OF NATURAL RESOURCES  
AND ENVIRONMENT**

**STUDENT: Iraklis Klonizakis**

**Dissertation topic:  
Robust Inversion of geophysical data using  
Transient Electromagnetic Method**

**Chania 2013**

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ</b>	<b>1</b>
<b>1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b>	<b>2</b>
1.1 ΣΚΟΠΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ	2
1.2 ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ	3
<b>2 ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΠΑΡΟΔΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΩΝ</b>	<b>5</b>
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	6
2.2 ΝΟΜΟΣ FARADAY	6
2.3 ΔΙΑΧΥΣΗ ΤΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ	7
2.4 ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΩΝ TDEM	9
2.5 ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ	14
2.6 ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ	16
2.7 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΡΕΥΝΑΣ	19
2.8 ΠΗΓΕΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ΣΤΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ	20
2.9 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΕΡΜΗΝΕΙΑ	21
2.10 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ	23
<b>3 ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ TDEM ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ (1-D)</b>	<b>25</b>
3.1 ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΕΥΘΕΟΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	26
3.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΙΑΚΩΒΙΑΝΟΥ ΠΙΝΑΚΑ	27
3.3 ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ	29
3.3.1 ΑΣΤΑΘΕΙΑ ΣΤΗΝ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΤΟΥ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΟΥ ΙΑΚΩΒΙΑΝΟΥ	31
3.3.2 ΧΡΗΣΗ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	32
3.3.3 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΣΥΓΚΛΙΣΗΣ ΚΑΙ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ- ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ	32
3.3.4 ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΒΑΡΩΝ	34
3.3.5 ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ SVD ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΣΤΑΘΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	34

3.4	ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ	35
3.4.1	ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΠΟΣΒΕΝΟΜΕΝΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	36
3.4.2	ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΞΟΜΑΛΥΣΜΕΝΗΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ	41
3.4.3	ΥΒΡΙΔΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΠΟΣΒΕΝΟΜΕΝΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	44
3.5	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	49
<b>4</b>	<b>ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΤΔΕΜ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ (1-D)</b>	<b>53</b>
4.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	54
4.2	ΕΠΑΝΑΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ ΒΑΡΩΝ	56
4.3	ΣΤΑΘΕΡΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	57
4.4	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	59
4.5	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	67
4.5.1	ΑΡΙΣΤΙΝΟ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΥΠΟΛΗΣ	67
<b>5</b>	<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b>	<b>81</b>



# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

## **ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

### 1.1 ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ

Οι γεωφυσικές έρευνες σε μια διάσταση βρίσκουν ευρεία εφαρμογή στη γεωλογική, στην υδρογεωλογική, μεταλλευτική και περιβαλλοντική έρευνα. Υπάρχουν διάφορες γεωφυσικές μέθοδοι, που στηρίζονται σε διαφορετικές φυσικές αρχές οι οποίες και εφαρμόζονται για το σκοπό αυτό. Η διατριβή αυτή εξετάζει τη μέθοδο των παροδικών ηλεκτρομαγνητικών κυματομορφών, που στη διεθνή βιβλιογραφία συναντάται με τον όρο TDEM<sup>(\*)</sup>.

Η ανάπτυξη των ηλεκτρομαγνητικών παροδικών κυματομορφών έγινε κυρίως για λόγους μεταλλευτικής έρευνας, σε χώρες όπως η Ρωσία και η Αυστραλία, κατά τις δεκαετίες του 1970 και 1980. Μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου, έναντι άλλων γεωφυσικών μεθόδων, είναι η ευκολία στην ανάπτυξη των διατάξεων και το βάθος διασκόπησης.

Για την ερμηνεία των αποτελεσμάτων, απαιτείται συχνά τα δεδομένα να επεξεργαστούν και να μετατραπούν από τιμές μεταβολής της μαγνητικής συνιστώσας, σε τιμές φαινόμενης αντίστασης. Τις περισσότερες φορές εφαρμόζονται αλγόριθμοι αντιστροφής, ώστε το τελικό αποτέλεσμα να είναι μοντέλο στρωμάτων με συγκεκριμένα πάχη και αντιστάσεις.

Σκοπός της παρούσας διατριβής είναι η ανάπτυξη ενός σταθερού αλγορίθμου αντιστροφής δεδομένων TDEM σε μια διάσταση, για την γεωφυσική ερμηνεία των δεδομένων υπαίθρου. Η ανάγκη για τη δημιουργία του αλγορίθμου πηγάζει από το γεγονός ότι οι ήδη υπάρχοντες αλγόριθμοι αντιστροφής δεν μπορούν να

---

<sup>(\*)</sup> Time Domain Electromagnetics.

αντιμετωπίσουν δεδομένα τα οποία περιέχουν συστηματικά (μη τυχαία) σφάλματα. Από όσο γνωρίζουμε ένας τέτοιου είδους αλγόριθμος δεν υπάρχει στη διεθνή βιβλιογραφία.

Η προσέγγιση στο παραπάνω πρόβλημα περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

1. Μελέτη της βιβλιογραφίας σχετικά με τη μέθοδο των παροδικών κυματομορφών και ειδικότερα σε σχέση με τις μεθόδους μονοδιάστατης αντιστροφής που χρησιμοποιούνται.
2. Συγκριτική μελέτη των υπαρχόντων αλγορίθμων 1-D αντιστροφής με τη χρήση τους σε συνθετικά δεδομένα ώστε να εντοπιστούν οι δυνατότητες και οι αδυναμίες του καθενός.
3. Βάσει της προηγούμενης μελέτης επιλογή του αλγορίθμου μονοδιάστατης αντιστροφής στο οποίο θα βασιστεί η ανάπτυξη του σταθερού αλγορίθμου.
4. Μελέτη των αλγορίθμων σταθερής αντιστροφής και υιοθέτηση εκείνου που φαίνεται να δουλεύει καλύτερα στην περίπτωση των δεδομένων TDEM.
5. Ανάπτυξη λογισμικού σταθερής αντιστροφής βασισμένο στις δοκιμές του αλγορίθμου σε συνθετικά δεδομένα.
6. Δοκιμές του αλγορίθμου σε πραγματικά δεδομένα.
7. Συμπεράσματα.

## 1.2 ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ

Η δομή της παρούσας διατριβής αντικατοπτρίζει τη μεθοδολογία που ακολουθήθηκε:

- Στο κεφάλαιο 2, παρουσιάζονται τα γενικά χαρακτηριστικά της μεθόδου των παροδικών ηλεκτρομαγνητικών κυματομορφών. Αναφέρονται οι τρόποι υλοποίησης των διατάξεων μέτρησης, τα όργανα που χρησιμοποιούνται και ο σχεδιασμός για την πραγματοποίηση της έρευνας. Επίσης, παρουσιάζονται οι πηγές σφαλμάτων κατά τη διάρκεια των μετρήσεων και τα πεδία εφαρμογών της μεθόδου.
- Στο κεφάλαιο 3, γίνεται μια συνοπτική αναφορά στις μεθόδους που έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση του ευθέως προβλήματος TDEM σε μια διάσταση. Παρουσιάζεται ο τρόπος υπολογισμού του Ιακωβιανού πίνακα, που χρησιμοποιείται στην επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος. Αναλυτικά παρουσιάζονται οι μέθοδοι επίλυσης που έχουν προταθεί για την επίλυση του προβλήματος της μονοδιάστατης

αντιστροφής TDEM, τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της κάθε μιας έναντι των άλλων, και οι λόγοι που μας οδήγησαν στην επιλογή μιας εξ αυτών για την εφαρμογή του αλγορίθμου.

- Στο κεφάλαιο 4, παρουσιάζεται η θεωρία της σταθερής αντιστροφής, και η εφαρμογή της στη μέθοδο της υβριδικής αντιστροφής. Ακολουθεί αναλυτική περιγραφή του αλγορίθμου, και εφαρμογή του σε συνθετικά δεδομένα. Τέλος, παρουσιάζεται η εφαρμογή του σε πραγματικές συνθήκες, με δεδομένα που συλλέχθηκαν σε δύο περιοχές της Βορείου Ελλάδος.



# ***CHAPTER 1***

## ***Preface***

### 1.1 Purpose of the thesis

One dimensional geophysical surveys are widely used in geological, hydro-geological, mining and environmental research. There are several geophysical methods which are based on different physical principles and are applied for this purpose. This thesis examines the method of transient electromagnetic waveforms, which are termed as TEDM in the bibliographical literature (i.e. Time-domain Electromagnetics).

The development of electromagnetic transient waveforms were mainly for prospecting reasons in countries like Russia and Australia during the decades of 1970 and 1980. The principal advantage of this method over other geophysical methods is the ease of development of provisions and depth prospecting.

In order to interpret the results, it is often required the data to be processed and converted from rates of change of the magnetic component in impedance values. Most often inversion algorithms are applied, so that the final result will be a layer model with specific thicknesses and resistances.

The purpose of this study is to develop a stable inversion algorithm TDEM one-dimensional data, for the geophysical interpretation of countryside data. The need for the creation of the algorithm stems from the fact that the existing inversion algorithms cannot cope with data containing systematic (non-random) errors. As far as we know one such algorithm does not exist in the literature.

The approach to the above problem involves the following steps:

8. Study of the literature on the method of transient waveforms and particularly in connection with the methods that use dimensional inversion.

9. Comparative study of existing algorithms 1-D inversion using synthetic data in order to identify the strengths and weaknesses of each other.
10. Based on the previous study, the selection of dimensional inversion algorithm on which the development of stable algorithm will be based.
11. Study of stable inversion algorithms and adoption of the one which seem to apply better with TDEM data.
12. Stable inversion software development based on testing the algorithm on synthetic.
13. Testing the algorithm on real data.
14. Conclusions.

## 1.2 STRUCTURE OF THE THESIS

The structure of this thesis reflects the methodology used:

- In Chapter 2 the general features of the method of transient electromagnetic waveforms are presented. The implementation of the measurement is described, the instruments utilized and the design for the realization of research. Additionally, the sources of errors during the measurement and application areas of the method are presented.
- In chapter 3, we give a brief reference to the methods that have been developed to solve the straight one-dimensional TDEM problem. The calculation of the Jacobian matrix is presented, which is used to solve the inverse problem.
- In detail, solution methods have been proposed to solve the problem of one-dimensional inversion TDEM are presented, the advantages and disadvantages of each one against the other, and the reasons that led us to select one of them for the implementation of the algorithm.
- Chapter 4 presents the theory of stable inversion and its application in hybrid inversion method. A detailed description of the algorithm follows, as well as its application to synthetic data. Finally, its implementation in the real world is presented, with data collected at two sites in Northern Greece.

# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

## **ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΠΑΡΟΔΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΩΝ**

*Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα γενικά χαρακτηριστικά της μεθόδου των παροδικών ηλεκτρομαγνητικών κυματομορφών. Εν συντομία αναλύεται το φυσικό υπόβαθρο της μεθόδου.*

*Παρουσιάζονται οι τρόποι με τους οποίους υλοποιούνται οι διατάξεις μέτρησης, τα όργανα που χρησιμοποιούνται και ο σχεδιασμός για την πραγματοποίηση της γεωφυσικής έρευνας. Αναλύονται οι πηγές σφαλμάτων κατά τη διάρκεια των μετρήσεων, και γίνεται μια σύντομη αναφορά στην επεξεργασία και ερμηνεία των δεδομένων, καθώς αναλυτικότερη παρουσίαση τους γίνεται στα επόμενα κεφάλαια.*

*Τέλος, παρουσιάζονται τα πεδία εφαρμογών της μεθόδου, που είναι και ολόένα αυξανόμενα.*

## 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η χρήση της μεθόδου των παροδικών κυματομορφών (στη διεθνή βιβλιογραφία έχει επικρατήσει ο όρος TDEM), ξεκίνησε στις αρχές του 20ου αιώνα. Η μεγάλη διάδοση της μεθόδου και η ευρεία χρήση της άρχισε στη δεκαετία του 1960. Η πλήρης κατανόηση του φαινομένου για γεωφυσικούς σκοπούς έγινε στα τέλη της δεκαετίας του 70, κυρίως με την έρευνα των Nabighian, Wait, Kaufman, Raiche, Buselli κ.α.

Η θεωρητική βάση των ηλεκτρομαγνητικών μεθόδων γεωφυσικής διασκόπησης στηρίζεται στην θεωρία του Maxwell για τον ηλεκτρομαγνητισμό. Η ύπαρξη ενός κυκλώματος που διαρρέεται από χρονικά μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό ρεύμα οδηγεί στην δημιουργία ενός ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Κατά τη διάδοση του πεδίου αυτού στο υπέδαφος, σώματα που είναι αγωγίμα και βρίσκονται εντός του πεδίου διεγείρονται, με αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός δευτερογενούς επαγόμενου ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Τα δύο αυτά πεδία (πρωτογενές και δευτερογενές) συμβάλλουν και δημιουργούν ένα συνιστάμενο πεδίο.

Ξεκινώντας λοιπόν από αυτές τις βασικές παρατηρήσεις, σκοπός της έρευνας είναι να μπορέσει από το συνιστάμενο πεδίο να απομονωθεί το δευτερογενές και να μελετηθούν τα χαρακτηριστικά του, ώστε να εξαχθούν έμμεσα συμπεράσματα για τις ιδιότητες της δομής που το προκάλεσε.

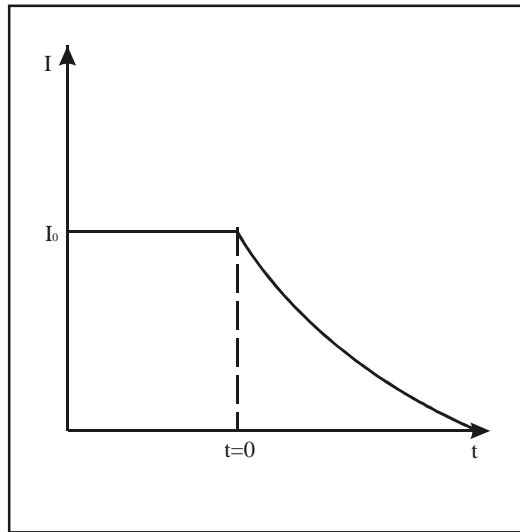
## 2.2 ΝΟΜΟΣ FARADAY

Θεωρούμε ένα απλό κλειστό κύκλωμα που έχει ωμική αντίσταση  $R$  και αυτεπαγωγική αντίσταση  $L$ , το οποίο διαρρέεται από σταθερό ηλεκτρικό ρεύμα εντάσεως  $I_0$ . Εάν διακόψουμε απότομα την λειτουργία του, η τιμή του ηλεκτρικού ρεύματος από  $I_0$  δε θα μηδενιστεί ακαριαία, αλλά σύμφωνα με το νόμο της αυτεπαγωγής και τον κανόνα του Lenz, θα ελαττωθεί εκθετικά προς την τιμή μηδέν (σχήμα 2.1). Η σχέση που περιγράφει το αυτεπαγωγικό φαινόμενο είναι,

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.1)$$

όπου  $\tau$  είναι η σταθερά χρόνου του κυκλώματος και εξαρτάται από τις ιδιότητες του: την ωμική και επαγωγική αντίσταση του ( $\tau=L/R$ ). Η πτώση του ηλεκτρικού ρεύματος

Ι μεταβάλλει το διάνυσμα της μαγνητικής ροής στο χώρο, δημιουργώντας ηλεκτρομαγνητικό πεδίο που διαδίδεται στον χώρο.



Σχήμα 2.1 Η πτώση του ηλεκτρικού ρεύματος από την αρχική τιμή  $I_0$  στην τιμή 0 γίνεται εκθετικά.

Σε κλειστό βρόχο που δε διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, αλλά βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, δημιουργείται μεταβολή της μαγνητικής ροής που διαπερνά την επιφάνεια του βρόχου, όταν μεταβληθεί το μαγνητικό πεδίο.

Σύμφωνα με τον νόμο του Faraday θα αναπτυχθεί στον βρόχο επαγωγική Ηλεκτρεγερτική Δύναμη που θα είναι ίση και αντίθετη με το ρυθμό μεταβολής της ροής που διέρχεται το κύκλωμα, δηλαδή,

$$E = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (2.2)$$

όπου,  $\mathbf{E}$  το ηλεκτρικό πεδίο και  $\Phi$  το διάνυσμα της μαγνητικής ροής.

### 2.3 ΔΙΑΧΥΣΗ ΤΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, κατά την διάδοση τους σε ένα μέσο, υπόκεινται σε ελάττωση της ενέργειας που μεταφέρουν τόσο εξαιτίας της απορρόφησης τους από το μέσο στο οποίο διαδίδονται, όσο και εξαιτίας της γεωμετρικής τους διασποράς. Η ελάττωση που υφίσταται η ενέργεια εξαιτίας της διάδοσης των κυμάτων στο μέσο εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου (φυσικές και

χημικές). Αυτό το φαινόμενο περιγράφεται από την εξίσωση της εσωτερικής εμπέδησης  $Z_0$  του μέσου που ορίζεται ως

$$Z_0 = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, \quad (2.3)$$

όπου  $\mu$  είναι η μαγνητική διαπερατότητα του μέσου και  $\varepsilon$  η διηλεκτρική του σταθερά,  $E$  το ηλεκτρικό και  $H$  το μαγνητικό πεδίο (Wait 1950).

Η εξασθένιση εξαιτίας της γεωμετρικής διασποράς εξαρτάται από τον τρόπο παραγωγής και εκπομπής του κύματος. Στη μέθοδο των TDEM, θεωρείται πως το κύμα είναι επίπεδο, οπότε η εξασθένιση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου λόγω γεωμετρικής διασποράς είναι αμελητέα (Nabighian και McNae 1986).

Το βάθος διασκόπησης στη μέθοδο των παροδικών κυματομορφών εξαρτάται από πολλούς παράγοντες που σχετίζονται τόσο με τις γεωηλεκτρικές ιδιότητες του υπεδάφους, όσο και με τα τεχνικά χαρακτηριστικά του οργάνου και του τρόπου μέτρησης.

Το επιδερμικό βάθος διασκόπησης στη μέθοδο των παροδικών κυματομορφών δίνεται από τη σχέση (Nabighian και McNae 1986)

$$\delta = \sqrt{\frac{2t}{\mu_0 \sigma}}. \quad (2.4)$$

Οι Spies και Frischknecht (1992) προτείνουν τον παρακάτω τύπο για τον προσεγγιστικό υπολογισμό του βάθους διασκόπησης  $d$  στη μέθοδο των παροδικών κυματομορφών,

$$d \approx 0.5 \left( \frac{IA}{\sigma \eta_v} \right)^{1/5}, \quad (2.5)$$

όπου  $I$  το ρεύμα εκπομπής,  $A$  το εμβαδόν του βρόχου,  $\sigma$  η αγωγιμότητα του υπερκείμενου στρώματος και  $\eta_v$  το μικρότερο δυνατό σήμα που είναι δυνατό να μετρηθεί πάνω από το επίπεδο θορύβου. Αναφέρουν τιμές για το  $\eta_v$  ίσες με 0.5 nV/m<sup>2</sup>.

Σύμφωνα με τον Κάρμη (προσωπική επικοινωνία) η τιμή αυτή είναι υπερβολικά χαμηλή, καθώς θεωρεί ότι στην πράξη μια τιμή για το  $\eta_v$  ίση με 50 nV/m<sup>2</sup> είναι περισσότερο αντιπροσωπευτική. Βάσει της παραπάνω εκτίμησης, ο Κάρμης ενδεικτικά δίνει για το σύστημα SIROTEM MKII, και για μέσο με αντίσταση 10 Ohm-m, βάθος διασκόπησης ίσο με 200 μέτρα (βρόχος 100x100 μέτρα) και 165 μέτρα (βρόχος 50x50 μέτρα).

Τέλος, η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα σε ένα μέσο δίνεται από την σχέση (Nabighian 1979)

$$u = \frac{2}{\sqrt{\pi\sigma\mu}}. \quad (2.6)$$

#### 2.4 ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΩΝ ΠΑΡΟΔΙΚΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΩΝ

Υλοποιώντας έναν ορθογώνιο βρόχο στην επιφάνεια του εδάφους, δημιουργείται ένα κλειστό κύκλωμα το οποίο τροφοδοτείται με ηλεκτρικό ρεύμα μεγάλης έντασης. Το κύκλωμα αυτό αποτελεί τον πομπό εκπομπής των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Ύστερα από χρόνο ικανό ώστε να μην παρατηρούνται ταλαντώσεις στο πλάτος του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, το συνεχές αυτό ρεύμα διακόπτεται απότομα ( $t=0$ ). Με χρήση ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, η πτώση του ρεύματος γίνεται γραμμικά από  $I_0$  μέχρι 0 και διαρκεί χρόνο  $t_r$ .

Σύμφωνα με το νόμο του Faraday, η ταχεία αλλαγή στο μαγνητικό πεδίο του βρόχου-πομπού θα επάγει δινορεύματα σε έναν αγωγό που βρίσκεται κοντά του. Θεωρώντας πως βρισκόμαστε υπό καθεστώς ημιστατικής προσέγγισης<sup>(\*)</sup> (Grant και West 1965), τα επαγόμενα ρεύματα θα περιοριστούν στους αρχικούς χρόνους μόνο στην επιφάνεια του αγωγού (επιφανειακά ρεύματα) (Oristaglio και Hohmann 1984).

Το μέγεθος και η κατεύθυνση αυτών των ρευμάτων θα είναι τέτοιο ώστε να διατηρήσουν την κάθετη συνιστώσα του προϋπάρχοντος πρωτεύοντος μαγνητικού πεδίου στην επιφάνεια του αγωγού αναλλοίωτη (Weaver 1970), δηλαδή

$$b_n(t)|_{t=0} = b_{n0}, \quad (2.7)$$

όπου  $b_{n0}$  είναι η κάθετη συνιστώσα του πρωτεύοντος μαγνητικού πεδίου.

Πρακτικά, αυτό σημαίνει πως κατά τη στιγμή  $t=0$  το μαγνητικό πεδίο μέσα στον αγωγό θα παραμείνει αναλλοίωτο και δεν θα υπάρξει εσωτερικά επαγόμενη ροή ηλεκτρικού ρεύματος (Nabighian 1970). Σε όλα όμως τα εξωτερικά σημεία του αγωγού, το μαγνητικό πεδίο θα μεταβληθεί απότομα σαν συνάρτηση βήματος. Στην ορολογία των TDEM αυτός ο χρόνος ονομάζεται πρώιμος (Kaufman 1978).

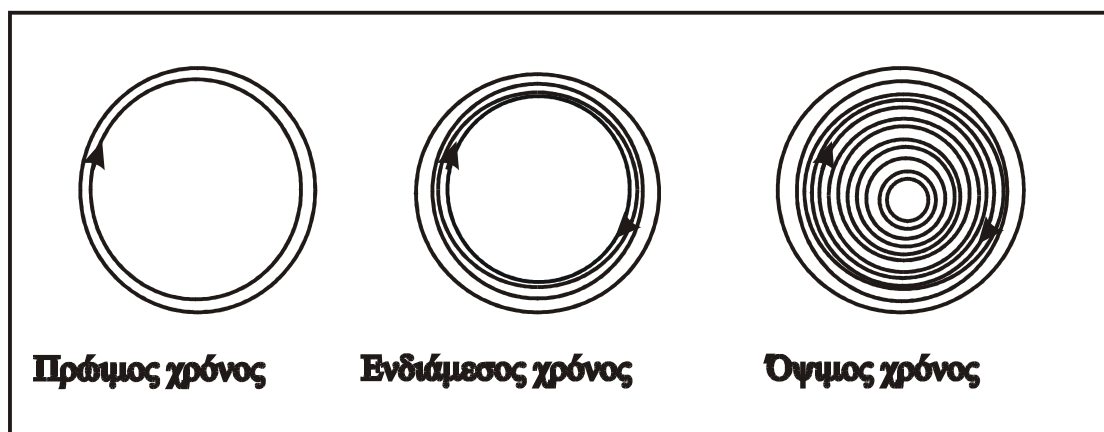
Ο ρυθμός της αλλαγής των ρευμάτων και του επακόλουθου μαγνητικού πεδίου εξαρτάται γενικά από τα γεωμετρικά και φυσικά χαρακτηριστικά του αγωγού

<sup>(\*)</sup> Ημιστατική προσέγγιση : Θεωρώντας πως δεν υπάρχουν σχετικιστικά φαινόμενα ( $v \ll c_0$ ), το ηλεκτρομαγνητικό κύμα υπακούει στους κανόνες της ευθύγραμμης διάδοσης των κυμάτων.

(μέγεθος, σχήμα και αγωγιμότητα). Κατά τον χρόνο  $t=0$ , η αρχική κατανομή των επιφανειακών ρευμάτων είναι ανεξάρτητη από την αγωγιμότητα του αγωγού και εξαρτάται μόνο από το σχήμα και το μέγεθος του. Συνεπώς, στο πρώιμο στάδιο, τα δινορεύματα κατά την χρονική διαδικασία έχουν πολύ μικρή εξάρτηση από την αγωγιμότητα του αγωγού (Nabighian 1979).

Αποτέλεσμα των ωμικών απωλειών θα είναι τα επιφανειακά ρεύματα που βρίσκονται στον αγωγό να αρχίσουν να φθίνουν. Στην περιοχή του αγωγού ακριβώς κάτω από την επιφάνεια του, το μαγνητικό πεδίο θα αρχίσει να μειώνεται με αποτέλεσμα τη δημιουργία δινορευμάτων. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται με την πάροδο του χρόνου σε όλο και πιο εσωτερικά τμήματα του αγωγού. Κατά κάποιο τρόπο μπορεί να περιγραφεί ως μια εσωτερική διάχυση του ρεύματος, παρόλο που τα επαγόμενα ρεύματα στην πραγματικότητα δεν μεταναστεύουν στο εσωτερικό του αγωγού. Η χρονική αυτή στιγμή περιγράφεται σαν το ενδιάμεσο στάδιο της παροδικής διαδικασίας (Hohmann 1971, Oristaglio 1982).

Όταν πλέον η διαδικασία αυτή θα έχει ολοκληρωθεί, για όλο τον όγκο του αγωγού, η κατανομή των επαγόμενων δινορευμάτων θα είναι περίπου σταθερή στον χρόνο. Η ωμική και επαγωγική αντίσταση κάθε ισοδυναμικής επιφάνειας ρεύματος θα έχουν πάρει ασυμπτωτικά τις μέγιστες τιμές τους, και η μείωση του πλάτους της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος οφείλεται μόνο στις ωμικές απώλειες. Στη βιβλιογραφία η κατάσταση αυτή περιγράφεται με τον όρο όψιμος χρόνος (Nabighian και Oristaglio 1984). (σχήμα 2.2)



Σχήμα 2.2 Η κατανομή των δινορευμάτων στον αγωγό για τα διάφορα στάδια χρόνου (Nabighian και McNaie 1994).

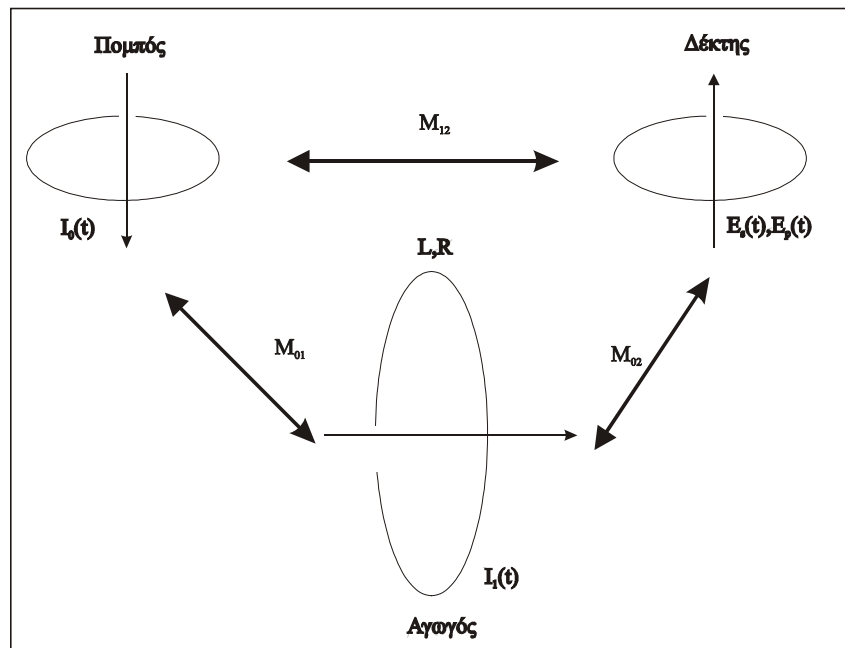


Η βασική αρχή λειτουργίας της μεθόδου των παροδικών ηλεκτρομαγνητικών κυματομορφών μπορεί, σε απλοποιημένη μορφή, να εκφραστεί με ισοδύναμο κύκλωμα τριών βρόχων (πομπός-αγωγός-δέκτης), όπως φαίνεται στο σχήμα (2.3).

Έστω ότι  $M$  είναι ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής μεταξύ του βρόχου-πομπού και του αγωγού (που στη συνέχεια θα θεωρείται ως ένας βρόχος), και  $R$  και  $L$  η ωμική και επαγωγική αντίσταση του αγωγού αντίστοιχα. Για μια διέγερση συνάρτησης βήματος του πομπού, αποδεικνύεται ότι το ηλεκτρικό ρεύμα που θα κυκλοφορεί στο βρόχο-αγωγό δίνεται από τη σχέση (Grant και West 1965),

$$I(t) = \frac{MI_0}{L} e^{-\frac{t}{\tau}}, t \geq 0 \quad (2.8)$$

όπου  $I_0$  είναι το ηλεκτρικό ρεύμα του πομπού, και  $\tau=L/R$  είναι η σταθερά χρόνου του κυκλώματος του αγωγού. Μια απότομη μεταβολή του ηλεκτρικού ρεύματος στον πομπό δημιουργεί ένα επαγωγικό ηλεκτρικό ρεύμα στον αγωγό, το οποίο φθίνει εκθετικά με σταθερά χρόνου  $\tau$ . Στον χρόνο  $t=0$ , το αρχικό πλάτος του ρεύματος εξαρτάται από τη ροή του πρωτεύοντος πεδίου που διαπερνά τον αγωγό ( $I_0M$ ) και από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του ( $L$ ), ενώ είναι ανεξάρτητο από την αγωγιμότητα ( $1/R$ ). Αντίθετα, η σταθερά χρόνου  $\tau$  εξαρτάται και από την αγωγιμότητα και από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του αγωγού (Wait 1960).



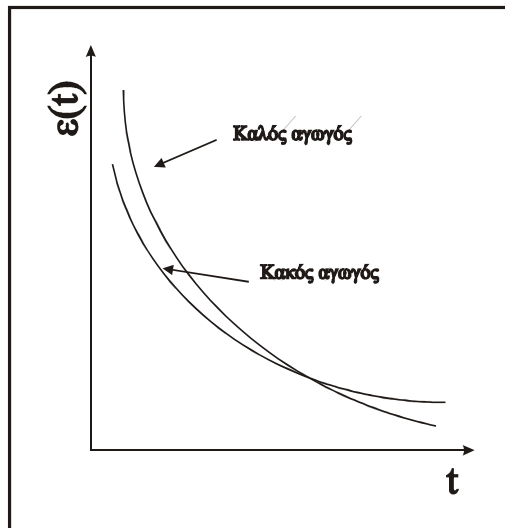
Σχήμα 2.3 Αναπαράσταση της αρχής λειτουργίας των TDEM με ισοδύναμο ηλεκτρικό κύκλωμα.

Η τάση που αναπτύσσεται στο βρόχο-δέκτη, είναι ανάλογη του χρονικού ρυθμού μεταβολής του δευτερεύοντος μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από τον αγωγό, δηλαδή,

$$e_s(t) = M \frac{\partial I}{\partial t} = I_0 \frac{M_{01} M_{12}}{L} \left[ \delta(t) - \frac{e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau} \right], t \geq 0, \quad (2.9)$$

όπου  $\delta(t)$  είναι η συνάρτηση δέλτα και  $M_{01}$  και  $M_{12}$  οι συντελεστές αμοιβαίας επαγωγής μεταξύ πομπού-αγωγού και πομπού-δέκτη αντίστοιχα.

Η εξίσωση (2.9) περιλαμβάνει όλα τα κύρια χαρακτηριστικά των χρονικά μεταβαλλόμενων πεδίων. Για αντιστατικούς στόχους (μικρό  $\tau$ ), η αρχική τάση είναι μικρή αλλά το πεδίο φθίνει αργά. Για αγωγίμους στόχους (μεγάλο  $\tau$ ), η αρχική τάση είναι μεγαλύτερη, αλλά το πεδίο φθίνει με μεγαλύτερη κλίση. Υπάρχει λοιπόν ένας τρόπος ποιοτικού διαχωρισμού μεταξύ των στόχων ως προς την αγωγιμότητα τους (σχήμα 2.4).



Σχήμα 2.4 Ρυθμός μεταβολής της ΗΕΔ για καλούς και κακούς αγωγούς.

Η χρονική καθυστέρηση εξαιτίας της διάδοσης του κύματος με την ταχύτητα του φωτός μπορεί να αγνοηθεί και να χρησιμοποιηθεί η ημιστατική προσέγγιση (Parasnis 1997), καθώς για τους χρόνους που χρησιμοποιούνται στη μέθοδο των TDEM βρισκόμαστε στην ημιστατική ζώνη. Αυτό έχει μεγάλη σημασία, καθώς η ηλεκτρομαγνητική διαδικασία της επαγωγής, στις σχετικά χαμηλές συχνότητες που χρησιμοποιούνται γενικότερα στις γεωφυσικές μεθόδους, υπακούει κυρίως στους νόμους της διάχυσης, και έτσι έννοιες κυματικής φύσεως μπορούν να αγνοηθούν (Grant και West 1965). Στην περιοχή του χρόνου οι συνιστώσες του

ηλεκτρομαγνητικού πεδίου ικανοποιούν, για ομογενείς περιοχές του εδάφους, τη διανυσματική εξίσωση της διάχυσης

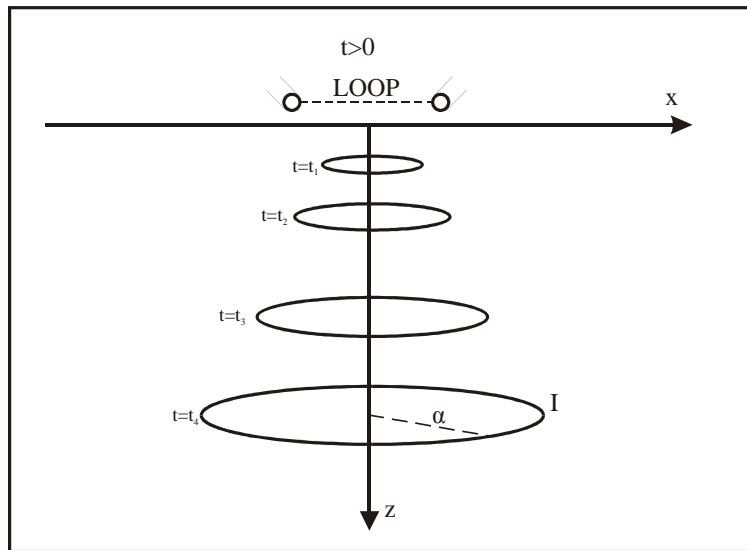
$$\nabla^2 \begin{Bmatrix} e \\ h \end{Bmatrix} = \sigma \mu \frac{\partial}{\partial t} \begin{Bmatrix} e \\ h \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

όπου  $\sigma$  και  $\mu$  είναι η ηλεκτρική αγωγιμότητα και η μαγνητική διαπερατότητα αντίστοιχα. Στον αέρα ( $\sigma=0$ ) η εξίσωση διάχυσης μετατρέπεται στην διαφορική εξίσωση του Laplace

$$\nabla^2 \begin{Bmatrix} e \\ h \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.11)$$

που δε περιλαμβάνει καμία χρονική μεταβλητή, παρόλο που και το  $e$  και το  $h$  είναι χρονικά εξαρτώμενα. (Nabighian και McNae 1986).

Ο Nabighian (1979) απέδειξε πως το ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στην γη από βρόχο που βρίσκεται στην επιφάνεια, στην περίπτωση ημιχώρου, μπορεί



Σχήμα 2.5. Σύστημα ισοδύναμων ρευμάτων, σε διάφορους χρόνους μετά την διαταραχή του ρεύματος στον πομπό, δείχνοντας την προς τα κάτω διάχυση. (Nabighian 1979)

να αναπαρασταθεί από ένα σύστημα γραμμικών ρευμάτων, που μοιάζουν με δαχτυλίδια καπνού που βγαίνουν από τον βρόχο<sup>(\*)</sup> (σχήμα 2.5). Τα ρεύματα κινούνται προς το υπέδαφος με ταχύτητα,

<sup>(\*)</sup> Στη διεθνή βιβλιογραφία αναφέρονται ως “Smoke Rings”.)

$$\frac{d}{dt} \left[ z + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \lambda \right] = \frac{2}{\sqrt{\pi \sigma \mu}}, \quad (2.12)$$

με συνεχώς αυξανόμενη ακτίνα  $a = \sqrt{8C_2(t/\sigma\mu)}$ , όπου  $C_2$  είναι σταθερά που εξαρτάται από την γεωμετρία του βρόχου (Raiche και Gallagher 1985).

Αποδεικνύεται επίσης πως στους όψιμους χρόνους, η κάθετη συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου μειώνεται ανάλογα του  $(1/t^{3/2})$ , ενώ οι οριζόντιες συνιστώσες μειώνονται ανάλογα του  $(1/t^2)$  (Wait και Ott 1972).

## 2.5 ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Ένας κοινός παράγοντας όλων των επαγωγικών παροδικά μεταβαλλόμενων τεχνικών είναι ότι για τη διασκόπηση χρησιμοποιούνται τετραγωνικοί ή ορθογώνιοι βρόχοι ως πομποί και δέκτες. Ανάλογα με τη διάταξη πομπού-δέκτη οι περισσότερο χρησιμοποιούμενες διατάξεις είναι (σχήμα 2.6):

### 1. Διάταξη ενός βρόχου (Single-Loop or Coincident Loop Configuration).

Αποτελείται από έναν μόνο βρόχο, ο οποίος λειτουργεί και ως πομπός και ως δέκτης. Κατά τη διάρκεια που το ηλεκτρικό ρεύμα διαρρέει το κύκλωμα, λειτουργεί ως πομπός. Μόλις διακοπεί η λειτουργία του κυκλώματος, οι ακροδέκτες του βρόχου συνδέονται αυτόματα με το δέκτη και οι μετρήσεις παίρνονται κατά τη διάρκεια που ο πομπός είναι κλειστός. Το μέγεθος της πλευράς του βρόχου ποικίλει από 5 μέχρι και 200 μέτρα και είναι συνήθως τετραγωνικός ή ορθογώνιος.

### 2. Διάταξη κεντρικού βρόχου (In-Loop or Central Loop Configuration).

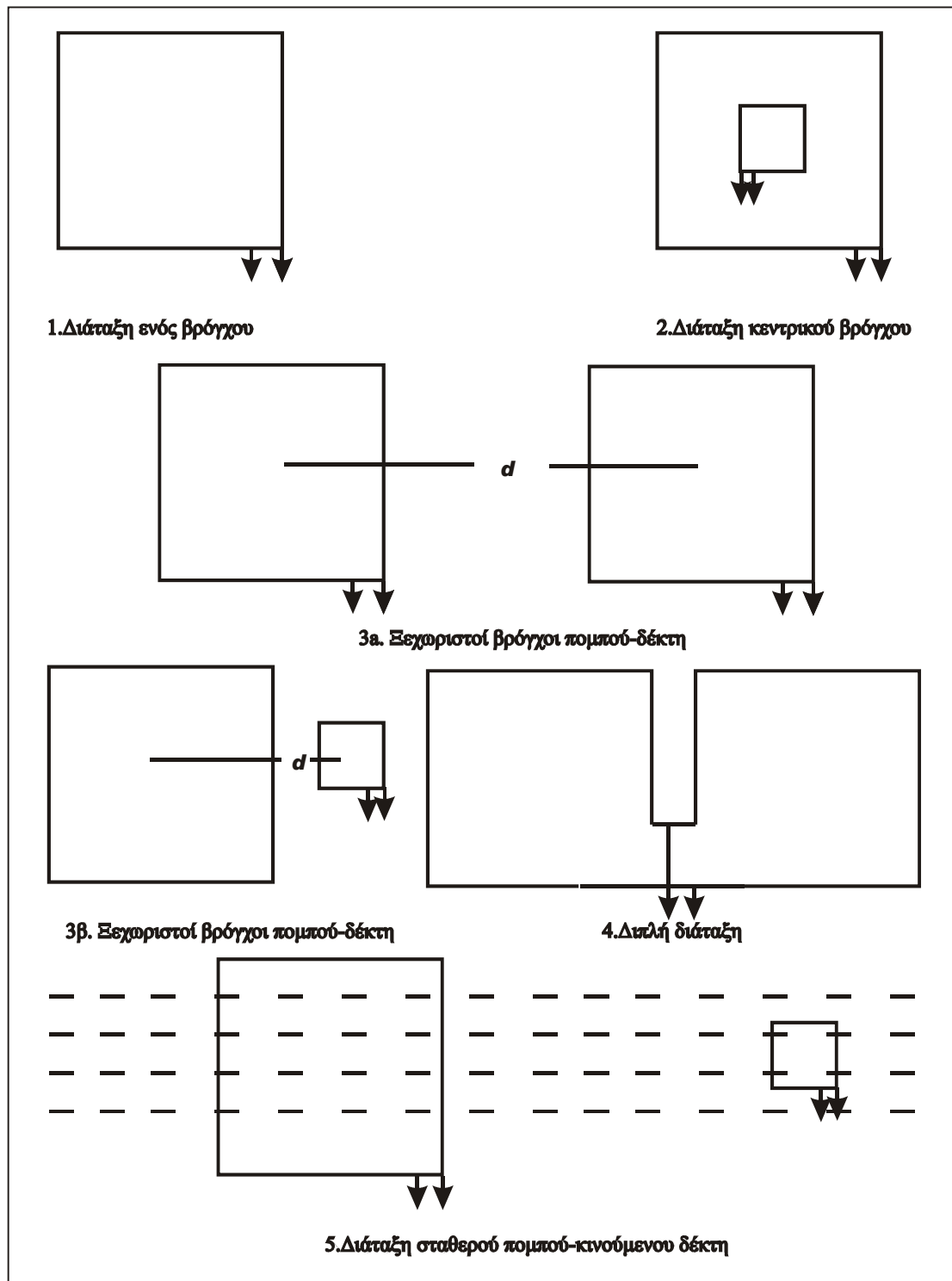
Αυτή η διάταξη είναι παραλλαγή της προηγούμενης, με την διαφορά ότι ο βρόχος του δέκτη είναι πολύσπειρος, ισοδύναμης επιφάνειας με τον πομπό, και τοποθετείται στο κέντρο του βρόχου που συνδέεται με τον πομπό.

### 3. Ξεχωριστοί βρόχοι πομπού-δέκτη (Separated Transmitter-Receiver Loop Configuration).

Η διάταξη αυτή μοιάζει με την διάταξη Slingram, όπου πομπός και δέκτης βρίσκονται σε σταθερή απόσταση μεταξύ τους. Οι βρόχοι έχουν διαστάσεις μερικών δεκάδων μέτρων. Μια παραλλαγή αυτής της διάταξης είναι ο δέκτης να είναι πολύ μικρότερος από τον πομπό.

### 4. Διπλή διάταξη (Dual-Loop Configuration).

Σε αυτή τη διάταξη, διαμορφώνονται δύο παρακείμενοι βρόχοι που συνδέονται παράλληλα για καλύτερη σύζευξη με κάθετους αγωγούς (Spies 1975).



Σχήμα 2.6 Διατάξεις μετρήσεων TEM

Επιπλέον, επειδή ο θόρυβος που επάγεται λόγω κινούμενων πηγών που προκαλούν παράσιτα στο σήμα είναι αντίθετος στους δύο βρόχους στην διάταξη αυτή, μειώνεται σημαντικά το επίπεδο του.

5. Μεγάλος σταθερός βρόχος πομπού-κινούμενος δέκτης (Large Fixed Transmitter, Roving Receiver).

Σε αυτή την διάταξη, υλοποιείται ένας πολύ μεγάλος βρόχος-πομπός που παραμένει σταθερός και ένας πολύ μικρότερος βρόχος-δέκτης χρησιμοποιείται κατά μήκος οδύσεων που είναι παράλληλες προς μια πλευρά του πομπού. Το μήκος της πλευράς του πομπού είναι της τάξης μερικών εκατοντάδων μέτρων (σε πολλές περιπτώσεις φτάνει μέχρι και πέντε χιλιόμετρα).

6. Εναέριες διατάξεις (Airborne TDEM).

Η μέθοδος των TEM μπορεί να χρησιμοποιηθεί και από αέρος για έρευνα και μάλιστα καλύπτοντας πολύ μεγάλη έκταση σε μικρό χρονικό διάστημα (Smith και Keating 1996).

## 2.6 ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Τα όργανα που χρησιμοποιούνται για διασκοπήσεις με την μέθοδο των TDEM, αποτελούνται από ένα πομπό που συνδέεται με τον βρόχο προς υλοποίηση, και παρέχει ηλεκτρικό ρεύμα εντάσεως μέχρι και 12 A, χρησιμοποιώντας δωδεκάβολτους συσσωρευτές ή γεννήτριες ηλεκτρικού ρεύματος<sup>(\*)</sup>.

Το καταγραφικό του δέκτη βρίσκεται στο ίδιο όργανο με τον πομπό, και χρησιμοποιεί την ίδια έξοδο με αυτόν. Με ηλεκτρονικό κύκλωμα (στην περίπτωση της διάταξης μονού βρόχου) συνδέεται με τον βρόχο κατά την διακοπή του κυκλώματος.

Ο βρόχος διαρρέεται από συνεχές ρεύμα εντάσεως  $I_0$  και τη στιγμή  $t=0$  διακόπτεται απότομα η λειτουργία του κυκλώματος. Σύμφωνα με τον νόμο της αυτεπαγωγής, η μείωση του ηλεκτρικού ρεύματος από την αρχική τιμή  $I_0$  στην τιμή μηδέν δεν είναι ακαριαία, αλλά διαρκεί χρόνο  $\tau$  και είναι εκθετική.

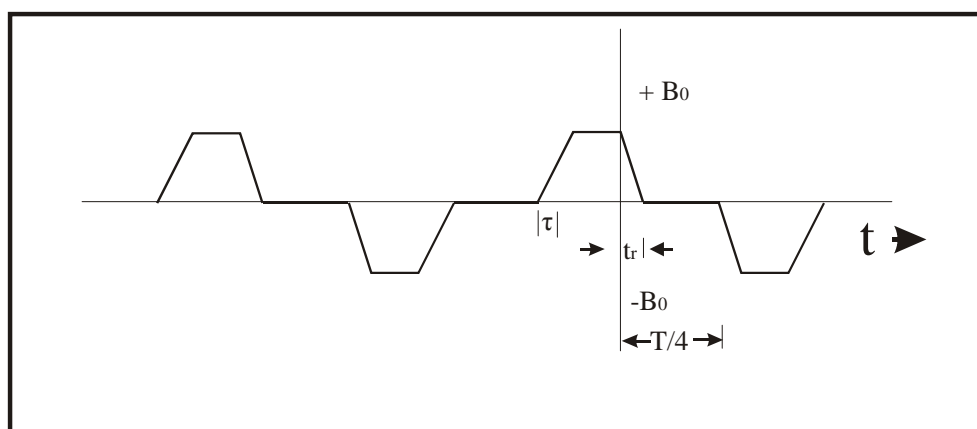
<sup>(\*)</sup> Στη διεθνή βιβλιογραφία υπάρχουν αναφορές που έχουν παρατηρηθεί ρεύματα μέχρι και 900 A με χρήση πολλών συσσωρευτών.



Δημιουργούνται με αυτό τον τρόπο επαγωγικά ρεύματα σε κοντινούς αγώγιμους στόχους που βρίσκονται στο υπέδαφος, και η δημιουργία δευτερογενούς ηλεκτρομαγνητικού πεδίου, το οποίο ανιχνεύεται από το δέκτη.

Στο σχήμα (2.7) φαίνεται ενδεικτικά η διπολική κυματομορφή του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον πομπό, κατά τον χρόνο  $t$ . Οι κατασκευαστές των οργάνων δεν δίνουν ακριβείς πληροφορίες, αλλά τα παρακάτω στοιχεία είναι διαθέσιμα ή μπορούν να εξαχθούν (Asten 1987).

Η διάρκεια που ο πομπός διαρρέεται από ρεύμα είναι ίση με το ένα τέταρτο της περιόδου, όπως μπορεί να προσδιοριστεί από τον τελευταίο χρόνο δειγματοληψίας για το μοντέλο της SIROTEM.



Σχήμα 2.7 Ενδεικτικό παράδειγμα κυματομορφής του πομπού.

Το τμήμα της διέγερσης της κυματομορφής είναι εκθετικής μορφής ανάλογο της σταθεράς χρόνου  $\tau$  του κυκλώματος, και εξαρτάται από την εμπέδηση του (μέγεθος βρόχου, αντίσταση καλωδίου, αντίσταση εδάφους) και τον σχεδιασμό του οργάνου. Η τιμή του  $\tau$  κινείται μεταξύ 0.3 και 0.6 μικρών του δευτερολέπτου.

Το τμήμα της κυματομορφής που αντιστοιχεί στην μείωση του ηλεκτρικού ρεύματος από  $I_0$  σε μηδέν, είναι περίπου γραμμικής μορφής και αντιστοιχεί σε χρόνο  $t_r$ . Η τιμή του  $t_r$  κινείται μεταξύ των 30 και 350 μικρών του δευτερολέπτου, και εξαρτάται από το μέγεθος του βρόχου και το ρεύμα του πομπού. Για το SIROTEM το τμήμα της κυματομορφής που το κύκλωμα δεν διαρρέεται από ρεύμα είναι εκθετικής μορφής με αρχική τιμή  $B_0$  και τελική  $-B_0$ . Στην πράξη, η εξασθένηση από  $B_0$  μέχρι 0 έχει διάρκεια περίπου  $0.5\tau$  και μπορεί να θεωρηθεί πως είναι γραμμική.

Η παροδική εξασθένηση που μετράται στον δέκτη γίνεται με πυκνή δειγματοληψία στο χρονικό παράθυρο μεταξύ  $t_r$  και  $T/4$ .

Η Ηλεκτρεγερτική Δύναμη που αναπτύσσεται στον βρόχο κατά τον χρόνο  $t_r$  μπορεί γενικά να περιγραφεί από την εξίσωση

$$E(p, h) = \frac{p\mu_0 a I}{2} \int_0^{\infty} \left[ \frac{\lambda - s}{\lambda + s} e^{-2\lambda h} + 1 \right] J_1^2(\lambda a) d\lambda, \quad (2.13)$$

για την περίπτωση κυκλικού βρόχου ακτίνας  $a$ , όπου:

$h$  = το ύψος πάνω από το υπέδαφος που βρίσκεται ο βρόχος.

$p$  = η μεταβλητή του μετασχηματισμού Laplace που αντιστοιχεί στον παράγοντα  $(-i\omega)$  για μεταβολή του χρόνου  $(-i\omega t)$ .

$I$  = το ρεύμα του πομπού.

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ , η μαγνητική διαπερατότητα στο κενό.

$\lambda$  = η μεταβλητή του μετασχηματισμού.

$J_1(\lambda a)$  = συνάρτηση Bessel πρώτης τάξης.

$$s = \sqrt{\lambda^2 + \mu\sigma p}.$$

Η γενική αυτή εξίσωση αποδεικνύεται πως ισχύει και για την περίπτωση που ο βρόχος είναι τετραγωνικής μορφής, πλευράς  $a$  (Raiche και Spies 1981).

Λόγω της μεγάλης ακρίβειας στον χρόνο καταγραφής που απαιτείται, τα όργανα των TDEM διαθέτουν πολλά ακόμα ηλεκτρονικά όργανα, γεγονός που τα καθιστά και σχετικά ακριβότερα από άλλα γεωφυσικά όργανα μέτρησης. Τα περισσότερα όργανα μετρούν με ακρίβεια 0.1 μικρών του δευτερολέπτου ( $10^{-6}$ ), και οι μετρήσεις πραγματοποιούνται στο χρονικό παράθυρο από 4 μικρά μέχρι και 164



χιλιοστά του δευτερολέπτου για το μοντέλο της SIROTEM. Τα πλέον σύγχρονα όργανα δίνουν στο χρήστη τη δυνατότητα να προγραμματίσει τη διάρκεια κατά την οποία παίρνονται οι μετρήσεις.

Η ανάπτυξη όλο και ακριβέστερων ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, οδηγεί στην συνεχή εξέλιξη των οργάνων μέτρησης και στην μείωση του όγκου τους. Τα σημερινά όργανα είναι συμπαγή, εύχρηστα και διαθέτουν μικροεπεξεργαστές για την καταγραφή και αποθήκευση των μετρήσεων.

## 2.7 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Πριν από κάθε γεωφυσική έρευνα, γίνεται ένας αρχικός σχεδιασμός για τον τρόπο που θα διεξαχθεί, στον οποίο λαμβάνονται υπόψη διάφοροι παράγοντες όπως τα χαρακτηριστικά των πιθανών στόχων (βάθος, σχήμα, ιδιότητες), η μορφολογία του εδάφους, η επιθυμητή ανάλυση των αποτελεσμάτων, ο χρόνος που θα απαιτηθεί κλπ.

Στην περίπτωση των TDEM, πρωταρχικό ρόλο στη γεωφυσική έρευνα παίζουν η διάταξη που θα χρησιμοποιηθεί και το μέγεθος του βρόχου που θα υλοποιηθεί (MacNae 1984). Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά των πιθανών στόχων, λαμβάνονται και οι κατάλληλες αποφάσεις.

Ένας γενικός κανόνας για την διάταξη μονού βρόχου, είναι πως το μέγεθος του βρόχου πρέπει να είναι περίπου της ίδιας τάξης μεγέθους με το βάθος του στόχου προς εξερεύνηση. Αν π.χ. ο στόχος αναμένεται να είναι στα 100 μέτρα βάθος, το μέγεθος της πλευράς του βρόχου που θα πραγματοποιηθεί θα πρέπει να είναι μεταξύ 80 και 120 μέτρων.

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί πως η ισχύς του πομπού και η συνοδεύουσα ενέργεια του πρωτεύοντος μαγνητικού πεδίου που παράγεται, αυξάνονται με το μέγεθος του βρόχου ή, για να είμαστε απόλυτα ακριβείς, με την συνολική επιφάνεια που αντιστοιχεί στον βρόχο. Αν π.χ. ο βρόχος είναι τετραγωνικός πλευράς  $a$  και αποτελείται από 2 σπείρες, τότε η επιφάνεια του βρόχου είναι  $2a^2$ .

Η απόσταση μεταξύ των σταθμών μετρήσεων και των γραμμών οδεύσεως, εξαρτάται από τον τύπο της έρευνας (λεπτομερής ή αναγνωριστικός).

Για αναγνωριστική έρευνα και με τη διάταξη μονού βρόχου, η απόσταση μεταξύ διαδοχικών βυθοσκοπήσεων θα πρέπει να είναι τουλάχιστον τέτοια ώστε ανά δύο να βρίσκονται πάνω από τον γεωλογικό στόχο που ερευνάται.

Όσον αφορά την απόσταση μεταξύ διαδοχικών οδεύσεων, θα πρέπει να είναι ανάλογη του μήκους που εκτείνεται ο στόχος.

Για τη διεξαγωγή λεπτομερούς έρευνας, το βήμα δειγματοληψίας θα πρέπει να είναι αρκετά μικρότερο.

## 2.8 ΠΗΓΕΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ΣΤΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

Τα σφάλματα που μπορεί να υπεισέλθουν στις μετρήσεις TDEM μπορεί να οφείλονται σε διάφορους λόγους, όπως είναι ο γεωλογικός θόρυβος, η ημερήσια μεταβολή του μαγνητικού πεδίου της Γης κ.α. Οι σημαντικότεροι λόγοι είναι:

α) Γεωμετρικός θόρυβος.

Σε αυτόν συμπεριλαμβάνονται όλες οι πηγές θορύβου που πηγάζουν εξαιτίας της γεωμετρίας της κάθε διάταξης.

Σε αντίθεση με τις ηλεκτρομαγνητικές μεθόδους που λειτουργούν στην περιοχή των συχνοτήτων, όπου είναι δύσκολο να απομονωθεί η συμφασική συνιστώσα του δευτερεύοντος πεδίου από το γεωμετρικά εξαρτώμενο πρωτεύον πεδίο, τα γεωμετρικά λάθη είναι αμελητέα σε μέγεθος γιατί οι μετρήσεις λαμβάνονται κατά την απουσία του πρωτεύοντος πεδίου.

Η τοπογραφία είναι άλλη μια πηγή σφαλμάτων στις μετρήσεις. Και αυτή όμως είναι αμελητέα, καθώς μετά το πρώιμο στάδιο η διάδοση των κυμάτων έχει τέτοια συμπεριφορά ως να ήταν η επιφάνεια του εδάφους απολύτως επίπεδη.

β) Ανθρωπογενής θόρυβος.

Σε αυτή την κατηγορία εντάσσονται όλοι οι μεταλλικοί αγωγοί που μπορεί να επάγουν ηλεκτρικό ρεύμα και βρίσκονται στην περιοχή έρευνας, όπως είναι οι γραμμές του τηλεφωνικού δικτύου, υπόγειοι αγωγοί, μεταλλικοί φράχτες κλπ. Εξαιτίας όμως της μικρής διατομής που έχουν συνήθως, οι σταθερές χρόνου  $\tau$  για την απευθείας επαγωγή τους είναι συνήθως αμελητέες.

Η κύρια συνεισφορά τους στα σφάλματα προέρχεται από την ικανότητα τους να διοχετεύουν επαγόμενα ρεύματα στα περιβάλλοντα πετρώματα.

γ) Ηλεκτρομαγνητικός θόρυβος.

Υπάρχουν πολλές πηγές που επηρεάζουν τις μετρήσεις των TDEM και οφείλονται σε ηλεκτρομαγνητικό θόρυβο.

Γεωμαγνητικά σήματα κάτω από 1 Hz προέρχονται κυρίως από μέσα και πάνω από την Ιονόσφαιρα. Πάνω από 1 Hz το φάσμα του φυσικού θορύβου

προέρχεται κυρίως από ατμοσφαιρικά παράσιτα, που είναι όλες οι φυσικές παροδικές ηλεκτρομαγνητικές μεταβολές που δημιουργούνται από εκκενώσεις κεραυνών.

Ο ανθρωπογενής θόρυβος αυτής της κατηγορίας προέρχεται από της γραμμές μεταφοράς του ηλεκτρικού δικτύου (με συχνότητα 50 ή 60 Hz), ενώ οι σταθμοί πολύ χαμηλών συχνοτήτων (VLF) παράγουν μεγαλύτερης συχνότητας θόρυβο (10 με 25 kHz). Είναι η κυριότερη πηγή σφαλμάτων, όμως είναι εύκολο να εντοπιστεί καθώς η πηγή από όπου προέρχεται είναι εμφανής.

Ο επαγωγικός θόρυβος λόγω της κίνησης της Γης μπορεί να είναι πολύ σημαντικός, καθώς το μαγνητικό πεδίο της Γης είναι 100.000 φορές μεγαλύτερο από το πεδίο που δημιουργεί ο πομπός. Προβλήματα από τέτοιου είδους θόρυβο αντιμετωπίζονται όταν οι μετρήσεις απαιτούν πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα για να πραγματοποιηθούν, και η διόρθωση των μετρήσεων γίνεται με τον ίδιο τρόπο που χρησιμοποιείται στις μαγνητικές μεθόδους.

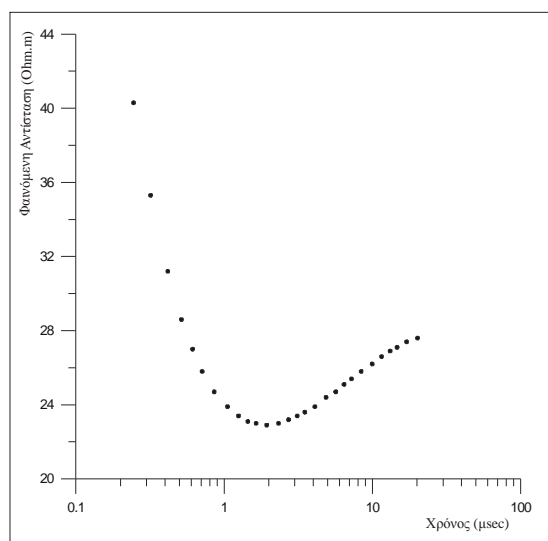
Η αφαίρεση του θορύβου από τις μετρήσεις δεν είναι εύκολη διαδικασία. Συνήθως περιλαμβάνει αποσυνέλιξη της απόκρισης του συστήματος για τον δέκτη, την αφαίρεση του θορύβου εξαιτίας των γραμμών μεταφοράς του ηλεκτρικού ρεύματος, κανονικοποίηση για την γεωμετρία του συστήματος και (αν είναι απαραίτητο) αναγνώριση και αφαίρεση του θορύβου χαμηλής συχνότητας που προέρχεται από τους μικροπαλμούς του μαγνητικού πεδίου της Γης (Keller 1997, MacNae et al. 1984, McCracken et al. 1986, Spies 1988)

## 2.9 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΕΡΜΗΝΕΙΑ

Στην πράξη, όλα τα συστήματα της μεθόδου TDEM καταγράφουν τις παροδικές τάσεις σε έναν αριθμό καναλιών χρόνου. Τις περισσότερες φορές η επεξεργασία των σημάτων γίνεται σε πραγματικό χρόνο, σε αντίθεση π.χ. με τη σεισμική μέθοδο. Καθώς για κάθε κανάλι χρόνου τα όργανα μέτρησης λαμβάνουν πολλές μετρήσεις τις οποίες μετά σωρεύουν, τα περισσότερα συστήματα είναι εφοδιασμένα με κάποιο ηλεκτρονικό σύστημα καταγραφής. Στη συνέχεια, τα δεδομένα ελέγχονται για την ακρίβεια τους και κανονικοποιούνται διαιρώντας τις μετρήσεις με το ρεύμα του πομπού. Επειδή τα δεδομένα όμως στη συνέχεια μετατρέπονται από μετρήσεις μεταβολής της μετρούμενης συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου σε φαινόμενες αντιστάσεις, είναι δύσκολο να γίνει γρήγορη εκτίμηση της ποιότητας τους (Spies και Eggers 1986).

Στην περίπτωση βυθοσκοπήσεων, χαρτογραφούνται οι φαινόμενες αντιστάσεις με το χρόνο, ώστε να υπάρχει μια πρώτη ποιοτική εκτίμηση των μετρήσεων, όπως συμβαίνει με τις ηλεκτρικές μεθόδους συνεχούς ρεύματος (σχ.2.8).

Όταν τα δεδομένα προέρχονται από οδεύσεις, δημιουργούνται γραφικές παραστάσεις σε γραμμική κλίμακα, όπου χαρτογραφούνται οι μετρήσεις σε συγκεκριμένα κανάλια χρόνου κατά μήκος μιας όδευσης ώστε να ελεγχθούν τα δεδομένα για την περίπτωση σφαλμάτων σε κάποια συγκεκριμένη θέση, και για μια πρώτη ποιοτική εκτίμηση της περιοχής που δίνει τις ανωμαλίες κατά μήκος της όδευσης<sup>(\*)</sup>.

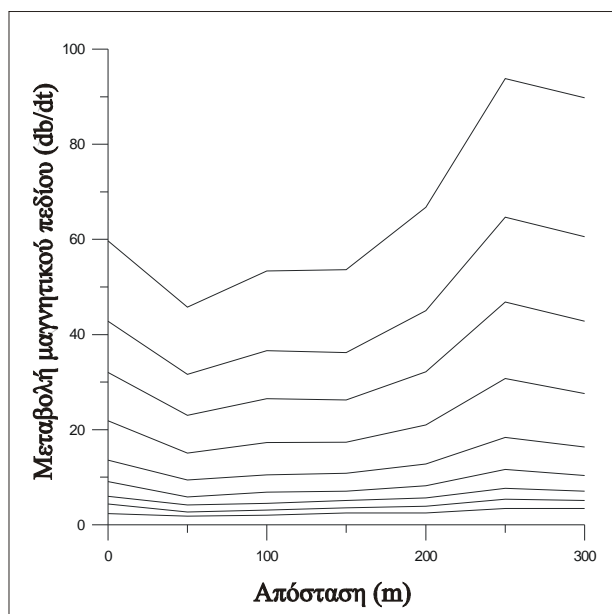


Σχήμα 2.8 Χαρτογράφηση φαινόμενων αντιστάσεων με το χρόνο, για σκοπούς ποιοτικής εκτίμησης των δεδομένων.

Η χαρτογράφηση μπορεί να γίνει είτε με τα απευθείας δεδομένα για συγκεκριμένα κανάλια χρόνου, είτε παίρνοντας τις φαινόμενες αντιστάσεις κατά τους συγκεκριμένους χρόνους (σχήμα 2.9).

Ο περισσότερο χρησιμοποιούμενος τρόπος επεξεργασίας και ερμηνείας είναι η εφαρμογή αντιστροφής των μετρήσεων για τον προσδιορισμό των αγωγιμοτήτων των στρωμάτων του υπεδάφους και το βάθος στο οποίο βρίσκονται. Υπάρχει ένα μεγάλο εύρος βιβλιογραφίας που καλύπτει αυτό τον τομέα, και αναλυτικότερα παρουσιάζεται στο τρίτο κεφάλαιο.

<sup>(\*)</sup> Κυρίως και κατά παράδοση στη μεταλλευτική έρευνα.



Σχήμα 2.9 Χαρτογράφηση των μετρήσεων κατά μήκος όδευσης στην περιοχή της λεκάνης του Ανθεμούντα, Θεσσαλονίκη.

## 2.10 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

Η μέθοδος των παροδικών ηλεκτρομαγνητικών κυματομορφών αρχικά χρησιμοποιήθηκε για την μεταλλευτική έρευνα, κυρίως στην Σοβιετική Ένωση και στην Αυστραλία.

Τα τελευταία χρόνια όμως, γίνεται μεγάλη χρήση της μεθόδου σε πολλούς τομείς γεωλογικών εφαρμογών.

- Μεταλλευτική έρευνα (Kooپر και Swift 1994, Withers et al. 1994, Sinha 1990, Maher 1992, Buselli et al. 1986).
- Γεωθερμικά πεδία (Pellerin et al. 1996).
- Περιβαλλοντικές και γεωτεχνικές έρευνες (Chen 1998, Fitterman et al. 1986, Hoekstra και Blohm 1985).
- Ανακάλυψη υδροφόρων και υφάλμυρων οριζόντων (Taylor et al. 1992, McNeil 1986).
- Συνδυασμός των TDEM με άλλες γεωφυσικές μεθόδους (Sternberg et al. 1988, Raiche et al 1985, Meju 1996).

Εξαιτίας του μεγάλου πλεονεκτήματος της μεθόδου να μπορεί να λειτουργήσει σε μικρές εκτάσεις σε σχέση με το βάθος διασκόπησης η χρήση της

είναι ολοένα και αυξανόμενη, ενώ και σε ερευνητικό στάδιο γίνονται πολλές μελέτες για την περαιτέρω εκμετάλλευση της μεθόδου και σε άλλους τομείς

# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**

## **ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ TDEM ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ (1-D)**

*Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται μέθοδοι που έχουν προταθεί για την επίλυση του μη γραμμικού προβλήματος της μονοδιάστατης αντιστροφής γεωφυσικών δεδομένων TDEM.*

*Αρχικά γίνεται μια αναφορά στην επίλυση του ευθέως προβλήματος, δηλαδή στον υπολογισμό της θεωρητικής απόκρισης του υπεδάφους σε μια διέγερση από ένα πομπό TDEM. Παρουσιάζονται πολύ συνοπτικά οι διάφορες μέθοδοι επίλυσης, αριθμητικές ή αναλυτικές. Επίσης παρουσιάζεται ο τρόπος υπολογισμού του Ιακωβιανού πίνακα  $A$  που χρησιμοποιείται στην επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος.*

*Παρουσιάζονται οι εξισώσεις που ισχύουν για την περίπτωση επίλυσης μη γραμμικών αντίστροφων προβλημάτων χωρίς περιορισμούς, και ακολουθεί μια αναφορά στα κριτήρια σύγκλισης και στη χρήση πινάκων στατιστικών βαρών στις εξισώσεις.*

*Ακολούθως αναφέρονται οι μέθοδοι επίλυσης των μη γραμμικών συστημάτων με περιορισμούς. Οι μέθοδοι αυτές είναι οι πλέον χρησιμοποιούμενες στην πράξη, καθώς χειρίζονται αποτελεσματικά το πρόβλημα της αστάθειας της αντιστροφής του γενικευμένου Ιακωβιανού. Τέλος παρουσιάζονται τα πλεονεκτήματα και τα σχετικά μειονεκτήματα των μεθόδων, καθώς και οι λόγοι που μας οδήγησαν στην επιλογή μιας εξ αυτών για την εφαρμογή του αλγορίθμου που θα παρουσιαστεί στο επόμενο κεφάλαιο.*

## 3.1 ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΕΥΘΕΟΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Από την δεκαετία του 1960 και μεταγενέστερα, πολλοί ερευνητές έχουν προτείνει λύσεις του ευθέως προβλήματος για τη μέθοδο των TDEM, είτε αναλυτικές είτε αριθμητικές. Για την περίπτωση απλών δομών, όπως είναι ο ομογενής ημιχώρος ή υπέδαφος δύο στρωμάτων, υπήρξαν αναλυτικές λύσεις. Για πιο πολύπλοκες δομές, όπως στρωματωμένη Γη (1-D μοντέλα) και σώματα δύο ή τριών διαστάσεων, η λύση βασίζεται σε αριθμητικές λύσεις (Goldman 1988, Poddar και Anderson 1992, Hanneson 1992, Newman και Hohmann 1988, McNeil et al. 1984, SanFilipo et al. 1985, Newman et al. 1986). Οι περισσότεροι ερευνητές εφάρμοσαν τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier σε μοντέλα στην περιοχή των συχνοτήτων. Παρακάτω αναφέρονται οι κυριότερες από αυτές για μονοδιάστατα μοντέλα, μιας και με αυτά ασχοληθήκαμε στην παρούσα εργασία.

- Ημιστατική απόκριση αγωγίμης σφαίρας σε διπολικό πεδίο (Nabighian 1970).
- Υπολογισμός φαινόμενης αγωγιμότητας με την χρήση ασύμπτωτων καμπυλών (Kaufman και Keller 1983, Kaufman και Morozova 1970, Morozova και Kaufman 1967).
- Επίλυση του ευθέως προβλήματος με την χρήση του διακριτού μετασχηματισμού Fourier στο πεδίο των συχνοτήτων (Spies 1976, Buselli 1977).
- Πρότυπες καμπύλες για την ερμηνεία Γης δύο στρωμάτων (Raiche και Spies 1981).
- Επίλυση του ευθέως προβλήματος με χρήση της πλήρους κυματομορφής του δέκτη (Asten 1987).
- Επίλυση του ευθέως προβλήματος με χρήση του αντίστροφου μετασχηματισμού Laplace (Raiche 1984, Knight και Spies 1982, Karmis et al. 2002α).

Στην παρούσα εργασία για τη δημιουργία του αλγορίθμου σταθερής αντιστροφής δεδομένων TDEM σε μια διάσταση χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος από τους Karmis et al. (2002α). Είναι μια τροποποιημένη εφαρμογή της τεχνικής που προτάθηκε από τους Knight και Spies (1982) για το μοντέλο SIROTEM MKII.



## 3.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΙΑΚΩΒΙΑΝΟΥ ΠΙΝΑΚΑ

Η γενική διαδικασία αντιστροφής εμπεριέχει την έννοια της επαναληπτικής διαδικασίας, για την περίπτωση των μη-γραμμικών συστημάτων. Προσπαθούμε με διαδοχικές βελτιώσεις να βρούμε το μοντέλο  $\mathbf{m}$  του υπεδάφους, εκείνο το οποίο επιλύοντας το ευθύ πρόβλημα θα μας δώσει συνθετικά δεδομένα  $f(\mathbf{m})$  τα οποία να βρίσκονται όσο το δυνατό πιο κοντά σε αυτά που μετρήθηκαν στο ύπαιθρο.

Δημιουργείται έτσι ένα σύστημα εξισώσεων της μορφής

$$\mathbf{d} = f(\mathbf{m}), \quad (3.1)$$

όπου  $\mathbf{d}$  είναι το διάνυσμα που περιέχει τα πειραματικά δεδομένα. Η λύση των γραμμικών εξισώσεων επιτρέπει να γραφεί η εξίσωση (3.1) στη μορφή  $\mathbf{m} = f^{-1}(\mathbf{d})$ . Η αντιστροφή όμως της συνάρτησης  $f$  δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε μη-γραμμικά συστήματα, όπως στην περίπτωση των προβλημάτων των TDEM. Η λύση δίνεται με συνεχείς προσεγγίσεις, όπου υπολογίζεται πρώτα η συνάρτηση  $f(\mathbf{m}_j)$ , για κάθε επανάληψη  $j$ , και με διαδοχικές βελτιώσεις του θεωρητικού μοντέλου γίνεται προσπάθεια να πλησιάσει όσο το δυνατό περισσότερο το πειραματικό.

Η βελτίωση του μοντέλου  $\mathbf{m}_j$  γίνεται εφαρμόζοντας μικρές διαταραχές  $d\mathbf{m}_j$  στις παραμέτρους. Υπολογίζοντας πάλι την λύση του ευθέως προβλήματος για τις καινούργιες παραμέτρους, συγκρίνονται οι θεωρητικές μετρήσεις με τις πραγματικές μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο σύγκλισης που έχει τεθεί εξ αρχής.

Αναπτύσσοντας την εξίσωση (3.1) σε σειρά Taylor και αγνοώντας όρους μεγαλύτερης τάξεως από του ενός,

$$f_i(\mathbf{m}_j + d\mathbf{m}_j) \approx f_i(\mathbf{m}_j) + \frac{\partial f_i(\mathbf{m}_j + d\mathbf{m}_j)}{\partial (d\mathbf{m}_j)} d\mathbf{m}_j.$$

Οι μερικές παράγωγοι της απόκρισης του μοντέλου  $f(\mathbf{m})$  σε σχέση με τις παραμέτρους  $d\mathbf{m}$  αποτελούν τα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{A}$  που ονομάζεται Ιακωβιανός.

Άρα το στοιχείο  $ij$  του Ιακωβιανού πίνακα θα είναι

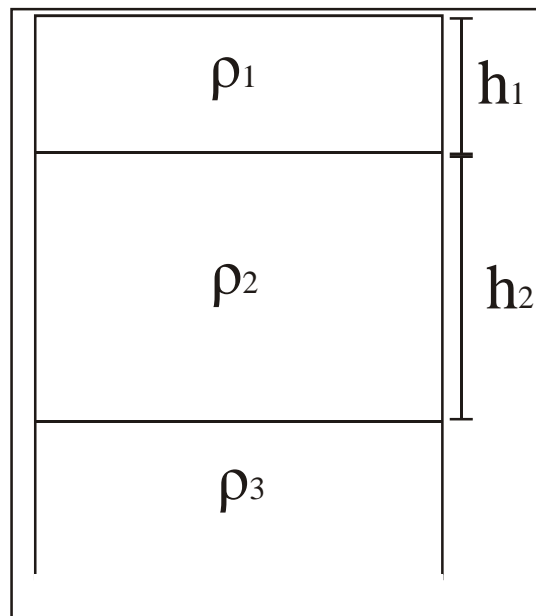
$$A_{ij} = \frac{\partial f_i(\mathbf{m}_j + d\mathbf{m}_j)}{\partial (d\mathbf{m}_j)} \quad (3.2)$$

Ο υπολογισμός των στοιχείων  $A_{ij}$  μέσω του τύπου (3.2) είναι δύσκολος, καθώς είναι άγνωστη η αναλυτική μορφή της συνάρτησης  $f$ . Υπάρχουν αριθμητικές λύσεις για τον υπολογισμό των στοιχείων του Ιακωβιανού Πίνακα, οι οποίες όμως είναι δύσκολο να υλοποιηθούν σε αλγοριθμική μορφή. Ο δημοφιλέστερος τρόπος

είναι με τη χρήση της μεθόδου των διαταραχών των στοιχείων (perturbation technique) βάσει της εξίσωσης

$$A_{ij} = \frac{\log(f_i(m_j + \delta)) - \log(f_i(m_j))}{\delta}, \quad (3.3)$$

όπου  $\delta$  είναι η διαταραχή  $\mathbf{dm}$  που εισάγεται για την βελτίωση του μοντέλου  $\mathbf{m}_j$ . Δηλαδή, επιλύεται το ευθύ πρόβλημα μια φορά, και αλλάζουμε μια παράμετρο κατά ένα ποσοστό, π.χ. πέντε τοις εκατό, και επιλύεται δεύτερη φορά το ευθύ πρόβλημα για να υπολογιστεί η μεταβολή του συνθετικού μοντέλου εξαιτίας της διαταραχής της παραμέτρου. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για κάθε παράμετρο, έως ότου υπολογιστούν όλα τα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{A}$ . Είναι φανερό ότι με την παραπάνω διαδικασία η μερική παράγωγος της εξίσωσης (3.2) υπολογίζεται προσεγγιστικά με τη χρήση των πεπερασμένων διαφορών (εξ.3.3).



Σχήμα 3.1 Μοντέλο τριών στρωμάτων με αντιστάσεις  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  και πάχη  $h_1$  και  $h_2$ .

Στο σχήμα (3.1) παρουσιάζεται ένα μοντέλο υπεδάφους τριών στρωμάτων, με αντιστάσεις  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  και πάχη  $h_1, h_2$  αντίστοιχα. Ο Ιακωβιανός πίνακας σε αυτό το παράδειγμα θα είναι τάξης  $(5 \times n)$  και θα έχει τη μορφή

$$A = \begin{array}{c|ccc|c} \frac{\partial f(m_1)}{\partial \rho_1} & \frac{\partial f(m_2)}{\partial \rho_1} & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial \rho_1} \\ \frac{\partial f(m_1)}{\partial \rho_2} & \dots & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial \rho_2} \\ \frac{\partial f(m_1)}{\partial \rho_3} & \dots & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial \rho_3} \\ \frac{\partial f(m_1)}{\partial h_1} & \dots & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial h_1} \\ \frac{\partial f(m_1)}{\partial h_2} & \dots & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial h_2} \end{array} \quad (3.4)$$

όπου  $n$  ο αριθμός των μετρήσεων. Τα στοιχεία του πίνακα υπολογίζονται με βάση τον τύπο (3.3).

### 3.3 ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ

Το πρόβλημα της ερμηνείας των γεωφυσικών ηλεκτρομαγνητικών δεδομένων πάσχει από μια εγγενή αδυναμία, η οποία και είναι συνηθισμένη στις περισσότερες γεωφυσικές μεθόδους: η αντιστροφή του γενικευμένου Ιακωβιανού πίνακα είναι ασταθής, με αποτέλεσμα, εάν δεν υπάρχουν περιορισμοί, οι λύσεις που προκύπτουν από την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος να είναι γεωλογικά απαρέδεκτες, παρόλο που μπορεί να είναι μαθηματικά ορθές.

Η διαδικασία της επίλυσης του ευθέως προβλήματος, μπορεί να γραφεί με την απλοποιημένη μορφή

$$f(\mathbf{m}) = \mathbf{y}, \quad (3.5)$$

όπου  $\mathbf{y}$  είναι το διάνυσμα των πειραματικών δεδομένων, και  $f(\mathbf{m})$  η λύση που προκύπτει από την επίλυση του ευθέως προβλήματος και αντιστοιχεί στο μοντέλο  $\mathbf{m}$ , που αποτελείται από πάχη και αντιστάσεις στρωμάτων.

Στην περίπτωση του μονοδιάστατου προβλήματος, υποθέτουμε στρωματωμένη γη, δηλαδή τα στρώματα του υπεδάφους διατάσσονται οριζόντια, με συγκεκριμένα πάχη και αντιστάσεις. Άρα ο σκοπός της επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος είναι να μπορέσει να βρεθεί ένα μοντέλο στρωμάτων, το οποίο να έχει απόκριση που θα είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά στις πειραματικές μετρήσεις.

Σκοπός λοιπόν της αντιστροφής είναι να καταλήξει σε μια σχέση της μορφής

$$\mathbf{y} = f^{-1}(\mathbf{m}). \quad (3.6)$$

Επειδή το πρόβλημα είναι μη γραμμικό, δε μπορεί να επιλυθεί απευθείας, αλλά μπορεί να αντικατασταθεί με την επίλυση επιμέρους «μικρότερων» γραμμικών προβλημάτων. Εάν η συνάρτηση  $f(\mathbf{m})$  αναπτυχθεί σε σειρά Taylor γύρω από μια πολύ μικρή μεταβολή του  $\mathbf{dm}$ , και αγνοώντας τους όρους μεγαλύτερης τάξης από την πρώτη, προκύπτει ότι

$$f(\mathbf{m} + \mathbf{dm}) \approx f(\mathbf{m}) + \frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \mathbf{dm} = y, \quad (3.7)$$

όπου  $\frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}}$  είναι ο Ιακωβιανός πίνακας, που εκφράζει τις μερικές παραγώγους της  $f(\mathbf{m})$  σε σχέση με τη μεταβολή του μοντέλου  $\mathbf{m}$ .

Με απλές πράξεις προκύπτει ότι

$$\frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} = y - f(\mathbf{m}) = \mathbf{dy},$$

όπου  $\mathbf{dy}$  η διαφορά μεταξύ πραγματικών και συνθετικών δεδομένων. Έτσι, η επίλυση του αρχικού μη γραμμικού προβλήματος έχει αντικατασταθεί με την επίλυση πολλών επιμέρους γραμμικών προβλημάτων.

Για την περίπτωση γραμμικών προβλημάτων, η λύση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων προκύπτει από την ελαχιστοποίηση του τετραγώνου του σφάλματος μεταξύ των πειραματικών και θεωρητικών δεδομένων, δηλαδή,

$$\mathbf{q} = \mathbf{dy}^T \mathbf{dy} = (\mathbf{y} - f(\mathbf{m}))^T (\mathbf{y} - f(\mathbf{m})). \quad (3.8)$$

Θέτοντας την παράγωγο του  $\mathbf{q}$  ως προς  $\mathbf{dm}$  ίση με μηδέν, καταλήγουμε στις κανονικές εξισώσεις του συστήματος,

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{dm} = \mathbf{A}^T \mathbf{dy}, \quad (3.9)$$

και η τελική λύση του συστήματος είναι

$$\mathbf{dm} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{dy}, \quad (3.10)$$

όπου ο πίνακας  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  ονομάζεται γενικευμένος Ιακωβιανός.

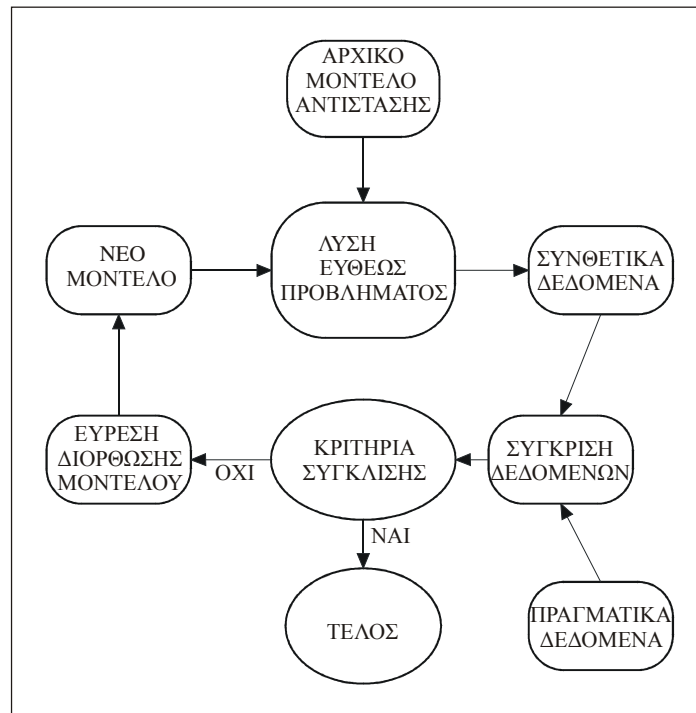
Βάσει της εξ.(3.9) μπορούμε να ορίσουμε τον αλγόριθμο επίλυσης του μη γραμμικού προβλήματος. Είναι μια επαναληπτική διαδικασία κατά την οποία, σε κάθε επανάληψη  $k$ , η διόρθωση του μοντέλου δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{dm}_k = (\mathbf{A}_k^T \mathbf{A}_k)^{-1} \mathbf{A}_k^T \mathbf{dy}_k, \quad (3.11)$$

όπου  $\mathbf{A}_k$  είναι ο Ιακωβιανός πίνακας για την  $k$  επανάληψη,  $\mathbf{dy}_k = [\mathbf{y} - f(\mathbf{m}_{k-1})]$ , και το νέο μοντέλο προκύπτει από την πρόσθεση της διόρθωσης στο προηγούμενο, δηλαδή,

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \mathbf{dm}_k. \quad (3.12)$$

Στο σχήμα (3.2) παριστάνεται σχηματικά η διαδικασία της μη γραμμικής αντιστροφής.



Σχήμα 3.2 Διάγραμμα ροής του αντιστρόφου μη γραμμικού προβλήματος.

### 3.3.1 ΑΣΤΑΘΕΙΑ ΣΤΗΝ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΤΟΥ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΟΥ ΙΑΚΩΒΙΑΝΟΥ

Όπως είδαμε στην εξ.(3.10), η επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος TDEM σε μια διάσταση εμπεριέχει τον υπολογισμό του αντιστρόφου γενικευμένου Ιακωβιανού πίνακα  $A^T A$ .

Στην πράξη η αντιστροφή του γενικευμένου Ιακωβιανού είναι μαθηματικά ασταθής. Αυτό οφείλεται στους φυσικούς περιορισμούς της μεθόδου. Όσο η πληροφορία έρχεται από μεγαλύτερα βάθη, τόσο μειώνεται η διακριτική ικανότητα και κυρίως η ευαισθησία της μεθόδου. Άρα η μεταβολή μιας παραμέτρου που αντιστοιχεί σε μεγάλο βάθος, αναμένεται να επηρεάσει πολύ λίγο τις μετρήσεις μας. Αντίστροφα, μια μικρή αλλαγή σε κάποια μέτρηση μπορεί να επιφέρει τεράστια μεταβολή σε κάποιες από τις παραμέτρους του μοντέλου.

Άρα η επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος έχει εγγενή αδυναμία, και η ύπαρξη σφαλμάτων στις μετρήσεις μας κάνει ακόμα πιο ασταθές το σύστημα (Lanczos 1961, Jackson 1972). Επομένως, καθώς προσπαθούμε να βρούμε ένα μοντέλο που να ταιριάζει στα πειραματικά δεδομένα που έχουμε συλλέξει,

καταλήγουμε σε μια πλειάδα μοντέλων που μπορεί να ικανοποιούν μαθηματικά, ή ακόμα και φυσικά, τους όρους σύγκλισης μεταξύ πειραματικών και θεωρητικών μετρήσεων.

Απαιτείται έτσι η χρήση διαφόρων τεχνικών ώστε αφενός να κάνουμε την αντιστροφή μαθηματικά σταθερή, και αφετέρου να μπορέσουμε να διακρίνουμε ποιο από όλα τα μοντέλα που ικανοποιούν μαθηματικά τις εξισώσεις του συστήματος είναι αυτό που είναι πιο κοντά στο πραγματικό. Παρακάτω αναφέρονται οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται εκτεταμένα στην επίλυση του μονοδιάστατου προβλήματος με τη μέθοδο των TDEM.

### 3.3.2 ΧΡΗΣΗ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Στις μεθόδους αντιστροφής των γεωφυσικών προβλημάτων συχνή είναι η χρησιμοποίηση λογαριθμικής κλίμακας. Δύο είναι οι κύριες αιτίες. Η χρήση λογαρίθμων υποχρεώνει τις παραμέτρους να αποκτούν μόνο θετικές τιμές, αποφεύγοντας έτσι τιμές που δεν έχουν φυσικό νόημα (Sasaki 1982). Δεύτερον, λόγω του μεγάλου δυναμικού εύρους των τιμών που μπορεί να έχουν οι παράμετροι (ιδιαίτερα οι ηλεκτρικές αντιστάσεις), η χρήση λογαρίθμων δύναται να επιταχύνει το ρυθμό σύγκλισης του επαναληπτικού αλγορίθμου (Park και Van, 1991).

Το τετράγωνο του σφάλματος των ελαχίστων τετραγώνων ,στην περίπτωση χρήσης λογαρίθμων, γίνεται  $q' = dy'^T dy'$ , όπου  $dy' = \ln y - \ln f(m)$ .

Το διάνυσμα των παραμέτρων  $m$  γίνεται  $p_i$ , όπου  $p_i = e^{x_i}$ , και  $i=1,n$ . Η λύση του συστήματος είναι

$$dp = (A'^T A')^{-1} A'^T dy, \quad (3.13)$$

όπου ο  $A'$  έχει στοιχεία  $A'_{ij} = \frac{\partial \ln y_i}{\partial p_j}$  (Tsourlos, 1995).

### 3.3.3 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΣΥΓΚΛΙΣΗΣ ΚΑΙ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ- ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

Η διαδικασία της αντιστροφής θα ήταν ημιτελής χωρίς ανάλυση των σφαλμάτων του διανύσματος των λύσεων. Καθώς τα δεδομένα έχουν εγγενή σφάλματα, είναι επόμενο να υπάρχουν σφάλματα και στη λύση που προκύπτει από τη μη γραμμική αντιστροφή του συστήματος. Ο έλεγχος των σφαλμάτων γίνεται με χρήση στατιστικών όρων (Press et all 1992).

Όπως και στην επίλυση γραμμικών συστημάτων, ο μέσος όρος του τετραγώνου των σφαλμάτων υπολογίζεται ως

$$RMS = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{(d_i^{ob} - d_i^{th})^2}{(d_i^{ob})^2}}, \quad (3.14)$$

όπου  $N$  ο αριθμός των δεδομένων,  $d^{ob}$  τα πειραματικά δεδομένα και  $d^{th}$  τα θεωρητικά δεδομένα.

Με τη χρήση του RMS ως κριτήριο σύγκλισης, το διάνυσμα των λύσεων είναι ευαίσθητο σε μεγάλα σφάλματα, γι αυτό στην πράξη χρησιμοποιείται ο όρος του αναγόμενου χ-τετράγωνο (Rijo 1977), που ορίζεται ως

$$\chi^2 = \frac{1}{N-M} \sum_{i=1}^N (d_i^{ob} - d_i^{th})^2, \quad (3.15)$$

όπου  $M$  ο αριθμός των παραμέτρων. Η χρήση αυτού του στατιστικού όρου κάνει τη λύση του συστήματος πιο ανεκτική σε μεγάλα σφάλματα.

Παίρνοντας την τετραγωνική ρίζα του όρου χ-τετράγωνο υπολογίζεται ο όρος του επί τοις εκατό μέσου σφάλματος των δεδομένων, που στην περίπτωση χρήσης λογαριθμικής κλίμακας δίνεται από τη σχέση

$$\% \varepsilon = (10^{\sqrt{\chi^2}} - 1) \times 100\%, \quad (3.16)$$

και είναι αυτός που χρησιμοποιείται στην σταθερή αντιστροφή, όπως θα δούμε παρακάτω.

Ο ρυθμός σύγκλισης μεταξύ δύο διαδοχικών επαναλήψεων (C.R), ορίζεται ως

$$C.R. = \frac{|\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i|}{\varepsilon_{i+1}}. \quad (3.17)$$

Πέρα από τα σφάλματα των μετρήσεων, το τελικό αποτέλεσμα της διαδικασίας αντιστροφής πρέπει να ελεγχθεί αν βρίσκεται μεταξύ των ορίων εμπιστοσύνης. Ο έλεγχος γίνεται βρίσκοντας τα σφάλματα του διανύσματος των λύσεων. Το σφάλμα της  $i$  παραμέτρου ορίζεται ως

$$S_{p_i} = \sqrt{\chi^2} \sqrt{(A^T A)_{ii}^{-1}}, \quad (3.18)$$

όπου  $(A^T A)_{ii}$  είναι το στοιχείο του αντιστρόφου γενικευμένου Ιακωβιανού. Στην περίπτωση αυτή η παράμετρος  $p_i$  θα βρίσκεται μεταξύ των ορίων  $p_i \pm S_{p_i}$ .

## 3.3.4 ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΒΑΡΩΝ

Καθώς η αναπόφευκτη ύπαρξη σφαλμάτων στις μετρήσεις επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα της αντιστροφής, ένας πολύ χρήσιμος τρόπος για τον έλεγχο τους είναι η εισαγωγή πινάκων στις εξισώσεις του συστήματος που να δίνουν μεγαλύτερη ή μικρότερη βαρύτητα στις μετρήσεις ανάλογα με την ποιότητα τους.

Εάν  $m$  είναι οι μετρήσεις, ορίζεται ένας διαγώνιος πίνακας ( $m \times m$ ), που ονομάζεται πίνακας στατιστικών βαρών, του οποίου τα στοιχεία της διαγωνίου ορίζονται ως

$$W_{ii} = \frac{1}{\sigma_i}, \quad (3.19)$$

όπου  $\sigma_i$  είναι το σφάλμα της  $i$  μέτρησης. Η τιμή του σφάλματος δίνεται είτε από το όργανο μέτρησης κατά τη διάρκεια της έρευνας, είτε από τον χρήστη ανάλογα με τις εκτιμήσεις του για την ποιότητα των στοιχείων που συνέλεξε.

Η φυσική έννοια της χρήσης των πινάκων  $W$  είναι πως αν κάποια μέτρηση έχει μεγάλο σφάλμα, το αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα θα έχει πολύ μικρή τιμή. Ο πίνακας αυτός πολλαπλασιάζεται και με τα δύο μέλη της εξίσωσης (3.5), οπότε

$$Wf(m) = Wy, \quad (3.20)$$

και καταλήγουμε στην εξίσωση

$$dm_k = (A_k^T W^T W A_k)^{-1} A_k^T W dy_k. \quad (3.21)$$

Το τελικό αποτέλεσμα είναι η αντίστοιχη εξίσωση του συστήματος να λαμβάνεται λιγότερο υπόψη κατά τη διάρκεια της αντιστροφής, επηρεάζοντας έτσι το διάλυμα των λύσεων λιγότερο από τις υπόλοιπες εξισώσεις του συστήματος.

## 3.3.5 ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ SVD ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΣΤΑΘΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Ένας τρόπος επίλυσης συστημάτων που ο πίνακας  $A$  είναι ασταθής είναι με τη χρήση της μεθόδου SVD (Lanczos 1961, Golub και Reinsch 1970, Lawson και Hanson 1974). Ο πίνακας  $A$  διαστάσεων ( $m \times n$ ) αναλύεται σε τρεις πίνακες,

$$A = UV, \quad (3.22)$$

όπου, ο πίνακας  $U$  είναι διαστάσεων ( $m \times n$ ), ο  $\Lambda$  είναι διαγώνιος ( $n \times n$ ) και ο  $V$  είναι διαστάσεων ( $n \times n$ ). Ο αντίστροφος γενικευμένος Ιακωβιανός είναι  $A_g^{-1} = V \Lambda^{-1} U^T$ .

Ο πίνακας  $A$  είναι ο πίνακας των ιδιοτιμών του συστήματος. Από την ανάλυση του πίνακα  $A$ , μπορούμε να καταλάβουμε το πόσο ασταθές είναι το σύστημα. Τα στοιχεία του πίνακα είναι



$$\Lambda = \begin{vmatrix} \frac{1}{\lambda_1} & & & & 0 \\ & \frac{1}{\lambda_2} & & & 0 \\ 0 & & \frac{1}{\lambda_3} & \dots & \\ & & & & \frac{1}{\lambda_n} \end{vmatrix}, \quad (3.23)$$

όπου,  $\lambda_i$  είναι οι ιδιοτιμές του συστήματος. Όταν οι ιδιοτιμές  $\lambda_i$  είναι πολύ μικρές (κοντά στο μηδέν), το αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα  $\Lambda$  αποκτά πολύ μεγάλη τιμή και η συνεισφορά του στο διάνυσμα των λύσεων του συστήματος είναι μεγάλη.

Είναι δυνατό μέσω της ανάλυσης που επιτυγχάνεται με τη χρήση της SVD να εντοπιστούν οι πολύ μικρές ιδιοτιμές του συστήματος και να αποκοπούν. Εφαρμόζεται ένα κατώφλι κάτω από το οποίο τα στοιχεία του πίνακα  $\Lambda$  μηδενίζονται, και οι ιδιοτιμές αυτές δεν λαμβάνονται υπόψη κατά τη διαδικασία της αντιστροφής. Η τεχνική χρησιμοποιήθηκε ευρύτατα στις αρχές της δεκαετίας του 1980 για την επίλυση των ασταθών συστημάτων στο αντίστροφο γεωφυσικό πρόβλημα (Inman et al. 1973, Murai και Kagawa 1985).

Το πρόβλημα είναι πως η επιλογή της τιμής που θα έχει το κατώφλι είναι αυθαίρετη, και εξαρτάται από το χρήστη, παρόλο που υπάρχουν διάφορες τεχνικές για τον ορισμό της τιμής αυτής (Press et al 1992). Αν δεν γίνει σωστός ορισμός της τιμής που θα έχει το κατώφλι, είτε θα αποκοπούν ιδιοτιμές που περιέχουν χρήσιμες πληροφορίες για το σύστημα που επιλύεται, είτε θα παραμείνουν ιδιοτιμές που θα «παραμορφώσουν» τη λύση του συστήματος. Η δυσκολία να οριστεί το κατώφλι είναι και ο λόγος που η χρήση της SVD είναι περιορισμένη στην αντιστροφή γεωφυσικών προβλημάτων. Υπάρχουν άλλες μέθοδοι, που με πιο αποτελεσματικό τρόπο απομακρύνουν τις ιδιοτιμές αυτές, χωρίς τον κίνδυνο να χαθούν πληροφορίες του συστήματος, όπως θα δούμε παρακάτω.

### 3.4 ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ

Μια άλλη κατηγορία μεθόδων, ιδιαίτερα δημοφιλής και αποτελεσματική στην επίλυση του αντίστροφου γεωφυσικού προβλήματος, είναι η εισαγωγή περιορισμών στη λύση του συστήματος. Οι περιορισμοί μπορεί να προέρχονται από προϋπάρχουσες πληροφορίες για το πραγματικό μοντέλο, ή από εκτιμήσεις γύρω από

αυτό. Η κύρια φιλοσοφία αυτών των μεθόδων είναι ότι οι τιμές των διορθώσεων σε κάθε επανάληψη της αντιστροφής, δεν πρέπει να αφήνονται να κινούνται ανεξέλεγκτα. Περιορίζεται έτσι το βήμα των διορθώσεων σε περιοχή εμπιστοσύνης ώστε να αποφευχθούν λύσεις οι οποίες είναι μεν μαθηματικά σωστές, αλλά είναι φυσικά (γεωλογικά) απαράδεκτες.

#### 3.4.1 ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ

Μια από τις πιο δημοφιλείς μεθόδους για την επίλυση ασταθών αντίστροφων προβλημάτων είναι η τεχνική των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης, που προτάθηκε από τον Levenberg (1944). Η σταθεροποίηση της αντιστροφής επιτυγχάνεται με την πρόσθεση μιας σταθεράς στα διαγώνια στοιχεία του  $A^T A$ .

Αργότερα ο Marquardt (1963, 1970) χρησιμοποίησε αυτή την ιδέα για να αναπτύξει ένα πολύ χρήσιμο αλγόριθμο. Η μέθοδος ονομάστηκε Levenberg-Marquardt και είναι αυτή που χρησιμοποιείται κατά κόρον στη Γεωφυσική. Η μέθοδος έχει χρησιμοποιηθεί εκτεταμένα στη μονοδιάστατη αντιστροφή των δεδομένων της μεθόδου των TDEM (Sandberg 1988, TEMIX, User's Manual).

Η μέθοδος εκτός από τη συνθήκη για περιορισμό του σφάλματος  $q = dy^T dy = (y - f(m))^T (y - f(m))$ , εισάγει ένα ακόμα περιορισμό, την προϋπόθεση η λύση να βρίσκεται μέσα στο χώρο εμπιστοσύνης που εξαρχής ορίζεται από το χρήστη. Μαθηματικά ο περιορισμός αυτός ορίζεται ως

$$dm^T dm < ct, \quad (3.24)$$

όπου  $ct$  είναι μια θετική σταθερά που αντικατοπτρίζει το ποσοστό του θορύβου που έχουν τα δεδομένα.

Προκύπτει έτσι μια καινούργια συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση, η

$$\phi = q_1 + \lambda q_2 = dy^T dy + \lambda(m^T m - L_0^2). \quad (3.25)$$

Στην εξίσωση (3.25), η συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση είναι ο γραμμικός συνδυασμός του τετραγώνου των σφαλμάτων και του μεγέθους των λύσεων, και τίθεται ένα ανώτερο επιτρεπτό όριο στο μέγεθος των αλλαγών των παραμέτρων. Ο παράγοντας  $\lambda$  ονομάζεται πολλαπλασιαστής Lagrange ή παράγοντας απόσβεσης και μένει να καθοριστεί.

Ακολουθώντας παρόμοια στρατηγική όπως στην περίπτωση χωρίς περιορισμούς, καταλήγουμε στις κανονικές εξισώσεις, που για το γραμμικό πρόβλημα είναι,

$$(A^T A + \lambda I)m = A^T y. \quad (3.26)$$

Για το μη γραμμικό πρόβλημα, η διόρθωση του μοντέλου, για κάθε επανάληψη  $k$ , είναι

$$dm_k = [A_k^T A_k + \lambda_k I]^{-1} A_k^T dy_k, \quad (3.27)$$

και το νέο μοντέλο δίνεται από τη σχέση

$$m_{k+1} = m_k + dm_k. \quad (3.28)$$

Στην περίπτωση που χρησιμοποιηθούν πίνακες στατιστικών βαρών, η εξίσωση (3.27) μετατρέπεται στην

$$dm_k = [A_k^T W^T W A_k + \lambda_k I]^{-1} A_k^T W dy_k. \quad (3.29)$$

Αναλύοντας τον πίνακα  $A$  με τη χρήση της SVD και επιλύοντας το σύστημα,

$$m = (V \Lambda U^T U \Lambda V^T + \lambda I)^{-1} V \Lambda U^T y = V \text{diag}\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i^2 + \lambda}\right) U^T y. \quad (3.30)$$

Ο πίνακας  $\text{diag}\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i^2 + \lambda}\right)$  έχει τη μορφή

$$\begin{vmatrix} \frac{\lambda_1}{\lambda_1^2 + \lambda} & & & & 0 \\ & \frac{\lambda_2}{\lambda_2^2 + \lambda} & & & 0 \\ 0 & & \frac{\lambda_3}{\lambda_3^2 + \lambda} & \dots & \\ & & & & \frac{\lambda_n}{\lambda_n^2 + \lambda} \end{vmatrix}. \quad (3.31)$$

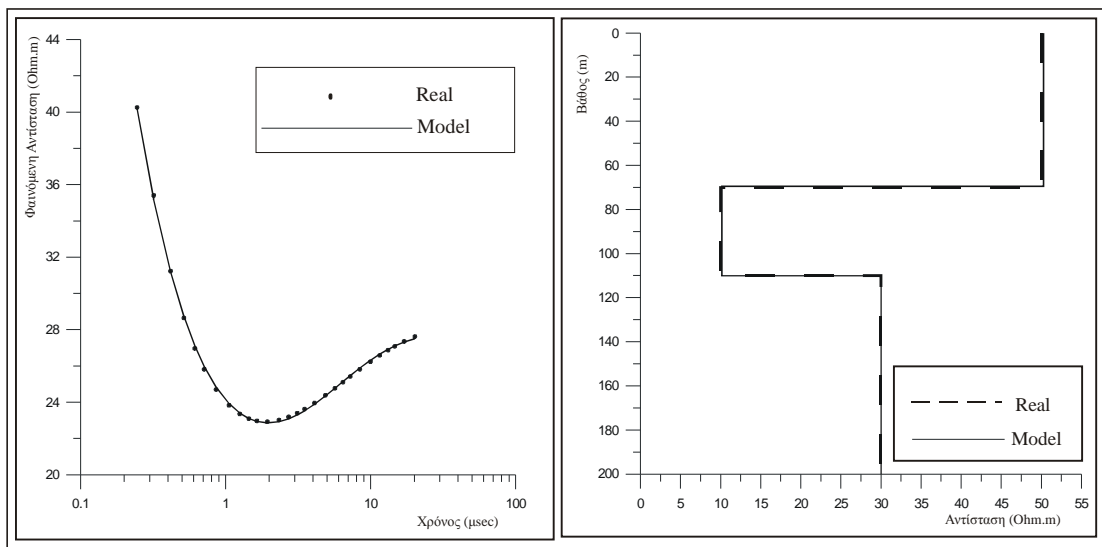
Αν η ιδιοτιμή  $\lambda_i$  είναι μεγάλη, τότε η πρόσθεση του  $\lambda$  στο κλάσμα δεν επιφέρει καμία αλλαγή. Αν όμως το  $\lambda_i$  είναι μικρό, η πρόσθεση του  $\lambda$  δίνει μια πολύ μικρή τιμή στο κλάσμα, και κάνει το στοιχείο του πίνακα  $A$  να έχει πολύ μικρή συνεισφορά στο διάνυσμα των λύσεων (Jupp και Vozoff 1975).

Σε σύγκριση με την εξίσωση (3.11) που προκύπτει από την χωρίς περιορισμούς λύση, γίνεται φανερό από την ανάλυση της SVD πως η εξίσωση (3.27) μπορεί να διαχειριστεί αποτελεσματικά την περίπτωση που υπάρχουν ιδιάζουσες τιμές του πίνακα  $A^T A$ . Ο Marquardt (1970) έδειξε πως η μέθοδος είναι ίδια με τη

μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων για  $\lambda \rightarrow 0$ , και με τη γενικευμένη αντιστροφή του Penrose<sup>(\*)</sup> (1955).

Για τον προσδιορισμό του παράγοντα απόσβεσης, ο Marquardt πρότεινε να δίνεται μια μεγάλη τιμή αρχικά στο  $\lambda$  κατά την πρώτη επανάληψη. Αν από τη σύγκριση των θεωρητικών και πραγματικών δεδομένων διαπιστωθεί σύγκλιση, τότε η τιμή του παράγοντα απόσβεσης στην επόμενη επανάληψη υποδεκαπλασιάζεται, και επαναλαμβάνεται η διαδικασία. Διαφορετικά, σε περίπτωση απόκλισης δηλαδή, η τιμή του  $\lambda$  δεκαπλασιάζεται.

Στο σχήμα (3.3) δίνεται ένα τυπικό παράδειγμα αντιστροφής δεδομένων TDEM σε μια διάσταση, με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης για ένα μοντέλο τριών στρωμάτων<sup>(†)</sup>.



Σχήμα 3.3 Αποτελέσματα αντιστροφής με τη μέθοδο Marquardt για συνθετικό μοντέλο τριών στρωμάτων.

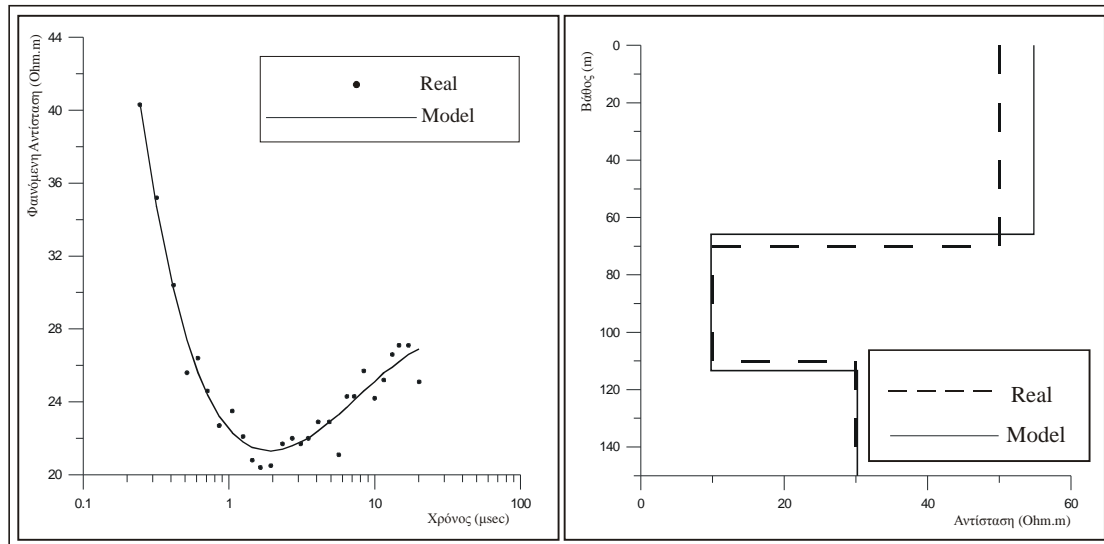
Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης, ειδικά με τη χρησιμοποίηση των πινάκων στατιστικών βαρών, αποκρίνεται ικανοποιητικά σε

(\*) (Η γενικευμένη αντιστροφή που πρότεινε ο Penrose (1955) ονομάζεται και μέθοδος της απότομης μεταβολής, όπου το αρχικό μοντέλο διορθώνεται κατά τη διεύθυνση της αρνητικής παραγώγου της

συνάρτησης σφάλματος, δηλαδή  $m = -k \left\{ \frac{\partial q}{\partial m} \right\}$ , όπου  $k$  είναι μια θετική σταθερά.

(†) Στα παραδείγματα που ακολουθούν σε όλο το κεφάλαιο, χρησιμοποιήθηκε ο κώδικας του Sandberg (1988), τροποποιημένος από τους Karmis et al (προσωπική επικοινωνία) για το μοντέλο της SIROTEM MKII. Σε όλα τα παραδείγματα θεωρήθηκαν δεδομένα πρώιμων χρόνων, τετραγωνικός βρόχος πλευράς μήκους 100 μέτρων, και ο χρόνος  $t_r$  που διαρκεί η γραμμική εξασθένιση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου ορίστηκε σε 50 msec.

περιπτώσεις όπου στα δεδομένα ο θόρυβος είναι κανονικά κατανομημένος. Στο σχήμα (3.4) δείχνεται ένα τέτοιο παράδειγμα, όπου σε συνθετικά δεδομένα έχει εισαχθεί θόρυβος τυχαίας κανονικής κατανομής ποσοστού 7%.



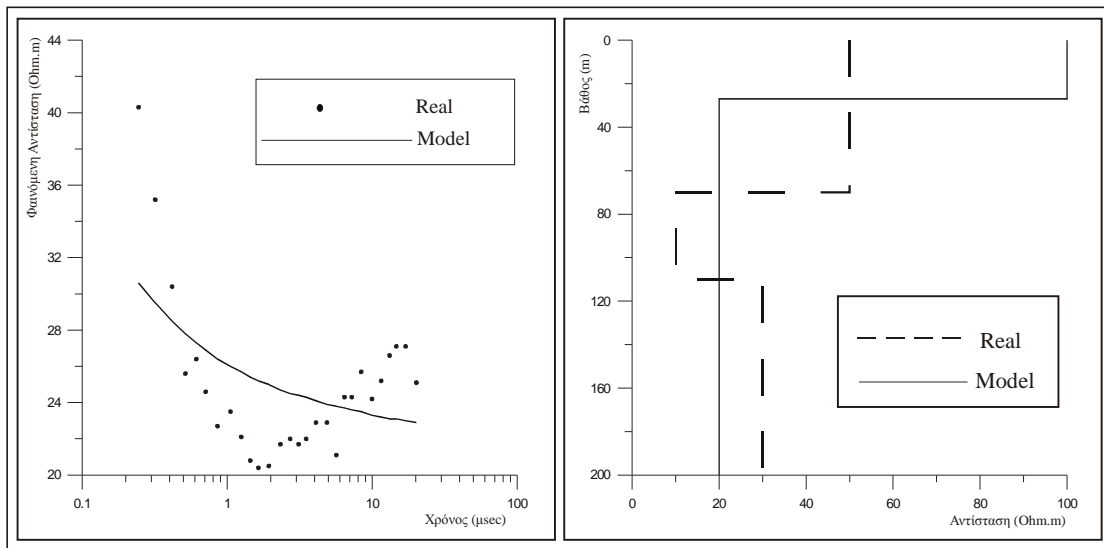
Σχήμα 3.4 Αντιστροφή συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με εισαγωγή θορύβου 7% στα δεδομένα και χρήση πινάκων στατιστικών βαρών.

Παρατηρούμε πως σε αυτή την περίπτωση η μέθοδος απέδωσε επίσης ικανοποιητικά, καταφέροντας να παράγει ένα μοντέλο πολύ κοντά στο πραγματικό.

Στη βιβλιογραφία αναφέρεται ως μειονέκτημα της μεθόδου, η ισχυρή εξάρτηση από την επιλογή του αρχικού μοντέλου  $m_0$  (Meju 1994, Draper και Smith 1981), με αποτέλεσμα πολλές φορές οι λύσεις που δίνονται να είναι μαθηματικά μεν ορθές, αλλά φυσικά (γεωλογικά) μη αποδεκτές (Smith και Shanno 1971), ειδικά στην περίπτωση που τα δεδομένα περιέχουν σφάλματα. Επίσης, στο μονοδιάστατο πρόβλημα των TDEM, ιδιαίτερα σημαντική είναι η επιλογή του αριθμού των στρωμάτων του μοντέλου.

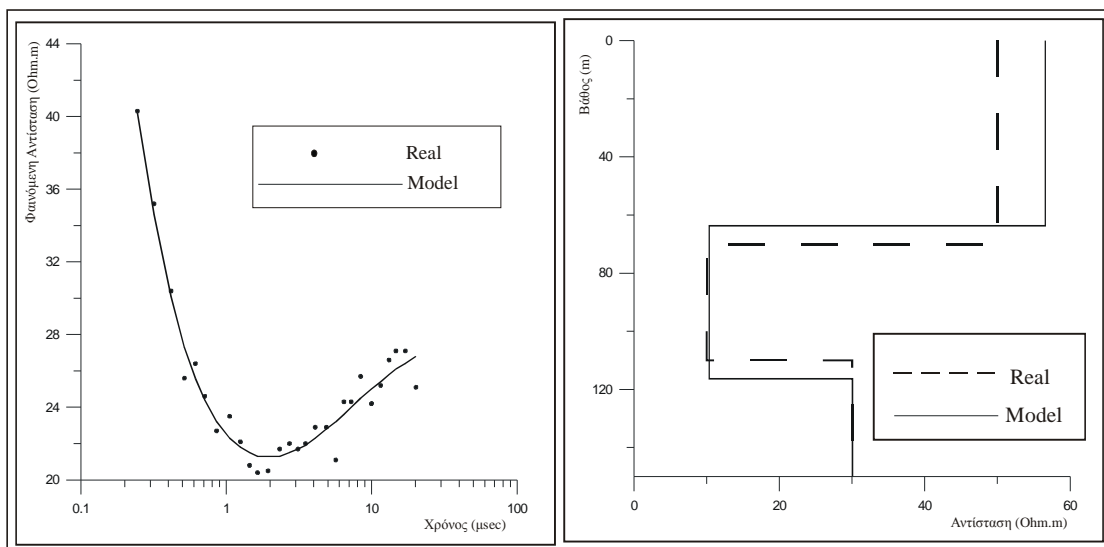
Στο σχήμα (3.5) παρουσιάζεται ένα τέτοιο παράδειγμα. Στο ίδιο μοντέλο με το σχήμα (3.3) έγινε εισαγωγή στα δεδομένα συνθετικού θορύβου κανονικής κατανομής σε ποσοστό 7%. Μόνο που η αρχική εκτίμηση είναι λάθος, καθώς τέθηκε σαν αρχικό μοντέλο ένα μοντέλο 2 στρωμάτων. Παρόλο που για το πρώτο στρώμα το πάχος και η αντίσταση τέθηκαν ίδιες με το πραγματικό, και για το δεύτερο η αντίσταση ίδια με

την αντίσταση του ημιχώρου, η μέθοδος απέτυχε να παράγει μοντέλο κοντινό στην πραγματικότητα.



Σχήμα 3.5 Αντιστροφή συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με λάθος αρχική εκτίμηση στον αριθμό των στρωμάτων.

Ένα δεύτερο πρόβλημα, όσο αφορά την αρχική εκτίμηση του μοντέλου, είναι πως μπορεί να γίνει σωστή επιλογή του αριθμού των στρωμάτων, αλλά η αρχική εκτίμηση των παραμέτρων να απέχει από το πραγματικό μοντέλο. Στο σχήμα (3.6),



Σχήμα 3.6 Αποτελέσματα αντιστροφής συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων, με εισαγωγή στα δεδομένα θορύβου κανονικής κατανομής ποσοστού 7%, και λάθος αρχική εκτίμηση στην τιμή των αντιστάσεων και των παχών.

και για το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε προηγουμένως, οι τιμές των αντιστάσεων και των παχών τέθηκαν διπλάσιες από το πραγματικό μοντέλο. Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης κατάφερε εν μέρει να αποκαταστήσει το πραγματικό μοντέλο.

### 3.4.2 ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΞΟΜΑΛΥΣΜΕΝΗΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ

Ένας άλλος τρόπος επίλυσης ασταθών προβλημάτων αντιστροφής είναι να εισαχθεί ένας περιορισμός εξομάλυνσης. Η χρήση τέτοιου περιορισμού για την σταθεροποίηση των προβλημάτων αντιστροφής ανήκει σε μια γενικότερη κατηγορία μεθόδων «κανονικοποίησης» που πρώτος εισήγαγε ο Tikhonov (Tikhonov 1963, Tikhonov και Glasko 1965).

Ένας αλγόριθμος αντιστροφής αυτού του τύπου, που είναι πολύ δημοφιλής στη γεωφυσική, είναι η μέθοδος Occam (Constable et al. 1987). Η βασική ιδέα πίσω από τη μέθοδο έγκειται στην προσπάθεια εξεύρεσης της πιο απλής λύσης ελλείψει πληροφοριών για το μοντέλο που αναζητείται. Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται συντηρητικά, με την έννοια πως δεν ψάχνουμε την ακριβή αναπαράσταση της πραγματικότητας, αλλά ένα μοντέλο, ανάμεσα στα πολλά που ικανοποιούν μαθηματικά τα δεδομένα, που θα είναι το απλούστερο δυνατό.

Η αρχική υπόθεση που γίνεται είναι ότι οι άγνωστες παράμετροι του μοντέλου είναι ένας αριθμός στρωμάτων, π.χ. ίσος με τον αριθμό των μετρήσεων, γνωστού πάχους και άγνωστης αντίστασης (DeGroot-Hedlin και Constable, 1990). Έτσι, οι άγνωστοι είναι μόνο οι αντιστάσεις των στρωμάτων. Ο Constable έθεσε τα πάχη των στρωμάτων ίσα, λαμβάνοντας όμως υπόψη το γεγονός ότι η ευαισθησία της μεθόδου μειώνεται με το βάθος, θα μπορούσαν τα πάχη των στρωμάτων να αυξάνονται με το βάθος.

Ο αρχικός περιορισμός που εισάγεται είναι το μέτρο της διαφοράς μεταξύ των πραγματικών και θεωρητικών μετρήσεων να είναι μικρότερο από το επίπεδο του θορύβου των δεδομένων, δηλαδή,

$$\|f(m) - d\| \leq \varepsilon. \quad (3.32)$$

Το σφάλμα του συστήματος, η συνάρτηση δηλαδή προς ελαχιστοποίηση, είναι η

$$q = (Wd - WAm)^T (Wd - WAm). \quad (3.33)$$

Επιπλέον, εισάγεται στο σύστημα ένας πίνακας τραχύτητας  $\mathbf{R}$ , ο οποίος δείχνει τον τύπο της εξομάλυνσης. Ο πίνακας  $\mathbf{R}$  μπορεί να γραφεί με τη μορφή

$$R = \|Cm\|^2, \quad (3.34)$$

και υποδηλώνει την εξάρτηση των παραμέτρων μεταξύ τους, δηλαδή των αντιστάσεων των στρωμάτων γνωστού πάχους. Η  $i$  γραμμή του πίνακα δίνει πληροφορίες για την  $i$  παράμετρο-αντίσταση του συστήματος, και την εξομάλυνση που υφίσταται σε σχέση με τις γειτονικές παραμέτρους. Αν το πραγματικό μοντέλο αποτελείται από  $n$  στρώματα, με πάχη  $(n-1)$ , προσπαθούμε να βρούμε ένα θεωρητικό μοντέλο με  $N$  στρώματα (όσες και οι μετρήσεις), και ο πίνακας  $\mathbf{C}$  είναι  $(NxN)$  τάξεως, της μορφής

$\rho_1$	$h_1$
$\rho_2$	$h_2$
$\rho_3$	$h_3$
$\vdots$	
$\rho_n$	

$C =$

1		0	
	1	-1	
0	1	-1	....
		....	1
			-1
0	....		1

$(3.35)$

Μαθηματικά, το πρόβλημα τίθεται ως εξής: ελαχιστοποίηση του σφάλματος  $q$  υπό τη συνθήκη η τραχύτητα  $\mathbf{R}$  του μοντέλου να είναι ελάχιστη.

Από την ελαχιστοποίηση με τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange προκύπτει η εξίσωση

$$((AW)^T AW + \lambda R)m = (WA)^T Wy. \quad (3.36)$$

Επομένως, η λύση του συστήματος για το μη γραμμικό πρόβλημα είναι

$$dm_k = ((A_k W)^T A_k W + \lambda_k C^T C)^{-1} (WA_k)^T W dy_k, \quad (3.37)$$

και το νέο μοντέλο

$$m_{k+1} = m_k + dm_k. \quad (3.38)$$

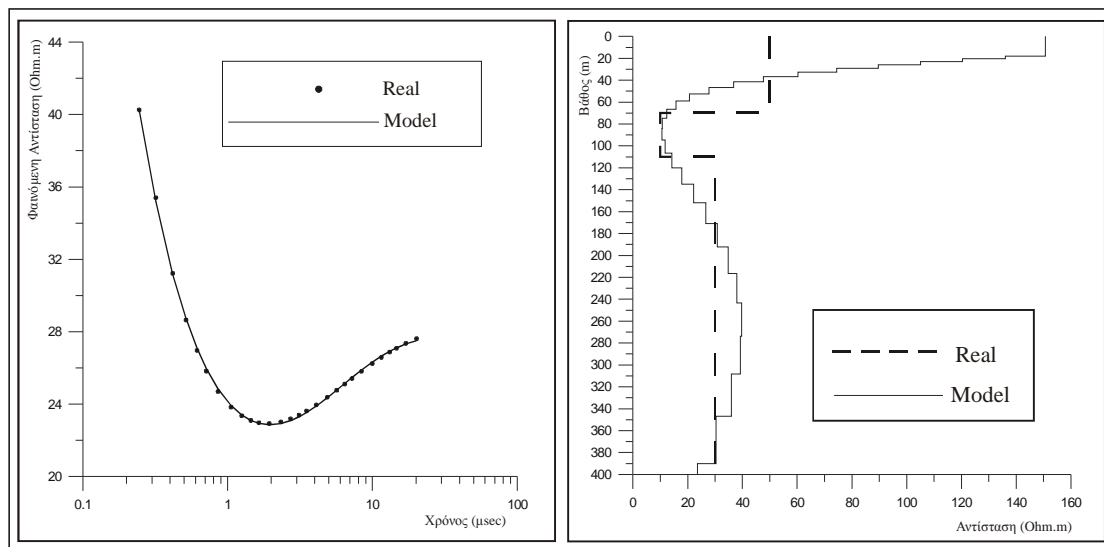
Όσο πιο μεγάλη είναι η τιμή του  $\lambda$ , τόσο πιο εξομαλυσμένες είναι οι λύσεις, άρα μικρό εύρος διορθώσεων. Αντίστροφα, μικρή τιμή του  $\lambda$  συνεπάγεται μεγάλο εύρος διορθώσεων.



Η διαφορά της εξίσωσης (3.37) από την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης (εξ.3.27), είναι η προσθήκη του πίνακα  $\mathbf{R}$ , που δίνει στο μοντέλο την εξομαλυσμένη μορφή, επιτρέπει δηλαδή στο μοντέλο να αποκλίνει από την απλούστερη μορφή τόσο, όσο χρειάζεται για να πλησιάσουν οι θεωρητικές μετρήσεις τις πραγματικές.

Ο Constable προτείνει μια διαδικασία καθορισμού της τιμής του  $\lambda$  με μεθόδους βελτιστοποίησης. Αρχικά ορίζεται ένα πολύ μεγάλο διάστημα μέσα στο οποίο αναμένεται να βρίσκεται η τιμή του  $\lambda$  (από  $10^{-3}$  έως  $10^6$ ). Ερευνώντας σε όλο το διάστημα ορίζεται ένα μικρότερο διάστημα, μέσα στο οποίο βρίσκεται ένα τοπικό ελάχιστο. Αν η τιμή της συνάρτησης  $q$ , για αυτή την τιμή του  $\lambda$ , είναι μικρότερη από το κατώφλι θορύβου που έχει οριστεί, τότε ο αλγόριθμος αναζητά την τιμή εκείνη του  $\lambda$  για την οποία η τιμή της συνάρτησης  $q$  γίνεται ίση με το επίπεδο του θορύβου. Η τιμή αυτή του  $\lambda$  θεωρείται πως είναι η βέλτιστη για τη συγκεκριμένη επανάληψη.

Στο σχήμα (3.7) φαίνονται τα αποτελέσματα για το ίδιο μοντέλο και δεδομένα που χρησιμοποιήθηκε και στο σχήμα (3.3), με τη χρήση της μεθόδου Occam.

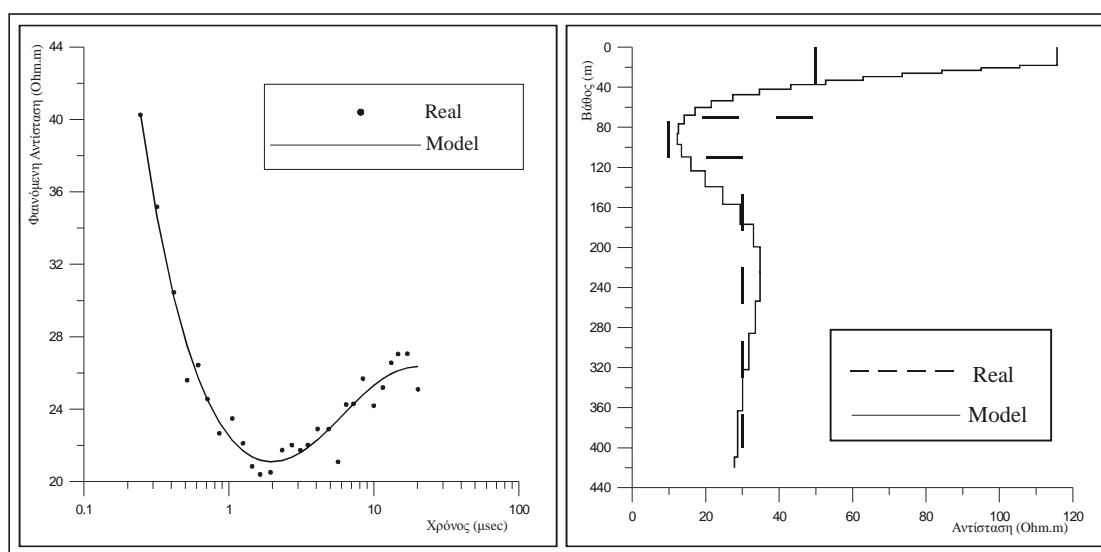


Σχήμα 3.7 Αποτελέσματα αντιστροφής με τη μέθοδο Occam για συνθετικό μοντέλο τριών στρωμάτων.

Το μειονέκτημα της συντηρητικής λύσης της μεθόδου, αντισταθμίζεται από το μεγάλο πλεονέκτημα ότι η μέθοδος είναι σταθερή και κυρίως απαλλαγμένη από την ανάγκη επιλογής αρχικού μοντέλου. Στο παράδειγμα του σχήματος (3.7), η μόνη αρχική εκτίμηση δόθηκε στον αλγόριθμο είναι η μέση αντίσταση του υπεδάφους (50 Ohm-m). Επίσης σε δεύτερη επεξεργασία δόθηκε μέση αντίσταση ίση με 100 Ohm-

m. Και στις δύο περιπτώσεις η μέθοδος κατέληξε στα ίδια αποτελέσματα, με τη μόνη διαφορά πως στη δεύτερη περίπτωση απαιτήθηκαν περισσότερες επαναλήψεις.

Ακόμα και στην περίπτωση που τα δεδομένα έχουν τυχαίο θόρυβο, όπως στο παράδειγμα του σχήματος (3.8), η μέθοδος της εξομαλυσμένης αντιστροφής καταφέρνει να δώσει μια συντηρητική εικόνα του πραγματικού μοντέλου. Όταν δεν υπάρχουν πληροφορίες για το πραγματικό μοντέλο, η μέθοδος της εξομαλυσμένης αντιστροφής μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δημιουργηθεί ένα σχετικά αξιόπιστο μοντέλο στρωμάτων το οποίο θα αποτελέσει το αρχικό μοντέλο για κάποια άλλη μέθοδο αντιστροφής.



Σχήμα 3.8 Αποτελέσματα αντιστροφής με τη μέθοδο Occam για συνθετικό μοντέλο τριών στρωμάτων με εισαγωγή θορύβου κανονικής κατανομής ποσοστού 7% στα δεδομένα.

Το κυριότερο μειονέκτημα της μεθόδου είναι πως η αντιστροφή των δεδομένων γίνεται μόνο για τις παραμέτρους των αντιστάσεων. Τα πάχη θεωρείται πως είναι γνωστά εξ αρχής για το κάθε στρώμα, και το τελικό αποτέλεσμα είναι να υπάρχει μια γενική εικόνα των αντιστάσεων των στρωμάτων του υπεδάφους αλλά τα όρια των στρωμάτων να παραμένουν ασαφή.

### 3.4.3 ΥΒΡΙΔΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΠΟΣΒΕΝΟΜΕΝΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ

Μια μέθοδος που προσπαθεί να συγκεράσει τα πλεονεκτήματα των δύο παραπάνω μεθόδων (Marquardt-Occam) είναι η υβριδική μέθοδος των

αποσβενομένων τετραγώνων (Meju, 1994). Εφαρμογή της μεθόδου στο μονοδιάστατο πρόβλημα με τη μέθοδο των TDEM έγινε από τους Karmis et al. (προσωπική επικοινωνία).

Η φιλοσοφία της μεθόδου είναι να εισάγει ως παραμέτρους στρώματα με άγνωστες αντιστάσεις και πάχη, όπως και με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης. Παράλληλα όμως, εισάγονται και περιορισμοί εξομάλυνσης, οι οποίοι μπαίνουν τροποποιημένοι σε σχέση με τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής, και το κριτήριο της ελάχιστης τραχύτητας εφαρμόζεται μόνο για τις αντιστάσεις των στρωμάτων, καθώς δεν υπάρχει φυσικό νόημα να εφαρμοστεί στα πάχη των στρωμάτων.

Αναπτύσσοντας τις εξισώσεις της αντιστροφής όμοια με τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής, καταλήγουμε στη συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση

$$q = (Wd - WAm)^T (Wd - WAm). \quad (3.39)$$

Η διόρθωση του μοντέλου προκύπτει από το ίδιο σύστημα εξισώσεων με τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής,

$$dm_k = ((A_k W)^T A_k W + \lambda_k C^T C)^{-1} (WA_k)^T W d y_k. \quad (3.40)$$

και το νέο μοντέλο

$$m_{k+1} = m_k + dm_k. \quad (3.41)$$

Η διαφορά με την μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής βρίσκεται στον τρόπο υπολογισμού των στοιχείων του πίνακα τραχύτητας  $\mathbf{R}$ . Σε πολλές πρακτικές εφαρμογές όπου υπάρχει βαθμωτή αλλαγή των παραμέτρων, το ενδιαφέρον εστιάζεται στην απόκτηση ενός εξομαλυσμένου μοντέλου, κάτι που υπαγορεύεται από την φυσική αντιμετώπιση του προβλήματος. Παράδειγμα αποτελεί η στρωμάτωση του υπεδάφους, όπου δεν αναμένεται να υπάρχουν απότομες ασυνέχειες στις ηλεκτρικές ιδιότητες των στρωμάτων, άρα αναζητείται ένα εξομαλυσμένο μοντέλο (Constable et al. 1987, Meju και Hutton 1992). Τα πάχη όμως των στρωμάτων δεν απαιτείται να είναι εξομαλυσμένα, καθώς δεν υπάρχει κάποια φυσική αιτία που να τα αναγκάζει να αποκτούν τιμές που να είναι εξαρτημένες μεταξύ τους.

Σε αυτή την περίπτωση ο πίνακας  $\mathbf{C}$  (εξ.3.35), ο οποίος εάν έχουμε  $n$  στρώματα με  $(n-1)$  πάχη, θα είναι τάξεως  $[(2n-1) \times (2n-1)]$ , θα έχει τη μορφή

The diagram shows a vertical stack of layers. The top layer has resistivity  $\rho_1$  and thickness  $h_1$ . The second layer has resistivity  $\rho_2$  and thickness  $h_2$ . The third layer has resistivity  $\rho_3$  and thickness  $h_3$ . Below these, there are vertical dots and then  $\rho_n$ . To the right of the diagram, the matrix  $C$  is defined as:

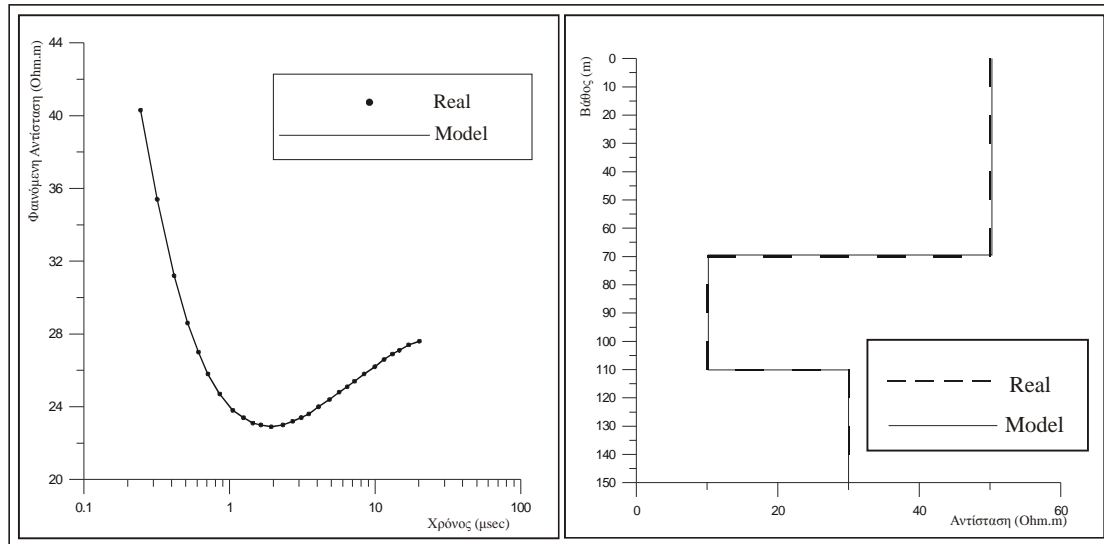
$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & & \\ -1 & 1 & & & 0 \\ & -1 & 1 & & \\ 0 & & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ & 0 & & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

Οι πρώτες  $n$  γραμμές του πίνακα  $C$  που αντιστοιχούν στις ηλεκτρικές αντιστάσεις των στρωμάτων έχουν στοιχεία που εξομαλύνουν τις τιμές αυτών των παραμέτρων, ενώ οι υπόλοιπες  $(n-1)$  γραμμές του πίνακα που αντιστοιχούν στα πάχη των στρωμάτων δεν επηρεάζουν το διάνυσμα των λύσεων προς καμία κατεύθυνση.

Οι Karmis et al. (προσωπική επικοινωνία), πρότειναν τον υπολογισμό του παράγοντα απόσβεσης με έρευνα βελτιστοποίησης. Ορίζοντας ένα εύρος τιμών εμπειρικά, θεωρώντας ότι καλύπτει όλο το φάσμα τιμών που μπορεί να πάρει το  $\lambda$ , ο αλγόριθμος διεξάγει έρευνα μέχρι να βρεθεί το ολικό ή τοπικό ελάχιστο της συνάρτησης προς ελαχιστοποίηση. Το διάστημα που ορίζεται αρχικά, διαιρείται σε μικρότερα διαστήματα, μέχρι να βρεθεί ένα πολύ μικρό διάστημα που μέσα του να βρίσκεται η τιμή που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση  $q$ . Επιλύεται έτσι το ευθύ και το αντίστροφο πρόβλημα πολλές φορές, αλλά σε κάθε επανάληψη απαιτείται μόνο ο αρχικός υπολογισμός του Ιακωβιανού πίνακα. Έτσι, ο τρόπος προσδιορισμού του παράγοντα  $\lambda$  είναι πιο γρήγορος από τον τρόπο που πρότεινε ο Constable.

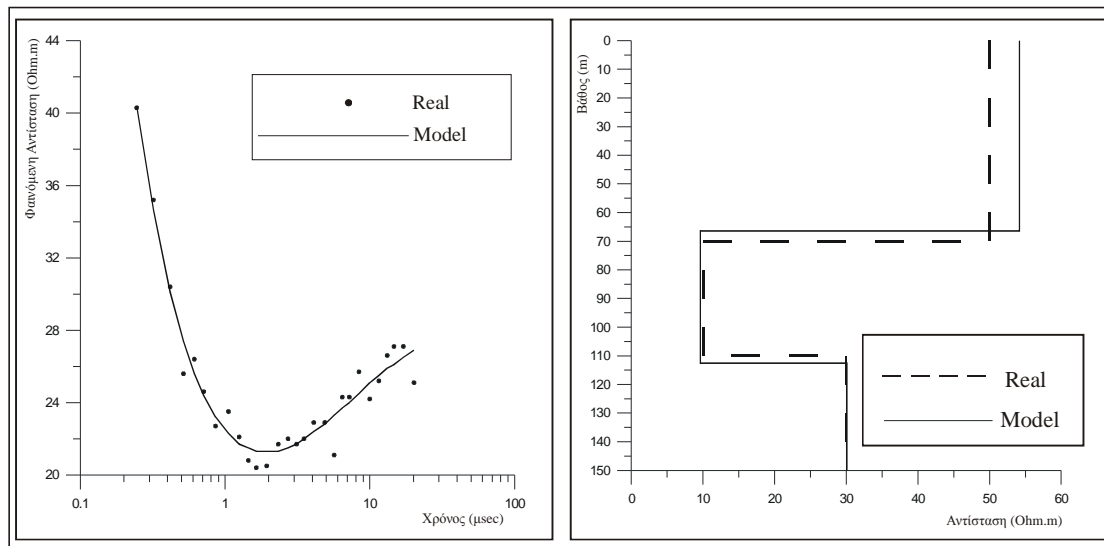
Το πλεονέκτημα της υβριδικής μεθόδου έναντι της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης είναι πως η σταθεροποίηση της αντιστροφής επιτυγχάνεται με περιορισμούς που βασίζονται στη φυσική του προβλήματος, μέσω των πινάκων εξομάλυνσης, και όχι στην επιλογή μιας αυθαίρετης τιμής περιορισμού.

Σε σχέση με τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής, τα πάχη των στρωμάτων αφήνονται να μεταβάλλονται ανεξάρτητα μεταξύ τους, δίνοντας σαφή όρια στα πάχη τους. Στο σχήμα (3.9) φαίνεται ένα τυπικό παράδειγμα αντιστροφής μοντέλου τριών στρωμάτων με τη μέθοδο της υβριδικής αντιστροφής.



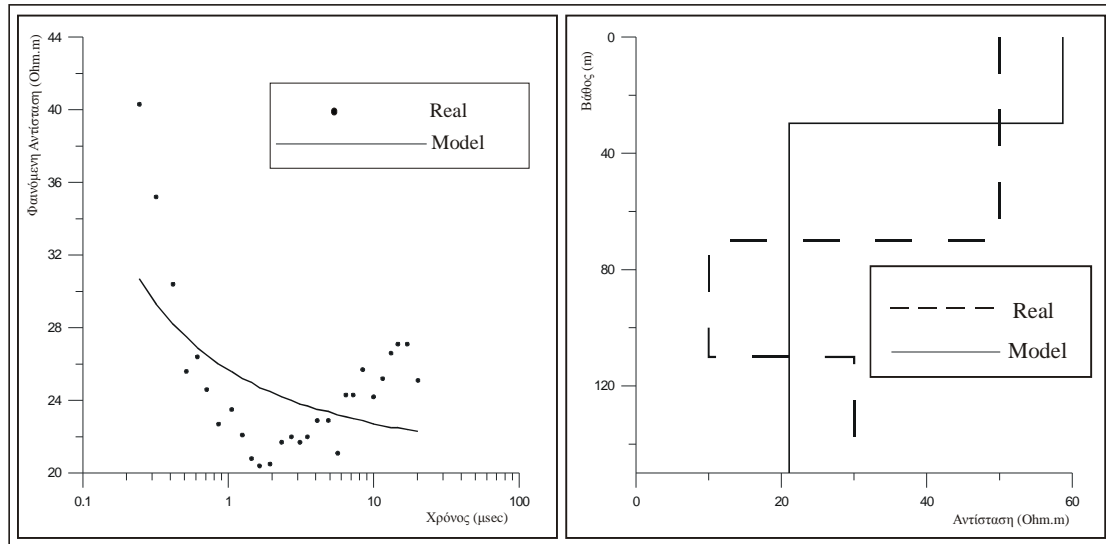
Σχήμα 3.9 Παράδειγμα αντιστροφής συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με τη μέθοδο της υβριδικής αντιστροφής.

Στο σχήμα (3.10) φαίνεται η απόκριση της μεθόδου σε δεδομένα στα οποία έχει εισαχθεί θόρυβος κανονικής κατανομής ποσοστού 7%. Παρατηρούμε πως η μέθοδος παράγει αποτελέσματα που βρίσκονται πολύ κοντά στο πραγματικό μοντέλο.



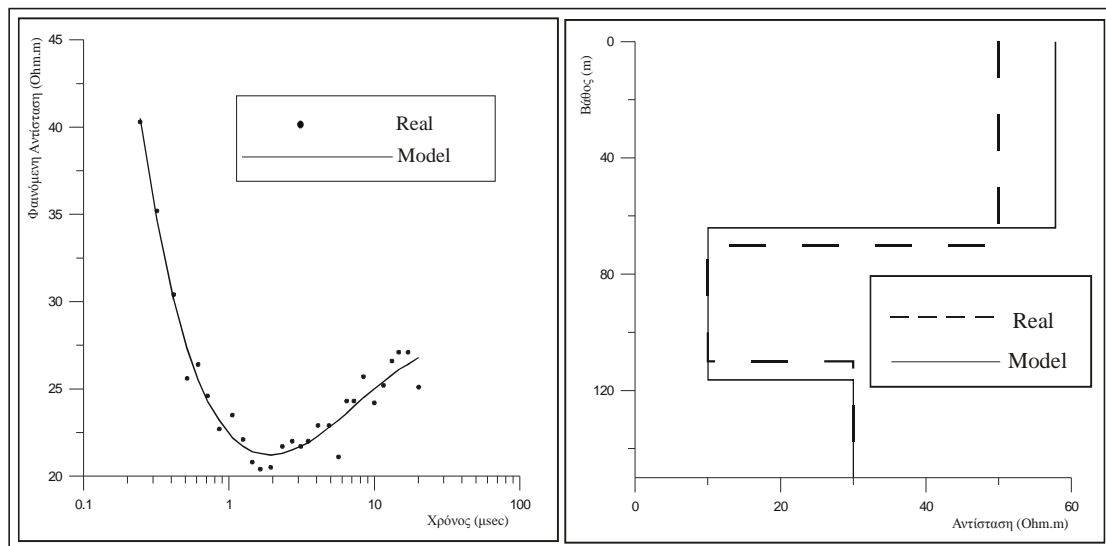
Σχήμα 3.10 Αποτελέσματα αντιστροφής συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με εισαγωγή στα δεδομένα θορύβου κανονικής κατανομής ποσοστού 7% με τη μέθοδο της υβριδικής αντιστροφής.

Παρόλα αυτά, η χρήση στρωμάτων με διακριτό πάχος συνεπάγεται ότι ο χρήστης πρέπει να καθορίσει το «σωστό» αριθμό των στρωμάτων. Το διάγραμμα των



Σχήμα 3.11 Αντιστροφή συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με εισαγωγή θορύβου κανονικής κατανομής 7% στα δεδομένα, και λάθος αρχική εκτίμηση στον αριθμό των στρωμάτων.

λύσεων αναγκάζεται να κινηθεί προς συγκεκριμένη κατεύθυνση και αν η αρχική εκτίμηση είναι εκτός πραγματικότητας, τότε το θεωρητικό μοντέλο δεν μπορεί να αναπαραστήσει το πραγματικό μοντέλο του υπεδάφους.



Σχήμα 3.12 Αποτελέσματα αντιστροφής για μοντέλο τριών στρωμάτων, με εισαγωγή θορύβου στα δεδομένα κανονικής κατανομής 7%, και λάθος αρχική εκτίμηση στις παραμέτρους του μοντέλου.

Στο σχήμα (3.11) παρουσιάζεται παράδειγμα κακής επιλογής αριθμού στρωμάτων αρχικού μοντέλου, ενώ στο σχήμα (3.12) παράδειγμα κακής επιλογής αρχικής εκτίμησης, παρά το γεγονός πως ο αριθμός των στρωμάτων είναι ο σωστός.

### 3.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο υποκεφάλαιο αυτό, παρουσιάζεται μια σύγκριση μεταξύ των κυριοτέρων μεθόδων αντιστροφής σε μια διάσταση για τη μέθοδο των TDEM που μελετήθηκαν παραπάνω, δηλαδή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης, της μεθόδου της εξομαλυσμένης αντιστροφής και της υβριδικής αντιστροφής.

#### ΑΣΤΑΘΕΙΑ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ-ΠΡΟΕΛΕΥΣΗ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΩΝ

Η επίλυση του συστήματος των εξισώσεων στη διαδικασία της αντιστροφής δεδομένων TDEM είναι εγγενώς ασταθής. Η αστάθεια αυτή έχει φυσική προέλευση, καθώς η μέθοδος των TDEM χάνει την ευαισθησία της σε μεγάλα βάθη. Η φυσική αυτή αδυναμία εκφράζεται μαθηματικά στην αδυναμία σταθερής αντιστροφής του γενικευμένου Ιακωβιανού.

Το πρόβλημα λύνεται εν μέρει με την εισαγωγή περιορισμών στη μεταβολή του διανύσματος των λύσεων. Στην περίπτωση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης, ο περιορισμός είναι καθαρά μαθηματικός. Για να λυθεί το πρόβλημα της αστάθειας του συστήματος, προστίθεται μια θετική ποσότητα  $\lambda$  στα στοιχεία της διαγωνίου του γενικευμένου Ιακωβιανού. Έτσι το τελικό μοντέλο είναι μεν μαθηματικά ορθό, μερικές φορές όμως μπορεί να στερείται φυσικής λογικής.

Στη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής, ο περιορισμός τίθεται από φυσική σκοπιά. Η στρωμάτωση του υπεδάφους δεν αναμένεται να έχει απότομες μεταβολές όσο αφορά τις αντιστάσεις, και έτσι το τελικό μοντέλο αποκλίνει από τον ομογενή ημιχώρο τόσο, όσο ώστε οι θεωρητικές μετρήσεις να συγκλίνουν με τα πειραματικά δεδομένα.

Ο περιορισμός που τίθεται στην υβριδική αντιστροφή είναι διαφορετικός από τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής. Περιορίζεται το εύρος διόρθωσης του μοντέλου όσο αφορά τις αντιστάσεις των στρωμάτων, όμως τα πάχη αφήνονται να μεταβάλλονται ανεξέλεγκτα. Ο περιορισμός αυτός έχει φυσική έννοια, καθώς επιδιώκουμε να πάρουμε ένα τελικό μοντέλο με διακριτά στρώματα, όμως υπάρχει

εξάρτηση μεταξύ των αντιστάσεων, υπό την έννοια πως δεν αναμένονται τρομερά απότομες αλλαγές των αντιστάσεων μεταξύ διαδοχικών στρωμάτων.

#### ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΤΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ-ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Η ύπαρξη σφαλμάτων στα δεδομένα θα πρέπει να θεωρείται εκ των προτέρων δεδομένη. Στην περίπτωση που τα σφάλματα είναι τυχαία και έχουν κανονική κατανομή, αποδείχτηκε πειραματικά πως όλες οι μέθοδοι αποκρίνονται ικανοποιητικά. Με τη χρήση των πινάκων στατιστικών βαρών, οι μέθοδοι απομονώνουν τις μετρήσεις εκείνες που έχουν πολύ μεγάλα σφάλματα, δίνοντας τους πολύ μικρό βάρος κατά τη διαδικασία της αντιστροφής.

#### ΕΠΙΛΟΓΗ ΑΡΧΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Στην περίπτωση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης και της υβριδικής αντιστροφής, η επιλογή του αρχικού μοντέλου είναι σημαντική. Ο χρήστης απαιτείται να εισάγει όχι μόνο το σωστό αριθμό στρωμάτων, αλλά και να επιλέξει τις τιμές των παραμέτρων του αρχικού μοντέλου έτσι ώστε να είναι αρκετά κοντά στις πραγματικές. Στην περίπτωση που υπάρχει πρότερη γνώση της δομής του υπεδάφους αυτό είναι σχετικά εύκολο, αλλά πολλές φορές ο χρήστης πρέπει να δοκιμάζει πολλά μοντέλα με διαφορετικό αριθμό στρωμάτων έως ότου να καταλήξει σε αυτό που έχει τη μεγαλύτερη σύγκλιση με τις πειραματικές μετρήσεις.

Αν δεν υπάρχει καμία πληροφορία για το μοντέλο του υπεδάφους, τότε η μέθοδος της εξομαλυσμένης αντιστροφής είναι αυτή που μπορεί να παρέχει τα πιο αξιόπιστα αποτελέσματα, καθώς δεν απαιτείται προσδιορισμός του αριθμού των στρωμάτων. Ο χρήστης εισάγει μόνο τη μέση αντίσταση του υπεδάφους και το σταθερό πάχος των στρωμάτων, και ο αλγόριθμος προσπαθεί να μεταβάλλει τις αντιστάσεις των στρωμάτων ώστε να υπάρξει σύγκλιση μεταξύ των θεωρητικών και πειραματικών μετρήσεων.

#### ΣΑΦΗΝΕΙΑ ΣΤΟΝ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟ ΤΩΝ ΣΤΡΩΜΑΤΩΝ

Είθισται στη Γεωφυσική να αναπαριστούμε τα μοντέλα του υπεδάφους χρησιμοποιώντας διακριτές ασυνέχειες μεταξύ των στρωμάτων, ιδιαίτερα όσο αφορά τις αντιστάσεις τους. Π.χ. μοντέλο δύο στρωμάτων με ανώτερο στρώμα πάχους 100 μέτρων και αντίσταση 10 Ohm-m, υπερκείμενο ημιχώρου 100 Ohm-m.



Η μέθοδος της εξομαλυσμένης αντιστροφής, εξαιτίας ακριβώς του περιορισμού που εισάγεται μέσω του πίνακα τραχύτητας  $R$ , επιτρέπει στις αντιστάσεις μεταξύ διαδοχικών στρωμάτων να μεταβάλλονται βαθμιαία μεταξύ τους. Επιπλέον, ο αριθμός των στρωμάτων ορίζεται ίσος με τον αριθμό των μετρήσεων. Το τελικό μοντέλο αποτελείται έτσι από πολλά μικρά στρώματα, και δεν ορίζονται σαφή πάχη μεταξύ στρωμάτων με απότομες μεταβολές στην αντίσταση, αλλά υπάρχει μια ομαλή μεταβολή μεταξύ ακραίων τιμών.

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης δεν εισάγει κανενός είδους περιορισμό, και τα πάχη των στρωμάτων ορίζονται σαφώς, καθώς αφήνονται να κινούνται ανεξέλεγκτα μεταξύ τους.

Στην υβριδική αντιστροφή, ο περιορισμός που τίθεται είναι οι αντιστάσεις μεταξύ διαδοχικών στρωμάτων να μην κινούνται ανεξέλεγκτα μεταξύ τους. Δεν υπάρχει κανένας περιορισμός όσο αφορά τα πάχη των στρωμάτων, τα οποία μπορούν να μεταβάλλονται ελεύθερα. Έτσι και σε αυτή τη μέθοδο τα πάχη ορίζονται σαφώς.

Συμπερασματικά, από την ανάλυση που έγινε παραπάνω, αλλά κυρίως από τις δοκιμές που έγιναν με διάφορα θεωρητικά μοντέλα καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως η υβριδική μέθοδος αντιστροφής είναι αυτή που παρουσιάζει τα περισσότερα πλεονεκτήματα από όλες τις μεθόδους που εξετάστηκαν. Είναι σταθερή, λαμβάνει υπόψη της τα μεγέθη των σφαλμάτων των μετρήσεων, δίνει με σαφήνεια το πάχος των στρωμάτων του μοντέλου, και το τελικό μοντέλο προκύπτει ως αποτέλεσμα φυσικών και όχι αυθαίρετων μαθηματικών περιορισμών. Φυσικά όλα αυτά δεν αποδεικνύουν πως η συγκεκριμένη μέθοδος είναι πανάκεια για το μονοδιάστατο πρόβλημα των TDEM, όμως εμφανίζει τα περισσότερα πλεονεκτήματα μεταξύ των μεθόδων που εξετάστηκαν. Τη μέθοδο αυτή επιλέξαμε για την εφαρμογή του αλγορίθμου σταθερής αντιστροφής που θα παρουσιαστεί στο επόμενο κεφάλαιο.

Όλα τα παραπάνω, συνοψίζονται στον πίνακα (Π3.1), όπου με (⊃) συμβολίζονται τα πλεονεκτήματα ή οι απαιτήσεις και με (-) τα μειονεκτήματα της κάθε μεθόδου.

Μέθοδος	Είναι Σταθερή η Αντιστροφή ;	Προέλευση Περιορισμών ;	Αρχικό Μοντέλο ;	Διακριτά Στρώματα ;	Συμπεριλαμ- βάνεται Τυχαίος Θόρυβος ;
Ελάχιστα Τετράγωνα	-	-	[	[	[
Ελ. Τετράγωνα Απόσβεσης	[	Μαθηματικό Μοντέλο	[	[	[
Εξομαλυσμένη αντιστροφή	[	Φυσικό Μοντέλο	-	-	[
Υβριδική αντιστροφή	[	Φυσικό Μοντέλο	[	[	[

Πίνακας Π3.1 Συγκεντρωτικά τα συμπεράσματα για τις μεθόδους αντιστροφής του μονοδιάστατου προβλήματος της μεθόδου των TDEM.

# ***ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4***

## ***ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΣΤΑΘΕΡΗΣ***

## ***ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ***

## ***TDEM ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ (1-D)***

*Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται ο αλγόριθμος για τη σταθερή αντιστροφή των δεδομένων TDEM σε μια διάσταση. Γίνεται μια αναφορά στους λόγους που μας οδήγησαν στην ανάπτυξη του αλγορίθμου, και παρουσιάζονται οι βασικές σχέσεις πάνω στις οποίες στηρίζεται η σταθερή αντιστροφή.*

*Ακολουθεί αναλυτική περιγραφή του αλγορίθμου, και παρουσιάζονται τα σχετικά του πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα μέσω παραδειγμάτων με συνθετικά δεδομένα.*

*Επίσης, ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε και σε πραγματικά δεδομένα που συλλέχθηκαν από δύο περιοχές της Βορείου Ελλάδος.*

*Στο τέλος του κεφαλαίου παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή του αλγορίθμου.*

#### 4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

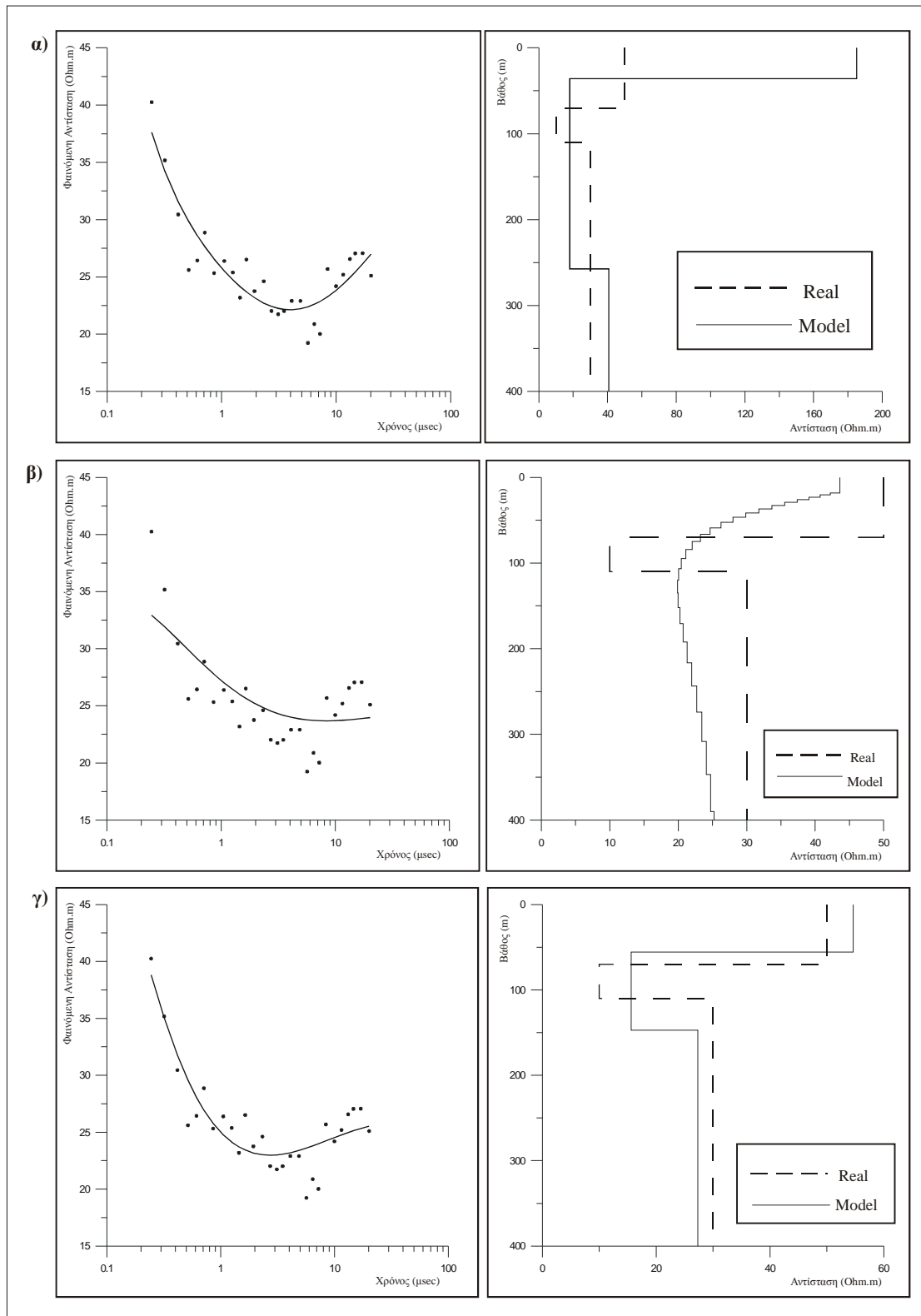
Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναφέρθηκαν οι κυριότερες μέθοδοι αντιστροφής που χρησιμοποιούνται στην επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος σε μια διάσταση δεδομένων TDEM. Από τη μελέτη τους σε συνθετικά δεδομένα προέκυψε ότι αν ο θόρυβος είναι κανονικά κατανομημένος, και το αρχικό μοντέλο είναι αρκετά κοντά στο πραγματικό, τότε όλες οι μέθοδοι αποκρίνονται ικανοποιητικά.

Δυστυχώς όμως σε πολλές περιπτώσεις ο θόρυβος των δεδομένων δεν έχει τυχαία κατανομή. Στην πράξη συχνά λαμβάνονται μετρήσεις με σφάλματα μη κανονικά κατανομημένα. Η μη κανονική κατανομή μπορεί να οφείλεται σε σφάλμα του οργάνου, ή σε θόρυβο που υπάρχει στο χώρο της γεωφυσικής έρευνας, ανθρωπογενή ή γεωλογικό.

Ένας τρόπος εξάλειψης τους είναι η μελέτη τους και η διόρθωση με εκτιμήσεις ή ακόμα και η απαλοιφή τους από το πακέτο των δεδομένων. Στην πράξη, αυτό ελλοχεύει τον κίνδυνο να χαθούν πολύτιμες πληροφορίες ή ακόμα χειρότερα η διόρθωση να οδηγήσει το σύστημα σε φαινομενικά ορθές λύσεις που όμως απέχουν πολύ από την πραγματικότητα. Η εφαρμογή αυτού του τρόπου διορθώσεων των σφαλμάτων στηρίζεται στην εμπειρία του γεωφυσικού και στην εμπιστοσύνη που ο ίδιος δείχνει στην ποιότητα των δεδομένων που έχει συλλέξει. Επίσης, στην περίπτωση που υπάρχει μεγάλος όγκος δεδομένων, αυτός ο τρόπος ελέγχου της ποιότητας των δεδομένων μπορεί να είναι πολύ χρονοβόρος.

Ένα άλλο πρόβλημα σε σχέση με το θόρυβο των δεδομένων, είναι ότι ενώ θεωρητικά όλα τα σύγχρονα όργανα μέτρησης μας παρέχουν στατιστικούς δείκτες ποιότητας των μετρήσεων, στην πράξη οι τιμές αυτές αξιοπιστίας δεν είναι πάντα ακριβείς. Υπάρχουν περιπτώσεις κατά τις οποίες εμφανώς κακές μετρήσεις παρουσιάζονται με ψηλό δείκτη αξιοπιστίας, και αντίστροφα, μετρήσεις που είναι εμφανώς καλές, να εμφανίζονται με μεγάλο σφάλμα.

Επομένως, η χρήση των ενδείξεων του οργάνου μέτρησης δεν αποτελεί ασφαλή τρόπο για τη ζύγιση κάθε μέτρησης ώστε να έχει συνεισφορά στην αντιστροφή που να είναι ανάλογη με την αξιοπιστία της. Ο χρήστης θα πρέπει ή να εμπιστευτεί το όργανο μέτρησης, ή να επιστρατεύσει την εμπειρία του.



Σχήμα 4.1 Αποτελέσματα αντιστροφής συνθετικού μοντέλου με παραποιημένες μετρήσεις για τρεις μεθόδους αντιστροφής μη γραμμικών συστημάτων. α) Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης, β) Μέθοδος εξομαλυσμένης αντιστροφής, γ) Υβριδική μέθοδος αντιστροφής.

Στο σχήμα (4.1) φαίνεται η απόκριση των μεθόδων που αναλύθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο στην περίπτωση που τα δεδομένα έχουν και συστηματικά σφάλματα. Και οι τρεις μέθοδοι έδωσαν λύσεις απομακρυσμένες από το πραγματικό μοντέλο, καθώς ο θόρυβος που έχει προστεθεί στα δεδομένα είναι πολύ μεγάλος και με μη κανονική (τυχαία) κατανομή.

Για να αντιμετωπιστούν όλα τα παραπάνω προβλήματα, έχουν προταθεί οι τεχνικές σταθερής αντιστροφής ή αλλιώς επαναζυγισμένων ελαχίστων τετραγώνων. Οι τεχνικές αυτές εντοπίζουν αυτόματα και απορρίπτουν έμμεσα τις «εξωπραγματικές» τιμές με το να τους αποδίδουν μικρό βάρος στη διαδικασία της αντιστροφής. Αντίστοιχα, μετρήσεις που έχουν μικρό σφάλμα προσαρμογής (ανεξάρτητα με το αν έχουν ένδειξη μεγάλου σφάλματος στο όργανο μέτρησης), αποκτούν μεγάλο βάρος στη διαδικασία αντιστροφής.

Η σκοπιμότητα για τη δημιουργία ενός αλγορίθμου που θα στηρίζεται σε αυτή τη μέθοδο είναι προφανής, δεδομένου ότι, απ' όσο γνωρίζουμε, στη διεθνή βιβλιογραφία δεν υπάρχει παρόμοιος αλγόριθμος για τη μέθοδο των TDEM που να μπορεί να επεξεργαστεί με αυτοματοποιημένο τρόπο δεδομένα που έχουν τα προβλήματα που αναφέρθηκαν παραπάνω.

#### 4.2 ΕΠΑΝΑΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ ΒΑΡΩΝ

Μια πολύ σημαντική παράμετρος όλων των μεθόδων που αναλύθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, είναι η μεγάλη ευαισθησία τους σε δεδομένα με μεγάλο ποσοστό σφαλμάτων. Αν υπάρχουν τέτοια δεδομένα, συνεισφέρουν στο διάνυμα των λύσεων κατά τέτοιο τρόπο, ώστε τελικά η πληροφορία που προέρχεται από τις καλής ποιότητας μετρήσεις να χάνεται. Η τεχνική του επαναπροσδιορισμού των βαρών των δεδομένων, απομονώνει τις μετρήσεις με μεγάλα σφάλματα, και δεν τις επιτρέπει να επηρεάσουν το διάνυμα των λύσεων, και έτσι έμμεσα ενισχύει τις αξιόπιστες μετρήσεις, ώστε το διάνυμα των λύσεων να δημιουργείται με βάση αυτές.

Στη διεθνή βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφοροι τρόποι επαναπροσδιορισμού των στοιχείων του πίνακα βαρών (Claerbout και Muir (1973), Watson (1984-87), Wolke και Schwetlick (1988)). Στην προσπάθεια να συμπεράνουμε ποιος είναι καταλληλότερος για την εφαρμογή του στη μέθοδο των TDEM σε μια διάσταση, δοκιμάσαμε τους τρόπους που πρότειναν οι Porsani et al.

(2001), Morelli και Labrecque (1996), Labrecque και Ward (1990). Από όλους αυτούς, τα καλύτερα αποτελέσματα πάρθηκαν με τον τρόπο υπολογισμού του πίνακα που πρότειναν οι Morelli και Labrecque (1996), και αυτή τη μεθοδολογία εφαρμόσαμε τελικά στον αλγόριθμο αντιστροφής.

Οι Morelli και LaBrecque (1996) πρότειναν τον υπολογισμό των στοιχείων του πίνακα βαρών  $W$  σε δύο στάδια. Υπολογίζονται τα στοιχεία ενός δοκιμαστικού πίνακα  $_{trial}W$  σύμφωνα με την σχέση

$$_{trial}W_{i,i} = (_{old}W_{i,i}^{1/2} / e_i) \left[ \sum_j (_{old}W_{j,j}^{1/2} e_j) / \sum_j _{new}W_{j,j}^{1/4} e^{1/2} \right], \quad (4.1)$$

όπου  $e$  είναι η απόλυτη τιμή της απόκλισης μεταξύ των πραγματικών και θεωρητικών τιμών,  $e_i = \|d_i - f(m)_i\|$ .

Το καινούργιο στοιχείο του πίνακα  $W$ ,  $_{new}W_{i,i}$  παίρνει τιμές μέσω της ακόλουθης σύγκρισης.

$$_{new}W_{i,i} = \begin{cases} _{old}W_{i,i} \rightarrow \mathbf{αν} \ _{trial}W_{i,i} > _{old}W_{i,i} \\ _{trial}W_{i,i} \rightarrow \mathbf{αν} \ _{trial}W_{i,i} < _{old}W_{i,i} \end{cases}. \quad (4.2)$$

Το κριτήριο για να σταματήσει η διαδικασία αλλαγής των διαγώνιων στοιχείων του πίνακα βαρών σε αυτή την περίπτωση είναι ο λόγος της L1-norm που ορίζεται ως

$$L1 = \frac{\sum_j (_{old}W_{j,j} e_j)}{\sum_j (_{new}W_{j,j} e_j)}. \quad (4.3)$$

Ξεκινώντας την διαδικασία της αντιστροφής, η τιμή του λόγου είναι πολύ μεγάλη. Κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων όμως, ο λόγος μειώνεται, και όταν γίνει ίσος με την μονάδα η διαδικασία της αλλαγής των στοιχείων του πίνακα  $W$  σταματάει.

#### 4.3 ΣΤΑΘΕΡΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Όπως αναφέρθηκε και στα συμπεράσματα του προηγούμενου κεφαλαίου, από τη σύγκριση των μεθόδων της εξομαλυσμένης αντιστροφής, των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης και της υβριδικής αντιστροφής, κρίναμε πως η μέθοδος που συγκεντρώνει τα περισσότερα πλεονεκτήματα είναι της υβριδικής αντιστροφής. Μέσα από τις δοκιμές που έγιναν σε μεγάλο αριθμό συνθετικών δεδομένων, η

υβριδική αντιστροφή ήταν αυτή που έδινε αποτελέσματα πιο κοντά στο συνθετικό μοντέλο, με το μικρότερο σφάλμα και με την καλύτερη αναπαραγωγή του αρχικού μοντέλου. Έτσι, επιλέξαμε αυτή τη μέθοδο ως βάση για την εφαρμογή του αλγορίθμου της σταθερής αντιστροφής.

Ανακαλώντας από το κεφάλαιο (3.4.3), η εξίσωση που περιγράφει το σύστημα υπό μορφή πινάκων, για την περίπτωση της υβριδικής αντιστροφής, είναι

$$q = (Wd - WAm)^T (Wd - WAm), \quad (4.4)$$

και η βελτίωση του μοντέλου σε κάθε επανάληψη, με την προσθήκη του επαναπροσδιορισμού των στοιχείων του πίνακα στατιστικών βαρών,

$$dm_k = ((A_k W_k)^T A_k W_k + \lambda_k C^T C)^{-1} (W_k A_k)^T W_k dy_k. \quad (4.5)$$

Ακολουθώντας την τεχνική του επαναπροσδιορισμού του πίνακα των στατιστικών βαρών σε κάθε επανάληψη, τα στοιχεία της διαγωνίου του πίνακα  $W$  μεταβάλλονται έτσι ώστε να αποκτήσουν μεγάλες τιμές για τις μετρήσεις που θεωρείται πως είναι καλής ποιότητας, και αντίστοιχα μικρές τιμές για τις κακής ποιότητας μετρήσεις.

Έτσι, οι εξισώσεις του συστήματος που αντλούν πληροφορίες από τις καλής ποιότητας μετρήσεις είναι αυτές που κυρίως κατευθύνουν το διάλυμα των λύσεων. Οι κακής ποιότητας μετρήσεις σχεδόν απομονώνονται, και όσο μεγαλύτερη είναι η απόκλιση από την καμπύλη που δημιουργούν οι αξιόπιστες μετρήσεις, τόσο λιγότερο λαμβάνονται υπόψη στην τελική λύση.

Η σταθερή αντιστροφή αποδεικνύεται πως δεν επηρεάζεται σημαντικά από τα σφάλματα που μπορεί να έχουν οι μετρήσεις, που είναι το κύριο μειονέκτημα των υπολοίπων μεθόδων που εξετάστηκαν. Οι μετρήσεις αυτές, μέσα από συγκριτική διαδικασία, αποκτούν στατιστικό βάρος και η μέθοδος αυτόματα επιλέγει αν θα τις λάβει υπόψη της.

Η εφαρμογή της σταθερής αντιστροφής στην υβριδική μέθοδο, διορθώνει το μειονέκτημα της δεύτερης όταν υπάρχει θόρυβος μη κανονικά κατανεμημένος, και βελτιώνει το παραγόμενο μοντέλο. Ο συνδυασμός του επαναπροσδιορισμού των στοιχείων του πίνακα βαρών  $W$  με την ασθενή εξάρτηση των αντιστάσεων, μέσω του πίνακα  $C$ , οδηγεί το σύστημα σε σταθερότητα. Το τελικό αποτέλεσμα είναι ελαφρώς εξομαλυσμένο, στηριζόμενο σε φυσικούς περιορισμούς, όπως άλλωστε και στην περίπτωση της υβριδικής αντιστροφής.



#### 4.4 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Στο σχήμα (4.2) παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου για την επίλυση του μη γραμμικού συστήματος σε μια διάσταση, με τη μέθοδο της σταθερής αντιστροφής. Αναλυτική περιγραφή των υπορουτινών που σχετίζονται με την εφαρμογή των τύπων της σταθερής αντιστροφής παρουσιάζεται στο παράρτημα Π1.

##### ΑΡΧΙΚΟ ΣΤΑΔΙΟ

Στο αρχικό στάδιο εισάγονται στον αλγόριθμο πληροφορίες σχετικές με τον τρόπο συλλογής των δεδομένων. Απαιτείται ο αριθμός και ο τύπος των μετρήσεων (αν πάρθηκαν κατά τους πρώιμους ή όψιμους χρόνους), το μήκος της πλευράς του βρόχου που χρησιμοποιήθηκε και η τιμή του χρόνου  $t_r$  που διαρκεί η πτώση της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος.

Στη συνέχεια, εισάγεται στον αλγόριθμο το αρχείο των δεδομένων και η εκτίμηση για το αρχικό μοντέλο  $m_0$ . Απαιτείται επίσης μια αρχική εκτίμηση των σφαλμάτων (όχι κατ' ανάγκη ακριβής) των δεδομένων και το κατώφλι σφάλματος ως ένα από τα κριτήρια για να σταματήσει η διαδικασία αντιστροφής. Τέλος, δίνεται ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων.

- Από το αρχείο των δεδομένων, δημιουργείται ο πίνακας  $y$ .
- Από την εκτίμηση του μέσου σφάλματος των μετρήσεων δημιουργείται ο πίνακας στατιστικών βαρών  $W_I$ , χρησιμοποιώντας την εξίσωση

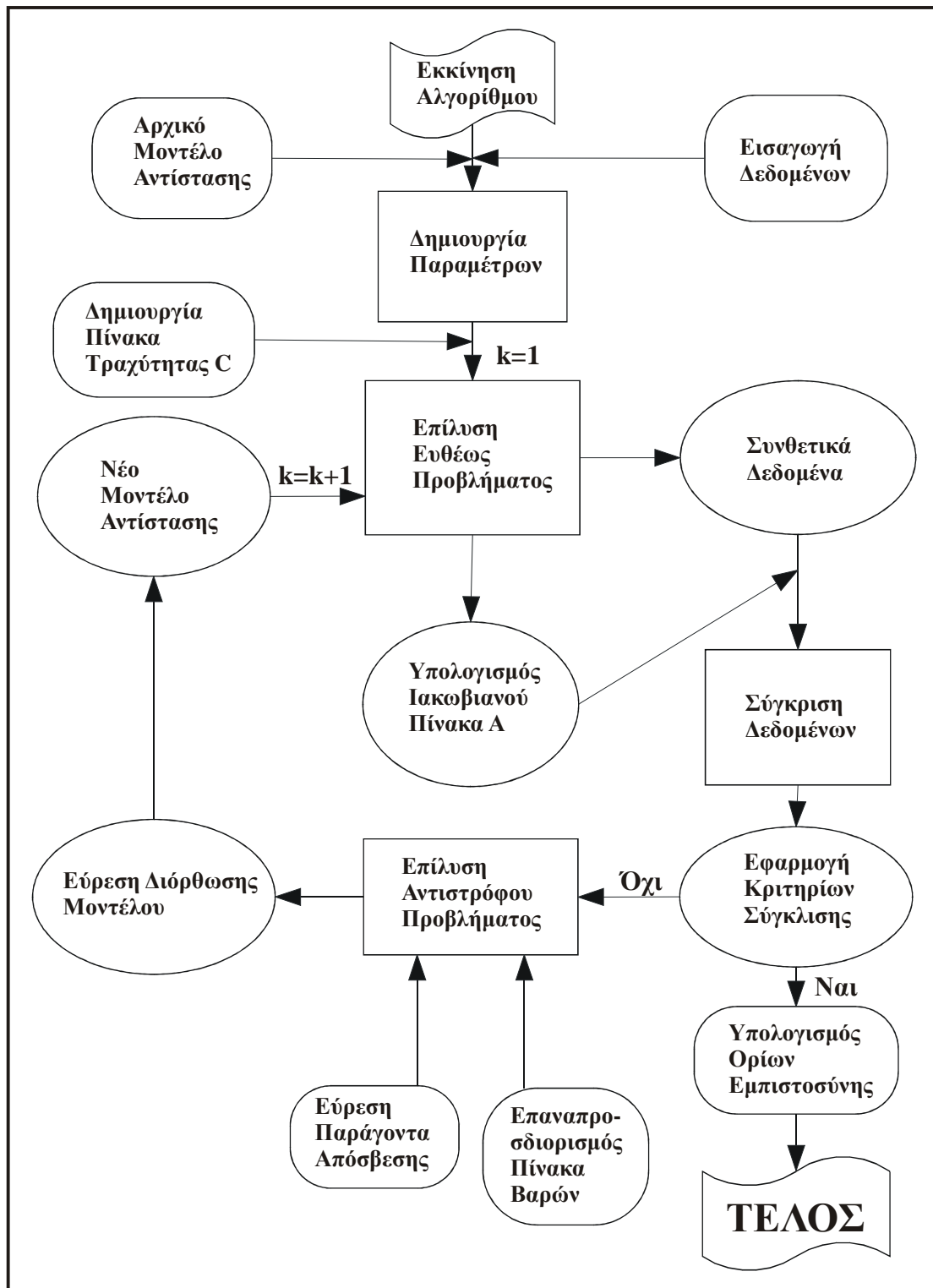
$$W_{I,ii} = \frac{1}{\log(1 + \sigma_i)}, \quad (4.6)$$

καθώς γίνεται χρήση λογαριθμικής κλίμακας.

##### ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΕΥΘΕΟΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

- Βάσει του αρχικού μοντέλου  $m_0$  επιλύεται το ευθύ πρόβλημα για τη δημιουργία των συνθετικών δεδομένων  $f(m_0)^{(*)}$ .
- Υπολογίζεται ο πίνακας τραχύτητας  $C$  για το μοντέλο  $m_0$ .

(\*) οι παραγόμενες τιμές δυναμικού μετατρέπονται σε τιμές φαινόμενης ανίστασης.



Σχήμα 4.2 Διάγραμμα ροής του αλγορίθμου σταθερής αντιστροφής μη γραμμικών συστημάτων.

- Υπολογίζεται ο Ιακωβιανός πίνακας  $A$  ο οποίος αντιστοιχεί στο τρέχων μοντέλο  $m_i$ , με τη μέθοδο των διαταραχών.

## ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΤΟΥ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

- Υπολογίζεται ο νέος πίνακας στατιστικών βαρών  $W_i$  βάσει των σχέσεων (4.1-4.3).

Για την  $i$  επανάληψη, με τη χρήση της μεθόδου SVD επιλύεται το σύστημα και βρίσκεται η διόρθωση του μοντέλου  $dm_i$

$$dm_k = (A_k^T W_k^2 A_k + \lambda_k C^T C)^{-1} A_k^T W_k^2 dy_k, \quad (4.7)$$

για τη βέλτιστη τιμή του παράγοντα  $\lambda$ , βάσει του αλγόριθμου βελτιστοποίησης.

- Βρίσκεται το διορθωμένο μοντέλο  $m_{i+1} = m_i + dm$ .
- Υπολογίζονται εκ νέου τα συνθετικά δεδομένα που προκύπτουν από την επίλυση του ευθέως προβλήματος για το μοντέλο  $m_{i+1}$ .
- Αν πληρείται κάποιο από τα κριτήρια σύγκλισης η διαδικασία σταματά, διαφορετικά επιστροφή στον υπολογισμό του καινούργιου Ιακωβιανού πίνακα για το τρέχων μοντέλο  $m_{i+1}$  και επαναλαμβάνονται όλα τα παραπάνω βήματα.
- Όταν η διαδικασία αντιστροφής έχει ολοκληρωθεί, υπολογίζεται ο πίνακας συμμεταβλητότητας του μοντέλου και ορίζονται τα όρια εμπιστοσύνης για κάθε παράμετρο του μοντέλου

$$S_{p_i} = \sqrt{\chi^2} \sqrt{(A^T A)^{-1}}_{ii}. \quad (4.8)$$

## ΕΥΡΕΣΗ ΤΟΥ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ

Στην εξίσωση (4.7), πρέπει να δοθεί μια τιμή για τον πολλαπλασιαστικό παράγοντα Lagrange. Οι τιμές του παράγοντα μπορούν να δοθούν εμπειρικά (Tsourlos 1995), ή να βρεθούν με τη χρήση μεθόδων βελτιστοποίησης. Με αυτόν τον τρόπο επιλύεται μόνο το τμήμα ελαχιστοποίησης του σφάλματος για διάφορες τιμές του  $\lambda$  επιλέγοντας την καταλληλότερη, αυτή δηλαδή που δίνει το μικρότερο σφάλμα (Constable et al. 1987, Meju 1994, Karmis et al. προσωπική επικοινωνία).

Επιλύεται δηλαδή η εξίσωση  $dm_k = (A_k^T W_k^2 A_k + \lambda_k C^T C)^{-1} A_k^T W_k^2 dy_k$ , εφόσον πρώτα έχει υπολογιστεί ο γενικευμένος Ιακωβιανός, και δοκιμάζονται επαναληπτικά διάφορες τιμές του  $\lambda$  μέχρι να υπάρξει η μεγαλύτερη σύγκλιση μεταξύ των  $dy$  και  $dm$ .

Σε κάθε επανάληψη, επιλέγεται η τιμή του  $\lambda$  που δίνει την μικρότερη τιμή σφάλματος. Αν η τιμή αυτή είναι κάτω από το κατώφλι σφάλματος, τότε τα συνθετικά δεδομένα αρχίζουν να «ακολουθούν» το σφάλμα των μετρήσεων. Το τελικό αποτέλεσμα θα είναι έτσι στο τελικό μοντέλο που προκύπτει από την

αντιστροφή να έχει εισαχθεί και ο θόρυβος που υπάρχει στα δεδομένα, κάτι που θέλουμε να αποφύγουμε.

Στον συγκεκριμένο αλγόριθμο για τον προσδιορισμό της βέλτιστης τιμής του  $\lambda$  χρησιμοποιήθηκαν δύο υπορουτίνες που βασίζονται σε μεθόδους GOLDEN SECTION (Press et al 1986)<sup>(\*)</sup>. Το διάστημα που ο αλγόριθμος αναζητά την τιμή του  $\lambda$  είναι μεταξύ 0.001 και 100, και έχει οριστεί εμπειρικά.

Χρησιμοποιώντας το GOLDEN SECTION, βρίσκεται η τιμή του  $\lambda$  που ελαχιστοποιεί το σφάλμα της συνάρτησης, δηλαδή το ελάχιστο της εξίσωσης (4.10). Αν το σφάλμα της συνάρτησης είναι πάνω από το κατώφλι σφάλματος που έχουμε θέσει, τότε η τιμή του  $\lambda$  θεωρείται η βέλτιστη για την συγκεκριμένη επανάληψη.

Αν το σφάλμα που προκύπτει από τη βέλτιστη τιμή του  $\lambda$  είναι κάτω από το κατώφλι σφάλματος, τότε ο αλγόριθμος αναζητά την τιμή εκείνη του  $\lambda$  για την οποία το σφάλμα είναι ακριβώς ίσο ή απειροστά μεγαλύτερο από το κατώφλι. Αυτό γίνεται μέσω της υπορουτίνας ZBRENT, ώστε τα συνθετικά δεδομένα να είναι απαλλαγμένα από τον θόρυβο των μετρήσεων.

Στον πίνακα (Π4.1) δείχνεται ένα τυπικό παράδειγμα εύρεσης της βέλτιστης τιμής του  $\lambda$ , χρησιμοποιώντας και τις δύο υπορουτίνες. Η τιμή του κατωφλιού σφάλματος για τη συγκεκριμένη αντιστροφή, χρησιμοποιώντας τον όρο  $\varepsilon$  %, τέθηκε ίση με 2%. Στις τελευταίες δύο επαναλήψεις η τιμή του σφάλματος ήταν κάτω από το κατώφλι, οπότε με την υπορουτίνα ZBRENT βρισκόταν μια κοντινή τιμή του  $\lambda$  που έδινε λίγο μεγαλύτερη ή ίση τιμή σφάλματος.

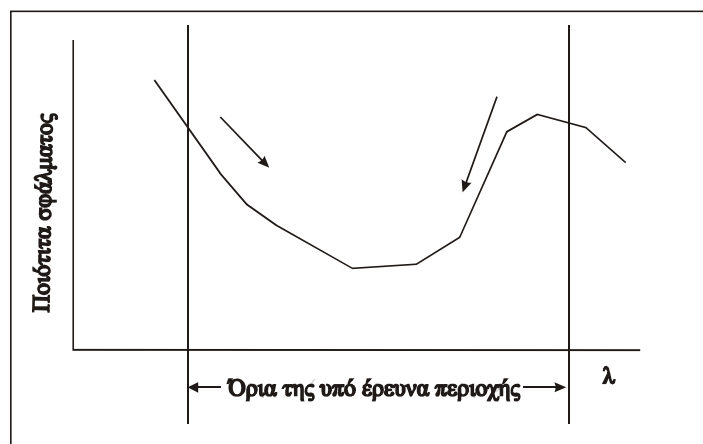
Εύρεση του βέλτιστου παράγοντα $\lambda$									
Επαναλήψεις	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Πολλαπλασιαστής $\lambda$	47,667	47,269	45,581	12,871	1,578	0,090	0,026	0,017	0,015
$\varepsilon$ %	52,36	28,45	19,12	13,65	8,29	4,56	3,02	2,08	2,01

Πίνακας Π4.1 Εύρεση της βέλτιστης τιμής του  $\lambda$  σε σχέση με τον όρο  $\varepsilon$  % κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων.

Όπως φαίνεται στον πίνακα (Π.4.1), στις πρώτες επαναλήψεις η τιμή του  $\lambda$  είναι μεγάλη και στις επόμενες μειώνεται. Το ίδιο μπορεί να παρατηρηθεί και για τον όρο  $\varepsilon$ %.

<sup>(\*)</sup> οι GOLDEN και ZBRENT.

Στο σχήμα (4.3) δείχνεται γραφικά ο τρόπος με τον οποίο ο αλγόριθμος προσδιορίζει τη βέλτιστη τιμή του  $\lambda$  στο διάστημα που γίνεται η έρευνα.



Σχήμα 4.3 Έρευνα βελτιστοποίησης για την εύρεση του παράγοντα απόσβεσης  $\lambda$ .

#### ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΟΥ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΛΗΦΘΟΥΝ ΥΠΟΨΗ

Ένα μεγάλο πλεονέκτημα του επαναπροσδιορισμού των σφαλμάτων που χρησιμοποιεί η μέθοδος της σταθερής αντιστροφής είναι ότι υπερεκτιμημένες αρχικές τιμές σφαλμάτων δεν επηρεάζουν σημαντικά τη διαδικασία αντιστροφής. Έτσι, αν ο χρήστης είναι πολύ επιφυλακτικός στην εκτίμηση ως προς την ποιότητα των δεδομένων που έχει συλλέξει, ο αλγόριθμος επαναπροσδιορίζει τις τιμές των σφαλμάτων για κάθε μέτρηση.

Κατά τη διάρκεια των πρώτων επαναλήψεων, η τιμή του  $\lambda$  είναι αρκετά μεγάλη, όπως μεγάλος είναι και ο ρυθμός σύγκλισης. Όσο οι επαναλήψεις προχωρούν, η τιμή του  $\lambda$  μειώνεται και μεταβάλλεται όλο και λιγότερο, καθώς μειώνεται ο ρυθμός σύγκλισης. Για καλής ποιότητας δεδομένα συνήθως τέσσερις επαναλήψεις είναι αρκετές, ενώ για κακής ποιότητας δεδομένα πολλές φορές απαιτούνται περισσότερες επαναλήψεις.

#### ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΝΑ ΣΤΑΜΑΤΗΣΕΙ Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ

Υπάρχουν τρία κριτήρια που εφαρμόζονται σε κάθε επανάληψη. Μετά τη διόρθωση του μοντέλου  $\mathbf{dm}_i$  και τον υπολογισμό του νέου μοντέλου  $\mathbf{m}_{i+1}$ , υπολογίζεται ο στατιστικός όρος της εκτίμησης του επί τοις εκατό σφάλματος των δεδομένων

$$\% \varepsilon = (10^{\sqrt{\chi^2}} - 1) \times 100\% \quad , \quad (4.9)$$

όπου ο όρος χ-τετράγωνο ορίζεται ως

$$\chi^2 = \frac{1}{N-M} \sum_{i=1}^N (d_i^{ob} - d_i^{th})^2 ,$$

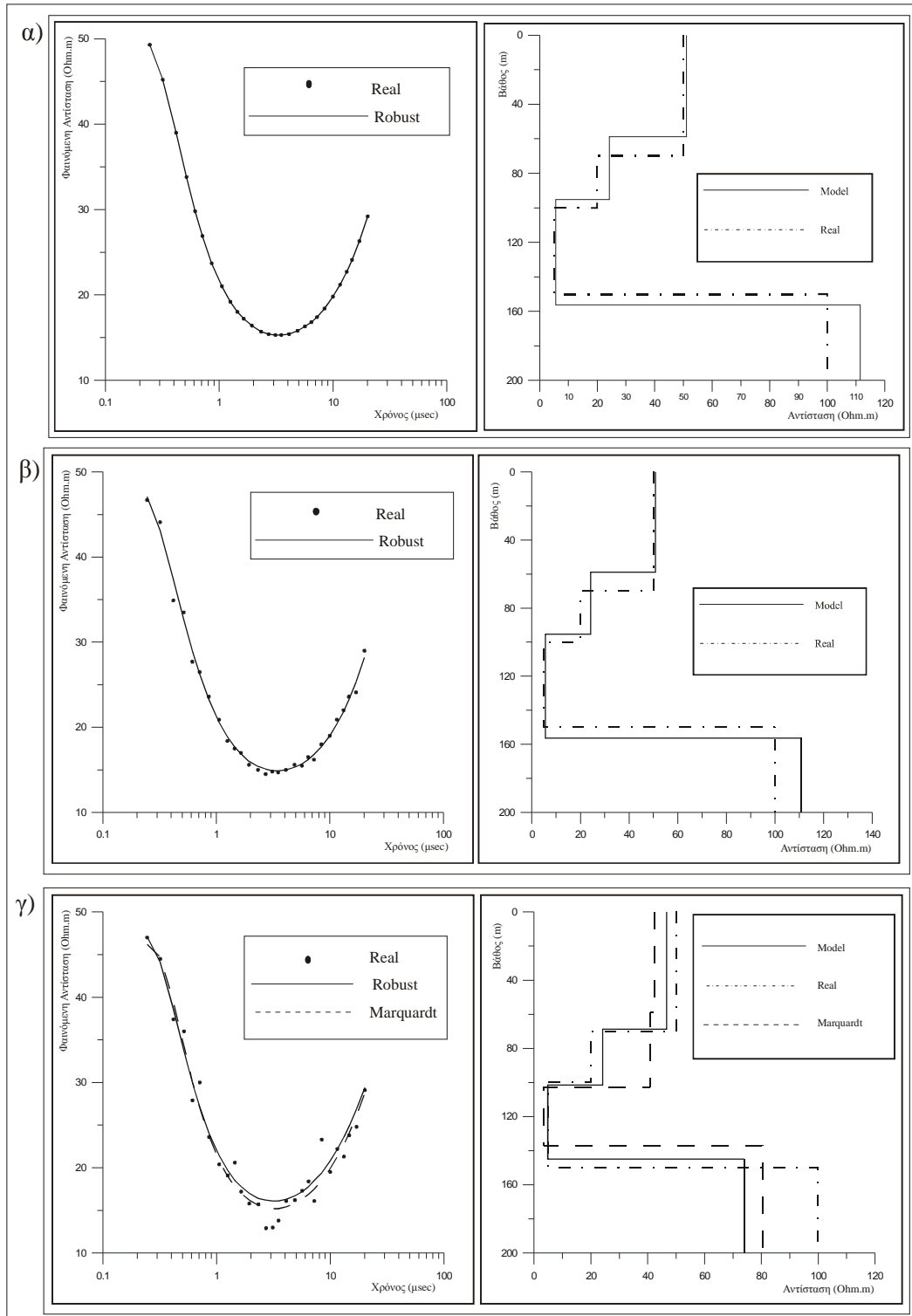
όπου N ο αριθμός των μετρήσεων, M ο αριθμός των παραμέτρων, και  $d^{obs}$  και  $d^{th}$  τα πειραματικά και συνθετικά δεδομένα αντίστοιχα.

- Ο αλγόριθμος σταματάει αν η τιμή του ε % είναι μικρότερη ή ίση από το επίπεδο του θορύβου, που καθορίζεται από τον χρήστη.
- Στην περίπτωση που ο ρυθμός σύγκλισης (3.19) είναι μικρότερος από ένα τοις εκατό, θεωρείται πως δεν υπάρχει περαιτέρω σύγκλιση.
- Τέλος, αν ο αριθμός των επαναλήψεων που έχει οριστεί εξ αρχής έχει ολοκληρωθεί, η διαδικασία σταματά.

Σύγκριση μεταξύ σταθερής αντιστροφής και ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης				
Παράμετροι	Πραγματικό μοντέλο	Αρχική Εκτίμηση	Σταθερή αντιστροφή	Ελάχιστα τετράγωνα απόσβεσης
$\rho_1$	50	80	46.68	42.57
$\rho_2$	20	40	24.12	36.48
$\rho_3$	5	10	4.82	2.72
$\rho_4$	100	100	73.99	75.68
$h_1$	70	100	68.74	60.95
$h_2$	30	50	32.81	45.69
$h_3$	50	70	43.32	26.16
Αριθμός επαναλήψεων			6	6
$\varepsilon$ % (σταθερή)/ RMS (Marquardt)			11.21	2.859

Πίνακας Π4.2 Συγκριτικά αποτελέσματα μεταξύ της σταθερής αντιστροφής και της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης, για συνθετικό μοντέλο τεσσάρων

στρωμάτων, με εισαγωγή ψευδοτυχαίου θορύβου ποσοστού 7% και παραποιημένες τυχαία επιλεγμένες μετρήσεις σε μεγάλο βαθμό.



Σχήμα 4.4 Αποτελέσματα αντιστροφής συνθετικού μοντέλου τεσσάρων στρωμάτων. α) χωρίς θόρυβο, β) με εισαγωγή θορύβου κανονικής κατανομής ποσοστού 7%, και γ) με

εισαγωγή θορύβου κανονικής κατανομής 7% και επιλεγμένες παραπονημένες μετρήσεις. Για την καλύτερη σύγκριση των αποτελεσμάτων παρουσιάζεται και το αποτέλεσμα της αντιστροφής με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης.

#### ΕΠΙΛΟΓΗ ΑΡΧΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Στη συνέχεια ελέγξαμε το κατά πόσο η μέθοδος είναι ευαίσθητη στην επιλογή του αρχικού μοντέλου, γνωρίζοντας το πρόβλημα που συναντάται στις περιπτώσεις των μεθόδων της υβριδικής αντιστροφής και των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης. Στο συνθετικό μοντέλο των δύο στρωμάτων προστέθηκε θόρυβος κανονικής κατανομής ποσοστού 7%.

Από όλα τα παραπάνω μπορούμε να συμπεράνουμε πως ο αλγόριθμος αποκρίθηκε ικανοποιητικά σε όλες τις περιπτώσεις, εκτός από αυτή που επιλέξαμε λάθος αριθμό στρωμάτων σαν αρχική εκτίμηση, γεγονός που ήταν αναμενόμενο. Αυτό άλλωστε είναι και το κύριο μειονέκτημα όλων των μεθόδων που αντιστρέφουν για διακριτά στρώματα, σε αντίθεση με τις μεθόδους εξομαλυσμένης αντιστροφής, όπως η μέθοδος Occam.

Μοντέλο δύο Στρωμάτων-Επιλογή Αρχικού Μοντέλου							
Παράμετροι	Πραγματικό Μοντέλο	Υποεκτιμημένο Μοντέλο		Κοντά στο Πραγματικό		Υπερεκτιμημένο Μοντέλο	
		Αρχικό	Τελικό	Αρχικό	Τελικό	Αρχικό	Τελικό
$\rho_1$	100	50	118.69	100	91.03	200	91.33
$\rho_2$	30	15	28.69	30	28.78	150	28.75
$h_1$	80	40	73.09	80	82.28	60	82.15
Αριθμός επαναλήψεων		4		2		6	
$\epsilon$ %		2.33		2.32		2.59	

Πίνακας Π4.3 Σύγκριση μεταξύ διαφορετικών αρχικών εκτιμήσεων για την αντιστροφή συνθετικού μοντέλου δύο στρωμάτων με θόρυβο κανονικής κατανομής ποσοστού 7%.

#### 4.5. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Ο αλγόριθμος δοκιμάστηκε σε πραγματικά δεδομένα που έχουν συλλεχθεί από μια περιοχή της Βορείου Ελλάδος. Η συλλογή των δεδομένων έγινε με τη βοήθεια και τη συνεργασία του κ. Π. Κάρμη (Γεωφυσικού του ΙΓΜΕ), και

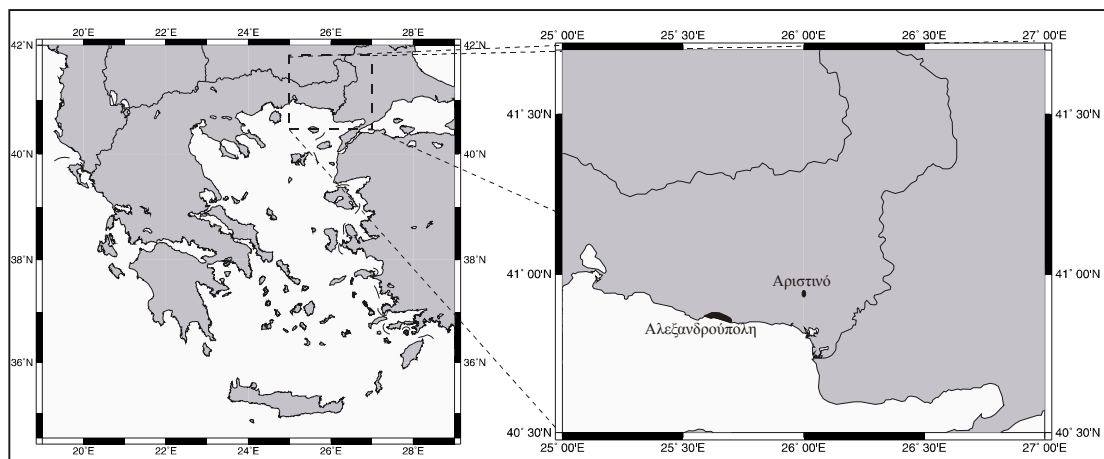


χρησιμοποιήθηκε το όργανο SIROTEM MKII της διεύθυνσης Γεωφυσικής του ΙΓΜΕ.

#### 4.5.1 ΑΡΙΣΤΙΝΟ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΥΠΟΛΗΣ

Στην περιοχή του Αριστινού Αλεξανδρούπολης, διεξήχθη γεωφυσική έρευνα με τη μέθοδο των TDEM για τον εντοπισμό του γεωθερμικού πεδίου και τη μελέτη της γεωλογικής στρωματογραφίας της περιοχής.

Η περιοχή βρίσκεται βορειοανατολικά της Αλεξανδρούπολης. Στο σχήμα (4.5) φαίνεται η ευρύτερη περιοχή.



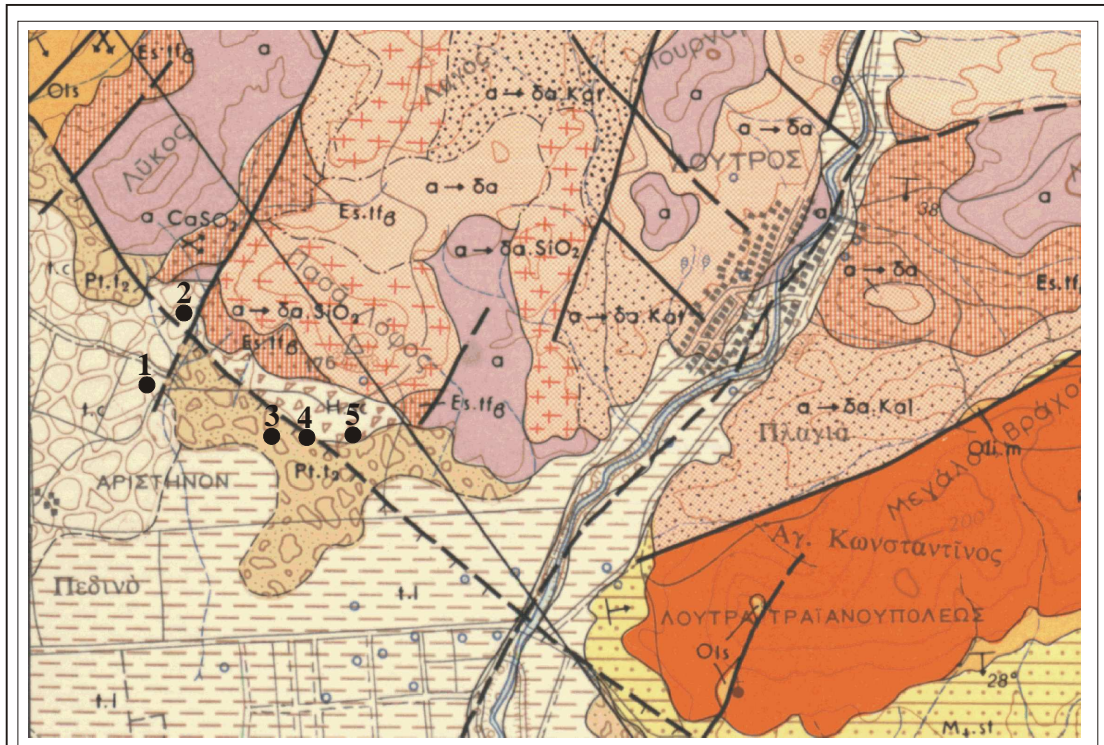
4.5 Χάρτης της ευρύτερης περιοχής έρευνας.

Η περιοχή της Αλεξανδρούπολης ανήκει γεωλογικά στην Περιοδοπική ζώνη και πιο συγκεκριμένα στην ενότητα Άσπρης Βρύσης-Χορτιάτη της τελευταίας.




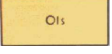

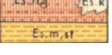
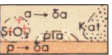

Στην περιοχή, όπως φαίνεται και από το γεωλογικό χάρτη του ΙΓΜΕ (φύλλο Φέρρες) συναντώνται σύγχρονες αποθέσεις χειμάρρων, η κατώτερη βαθμίδα του κατώτερου συστήματος αναβαθμίδων, μολασσικά ιζήματα (Ολόκαινο), κατώτερο σύστημα αναβαθμίδων (Πλειστόκαινο Χερσαίο), ρυόλιθοι (Ολιγόκαινο), ψαμμιτομαργαϊκή-πυροκλαστική φάση (Ανώτερο Ηώκαινο-Πριαμπόνιο), δακτιοειδείς ανδεσίτες (Πριαμπόνιο) και ανδεσίτες ποικίλων περιόδων ηφαιστειότητας (Λουτήσιο, Πριαμπόνιο, Ηώκαινο) (σχ.4.6).

Κυρίαρχο γεγονός στην τεκτονική δομή της περιοχής είναι το διασταυρούμενο σύστημα ρηγμάτων ΒΒΑ-ΝΔ, ΒΔ-ΝΑ.

Οι υπόγειοι υδροφόροι ορίζοντες αναπτύσσονται τόσο μέσα στα Τριτογενή και Τεταρτογενή ιζήματα της περιοχής όσο και στα ηφαιστειακά πετρώματα, εξαιτίας της μεγάλης κατατμητικότητας που παρουσιάζουν.



**ΥΠΟΜΝΗΜΑ**

- 
**Σύγχρονες αποθέσεις χειμάρρων:** κροκάλες, χαλίκια και κατά θέσεις άμμοι
- 
**Κατώτερη βαθμίδα του κατώτερου συστήματος αναβαθμίδων:** άργιλοι, αμμούχες άργιλοι, κροκάλες και χαλίκια
- 
**Κατώτερο σύστημα αναβαθμίδων:** Ερυθρές έως αργιλούχες άμμοι, με εναλλαγές στρωμάτων από κροκάλες και χαλίκια
- 
**Μολασσικά ιζήματα:** Εναλλαγές αργίλων μαργών και λεπτοψαμμιτών, ορίζοντες λιγνιτών και όξινων τόφφων, τοφφιτών, υφάλμυρης φάσης
- 
**Ρυόλιθοι:** Κύρια μάζα υαλώσης έως υποκρυσταλλική με μικρολιθικό ιστό και περλιτική ή ρευστική υφή
- 
**Ψαμμιτομαργαϊκή-Πυροκλαστική φάση:** Μάργες που εναλλάσσονται ή μεταβαίνουν σε ψαμμιτικές μάργες, ψαμμίτες, κροκαλοπαγή. Στα ανώτερα τμήματα εμφανίζονται τόφφοι έως τοφφίτες ενδιάμεσης ηφαιστειότητας
- 
**Δακίτοειδείς Ανδεσίτες**
- 
**Θέσεις Γεωφυσικής έρευνας:** Βυθοκοπήσεις με τη μέθοδο των TDEM

Σχήμα 4.6 Γεωλογικός χάρτης της περιοχής έρευνας (απόσπασμα χάρτη ΙΓΜΕ, Φύλλο "ΦΕΡΡΕΣ"). Σημειώνονται οι θέσεις των βυθοσκοπήσεων.

Το πεδινό τμήμα της περιοχής μπορεί να θεωρηθεί σαν μια συλλεκτήρια λεκάνη που έχει γεμίσει με κορήματα, κροκάλες και αποθέσεις χονδρόκοκκης άμμου, και χαρακτηρίζεται από μεγάλη υδροφορία. Το πάχος των αποθέσεων σε ορισμένες θέσεις μπορεί να υπερβαίνει τα εκατό μέτρα.

#### ΠΕΡΙΟΧΗ ΜΕΛΕΤΗΣ-ΣΥΛΛΟΓΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Η περιοχή μελέτης βρίσκεται ακριβώς πάνω στο διασταυρούμενο σύστημα των ρηγμάτων που υπάρχουν στην περιοχή. Βρίσκεται κοντά στο λόφο του Πασά, και θεωρήθηκε ιδανική για τη μέθοδο των TDEM, καθώς δεν υπάρχει ανθρωπογενής θόρυβος στην περιοχή (ηλεκτροφόρα καλώδια, οικισμοί κ.λ.π.).

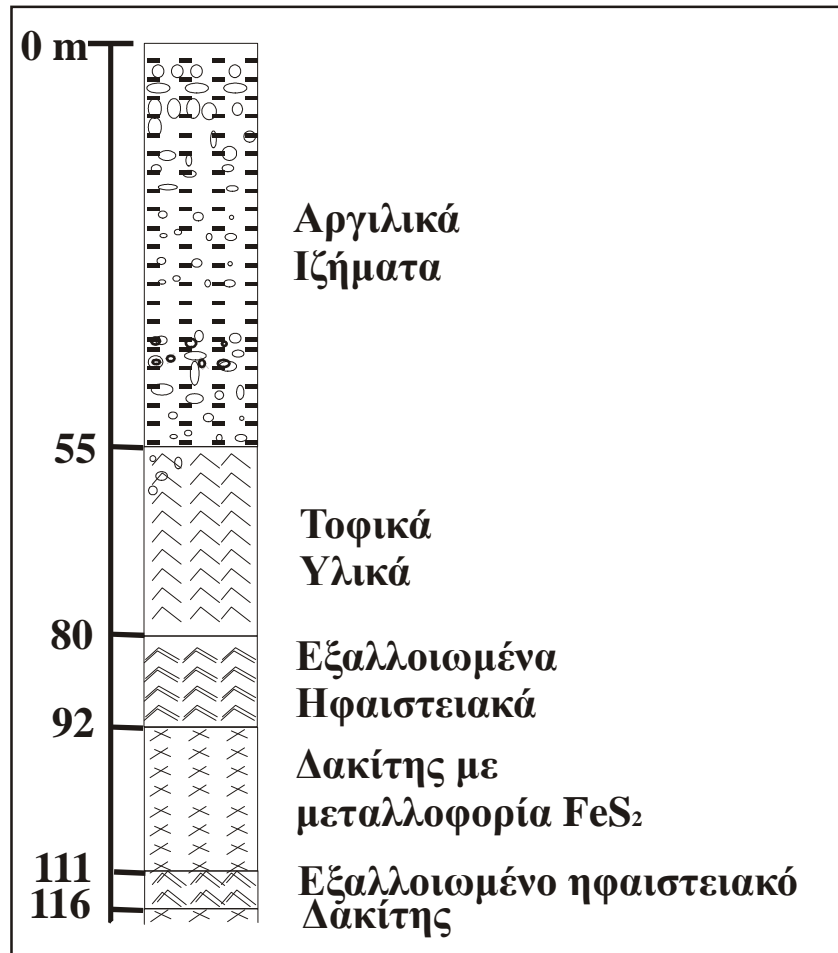
Στην ίδια περιοχή στο παρελθόν έχει πραγματοποιηθεί ανεξάρτητη γεωλογική μελέτη (Κυριακίδης και Τσόκας 1988), για τον εντοπισμό του γεωθερμικού πεδίου. Σύμφωνα με αυτή, ορίζεται ως πιθανός χώρος που περιέχει γεωθερμικό ρευστό μια περιοχή ΒΒΔ-ΝΝΑ διεύθυνσης, ακριβώς πάνω στο κυρίαρχο ρήγμα της περιοχής, όπως φαίνεται στο σχήμα (4.6). Το γεωθερμικό ρευστό ερμηνεύεται ως θαλάσσιας προέλευσης, το οποίο ανέρχεται από το σύστημα των ρηγμάτων που υπάρχουν στην περιοχή, και αποκτά μεγάλη θερμοκρασία από την επαφή με μαγματικές μάζες. Τα ρήγματα είναι και οι τελικοί συλλέκτες, καθώς παρατηρήθηκαν πολύ υψηλές αγωγιμότητες, και περιορίζονται σε ζώνη ενδιάμεση των ρηγμάτων με ΑΝΑ διεύθυνση.

Λίγο βορειότερα από τις βυθοσκοπήσεις, υπάρχει και ερευνητική γεώτρηση (θέση Π0), η στρωματογραφική στήλη της οποίας παρουσιάζεται στο σχήμα (4.7). Το βάθος από το οποίο αντλήθηκε το γεωθερμικό ρευστό κυμαίνεται μεταξύ 55 και 115 μέτρων. Από την ανάλυση του νερού, προκύπτει ότι βρίσκεται σε θερμοκρασία 80°C, και η χημική ανάλυση το χαρακτηρίζει ως υπέρθερμο Cl-Na-Ca-K-Li-Sr -ούχο.

Βυθοσκοπήσεις ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης										
Παράμετροι	T <sub>1</sub> S <sub>1</sub>		T <sub>1</sub> S <sub>2</sub>		T <sub>2</sub> S <sub>1</sub>		T <sub>3</sub> S <sub>1</sub>		T <sub>3</sub> S <sub>2</sub>	
	R	H	R	h	R	h	R	h	R	h
Στρώμα 1	8.78	4.25	8.48	2.31	3.71	1.08	21.34	1.41	4.05	1.47
Στρώμα 2	4.92	17.17	13.37	3.82	8.66	8.79	4.26	10.07	8.13	39.57

<b>Στρώμα 3</b>	5.22	12.41	6.65	4.05	4.86	30.46	5.98	15.75	4.59	83.46
<b>Στρώμα 4</b>	4.35	56.37	5.52	47.80	3.72		5.21	34.83	3.69	
<b>Στρώμα 5</b>	3.18	102.55	1.79				1.66			
<b>Στρώμα 6</b>	5.19									

Πίνακας Π4.4 Αποτελέσματα βυθοσκοπήσεων με τη μέθοδο της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης.

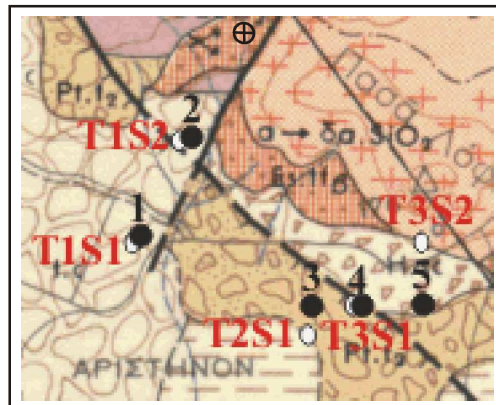


Σχήμα 4.7 Στρωματογραφική στήλη γεώτρησης στη θέση Π0.

Στην προηγούμενη γεωλογική μελέτη είχαν πραγματοποιηθεί πέντε βυθοσκοπήσεις με τη μέθοδο της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης. Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής παρουσιάζονται στον πίνακα (Π4.4).

Έγινε προσπάθεια να πραγματοποιηθούν οι βυθοσκοπήσεις με τη μέθοδο των TDEM στις ίδιες θέσεις, ώστε να γίνει κοινή ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Εξαιτίας της μορφολογίας, κάποιες από αυτές δεν ήταν δυνατό να γίνουν ακριβώς στις ίδιες θέσεις, αλλά σε γειτονικές (σχ.4.7). Η συλλογή των δεδομένων έγινε τον Σεπτέμβριο του 2001, και χρησιμοποιήθηκε το SIROTEM MKII.

Καθώς στην περιοχή δεν υπάρχουν πηγές θορύβου, δε χρειάστηκε στην πρωτογενή επεξεργασία να απομακρύνουμε μετρήσεις από τα δεδομένα μας, τα οποία γενικά χαρακτηρίζονται ως πολύ καλής ποιότητας.



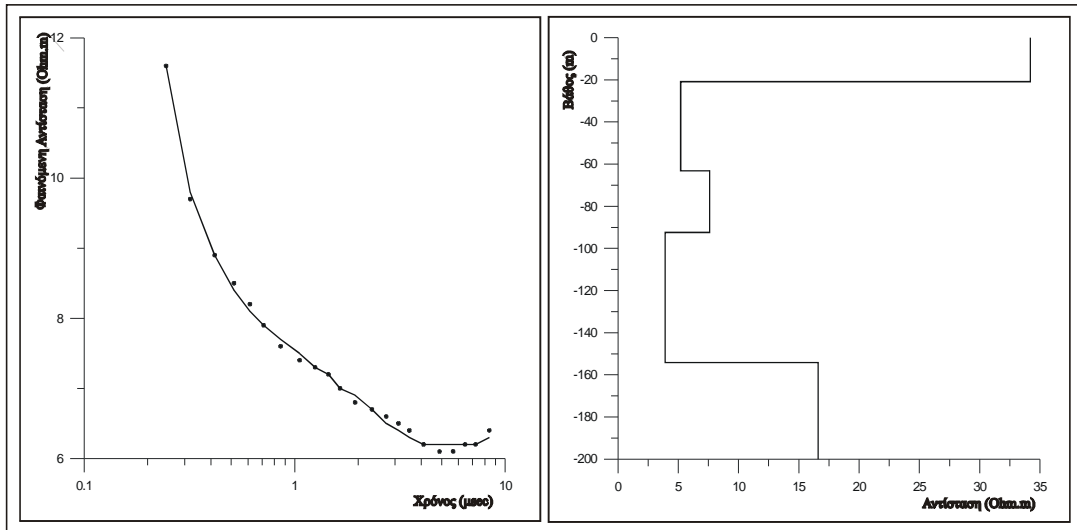
Σχήμα 4.8 Οι θέσεις των βυθοσκοπήσεων TDEM, Ari01 έως Ari05 (μαύροι κύκλοι), και των βυθοσκοπήσεων ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης (λευκοί κύκλοι). Επίσης σημειώνεται και η θέση της ερευνητικής γεώτρησης Π0 (⊗).

#### ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

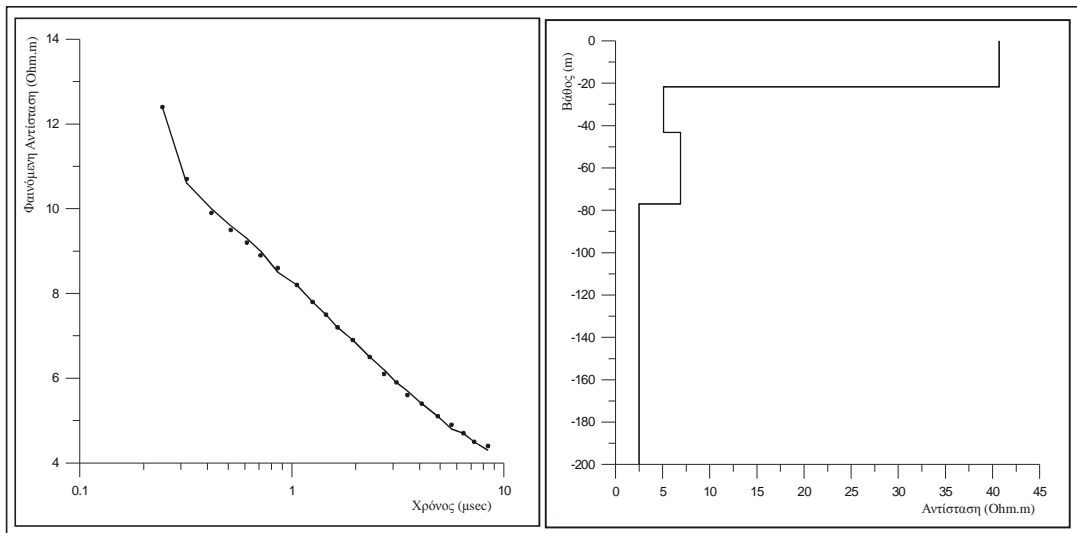
Η αρχική επεξεργασία των δεδομένων έγινε με τη μέθοδο Occam για να υπάρξει μια πρώτη εκτίμηση των στρωμάτων του υπεδάφους. Εν συνεχεία τα αποτελέσματα από τη μέθοδο Occam χρησιμοποιήθηκαν ως αρχική εκτίμηση για τον αλγόριθμο της σταθερής αντιστροφής.

Το μέσο σφάλμα των δεδομένων τέθηκε ίσο με 10% σε όλες τις βυθοσκοπήσεις, το κατώφλι θορύβου τέθηκε ίσο με 2%, και ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ίσος με 15.

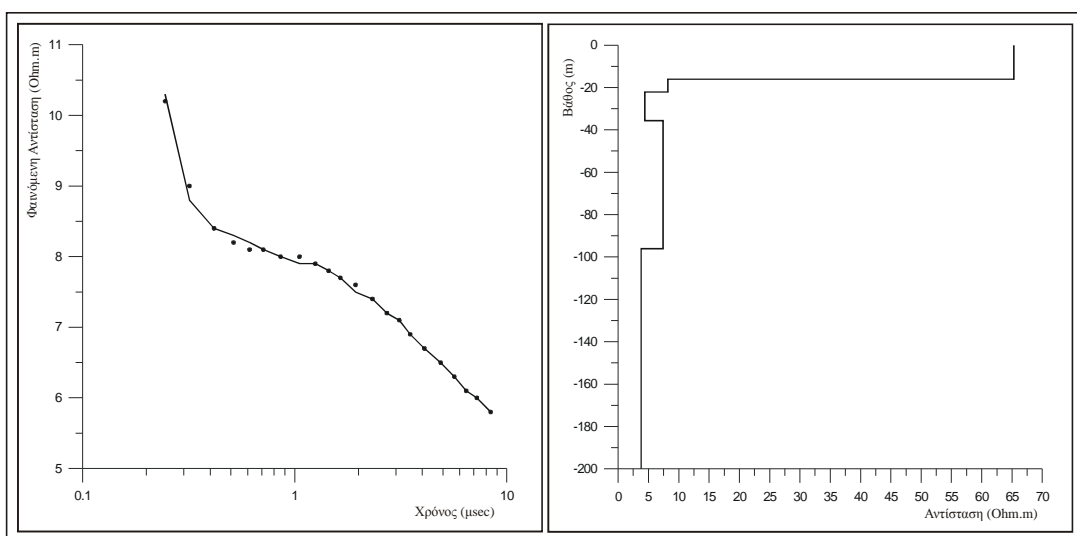
Τα αποτελέσματα των αντιστροφών φαίνονται στον πίνακα (Π4.9) και γραφικά στα σχήματα (4.9) έως (4.11).



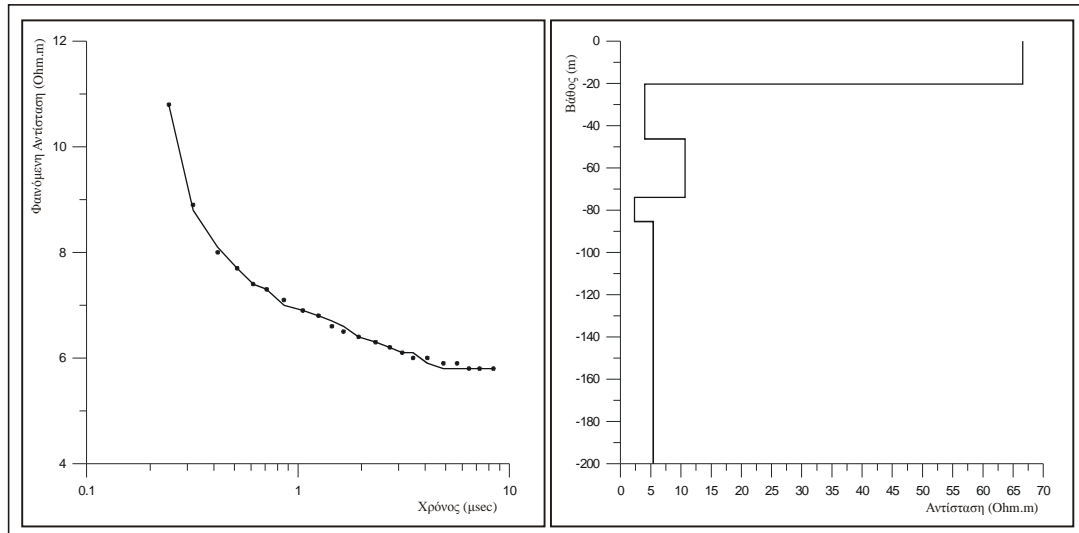
Σχήμα 4.9 Βυθοσκόπηση Ari01.



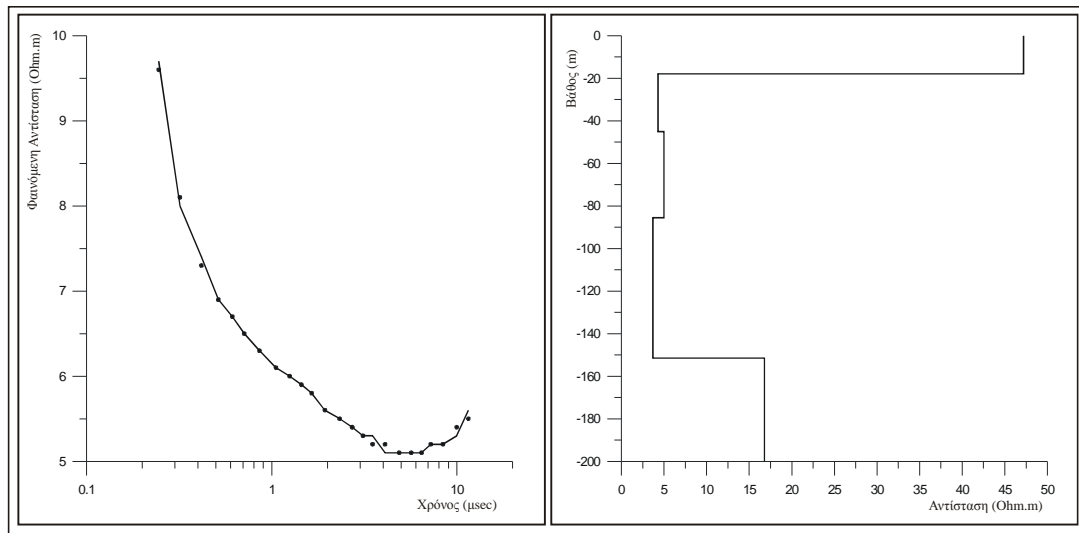
Σχήμα 4.10 Βυθοσκόπηση Ari02.



Σχήμα 4.11 Βυθοσκόπηση Ari03.



Σχήμα 4.12 Βυθοσκόπηση Ari04.



Σχήμα 4.13 Βυθοσκόπηση Ari05.

Αριστινό Αλεξανδρούπολης										
Παράμετροι	Ari01		Ari02		Ari03		Ari04		Ari05	
	R	h	R	H	R	H	R	h	R	h
Στρώμα 1	34.2	20.9	40.7	21.7	65.3	16.0	66.6	20.3	47.2	17.9
Στρώμα 2	5.2	42.3	5.1	21.5	8.2	6.0	4.0	26.0	4.3	27.2
Στρώμα 3	7.6	29.1	6.9	33.8	4.4	13.5	10.7	27.6	5.0	40.4
Στρώμα 4	3.9	61.8	2.5		7.4	60.6	2.3	11.5	3.7	66.0
Στρώμα 5	17.0				3.8		5.4		16.8	

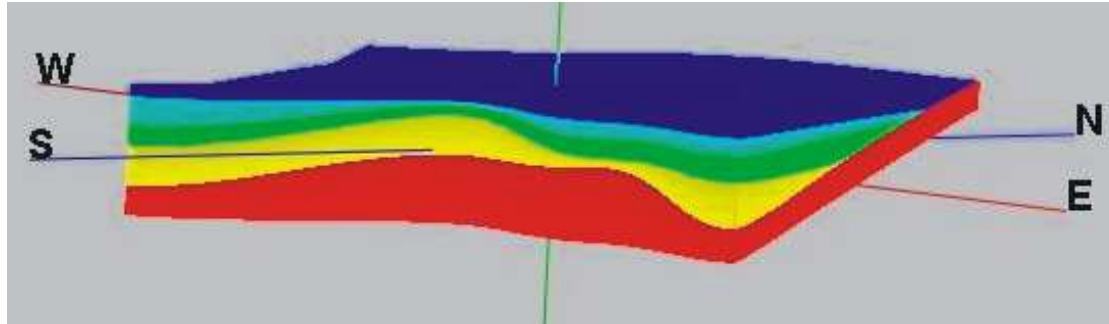
Πίνακας Π4.5 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα από την περιοχή Αριστινό Αλεξανδρούπολης. Οι αντιστάσεις των στρωμάτων είναι σε Ohm-m και τα πάχη των στρωμάτων σε μέτρα (m).

Στα αποτελέσματα της ερμηνείας των βυθοσκοπήσεων μπορούμε να κάνουμε τις παρακάτω παρατηρήσεις:

- Στη βυθοσκόπηση στη θέση Ari01, το επιφανειακό στρώμα εμφανίζεται με αυξημένη αντίσταση 34 Ohm-m, και πάχος 21 m. Αμέσως μετά εμφανίζεται στρώματα χαμηλότερων αντιστάσεων, της τάξεως των 5 και 7.5 Ohm-m, και πάχους συνολικά 71 m. Υποκείμενο των στρωμάτων αυτών βρίσκεται στρώμα με μεγάλη αγωγιμότητα (4 Ohm-m), και πάχους 62 m. Τέλος, στο βάθος των 154 m, συναντάμε ημιχώρο υψηλότερης αντίστασης της τάξης των 17 Ohm-m,
- Στη δεύτερη βυθοσκόπηση, Ari02, το ανώτερο στρώμα έχει αντίσταση 41 Ohm-m και πάχος 22 m. Αμέσως μετά βρίσκεται ένα στρώμα με μικρότερη αντίσταση, 5 Ohm-m, και πάχους 21.5 m, και ακριβώς από κάτω εμφανίζεται στρώμα με ελαφρώς αυξημένη αντίσταση, 7 Ohm-m, και πάχους 34 m. Υποκείμενο αυτού εμφανίζεται στρώμα με αντίσταση 2.5 Ohm-m, που φαίνεται να ξεκινάει σε βάθος 77m.
- Στην τρίτη βυθοσκόπηση, Ari03, το επιφανειακό στρώμα έχει σχετικά υψηλή τιμή αντίστασης, 65 Ohm-m, και πάχος 16.0 m. Αμέσως μετά εμφανίζεται στρώμα με αντίσταση 8 Ohm-m και πάχους 6 m. Στη συνέχεια συναντούμε στρώμα με μεγάλη αγωγιμότητα, 4.5 Ohm-m και πάχους 13.5 m, και στρώμα με ελαφρά αυξημένη αντίσταση, της τάξης των 7.5 Ohm-m, και πάχους 61 m. Τέλος, ο ημιχώρος συναντάται με αντίσταση 4 Ohm-m.
- Στην τέταρτη βυθοσκόπηση, Ari04, το ανώτερο στρώμα έχει τιμή αντίστασης 66.5 Ohm-m, και πάχος 20 m. Υποκείμενο αυτού του στρώματος βρίσκεται στρώμα με μεγάλη αγωγιμότητα, 4 Ohm-m, και πάχος 26.0 m. Αμέσως μετά βρίσκεται στρώμα με τιμή αντίστασης 11 Ohm-m, και πάχους 28 m. Ακολουθεί αγωγίμο στρώμα με πάχος 11.5 m, και αντίσταση 2 Ohm-m. Ο ημιχώρος σε αυτή τη βυθοσκόπηση έχει αντίσταση 5.5 Ohm-m.
- Στη βυθοσκόπηση Ari05, το επιφανειακό στρώμα έχει τιμή 47 Ohm-m, και πάχος 18 m. Το επόμενο στρώμα εμφανίζεται με πάχος 27 m και αντίσταση 4 Ohm-m, και ακολουθείται από στρώμα με ελαφρώς μεγαλύτερη αγωγιμότητα, πάχους 40 m και αντίστασης 5 Ohm-m. Υποκείμενο αυτών βρίσκεται στρώμα με μεγάλη αγωγιμότητα, με τιμή αντίστασης 4 Ohm-m, και πάχος 66 m. Ο ημιχώρος έχει αντίσταση 17 Ohm-m.



Για καλύτερη παρουσίαση των γεωηλεκτρικών αποτελεσμάτων δημιουργήσαμε μια ψευδοτριδιάστατη εικόνα της περιοχής με βάση τα αποτελέσματα, που φαίνεται στο σχήμα (4.14).



Σχήμα 4.14 Ψευδοτριδιάστατη απεικόνιση της γεωηλεκτρικής ερμηνείας των βυθοσκοπήσεων στην περιοχή Αριστινού Αλεξανδρούπολης.

Σημειώνεται ότι δεδομένου ότι όλες τις βυθοσκοπήσεις πραγματοποιήθηκαν κάτω από τις ίδιες συνθήκες (μέγεθος βρόγχου, συχνοτικό περιεχόμενο σήματος) το βάθος διασκόπησης για κάθε μέτρηση υπολογίζεται θεωρητικά περίπου σε 150 μέτρα. Παρόλα αυτά, λόγω των διαφορετικών αντιστάσεων υπεδάφους σε κάθε βυθοσκόπηση, το βάθος διασκόπησης είναι ελαστικό, όπως φαίνεται και στα αποτελέσματα των βυθοσκοπήσεων.

#### ΓΕΩΛΟΓΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Θεωρήσαμε σκόπιμο για την καλύτερη αξιολόγηση των αποτελεσμάτων να ομαδοποιήσουμε τις ομάδες γεωλογικών σχηματισμών που παρουσιάζουν παρόμοια γεωηλεκτρική συμπεριφορά, για καλύτερη παρουσίαση της ερμηνείας των αντιστροφών και των συμπερασμάτων. Στον πίνακα (Π4.6) παρουσιάζεται η ομαδοποίηση που έγινε.

Ομαδοποίηση γεωλογικών σχηματισμών		
Εύρος Αντιστάσεων (Ohm-m)	Ομάδα	Πετρογραφική Ενότητα
34-67	A	Επιφανειακό στρώμα αργίλου, με στρώσεις χαλικιών, κροκάλες, άμμους
4-5	B	Πυροκλαστική-Ψαμμιτομαργαϊκή φάση, κροκαλοπαγή, τόφφοι
5-10.7		

2.3-3.9	Γ	Κατώτερα ψαμμιτομαργαϊκά, εξαλλοιωμένοι ανδεσίτες
16-17	Δ	Δακτιοειδείς ανδεσίτες

Πίνακας Π4.6 Ομαδοποίηση γεωλογικών σχηματισμών σε σχέση με τη γεωηλεκτρική συμπεριφορά τους.

Βάσει της ομαδοποίησης που πραγματοποιήσαμε παραπάνω, παρουσιάζεται η γεωηλεκτρική-γεωλογική ερμηνεία υπό μορφή πινάκων.

<b>Βυθοσκόπηση Ari01</b>	
<b>Σχηματισμοί</b>	<b>Βάθος (m)</b>
<b>A</b>	0-20.9
<b>B</b>	20.9-93.3
<b>Γ</b>	93.3-155.1
<b>Δ</b>	155.1

Πίνακας Π4.7 Γεωηλεκτρική ερμηνεία βυθοσκόπησης Ari01.

- Στην πρώτη βυθοσκόπηση, Ari01, πίνακας (Π4.7), το υπερκείμενο επιφανειακό στρώμα αποτελείται από αργίλους, με στρώσεις από κροκάλες και χαλίκια, και ερυθρές έως αργιλούχες άμμους (Ομάδα A). Το επόμενο στρώμα περιέχει ψαμμίτες και μάργες, με στρώσεις από κροκαλοπαγή (Ομάδα B). Στο στρώμα αυτό αναμένεται να υπάρχει υδροφόρος ορίζοντας γλυκού νερού, προερχόμενος από όμβρια ύδατα. Στο δάπεδο αυτού του στρώματος συναντούνται τόφφοι και τοφίτες, μαζί με εξαλλοιωμένους ανδεσίτες (Ομάδα Γ). Το στρώμα αυτό πληρώνεται με γεωθερμικό ρευστό, προερχόμενο πιθανότατα από τη θάλασσα. Τέλος, το υπόβαθρο θεωρείται ότι αποτελείται από συμπαγείς δακτιοειδείς ανδεσίτες.

<b>Βυθοσκόπηση Ari02</b>	
<b>Σχηματισμοί</b>	<b>Βάθος (m)</b>
<b>A</b>	0-21.7
<b>B</b>	21.7-43.2

<b>Γ</b>	43.2-77.0
----------	-----------

Πίνακας Π4.8 Γεωηλεκτρική ερμηνεία βυθοσκόπησης Ari02.

- Στη βυθοσκόπηση στη θέση Ari02, πίνακας (Π4.8), το ανώτερο στρώμα έχει πάχος 21 περίπου μέτρων και ανήκει στην Ομάδα Α, αποτελούμενο από αργίλους, άμμους, κροκάλες και χαλίκια. Υποκείμενο αυτού βρίσκεται στρώμα πάχους 55 μέτρων, που πιθανότατα αποτελείται από υλικά ψαμμιτομαργαϊκής-πυροκλαστικής φάσης.(Ομάδα Β). Στην οροφή του στρώματος αυτού αναμένεται υδροφορία γλυκού νερού, σε στρώσεις κροκαλοπαγών. Ο ημιχώρος αποτελείται από το δάπεδο αυτού του στρώματος, που περιέχει τόφφους, και τεκτονισμένους ανδεσίτες. Το γεωθερμικό ρευστό αναμένεται να πληρώνει αυτό το στρώμα, που ξεκινάει σε βάθος 80 περίπου μέτρων.

<b>Βυθοσκόπηση Ari03</b>	
<b>Σχηματισμοί</b>	<b>Βάθος (m)</b>
<b>A</b>	0-16.0
<b>B</b>	16.0-96.1
<b>Γ</b>	96

Πίνακας Π4.9 Γεωηλεκτρική ερμηνεία βυθοσκόπησης Ari03

- Στην τρίτη βυθοσκόπηση, Ari03, πίνακας (Π4.9), το επιφανειακό στρώμα αποτελείται από σχηματισμούς της Ομάδας Α, αργιλικά, άμμους, με στρωματώσεις χαλικιών και κροκάλων. Το αμέσως κατώτερο στρώμα σχηματίζεται από υλικά ψαμμιτομαργαϊκής φάσης, μάργες, ψαμμιτόμαργες, κροκαλοπαγή (Ομάδα Β). Εδώ αναμένουμε υδροφόρο ορίζοντα γλυκού νερού περίπου στο πάνω μέρος του στρώματος. Ο ημιχώρος αποτελείται από τεκτονισμένους ανδεσίτες και τόφφους έως τοφφίτες.

<b>Βυθοσκόπηση Ari04</b>	
<b>Σχηματισμοί</b>	<b>Βάθος (m)</b>
<b>A</b>	0-20.3
<b>B</b>	20.3-73.9
<b>Γ</b>	73.9-85.4
<b>B</b>	85.4

Πίνακας Π4.10 Γεωηλεκτρική ερμηνεία βυθοσκόπησης Ari04

- Στην βυθοσκόπηση Ari04, πίνακας (Π4.10), το επιφανειακό στρώμα αποτελείται από αποθέσεις χειμάρρων, κροκάλες χαλίκια, σε εναλλαγές με αργιλικές στρώσεις και στρώσεις από άμμους και αμμούχες αργίλους (Ομάδα Α). Το πάνω τμήμα του επόμενου στρώματος αποτελείται από εναλλαγές μαργών, ψαμιτομαργαϊκών και ψαμιτιών (Ομάδα Β), ενώ βαθύτερα αναμένονται τόφφοι και τεκτονισμένος ανδεσίτης (Ομάδα Γ). Το στρώμα αυτό πιστεύουμε πως πληρώνεται με γεωθερμικό ρευστό.

Βυθοσκόπηση Ari05	
Σχηματισμοί	Βάθος (m)
A	0-17.9
B	17.9-85.5
Γ	85.5-151.5
Δ	151.5

Πίνακας Π4.11 Γεωηλεκτρική ερμηνεία βυθοσκόπησης Ari05.

- Τέλος, στη βυθοσκόπηση Ari05, πίνακας (Π4.11), το επιφανειακό στρώμα αποτελείται από αργίλους, άμμους, και στρώσεις κροκάλων και χαλικιών (Ομάδα Α). Υποκείμενο αυτού βρίσκεται στρώμα μαργών, ψαμιτιών και υλικών πυροκλαστικής φάσης (Ομάδα Β). Το επόμενο στρώμα αποτελεί το δάπεδο του στρώματος αυτού, μαζί με εξαλλοιωμένους ανδεσίτες και τόφφους (Ομάδα Γ). Εδώ αναμένεται να υπάρχει γεωθερμικό ρευστό, που πληρώνει τα κενά των τεκτονισμένων υλικών. Ο ημιχώρος αποτελείται από συμπαγείς δακτιοειδείς ανδεσίτες.

Προσπαθώντας να κάνουμε μια συνδυασμένη ερμηνεία όλων των παραπάνω, μπορούμε να ερμηνεύσουμε την περιοχή μελέτης με μοντέλο τεσσάρων στρωμάτων.

Το ανώτερο στρώμα αποτελείται από αργιλικά, με στρώματα κροκάλων, χαλικιών και άμμων. Οι τιμές που προκύπτουν από τη γεωηλεκτρική ερμηνεία είναι αυξημένες, καθώς στα πρώτα μέτρα το ηλεκτρομαγνητικό σήμα είναι πολύ ισχυρό, και η διάδοση του γίνεται σε χρόνους που προηγούνται των πρώτων χρόνων μέτρησης. Έτσι, οι τιμές που δίδονται από τον αλγόριθμο αντιστροφής βασίζονται σε πολύ λίγες μετρήσεις. Παρόλα αυτά, αντικατοπτρίζουν την αυξημένη αντίσταση αυτού του στρώματος σε σχέση με τα υποκείμενα.

Το δεύτερο στρώμα αποτελείται από μάργες και ψαμιμίτες, κροκαλοπαγή και τόφφους. Στις ανώτερες στρώσεις αυτού του στρώματος, όπου υπάρχουν χαλίκια και κροκαλοπαγή, ενδέχεται να υπάρχει υδροφορέας γλυκού νερού. Το γεγονός

επιβεβαιώνεται εν μέρει από πληροφορίες που έχουμε από αρδευτικές γεωτρήσεις στην περιοχή, που αντλούν νερό από βάθη 70 με 80 μέτρα.

Στο δάπεδο αυτού του στρώματος, όπου υπάρχουν τόφοι, εξαλλοιωμένα ηφαιστειακά υλικά και τεκτονισμένοι ανδεσίτες, αναμένεται να γίνεται η πλήρωση με το γεωθερμικό ρευστό. Από την ερευνητική γεώτρηση που έχει πραγματοποιηθεί, το γεωθερμικό ρευστό έχει θερμοκρασία 80° C, και χαρακτηρίζεται χημικά από μεγάλη περιεκτικότητα Na και Cl. Το ρευστό πρέπει να έχει θαλασσινή προέλευση, μέσω των πολλών ρηγματώσεων που υπάρχουν στην περιοχή, και ερχόμενο σε επαφή με ζεστές μαγματικές μάζες, αποκτά την υψηλή θερμοκρασία που μετρήθηκε. Στη συνέχεια, μέσω των τεκτονισμένων υλικών, δημιουργεί το στρώμα με τις χαμηλές αντιστάσεις της τάξης των 2-4 Ohm-m.

Τέλος, σε βάθος που ενδέχεται να ξεπερνά τα 150 μέτρα, υπάρχει συμπαγής δακτιοειδής ανδεσίτης. Σε αυτό το στρώμα δεν υπάρχει υδροφορία, και παρουσιάζεται με σχετικά αυξημένες τιμές αντίστασης, της τάξης των 16-17 Ohm-m.

Τα αποτελέσματα με τη μέθοδο των TDEM έρχονται σε συμφωνία με την προηγούμενη μελέτη, ορίζοντας το βάθος που πιθανολογείται πως βρίσκεται το στρώμα που πληρείται με γεωθερμικό ρευστό. Ο μικρός αριθμός των μετρήσεων δεν επιτρέπει βέβαια την εξαγωγή γενικών ασφαλών συμπερασμάτων σε ότι αφορά το γεωθερμικό πεδίο. Οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν στα πλαίσια του ελέγχου του αλγόριθμου αντιστροφής και θεωρούμε ότι ο αλγόριθμος ανταποκρίθηκε ικανοποιητικά. Τα αποτελέσματα της ερμηνείας και της αξιολόγησης των μετρήσεων με βάση τα γεωλογικά δεδομένα της περιοχής και της προηγούμενης έρευνας είναι ενθαρρυντικά για την εφαρμογή της μεθόδου στην πλήρη μελέτη και χαρτογράφηση του επιφανειακού γεωθερμικού υδροφορέα.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Anderson, W.L., 1979, Numerical integration of related Hankel transforms of order 0 and 1 by adaptive digital filtering, *Geophysics* 44.
- Asten, M.W., 1987, Full transmitter waveform transient electromagnetic modeling and inversion for soundings over coal measures, *Geophysics*
- Buselli, G., McCracken, K. G. and Thorburn, M., 1986, Transient electromagnetic response of the Teutonic Bore orebody, *Geophysics*
- Busselli, G., 1977, Transient electromagnetic measurements to late delay times over the Woodlawn Orebody, *Austral. SEG Bull.*, v.9.
- Chen, C., 1998, Mapping plate boundaries using TEM method along the Longitudinal Valley, Taiwan, Geophysics*
- Claerbout, J.F. and Muir, F., 1973, robust modeling with erratic data, *Geophysics*.
- Constable, S.C., Parker, R.L. and Constable, C.G., 1987, Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data, *Geophysics*, 52.
- Cooper, N. and Swift, R., 1994, The application of TEM to Cyprus-type massive sulfide exploration in Cyprus, *Geophysics*
- DeGroot-Hedlin, C. and Constable, S.C., 1990, Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data, *Geophysics*.
- Draper, N.R. and Smith, H., 1981, *Applied Regression Analysis*, 2<sup>nd</sup> edition, Wiley, New York.
- Fitterman, D.V. and Stewart, M.T., 1986, Transient electromagnetic sounding for groundwater, *Geophysics*

- Gaver, D.P., 1966, Observing stochastic processes and approximate transform inversion, *Oper. Res.*, 14.
- Goldman, M.M., 1988, Transient electromagnetic inversion based on an approximate solution to the forward problem, *Geophysics*.
- Golub, G.H. and Reisch, C., 1970, Singular Value Decomposition and Least Squares Solutions: Handbook for Automatic Computation, II, Linear Algebra, eds. J. Wilkinson and C. Reisch, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- Grant, F.S. and West, G.F., 1965, Interpretation theory in applied geophysics, McGraw-Hill, New York.
- Hanneson, J.E., 1992, The transient EM response of a dipping plate in a conductive half-space, *Geophysics*.
- Hohmann, G.H., 1971, Electromagnetic scattering by conductors in the earth near a line source of current, *Geophysics*.
- Inman, J.R., 1975, Resistivity Inversion with ridge regression, *Geophysics* 40.
- Jackson, D.D., 1972, Interpretation of inaccurate, insufficient and inconsistent data, *Geophysical Journal of the Royal Astronomy Society* 28.
- Jupp, D.L.B and Vozoff, K., 1975, Stable iterative methods for the inversion of geophysical data, *Geophysical Journal of the Royal Astronomy Society* 42.
- Karmis, P. et al., 2002α, Applicability study of coincident loop transient EM soundings, *Balkan Geophysics*.
- Kaufman, A.A., 1978, Frequency and transient responses of electromagnetic fields created by currents in confined conductors, *Geophysics* 43.
- Kaufman, A.A., and Keller, G.V., 1983, *Frequency and Transient Soundings*, Amsterdam, Elsevier.
- Kaufman, A.A., and Morozova, G.M., 1970, Theoretical basis of transient sounding in the near zone, Siberian Division, Academy of Sciences, Novosibirsk, Nauka.
- Keller, G.V., 1997, Principles of time-domain electromagnetic (TDEM) sounding, *Geophysics*
- Knight, J.H. and Raiche, A.P., 1982, Transient electromagnetic calculations using the Gaver-Stehfest inverse Laplace transform method, *Geophysics* 44.
- Κυριακίδης, Ελ. Και Τσόκας, Γρ., 1988, Γεωηλεκτρική μελέτη περιοχής λουτρών Αλεξανδρούπολης (Σύνδεσμος Δήμων και Κοινοτήτων Ιαματικών Πηγών Ελλάδος).
- LaBrecque, D.J. and Ward, S.H., 1990, Two-dimensional cross-borehole Resistivity model fitting, In Ward, S.H., editor, *Geotechnical and Environmental Geophysics*, SEG, Tulsa.
- Lanczos, C., 1961, *Linear Differential Operators*, Van Nostrand, Princeton.
- Lawson, C.L. and Hanson, R.J., 1974, *Solving Least Squares Problems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Levenberg, K., 1944, A method for the solution of certain non linear Problems in least squares, *Quarterly of Applied Mathematics* 2.

- Lines, L.R. and Treitel, S., 1984, A Review of Least Squares Inversion and its application to geophysical problems, *Geophysical Prospecting* 32.
- MacNae, J.C., 1984, Survey design for multicomponent electromagnetic systems, *Geophysics*.
- MacNae, J.C., Lamontagne, Y and West, G.F., 1984, Noise processing techniques for time-domain EM systems, *Geophysics*.
- Maher, M. J., 1992, Transient electromagnetic surveys in the Okiep district, *Geophysics*
- Marquardt, D.W., 1963, An algorithm for least squares estimation of non-linear parameters, *Journal of the Society of Industrial and Applied Mathematics* 11.
- Marquardt, D.W., 1970, Generalized inverses, ridge regression, biased linear estimation and nonlinear estimation, *Technometrics*, 12.
- McCracken, K.G., Oristaglio, M.L. and Hohmann, G.W., 1986, Minimization of noise in electromagnetic exploration systems, *Geophysics*.
- McNeil, J.D., 1986, Use of Electromagnetic methods for groundwater studies, in Nabighian, M.N. and Macnae, J.C., 1994, *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics (SEG)*.
- McNeil, J.D., Edwards, R.N. and Levy, G.M., 1984, Approximate calculations of the transient electromagnetic response from buried conductors in a conductive half-space, *Geophysics*.
- Meju, M.A. and Hutton, V.R.S., 1992, Iterative most-squares inversion: application to magnetotelluric data, *Geophys. J. Int.*, 108.
- Meju, M.A., 1994, *Geophysical data Analysis: Understanding inverse problem theory and practice*, SEG.
- Morelli, G. and Labrecque, D.J., 1996, Advances in ERT modeling, *European Journal of Environmental and Engineering Geophysics*, 1.
- Morozova, G.M. and Kaufman, A.A., 1967, Non-stationary electromagnetic fields of a magnetic dipole in a uniform half-space, *Geologia I Geofizika*, no.8.
- Mosteller, F. and Tukey, J.W., 1977, *Data analysis and regression*, Addison Wesley Publ. Co., Inc.
- Murai, T. and Kagawa, Y., 1985, Electrical impedance computed tomography based on a finite element model, *IEEE Trans. Biom. Eng.* 32.
- Nabighian, M. N. and Oristaglio, M. L., 1984, Short note. On the approximation of finite loop sources by two-dimensional line sources, *Geophysics* 49.
- Nabighian, M. N., 1979, Quasi-static transient response of a conducting half-space. An approximate representation, *Geophysics* 44.
- Nabighian, M.N. and Macnae, J.C., 1994, *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics (SEG)*.
- Nabighian, M.N., 1970, Quasi-static transient response of a conducting permeable sphere in a dipolar field, *Geophysics* 35.
- Newman, G.A. and Hohmann, G.W, 1988, Transient electromagnetic responses of high-contrast prisms in a layered earth, *Geophysics*.



- Newman, G.A., Hohmann, G.W. and Anderson, W.L., 1986, Transient electromagnetic response of a three-dimensional body in a layered earth, *Geophysics*.
- Oristaglio, M.L. and Hohmann, G.W., 1984, Diffusion of electromagnetic fields into a two-dimensional earth: A finite-difference approach, *Geophysics*.
- Oristaglio, M.L. and Worthington, M.H., 1980, Inversion of surface and borehole electromagnetic data for two dimensional electrical conductivity models, *Geophysical Prospecting* 28.
- Oristaglio, M.L., 1982, Diffusion of electromagnetic fields into the earth from a line source of current, *Geophysics*.
- Parasnis, D.S., 1997, *Principles of Applied Geophysics*, Chapman and Hall, London.
- Park, S.K. and Van, G.P., 1991, Inversion of pole-pole data for 3-D Resistivity structure beneath arrays of electrodes, *Geophysics* 50.
- Pellerin, L., Johnston, J.M. and Hohmann, G.W., 1996, A numerical evaluation of electromagnetic methods in geothermal exploration, *Geophysics*.
- Penrose, R., 1955, A Generalized Inverse for Matrices, *Proc. Cambridge Phil. Soc.* 51.
- Poddar, M. and Anderson, W.L., 1992, Transient electromagnetic modeling of shallow A-type sections with 3-D inhomogeneities, *Geophysics*.
- Porsani, M.J., Niwas, S. and Ferreira, N.R., 2001, Robust inversion of vertical electrical sounding data using a multiple reweighted least-squares method, *Geophysical Prospecting*, 49.
- Press, W.H. et al., 1992, *Numerical recipes in Fortran*, Cambridge University Press.
- Raiche, A. P., and Spies, B. R., 1981, Coincident loop transient electromagnetic master curves for interpretation of two-layered earths, *Geophysics*
- Raiche, A.P. and Gallagher, R.G., 1985, Apparent Resistivity and diffusion velocity, *Geophysics*.
- Raiche, A.P., 1984, The effect of ramp function turn-off on the TEM response of layered earth, *Exploration Geophysics*, 15.
- Raiche, A.P., Jupp, D.L.B., Rutter, H. and Vozoff, K., 1985, The joint use of coincident loop transient electromagnetic and Schlumberger sounding to resolve layered structures, *Geophysics*.
- Rijo, L., 1977, Modeling of electric and electromagnetic data, UMI Dissertation Services.
- Sandberg, S.K., 1988, Microcomputer software for individual or simultaneous inverse modeling of transient electromagnetic, Resistivity, and induced polarization soundings, New Jersey Geological Survey, Open-file Report 90-1.
- SanFilipo, W., Eaton P.A. and Hohmann, G.W., 1985, The effect of a conductive half-space on the transient electromagnetic response of a three-dimensional body, *Geophysics*.
- Sasaki, Y., 1982, Automatic inversion of induced polarization data over 2-D structures, *Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University*, 42.

- Sinha, A.K., 1990, Stratigraphic mapping of sedimentary formations in southern Ontario by ground electromagnetic methods, *Geophysics*
- Smith, F.B. and Shanno, D.F., 1971, An improved Marquardt procedure for nonlinear regressions, *Technometrics*, 13.
- Smith, R.S. and Keating, P.B., .1996, The usefulness of the multicomponent, time-domain airborne electromagnetic measurements, *Geophysics*.
- Spies, B.R. and Eggers, D.E., 1986, The use and misuse of apparent Resistivity in electromagnetic methods, *Geophysics*.
- Spies, B.R. and Parker, P.D., 1984, Limitations of large-loop transient electromagnetic surveys in conductive terrains, *Geophysics*.
- Spies, B.R. and Raiche, A.P., 1980, Calculation of apparent conductivity for the TEM (coincident loop) method using an HP-67 calculator, *Geophysics*, 45.
- Spies, B.R., 1975, Dual loop configuration of the transient Em method, *Geophysics* 40.
- Spies, B.R., 1976, The transient electromagnetic methods in Australia, *BMR J. Austral. Geol. Geophys*, v.1.
- Spies, B.R., 1989, Depth of investigation in electromagnetic sounding methods, *Geophysics*
- Spies, B.S., 1988, Local noise prediction filtering for central induction transient electromagnetic sounding, *Geophysics*.
- Stehfest, H, 1970 $\beta$ , Remark on algorithm 368, *Commun. ACM*, v.13.
- Stehfest, H., 1970 $\alpha$ , Algorithm 368, numerical inversion of Laplace transfoems, *Commun. ACM*, v.1.
- Sternberg, B.K., Washburne, J.C. and Pellerin, L., 1988, Correction for the static shift in magnetotellurics using transient electromagnetic soundings, *Geophysics*.
- Taylor, K., Widmer, M., and Chesley, M., 1992, Use of transient electromagnetic to define local hydrogeology in an arid alluvial environment, *Geophysics*
- Tikhonov, A.N., 1963, Regularization of ill-posed problems, *Doklady Akad. Nauk SSSR*, 153.
- Tikhonov, A.N., and Glasko, V.B., 1965, Application of a regularization method to nonlinear problems, *J. Comp. Math. And Math. Physics*, 5, no.3.
- Tsourlos, P., 1995, Modelling, interpretation and inversion of multielectrode resistivity survey data, Ph.D.Thesis, University of York.
- Verma, R.K. and Malik, K., 1979, Detectability of intermediate conductive and resistive layers by time-domain electromagnetic sounding, *Geophysics* 44.
- Wait, J.R., 1960, On the electromagnetic response of a conducting sphere to a dipole field, *Geophysics*.
- Wait, J.R. and Ott, R.H., 1972, Calculating transient EM fields of a small current-carrying coop over a homogeneous earth, *Pure Applied Geophysics*, 95.
- Wait, J.R., 1950, Transient electromagnetic propagation in a conducting medium, *Geophysics*.

- Watson, G.A., 1984, The numerical solution of total  $l_p$  approximation problems, In D.F. Griffiths, editor, Numerical Analysis. Proceedings of the 1983 Dundee Conference, Springer, Berlin.
- Watson, G.A., 1987, Methods for best approximation and regression problems, In A. Iserles and M.J.D. Powell, editors, The State of the Art in Numerical Analysis, Clarendon Press, Oxford.
- Weaver, J.T., 1970, The general theory of EM induction in a conducting half-space, Geophysical Journal of Royal astronomy Society 22.
- Whichello, A.P., 1986, Inversion of Sirotem data from Bowmans and Beaufort coal deposits, Exploration Geophysics 17.
- Withers, R., Eggers, D., Fox T., and Crebs, T., 1994, A case study of hydrocarbon exploration through basalt, Geophysics.
- Wolke, R. and Schwetlick, H., 1988, Iteratively reweighted least squares: Algorithms, convergence, and numerical comparisons, SIAM Journal of Science and Statistic Computation, 9.

