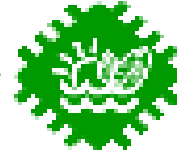




**Ε.Ι. ΚΡΗΤΗΣ – ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΧΑΝΙΩΝ  
ΤΜΗΜΑ**

**ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ**



---

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΣΤΑΘΕΡΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΤΗΣ  
ΓΕΩΦΥΣΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΒΥΘΟΣΚΟΠΗΣΗΣ  
ΠΑΡΟΔΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ**

**ΒΟΓΙΑΤΖΑΚΗ Ν. ΜΑΡΙΑ  
ΖΟΥΡΙΔΑΚΗ Γ. ΙΩΑΝΝΑ**

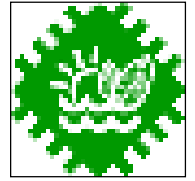
Επιτροπή εποπτείας  
Ηλίας Παπαδόπουλος  
Παντελής Σουπιός  
Γεώργιος Χλούπης

Οκτώβριος 2008





**Technological Institute of Crete**  
**Department of Natural Resources and Environment**  
**Laboratory of Geophysics and Seismology**



**Pre-Graduate Thesis**

**Robust inversion of 1-D Time Domain Electromagnetic Data  
Soundings**

**Vogiatzaki N. Maria**  
**Zouridaki G. Ioanna**

**Exa**

**mination comitee**

**Ilias Papadopoulos**

**Pantelis Soupios**

**George Hloupis**

**March 2008**



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>1</b>	<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b>	<b>1</b>
1.1	ΣΚΟΠΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΣ ΤΗΣ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ	1
1.2	ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ	2
<b>2</b>	<b>ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΠΑΡΟΔΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΩΝ</b>	<b>3</b>
2.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	5
2.2	ΝΟΜΟΣ FARADAY	5
2.3	ΔΙΑΧΥΣΗ ΤΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ	6
2.4	ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΩΝ TDEM	8
2.5	ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ	14
2.6	ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ	16
2.7	ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΡΕΥΝΑΣ	19
2.8	ΠΗΓΕΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ΣΤΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ	20
2.9	ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΕΡΜΗΝΕΙΑ	22
2.10	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ	24
<b>3</b>	<b>ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ TDEM ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ (1-D)</b>	<b>26</b>
3.1	ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΕΥΘΕΟΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	28
3.2	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΙΑΚΩΒΙΑΝΟΥ ΠΙΝΑΚΑ	29
3.3	ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ	31
3.3.1	ΑΣΤΑΘΕΙΑ ΣΤΗΝ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΤΟΥ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΟΥ ΙΑΚΩΒΙΑΝΟΥ	33
3.3.2	ΧΡΗΣΗ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	34
3.3.3	ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΣΥΓΚΛΙΣΗΣ ΚΑΙ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ-ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ	35
3.3.4	ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΒΑΡΩΝ	36
3.3.5	ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ SVD ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΣΤΑΘΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	37
3.4	ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ	38
3.4.1	ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΠΟΣΒΕΝΟΜΕΝΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	38

3.4.2	ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΞΟΜΑΛΥΣΜΕΝΗΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ	44
3.4.3	ΥΒΡΙΔΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΠΟΣΒΕΝΟΜΕΝΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	48
3.5	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	52
<b>4.</b>	<b>ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ (1-D) ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΠΑΡΟΔΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ</b>	<b>56</b>
4.1	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	56
4.1.1	ΛΕΚΑΝΗ ΑΝΘΕΜΟΥΝΤΑ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ	57
4.1.2	ΠΕΡΙΟΧΗ ΜΕΛΕΤΗΣ	58
4.1.3	ΣΥΛΛΟΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ-ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΟ ΧΩΡΟ ΕΡΕΥΝΑΣ	60
4.1.4	ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ	62
4.2	ΓΕΩΛΟΓΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ	67
<b>5</b>	<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b>	<b>71</b>

# ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον κύριο επιβλέποντα της πτυχιακής αυτής κ. Παπαδόπουλο Ηλία Καθηγητή του τμήματος φυσικών πόρων και περιβάλλοντος. Τον ευχαριστούμε για την ανάθεση του θέματος, την καθοδήγηση του και για τις ουσιαστικές παρατηρήσεις και συμβουλές του.





# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

## **ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

### 1.1 ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ

Οι γεωφυσικές έρευνες σε μια διάσταση βρίσκουν ευρεία εφαρμογή στη γεωλογική, στην υδρογεωλογική, μεταλλευτική και περιβαλλοντική έρευνα. Υπάρχουν διάφορες γεωφυσικές μέθοδοι, που στηρίζονται σε διαφορετικές φυσικές αρχές οι οποίες και εφαρμόζονται για το σκοπό αυτό. Η πτυχιακή αυτή εξετάζει τη μέθοδο των παροδικών ηλεκτρομαγνητικών κυματομορφών, που στη διεθνή βιβλιογραφία συναντάται με τον όρο TDEM<sup>(\*)</sup>.

Η ανάπτυξη των ηλεκτρομαγνητικών παροδικών κυματομορφών έγινε κυρίως για λόγους μεταλλευτικής έρευνας, σε χώρες όπως η Ρωσία και η Αυστραλία, κατά τις δεκαετίες του 1970 και 1980. Μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου, έναντι άλλων γεωφυσικών μεθόδων, είναι η ευκολία στην ανάπτυξη των διατάξεων και το βάθος διασκόπησης.

Για την ερμηνεία των αποτελεσμάτων, απαιτείται συχνά τα δεδομένα να επεξεργαστούν και να μετατραπούν από τιμές μεταβολής της μαγνητικής συνιστώσας, σε τιμές φαινόμενης αντίστασης. Τις περισσότερες φορές εφαρμόζονται αλγόριθμοι αντιστροφής, ώστε το τελικό αποτέλεσμα να είναι μοντέλο στρωμάτων με συγκεκριμένα πάχη και αντιστάσεις.

Σκοπός της παρούσας πτυχιακής είναι η εφαρμογή ενός σταθερού αλγορίθμου αντιστροφής δεδομένων TDEM σε μια διάσταση, για την γεωφυσική ερμηνεία των δεδομένων υπαίθρου.

---

(<sup>\*</sup>) Time Domain Electromagnetics.

Η προσέγγιση στο παραπάνω πρόβλημα περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

1. Μελέτη της βιβλιογραφίας σχετικά με τη μέθοδο των παροδικών κυματομορφών και ειδικότερα σε σχέση με τις μεθόδους μονοδιάστατης αντιστροφής που χρησιμοποιούνται.
2. Εφαρμογή του αλγορίθμου σε πραγματικά δεδομένα.
3. Συμπεράσματα.

#### 1. Introduction

Geophysical prospecting in one dimension (1-D) has a wide variety of applications in hydrogeology, mineral and environmental studies. Various geophysical methods exist, based on different physical properties of the subsurface. This pre-graduate thesis examines the method of Time Domain Electromagnetics (TDEM).

The use and development of TDEM occurred mainly due to mineral research studies, in countries like Russia and Australia, during the decades of 1970-1980. Big advantage of the method, opposing other geophysical methods, is the easiness in developing the configuration in field, and the depth of investigation.

For the interpretation of results, data are being analyzed and processed from values of apparent conductivity to values of apparent resistivity. Most of the times inversion algorithms are applied, and the final result is a model of layers with thickness and resistivity.

The structure of the study is as follows:

1. Bibliographic research regarding TDEM, and especially the inversion algorithms used.
2. Application of the algorithm to real data.
3. Results.

#### 1.2 ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ

Η δομή της παρούσας πτυχιακής αντικατοπτρίζει τη μεθοδολογία που ακολουθήθηκε:

- Στο κεφάλαιο 2, παρουσιάζονται τα γενικά χαρακτηριστικά της μεθόδου των παροδικών ηλεκτρομαγνητικών κυματομορφών. Αναφέρονται οι τρόποι υλοποίησης των διατάξεων μέτρησης, τα όργανα που χρησιμοποιούνται και ο σχεδιασμός για την πραγματοποίηση της έρευνας. Επίσης, παρουσιάζονται οι πηγές σφαλμάτων κατά τη διάρκεια των μετρήσεων και τα πεδία εφαρμογών της μεθόδου.
- Στο κεφάλαιο 3, γίνεται μια συνοπτική αναφορά στις μεθόδους που έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση του ευθέως προβλήματος TDEM σε μια διάσταση. Παρουσιάζεται ο τρόπος υπολογισμού του Ιακωβιανού πίνακα, που χρησιμοποιείται στην επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος. Αναλυτικά παρουσιάζονται οι μέθοδοι επίλυσης που έχουν προταθεί για την επίλυση του προβλήματος της μονοδιάστατης αντιστροφής TDEM, τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της κάθε μιας έναντι των άλλων, και οι λόγοι που μας οδήγησαν στην επιλογή μιας εξ αυτών για την εφαρμογή του αλγορίθμου.
- Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται η εφαρμογή της μεθόδου σε πραγματικές συνθήκες, με δεδομένα που συλλέχθηκαν σε περιοχή της Βορείου Ελλάδος.

## ***ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2***

### ***ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΠΑΡΟΔΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΩΝ***

*Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα γενικά χαρακτηριστικά της μεθόδου των παροδικών ηλεκτρομαγνητικών κυματομορφών. Εν συντομία αναλύεται το φυσικό υπόβαθρο της μεθόδου.*

*Παρουσιάζονται οι τρόποι με τους οποίους υλοποιούνται οι διατάξεις μέτρησης, τα όργανα που χρησιμοποιούνται και ο σχεδιασμός για την πραγματοποίηση της γεωφυσικής έρευνας. Αναλύονται οι πηγές σφαλμάτων κατά τη διάρκεια των μετρήσεων, και γίνεται μια σύντομη αναφορά στην*

*επεξεργασία και ερμηνεία των δεδομένων, καθώς αναλυτικότερη παρουσίαση τους γίνεται στα επόμενα κεφάλαια.*

*Τέλος, παρουσιάζονται τα πεδία εφαρμογών της μεθόδου, που είναι και ολοένα αυξανόμενα.*

## 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η χρήση της μεθόδου των παροδικών κυματομορφών (στη διεθνή βιβλιογραφία έχει επικρατήσει ο όρος TDEM), ξεκίνησε στις αρχές του 20ου αιώνα. Η μεγάλη διάδοση της μεθόδου και η ευρεία χρήση της άρχισε στη δεκαετία του 1960. Η πλήρης κατανόηση του φαινομένου για γεωφυσικούς σκοπούς έγινε στα τέλη της δεκαετίας του 70, κυρίως με την έρευνα των Nabighian, Wait, Kaufman, Raiche, Buselli κ.α.

Η θεωρητική βάση των ηλεκτρομαγνητικών μεθόδων γεωφυσικής διασκόπησης στηρίζεται στην θεωρία του Maxwell για τον ηλεκτρομαγνητισμό. Η ύπαρξη ενός κυκλώματος που διαρρέεται από χρονικά μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό ρεύμα οδηγεί στην δημιουργία ενός ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Κατά τη διάδοση του πεδίου αυτού στο υπέδαφος, σώματα που είναι αγωγίμα και βρίσκονται εντός του πεδίου διεγείρονται, με αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός δευτερογενούς επαγόμενου ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Τα δύο αυτά πεδία (πρωτογενές και δευτερογενές) συμβάλουν και δημιουργούν ένα συνιστάμενο πεδίο.

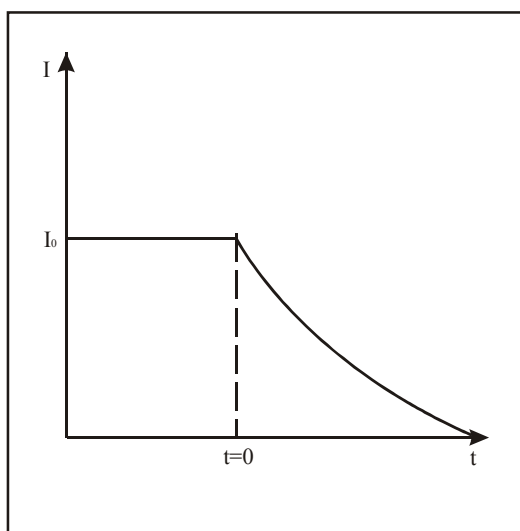
Ξεκινώντας λοιπόν από αυτές τις βασικές παρατηρήσεις, σκοπός της έρευνας είναι να μπορέσει από το συνιστάμενο πεδίο να απομονωθεί το δευτερογενές και να μελετηθούν τα χαρακτηριστικά του, ώστε να εξαχθούν έμμεσα συμπεράσματα για τις ιδιότητες της δομής που το προκάλεσε.

## 2.2 ΝΟΜΟΣ FARADAY

Θεωρούμε ένα απλό κλειστό κύκλωμα που έχει ωμική αντίσταση  $R$  και αυτεπαγωγική αντίσταση  $L$ , το οποίο διαρρέεται από σταθερό ηλεκτρικό ρεύμα εντάσεως  $I_0$ . Εάν διακόψουμε απότομα την λειτουργία του, η τιμή τού ηλεκτρικού ρεύματος από  $I_0$  δε θα μηδενιστεί ακαριαία, αλλά σύμφωνα με το νόμο της αυτεπαγωγής και τον κανόνα του Lenz, θα ελαττωθεί εκθετικά προς την τιμή μηδέν (σχήμα 2.1). Η σχέση που περιγράφει το αυτεπαγωγικό φαινόμενο είναι,

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.1)$$

όπου  $\tau$  είναι η σταθερά χρόνου του κυκλώματος και εξαρτάται από τις ιδιότητες του: την ωμική και επαγωγική αντίσταση του ( $\tau=L/R$ ). Η πτώση του ηλεκτρικού ρεύματος  $I$  μεταβάλλει το διάνυσμα της μαγνητικής ροής στο χώρο, δημιουργώντας ηλεκτρομαγνητικό πεδίο που διαδίδεται στον χώρο.



Σχήμα 2.1 Η πτώση του ηλεκτρικού ρεύματος από την αρχική τιμή  $I_0$  στην τιμή 0 γίνεται εκθετικά.

Σε κλειστό βρόχο που δε διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, αλλά βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, δημιουργείται μεταβολή της μαγνητικής ροής που διαπερνά την επιφάνεια του βρόχου, όταν μεταβληθεί το μαγνητικό πεδίο.

Σύμφωνα με τον νόμο του Faraday θα αναπτυχθεί στον βρόχο επαγωγική Ηλεκτρεγερτική Δύναμη που θα είναι ίση και αντίθετη με το ρυθμό μεταβολής της ροής που διέρχεται το κύκλωμα, δηλαδή,

$$E = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (2.2)$$

όπου,  $E$  το ηλεκτρικό πεδίο και  $\Phi$  το διάνυσμα της μαγνητικής ροής.

### 2.3 ΔΙΑΧΥΣΗ ΤΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, κατά την διάδοση τους σε ένα μέσο, υπόκεινται σε ελάττωση της ενέργειας που μεταφέρουν τόσο εξαιτίας της απορρόφησης τους από το μέσο στο οποίο διαδίδονται, όσο και εξαιτίας της

γεωμετρικής τους διασποράς. Η ελάττωση που υφίσταται η ενέργεια εξαιτίας της διάδοσης των κυμάτων στο μέσο εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου (φυσικές και χημικές). Αυτό το φαινόμενο περιγράφεται από την εξίσωση της εσωτερικής εμπέδησης  $Z_0$  του μέσου που ορίζεται ως

$$Z_0 = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, \quad (2.3)$$

όπου  $\mu$  είναι η μαγνητική διαπερατότητα του μέσου και  $\varepsilon$  η διηλεκτρική του σταθερά,  $\mathbf{E}$  το ηλεκτρικό και  $\mathbf{H}$  το μαγνητικό πεδίο (Wait 1950).

Η εξασθένηση εξαιτίας της γεωμετρικής διασποράς εξαρτάται από τον τρόπο παραγωγής και εκπομπής του κύματος. Στη μέθοδο των TDEM, θεωρείται πως το κύμα είναι επίπεδο, οπότε η εξασθένηση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου λόγω γεωμετρικής διασποράς είναι αμελητέα (Nabighian και McNae 1986).

Το βάθος διασκόπησης στη μέθοδο των παροδικών κυματομορφών εξαρτάται από πολλούς παράγοντες που σχετίζονται τόσο με τις γεωηλεκτρικές ιδιότητες του υπεδάφους, όσο και με τα τεχνικά χαρακτηριστικά του οργάνου και του τρόπου μέτρησης.

Το επιδερμικό βάθος διασκόπησης στη μέθοδο των παροδικών κυματομορφών δίνεται από τη σχέση (Nabighian και McNae 1986)

$$\delta = \sqrt{\frac{2t}{\mu_0 \sigma}}. \quad (2.4)$$

Οι Spies και Frischknecht (1992) προτείνουν τον παρακάτω τύπο για τον προσεγγιστικό υπολογισμό του βάθους διασκόπησης  $d$  στη μέθοδο των παροδικών κυματομορφών,

$$d \approx 0.5 \left( \frac{IA}{\sigma \eta_v} \right)^{1/5}, \quad (2.5)$$

όπου  $I$  το ρεύμα εκπομπής,  $A$  το εμβαδόν του βρόχου,  $\sigma$  η αγωγιμότητα του υπερκείμενου στρώματος και  $\eta_v$  το μικρότερο δυνατό σήμα που είναι δυνατό να μετρηθεί πάνω από το επίπεδο θορύβου. Αναφέρουν τιμές για το  $\eta_v$  ίσες με  $0.5 \text{ nV/m}^2$ .

Σύμφωνα με τον Κάρμη (προσωπική επικοινωνία) η τιμή αυτή είναι υπερβολικά χαμηλή, καθώς θεωρεί ότι στην πράξη μια τιμή για το  $\eta_v$  ίση με  $50 \text{ nV/m}^2$  είναι περισσότερο αντιπροσωπευτική. Βάσει της παραπάνω εκτίμησης,

ο Κάρμης ενδεικτικά δίνει για το σύστημα SIROTEM MKII, και για μέσο με αντίσταση 10 Ohm-m, βάθος διασκόπησης ίσο με 200 μέτρα (βρόχος 100x100 μέτρα) και 165 μέτρα (βρόχος 50x50 μέτρα).

Τέλος, η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα σε ένα μέσο δίνεται από την σχέση (Nabighian 1979)

$$u = \frac{2}{\sqrt{\pi\sigma\mu t}} \quad (2.6)$$

## 2.4 ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΩΝ ΠΑΡΟΔΙΚΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΩΝ

Υλοποιώντας έναν ορθογώνιο βρόχο στην επιφάνεια του εδάφους, δημιουργείται ένα κλειστό κύκλωμα το οποίο τροφοδοτείται με ηλεκτρικό ρεύμα μεγάλης έντασης. Το κύκλωμα αυτό αποτελεί τον πομπό εκπομπής των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Ύστερα από χρόνο ικανό ώστε να μην παρατηρούνται ταλαντώσεις στο πλάτος του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, το συνεχές αυτό ρεύμα διακόπτεται απότομα ( $t=0$ ). Με χρήση ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, η πτώση του ρεύματος γίνεται γραμμικά από  $I_0$  μέχρι 0 και διαρκεί χρόνο  $t_r$ .

Σύμφωνα με το νόμο του Faraday, η ταχεία αλλαγή στο μαγνητικό πεδίο του βρόχου-πομπού θα επάγει δινορεύματα σε έναν αγωγό που βρίσκεται κοντά του. Θεωρώντας πως βρισκόμαστε υπό καθεστώς ημιστατικής προσέγγισης <sup>(\*)</sup> (Grant και West 1965), τα επαγόμενα ρεύματα θα περιοριστούν στους αρχικούς χρόνους μόνο στην επιφάνεια του αγωγού (επιφανειακά ρεύματα) (Oristaglio και Hohmann 1984).

Το μέγεθος και η κατεύθυνση αυτών των ρευμάτων θα είναι τέτοιο ώστε να διατηρήσουν την κάθετη συνιστώσα του προϋπάρχοντος πρωτεύοντος μαγνητικού πεδίου στην επιφάνεια του αγωγού αναλλοίωτη (Weaver 1970), δηλαδή

$$b_n(t) |_{t=0} = b_{n0}, \quad (2.7)$$

όπου  $b_{n0}$  είναι η κάθετη συνιστώσα του πρωτεύοντος μαγνητικού πεδίου.

<sup>(\*)</sup> Ημιστατική προσέγγιση : Θεωρώντας πως δεν υπάρχουν σχετικιστικά φαινόμενα ( $u \ll c_0$ ), το ηλεκτρομαγνητικό κύμα υπακούει στους κανόνες της ευθύγραμμης διάδοσης των κυμάτων.

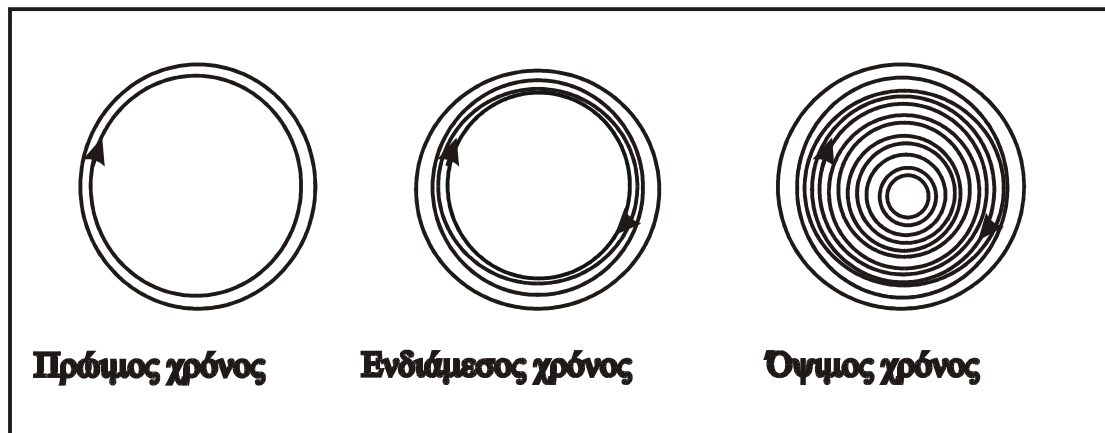


Πρακτικά, αυτό σημαίνει πως κατά τη στιγμή  $t=0$  το μαγνητικό πεδίο μέσα στον αγωγό θα παραμείνει αναλλοίωτο και δεν θα υπάρξει εσωτερικά επαγόμενη ροή ηλεκτρικού ρεύματος (Nabighian 1970). Σε όλα όμως τα εξωτερικά σημεία του αγωγού, το μαγνητικό πεδίο θα μεταβληθεί απότομα σαν συνάρτηση βήματος. Στην ορολογία των TDEM αυτός ο χρόνος ονομάζεται πρώιμος (Kaufman 1978).

Ο ρυθμός της αλλαγής των ρευμάτων και του επακόλουθου μαγνητικού πεδίου εξαρτάται γενικά από τα γεωμετρικά και φυσικά χαρακτηριστικά του αγωγού (μέγεθος, σχήμα και αγωγιμότητα). Κατά τον χρόνο  $t=0$ , η αρχική κατανομή των επιφανειακών ρευμάτων είναι ανεξάρτητη από την αγωγιμότητα του αγωγού και εξαρτάται μόνο από το σχήμα και το μέγεθος του. Συνεπώς, στο πρώιμο στάδιο, τα δινορεύματα κατά την χρονική διαδικασία έχουν πολύ μικρή εξάρτηση από την αγωγιμότητα του αγωγού (Nabighian 1979).

Αποτέλεσμα των ωμικών απωλειών θα είναι τα επιφανειακά ρεύματα που βρίσκονται στον αγωγό να αρχίσουν να φθίνουν. Στην περιοχή του αγωγού ακριβώς κάτω από την επιφάνεια του, το μαγνητικό πεδίο θα αρχίσει να μειώνεται με αποτέλεσμα τη δημιουργία δινορευμάτων. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται με την πάροδο του χρόνου σε όλο και πιο εσωτερικά τμήματα του αγωγού. Κατά κάποιο τρόπο μπορεί να περιγραφεί ως μια εσωτερική διάχυση του ρεύματος, παρόλο που τα επαγόμενα ρεύματα στην πραγματικότητα δεν μεταναστεύουν στο εσωτερικό του αγωγού. Η χρονική αυτή στιγμή περιγράφεται σαν το ενδιάμεσο στάδιο της παροδικής διαδικασίας (Hohmann 1971, Oristaglio 1982).

Όταν πλέον η διαδικασία αυτή θα έχει ολοκληρωθεί, για όλο τον όγκο του αγωγού, η κατανομή των επαγόμενων δινορευμάτων θα είναι περίπου σταθερή στον χρόνο. Η ωμική και επαγωγική αντίσταση κάθε ισοδυναμικής επιφάνειας ρεύματος θα έχουν πάρει ασυμπτωτικά τις μέγιστες τιμές τους, και η μείωση του πλάτους της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος οφείλεται μόνο στις ωμικές απώλειες. Στη βιβλιογραφία η κατάσταση αυτή περιγράφεται με τον όρο όψιμος χρόνος (Nabighian και Oristaglio 1984). (σχήμα 2.2)



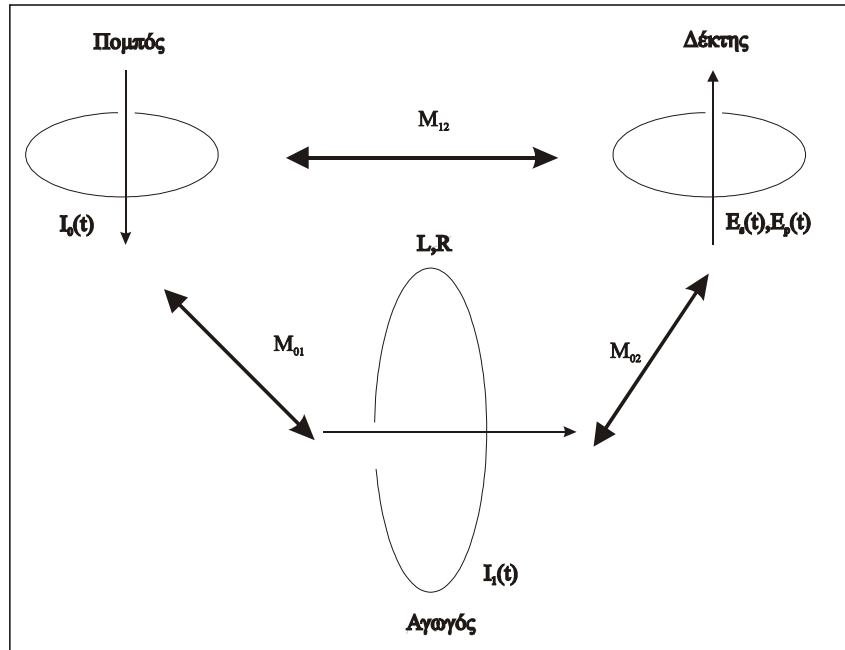
Σχήμα 2.2 Η κατανομή των δινορευμάτων στον αγωγό για τα διάφορα στάδια χρόνου (Nabighian και McNae 1994).

Η βασική αρχή λειτουργίας της μεθόδου των παροδικών ηλεκτρομαγνητικών κυματομορφών μπορεί, σε απλοποιημένη μορφή, να εκφραστεί με ισοδύναμο κύκλωμα τριών βρόχων (πομπός-αγωγός-δέκτης), όπως φαίνεται στο σχήμα (2.3).

Έστω ότι  $M$  είναι ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής μεταξύ του βρόχου-πομπού και του αγωγού (που στη συνέχεια θα θεωρείται ως ένας βρόχος), και  $R$  και  $L$  η ωμική και επαγωγική αντίσταση του αγωγού αντίστοιχα. Για μια διέγερση συνάρτησης βήματος του πομπού, αποδεικνύεται ότι το ηλεκτρικό ρεύμα που θα κυκλοφορεί στο βρόχο-αγωγό δίνεται από τη σχέση (Grant και West 1965),

$$I(t) = \frac{MI_0}{L} e^{-\frac{t}{\tau}}, t \geq 0 \quad (2.8)$$

όπου  $I_0$  είναι το ηλεκτρικό ρεύμα του πομπού, και  $\tau=L/R$  είναι η σταθερά χρόνου του κυκλώματος του αγωγού. Μια απότομη μεταβολή του ηλεκτρικού ρεύματος στον πομπό δημιουργεί ένα επαγωγικό ηλεκτρικό ρεύμα στον αγωγό, το οποίο φθίνει εκθετικά με σταθερά χρόνου  $\tau$ . Στον χρόνο  $t=0$ , το αρχικό πλάτος του ρεύματος εξαρτάται από τη ροή του πρωτεύοντος πεδίου που διαπερνά τον αγωγό ( $I_0M$ ) και από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του ( $L$ ), ενώ είναι ανεξάρτητο από την αγωγιμότητα ( $1/R$ ). Αντίθετα, η σταθερά χρόνου  $\tau$  εξαρτάται και από την αγωγιμότητα και από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του αγωγού (Wait 1960).



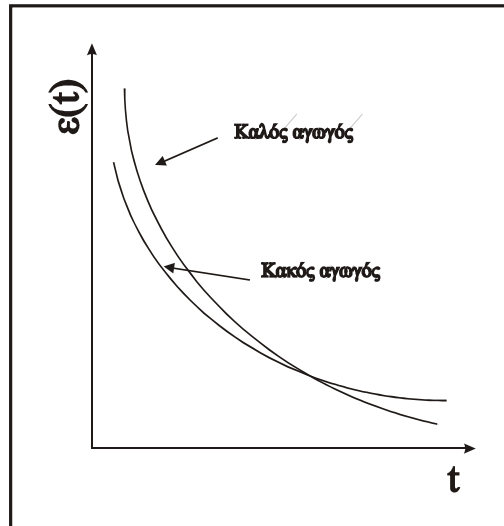
Σχήμα 2.3 Αναπαράσταση της αρχής λειτουργίας των TDEM με ισοδύναμο ηλεκτρικό κύκλωμα.

Η τάση που αναπτύσσεται στο βρόχο-δέκτη, είναι ανάλογη του χρονικού ρυθμού μεταβολής του δευτερεύοντος μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από τον αγωγό, δηλαδή,

$$e_s(t) = M \frac{\partial I}{\partial t} = I_0 \frac{M_{01} M_{12}}{L} \left[ \delta(t) - \frac{e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau} \right], t \geq 0, \quad (2.9)$$

όπου  $\delta(t)$  είναι η συνάρτηση δέλτα και  $M_{01}$  και  $M_{12}$  οι συντελεστές αμοιβαίας επαγωγής μεταξύ πομπού-αγωγού και πομπού-δέκτη αντίστοιχα.

Η εξίσωση (2.9) περιλαμβάνει όλα τα κύρια χαρακτηριστικά των χρονικά μεταβαλλόμενων πεδίων. Για αντιστατικούς στόχους (μικρό  $\tau$ ), η αρχική τάση είναι μικρή αλλά το πεδίο φθίνει αργά. Για αγώγιμους στόχους (μεγάλο  $\tau$ ), η αρχική τάση είναι μεγαλύτερη, αλλά το πεδίο φθίνει με μεγαλύτερη κλίση. Υπάρχει λοιπόν ένας τρόπος ποιοτικού διαχωρισμού μεταξύ των στόχων ως προς την αγωγιμότητα τους (σχήμα 2.4).



Σχήμα 2.4 Ρυθμός μεταβολής της ΗΕΔ για καλούς και κακούς αγωγούς.

Η χρονική καθυστέρηση εξαιτίας της διάδοσης του κύματος με την ταχύτητα του φωτός μπορεί να αγνοηθεί και να χρησιμοποιηθεί η ημιστατική προσέγγιση (Parasnis 1997), καθώς για τους χρόνους που χρησιμοποιούνται στη μέθοδο των TDEM βρισκόμαστε στην ημιστατική ζώνη. Αυτό έχει μεγάλη σημασία, καθώς η ηλεκτρομαγνητική διαδικασία της επαγωγής, στις σχετικά χαμηλές συχνότητες που χρησιμοποιούνται γενικότερα στις γεωφυσικές μεθόδους, υπακούει κυρίως στους νόμους της διάχυσης, και έτσι έννοιες κυματικής φύσεως μπορούν να αγνοηθούν (Grant και West 1965). Στην περιοχή του χρόνου οι συνιστώσες του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου ικανοποιούν, για ομογενείς περιοχές του εδάφους, τη διανυσματική εξίσωση της διάχυσης

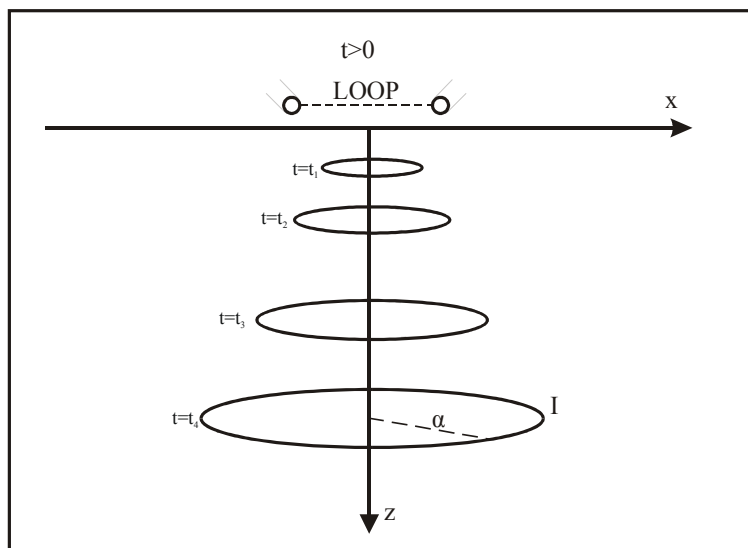
$$\nabla^2 \begin{Bmatrix} e \\ h \end{Bmatrix} = \sigma \mu \frac{\partial}{\partial t} \begin{Bmatrix} e \\ h \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

όπου  $\sigma$  και  $\mu$  είναι η ηλεκτρική αγωγιμότητα και η μαγνητική διαπερατότητα αντίστοιχα. Στον αέρα ( $\sigma=0$ ) η εξίσωση διάχυσης μετατρέπεται στην διαφορική εξίσωση του Laplace

$$\nabla^2 \begin{Bmatrix} e \\ h \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.11)$$

που δε περιλαμβάνει καμία χρονική μεταβλητή, παρόλο που και το  $e$  και το  $h$  είναι χρονικά εξαρτώμενα. (Nabighian και McNae 1986).

Ο Nabighian (1979) απέδειξε πως το ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στην γη από βρόχο που βρίσκεται στην επιφάνεια, στην περίπτωση ημιχώρου, μπορεί



Σχήμα 2.5. Σύστημα ισοδύναμων ρευμάτων, σε διάφορους χρόνους μετά την διαταραχή του ρεύματος στον πομπό, δείχνοντας την προς τα κάτω διάχυση. (Nabighian 1979)

να αναπαρασταθεί από ένα σύστημα γραμμικών ρευμάτων, που μοιάζουν με δαχτυλίδια καπνού που βγαίνουν από τον βρόχο<sup>(\*)</sup> (σχήμα 2.5). Τα ρεύματα κινούνται προς το υπέδαφος με ταχύτητα,

$$\frac{d}{dt} \left[ z + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \lambda \right] = \frac{2}{\sqrt{\pi \sigma \mu t}}, \quad (2.12)$$

με συνεχώς αυξανόμενη ακτίνα  $a = \sqrt{8C_2(t/\sigma\mu)}$ , όπου  $C_2$  είναι σταθερά που εξαρτάται από την γεωμετρία του βρόχου (Raiche και Gallagher 1985).

Αποδεικνύεται επίσης πως στους όψιμους χρόνους, η κάθετη συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου μειώνεται ανάλογα του  $(1/t^{3/2})$ , ενώ οι οριζόντιες συνιστώσες μειώνονται ανάλογα του  $(1/t^2)$  (Wait και Ott 1972).

## 2.5 ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

(<sup>\*</sup> Στη διεθνή βιβλιογραφία αναφέρονται ως “Smoke Rings”.)

Ένας κοινός παράγοντας όλων των επαγωγικών παροδικά μεταβαλλόμενων τεχνικών είναι ότι για τη διασκόπηση χρησιμοποιούνται τετραγωνικοί ή ορθογώνιοι βρόχοι ως πομποί και δέκτες. Ανάλογα με τη διάταξη πομπού-δέκτη οι περισσότεροι χρησιμοποιούμενες διατάξεις είναι (σχήμα 2.6):

1. Διάταξη ενός βρόχου (Single-Loop or Coincident Loop Configuration).

Αποτελείται από έναν μόνο βρόχο, ο οποίος λειτουργεί και ως πομπός και ως δέκτης. Κατά τη διάρκεια που το ηλεκτρικό ρεύμα διαρρέει το κύκλωμα, λειτουργεί ως πομπός. Μόλις διακοπεί η λειτουργία του κυκλώματος, οι ακροδέκτες του βρόχου συνδέονται αυτόματα με το δέκτη και οι μετρήσεις παίρνονται κατά τη διάρκεια που ο πομπός είναι κλειστός. Το μέγεθος της πλευράς του βρόχου ποικίλει από 5 μέχρι και 200 μέτρα και είναι συνήθως τετραγωνικός ή ορθογώνιος.

2. Διάταξη κεντρικού βρόχου (In-Loop or Central Loop Configuration).

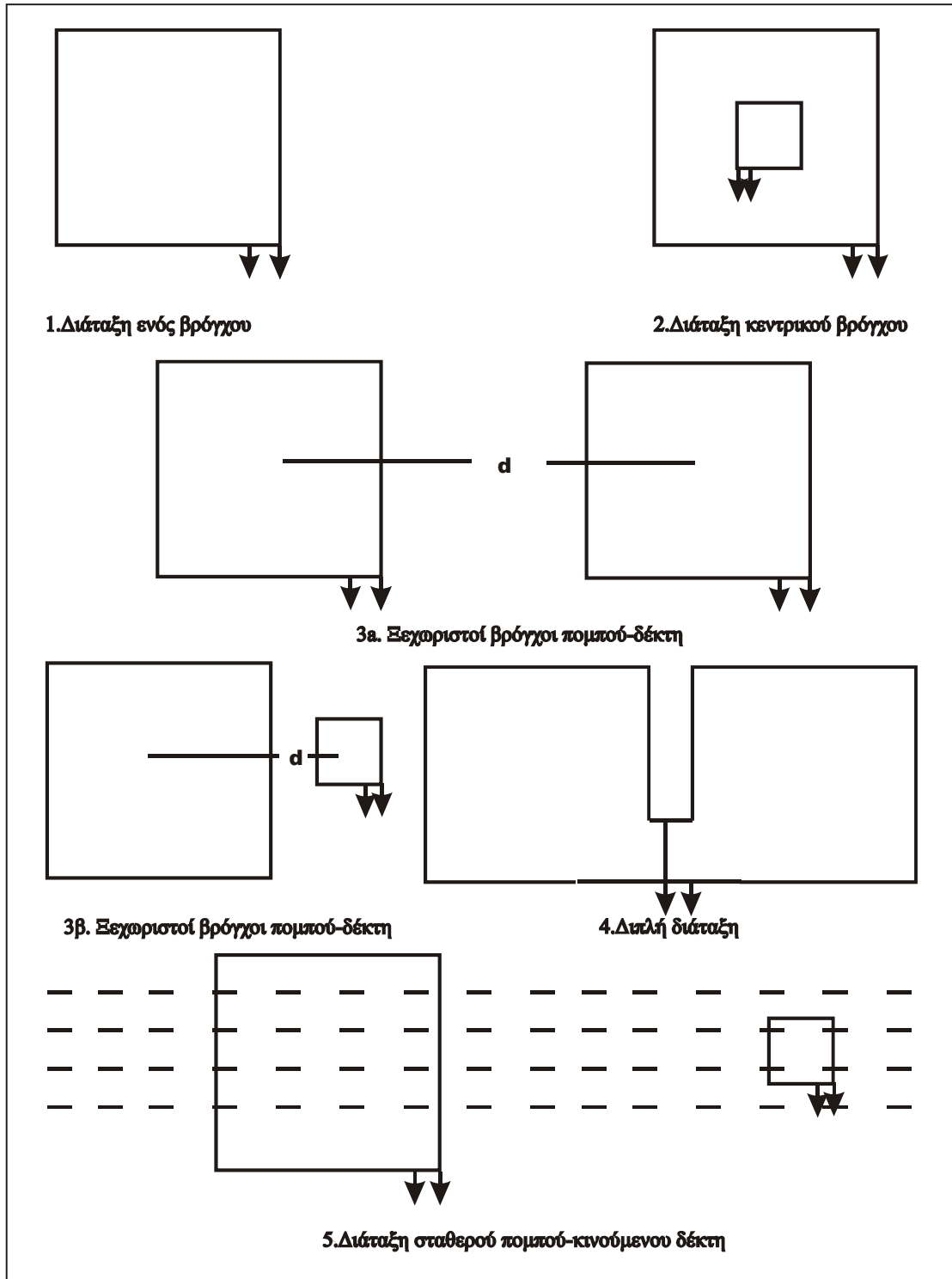
Αυτή η διάταξη είναι παραλλαγή της προηγούμενης, με την διαφορά ότι ο βρόχος του δέκτη είναι πολύσπειρος, ισοδύναμης επιφάνειας με τον πομπό, και τοποθετείται στο κέντρο του βρόχου που συνδέεται με τον πομπό.

3. Ξεχωριστοί βρόχοι πομπού-δέκτη (Separated Transmitter-Receiver Loop Configuration).

Η διάταξη αυτή μοιάζει με την διάταξη Slingram, όπου πομπός και δέκτης βρίσκονται σε σταθερή απόσταση μεταξύ τους. Οι βρόχοι έχουν διαστάσεις μερικών δεκάδων μέτρων. Μια παραλλαγή αυτής της διάταξης είναι ο δέκτης να είναι πολύ μικρότερος από τον πομπό.

4. Διπλή διάταξη (Dual-Loop Configuration).

Σε αυτή τη διάταξη, διαμορφώνονται δύο παρακείμενοι βρόχοι που συνδέονται παράλληλα για καλύτερη σύζευξη με κάθετους αγωγούς (Spies 1975).



Σχήμα 2.6 Διατάξεις μετρήσεων TEM

Επιπλέον, επειδή ο θόρυβος που επάγεται λόγω κινούμενων πηγών που προκαλούν παράσιτα στο σήμα είναι αντίθετος στους δύο βρόχους στην διάταξη αυτή, μειώνεται σημαντικά το επίπεδο του.

5. Μεγάλος σταθερός βρόχος πομπού-κινούμενος δέκτης (Large Fixed Transmitter, Roving Receiver).

Σε αυτή την διάταξη, υλοποιείται ένας πολύ μεγάλος βρόχος-πομπός που παραμένει σταθερός και ένας πολύ μικρότερος βρόχος-δέκτης χρησιμοποιείται κατά μήκος οδεύσεων που είναι παράλληλες προς μια πλευρά του πομπού. Το μήκος της πλευράς του πομπού είναι της τάξης μερικών εκατοντάδων μέτρων (σε πολλές περιπτώσεις φτάνει μέχρι και πέντε χιλιόμετρα).

6. Εναέριες διατάξεις (Airborne TDEM).

Η μέθοδος των TEM μπορεί να χρησιμοποιηθεί και από αέρος για έρευνα και μάλιστα καλύπτοντας πολύ μεγάλη έκταση σε μικρό χρονικό διάστημα (Smith και Keating 1996).

## 2.6 ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Τα όργανα που χρησιμοποιούνται για διασκοπήσεις με την μέθοδο των TDEM, αποτελούνται από ένα πομπό που συνδέεται με τον βρόχο προς υλοποίηση, και παρέχει ηλεκτρικό ρεύμα εντάσεως μέχρι και 12 A, χρησιμοποιώντας δωδεκάβολτους συσσωρευτές ή γεννήτριες ηλεκτρικού ρεύματος<sup>(\*)</sup>.

Το καταγραφικό του δέκτη βρίσκεται στο ίδιο όργανο με τον πομπό, και χρησιμοποιεί την ίδια έξοδο με αυτόν. Με ηλεκτρονικό κύκλωμα (στην περίπτωση της διάταξης μονού βρόχου) συνδέεται με τον βρόχο κατά την διακοπή του κυκλώματος.

Ο βρόχος διαρρέεται από συνεχές ρεύμα εντάσεως  $I_0$  και τη στιγμή  $t=0$  διακόπτεται απότομα η λειτουργία του κυκλώματος. Σύμφωνα με τον νόμο της αυτεπαγωγής, η μείωση του ηλεκτρικού ρεύματος από την αρχική τιμή  $I_0$  στην τιμή μηδέν δεν είναι ακαριαία, αλλά διαρκεί χρόνο  $\tau$  και είναι εκθετική.

---

(<sup>\*</sup>) Στη διεθνή βιβλιογραφία υπάρχουν αναφορές που έχουν παρατηρηθεί ρεύματα μέχρι και 900 A με χρήση πολλών συσσωρευτών.

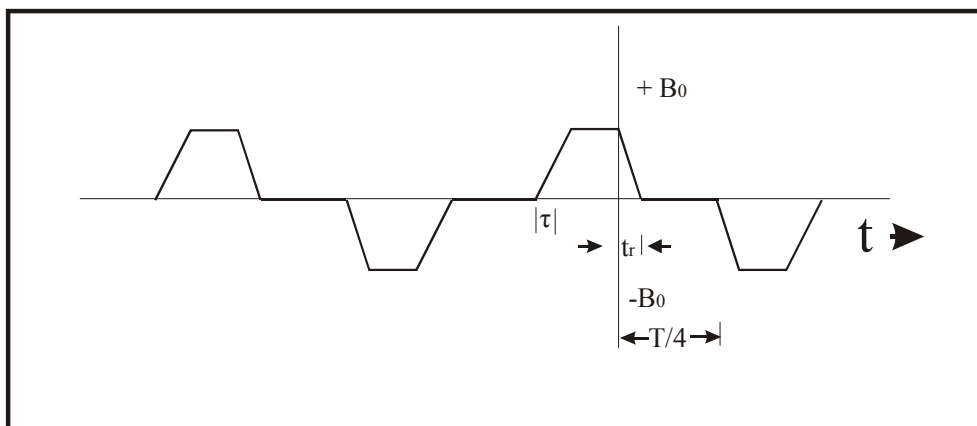




Δημιουργούνται με αυτό τον τρόπο επαγωγικά ρεύματα σε κοντινούς αγωγίμους στόχους που βρίσκονται στο υπέδαφος, και η δημιουργία δευτερογενούς ηλεκτρομαγνητικού πεδίου, το οποίο ανιχνεύεται από το δέκτη.

Στο σχήμα (2.7) φαίνεται ενδεικτικά η διπολική κυματομορφή του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον πομπό, κατά τον χρόνο  $t$ . Οι κατασκευαστές των οργάνων δεν δίνουν ακριβείς πληροφορίες, αλλά τα παρακάτω στοιχεία είναι διαθέσιμα ή μπορούν να εξαχθούν (Asten 1987).

Η διάρκεια που ο πομπός διαρρέεται από ρεύμα είναι ίση με το ένα τέταρτο της περιόδου, όπως μπορεί να προσδιοριστεί από τον τελευταίο χρόνο δειγματοληψίας για το μοντέλο της SIROTEM.



Σχήμα 2.7 Ενδεικτικό παράδειγμα κυματομορφής του πομπού.

Το τμήμα της διέγερσης της κυματομορφής είναι εκθετικής μορφής ανάλογο της σταθεράς χρόνου  $\tau$  του κυκλώματος, και εξαρτάται από την εμπέδηση του (μέγεθος βρόχου, αντίσταση καλωδίου, αντίσταση εδάφους) και τον σχεδιασμό του οργάνου. Η τιμή του  $\tau$  κινείται μεταξύ 0.3 και 0.6 μικρών του δευτερολέπτου.

Το τμήμα της κυματομορφής που αντιστοιχεί στην μείωση του ηλεκτρικού ρεύματος από  $I_0$  σε μηδέν, είναι περίπου γραμμικής μορφής και αντιστοιχεί σε χρόνο  $t_r$ . Η τιμή του  $t_r$  κινείται μεταξύ των 30 και 350 μικρών του δευτερολέπτου, και εξαρτάται από το μέγεθος του βρόχου και το ρεύμα του πομπού. Για το SIROTEM το τμήμα της κυματομορφής που το κύκλωμα δεν διαρρέεται από ρεύμα είναι εκθετικής μορφής με αρχική τιμή  $B_0$  και τελική  $-B_0$ . Στην πράξη, η εξασθένηση από  $B_0$  μέχρι 0 έχει διάρκεια περίπου  $0.5\tau$  και μπορεί να θεωρηθεί πως είναι γραμμική.

Η παροδική εξασθένηση που μετράται στον δέκτη γίνεται με πυκνή δειγματοληψία στο χρονικό παράθυρο μεταξύ  $t_r$  και  $T/4$ .

Η Ηλεκτρεγερτική Δύναμη που αναπτύσσεται στον βρόχο κατά τον χρόνο  $t_r$  μπορεί γενικά να περιγραφεί από την εξίσωση

$$E(p, h) = \frac{\rho \mu_0 a I}{2} \int_0^{\infty} \left[ \frac{\lambda - s}{\lambda + s} e^{-2\lambda h} + 1 \right] J_1^2(\lambda a) d\lambda, \quad (2.13)$$

για την περίπτωση κυκλικού βρόχου ακτίνας  $a$ , όπου:

$h$  = το ύψος πάνω από το υπέδαφος που βρίσκεται ο βρόχος.

$\rho$  = η μεταβλητή του μετασχηματισμού Laplace που αντιστοιχεί στον παράγοντα  $(-i\omega)$  για μεταβολή του χρόνου  $(-i\omega t)$ .

$I$  = το ρεύμα του πομπού.

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ , η μαγνητική διαπερατότητα στο κενό.

$\lambda$  = η μεταβλητή του μετασχηματισμού.

$J_1(\lambda a)$  = συνάρτηση Bessel πρώτης τάξης.

$$s = \sqrt{\lambda^2 + \mu_0 \rho p}.$$

Η γενική αυτή εξίσωση αποδεικνύεται πως ισχύει και για την περίπτωση που ο βρόχος είναι τετραγωνικής μορφής, πλευράς  $a$  (Raiche και Spies 1981).

Λόγω της μεγάλης ακρίβειας στον χρόνο καταγραφής που απαιτείται, τα όργανα των TDEM διαθέτουν πολλά ακόμα ηλεκτρονικά όργανα, γεγονός

που τα καθιστά και σχετικά ακριβότερα από άλλα γεωφυσικά όργανα μέτρησης. Τα περισσότερα όργανα μετρούν με ακρίβεια 0.1 μικρών του δευτερολέπτου ( $10^{-6}$ ), και οι μετρήσεις πραγματοποιούνται στο χρονικό παράθυρο από 4 μικρά μέχρι και 164 χιλιοστά του δευτερολέπτου για το μοντέλο της SIROTEM. Τα πλέον σύγχρονα όργανα δίνουν στο χρήστη τη δυνατότητα να προγραμματίσει τη διάρκεια κατά την οποία παίρνονται οι μετρήσεις.

Η ανάπτυξη όλο και ακριβέστερων ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, οδηγεί στην συνεχή εξέλιξη των οργάνων μέτρησης και στην μείωση του όγκου τους. Τα σημερινά όργανα είναι συμπαγή, εύχρηστα και διαθέτουν μικροεπεξεργαστές για την καταγραφή και αποθήκευση των μετρήσεων.

## 2.7 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Πριν από κάθε γεωφυσική έρευνα, γίνεται ένας αρχικός σχεδιασμός για τον τρόπο που θα διεξαχθεί, στον οποίο λαμβάνονται υπόψη διάφοροι παράγοντες όπως τα χαρακτηριστικά των πιθανών στόχων (βάθος, σχήμα, ιδιότητες), η μορφολογία του εδάφους, η επιθυμητή ανάλυση των αποτελεσμάτων, ο χρόνος που θα απαιτηθεί κλπ.

Στην περίπτωση των TDEM, πρωταρχικό ρόλο στη γεωφυσική έρευνα παίζουν η διάταξη που θα χρησιμοποιηθεί και το μέγεθος του βρόχου που θα υλοποιηθεί (MacNae 1984). Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά των πιθανών στόχων, λαμβάνονται και οι κατάλληλες αποφάσεις.

Ένας γενικός κανόνας για την διάταξη μονού βρόχου, είναι πως το μέγεθος του βρόχου πρέπει να είναι περίπου της ίδιας τάξης μεγέθους με το βάθος του στόχου προς εξερεύνηση. Αν π.χ. ο στόχος αναμένεται να είναι στα 100 μέτρα βάθος, το μέγεθος της πλευράς του βρόχου που θα πραγματοποιηθεί θα πρέπει να είναι μεταξύ 80 και 120 μέτρων.

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί πως η ισχύς του πομπού και η συνοδεύουσα ενέργεια του πρωτεύοντος μαγνητικού πεδίου που παράγεται, αυξάνονται με το μέγεθος του βρόχου ή, για να είμαστε απόλυτα ακριβείς, με την συνολική επιφάνεια που αντιστοιχεί στον βρόχο. Αν π.χ. ο βρόχος είναι τετραγωνικός πλευράς  $a$  και αποτελείται από 2 σπείρες, τότε η επιφάνεια του βρόχου είναι  $2a^2$ .

Η απόσταση μεταξύ των σταθμών μετρήσεων και των γραμμών οδεύσεως, εξαρτάται από τον τύπο της έρευνας (λεπτομερής ή αναγνωριστικός).

Για αναγνωριστική έρευνα και με τη διάταξη μονού βρόχου, η απόσταση μεταξύ διαδοχικών βυθοσκοπήσεων θα πρέπει να είναι τουλάχιστον τέτοια ώστε ανά δύο να βρίσκονται πάνω από τον γεωλογικό στόχο που ερευνάται.

Όσον αφορά την απόσταση μεταξύ διαδοχικών οδεύσεων, θα πρέπει να είναι ανάλογη του μήκους που εκτείνεται ο στόχος.

Για τη διεξαγωγή λεπτομερούς έρευνας, το βήμα δειγματοληψίας θα πρέπει να είναι αρκετά μικρότερο.

## 2.8 ΠΗΓΕΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ΣΤΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

Τα σφάλματα που μπορεί να υπεισέλθουν στις μετρήσεις TDEM μπορεί να οφείλονται σε διάφορους λόγους, όπως είναι ο γεωλογικός θόρυβος, η ημερήσια μεταβολή του μαγνητικού πεδίου της Γης κ.α. Οι σημαντικότεροι λόγοι είναι:

α) Γεωμετρικός θόρυβος.

Σε αυτόν συμπεριλαμβάνονται όλες οι πηγές θορύβου που πηγάζουν εξαιτίας της γεωμετρίας της κάθε διάταξης.

Σε αντίθεση με τις ηλεκτρομαγνητικές μεθόδους που λειτουργούν στην περιοχή των συχνοτήτων, όπου είναι δύσκολο να απομονωθεί η συμφασική συνιστώσα του δευτερεύοντος πεδίου από το γεωμετρικά εξαρτώμενο πρωτεύον πεδίο, τα γεωμετρικά λάθη είναι αμελητέα σε μέγεθος γιατί οι μετρήσεις λαμβάνονται κατά την απουσία του πρωτεύοντος πεδίου.

Η τοπογραφία είναι άλλη μια πηγή σφαλμάτων στις μετρήσεις. Και αυτή όμως είναι αμελητέα, καθώς μετά το πρώιμο στάδιο η διάδοση των κυμάτων έχει τέτοια συμπεριφορά ως να ήταν η επιφάνεια του εδάφους απολύτως επίπεδη.

β) Ανθρωπογενής θόρυβος.

Σε αυτή την κατηγορία εντάσσονται όλοι οι μεταλλικοί αγωγοί που μπορεί να επάγουν ηλεκτρικό ρεύμα και βρίσκονται στην περιοχή έρευνας, όπως είναι οι γραμμές του τηλεφωνικού δικτύου, υπόγειοι αγωγοί, μεταλλικοί

φράχτες κλπ. Εξαιτίας όμως της μικρής διατομής που έχουν συνήθως, οι σταθερές χρόνου  $\tau$  για την απευθείας επαγωγή τους είναι συνήθως αμελητέες.

Η κύρια συνεισφορά τους στα σφάλματα προέρχεται από την ικανότητα τους να διοχετεύουν επαγόμενα ρεύματα στα περιβάλλοντα πετρώματα.

γ) Ηλεκτρομαγνητικός θόρυβος.

Υπάρχουν πολλές πηγές που επηρεάζουν τις μετρήσεις των TDEM και οφείλονται σε ηλεκτρομαγνητικό θόρυβο.

Γεωμαγνητικά σήματα κάτω από 1 Hz προέρχονται κυρίως από μέσα και πάνω από την Ιονόσφαιρα. Πάνω από 1 Hz το φάσμα του φυσικού θορύβου προέρχεται κυρίως από ατμοσφαιρικά παράσιτα, που είναι όλες οι φυσικές παροδικές ηλεκτρομαγνητικές μεταβολές που δημιουργούνται από εκκενώσεις κεραυνών.

Ο ανθρωπογενής θόρυβος αυτής της κατηγορίας προέρχεται από της γραμμές μεταφοράς του ηλεκτρικού δικτύου (με συχνότητα 50 ή 60 Hz), ενώ οι σταθμοί πολύ χαμηλών συχνοτήτων (VLF) παράγουν μεγαλύτερης συχνότητας θόρυβο (10 με 25 kHz). Είναι η κυριότερη πηγή σφαλμάτων, όμως είναι εύκολο να εντοπιστεί καθώς η πηγή από όπου προέρχεται είναι εμφανής.

Ο επαγωγικός θόρυβος λόγω της κίνησης της Γης μπορεί να είναι πολύ σημαντικός, καθώς το μαγνητικό πεδίο της Γης είναι 100.000 φορές μεγαλύτερο από το πεδίο που δημιουργεί ο πομπός. Προβλήματα από τέτοιου είδους θόρυβο αντιμετωπίζονται όταν οι μετρήσεις απαιτούν πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα για να πραγματοποιηθούν, και η διόρθωση των μετρήσεων γίνεται με τον ίδιο τρόπο που χρησιμοποιείται στις μαγνητικές μεθόδους.

Η αφαίρεση του θορύβου από τις μετρήσεις δεν είναι εύκολη διαδικασία. Συνήθως περιλαμβάνει αποσυνέλιξη της απόκρισης του συστήματος για τον δέκτη, την αφαίρεση του θορύβου εξαιτίας των γραμμών μεταφοράς του ηλεκτρικού ρεύματος, κανονικοποίηση για την γεωμετρία του συστήματος και (αν είναι απαραίτητο) αναγνώριση και αφαίρεση του θορύβου χαμηλής συχνότητας που προέρχεται από τους μικροπαλμούς του μαγνητικού πεδίου της Γης (Keller 1997, MacNae et al. 1984, McCracken et al. 1986, Spies 1988)

## 2.9 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΕΡΜΗΝΕΙΑ

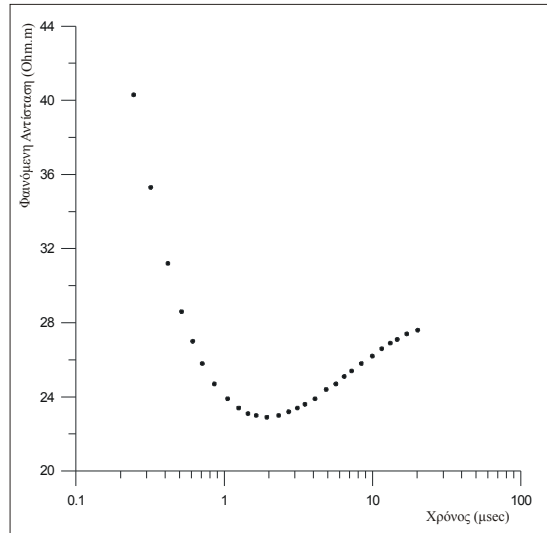
Στην πράξη, όλα τα συστήματα της μεθόδου TDEM καταγράφουν τις παροδικές τάσεις σε έναν αριθμό καναλιών χρόνου. Τις περισσότερες φορές η επεξεργασία των σημάτων γίνεται σε πραγματικό χρόνο, σε αντίθεση π.χ. με τη σεισμική μέθοδο. Καθώς για κάθε κανάλι χρόνου τα όργανα μέτρησης λαμβάνουν πολλές μετρήσεις τις οποίες μετά σωρεύουν, τα περισσότερα συστήματα είναι εφοδιασμένα με κάποιο ηλεκτρονικό σύστημα καταγραφής. Στη συνέχεια, τα δεδομένα ελέγχονται για την ακρίβεια τους και κανονικοποιούνται διαιρώντας τις μετρήσεις με το ρεύμα του πομπού. Επειδή τα δεδομένα όμως στη συνέχεια μετατρέπονται από μετρήσεις μεταβολής της μετρούμενης συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου σε φαινόμενες αντιστάσεις, είναι δύσκολο να γίνει γρήγορη εκτίμηση της ποιότητας τους (Spies και Eggers 1986).

Στην περίπτωση βυθοσκοπήσεων, χαρτογραφούνται οι φαινόμενες αντιστάσεις με το χρόνο, ώστε να υπάρχει μια πρώτη ποιοτική εκτίμηση των μετρήσεων, όπως συμβαίνει με τις ηλεκτρικές μεθόδους συνεχούς ρεύματος (σχ.2.8).

Όταν τα δεδομένα προέρχονται από οδεύσεις, δημιουργούνται γραφικές παραστάσεις σε γραμμική κλίμακα, όπου χαρτογραφούνται οι μετρήσεις σε συγκεκριμένα κανάλια χρόνου κατά μήκος μιας όδευσης ώστε να ελεγχθούν τα δεδομένα για την περίπτωση σφαλμάτων σε κάποια συγκεκριμένη θέση, και για μια πρώτη ποιοτική εκτίμηση της περιοχής που δίνει τις ανωμαλίες κατά μήκος της όδευσης<sup>(\*)</sup>.

---

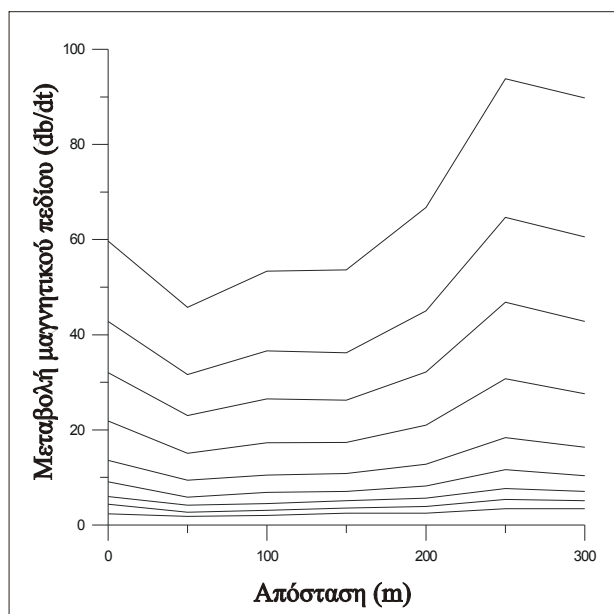
(<sup>\*</sup>) Κυρίως και κατά παράδοση στη μεταλλευτική έρευνα.



*Σχήμα 2.8 Χαρτογράφηση φαινόμενων αντιστάσεων με το χρόνο, για σκοπούς ποιοτικής εκτίμησης των δεδομένων.*

Η χαρτογράφηση μπορεί να γίνει είτε με τα απευθείας δεδομένα για συγκεκριμένα κανάλια χρόνου, είτε παίρνοντας τις φαινόμενες αντιστάσεις κατά τους συγκεκριμένους χρόνους (σχήμα 2.9).

Ο περισσότερο χρησιμοποιούμενος τρόπος επεξεργασίας και ερμηνείας είναι η εφαρμογή αντιστροφής των μετρήσεων για τον προσδιορισμό των αγωγιμοτήτων των στρωμάτων του υπεδάφους και το βάθος στο οποίο βρίσκονται. Υπάρχει ένα μεγάλο εύρος βιβλιογραφίας που καλύπτει αυτό τον τομέα, και αναλυτικότερα παρουσιάζεται στο τρίτο κεφάλαιο.



Σχήμα 2.9 Χαρτογράφηση των μετρήσεων κατά μήκος όδευσης στην περιοχή της λεκάνης του Ανθεμούνα, Θεσσαλονίκη.

## 2.10 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

Η μέθοδος των παροδικών ηλεκτρομαγνητικών κυματομορφών αρχικά χρησιμοποιήθηκε για την μεταλλευτική έρευνα, κυρίως στην Σοβιετική Ένωση και στην Αυστραλία.

Τα τελευταία χρόνια όμως, γίνεται μεγάλη χρήση της μεθόδου σε πολλούς τομείς γεωλογικών εφαρμογών.

- Μεταλλευτική έρευνα (Kooپر και Swift 1994, Withers et al. 1994, Sinha 1990, Maher 1992, Buselli et al. 1986).
- Γεωθερμικά πεδία (Pellerin et al. 1996).
- Περιβαλλοντικές και γεωτεχνικές έρευνες (Chen 1998, Fitterman et al. 1986, Hoekstra και Blohm 1985).
- Ανακάλυψη υδροφόρων και υφάλμυρων οριζόντων (Taylor et al. 1992, McNeil 1986).
- Συνδυασμός των TDEM με άλλες γεωφυσικές μεθόδους (Sternberg et al. 1988, Raiche et al 1985, Meju 1996).

Εξαιτίας του μεγάλου πλεονεκτήματος της μεθόδου να μπορεί να λειτουργήσει σε μικρές εκτάσεις σε σχέση με το βάθος διασκόπησης η χρήση



της είναι ολοένα και αυξανόμενη, ενώ και σε ερευνητικό στάδιο γίνονται πολλές μελέτες για την περαιτέρω εκμετάλλευση της μεθόδου και σε άλλους τομείς

# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**

## **ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ TDEM ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ (1-D)**

Στο παρών κεφάλαιο παρουσιάζονται μέθοδοι που έχουν προταθεί για την επίλυση του μη γραμμικού προβλήματος της μονοδιάστατης αντιστροφής γεωφυσικών δεδομένων TDEM.

Αρχικά γίνεται μια αναφορά στην επίλυση του ευθέως προβλήματος, δηλαδή στον υπολογισμό της θεωρητικής απόκρισης του υπεδάφους σε μια διέγερση από ένα πομπό TDEM. Παρουσιάζονται πολύ συνοπτικά οι διάφορες μέθοδοι επίλυσης, αριθμητικές ή αναλυτικές. Επίσης παρουσιάζεται ο τρόπος υπολογισμού του Ιακωβιανού πίνακα **A** που χρησιμοποιείται στην επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος.

Παρουσιάζονται οι εξισώσεις που ισχύουν για την περίπτωση επίλυσης μη γραμμικών αντίστροφων προβλημάτων χωρίς περιορισμούς, και ακολουθεί μια αναφορά στα κριτήρια σύγκλισης και στη χρήση πινάκων στατιστικών βαρών στις εξισώσεις.

Ακολούθως αναφέρονται οι μέθοδοι επίλυσης των μη γραμμικών συστημάτων με περιορισμούς. Οι μέθοδοι αυτές είναι οι πλέον χρησιμοποιούμενες στην πράξη, καθώς χειρίζονται αποτελεσματικά το πρόβλημα της αστάθειας της αντιστροφής του γενικευμένου Ιακωβιανού. Τέλος παρουσιάζονται τα πλεονεκτήματα και τα σχετικά μειονεκτήματα των μεθόδων, καθώς και οι λόγοι που μας οδήγησαν στην επιλογή μιας εξ αυτών για την εφαρμογή του αλγορίθμου που θα παρουσιαστεί στο επόμενο κεφάλαιο.

### 3.1 ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΕΥΘΕΟΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Από την δεκαετία του 1960 και μεταγενέστερα, πολλοί ερευνητές έχουν προτείνει λύσεις του ευθέως προβλήματος για τη μέθοδο των TDEM, είτε αναλυτικές είτε αριθμητικές. Για την περίπτωση απλών δομών, όπως είναι ο ομογενής ημιχώρος ή υπέδαφος δύο στρωμάτων, υπήρξαν αναλυτικές λύσεις. Για πιο πολύπλοκες δομές, όπως στρωματωμένη Γη (1-D μοντέλα) και σώματα δύο ή τριών διαστάσεων, η λύση βασίζεται σε αριθμητικές λύσεις (Goldman 1988, Poddar και Anderson 1992, Hanneson 1992, Newman και Hohmann 1988, McNeil et al. 1984, SanFilipo et al. 1985, Newman et al. 1986). Οι περισσότεροι ερευνητές εφάρμοσαν τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier σε μοντέλα στην περιοχή των συχνοτήτων. Παρακάτω αναφέρονται οι κυριότερες από αυτές για μονοδιάστατα μοντέλα, μιας και με αυτά ασχοληθήκαμε στην παρούσα εργασία.

- Ημιστατική απόκριση αγώγιμης σφαίρας σε διπολικό πεδίο (Nabighian 1970).
- Υπολογισμός φαινόμενης αγωγιμότητας με την χρήση ασύμπτωτων καμπυλών (Kaufman και Keller 1983, Kaufman και Morozova 1970, Morozova και Kaufman 1967).
- Επίλυση του ευθέως προβλήματος με την χρήση του διακριτού μετασχηματισμού Fourier στο πεδίο των συχνοτήτων (Spies 1976, Buselli 1977).
- Πρότυπες καμπύλες για την ερμηνεία Γης δύο στρωμάτων (Raiche και Spies 1981).
- Επίλυση του ευθέως προβλήματος με χρήση της πλήρους κυματομορφής του δέκτη (Asten 1987).
- Επίλυση του ευθέως προβλήματος με χρήση του αντίστροφου μετασχηματισμού Laplace (Raiche 1984, Knight και Spies 1982, Karmis et al. 2002α).

Στην παρούσα εργασία για τη δημιουργία του αλγορίθμου σταθερής αντιστροφής δεδομένων TDEM σε μια διάσταση χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος από τους Karmis et al. (2002α). Είναι μια τροποποιημένη

εφαρμογή της τεχνικής που προτάθηκε από τους Knight και Spies (1982) για το μοντέλο SIROTEM MKII.

### 3.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΙΑΚΩΒΙΑΝΟΥ ΠΙΝΑΚΑ

Η γενική διαδικασία αντιστροφής εμπεριέχει την έννοια της επαναληπτικής διαδικασίας, για την περίπτωση των μη-γραμμικών συστημάτων. Προσπαθούμε με διαδοχικές βελτιώσεις να βρούμε το μοντέλο  $\mathbf{m}$  του υπεδάφους, εκείνο το οποίο επιλύοντας το ευθύ πρόβλημα θα μας δώσει συνθετικά δεδομένα  $f(\mathbf{m})$  τα οποία να βρίσκονται όσο το δυνατό πιο κοντά σε αυτά που μετρήθηκαν στο ύπαιθρο.

Δημιουργείται έτσι ένα σύστημα εξισώσεων της μορφής

$$\mathbf{d}=f(\mathbf{m}), \quad (3.1)$$

όπου  $\mathbf{d}$  είναι το διάνυσμα που περιέχει τα πειραματικά δεδομένα. Η λύση των γραμμικών εξισώσεων επιτρέπει να γραφεί η εξίσωση (3.1) στη μορφή  $\mathbf{m}=f^{-1}(\mathbf{d})$ . Η αντιστροφή όμως της συνάρτησης  $f$  δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε μη-γραμμικά συστήματα, όπως στην περίπτωση των προβλημάτων των TDEM. Η λύση δίνεται με συνεχείς προσεγγίσεις, όπου υπολογίζεται πρώτα η συνάρτηση  $f(\mathbf{m}_j)$ , για κάθε επανάληψη  $j$ , και με διαδοχικές βελτιώσεις του θεωρητικού μοντέλου γίνεται προσπάθεια να πλησιάσει όσο το δυνατό περισσότερο το πειραματικό.

Η βελτίωση του μοντέλου  $\mathbf{m}_j$  γίνεται εφαρμόζοντας μικρές διαταραχές  $d\mathbf{m}_j$  στις παραμέτρους. Υπολογίζοντας πάλι την λύση του ευθέως προβλήματος για τις καινούργιες παραμέτρους, συγκρίνονται οι θεωρητικές μετρήσεις με τις πραγματικές μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο σύγκλισης που έχει τεθεί εξ αρχής.

Αναπτύσσοντας την εξίσωση (3.1) σε σειρά Taylor και αγνοώντας όρους μεγαλύτερης τάξεως από του ενός,

$$f_i(m_j + dm_j) \approx f_i(m_j) + \frac{\partial f_i(m_j + dm_j)}{\partial (dm_j)} dm_j.$$

Οι μερικές παράγωγοι της απόκρισης του μοντέλου  $f(\mathbf{m})$  σε σχέση με τις παραμέτρους  $d\mathbf{m}$  αποτελούν τα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{A}$  που ονομάζεται Ιακωβιανός.

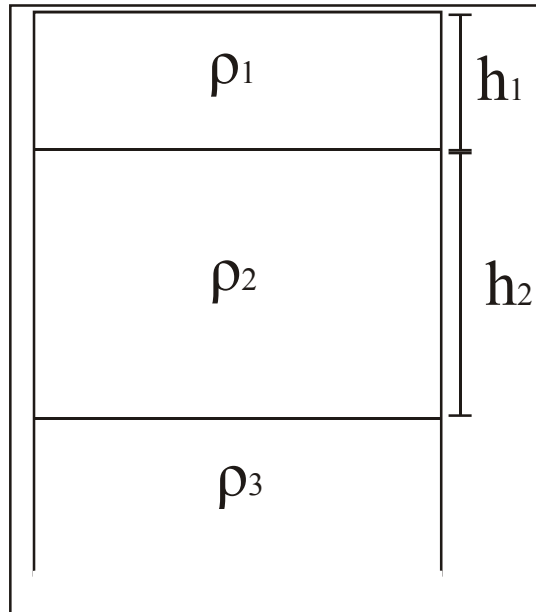
Άρα το στοιχείο  $ij$  του Ιακωβιανού πίνακα θα είναι

$$A_{ij} = \frac{\partial f_i(m_j + dm_j)}{\partial (dm_j)} \quad (3.2)$$

Ο υπολογισμός των στοιχείων  $A_{ij}$  μέσω του τύπου (3.2) είναι δύσκολος, καθώς είναι άγνωστη η αναλυτική μορφή της συνάρτησης  $f$ . Υπάρχουν αριθμητικές λύσεις για τον υπολογισμό των στοιχείων του Ιακωβιανού Πίνακα, οι οποίες όμως είναι δύσκολο να υλοποιηθούν σε αλγοριθμική μορφή. Ο δημοφιλέστερος τρόπος είναι με τη χρήση της μεθόδου των διαταραχών των στοιχείων (perturbation technique) βάσει της εξίσωσης

$$A_{ij} = \frac{\log(f_i(m_j + \delta)) - \log(f_i(m_j))}{\delta}, \quad (3.3)$$

όπου  $\delta$  είναι η διαταραχή  $d\mathbf{m}$  που εισάγεται για την βελτίωση του μοντέλου  $\mathbf{m}_j$ . Δηλαδή, επιλύεται το ευθύ πρόβλημα μια φορά, και αλλάζουμε μια παράμετρο κατά ένα ποσοστό, π.χ. πέντε τοις εκατό, και επιλύεται δεύτερη φορά το ευθύ πρόβλημα για να υπολογιστεί η μεταβολή του συνθετικού μοντέλου εξαιτίας της διαταραχής της παραμέτρου. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για κάθε παράμετρο, έως ότου υπολογιστούν όλα τα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{A}$ . Είναι φανερό ότι με την παραπάνω διαδικασία η μερική παράγωγος της εξίσωσης (3.2) υπολογίζεται προσεγγιστικά με τη χρήση των πεπερασμένων διαφορών (εξ.3.3).



Σχήμα 3.1 Μοντέλο τριών στρωμάτων με αντιστάσεις  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  και πάχη  $h_1$  και  $h_2$ .

Στο σχήμα (3.1) παρουσιάζεται ένα μοντέλο υπεδάφους τριών στρωμάτων, με αντιστάσεις  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  και πάχη  $h_1, h_2$  αντίστοιχα. Ο Ιακωβιανός πίνακας σε αυτό το παράδειγμα θα είναι τάξης  $(5 \times n)$  και θα έχει τη μορφή

$$A = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{ccc} \frac{\partial f(m_1)}{\partial \rho_1} & \frac{\partial f(m_2)}{\partial \rho_1} & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial \rho_1} \\ \frac{\partial f(m_1)}{\partial \rho_2} & \dots & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial \rho_2} \\ \frac{\partial f(m_1)}{\partial \rho_3} & \dots & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial \rho_3} \\ \frac{\partial f(m_1)}{\partial h_1} & \dots & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial h_1} \\ \frac{\partial f(m_1)}{\partial h_2} & \dots & \dots & \frac{\partial f(m_n)}{\partial h_2} \end{array} \right| \end{array} \quad (3.4)$$

όπου  $n$  ο αριθμός των μετρήσεων. Τα στοιχεία του πίνακα υπολογίζονται με βάση τον τύπο (3.3).

### 3.3 ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ

Το πρόβλημα της ερμηνείας των γεωφυσικών ηλεκτρομαγνητικών δεδομένων πάσχει από μια εγγενή αδυναμία, η οποία και είναι συνηθισμένη στις περισσότερες γεωφυσικές μεθόδους: η αντιστροφή του γενικευμένου

Ιακωβιανού πίνακα είναι ασταθής, με αποτέλεσμα, εάν δεν υπάρχουν περιορισμοί, οι λύσεις που προκύπτουν από την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος να είναι γεωλογικά απαρέδεκτες, παρόλο που μπορεί να είναι μαθηματικά ορθές.

Η διαδικασία της επίλυσης του ευθέως προβλήματος, μπορεί να γραφεί με την απλοποιημένη μορφή

$$f(\mathbf{m})=\mathbf{y}, \quad (3.5)$$

όπου  $\mathbf{y}$  είναι το διάνυσμα των πειραματικών δεδομένων, και  $f(\mathbf{m})$  η λύση που προκύπτει από την επίλυση του ευθέως προβλήματος και αντιστοιχεί στο μοντέλο  $\mathbf{m}$ , που αποτελείται από πάχη και αντιστάσεις στρωμάτων.

Στην περίπτωση του μονοδιάστατου προβλήματος, υποθέτουμε στρωματωμένη γη, δηλαδή τα στρώματα του υπεδάφους διατάσσονται οριζόντια, με συγκεκριμένα πάχη και αντιστάσεις. Άρα ο σκοπός της επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος είναι να μπορέσει να βρεθεί ένα μοντέλο στρωμάτων, το οποίο να έχει απόκριση που θα είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά στις πειραματικές μετρήσεις.

Σκοπός λοιπόν της αντιστροφής είναι να καταλήξει σε μια σχέση της μορφής

$$\mathbf{y}=f^{-1}(\mathbf{m}). \quad (3.6)$$

Επειδή το πρόβλημα είναι μη γραμμικό, δε μπορεί να επιλυθεί απευθείας, αλλά μπορεί να αντικατασταθεί με την επίλυση επιμέρους «μικρότερων» γραμμικών προβλημάτων. Εάν η συνάρτηση  $f(\mathbf{m})$  αναπτυχθεί σε σειρά Taylor γύρω από μια πολύ μικρή μεταβολή του  $d\mathbf{m}$ , και αγνοώντας τους όρους μεγαλύτερης τάξης από την πρώτη, προκύπτει ότι

$$f(\mathbf{m} + d\mathbf{m}) \approx f(\mathbf{m}) + \frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} d\mathbf{m} = \mathbf{y}, \quad (3.7)$$

όπου  $\frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}}$  είναι ο Ιακωβιανός πίνακας, που εκφράζει τις μερικές παραγώγους της  $f(\mathbf{m})$  σε σχέση με τη μεταβολή του μοντέλου  $\mathbf{m}$ .

Με απλές πράξεις προκύπτει ότι

$$\frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} = \mathbf{y} - f(\mathbf{m}) = d\mathbf{y},$$

όπου  $dy$  η διαφορά μεταξύ πραγματικών και συνθετικών δεδομένων. Έτσι, η επίλυση του αρχικού μη γραμμικού προβλήματος έχει αντικατασταθεί με την επίλυση πολλών επιμέρους γραμμικών προβλημάτων.

Για την περίπτωση γραμμικών προβλημάτων, η λύση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων προκύπτει από την ελαχιστοποίηση του τετραγώνου του σφάλματος μεταξύ των πειραματικών και θεωρητικών δεδομένων, δηλαδή,

$$q = dy^T dy = (y - f(m))^T (y - f(m)). \quad (3.8)$$

Θέτοντας την παράγωγο του  $q$  ως προς  $dm$  ίση με μηδέν, καταλήγουμε στις κανονικές εξισώσεις του συστήματος,

$$A^T A dm = A^T dy, \quad (3.9)$$

και η τελική λύση του συστήματος είναι

$$dm = (A^T A)^{-1} A^T dy, \quad (3.10)$$

όπου ο πίνακας  $A^T A$  ονομάζεται γενικευμένος Ιακωβιανός.

Βάσει της εξ.(3.9) μπορούμε να ορίσουμε τον αλγόριθμο επίλυσης του μη γραμμικού προβλήματος. Είναι μια επαναληπτική διαδικασία κατά την οποία, σε κάθε επανάληψη  $k$ , η διόρθωση του μοντέλου δίνεται από τη σχέση

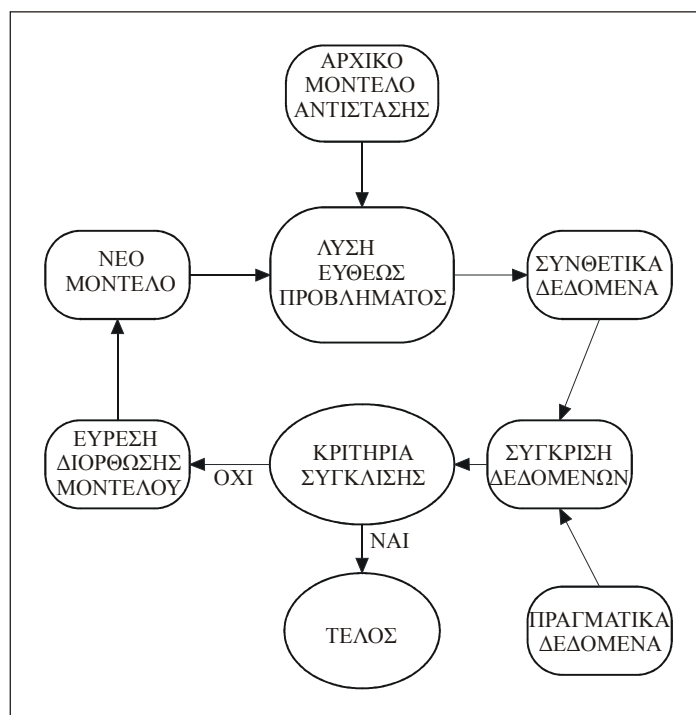
$$dm_k = (A_k^T A_k)^{-1} A_k^T dy_k, \quad (3.11)$$

όπου  $A_k$  είναι ο Ιακωβιανός πίνακας για την  $k$  επανάληψη,  $dy_k = [y - f(m_{k-1})]$ , και το νέο μοντέλο προκύπτει από την πρόσθεση της διόρθωσης στο προηγούμενο, δηλαδή,

$$m_{k+1} = m_k + dm_k. \quad (3.12)$$

Στο σχήμα (3.2) παριστάνεται σχηματικά η διαδικασία της μη γραμμικής αντιστροφής.





Σχήμα 3.2 Διάγραμμα ροής του αντιστρόφου μη γραμμικού προβλήματος.

### 3.3.1 ΑΣΤΑΘΕΙΑ ΣΤΗΝ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΤΟΥ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΟΥ ΙΑΚΩΒΙΑΝΟΥ

Όπως είδαμε στην εξ.(3.10), η επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος TDEM σε μια διάσταση εμπεριέχει τον υπολογισμό του αντιστρόφου γενικευμένου Ιακωβιανού πίνακα  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ .

Στην πράξη η αντιστροφή του γενικευμένου Ιακωβιανού είναι μαθηματικά ασταθής. Αυτό οφείλεται στους φυσικούς περιορισμούς της μεθόδου. Όσο η πληροφορία έρχεται από μεγαλύτερα βάθη, τόσο μειώνεται η διακριτική ικανότητα και κυρίως η ευαισθησία της μεθόδου. Άρα η μεταβολή μιας παραμέτρου που αντιστοιχεί σε μεγάλο βάθος, αναμένεται να επηρεάσει πολύ λίγο τις μετρήσεις μας. Αντίστροφα, μια μικρή αλλαγή σε κάποια μέτρηση μπορεί να επιφέρει τεράστια μεταβολή σε κάποιες από τις παραμέτρους του μοντέλου.

Άρα η επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος έχει εγγενή αδυναμία, και η ύπαρξη σφαλμάτων στις μετρήσεις μας κάνει ακόμα πιο ασταθές το σύστημα (Lanczos 1961, Jackson 1972). Επομένως, καθώς προσπαθούμε να βρούμε ένα μοντέλο που να ταιριάζει στα πειραματικά δεδομένα που έχουμε συλλέξει, καταλήγουμε σε μια πλειάδα μοντέλων που μπορεί να ικανοποιούν

μαθηματικά, ή ακόμα και φυσικά, τους όρους σύγκλισης μεταξύ πειραματικών και θεωρητικών μετρήσεων.

Απαιτείται έτσι η χρήση διαφόρων τεχνικών ώστε αφενός να κάνουμε την αντιστροφή μαθηματικά σταθερή, και αφετέρου να μπορέσουμε να διακρίνουμε ποιο από όλα τα μοντέλα που ικανοποιούν μαθηματικά τις εξισώσεις του συστήματος είναι αυτό που είναι πιο κοντά στο πραγματικό. Παρακάτω αναφέρονται οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται εκτεταμένα στην επίλυση του μονοδιάστατου προβλήματος με τη μέθοδο των TDEM.

### 3.3.2 ΧΡΗΣΗ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Στις μεθόδους αντιστροφής των γεωφυσικών προβλημάτων συχνή είναι η χρησιμοποίηση λογαριθμικής κλίμακας. Δύο είναι οι κύριες αιτίες. Η χρήση λογαρίθμων υποχρεώνει τις παραμέτρους να αποκτούν μόνο θετικές τιμές, αποφεύγοντας έτσι τιμές που δεν έχουν φυσικό νόημα (Sasaki 1982). Δεύτερον, λόγω του μεγάλου δυναμικού εύρους των τιμών που μπορεί να έχουν οι παράμετροι (ιδιαίτερα οι ηλεκτρικές αντιστάσεις), η χρήση λογαρίθμων δύναται να επιταχύνει το ρυθμό σύγκλισης του επαναληπτικού αλγορίθμου (Park και Van, 1991).

Το τετράγωνο του σφάλματος των ελαχίστων τετραγώνων, στην περίπτωση χρήσης λογαρίθμων, γίνεται  $q' = dy'^T dy'$ , όπου  $dy' = \ln y - \ln f(m)$ .

Το διάνυσμα των παραμέτρων  $m$  γίνεται  $p_i$ , όπου  $p_i = e^{x_i}$ , και  $i=1, n$ . Η λύση του συστήματος είναι

$$dp = (A'^T A')^{-1} A'^T dy, \quad (3.13)$$

όπου ο  $A'$  έχει στοιχεία  $A'_{ij} = \frac{\partial \ln y_i}{\partial p_j}$  (Tsourlos, 1995).

### 3.3.3 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΣΥΓΚΛΙΣΗΣ ΚΑΙ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ- ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

Η διαδικασία της αντιστροφής θα ήταν ημιτελής χωρίς ανάλυση των σφαλμάτων του διανύσματος των λύσεων. Καθώς τα δεδομένα έχουν εγγενή σφάλματα, είναι επόμενο να υπάρχουν σφάλματα και στη λύση που προκύπτει από τη μη γραμμική αντιστροφή του συστήματος. Ο έλεγχος των σφαλμάτων γίνεται με χρήση στατιστικών όρων (Press et al 1992).

Όπως και στην επίλυση γραμμικών συστημάτων, ο μέσος όρος του τετραγώνου των σφαλμάτων υπολογίζεται ως

$$RMS = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{(d_i^{ob} - d_i^{th})^2}{(d_i^{ob})^2}}, \quad (3.14)$$

όπου N ο αριθμός των δεδομένων,  $d^{ob}$  τα πειραματικά δεδομένα και  $d^{th}$  τα θεωρητικά δεδομένα.

Με τη χρήση του RMS ως κριτήριο σύγκλισης, το διάνυσμα των λύσεων είναι ευαίσθητο σε μεγάλα σφάλματα, γι αυτό στην πράξη χρησιμοποιείται ο όρος του αναγόμενου χ-τετράγωνο (Rijo 1977), που ορίζεται ως

$$\chi^2 = \frac{1}{N-M} \sum_{i=1}^N (d_i^{ob} - d_i^{th})^2, \quad (3.15)$$

όπου M ο αριθμός των παραμέτρων. Η χρήση αυτού του στατιστικού όρου κάνει τη λύση του συστήματος πιο ανεκτική σε μεγάλα σφάλματα.

Παίρνοντας την τετραγωνική ρίζα του όρου χ-τετράγωνο υπολογίζεται ο όρος του επί τοις εκατό μέσου σφάλματος των δεδομένων, που στην περίπτωση χρήσης λογαριθμικής κλίμακας δίνεται από τη σχέση

$$\% \varepsilon = (10^{\sqrt{\chi^2}} - 1) \times 100\%, \quad (3.16)$$

και είναι αυτός που χρησιμοποιείται στην σταθερή αντιστροφή, όπως θα δούμε παρακάτω.

Ο ρυθμός σύγκλισης μεταξύ δύο διαδοχικών επαναλήψεων (C.R), ορίζεται ως

$$C.R. = \frac{|\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i|}{\varepsilon_{i+1}}. \quad (3.17)$$

Πέρα από τα σφάλματα των μετρήσεων, το τελικό αποτέλεσμα της διαδικασίας αντιστροφής πρέπει να ελεγχθεί αν βρίσκεται μεταξύ των ορίων εμπιστοσύνης. Ο έλεγχος γίνεται βρίσκοντας τα σφάλματα του διανύσματος των λύσεων. Το σφάλμα της  $i$  παραμέτρου ορίζεται ως

$$S_{p_i} = \sqrt{\chi^2} \sqrt{(A^T A)^{-1}_{ii}}, \quad (3.18)$$

όπου  $(A^T A)_{ii}$  είναι το στοιχείο του αντιστρόφου γενικευμένου Ιακωβιανού. Στην περίπτωση αυτή η παράμετρος  $p_i$  θα βρίσκεται μεταξύ των ορίων  $p_i \pm S_{p_i}$ .

### 3.3.4 ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΒΑΡΩΝ

Καθώς η αναπόφευκτη ύπαρξη σφαλμάτων στις μετρήσεις επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα της αντιστροφής, ένας πολύ χρήσιμος τρόπος για τον έλεγχο τους είναι η εισαγωγή πινάκων στις εξισώσεις του συστήματος που να δίνουν μεγαλύτερη ή μικρότερη βαρύτητα στις μετρήσεις ανάλογα με την ποιότητα τους.

Εάν  $m$  είναι οι μετρήσεις, ορίζεται ένας διαγώνιος πίνακας ( $m \times m$ ), που ονομάζεται πίνακας στατιστικών βαρών, του οποίου τα στοιχεία της διαγωνίου ορίζονται ως

$$W_{ii} = \frac{1}{\sigma_i}, \quad (3.19)$$

όπου  $\sigma_i$  είναι το σφάλμα της  $i$  μέτρησης. Η τιμή του σφάλματος δίνεται είτε από το όργανο μέτρησης κατά τη διάρκεια της έρευνας, είτε από τον χρήστη ανάλογα με τις εκτιμήσεις του για την ποιότητα των στοιχείων που συνέλεξε.

Η φυσική έννοια της χρήσης των πινάκων  $\mathbf{W}$  είναι πως αν κάποια μέτρηση έχει μεγάλο σφάλμα, το αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα θα έχει πολύ μικρή τιμή. Ο πίνακας αυτός πολλαπλασιάζεται και με τα δύο μέλη της εξίσωσης (3.5), οπότε

$$\mathbf{Wf}(m) = \mathbf{W}y, \quad (3.20)$$

και καταλήγουμε στην εξίσωση

$$dm_k = (A_k^T W^T W A_k)^{-1} A_k^T W dy_k. \quad (3.21)$$

Το τελικό αποτέλεσμα είναι η αντίστοιχη εξίσωση του συστήματος να λαμβάνεται λιγότερο υπόψη κατά τη διάρκεια της αντιστροφής, επηρεάζοντας έτσι το διάνυσμα των λύσεων λιγότερο από τις υπόλοιπες εξισώσεις του συστήματος.

### 3.3.5 ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ SVD ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΣΤΑΘΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Ένας τρόπος επίλυσης συστημάτων που ο πίνακας  $\mathbf{A}$  είναι ασταθής είναι με τη χρήση της μεθόδου SVD (Lanczos 1961, Golub και Reinsch 1970, Lawson και Hanson 1974). Ο πίνακας  $\mathbf{A}$  διαστάσεων ( $m \times n$ ) αναλύεται σε τρεις πίνακες,

$$A = U\Lambda V, \quad (3.22)$$

όπου, ο πίνακας  $\mathbf{U}$  είναι διαστάσεων  $(m \times n)$ , ο  $\mathbf{\Lambda}$  είναι διαγώνιος  $(n \times n)$  και ο  $\mathbf{V}$  είναι διαστάσεων  $(n \times n)$ . Ο αντίστροφος γενικευμένος Ιακωβιανός είναι  $\mathbf{A}_g^{-1} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{U}^T$ .

Ο πίνακας  $\mathbf{\Lambda}$  είναι ο πίνακας των ιδιοτιμών του συστήματος. Από την ανάλυση του πίνακα  $\mathbf{\Lambda}$ , μπορούμε να καταλάβουμε το πόσο ασταθές είναι το σύστημα. Τα στοιχεία του πίνακα είναι

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \frac{1}{\lambda_1} & & & 0 \\ & \frac{1}{\lambda_2} & & \\ 0 & & \frac{1}{\lambda_3} & \dots \\ & 0 & & \frac{1}{\lambda_n} \end{pmatrix}, \quad (3.23)$$

όπου,  $\lambda_i$  είναι οι ιδιοτιμές του συστήματος. Όταν οι ιδιοτιμές  $\lambda_i$  είναι πολύ μικρές (κοντά στο μηδέν), το αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα  $\mathbf{\Lambda}$  αποκτά πολύ μεγάλη τιμή και η συνεισφορά του στο διάνυσμα των λύσεων του συστήματος είναι μεγάλη.

Είναι δυνατό μέσω της ανάλυσης που επιτυγχάνεται με τη χρήση της SVD να εντοπιστούν οι πολύ μικρές ιδιοτιμές του συστήματος και να αποκοπούν. Εφαρμόζεται ένα κατώφλι κάτω από το οποίο τα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{\Lambda}$  μηδενίζονται, και οι ιδιοτιμές αυτές δεν λαμβάνονται υπόψη κατά τη διαδικασία της αντιστροφής. Η τεχνική χρησιμοποιήθηκε ευρύτατα στις αρχές της δεκαετίας του 1980 για την επίλυση των ασταθών συστημάτων στο αντίστροφο γεωφυσικό πρόβλημα (Inman et al. 1973, Murai και Kagawa 1985).

Το πρόβλημα είναι πως η επιλογή της τιμής που θα έχει το κατώφλι είναι αυθαίρετη, και εξαρτάται από το χρήστη, παρόλο που υπάρχουν διάφορες τεχνικές για τον ορισμό της τιμής αυτής (Press et al 1992). Αν δεν γίνει σωστός ορισμός της τιμής που θα έχει το κατώφλι, είτε θα αποκοπούν ιδιοτιμές που περιέχουν χρήσιμες πληροφορίες για το σύστημα που επιλύεται, είτε θα παραμείνουν ιδιοτιμές που θα «παραμορφώσουν» τη λύση του συστήματος. Η δυσκολία να οριστεί το κατώφλι είναι και ο λόγος που η χρήση της SVD είναι περιορισμένη στην αντιστροφή γεωφυσικών προβλημάτων.

Υπάρχουν άλλες μέθοδοι, που με πιο αποτελεσματικό τρόπο απομακρύνουν τις ιδιοτιμές αυτές, χωρίς τον κίνδυνο να χαθούν πληροφορίες του συστήματος, όπως θα δούμε παρακάτω.

### 3.4 ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ

Μια άλλη κατηγορία μεθόδων, ιδιαίτερα δημοφιλής και αποτελεσματική στην επίλυση του αντίστροφου γεωφυσικού προβλήματος, είναι η εισαγωγή περιορισμών στη λύση του συστήματος. Οι περιορισμοί μπορεί να προέρχονται από προϋπάρχουσες πληροφορίες για το πραγματικό μοντέλο, ή από εκτιμήσεις γύρω από αυτό. Η κύρια φιλοσοφία αυτών των μεθόδων είναι ότι οι τιμές των διορθώσεων σε κάθε επανάληψη της αντιστροφής, δεν πρέπει να αφήνονται να κινούνται ανεξέλεγκτα. Περιορίζεται έτσι το βήμα των διορθώσεων σε περιοχή εμπιστοσύνης ώστε να αποφευχθούν λύσεις οι οποίες είναι μεν μαθηματικά σωστές, αλλά είναι φυσικά (γεωλογικά) απαράδεκτες.

#### 3.4.1 ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ

Μια από τις πιο δημοφιλείς μεθόδους για την επίλυση ασταθών αντίστροφων προβλημάτων είναι η τεχνική των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης, που προτάθηκε από τον Levenberg (1944). Η σταθεροποίηση της αντιστροφής επιτυγχάνεται με την πρόσθεση μιας σταθεράς στα διαγώνια στοιχεία του  $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$ .

Αργότερα ο Marquardt (1963, 1970) χρησιμοποίησε αυτή την ιδέα για να αναπτύξει ένα πολύ χρήσιμο αλγόριθμο. Η μέθοδος ονομάστηκε Levenberg-Marquardt και είναι αυτή που χρησιμοποιείται κατά κόρον στη Γεωφυσική. Η μέθοδος έχει χρησιμοποιηθεί εκτεταμένα στη μονοδιάστατη αντιστροφή των δεδομένων της μεθόδου των TDEM (Sandberg 1988, TEMIX, User's Manual).

Η μέθοδος εκτός από τη συνθήκη για περιορισμό του σφάλματος  $q = dy^T dy = (y - f(m))^T (y - f(m))$ , εισάγει ένα ακόμα περιορισμό, την προϋπόθεση η λύση να βρίσκεται μέσα στο χώρο εμπιστοσύνης που εξαρχής ορίζεται από το χρήστη. Μαθηματικά ο περιορισμός αυτός ορίζεται ως

$$dm^T dm < ct, \quad (3.24)$$

όπου  $ct$  είναι μια θετική σταθερά που αντικατοπτρίζει το ποσοστό του θορύβου που έχουν τα δεδομένα.

Προκύπτει έτσι μια καινούργια συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση, η

$$\phi = q_1 + \lambda q_2 = dy^T dy + \lambda(m^T m - L_0^2). \quad (3.25)$$

Στην εξίσωση (3.25), η συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση είναι ο γραμμικός συνδυασμός του τετραγώνου των σφαλμάτων και του μεγέθους των λύσεων, και τίθεται ένα ανώτερο επιτρεπτό όριο στο μέγεθος των αλλαγών των παραμέτρων. Ο παράγοντας  $\lambda$  ονομάζεται πολλαπλασιαστής Lagrange ή παράγοντας απόσβεσης και μένει να καθορισθεί.

Ακολουθώντας παρόμοια στρατηγική όπως στην περίπτωση χωρίς περιορισμούς, καταλήγουμε στις κανονικές εξισώσεις, που για το γραμμικό πρόβλημα είναι,

$$(A^T A + \lambda I)m = A^T y. \quad (3.26)$$

Για το μη γραμμικό πρόβλημα, η διόρθωση του μοντέλου, για κάθε επανάληψη  $k$ , είναι

$$dm_k = [A_k^T A_k + \lambda_k I]^{-1} A_k^T dy_k, \quad (3.27)$$

και το νέο μοντέλο δίνεται από τη σχέση

$$m_{k+1} = m_k + dm_k. \quad (3.28)$$

Στην περίπτωση που χρησιμοποιηθούν πίνακες στατιστικών βαρών, η εξίσωση (3.27) μετατρέπεται στην

$$dm_k = [A_k^T W^T W A_k + \lambda_k I]^{-1} A_k^T W dy_k. \quad (3.29)$$

Αναλύοντας τον πίνακα  $\mathbf{A}$  με τη χρήση της SVD και επιλύοντας το σύστημα,

$$m = (V \Lambda U^T U \Lambda V^T + \lambda I)^{-1} V \Lambda U^T y = V \text{diag}\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i^2 + \lambda}\right) U^T y. \quad (3.30)$$

Ο πίνακας  $\text{diag}\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i^2 + \lambda}\right)$  έχει τη μορφή

$$\begin{vmatrix} \frac{\lambda_1}{\lambda_1^2 + \lambda} & & & & 0 \\ & \frac{\lambda_2}{\lambda_2^2 + \lambda} & & & 0 \\ 0 & & \frac{\lambda_3}{\lambda_3^2 + \lambda} & \dots & \\ 0 & 0 & & & \frac{\lambda_n}{\lambda_n^2 + \lambda} \end{vmatrix} \quad (3.31)$$

Αν η ιδιοτιμή  $\lambda_i$  είναι μεγάλη, τότε η πρόσθεση του  $\lambda$  στο κλάσμα δεν επιφέρει καμία αλλαγή. Αν όμως το  $\lambda_i$  είναι μικρό, η πρόσθεση του  $\lambda$  δίνει μια πολύ μικρή τιμή στο κλάσμα, και κάνει το στοιχείο του πίνακα  $\mathbf{A}$  να έχει πολύ μικρή συνεισφορά στο διάνυσμα των λύσεων (Jupp και Vozoff 1975).

Σε σύγκριση με την εξίσωση (3.11) που προκύπτει από την χωρίς περιορισμούς λύση, γίνεται φανερό από την ανάλυση της SVD πως η εξίσωση (3.27) μπορεί να διαχειριστεί αποτελεσματικά την περίπτωση που υπάρχουν ιδιάζουσες τιμές του πίνακα  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ . Ο Marquardt (1970) έδειξε πως η μέθοδος είναι ίδια με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων για  $\lambda \rightarrow 0$ , και με τη γενικευμένη αντιστροφή του Penrose<sup>(\*)</sup> (1955).

Για τον προσδιορισμό του παράγοντα απόσβεσης, ο Marquardt πρότεινε να δίνεται μια μεγάλη τιμή αρχικά στο  $\lambda$  κατά την πρώτη επανάληψη. Αν από τη σύγκριση των θεωρητικών και πραγματικών δεδομένων διαπιστωθεί σύγκλιση, τότε η τιμή του παράγοντα απόσβεσης στην επόμενη επανάληψη υποδεκαπλασιάζεται, και επαναλαμβάνεται η διαδικασία. Διαφορετικά, σε περίπτωση απόκλισης δηλαδή, η τιμή του  $\lambda$  δεκαπλασιάζεται.

Στο σχήμα (3.3) δίνεται ένα τυπικό παράδειγμα αντιστροφής δεδομένων TDEM σε μια διάσταση, με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης για ένα μοντέλο τριών στρωμάτων<sup>(†)</sup>.

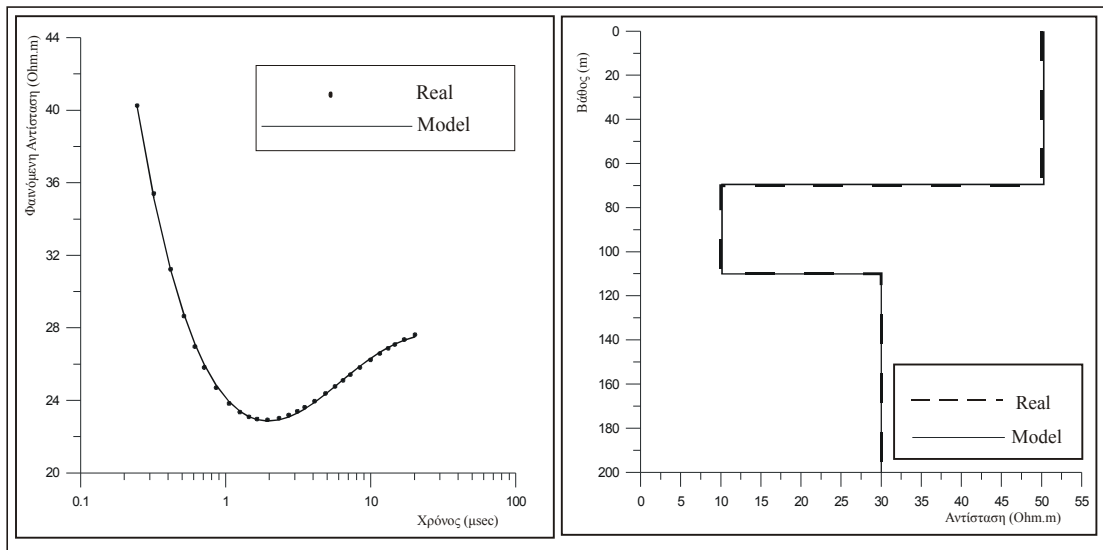
(\*) (Η γενικευμένη αντιστροφή που πρότεινε ο Penrose (1955) ονομάζεται και μέθοδος της απότομης μεταβολής, όπου το αρχικό μοντέλο διορθώνεται κατά τη διεύθυνση της

αρνητικής παραγώγου της συνάρτησης σφάλματος, δηλαδή  $m = -k \left\{ \frac{\partial q}{\partial m} \right\}$ , όπου  $k$  είναι μια

θετική σταθερά.

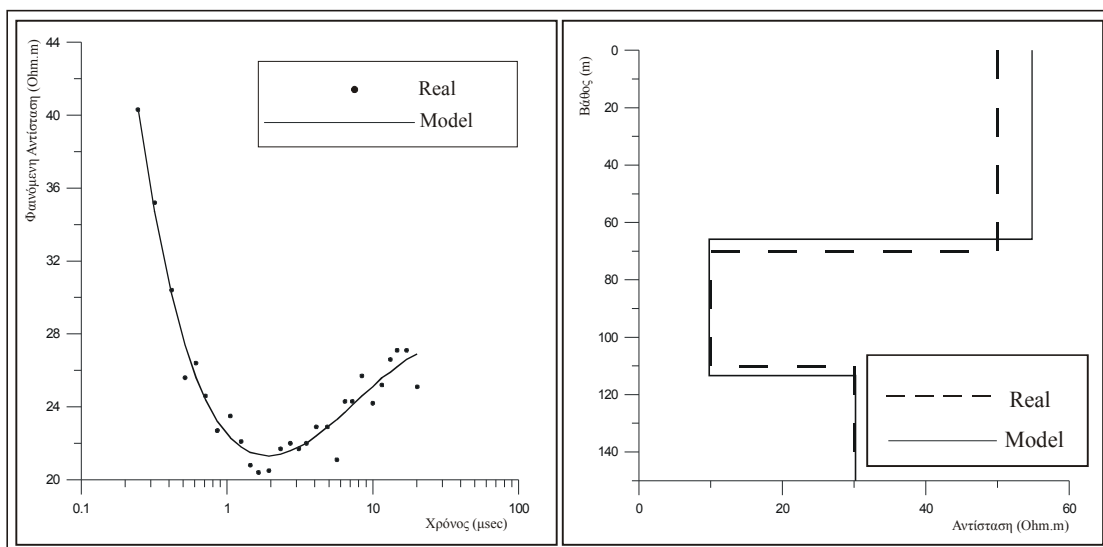
(†) Στα παραδείγματα που ακολουθούν σε όλο το κεφάλαιο, χρησιμοποιήθηκε ο κώδικας του Sandberg (1988), τροποποιημένος από τους Karmis et al (προσωπική επικοινωνία) για το μοντέλο της SIROTEM MKII. Σε όλα τα παραδείγματα θεωρήθηκαν δεδομένα πρώιμων χρόνων, τετραγωνικός βρόχος πλευράς μήκους 100 μέτρων, και ο χρόνος  $t_i$  που διαρκεί η γραμμική εξασθένηση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου ορίστηκε σε 50 msec.





Σχήμα 3.3 Αποτελέσματα αντιστροφής με τη μέθοδο Marquardt για συνθετικό μοντέλο τριών στρωμάτων.

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης, ειδικά με τη χρησιμοποίηση των πινάκων στατιστικών βαρών, αποκρίνεται ικανοποιητικά σε περιπτώσεις όπου στα δεδομένα ο θόρυβος είναι κανονικά κατανομημένος. Στο σχήμα (3.4) δείχνεται ένα τέτοιο παράδειγμα, όπου σε συνθετικά δεδομένα έχει εισαχθεί θόρυβος τυχαίας κανονικής κατανομής ποσοστού 7%.

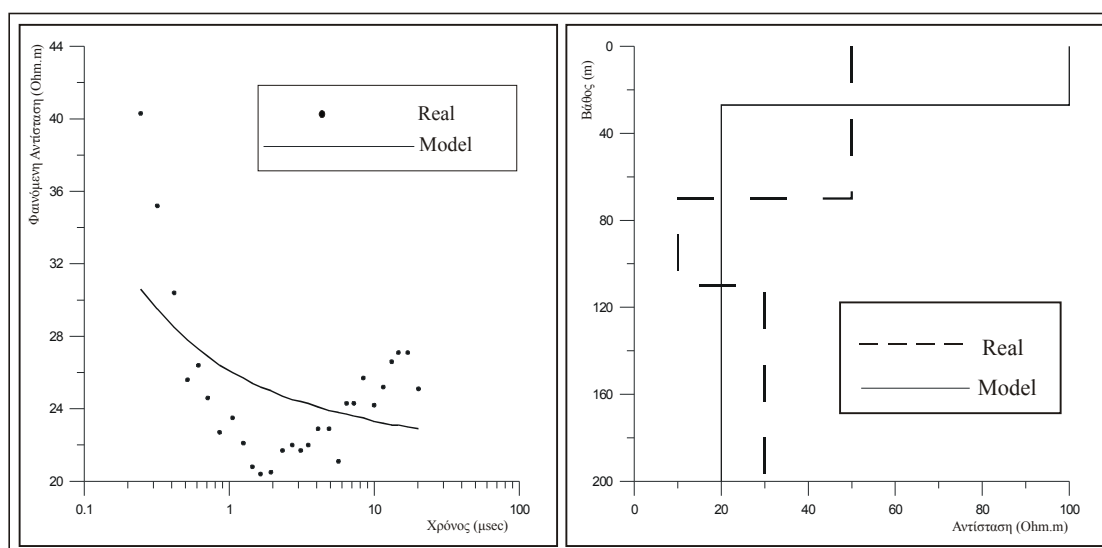


Σχήμα 3.4 Αντιστροφή συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με εισαγωγή θορύβου 7% στα δεδομένα και χρήση πινάκων στατιστικών βαρών.

Παρατηρούμε πως σε αυτή την περίπτωση η μέθοδος απέδωσε επίσης ικανοποιητικά, καταφέροντας να παράγει ένα μοντέλο πολύ κοντά στο πραγματικό.

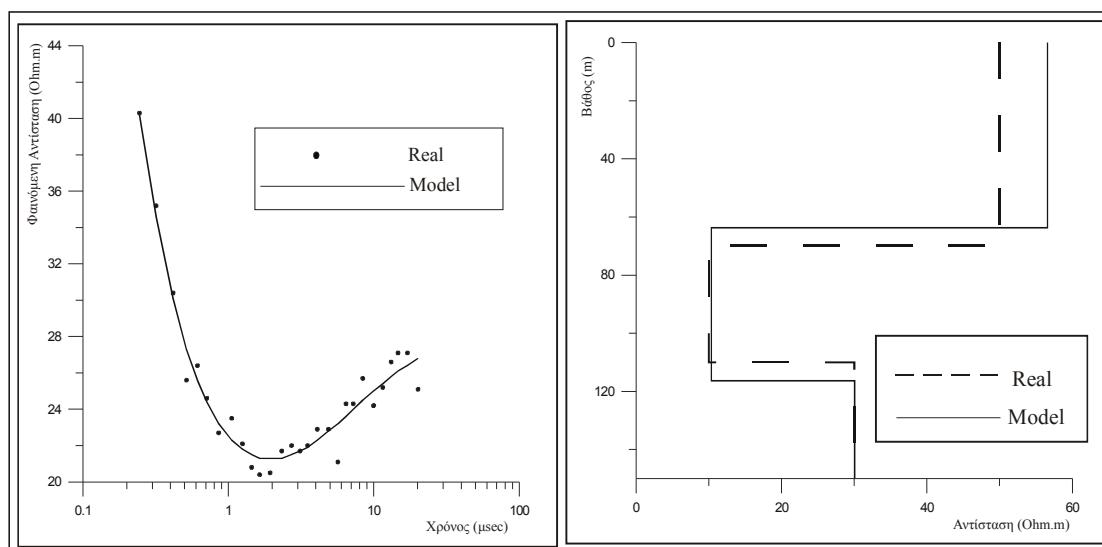
Στη βιβλιογραφία αναφέρεται ως μειονέκτημα της μεθόδου, η ισχυρή εξάρτηση από την επιλογή του αρχικού μοντέλου  $m_0$  (Meju 1994, Draper και Smith 1981), με αποτέλεσμα πολλές φορές οι λύσεις που δίνονται να είναι μαθηματικά μεν ορθές, αλλά φυσικά (γεωλογικά) μη αποδεκτές (Smith και Shanno 1971), ειδικά στην περίπτωση που τα δεδομένα περιέχουν σφάλματα. Επίσης, στο μονοδιάστατο πρόβλημα των TDEM, ιδιαίτερα σημαντική είναι η επιλογή του αριθμού των στρωμάτων του μοντέλου.

Στο σχήμα (3.5) παρουσιάζεται ένα τέτοιο παράδειγμα. Στο ίδιο μοντέλο με το σχήμα (3.3) έγινε εισαγωγή στα δεδομένα συνθετικού θορύβου κανονικής κατανομής σε ποσοστό 7%. Μόνο που η αρχική εκτίμηση είναι λάθος, καθώς τέθηκε σαν αρχικό μοντέλο ένα μοντέλο 2 στρωμάτων. Παρόλο που για το πρώτο στρώμα το πάχος και η αντίσταση τέθηκαν ίδιες με το πραγματικό, και για το δεύτερο η αντίσταση ίδια με την αντίσταση του ημιχώρου, η μέθοδος απέτυχε να παράγει μοντέλο κοντινό στην πραγματικότητα.



Σχήμα 3.5 Αντιστροφή συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με λάθος αρχική εκτίμηση στον αριθμό των στρωμάτων.

Ένα δεύτερο πρόβλημα, όσο αφορά την αρχική εκτίμηση του μοντέλου, είναι πως μπορεί να γίνει σωστή επιλογή του αριθμού των στρωμάτων, αλλά η αρχική εκτίμηση των παραμέτρων να απέχει από το πραγματικό μοντέλο. Στο σχήμα (3.6),



*Σχήμα 3.6 Αποτελέσματα αντιστροφής συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων, με εισαγωγή στα δεδομένα θορύβου κανονικής κατανομής ποσοστού 7%, και λάθος αρχική εκτίμηση στην τιμή των αντιστάσεων και των παχών.*

και για το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε προηγουμένως, οι τιμές των αντιστάσεων και των παχών τέθηκαν διπλάσιες από το πραγματικό μοντέλο. Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης κατάφερε εν μέρει να αποκαταστήσει το πραγματικό μοντέλο.

### 3.4.2 ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΞΟΜΑΛΥΣΜΕΝΗΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ

Ένας άλλος τρόπος επίλυσης ασταθών προβλημάτων αντιστροφής είναι να εισαχθεί ένας περιορισμός εξομάλυνσης. Η χρήση τέτοιου περιορισμού για την σταθεροποίηση των προβλημάτων αντιστροφής ανήκει σε μια γενικότερη κατηγορία μεθόδων «κανονικοποίησης» που πρώτος εισήγαγε ο Tikhonov (Tikhonov 1963, Tikhonov και Glasko 1965).

Ένας αλγόριθμος αντιστροφής αυτού του τύπου, που είναι πολύ δημοφιλής στη γεωφυσική, είναι η μέθοδος Occam (Constable et al. 1987). Η βασική ιδέα πίσω από τη μέθοδο έγκειται στην προσπάθεια εξεύρεσης της πιο απλής λύσης ελλείπει πληροφοριών για το μοντέλο που αναζητείται. Το

πρόβλημα αντιμετωπίζεται συντηρητικά, με την έννοια πως δεν ψάχνουμε την ακριβή αναπαράσταση της πραγματικότητας, αλλά ένα μοντέλο, ανάμεσα στα πολλά που ικανοποιούν μαθηματικά τα δεδομένα, που θα είναι το απλούστερο δυνατό.

Η αρχική υπόθεση που γίνεται είναι ότι οι άγνωστες παράμετροι του μοντέλου είναι ένας αριθμός στρωμάτων, π.χ. ίσος με τον αριθμό των μετρήσεων, γνωστού πάχους και άγνωστης αντίστασης (DeGroot-Hedlin και Constable, 1990). Έτσι, οι άγνωστοι είναι μόνο οι αντιστάσεις των στρωμάτων. Ο Constable έθεσε τα πάχη των στρωμάτων ίσα, λαμβάνοντας όμως υπόψη το γεγονός ότι η ευαισθησία της μεθόδου μειώνεται με το βάθος, θα μπορούσαν τα πάχη των στρωμάτων να αυξάνονται με το βάθος.

Ο αρχικός περιορισμός που εισάγεται είναι το μέτρο της διαφοράς μεταξύ των πραγματικών και θεωρητικών μετρήσεων να είναι μικρότερο από το επίπεδο του θορύβου των δεδομένων, δηλαδή,

$$\|f(m) - d\| \leq \varepsilon. \quad (3.32)$$

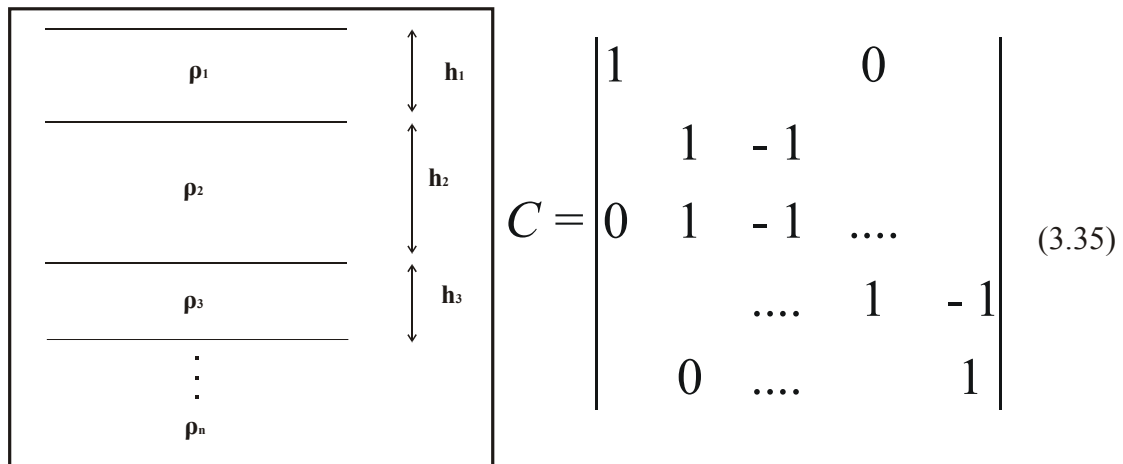
Το σφάλμα του συστήματος, η συνάρτηση δηλαδή προς ελαχιστοποίηση, είναι η

$$q = (Wd - WAm)^T (Wd - WAm). \quad (3.33)$$

Επιπλέον, εισάγεται στο σύστημα ένας πίνακας τραχύτητας  $\mathbf{R}$ , ο οποίος δείχνει τον τύπο της εξομάλυνσης. Ο πίνακας  $\mathbf{R}$  μπορεί να γραφεί με τη μορφή

$$R = \|Cm\|^2, \quad (3.34)$$

και υποδηλώνει την εξάρτηση των παραμέτρων μεταξύ τους, δηλαδή των αντιστάσεων των στρωμάτων γνωστού πάχους. Η  $i$  γραμμή του πίνακα δίνει πληροφορίες για την  $i$  παράμετρο-αντίσταση του συστήματος, και την εξομάλυνση που υφίσταται σε σχέση με τις γειτονικές παραμέτρους. Αν το πραγματικό μοντέλο αποτελείται από  $n$  στρώματα, με πάχη  $(n-1)$ , προσπαθούμε να βρούμε ένα θεωρητικό μοντέλο με  $N$  στρώματα (όσες και οι μετρήσεις), και ο πίνακας  $\mathbf{C}$  είναι  $(N \times N)$  τάξεως, της μορφής



$$C = \begin{pmatrix} 1 & & & & 0 \\ & 1 & -1 & & \\ 0 & 1 & -1 & \dots & \\ & & & \dots & 1 & -1 \\ & 0 & \dots & & & 1 \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

Μαθηματικά, το πρόβλημα τίθεται ως εξής: ελαχιστοποίηση του σφάλματος  $\mathbf{q}$  υπό τη συνθήκη η τραχύτητα  $\mathbf{R}$  του μοντέλου να είναι ελάχιστη.

Από την ελαχιστοποίηση με τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange προκύπτει η εξίσωση

$$((AW)^T AW + \lambda R)m = (WA)^T Wy. \quad (3.36)$$

Επομένως, η λύση του συστήματος για το μη γραμμικό πρόβλημα είναι

$$dm_k = ((A_k W)^T A_k W + \lambda_k C^T C)^{-1} (WA_k)^T W dy_k, \quad (3.37)$$

και το νέο μοντέλο

$$m_{k+1} = m_k + dm_k. \quad (3.38)$$

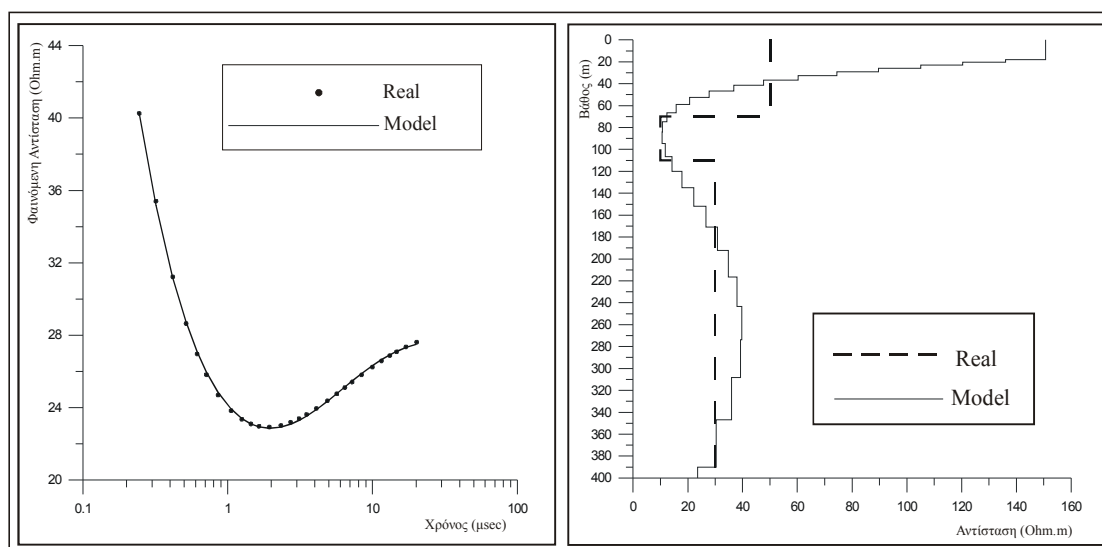
Όσο πιο μεγάλη είναι η τιμή του  $\lambda$ , τόσο πιο εξομαλυσμένες είναι οι λύσεις, άρα μικρό εύρος διορθώσεων. Αντίστροφα, μικρή τιμή του  $\lambda$  συνεπάγεται μεγάλο εύρος διορθώσεων.

Η διαφορά της εξίσωσης (3.37) από την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης (εξ.3.27), είναι η προσθήκη του πίνακα  $\mathbf{R}$ , που δίνει στο μοντέλο την εξομαλυσμένη μορφή, επιτρέπει δηλαδή στο μοντέλο να αποκλίνει από την απλούστερη μορφή τόσο, όσο χρειάζεται για να πλησιάσουν οι θεωρητικές μετρήσεις τις πραγματικές.

Ο Constable προτείνει μια διαδικασία καθορισμού της τιμής του  $\lambda$  με μεθόδους βελτιστοποίησης. Αρχικά ορίζεται ένα πολύ μεγάλο διάστημα μέσα στο οποίο αναμένεται να βρίσκεται η τιμή του  $\lambda$  (από  $10^{-3}$  έως  $10^6$ ). Ερευνώντας σε όλο το διάστημα ορίζεται ένα μικρότερο διάστημα, μέσα στο οποίο βρίσκεται ένα τοπικό ελάχιστο. Αν η τιμή της συνάρτησης  $\mathbf{q}$ , για αυτή την τιμή του  $\lambda$ , είναι μικρότερη από το κατώφλι θορύβου που έχει οριστεί, τότε ο αλγόριθμος αναζητά την τιμή εκείνη του

λ για την οποία η τιμή της συνάρτησης  $q$  γίνεται ίση με το επίπεδο του θορύβου. Η τιμή αυτή του λ θεωρείται πως είναι η βέλτιστη για τη συγκεκριμένη επανάληψη.

Στο σχήμα (3.7) φαίνονται τα αποτελέσματα για το ίδιο μοντέλο και δεδομένα που χρησιμοποιήθηκε και στο σχήμα (3.3), με τη χρήση της μεθόδου Occam.

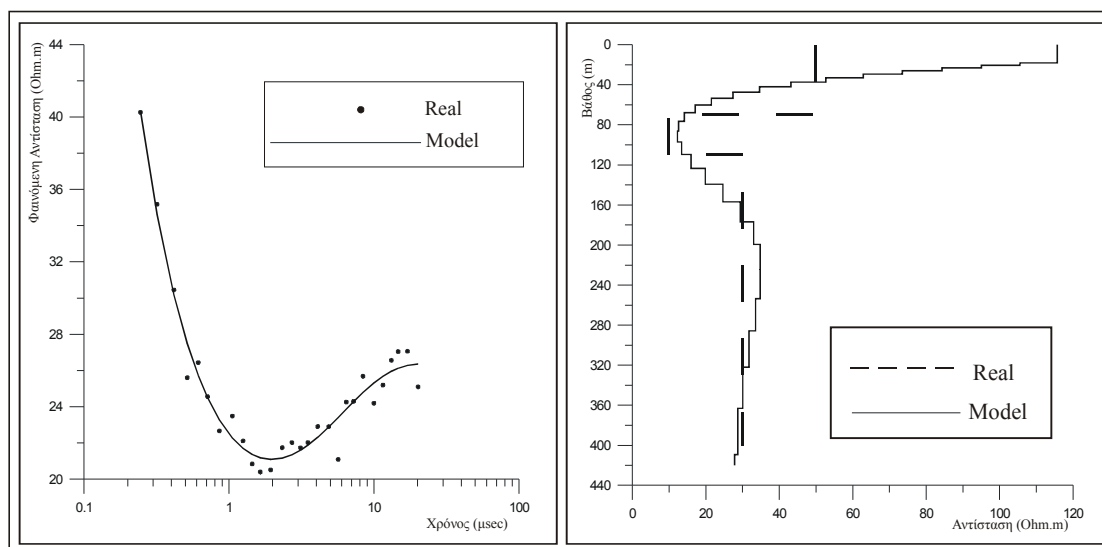


*Σχήμα 3.7 Αποτελέσματα αντιστροφής με τη μέθοδο Occam για συνθετικό μοντέλο τριών στρωμάτων.*

Το μειονέκτημα της συντηρητικής λύσης της μεθόδου, αντισταθμίζεται από το μεγάλο πλεονέκτημα ότι η μέθοδος είναι σταθερή και κυρίως απαλλαγμένη από την ανάγκη επιλογής αρχικού μοντέλου. Στο παράδειγμα του σχήματος (3.7), η μόνη αρχική εκτίμηση δόθηκε στον αλγόριθμο είναι η μέση αντίσταση του υπεδάφους (50 Ohm-m). Επίσης σε δεύτερη επεξεργασία δόθηκε μέση αντίσταση ίση με 100 Ohm-m. Και στις δύο περιπτώσεις η μέθοδος κατέληξε στα ίδια αποτελέσματα, με τη μόνη διαφορά πως στη δεύτερη περίπτωση απαιτήθηκαν περισσότερες επαναλήψεις.

Ακόμα και στην περίπτωση που τα δεδομένα έχουν τυχαίο θόρυβο, όπως στο παράδειγμα του σχήματος (3.8), η μέθοδος της εξομαλυσμένης αντιστροφής καταφέρνει να δώσει μια συντηρητική εικόνα του πραγματικού μοντέλου. Όταν δεν υπάρχουν πληροφορίες για το πραγματικό μοντέλο, η μέθοδος της εξομαλυσμένης αντιστροφής μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δημιουργηθεί

ένα σχετικά αξιόπιστο μοντέλο στρωμάτων το οποίο θα αποτελέσει το αρχικό μοντέλο για κάποια άλλη μέθοδο αντιστροφής.



*Σχήμα 3.8 Αποτελέσματα αντιστροφής με τη μέθοδο Occam για συνθετικό μοντέλο τριών στρωμάτων με εισαγωγή θορύβου κανονικής κατανομής ποσοστού 7% στα δεδομένα.*

Το κυριότερο μειονέκτημα της μεθόδου είναι πως η αντιστροφή των δεδομένων γίνεται μόνο για τις παραμέτρους των αντιστάσεων. Τα πάχη θεωρείται πως είναι γνωστά εξ αρχής για το κάθε στρώμα, και το τελικό αποτέλεσμα είναι να υπάρχει μια γενική εικόνα των αντιστάσεων των στρωμάτων του υπεδάφους αλλά τα όρια των στρωμάτων να παραμένουν ασαφή.

### 3.4.3 ΥΒΡΙΔΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΠΟΣΒΕΝΟΜΕΝΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ

Μια μέθοδος που προσπαθεί να συγκεράσει τα πλεονεκτήματα των δύο παραπάνω μεθόδων (Marquardt-Occam) είναι η υβριδική μέθοδος των αποσβενομένων τετραγώνων (Meju, 1994). Εφαρμογή της μεθόδου στο μονοδιάστατο πρόβλημα με τη μέθοδο των TDEM έγινε από τους Karmis et al. (προσωπική επικοινωνία).

Η φιλοσοφία της μεθόδου είναι να εισάγει ως παραμέτρους στρώματα με άγνωστες αντιστάσεις και πάχη, όπως και με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης. Παράλληλα όμως, εισάγονται και περιορισμοί

εξομαλυνσης, οι οποίοι μπαίνουν τροποποιημένοι σε σχέση με τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής, και το κριτήριο της ελάχιστης τραχύτητας εφαρμόζεται μόνο για τις αντιστάσεις των στρωμάτων, καθώς δεν υπάρχει φυσικό νόημα να εφαρμοστεί στα πάχη των στρωμάτων.

Αναπτύσσοντας τις εξισώσεις της αντιστροφής όμοια με τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής, καταλήγουμε στη συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση

$$q = (Wd - WAm)^T (Wd - WAm) . \quad (3.39)$$

Η διόρθωση του μοντέλου προκύπτει από το ίδιο σύστημα εξισώσεων με τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής,

$$dm_k = ((A_k W)^T A_k W + \lambda_k C^T C)^{-1} (W A_k)^T W dy_k . \quad (3.40)$$

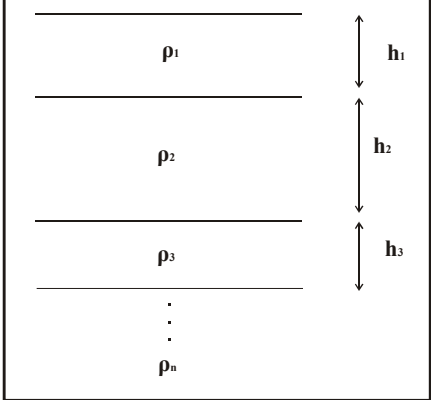
και το νέο μοντέλο

$$m_{k+1} = m_k + dm_k . \quad (3.41)$$

Η διαφορά με την μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής βρίσκεται στον τρόπο υπολογισμού των στοιχείων του πίνακα τραχύτητας  $\mathbf{R}$ . Σε πολλές πρακτικές εφαρμογές όπου υπάρχει βαθμωτή αλλαγή των παραμέτρων, το ενδιαφέρον εστιάζεται στην απόκτηση ενός εξομαλυσμένου μοντέλου, κάτι που υπαγορεύεται από την φυσική αντιμετώπιση του προβλήματος. Παράδειγμα αποτελεί η στρωμάτωση του υπεδάφους, όπου δεν αναμένεται να υπάρχουν απότομες ασυνέχειες στις ηλεκτρικές ιδιότητες των στρωμάτων, άρα αναζητείται ένα εξομαλυσμένο μοντέλο (Constable et al. 1987, Meju και Hutton 1992). Τα πάχη όμως των στρωμάτων δεν απαιτείται να είναι εξομαλυσμένα, καθώς δεν υπάρχει κάποια φυσική αιτία που να τα αναγκάζει να αποκτούν τιμές που να είναι εξαρτημένες μεταξύ τους.

Σε αυτή την περίπτωση ο πίνακας  $\mathbf{C}$  (εξ.3.35), ο οποίος εάν έχουμε  $n$  στρώματα με  $(n-1)$  πάχη, θα είναι τάξεως  $[(2n-1) \times (2n-1)]$ , θα έχει τη μορφή





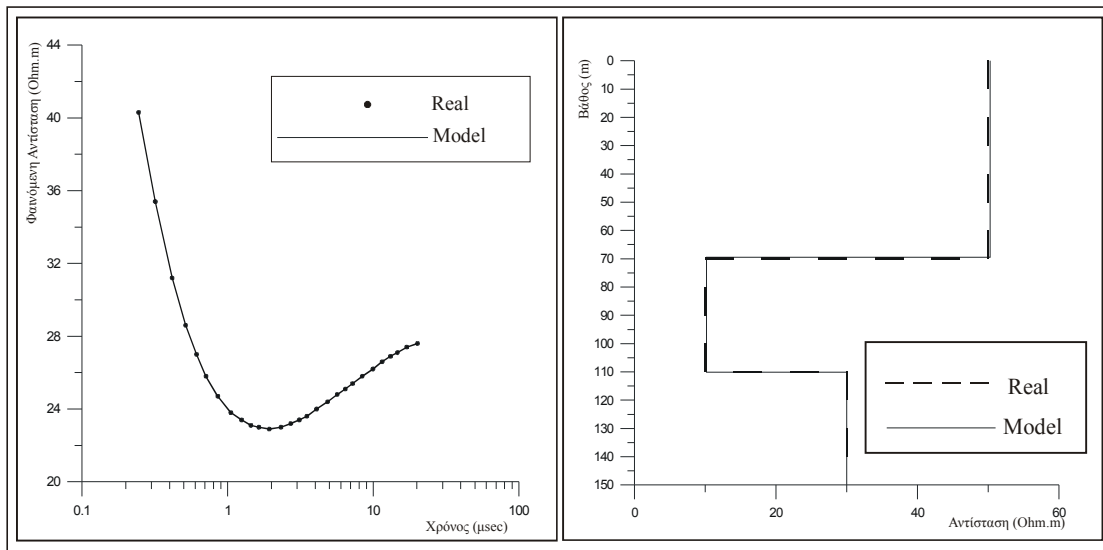
$$C = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & & & & \\ -1 & 1 & & & 0 & & \\ & -1 & 1 & & & & \\ 0 & & \dots & \dots & & & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & & \\ & 0 & & & 0 & 1 & \end{vmatrix} \quad (3.42)$$

Οι πρώτες  $n$  γραμμές του πίνακα  $C$  που αντιστοιχούν στις ηλεκτρικές αντιστάσεις των στρωμάτων έχουν στοιχεία που εξομαλύνουν τις τιμές αυτών των παραμέτρων, ενώ οι υπόλοιπες  $(n-1)$  γραμμές του πίνακα που αντιστοιχούν στα πάχη των στρωμάτων δεν επηρεάζουν το διάνυσμα των λύσεων προς καμία κατεύθυνση.

Οι Karmis et al. (προσωπική επικοινωνία), πρότειναν τον υπολογισμό του παράγοντα απόσβεσης με έρευνα βελτιστοποίησης. Ορίζοντας ένα εύρος τιμών εμπειρικά, θεωρώντας ότι καλύπτει όλο το φάσμα τιμών που μπορεί να πάρει το  $\lambda$ , ο αλγόριθμος διεξάγει έρευνα μέχρι να βρεθεί το ολικό ή τοπικό ελάχιστο της συνάρτησης προς ελαχιστοποίηση. Το διάστημα που ορίζεται αρχικά, διαιρείται σε μικρότερα διαστήματα, μέχρι να βρεθεί ένα πολύ μικρό διάστημα που μέσα του να βρίσκεται η τιμή που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση  $q$ . Επιλύεται έτσι το ευθύ και το αντίστροφο πρόβλημα πολλές φορές, αλλά σε κάθε επανάληψη απαιτείται μόνο ο αρχικός υπολογισμός του Ιακωβιανού πίνακα. Έτσι, ο τρόπος προσδιορισμού του παράγοντα  $\lambda$  είναι πιο γρήγορος από τον τρόπο που πρότεινε ο Constable.

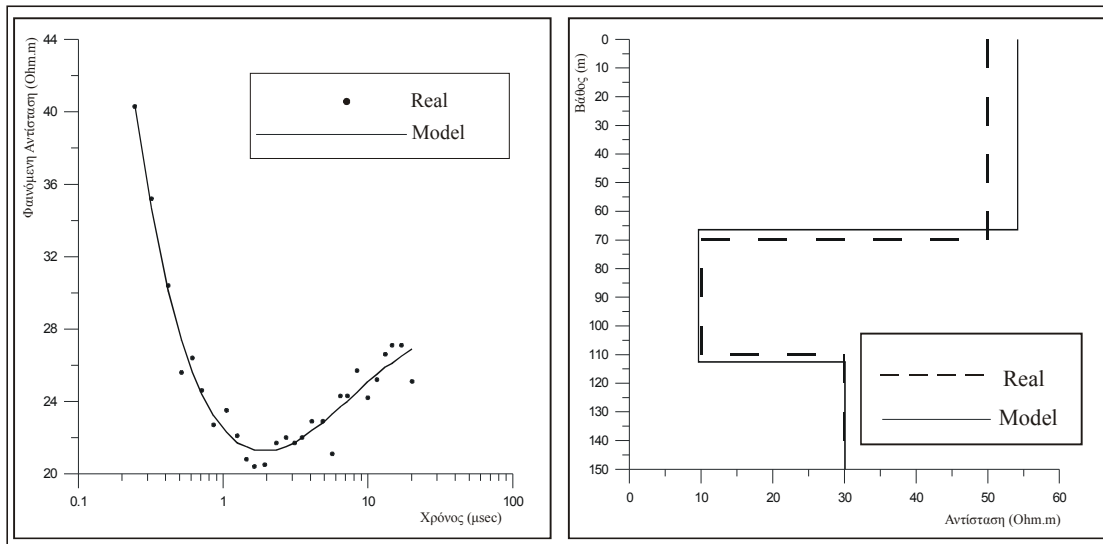
Το πλεονέκτημα της υβριδικής μεθόδου έναντι της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης είναι πως η σταθεροποίηση της αντιστροφής επιτυγχάνεται με περιορισμούς που βασίζονται στη φυσική του προβλήματος, μέσω των πινάκων εξομάλυνσης, και όχι στην επιλογή μιας αυθαίρετης τιμής περιορισμού.

Σε σχέση με τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής, τα πάχη των στρωμάτων αφήνονται να μεταβάλλονται ανεξάρτητα μεταξύ τους, δίνοντας σαφή όρια στα πάχη τους. Στο σχήμα (3.9) φαίνεται ένα τυπικό παράδειγμα αντιστροφής μοντέλου τριών στρωμάτων με τη μέθοδο της υβριδικής αντιστροφής.



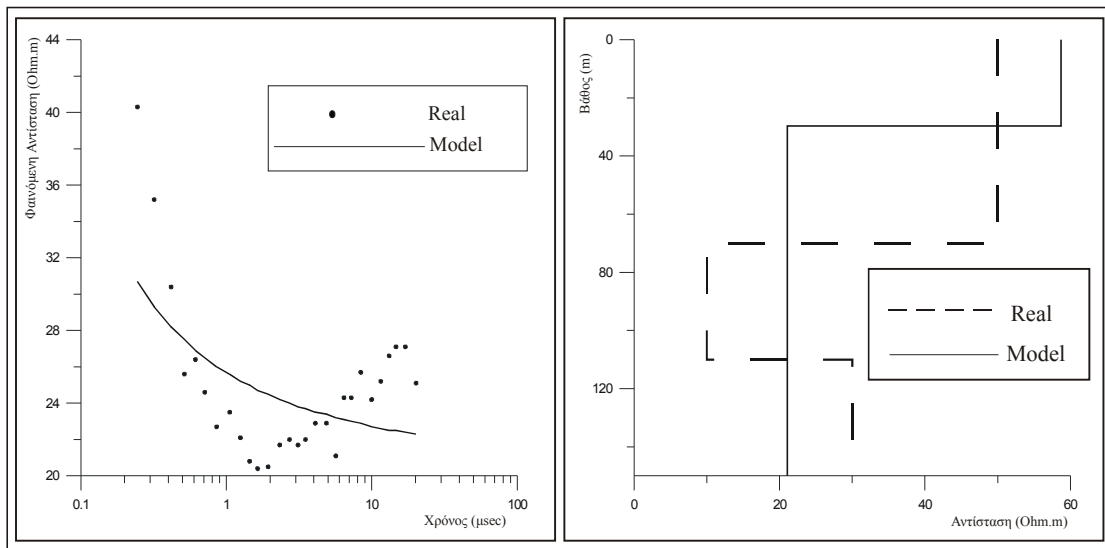
*Σχήμα 3.9 Παράδειγμα αντιστροφής συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με τη μέθοδο της υβριδικής αντιστροφής.*

Στο σχήμα (3.10) φαίνεται η απόκριση της μεθόδου σε δεδομένα στα οποία έχει εισαχθεί θόρυβος κανονικής κατανομής ποσοστού 7%. Παρατηρούμε πως η μέθοδος παράγει αποτελέσματα που βρίσκονται πολύ κοντά στο πραγματικό μοντέλο.



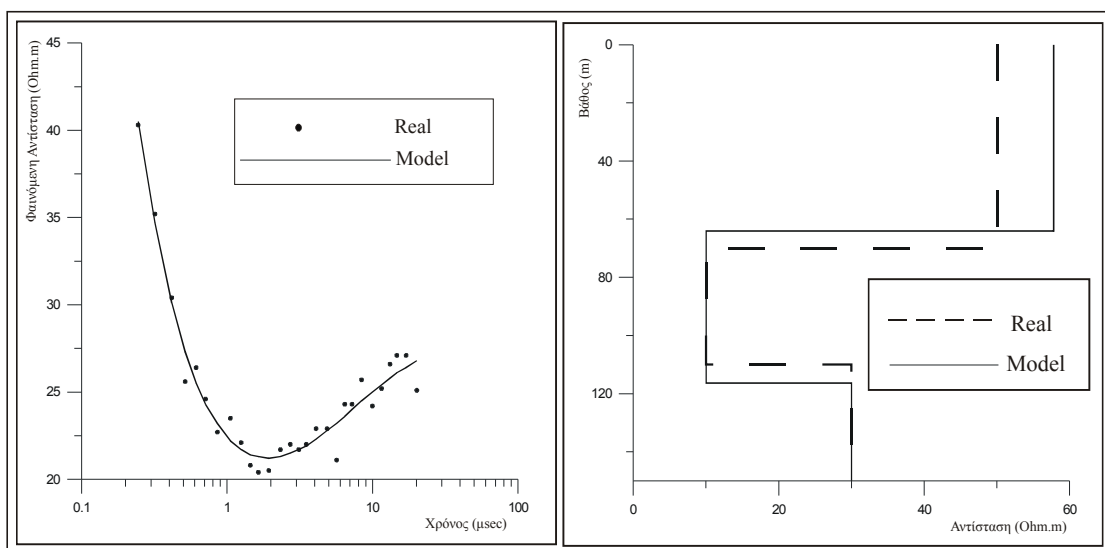
*Σχήμα 3.10 Αποτελέσματα αντιστροφής συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με εισαγωγή στα δεδομένα θορύβου κανονικής κατανομής ποσοστού 7% με τη μέθοδο της υβριδικής αντιστροφής.*

Παρόλα αυτά, η χρήση στρωμάτων με διακριτό πάχος συνεπάγεται ότι ο χρήστης πρέπει να καθορίσει το «σωστό» αριθμό των στρωμάτων. Το διάγραμμα των



*Σχήμα 3.11 Αντιστροφή συνθετικού μοντέλου τριών στρωμάτων με εισαγωγή θορύβου κανονικής κατανομής 7% στα δεδομένα, και λάθος αρχική εκτίμηση στον αριθμό των στρωμάτων.*

λύσεων αναγκάζεται να κινηθεί προς συγκεκριμένη κατεύθυνση και αν η αρχική εκτίμηση είναι εκτός πραγματικότητας, τότε το θεωρητικό μοντέλο δεν μπορεί να αναπαραστήσει το πραγματικό μοντέλο του υπεδάφους.



*Σχήμα 3.12 Αποτελέσματα αντιστροφής για μοντέλο τριών στρωμάτων, με εισαγωγή θορύβου στα δεδομένα κανονικής κατανομής 7%, και λάθος αρχική εκτίμηση στις παραμέτρους του μοντέλου.*

Στο σχήμα (3.11) παρουσιάζεται παράδειγμα κακής επιλογής αριθμού στρωμάτων αρχικού μοντέλου, ενώ στο σχήμα (3.12) παράδειγμα κακής επιλογής αρχικής εκτίμησης, παρά το γεγονός πως ο αριθμός των στρωμάτων είναι ο σωστός.

### 3.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο υποκεφάλαιο αυτό, παρουσιάζεται μια σύγκριση μεταξύ των κυριότερων μεθόδων αντιστροφής σε μια διάσταση για τη μέθοδο των TDEM που μελετήθηκαν παραπάνω, δηλαδή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης, της μεθόδου της εξομαλυσμένης αντιστροφής και της υβριδικής αντιστροφής.

#### ΑΣΤΑΘΕΙΑ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ-ΠΡΟΕΛΕΥΣΗ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΩΝ

Η επίλυση του συστήματος των εξισώσεων στη διαδικασία της αντιστροφής δεδομένων TDEM είναι εγγενώς ασταθής. Η αστάθεια αυτή έχει φυσική προέλευση, καθώς η μέθοδος των TDEM χάνει την ευαισθησία της σε μεγάλα βάθη. Η φυσική αυτή αδυναμία εκφράζεται μαθηματικά στην αδυναμία σταθερής αντιστροφής του γενικευμένου Ιακωβιανού.

Το πρόβλημα λύνεται εν μέρει με την εισαγωγή περιορισμών στη μεταβολή του διανύσματος των λύσεων. Στην περίπτωση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης, ο περιορισμός είναι καθαρά μαθηματικός. Για να λυθεί το πρόβλημα της αστάθειας του συστήματος, προστίθεται μια θετική ποσότητα  $\lambda$  στα στοιχεία της διαγωνίου του γενικευμένου Ιακωβιανού. Έτσι το τελικό μοντέλο είναι μεν μαθηματικά ορθό, μερικές φορές όμως μπορεί να στερείται φυσικής λογικής.

Στη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής, ο περιορισμός τίθεται από φυσική σκοπιά. Η στρωμάτωση του υπεδάφους δεν αναμένεται να έχει απότομες μεταβολές όσο αφορά τις αντιστάσεις, και έτσι το τελικό μοντέλο

αποκλίνει από τον ομογενή ημιχώρο τόσο, όσο ώστε οι θεωρητικές μετρήσεις να συγκλίνουν με τα πειραματικά δεδομένα.

Ο περιορισμός που τίθεται στην υβριδική αντιστροφή είναι διαφορετικός από τη μέθοδο της εξομαλυσμένης αντιστροφής. Περιορίζεται το εύρος διόρθωσης του μοντέλου όσο αφορά τις αντιστάσεις των στρωμάτων, όμως τα πάχη αφήνονται να μεταβάλλονται ανεξέλεγκτα. Ο περιορισμός αυτός έχει φυσική έννοια, καθώς επιδιώκουμε να πάρουμε ένα τελικό μοντέλο με διακριτά στρώματα, όμως υπάρχει εξάρτηση μεταξύ των αντιστάσεων, υπό την έννοια πως δεν αναμένονται τρομερά απότομες αλλαγές των αντιστάσεων μεταξύ διαδοχικών στρωμάτων.

#### ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΤΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ-ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Η ύπαρξη σφαλμάτων στα δεδομένα θα πρέπει να θεωρείται εκ των προτέρων δεδομένη. Στην περίπτωση που τα σφάλματα είναι τυχαία και έχουν κανονική κατανομή, αποδείχτηκε πειραματικά πως όλες οι μέθοδοι αποκρίνονται ικανοποιητικά. Με τη χρήση των πινάκων στατιστικών βαρών, οι μέθοδοι απομονώνουν τις μετρήσεις εκείνες που έχουν πολύ μεγάλα σφάλματα, δίνοντας τους πολύ μικρό βάρος κατά τη διαδικασία της αντιστροφής.

#### ΕΠΙΛΟΓΗ ΑΡΧΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Στην περίπτωση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης και της υβριδικής αντιστροφής, η επιλογή του αρχικού μοντέλου είναι σημαντική. Ο χρήστης απαιτείται να εισάγει όχι μόνο το σωστό αριθμό στρωμάτων, αλλά και να επιλέξει τις τιμές των παραμέτρων του αρχικού μοντέλου έτσι ώστε να είναι αρκετά κοντά στις πραγματικές. Στην περίπτωση που υπάρχει πρότερη γνώση της δομής του υπεδάφους αυτό είναι σχετικά εύκολο, αλλά πολλές φορές ο χρήστης πρέπει να δοκιμάζει πολλά μοντέλα με διαφορετικό αριθμό στρωμάτων έως ότου να καταλήξει σε αυτό που έχει τη μεγαλύτερη σύγκλιση με τις πειραματικές μετρήσεις.

Αν δεν υπάρχει καμία πληροφορία για το μοντέλο του υπεδάφους, τότε η μέθοδος της εξομαλυσμένης αντιστροφής είναι αυτή που μπορεί να παρέχει

τα πιο αξιόπιστα αποτελέσματα, καθώς δεν απαιτείται προσδιορισμός του αριθμού των στρωμάτων. Ο χρήστης εισάγει μόνο τη μέση αντίσταση του υπεδάφους και το σταθερό πάχος των στρωμάτων, και ο αλγόριθμος προσπαθεί να μεταβάλλει τις αντιστάσεις των στρωμάτων ώστε να υπάρξει σύγκλιση μεταξύ των θεωρητικών και πειραματικών μετρήσεων.

#### ΣΑΦΗΝΕΙΑ ΣΤΟΝ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟ ΤΩΝ ΣΤΡΩΜΑΤΩΝ

Είθισται στη Γεωφυσική να αναπαριστούμε τα μοντέλα του υπεδάφους χρησιμοποιώντας διακριτές ασυνέχειες μεταξύ των στρωμάτων, ιδιαίτερα όσο αφορά τις αντιστάσεις τους. Π.χ. μοντέλο δύο στρωμάτων με ανώτερο στρώμα πάχους 100 μέτρων και αντίσταση 10 Ohm-m, υπερκείμενο ημιχώρου 100 Ohm-m.

Η μέθοδος της εξομαλυσμένης αντιστροφής, εξαιτίας ακριβώς του περιορισμού που εισάγεται μέσω του πίνακα τραχύτητας  $R$ , επιτρέπει στις αντιστάσεις μεταξύ διαδοχικών στρωμάτων να μεταβάλλονται βαθμιαία μεταξύ τους. Επιπλέον, ο αριθμός των στρωμάτων ορίζεται ίσος με τον αριθμό των μετρήσεων. Το τελικό μοντέλο αποτελείται έτσι από πολλά μικρά στρώματα, και δεν ορίζονται σαφή πάχη μεταξύ στρωμάτων με απότομες μεταβολές στην αντίσταση, αλλά υπάρχει μια ομαλή μεταβολή μεταξύ ακραίων τιμών.

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης δεν εισάγει κανενός είδους περιορισμό, και τα πάχη των στρωμάτων ορίζονται σαφώς, καθώς αφήνονται να κινούνται ανεξέλεγκτα μεταξύ τους.

Στην υβριδική αντιστροφή, ο περιορισμός που τίθεται είναι οι αντιστάσεις μεταξύ διαδοχικών στρωμάτων να μην κινούνται ανεξέλεγκτα μεταξύ τους. Δεν υπάρχει κανένας περιορισμός όσο αφορά τα πάχη των στρωμάτων, τα οποία μπορούν να μεταβάλλονται ελεύθερα. Έτσι και σε αυτή τη μέθοδο τα πάχη ορίζονται σαφώς.

Συμπερασματικά, από την ανάλυση που έγινε παραπάνω, αλλά κυρίως από τις δοκιμές που έγιναν με διάφορα θεωρητικά μοντέλα καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως η υβριδική μέθοδος αντιστροφής είναι αυτή που παρουσιάζει τα περισσότερα πλεονεκτήματα από όλες τις μεθόδους που εξετάστηκαν. Είναι σταθερή, λαμβάνει υπόψη της τα μεγέθη των σφαλμάτων των μετρήσεων, δίνει με σαφήνεια το πάχος των στρωμάτων του μοντέλου, και το τελικό μοντέλο προκύπτει ως αποτέλεσμα φυσικών και όχι αυθαίρετων

μαθηματικών περιορισμών. Φυσικά όλα αυτά δεν αποδεικνύουν πως η συγκεκριμένη μέθοδος είναι πανάκεια για το μονοδιάστατο πρόβλημα των TDEM, όμως εμφανίζει τα περισσότερα πλεονεκτήματα μεταξύ των μεθόδων που εξετάστηκαν. Τη μέθοδο αυτή επιλέξαμε για την εφαρμογή του αλγορίθμου σταθερής αντιστροφής που θα παρουσιαστεί στο επόμενο κεφάλαιο. Όλα τα παραπάνω, συνοψίζονται στον πίνακα (Π3.1), όπου με (☯) συμβολίζονται τα πλεονεκτήματα ή οι απαιτήσεις και με (-) τα μειονεκτήματα της κάθε μεθόδου.

<i>Μέθοδος</i>	Είναι Σταθερή η Αντιστροφή ;	Προέλευση Περιορισμών ;	Αρχικό Μοντέλο ;	Διακριτά Στρώματα ;	Συμπεριλαμ- βάνεται Τυχαίος Θόρυβος ;
Ελάχιστα Τετράγωνα	-	-	☯	☯	☯
Ελ. Τετράγωνα Απόσβεσης	☯	Μαθηματικό Μοντέλο	☯	☯	☯
Εξομαλυσμέν η αντιστροφή	☯	Φυσικό Μοντέλο	-	-	☯
Υβριδική αντιστροφή	☯	Φυσικό Μοντέλο	☯	☯	☯

*Πίνακας Π3.1 Συγκεντρωτικά τα συμπεράσματα για τις μεθόδους αντιστροφής του μονοδιάστατου προβλήματος της μεθόδου των TDEM.*

# ***ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4***

## **ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ (1-D) ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΠΑΡΟΔΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ**

*Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της επεξεργασίας δεδομένων που συλλέχθηκαν από περιοχή της Βορείου Ελλάδος.*

*Στο τέλος, αναλύονται τα συμπεράσματα και παρουσιάζεται το τελικό γεωηλεκτρικό μοντέλο της περιοχής υπό μορφή ψευδο-τρισδιάστατου σχήματος.*

### **4.1 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ**

Ο αλγόριθμος δοκιμάστηκε σε πραγματικά δεδομένα που έχουν συλλεχθεί από μια περιοχή της Βορείου Ελλάδος. Η συλλογή των δεδομένων



έγινε από τον κ. Παπαδόπουλο Ηλία με τη βοήθεια και τη συνεργασία του κ. Π. Κάρμη (Γεωφυσικού του ΙΓΜΕ), και χρησιμοποιήθηκε το όργανο SIROTEM MKII της διεύθυνσης Γεωφυσικής του ΙΓΜΕ.

#### 4.1.1 ΛΕΚΑΝΗ ΑΝΘΕΜΟΥΝΤΑ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ



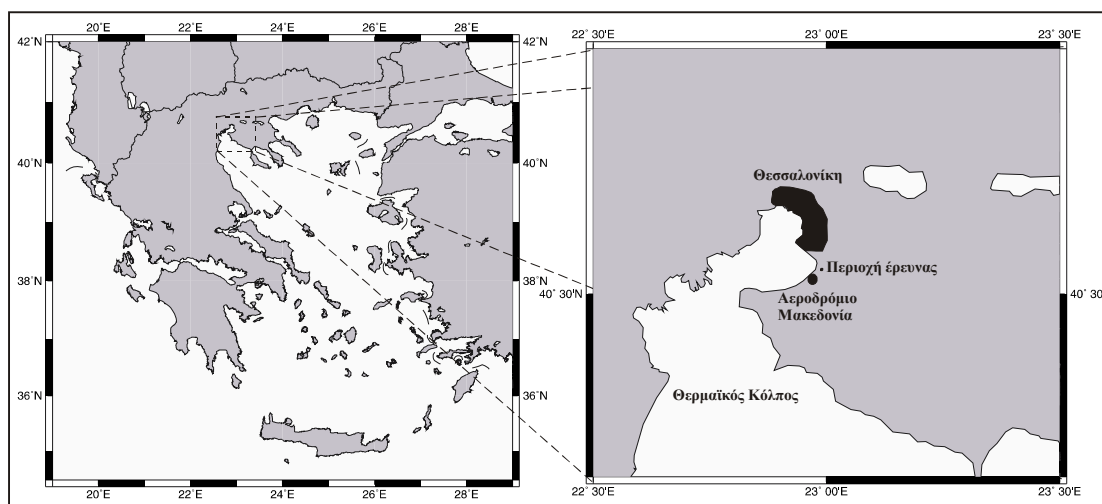
Σχήμα 4.1 Γεωλογικός χάρτης της περιοχής έρευνας.

Η περιοχή της λεκάνης του Ανθεμούντα Θεσσαλονίκης βρίσκεται στο νοτιοανατολικό τμήμα του νομού Θεσσαλονίκης. Η μορφολογία της περιοχή ποικίλλει. Η λεκάνη του Ανθεμούντα αποτελεί προέκταση της ευρύτερης λεκάνης της Θεσσαλονίκης, και στο σύνολο της αποτελεί τεκτονικό βύθισμα. Γεωτεκτονικά το βορειοανατολικό τμήμα ανήκει στην Περιοδοτική Ζώνη (Ενότητα Άσπρης Βρύσης-Χορτιάτη) με διεύθυνση ΒΔ-ΝΑ, ενώ το νοτιοδυτικό τμήμα ανήκει στη Ζώνη Αξιού (Ενότητα Παιονίας).

Σύμφωνα με το γεωλογικό χάρτη του ΙΓΜΕ, (σχ. 4.1) (φύλλο Θεσσαλονίκης) στην περιοχή συναντούνται μαργές και άργιλοι (Νεογενές), και ερυθροπηλοί, αναβαθμίδες και σύγχρονες προσχώσεις (Τεταρτογενές).

#### 4.1.2 ΠΕΡΙΟΧΗ ΜΕΛΕΤΗΣ

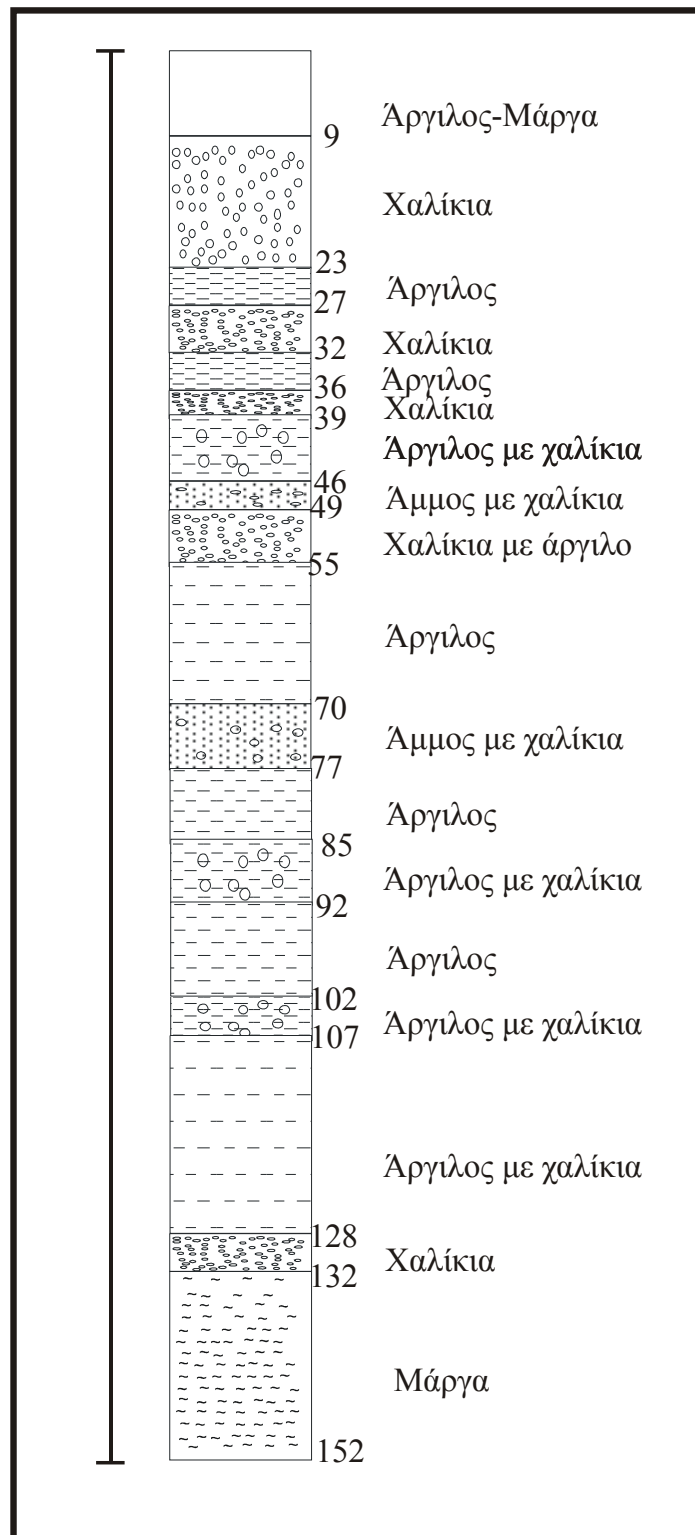
Η περιοχή μελέτης βρίσκεται μεταξύ του πολεοδομικού συγκροτήματος της πόλης της Θεσσαλονίκης και του αεροδρομίου Μακεδονία (σχ. 4.2). Βρίσκεται μέσα στο αγρόκτημα του Α.Π.Θ., και απέχει περίπου ένα χιλιόμετρο από την ακτή. Αρδεύεται από γεωτρήσεις που υπάρχουν μέσα στο αγρόκτημα, και το νερό που αντλείται είναι αλμυρό. Θεωρήθηκε λοιπόν ενδιαφέρον να μελετήσουμε το φαινόμενο υφαλμύρωσης στη συγκεκριμένη περιοχή.



Σχήμα 4.2 Γεωγραφική θέση της ευρύτερης περιοχής έρευνας.

Σε απόσταση 600 περίπου μέτρων από το χώρο της γεωφυσικής έρευνας, υπάρχει αρδευτική γεώτρηση. Η στρωματογραφική στήλη της γεώτρησης (θέση Πλατάνια #1), παρουσιάζεται στο σχήμα (4.3).

Κατά τους θερινούς μήνες, όπου η περιοχή αρδεύεται από τις γεωτρήσεις, η επιφανειακή συγκέντρωση αλάτων είναι μεγάλη. Κατά τους μήνες των βροχοπτώσεων, το βρόχινο νερό απομακρύνει τα άλατα μέσω του συστήματος καναλιών που βρίσκονται στη συγκεκριμένη περιοχή και επικοινωνούν με τη θάλασσα. Έτσι το επιφανειακό στρώμα παρουσιάζει σημαντικές διακυμάνσεις όσο αφορά τη συγκέντρωση αλάτων, και κατά συνέπεια και την αγωγιμότητα του.

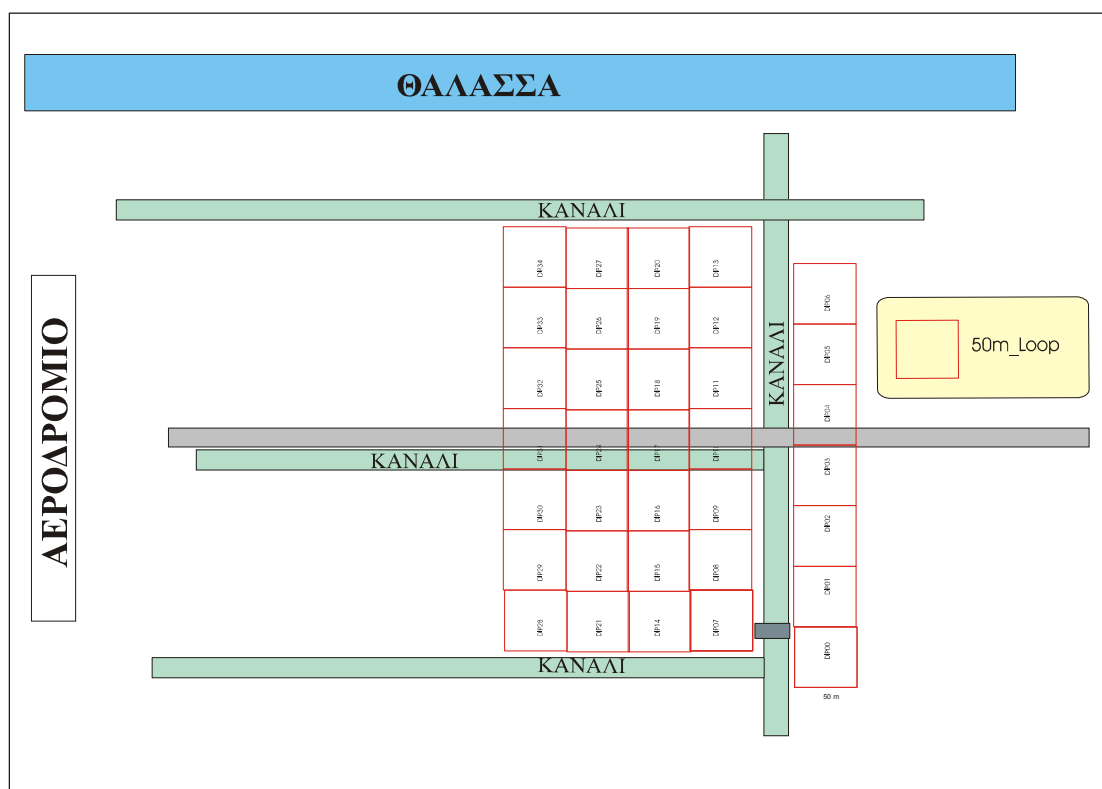


Σχήμα 4.3 Στρωματογραφική στήλη της γεώτρησης Πλατάνια #1.

#### 4.1.3 ΣΥΛΛΟΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ-ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΟ ΧΩΡΟ ΕΡΕΥΝΑΣ

Πραγματοποιήθηκαν συνολικά τριανταπέντε βυθοσκοπήσεις με τη μέθοδο TDEM, σε κάμμαβο διαστάσεων 300 επί 200 μέτρων. Ο βρόχος που

χρησιμοποιήθηκε είχε μήκος πλευράς πενήντα μέτρων, και το βήμα δειγματοληψίας ήταν πενήντα μέτρα. Στο σχήμα (4.4) παρουσιάζεται το σκαρίφημα της περιοχής έρευνας, όπου σημειώνονται οι βυθοσκοπήσεις με τη μέθοδο των TDEM.

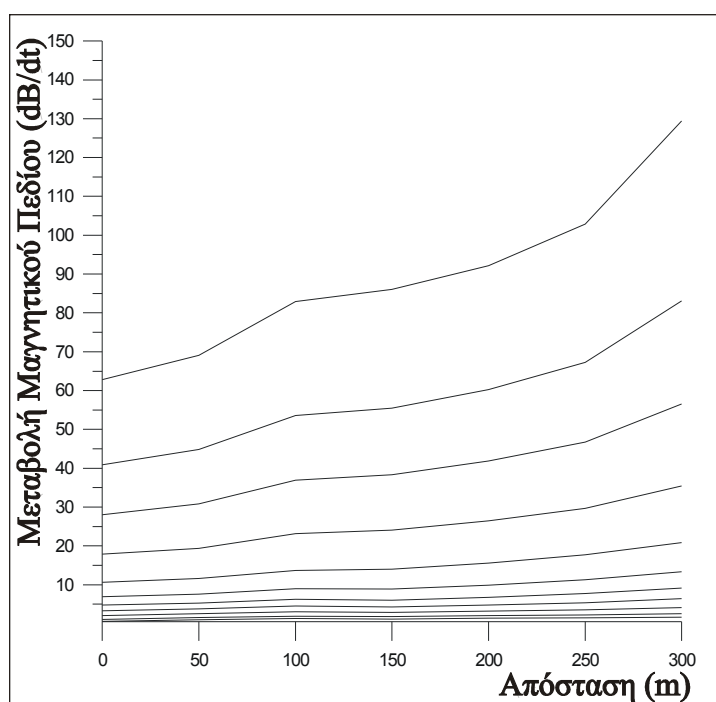


Σχήμα 4.4 Σκαρίφημα της περιοχής έρευνας στη λεκάνη Ανθεμούνα Θεσσαλονίκης.

Το όργανο που χρησιμοποιήθηκε ήταν το SIROTEM MKII και οι βυθοσκοπήσεις πραγματοποιήθηκαν στα μέσα Αυγούστου 2001. Τα δεδομένα που συλλέχθηκαν αρχικά ελέγχθηκαν για να διαπιστωθεί το επίπεδο του θορύβου που είχε υπεισέλθει στις μετρήσεις. Η περιοχή βρίσκεται πάρα πολύ κοντά στο αεροδρόμιο Μακεδονία της Θεσσαλονίκης και ο ανθρωπογενής ηλεκτρομαγνητικός θόρυβος, από τα συστήματα ελέγχου του αεροδρομίου, αναμενόταν να επηρεάσει σε μεγάλο βαθμό της μετρήσεις. Το κατώφλι θορύβου στην πρωτογενή επεξεργασία των μετρήσεων τέθηκε ίσο με 0.4  $\mu\text{V}/\text{sec}$ , που θεωρήθηκε ότι αντιπροσωπεύει το επίπεδο του συνολικού θορύβου που υπήρχε στην περιοχή. Κάτω από αυτό το επίπεδο το

σήμα που μετρούνταν στο δέκτη θεωρήθηκε πως είναι καθαρός θόρυβος, και οι μετρήσεις αγνοήθηκαν.

Στη συνέχεια για κάθε τομή που περιλάμβανε επτά βυθοσκοπήσεις έγινε χαρτογράφηση των δεδομένων για να διαπιστωθεί αν κάποιες από τις μετρήσεις σε συγκεκριμένα σημεία του χώρου έρευνας παρουσίαζαν ακραίες τιμές, γεγονός που μπορούσε να υποδηλώσει γενικευμένη ανωμαλία. Στο σχήμα (4.5) χαρτογραφούνται οι βυθοσκοπήσεις dip21 έως dip 27 που ανήκουν στην τομή L4.



Σχήμα 4.5 Χαρτογράφηση των δεδομένων της τομής L4 (βυθοσκοπήσεις dip21 έως dip24).

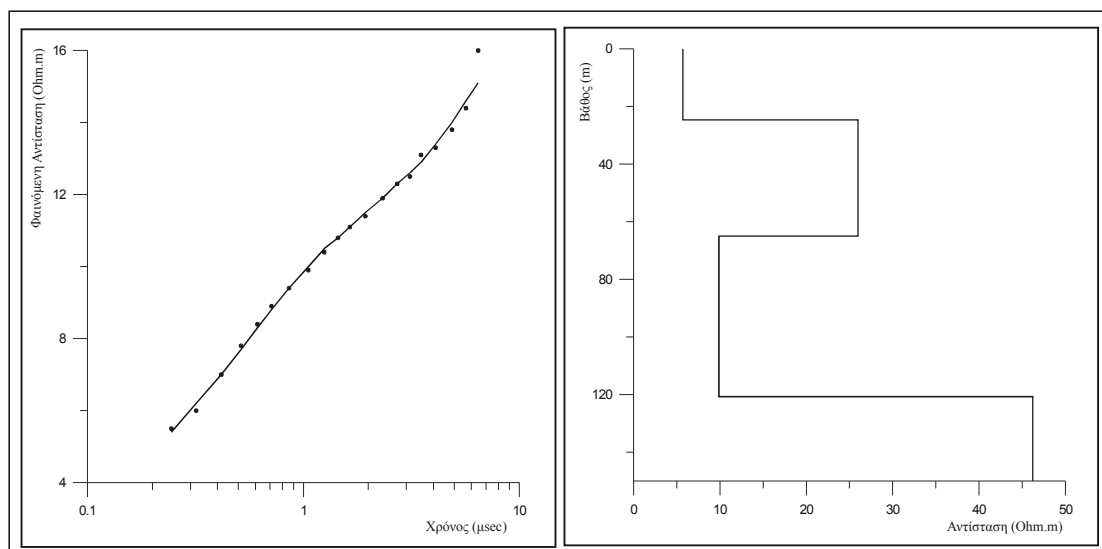
Από τη γνώση γεωλογικά της περιοχής δεν αναμενόταν να παρουσιαστεί κάποια γενικευμένη ανωμαλία που να υποδήλωνε πως υπάρχει κάποιο σώμα με διαφορετικές ηλεκτρομαγνητικές ιδιότητες, κάτι που επιβεβαιώνεται και από τη χαρτογράφηση των τομών, όπως στο παράδειγμα του σχήματος (4.5).

Στη συνέχεια οι βυθοσκοπήσεις επεξεργάστηκαν με τη μέθοδο Occam για μια πρώτη εκτίμηση των στρωμάτων. Τα αποτελέσματα από αυτή την επεξεργασία χρησιμοποιήθηκαν σαν αρχική εκτίμηση για τον αλγόριθμο που χρησιμοποίησε τη μέθοδο της σταθερής αντιστροφής.

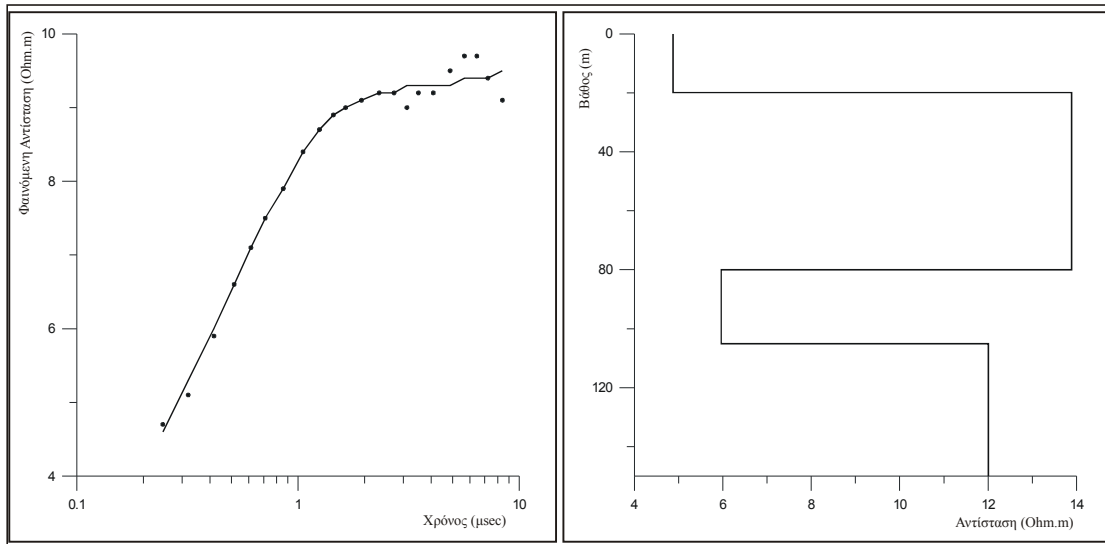
Στον αλγόριθμο αντιστροφής, το σφάλμα των δεδομένων δόθηκε ανάλογα με την εκτίμηση του θορύβου για κάθε βυθοσκόπηση 20% ή 40%, θεωρώντας πως η ύπαρξη του χώρου του αεροδρομίου επηρέαζε σε μεγάλο βαθμό την ποιότητα των δεδομένων.

Το κατώφλι για να σταματήσει η διαδικασία αντιστροφής τέθηκε σε όλες ανεξάρτητα τις βυθοσκοπήσεις ίσο με 5%, και ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ίσος με 15.

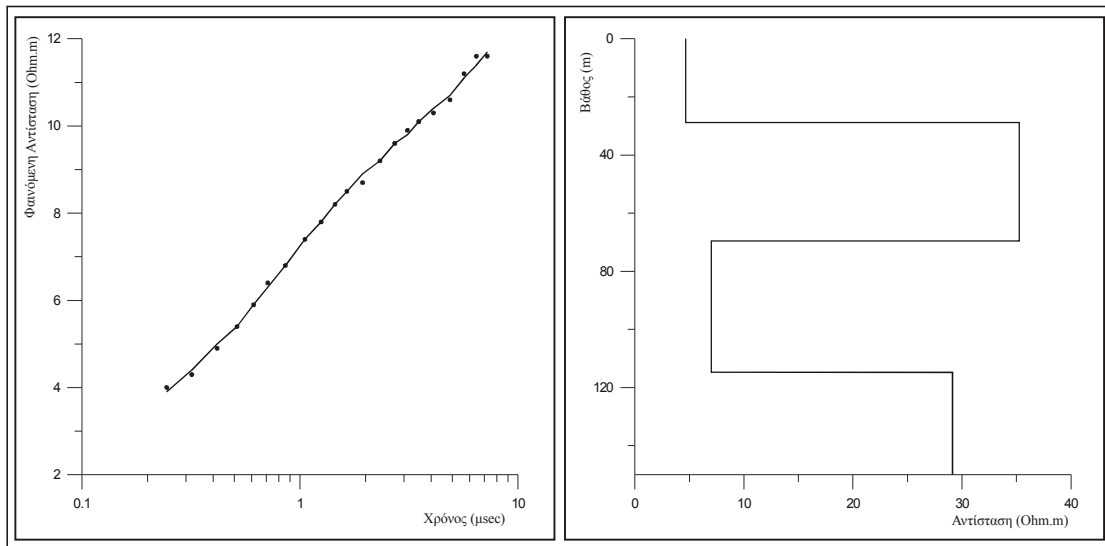
Ενδεικτικά παρουσιάζονται κάποιες βυθοσκοπήσεις εδώ, στα σχήματα (4.6) έως (4.8). Τα αποτελέσματα της αντιστροφής παρουσιάζονται, λόγω του μεγάλου όγκου, υπό μορφή ψευδοτομών για τις τομές L1 έως L5 στα σχήματα (4.9) έως (4.13).



Σχήμα 4.6 Αποτελέσματα αντιστροφής βυθοσκόπησης Dip10.

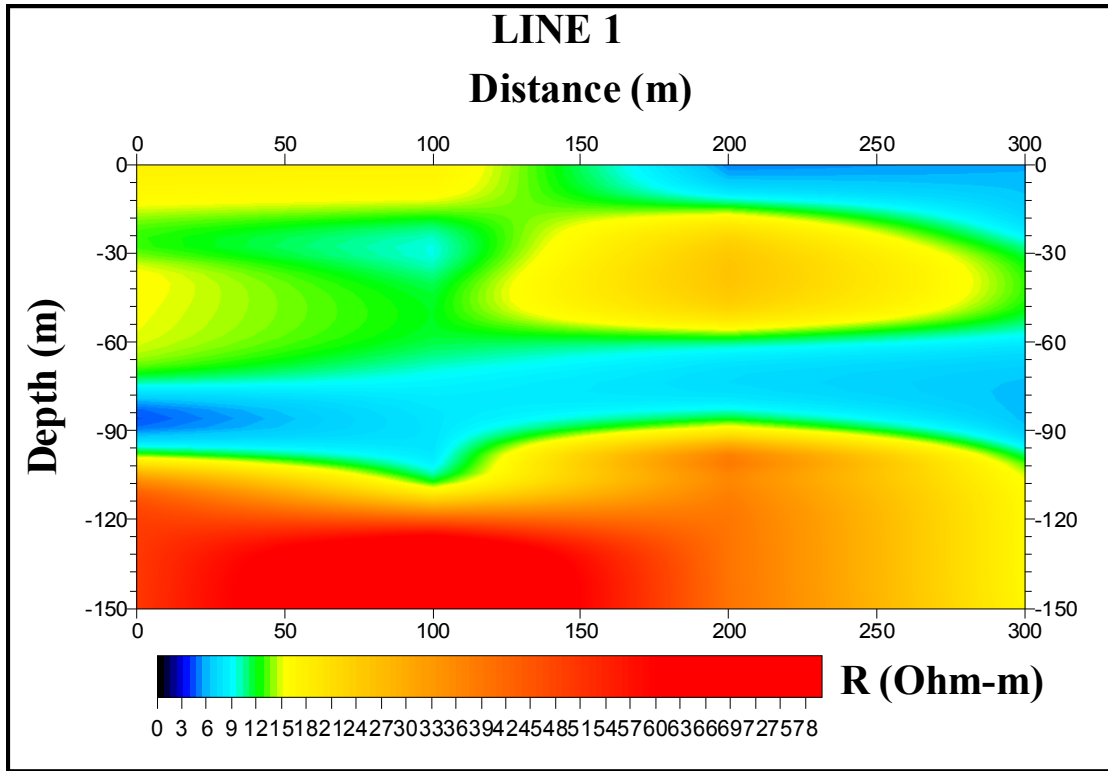


Σχήμα 4.7 Αποτελέσματα αντιστροφής βυθοσκόπησης Dip11.

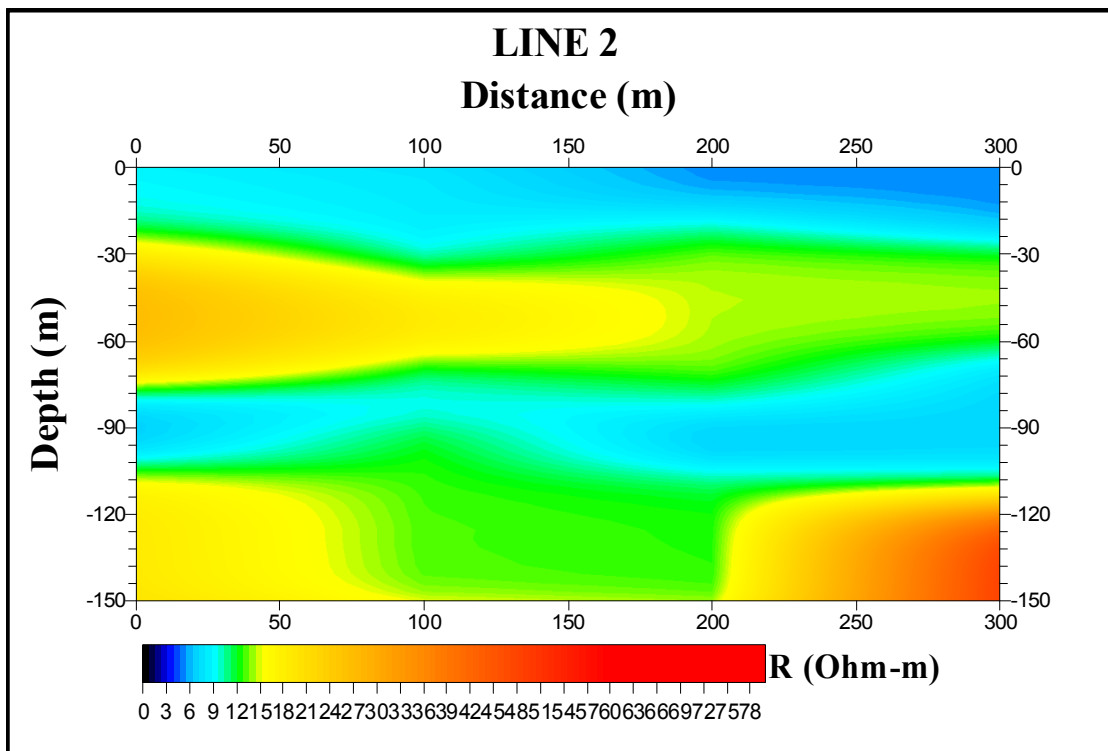


Σχήμα 4.8 Αποτελέσματα αντιστροφής βυθοσκόπησης Dip24.

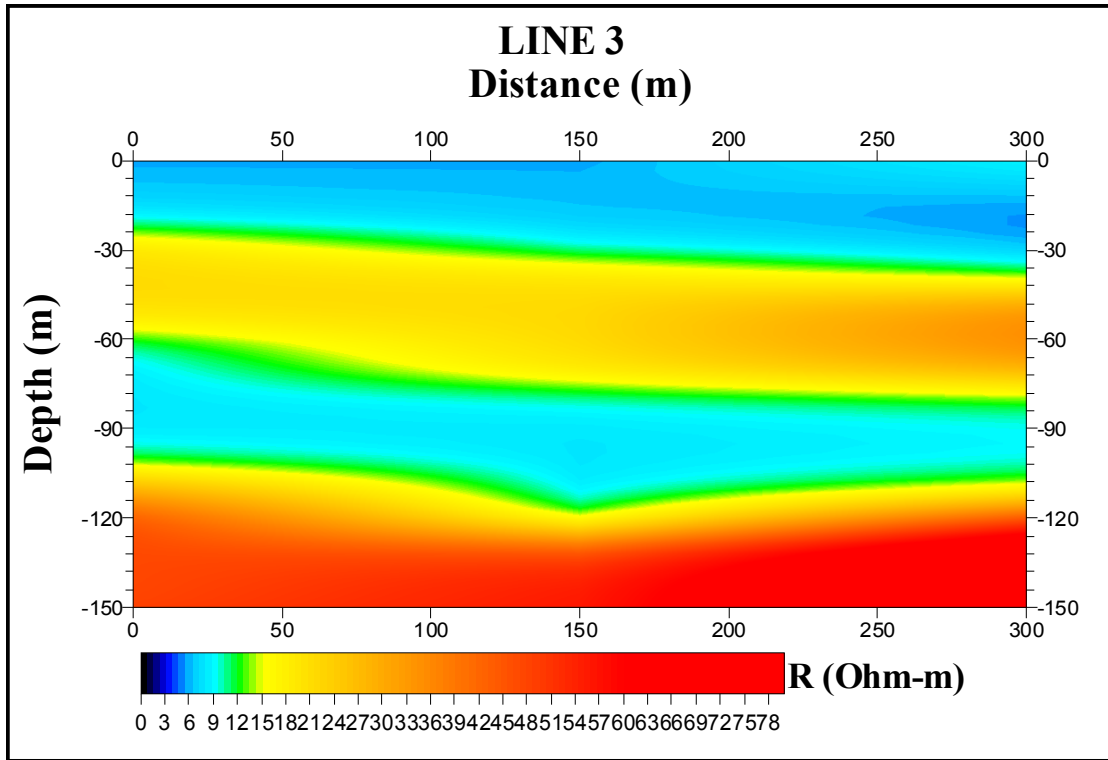




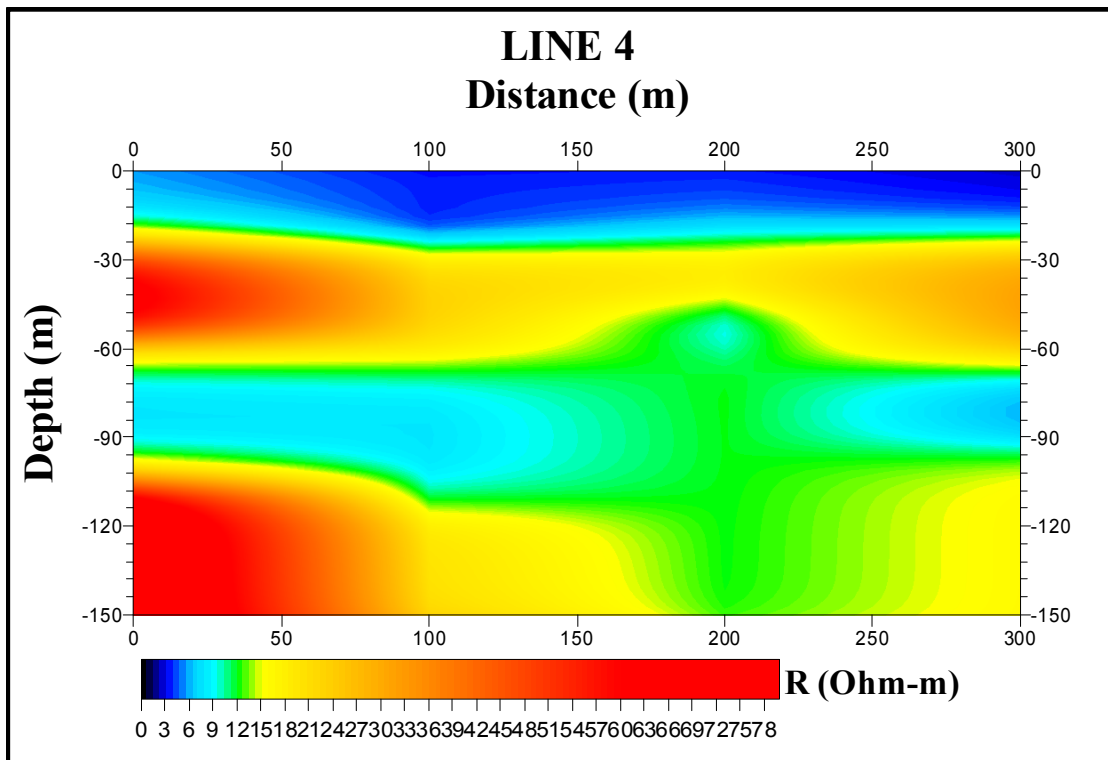
Σχήμα 4.9 Ψευδοτομή L1 (Βυθοσκοπήσεις dip00 έως dip06).



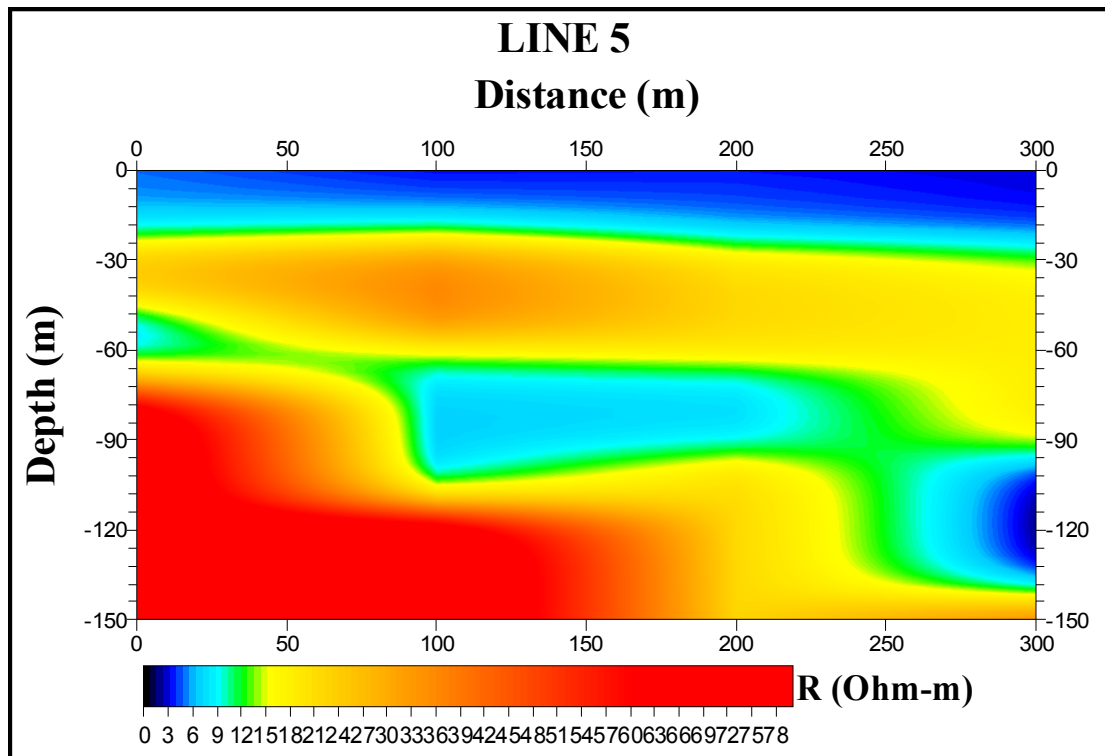
Σχήμα 4.10 Ψευδοτομή L2 (Βυθοσκοπήσεις dip07 έως dip13).



Σχήμα 4.11 Ψευδοτομή L3 (Βυθοσκοπήσεις dip14 έως dip20).

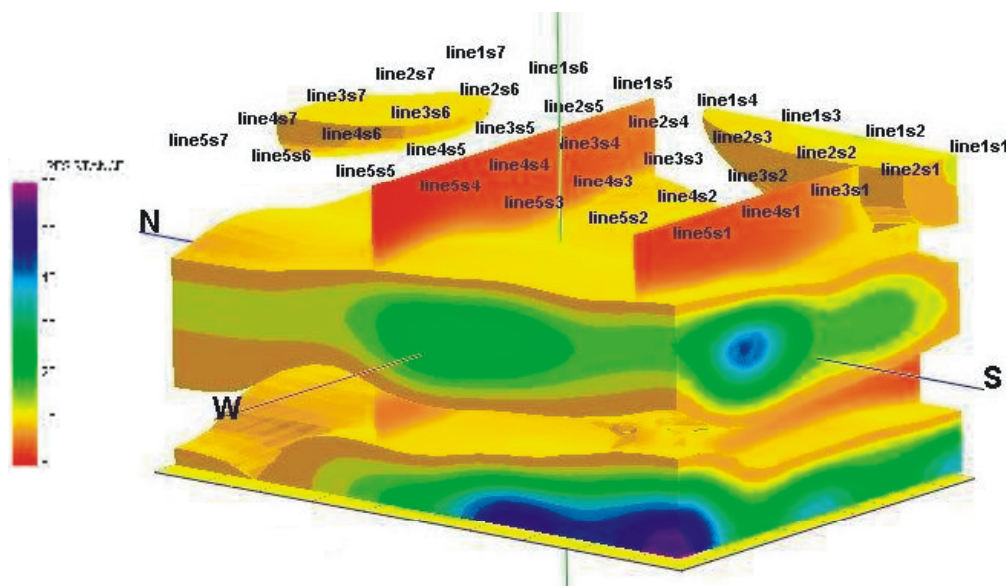


Σχήμα 4.12 Ψευδοτομή L4 (Βυθοσκοπήσεις dip21 έως dip27).



Σχήμα 4.13 Ψευδοτομή L5 (Βυθοσκοπήσεις dip28 έως dip34).

Τέλος, και για λόγους ακόμη καλύτερης παρουσίασης, τα αποτελέσματα παρουσιάζονται και σε ψευδοτριδιάστατη μορφή, όπου έχει αφαιρεθεί το στρώμα χαμηλών αντιστάσεων, και υπάρχουν δύο εγκάρσιες τομές για απεικόνιση της τρίτης διάστασης (σχήμα 4.14).



Σχήμα 4.14 Ψευδοτριδιάστατη απεικόνιση των βυθοσκοπήσεων στην περιοχή Ανθεμόντα Θεσσαλονίκης..

## 4.2 ΓΕΩΛΟΓΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από τις ψευδοδισδιάστατες τομές που παρουσιάστηκαν βγαίνουν τα εξής συμπεράσματα:

- Το ανώτερο στρώμα των πρώτων 30 μέτρων παρουσιάζεται αγώγιμο με τιμές αντιστάσεων που κυμαίνονται μεταξύ 0.1-6 Ohm-m.
- Το υποκείμενο στρώμα με κυμαινόμενο πάχος από 60 μέχρι 80 μέτρα εμφανίζεται με μικρότερη αγωγιμότητα, και αντιστάσεις που κυμαίνονται μεταξύ 12 και 90 Ohm-m.
- Στο βάθος των 120 περίπου μέτρων εμφανίζεται ένα στρώμα με πάχος 25 με 30 μέτρα, το οποίο έχει αντιστάσεις που κυμαίνονται μεταξύ 0.1 και 6 Ohm-m.
- Στη συνέχεια, και μέχρι το βάθος των 150 μέτρων που θεωρήθηκε πως είναι το μέγιστο βάθος που μπορούμε να πάρουμε αξιόπιστες πληροφορίες, εμφανίζεται ένα στρώμα με μικρότερη αγωγιμότητα, και αντιστάσεις 30-90 Ohm-m.

Συνδυάζοντας τα αποτελέσματα της γεωφυσικής ερμηνείας με τη στρωματογραφική στήλη της γεώτρησης (θέση Πλατάνια #1), προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Τα πρώτα 10 μέτρα αποτελούνται από άργιλο και μάργα. Το στρώμα αυτό δεν αναμένεται να υδροφορεί, και οι τιμές που θεωρητικά θα αναμέναμε είναι μεταξύ 5 και 20 Ohm-m. Όμως, το γεγονός ότι οι μετρήσεις πάρθηκαν τον Αύγουστο, άρα η άρδευση της περιοχής γινόταν με αλμυρό νερό, δικαιολογεί πλήρως τις αυξημένες τιμές αγωγιμότητας που προέκυψαν.
- Από το βάθος των 10 μέτρων και περίπου μέχρι τα 40 μέτρα, εμφανίζεται ένα στρώμα με χαλίκια, με εναλλαγές από αργιλικά και αντιστάσεις που θεωρητικά θα έπρεπε να κινούνται μεταξύ 20 και 40 Ohm-m για υδροφορία γλυκού νερού. Το στρώμα αυτό αναμένεται να υδροφορεί, και από τις τιμές των αντιστάσεων (0.1-6 Ohm.m) είναι πολύ πιθανό να πληρείται με αλμυρό νερό. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και από άλλη ανεξάρτητη γεωφυσική μελέτη (Φίκος, 2000), όπου καταδεικνύεται ο υφάλμυρος ορίζοντας σε αυτό το στρώμα.
- Από το βάθος των 40 μέτρων και μέχρι τα 130 περίπου μέτρα, εμφανίζεται ένα στρώμα αργίλου, με εναλλαγές από άμμους και χαλίκια. Το στρώμα

αυτό δεν αναμένεται να υδροφορεί, εκτός από τις μικρές στρώσεις χαλικιών που υπάρχουν σε αυτό. Από τη γεωφυσική έρευνα, υποθέτουμε πως οι στρώσεις αυτές πληρώνονται με γλυκό νερό. Ιδιαίτερα στο βάθος των 70 περίπου μέτρων, όπου από τη στρωματογραφική στήλη της γεώτρησης Πλατάνια #1 υπάρχει στρώμα με άμμους και χαλίκια, εμφανίζεται στις βυθοσκοπήσεις ένα αντίστοιχο στρώμα με αυξημένες αντιστάσεις με τιμές άνω των 50 Ohm-m. Το στρώμα αυτό φαίνεται να αυξάνεται σε πάχος όσο πλησιάζουμε προς τη θάλασσα (κινούμενοι από την τομή L1 προς την L5), φτάνοντας στο μέγιστο πάχος των 20 περίπου μέτρων στην τομή L4.

- Υποκείμενο του αργιλικού στρώματος εμφανίζεται ένα στρώμα με χαμηλές αντιστάσεις. Από τη στρωματογραφική στήλη της γεώτρησης πιθανά να σχετίζεται με την εμφάνιση στρώματος χαλικιών στα 130 περίπου μέτρα. Το στρώμα αυτό αναμένεται να υδροφορεί και υποθέτουμε πως πληρείται με αλμυρό νερό. Ως προς τον προσδιορισμό του πάχους αυτού του στρώματος είμαστε επιφυλακτικοί, καθώς λόγω του μεγάλου βάθους διασκόπησης θεωρούμε ότι είμαστε στα όρια της διακριτικής ικανότητας της μεθόδου. Το πάχος αυτού του στρώματος είναι σίγουρο πως μεταβάλλεται στην περιοχή, καθώς το πάχος των αποθέσεων εξαρτάται από το ανάγλυφο. Το γεγονός πως η γεώτρηση βρίσκεται σε μέση απόσταση 600 μέτρων από το χώρο έρευνας και ότι το στρώμα αυτό ορίζεται σαφώς σε όλες τις βυθοσκοπήσεις, μας κάνει αισιόδοξους ότι ανιχνεύεται το στρώμα αυτό, με ίσως υπερεκτιμημένο πάχος.
- Από το βάθος των 130 περίπου μέτρων και μέχρι τα 150 μέτρα, εμφανίζεται στρώμα σχετικά μεγάλων αντιστάσεων, που μπορεί να συσχετιστεί με το μαργαϊκό σχηματισμό της περιοχής. Το στρώμα αυτό είναι συμπαγές, και δεν αναμένεται να υδροφορεί. Η θεωρητική τιμή αντίστασης που αναμενόταν ήταν μεταξύ 50 και 150 Ohm.m για μάργα και μάργα με ασβεστιτικά συγκρίματα.

Μια γενική παρατήρηση που φαίνεται από την ερμηνεία των τομών, είναι πως στις βυθοσκοπήσεις που πραγματοποιήθηκαν στα 200 μέτρα της κάθε τομής, τα αποτελέσματα διαφέρουν από τις υπόλοιπες βυθοσκοπήσεις. Οι βρόγχοι που κατασκευάστηκαν σε αυτά τα σημεία βρίσκονταν εν μέρει

πάνω από ένα από τα κανάλια που υπάρχουν στην περιοχή. Έτσι, κατά τη διάδοση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος, το πρώτο στρώμα το οποίο διαπερνούσε ήταν το στρώμα του νερού μέσα στο κανάλι. Αποτέλεσμα αυτού είναι το κύμα να συλλέγει πληροφορίες που δεν προέρχονται από το υπέδαφος, αλλά από το νερό που βρισκόταν στο κανάλι. Λόγω της αγωγιμότητας που έχει το αλμυρό νερό που βρίσκεται μέσα στα κανάλια, επηρεάζονται όλες οι μετρήσεις αυτών των βυθοσκοπήσεων. Έτσι σε όλες τις τομές εμφανίζεται ένα στρώμα με μεγαλύτερη αγωγιμότητα από ότι στις διπλανές βυθοσκοπήσεις.

Η δεύτερη παρατήρηση όσο αφορά την αντιστροφή των δεδομένων, είναι πως οι τιμές των αντιστάσεων είναι σε καλή συμφωνία με τις αναμενόμενες από τη θεωρία τιμές των στρωμάτων που εμφανίζονται στη στρωματογραφική στήλη της γεώτρησης Πλατάνια #1, και η εικόνα των ψευδοδυσδιάστατων τομών ταιριάζει ικανοποιητικά με την εικόνα που παίρνουμε από τη γεώτρηση για την ευρύτερη περιοχή.

Τέλος, μια γενικότερη παρατήρηση για την περιοχή είναι πως είναι δύσκολος χώρος έρευνας, και ιδιαίτερα για την πιστοποίηση αποτελεσμάτων εφαρμογής αλγορίθμων ή τεχνικών έρευνας. Το μεγάλο βάθος των ιζημάτων καθιστά απαγορευτικό τον προσδιορισμό του υποβάθρου, και η ύπαρξη στρώματος αργίλου με εναλλαγές χαλικιών δυσχεραίνει την ανίχνευση υδροφόρων οριζόντων, καθώς έχουν παρόμοιες αντιστάσεις. Για το σαφή προσδιορισμό της στρωματογραφίας του υπεδάφους, θα πρέπει να γίνει λεπτομερής έρευνα στην περιοχή με χρήση περισσότερων της μιας γεωφυσικής μεθόδου.

# ***ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5***

## ***ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ***

- Anderson, W.L., 1979, Numerical integration of related Hankel transforms of order 0 and 1 by adaptive digital filtering, *Geophysics* 44.
- Asten, M.W., 1987, Full transmitter waveform transient electromagnetic modeling and inversion for soundings over coal measures, *Geophysics*
- Buselli, G., McCracken, K. G. and Thorburn, M., 1986, Transient electromagnetic response of the Teutonic Bore orebody, *Geophysics*
- Busselli, G., 1977, Transient electromagnetic measurements to late delay times over the Woodlawn Orebody, *Austral. SEG Bull*, v.9.
- Chen, C., 1998, Mapping plate boundaries using TEM method along the Longitudinal Valley, Taiwan, Geophysics*
- Cooper, N. and Swift, R., 1994, The application of TEM to Cyprus-type massive sulfide exploration in Cyprus, *Geophysics*
- DeGroot-Hedlin, C. and Constable, S.C., 1990, Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data, *Geophysics*.
- Draper, N.R. and Smith, H, 1981, *Applied Regression Analysis*, 2<sup>nd</sup> edition, Wiley, New York.
- Fitterman, D.V. and Stewart, M.T., 1986, Transient electromagnetic sounding for groundwater, *Geophysics*
- Gaver, D.P., 1966, Observing stochastic processes and approximate transform inversion, *Oper. Res.*, 14.
- Goldman, M.M., 1988, Transient electromagnetic inversion based on an approximate solution to the forward problem, *Geophysics*.

- Golub, G.H. and Reisch, C., 1970, Singular Value Decomposition and Least Squares Solutions: Handbook for Automatic Computation, II, Linear Algebra, eds. J. Wilkinson and C. Reisch, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- Grant, F.S. and West, G.F., 1965, Interpretation theory in applied geophysics, McGraw-Hill, New York.
- Hanneson, J.E., 1992, The transient EM response of a dipping plate in a conductive half-space, Geophysics.
- Hohmann, G.H., 1971, Electromagnetic scattering by conductors in the earth near a line source of current, Geophysics.
- Inman, J.R., 1975, Resistivity Inversion with ridge regression, Geophysics 40.
- Jackson, D.D., 1972, Interpretation of inaccurate, insufficient and inconsistent data, Geophysical Journal of the Royal Astronomy Society 28.
- Jupp, D.L.B. and Vozoff, K., 1975, Stable iterative methods for the inversion of geophysical data, Geophysical Journal of the Royal Astronomy Society 42.
- Karmis, P. et al., 2002 $\alpha$ , Applicability study of coincident loop transient EM soundings, Balkan Geophysics.
- Kaufman, A.A., 1978, Frequency and transient responses of electromagnetic fields created by currents in confined conductors, Geophysics 43.
- Kaufman, A.A., and Keller, G.V., 1983, Frequency and Transient Soundings, Amsterdam, Elsevier.
- Kaufman, A.A., and Morozova, G.M., 1970, Theoretical basis of transient sounding in the near zone, Siberian Division, Academy of Sciences, Novosibirsk, Nauka.
- Keller, G.V., 1997, Principles of time-domain electromagnetic (TDEM) sounding, Geophysics
- Knight, J.H. and Raiche, A.P., 1982, Transient electromagnetic calculations using the Gaver-Stehfest inverse Laplace transform method, Geophysics 44.
- Κυριακίδης, Ελ. και Τσόκας, Γρ., 1988, Γεωηλεκτρική μελέτη περιοχής λουτρών Αλεξανδρούπολης (Σύνδεσμος Δήμων και Κοινοτήτων Ιαματικών Πηγών Ελλάδος
- Lanczos, C., 1961, Linear Differential Operators, Van Nostrand, Princeton.
- Lawson, C.L. and Hanson, R.J., 1974, Solving Least Squares Problems, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Levenberg, K., 1944, A method for the solution of certain non linear Problems in least squares, Quarterly of Applied Mathematics 2.
- Lines, L.R. and Treitel, S., 1984, A Review of Least Squares Inversion and its application to geophysical problems, Geophysical Prospecting 32.
- MacNae, J.C., 1984, Survey design for multicomponent electromagnetic systems, Geophysics.



- MacNae, J.C., Lamontagne, Y and West, G.F., 1984, Noise processing techniques for time-domain EM systems, *Geophysics*.
- Maher, M. J., 1992, Transient electromagnetic surveys in the Okiep district, *Geophysics*
- Marquardt, D.W., 1963, An algorithm for least squares estimation of non-linear parameters, *Journal of the Society of Industrial and Applied Mathematics* 11.
- Marquardt, D.W., 1970, Generalized inverses, ridge regression, biased linear estimation and nonlinear estimation, *Technometrics*, 12.
- McCracken, K.G., Oristaglio, M.L. and Hohmann, G.W., 1986, Minimization of noise in electromagnetic exploration systems, *Geophysics*.
- McNeil, J.D., 1986, Use of Electromagnetic methods for groundwater studies, in Nabighian, M.N. and Macnae, J.C., 1994, *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics (SEG)*.
- McNeil, J.D., Edwards, R.N. and Levy, G.M., 1984, Approximate calculations of the transient electromagnetic response from buried conductors in a conductive half-space, *Geophysics*.
- Meju, M.A. and Hutton, V.R.S., 1992, Iterative most-squares inversion: application to magnetotelluric data, *Geophys. J. Int.*, 108
- Morozova, G.M. and Kaufman, A.A., 1967, Non-stationary electromagnetic fields of a magnetic dipole in a uniform half-space, *Geologia I Geofizika*, no.8.
- Mosteller, F. and Tukey, J.W., 1977, *Data analysis and regression*, Addison Wesley Publ. Co., Inc.
- Murai, T. and Kagawa, Y., 1985, Electrical impedance computed tomography based on a finite element model, *IEEE Trans. Biom. Eng.* 32.
- Nabighian, M. N. and Oristaglio, M. L., 1984, Short note. On the approximation of finite loop sources by two-dimensional line sources, *Geophysics* 49.
- Nabighian, M. N., 1979, Quasi-static transient response of a conducting half-space. An approximate representation, *Geophysics* 44.
- Nabighian, M.N. and Macnae, J.C., 1994, *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics (SEG)*.
- Nabighian, M.N., 1970, Quasi-static transient response of a conducting permeable sphere in a dipolar field, *Geophysics* 35.
- Newman, G.A. and Hohmann, G.W., 1988, Transient electromagnetic responses of high-contrast prisms in a layered earth, *Geophysics*.
- Newman, G.A., Hohmann, G.W. and Anderson, W.L., 1986, Transient electromagnetic response of a three-dimensional body in a layered earth, *Geophysics*.
- Oristaglio, M.L. and Hohmann, G.W., 1984, Diffusion of electromagnetic fields into a two-dimensional earth: A finite-difference approach, *Geophysics*.

- Oristaglio, M.L. and Worthington, M.H., 1980, Inversion of surface and borehole electromagnetic data for two dimensional electrical conductivity models, *Geophysical Prospecting* 28.
- Oristaglio, M.L., 1982, Diffusion of electromagnetic fields into the earth from a line source of current, *Geophysics*.
- Parasnis, D.S., 1997, *Principles of Applied Geophysics*, Chapman and Hall, London.
- Park, S.K. and Van, G.P., 1991, Inversion of pole-pole data for 3-D Resistivity structure beneath arrays of electrodes, *Geophysics* 50.
- Pellerin, L., Johnston, J.M. and Hohmann, G.W., 1996, A numerical evaluation of electromagnetic methods in geothermal exploration, *Geophysics*.
- Penrose, R., 1955, A Generalized Inverse for Matrices, *Proc. Cambridge Phil. Soc.* 51.
- Poddar, M. and Anderson, W.L., 1992, Transient electromagnetic modeling of shallow A-type sections with 3-D inhomogeneities, *Geophysics*.
- Raiche, A. P., and Spies, B. R., 1981, Coincident loop transient electromagnetic master curves for interpretation of two-layered earths, *Geophysics*
- Raiche, A.P. and Gallagher, R.G., 1985, Apparent Resistivity and diffusion velocity, *Geophysics*.
- Raiche, A.P., 1984, The effect of ramp function turn-off on the TEM response of layered earth, *Exploration Geophysics*, 15.
- Raiche, A.P., Jupp, D.L.B., Rutter, H. and Vozoff, K., 1985, The joint use of coincident loop transient electromagnetic and Schlumberger sounding to resolve layered structures, *Geophysics*.
- Rijo, L., 1977, Modeling of electric and electromagnetic data, UMI Dissertation Services.
- Sandberg, S.K., 1988, Microcomputer software for individual or simultaneous inverse modeling of transient electromagnetic, Resistivity, and induced polarization soundings, New Jersey Geological Survey, Open-file Report 90-1.
- SanFilipo, W., Eaton P.A. and Hohmann, G.W., 1985, The effect of a conductive half-space on the transient electromagnetic response of a three-dimensional body, *Geophysics*.
- Sasaki, Y., 1982, Automatic inversion of induced polarization data over 2-D structures, *Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University*, 42.
- Sinha, A.K., 1990, Stratigraphic mapping of sedimentary formations in southern Ontario by ground electromagnetic methods, *Geophysics*
- Smith, F.B. and Shanno, D.F., 1971, An improved Marquardt procedure for nonlinear regressions, *Technometrics*, 13.

- Smith, R.S. and Keating, P.B., .1996, The usefulness of the multicomponent, time-domain airborne electromagnetic measurements, *Geophysics*.
- Spies, B.R. and Eggers, D.E., 1986, The use and misuse of apparent Resistivity in electromagnetic methods, *Geophysics*.
- Spies, B.R. and Parker, P.D., 1984, Limitations of large-loop transient electromagnetic surveys in conductive terrains, *Geophysics*.
- Spies, B.R. and Raiche, A.P., 1980, Calculation of apparent conductivity for the TEM (coincident loop) method using an HP-67 calculator, *Geophysics*, 45.
- Spies, B.R., 1975, Dual loop configuration of the transient Em method, *Geophysics* 40.
- Spies, B.R., 1976, The transient electromagnetic methods in Australia, *BMR J. Austral. Geol. Geophys*, v.1.
- Spies, B.R., 1989, Depth of investigation in electromagnetic sounding methods, *Geophysics*
- Spies, B.S., 1988, Local noise prediction filtering for central induction transient electromagnetic sounding, *Geophysics*.
- Stehfest, H, 1970 $\beta$ , Remark on algorithm 368, *Commun. ACM*, v.13.
- Stehfest, H., 1970 $\alpha$ , Algorithm 368, numerical inversion of Laplace transfoems, *Commun. ACM*, v.1.
- Sternberg, B.K., Washburne, J.C. and Pellerin, L., 1988, Correction for the static shift in magnetotellurics using transient electromagnetic soundings, *Geophysics*.
- Taylor, K., Widmer, M., and Chesley, M., 1992, Use of transient electromagnetic to define local hydrogeology in an arid alluvial environment, *Geophysics*
- Tikhonov, A.N., 1963, Regularization of ill-posed problems, *Doklady Akad. Nauk SSSR*, 153.
- Tikhonov, A.N., and Glasko, V.B., 1965, Application of a regularization method to nonlinear problems, *J. Comp. Math. And Math. Physics*, 5, no.3.
- Verma, R.K. and Malik, K., 1979, Detectability of intermediate conductive and resistive layers by time-domain electromagnetic sounding, *Geophysics* 44.
- Wait, J.R., 1960, On the electromagnetic response of a conducting sphere to a dipole field, *Geophysics*.
- Wait, J.R. and Ott, R.H., 1972, Calculating transient EM fields of a small current-carrying coop over a homogeneous earth, *Pure Applied Geophysics*, 95.
- Wait, J.R., 1950, Transient electromagnetic propagation in a conducting medium, *Geophysics*.

- Weaver, J.T., 1970, The general theory of EM induction in a conducting half-space, *Geophysical Journal of Royal astronomy Society* 22.
- Whichello, A.P., 1986, Inversion of Sirotem data from Bowmans and Beaufort coal deposits, *Exploration Geophysics* 17.
- Withers, R., Eggers, D., Fox T., and Crebs, T., 1994, A case study of hydrocarbon exploration through basalt, *Geophysics*.