



**TECHNOLOGICAL EDUCATIONAL INSTITUTE**  
*of CRETE*

---

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

---

**ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΕ ΓΕΦΥΡΕΣ  
ΣΤΟ ΣΥΝΕΧΕΣ ΚΑΙ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ**

ΣΠΟΥΔΑΣΤΗΣ  
**ΡΟΥΜΕΛΙΩΤΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ**

---

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ  
**ΜΗΝΑΔΑΚΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ**

---

Αφιερώνεται στους γονείς μου  
Αθανάσιο και Βάια

Για την αγάπη και την συμπαράσταση τους.....

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστώ τον παιδαγωγό Γιάννη Μηνιάδακη τόσο για την πολύτιμη βοήθειά του αλλά περισσότερο για τα μαθήματα ζωής που μου προσέφερε.

Εισαγωγή.....	σελ.6
Κεφάλαιο 1: Διαιρέτης Τάσης και Ρεύματος.....	σελ.7
1.1 Διαιρέτης Τάσης.....	σελ.7
1.2 Διαιρέτης Ρεύματος.....	σελ.11
Κεφάλαιο 2: Κυκλώματα Με Γέφυρες Υπό Συνεχή Τάση.....	σελ.14
2.1 Βασικές Εφαρμογές.....	σελ.14
2.2 Σφάλματα μέτρησης.....	σελ.16
2.3 Ισοδύναμο Κύκλωμα Thevenin και Ευαισθησία Γαλβανομέτρου.....	σελ.16
2.4 Απλή Γέφυρα Kelvin.....	σελ.22
2.5 Διπλή Γέφυρα Kelvin.....	σελ.24
2.6 Γέφυρες Υπό Προστασία Για Μέτρηση Μεγάλων Αντιστάσεων.....	σελ.26
2.6.1 Κυκλώματα Με Προστασία.....	σελ.26
2.6.2 Αντίσταση Τριών Ακροδεκτών.....	σελ.28
Κεφάλαιο 3: Κυκλώματα Με Γέφυρες Σε Εναλλασσόμενη Τάση.....	σελ.30
3.1 Συνθήκες Ισορροπίας Σε Γέφυρες.....	σελ.30
3.2 Εφαρμογές Της Συνθήκης Ισορροπίας.....	σελ.32
3.3 Γέφυρα Maxwell.....	σελ.34
3.4 Γέφυρα Hey.....	σελ.36
3.5 Γέφυρα Schering.....	σελ.39
3.6 Καταστάσεις Μη Ισορροπίας Γεφυρών.....	σελ.41
3.7 Γέφυρα Wein.....	σελ.45
3.8 Γειωμένη Γέφυρα Wagner.....	σελ.47
Κεφάλαιο 4: Κυκλώματα Με Αισθητήρια Θερμοκρασίας (RTDs).....	σελ.48
4.1 Γενικά Στοιχεία Της Ειδικής Αντίστασης Των Μετάλλων.....	σελ.48
4.2 Βασικές Αρχές Λειτουργίας Για Τα RTDs.....	σελ.50
4.3 Κατηγοριοποίηση RTDs Ως Προς Το Υλικό.....	σελ.50
4.4 Γενικά Κατασκευαστικά Στοιχεία Για Τα RTDs.....	σελ.51
4.5 Βασικές Εφαρμογές Των RTDs.....	σελ.52
4.6 Ανάλυση Κυκλωμάτων Αισθητηρίων Με Καλωδίωση Δυο-Τριών- Τεσσάρων Αγωγών.....	σελ.54
4.7 Διαμόρφωση Διάταξης RTD Δυο-Αγωγών.....	σελ.54
4.8 Διαμόρφωση Διάταξης RTD Τριών-Αγωγών.....	σελ.56
4.9 Διαμόρφωση Διάταξης RTD Τεσσάρων-Αγωγών.....	σελ.58
4.10 Μετατροπή Της Αντίστασης Του RTD Σε Θερμοκρασία.....	σελ.59
4.11 Ρεύμα Διέγερσης Και Φαινόμενο Θέρμανσης Joule.....	σελ.60
4.12 Σφάλματα Γειωμένων Βρόχων (Ground Loops).....	σελ.60
Κεφάλαιο 5: Κυκλώματα Μέτρησης Της Παραμόρφωσης (Strain Gauges).....	σελ.63
5.1 Γενικά Στοιχεία.....	σελ.63
5.2 Μηχανική Παραμόρφωση Κατά Poisson.....	σελ.63
5.3 Αισθητήρια Παραμόρφωσης (Strain Gauges).....	σελ.64
5.4 Μετρητικός Παράγοντας (Gauge Factor).....	σελ.67
5.5 Καταστάσεις Σφαλμάτων Μέτρησης.....	σελ.68
5.6 Λειτουργικά Στοιχεία.....	σελ.69
5.7 Αισθητήρια Παραμόρφωσης Με Συνδεσμολογία Πλήρους Γέφυρας (Full Bridge Configuration).....	σελ.69

5.8 Αισθητήρια Παραμόρφωσης Με Συνδεσμολογία Μισής Γέφυρας (Half Bridge Configuration).....σελ.71	σελ.71
5.9 Αισθητήρια Παραμόρφωσης Με Συνδεσμολογία Τετάρτου Γέφυρας (Quarter Bridge Configuration).....σελ.72	σελ.72
5.10 Προσδιορισμός Συνθηκών Σήματος.....σελ.73	σελ.73
5.11 Load Cells - Pressure Sensors – Flow Sensors.....σελ.74	σελ.74
Παράρτημα: Πληροφορίες Ορολογίας Για Αισθητήρια.....σελ.76	σελ.76
Βιβλιογραφία.....σελ.80	σελ.80

## **ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΕ ΓΕΦΥΡΕΣ**

### **ΥΠΟ ΣΥΝΕΧΗ ΚΑΙ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ**

#### **Εισαγωγή**

Στην τεχνολογία των μετρήσεων οι περισσότερες μετρήσεις που μας ενδιαφέρουν είναι αυτές που περιγράφουν την μεταβολή διάφορων φυσικών φαινομένων. Τέτοια είναι η πίεση, η θερμοκρασία, το βάρος, η ροή των υγρών, η ταχύτητα του ανέμου και μια πλειάδα ακόμα τέτοιων φυσικών φαινομένων. Για την μέτρησή τους έχουν κατασκευαστεί κατάλληλα αισθητήρια διαφόρων τύπων έτσι ώστε να ταιριάζουν απόλυτα σε κάθε εφαρμογή.

Στο σημείο αυτό καλό είναι να επισημάνουμε ότι η εφαρμογή που χρησιμοποιούμε το αισθητήριο μας είναι ένας από τους βασικότερους λόγους που καθορίζουν και την επιλογή του. Σαν παράδειγμα μπορούμε να αναφέρουμε ότι θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε ένα αισθητήριο πίεσης σε κάποιο καθορισμένο βιομηχανικό περιβάλλον. Στην επιλογή του αισθητηρίου πρέπει να λάβουμε σοβαρά υπόψη τις περιβαλλοντικές συνθήκες στον χώρο αυτό ( υψηλές θερμοκρασίες, ρύπους, σκόνη κτλ ), την τυχόν ύπαρξη άλλων ηλεκτρικών συσκευών κοντά στο αισθητήριο κ.α. Έτσι το αισθητήριο πρέπει να έχει την κατάλληλη θωράκιση για προστασία από τις συνθήκες του περιβάλλοντος και για τυχόν την ύπαρξη ηλεκτρικού θορύβου ή παρεμβολής από τις άλλες συσκευές στον χώρο αυτό.

Κάνοντας την σωστή επιλογή του αισθητηρίου που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε αυτομάτως προκύπτει ένας σημαντικός προβληματισμός. Αυτός επικεντρώνεται στη σωστότερη επιλογή σύνδεσης του αισθητηρίου με το υπόλοιπο κύκλωμα έτσι ώστε να παίρνουμε όσο το δυνατόν ακριβέστερες τιμές μετρήσεων. Όταν λέμε ακριβέστερες εννοούμε μετρήσεις με μηδενικό ή το ελάχιστο αποδεκτό σφάλμα μέτρησης.

**Σκοπός της πτυχιακής μου εργασίας είναι να συμβάλει στο παραπάνω πρόβλημα δηλαδή να βοηθήσει στην κατανόηση του σωστού τρόπου συνδεσμολογίας των αισθητηρίων για την αποφυγή σφαλμάτων μέτρησης. Για τον λόγο αυτό συγκεντρώνουμε εδώ αρκετά θεωρητικά θέματα που σχετίζονται με τις μετρήσεις και τον τρόπο σύνδεσης διαφόρων αισθητηρίων για ευαίσθητες μετρήσεις.**

Για να κάνουμε πιο εύκολη την ροή ανάγνωσης της παρούσας πτυχιακής εργασίας καλό είναι να υπενθυμίσουμε και άλλα στοιχεία. Ακριβείς μετρήσεις με αισθητήρια μπορούν να πραγματοποιηθούν με την βοήθεια διαιρετών τάσης ή ρεύματος, ποικιλόμορφων ειδών γεφυρών στο A.C ή στο D.C και τέλος από πιο εξειδικευμένες τεχντροπίες όπως αυτές των δύο, τριών, τεσσάρων αγωγών ή τεχντροπίες τύπου full, half, quarter bridge. Η παρουσίαση μερικών εισαγωγικών εννοιών κρίνεται απαραίτητη προκειμένου να προχωρήσει εύκολα ο αναγνώστης.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ ΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

#### ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

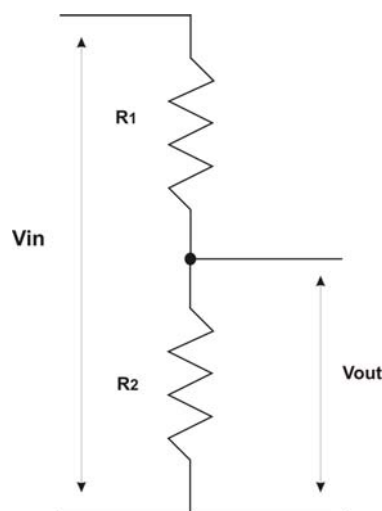
Στο κεφάλαιο που ακολουθεί θα περιγράψουμε την λειτουργία τόσο του διαιρέτη (καταμεριστή) τάσης, όσο και του διαιρέτη ρεύματος. Η περιγραφή αυτή θα περιλαμβάνει την πλήρη ανάπτυξη των διαιρέτων, την υπενθύμιση των σχέσεων που τους μας προσδιορίζουν την τιμή της εξόδου τους ή του συνολικού φορτίου τους καθώς και μια σειρά από αριθμητικά παραδείγματα για την καλύτερη κατανόηση των ιδιοτήτων τους. Όπως θα δούμε στη συνέχεια του κεφαλαίου αν και οι διαιρέτες είναι απλές διατάξεις, έχουν αρκετά σημεία που πρέπει να προσεχθούν κατά την χρήση τους.

Τελικός σκοπός είναι να προσδιοριστεί η έξοδος των διαιρέτων αυτών όταν έχει αντικατασταθεί η αντίσταση  $R_2$  από την μεταβλητή αντίσταση κάποιου αισθητήρα. Αυτό πρακτικά συμβαίνει πολλές φορές όταν θέλουμε μέσω κατάλληλου αισθητήρα να μετρήσουμε την τιμή ενός φυσικού φαινομένου και αυτός έχει περιορισμό στην τάση πόλωσης.

#### 1.1 Διαιρέτης Τάσης

Το κύκλωμα του διαιρέτη τάσης όπως φαίνεται στο σχήμα.1-1-1 χρησιμοποιείται συνήθως για να μειωθούν τα επίπεδα τάσης στα ηλεκτρικά κυκλώματα και τελικά να μπορέσουμε να πάρουμε στην έξοδό την επιθυμητή τιμή της.. Η έξοδος την οποία παίρνουμε από το κύκλωμα ορίζεται από τον ακόλουθη σχέση:

$$V_{out} = V_{in} * \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



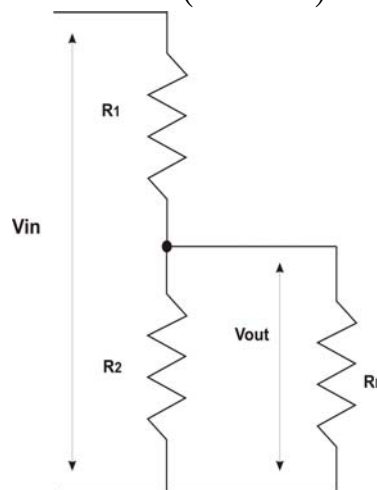
σχήμα. 1-1-1

Στο επόμενο σχήμα.1-1-2 μπορούμε να δούμε τα αποτελέσματα όταν σε ένα διαιρέτη τάσης έχουμε φορτίο στην έξοδο. Στον πλέον υπό φορτίο διαιρέτη τάσης η τιμή της τάσης εξόδου δίνεται από τον ακόλουθη σχέση:

$$V_{out} = V_{in} * \frac{R_p}{R_1 + R_p}$$

Όπου

$$R_p = \frac{(R_2 * R_L)}{(R_2 + R_L)}$$



σχήμα.1-1-2

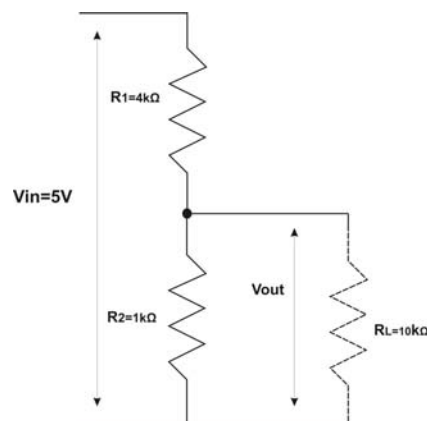
Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι η έξοδος της τάσης ( $V_{OUT} = V_{R2} = V_{RL}$ ) θα μειωθεί όταν η ένταση του ρεύματος ξεφεύγει από τα επιτρεπτά όρια.

### Παράδειγμα 1.

Έχουμε έναν διαιρέτη τάσης που τα στοιχεία του φαίνονται στο σχήμα.1-1-3 και χρησιμοποιείται ως ένας απλός ρυθμιστής τάσης σε ένα φορτίο.

Θέλουμε να καθορίσουμε την παραπάνω τάση όταν

- (a) το κύκλωμα δεν έχει φορτίο στην έξοδο του και
- (b) όταν το κύκλωμα έχει φορτίο στην έξοδο που για το συγκεκριμένο παράδειγμα είναι μια ωμική αντίσταση 10KΩ.



σχήμα.1-1-3



### Επίλυση

- (a) Στην πρώτη περίπτωση που δεν έχουμε φορτίο στην έξοδο μπορούμε απλά να εφαρμόσουμε τον προαναφερόμενη σχέση:

$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}} * \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Όπου  $V_{\text{in}}=5\text{V}$ ,  $R_1=4\text{k}\Omega$ ,  $R_2=1\text{k}\Omega$

Και τελικά η τάση εξόδου είναι:

$$V_{\text{out}} = 5 * \frac{1}{4 + 1} = 1\text{V}$$

- (b) Στη δεύτερη περίπτωση πρέπει να λάβουμε υπόψη μας την επίδραση της ωμικής αντίστασης των  $10\text{k}\Omega$  που είναι συνδεδεμένη στην έξοδο του διαιρέτη τάσης.

Πρώτα πρέπει να υπολογίσουμε την σύνθετη ωμική αντίσταση που έχουν τα  $R_2$  και  $R_L$  καθώς βρίσκονται τοποθετημένα παράλληλα.

άρα:

$$R_p = \frac{(R_2 * R_L)}{(R_2 + R_L)} = \frac{(1\text{k}\Omega * 10\text{k}\Omega)}{(1\text{k}\Omega + 10\text{k}\Omega)} = 0.909\text{k}\Omega$$

Επομένως τώρα η τάση εξόδου είναι :

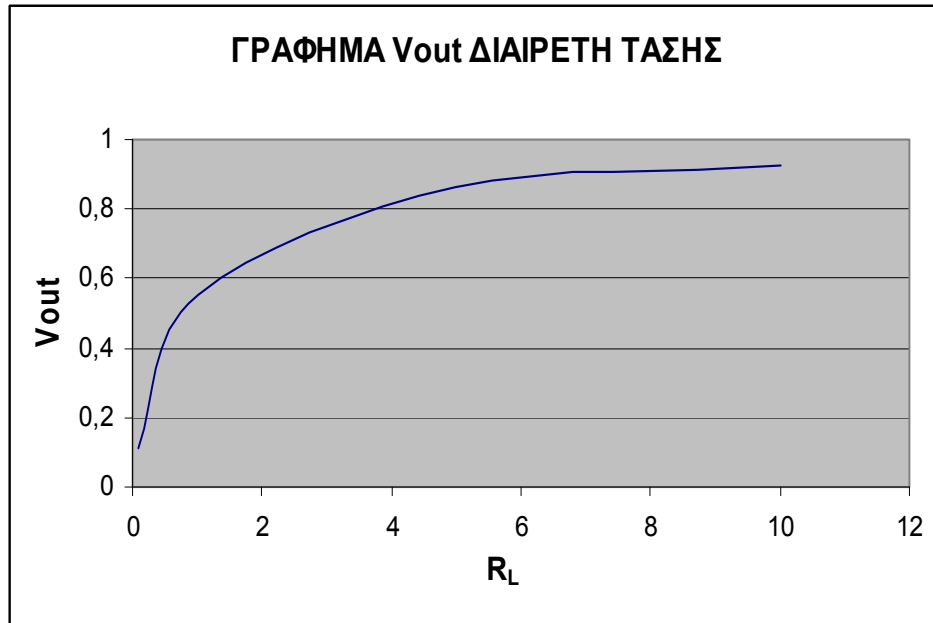
$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}} * \frac{R_p}{R_1 + R_p} = 5 * \frac{0.909}{4 + 0.909} = 0.925 \text{ V}$$

Επομένως παρατηρούμε ότι μια αντίσταση  $10 \text{ k}\Omega$  στην έξοδο μείωσε την τάση εξόδου κατά  $0.075 \text{ V}$ .

- Για διάφορες τιμές της  $R_L$  εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα τα αποτελέσματα

$R_L$ (KΩ)	$R_p$ (KΩ)	$V_{\text{OUT}}$ (V)
10	0.909	0.925
5	0.833	0.862
1	0.50	0.555
0.1	0.09	0.11

Με την βοήθεια του πίνακα ήμαστε σε θέση να σχεδιάσουμε ένα γράφημα που θα παρουσιάζει τις μεταβολές αυτές.



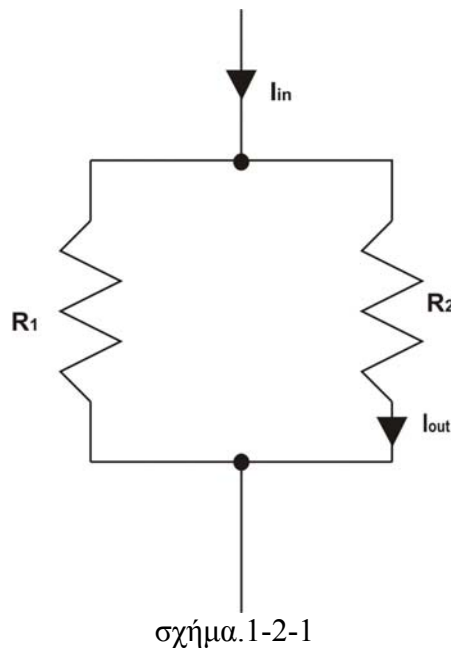
### Συμπεράσματα

Όπως μπορούμε να διαπιστώσουμε από το παραπάνω γράφημα για τιμές της  $R_L$  που είναι σχετικά μικρές (ισχυρό φορτίο) η τιμή της τάσης εξόδου ελαττώνεται με σημαντικό ρυθμό. Έτσι εάν χρησιμοποιήσουμε έναν διαιρέτη τάσης με σκοπό να τροφοδοτήσουμε με σταθερή τάση την μεταβλητή αντίσταση ενός αισθητηρίου και δεν θέλουμε να έχουμε για κάθε μεταβολή της τιμής του και μεταβολή της τάσης εξόδου του διαιρέτη, πρέπει να προσέξουμε στην θέση της  $R_L$  να συνδέσουμε ένα στοιχείο ή μια επόμενη βαθμίδα με πολύ μεγάλη εσωτερική αντίσταση. Έτσι θα έχουμε μια σταθερή και μετρήσιμη τάση εξόδου σε όλο το εύρος της μεταβολής. Συσκευές όπως τα πολύμετρα (Digital-Multimeter DMM), οι μετατροπείς αναλογικού σε ψηφιακό σήμα (A/D Analog-to-Digital) κ.α. έχουν πολύ υψηλή αντίσταση εισόδου, της τάξης των  $M\Omega$ , και έτσι προσπερνάμε την επικίνδυνη υπερβολική φόρτιση του διαιρέτη και παίρνουμε σωστές μετρήσεις.

## 1.2 Διαιρέτης Ρεύματος

Ο διαιρέτης ρεύματος όπως μπορούμε να τον δούμε στο σχήμα.1-2-1 χρησιμοποιείται για την μεταφορά του ρεύματος από ένα κλάδο του κυκλώματος σε έναν άλλο. Το ρεύμα εξόδου το οποίο παράγεται από το κύκλωμα δίνεται από τον εξής μαθηματικό τύπο.

$$I_{OUT} = I_{IN} * \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

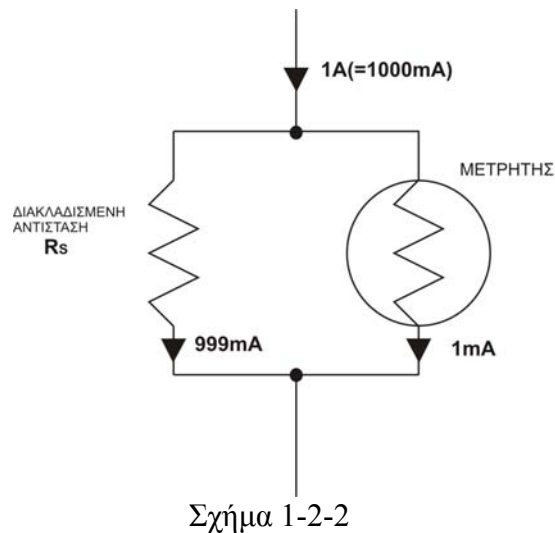


### Παράδειγμα 2.

Ένα όργανο κινητού πηνίου χρειάζεται ρεύμα έντασης 1 mA για να μας δώσει σε όλη την κλίμακά του τιμές. Εάν έχει εσωτερική αντίσταση 100Ω και θέλουμε να τον χρησιμοποιήσουμε σαν μιλλιαμπερόμετρο με πλήρη κλίμακα 5 mA , πόση πρέπει να είναι η διακλαδισμένη αντίσταση που απαιτείται;

### Επίλυση

Το πρόβλημα μπορεί να είναι λίγο δυσνόητο αλλά εάν δούμε το σχήμα.1-2-2 που αντιπροσωπεύει το κύκλωμα και το συνδυάσουμε με το σχήμα.1-2-1 του διαιρέτη ρεύματος μπορούμε εύκολα να βρούμε την λύση εάν αναπροσαρμόσουμε την αρχική εξίσωση του διαιρέτη ρεύματος.



Επομένως:

$$I_{OUT} = I_{IN} * \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Leftrightarrow$$

$$I_m = I_{in} * \frac{R_s}{R_s + R_m} \Leftrightarrow$$

$$I_m * (R_s + R_m) = I_{in} R_s \Leftrightarrow$$

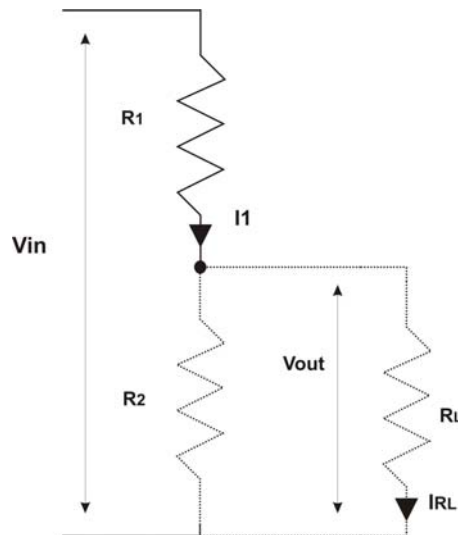
$$R_s = \frac{I_m R_m}{(I_{in} - I_m)}$$

Έτσι για τιμές  $I_m=1 \text{ mA}$ ,  $R_m=100\Omega$ ,  $I_{in}=5 \text{ mA}$  έχω  $R_s=25\Omega$

Τώρα έχοντας τις βασικές γνώσεις για την συμπεριφορά του διαιρέτη τάσης και του διαιρέτη ρεύματος μπορούμε να κάνουμε το εξής συνδυαστικό βήμα. Παίρνουμε πάλι τον διαιρέτη τάσης αλλά τον κλάδο της  $R_2$  και  $R_L$  τον βλέπουμε σαν διαιρέτη ρεύματος.

Αυτό φαίνεται στο σχήμα.1-2-3 καθώς ο κλάδος του διαιρέτη ρεύματος είναι σχεδιασμένος σαν διακλαδισμένη ευθεία. Σκοπός μας είναι να υπολογίσουμε για διάφορες τιμές του  $R_L$  το ρεύμα που το διαρρέει  $I_{R_L}$ .

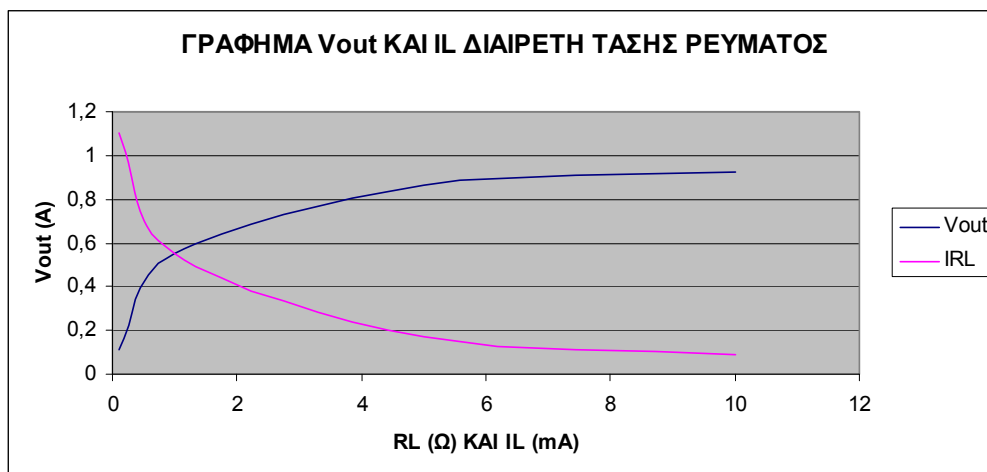
Οι τιμές των στοιχείων είναι  $V_{in}=5V$ ,  $R_1=4k\Omega$ ,  $R_2=1K\Omega$  και  $R_L$  μεταβλητή.



σχήμα.1-2-3

Με εφαρμογή του νόμου του Ohm αφού πλέον γνωρίζουμε για κάθε τιμή της  $R_L$  και την  $V_{OUT}$  έχουμε τον παρακάτω πίνακα και το παρακάτω γράφημα:

$R_L$ (k $\Omega$ )	$V_{out}$ (Volt)	$I_{RL}$ (mA)
0,1	0,11	1,1
1	0,555	0,555
5	0,862	0,1724
10	0,925	0,0925



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΜΕ ΓΕΦΥΡΕΣ ΥΠΟ ΣΥΝΕΧΗ ΤΑΣΗ (D.C)

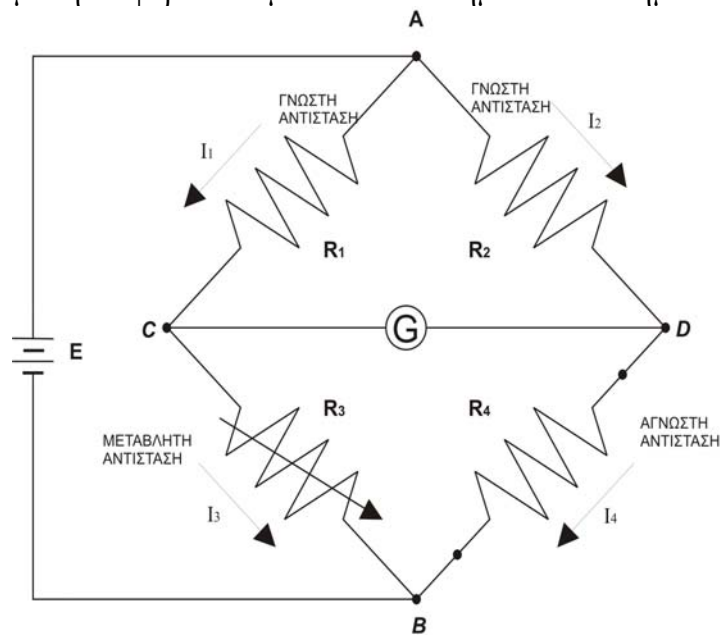
#### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο που ακολουθεί θα περιγράψουμε με σαφήνεια την λειτουργία των κυκλωμάτων γέφυρας υπό συνεχή τάση (D.C). Τα κυκλώματα αυτά είναι ικανά στο να μετρήσουν μια άγνωστη αντίσταση με μεγάλη ακρίβεια. Η μετρητική τους ικανότητα είναι για αντιστάσεις μερικών Ohm έως αρκετών mega-Ohms. Το περίπλοκο μέρος στην χρήση τους είναι ο καθορισμός του κατάλληλου είδους γέφυρας, των αντιστάσεων κατάλληλης τιμής και του γαλβανόμετρου με την σωστή ευαισθησία που θα πρέπει να επιλέξουμε καθώς και η αποφυγή αρκετών περιπτώσεων που δημιουργούν σφάλματα μέτρησης.

#### *WHEATSTONE BRIDGE*

##### 2.1 Βασικές Εφαρμογές

Το παρακάτω σχήμα. 2-1 δείχνει τη σχηματική διάταξη της γέφυρας Wheatstone. Η γέφυρα αποτελείται από τέσσερις ωμικούς οπλισμούς, μια πηγή ενέργειας ( συνήθως αυτή είναι συστοιχία μπαταριών ) και τέλος από ένα γαλβανόμετρο ή κάποιον άλλο ευαίσθητο στο ρεύμα μετρητή ( με δυνατότητα ένδειξης + και -). Για την προστασία του γαλβανόμετρου τοποθετείται σε σειρά (ή και παράλληλα) με αυτό ρυθμιστική αντίσταση. Το ρεύμα που διαρρέει το γαλβανόμετρο εξαρτάται από την διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα σημεία c και d. Η γέφυρα λέγεται ότι βρίσκεται σε ισορροπία όταν η διαφορά δυναμικού στα άκρα του γαλβανόμετρου είναι 0V. Τότε το γαλβανόμετρο δεν διαρρέεται από ρεύμα. Αυτή η συνθήκη λαμβάνει χώρα όταν η διαφορά δυναμικού από το σημείο c στο σημείο a ισούται με τη διαφορά δυναμικού από το σημείο d στο σημείο a (  $V_{R1} = V_{R2}$  ). Αν ξεκινήσουμε από τον άλλο πόλο της μπαταρίας όταν η διαφορά δυναμικού από το σημείο c στο σημείο b ισούται με τη διαφορά δυναμικού από το σημείο d στο σημείο b.



σχήμα. 2-1

Λόγω του προηγούμενου γεγονότος η γέφυρα βρίσκεται σε ισορροπία όταν:

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 \quad (2-1)$$

Όταν το ρεύμα στο γαλβανόμετρο δείχνει την τιμή μηδέν ισχύει και η ακόλουθη σχέση:

$$I_1 = I_3 = \frac{E}{R_1 + R_3} \quad (2-2)$$

Και

$$I_2 = I_4 = \frac{E}{R_2 + R_4} \quad (2-3)$$

Συνδυάζοντας τις τρεις παραπάνω εξισώσεις καταλήγουμε στην ισοδύναμη

$$\frac{R_1}{R_1 + R_3} = \frac{R_2}{R_2 + R_4} \quad (2-4)$$

Από την οποία προκύπτει ότι

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (2-5)$$

Η εξίσωση (2-5) είναι γνωστή σαν συνθήκη ισορροπίας της γέφυρας Wheatstone. Εάν τρεις από τις αντιστάσεις έχουν γνωστές τιμές η τέταρτη μπορεί να βρεθεί από την συνθήκη ισορροπίας. Έτσι εάν η αντίσταση  $R_4$  είναι άγνωστη αντίσταση, η αντίσταση  $R_x$  εφόσον ισορροπήσουμε τη γέφυρα, μπορούμε να την υπολογίσουμε από την σχέση:

$$R_x = R_4 = R_3 \frac{R_2}{R_1} \quad (2-6)$$

Στις εργαστηριακές γέφυρες οι ωμικές αντιστάσεις  $R_2$  και  $R_1$  είναι πρότυπες αντιστάσεις υψηλής ακριβείας. Ο λόγος τους μπορεί να μεταβάλλεται με τιμές 100, 10, 1, 1/10, 1/100. Η ωμική αντίσταση  $R_3$  είναι μεταβλητή (για παράδειγμα από 1 – 9999.9Ω) και με τον χειρισμό της η γέφυρα έρχεται σε ισορροπία. Η μέτρηση της άγνωστης αντίστασης  $R_x$  είναι ανεξάρτητη από τα χαρακτηριστικά ή το καλιμπράρισμα του γαλβανομέτρου, υπό τον όρο ότι το μετρητικό όργανο έχει επαρκή ευαισθησία ώστε να υποδείξει την θέση ισορροπίας της γέφυρας με τον απαιτούμενο βαθμό ακρίβειας.

Όταν βρίσκεται σε θέση ισορροπίας, μια μικρή μεταβολή ( $\Delta R$ ) μίας εκ των αντιστάσεων προκαλεί μια μεταβολή του ρεύματος ( $\Delta I$ ) δια του γαλβανομέτρου που είναι ανάλογη του  $\Delta R$  και επίσης ανάλογη είναι και η απόκλιση ( $\Delta \alpha$ ) του δείκτη του οργάνου.

**Ευαισθησία** της γέφυρας ονομάζουμε τον λόγο  $\Delta \alpha / \Delta R$

Για να έχουμε επαρκή ευαισθησία πρέπει:

1. Η ρυθμιζόμενη αντίσταση  $R_3$  να είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με την  $R_x$
2. Οι  $R_2$  και  $R_1$  να είναι περίπου ίσες με το 1/10 της  $R_x$

3. Η εσωτερική αντίσταση του γαλβανομέτρου να είναι της τάξης του  $1/10$  της  $R_X$
4. Η γέφυρα αποκτά την μέγιστη ευαισθησία όταν ο λόγος  $R_2/R_1 = 1$  οπότε  $R_X = R_3$

## 2.2 Σφάλματα Μέτρησης

Η γέφυρα Wheatstone χρησιμοποιείται ευρύτατα για την ακριβή μέτρηση αντιστάσεων. Οι οποίες έχουν μια ευρύτατη κλίμακα που κυμαίνεται από ελάχιστα  $\Omega\text{m}$  έως μερικά  $\text{megohm}$ . Η κύρια πηγή των σφαλμάτων μέτρησης οφείλετε στα περιοριστικά ή κατασκευαστικά λάθη των τριών γνωστών αντιστάσεων. Κάποια άλλα λάθη στις μετρήσεις οφείλονται στα παρακάτω:

1. Στην ανεπαρκή ακρίβεια του γαλβανομέτρου. Το θέμα αυτό θα μελετηθεί εκτενέστερα στην παράγραφο 2-3.
2. Στις αλλαγές τιμών των ωμικών αντιστάσεων της γέφυρας κατά τη διάρκεια της μέτρησης. Αυτό οφείλεται στο θερμικό φαινόμενο καθώς το ρεύμα διαρρέει τις αντιστάσεις. Το θερμικό φαινόμενο ( $Q = I^2 R$ ) μεταβάλλει την τιμή των αντιστάσεων σύμφωνα με την παραπάνω εξίσωση. Η αύξηση της θερμοκρασίας δεν έχει μόνο επίπτωση στην τιμή των ωμικών αντιστάσεων κατά τη διάρκεια της μέτρησης, αλλά είναι ικανή να μεταβάλλει μόνιμα τις τιμές των αντιστάσεων αυτών. Όταν γίνετε αυτό και με την προϋπόθεση ότι δεν γίνετε αντιληπτό άμεσα η γέφυρα δίνει διαδοχικές λανθασμένες μετρήσεις. Άρα η απώλεια ενέργειας στους κλάδους της γέφυρας πρέπει να υπολογίζετε ανά πάσα στιγμή και ιδιαίτερα όταν μετράμε ωμικές αντιστάσεις με μικρή τιμή. Καθώς αυτές είναι ιδιαίτερα ευαίσθητες στην επίδραση του θερμικού φαινομένου.
3. Η θερμικά παραγόμενη ηλεκτρεγερτική τάση ( thermal EMF's ) στο κύκλωμα της γέφυρας ή και στο κύκλωμα του γαλβανομέτρου προκαλεί επίσης προβλήματα κατά την μέτρηση αντιστάσεων με μικρή τιμή. Για να προστατεύσουμε την ακρίβεια των μετρήσεων μας από αυτό το φαινόμενο τοποθετούμε στα γαλβανόμετρα χάλκινα σπειροειδή πηνία και χάλκινες διατάξεις ανάρτησης που σκοπό έχουν να αποτρέψουν ανόμοια μέταλλα να έρχονται σε επαφή και έτσι να δημιουργούνται τα πεδία αυτά. Τέτοια ειδικά γαλβανόμετρα έχουν απόλυτη ακρίβεια αλλά το κόστος τους είναι αρκετά υψηλό.
4. Τέλος η κατασκευή των περιβλημάτων των αντιστάσεων αλλά και το υλικό που συνδέονται οι αντιστάσεις στη γέφυρα, παίζουν τον ρόλο τους στην ακρίβεια των μετρήσεων. Ειδικότερα εάν μετράμε ωμικές αντιστάσεις με μικρή τιμή. Το σφάλμα αυτό μπορεί να εξαλειφθεί εάν χρησιμοποιήσουμε μια γέφυρα Kelvin όπως θα δούμε παρακάτω.

## 2.3 Ισοδύναμο Κύκλωμα Thevenin και Ευαισθησία Γαλβανομέτρου

Για να καθορίσουμε εάν το γαλβανόμετρο έχει ή δεν έχει την κατάλληλη ευαισθησία έτσι ώστε να αντιληφθεί μια κατάσταση μη ισορροπίας στη γέφυρα, είναι αναγκαίο να μετρήσουμε το ρεύμα που διαρρέει το όργανο του γαλβανομέτρου. Διαφορετικά

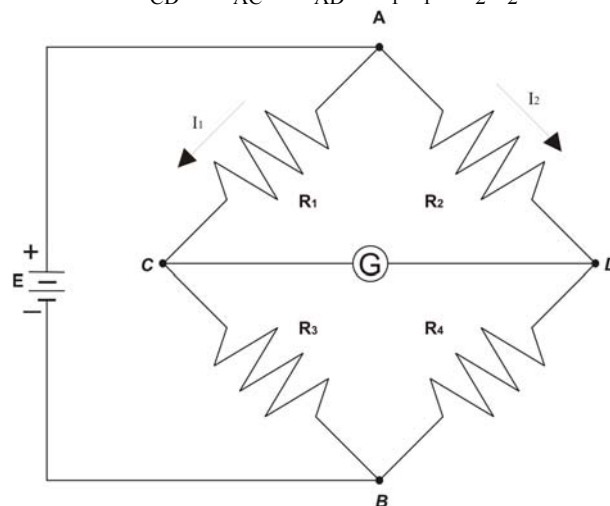


γαλβανόμετρα, όχι μόνο χρειάζονται διαφορετικό ρεύμα ανά μονάδα εκτροπής ( ευαισθησία ρεύματος ), αλλά είναι πιθανό να έχουν και διαφορετικές εσωτερικές αντιστάσεις. Είναι αδύνατο να ισχυριστούμε ότι χωρίς κανένα υπολογισμό μπορούμε να επιλέξουμε το κατάλληλο γαλβανόμετρο το οποίο θα κάνει το κύκλωμα της γέφυρας όσο το δυνατό πιο ευαίσθητο σε καταστάσεις ανισορροπίας. Αυτή η ευαισθησία μπορεί να υπολογιστεί αναλύοντας το κύκλωμα της γέφυρας Wheatstone σε ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin.

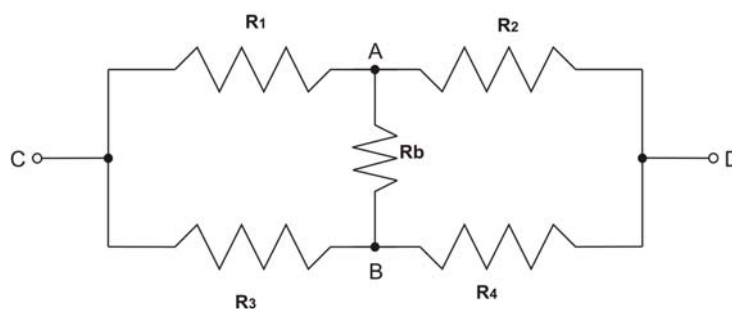
Καθώς ενδιαφερόμαστε για το ρεύμα που διαρρέει το γαλβανόμετρο, το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin θα έχει σαν στόχο τα άκρα C και D του γαλβανόμετρου όπως φαίνεται στο σχήμα 2-3-1. Δύο βήματα πρέπει να κάνουμε για να βρούμε το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin. Το πρώτο βήμα είναι να βρούμε την ισοδύναμη διαφορά δυναμικού στα άκρα C και D χωρίς την παρουσία του γαλβανόμετρου στο κύκλωμα. Το δεύτερο βήμα είναι να υπολογίσουμε την ισοδύναμη αντίσταση ανάμεσα στα άκρα C και D, καθώς έχουμε αντικαταστήσει την πηγή τάσης με την εσωτερική της αντίσταση  $R_b$ . Για διευκόλυνσή μας το κύκλωμα 2-3-1 ξανασχεδιάστηκε και η κατάλληλη δομή του φαίνεται στο σχήμα 2-3-2.

Η τάση Thevenin ή αλλιώς τάση ανοιχτού-κυκλώματος υπολογίζεται μέσω του σχήματος 2-3-2 ως εξής:

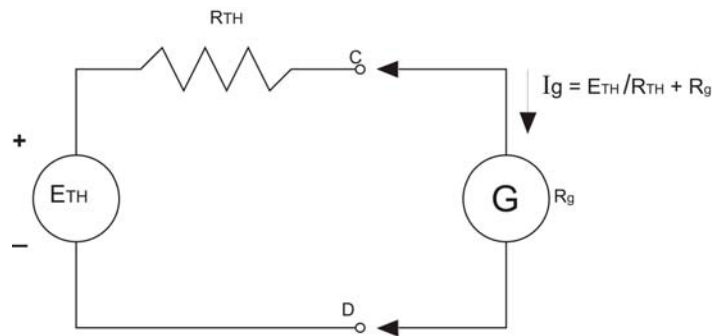
$$E_{CD} = E_{AC} - E_{AD} = I_1 R_1 - I_2 R_2$$



σχήμα 2-3-1



σχήμα 2-3-2



σχήμα 2-3-3

Όπου

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_3} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{E}{R_2 + R_4}$$

Επομένως

$$E_{CD} = E \left( \frac{R_1}{R_1 + R_3} - \frac{R_2}{R_2 + R_4} \right) \quad (2-7)$$

Αυτή είναι η τάση της γεννήτριας μέσω Thevenin.

Η ωμική αντίσταση του ισοδύναμου κυκλώματος Thevenin βρίσκεται πάλι από τα άκρα C και D και αντικαθιστώντας την πηγή τάσης με την εσωτερική της αντίσταση. Στο σχήμα 2-3-2 φαίνεται η αντίσταση Thevenin. Αυτή είναι όπως φαίνεται στο σχήμα η εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας είναι η  $R_b$ .

Βλέποντας το σχήμα 5-3-2 υποθέτουμε ότι η εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας είναι 0 Ohm. Αυτή είναι η αντίσταση που βρίσκεται στον κλάδο που ορίζουν τα σημεία A και B. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε την ολική αντίσταση από το σημείο C μέχρι το D. Αυτή καλείται αντίσταση Thevenin και υπολογίζεται ως εξής:

$$R_{TH} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} \quad (2-8)$$

Το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin της γέφυρας Wheatstone πλέον έχει πάρει την μορφή μίας πηγής τάσης της  $E_{TH} = E_{CD}$  που προκύπτει από την εξίσωση (2-7) και μίας εσωτερικής αντίστασης  $R_{TH}$  προκύπτει από την εξίσωση (2-8). Αυτό φαίνεται στο κύκλωμα του σχήματος 2-3-3.

Έτσι πλέον όταν συνδέουμε στα άκρα του κυκλώματος Thevenin ένα γαλβανόμετρο μπορούμε να υπολογίσουμε το ρεύμα που το διαρρέει, αρκεί να γνωρίζουμε την αντίσταση του οργάνου  $R_g$ . Αυτό υπολογίζετε ως εξής:

$$I_g = \frac{E_{TH}}{R_{TH} + R_g} \quad (2-9)$$

**Παράδειγμα 1**

Το σχήμα 2-3-4 απεικονίζει το διάγραμμα μίας γέφυρας Wheatstone και τις τιμές των στοιχείων της. Η μπαταρία έχει τάση 5V και η εσωτερική της αντίσταση θεωρείται αμελητέα. Το γαλβανόμετρο έχει ευαισθησία ρεύματος της τάξης των 10mm/μΑ και εσωτερική αντίσταση 100Ω. Να βρεθεί η παρεκτροπή του γαλβανομέτρου που προκαλείται από 5Ω ανισορροπία στον κλάδο BC.

**Επίλυση**

Για να βρίσκεται η γέφυρα στον κλάδο BC σε ισορροπία με βάση τον μαθηματικό τύπο

$$R_x = R_3 \frac{R_2}{R_1} \text{ θα απαιτούσε αντίσταση } 2000\Omega. \text{ Τώρα όμως καθώς έχουμε στον κλάδο}$$

αντίσταση 2005Ω επικρατεί ανισορροπία στην γέφυρα. Το πρώτο βήμα για την λύση είναι να μετατρέψουμε την γέφυρα στο ισοδύναμο της κύκλωμα Thevenin. Αφού ενδιαφερόμαστε να βρούμε το ρεύμα που διαρρέει το γαλβανόμετρο, εκμεταλλευόμαστε τα άκρα B και C του οργάνου. Η διαφορά δυναμικού με το γαλβανόμετρο εκτός κυκλώματος είναι η τάση Thevenin. Σύμφωνα με τον τύπο (2-7) έχουμε τα εξής:

$$E_{TH} = E_{AD} - E_{AB} = 5V * \left( \frac{100}{100 + 200} - \frac{1000}{1000 + 2005} \right) \cong 2.77\mu V$$

Το δεύτερο βήμα είναι να υπολογίσουμε την ισοδύναμη αντίσταση Thevenin ανάμεσα στα άκρα B και D, καθώς έχουμε αντικαταστήσει την μπαταρία με την εσωτερική της αντίσταση. Καθώς αυτή έχει δοθεί με την τιμή 0Ω το κύκλωμα που προκύπτει φαίνεται στο σχήμα 2-3-5 από το οποίο βρίσκουμε.

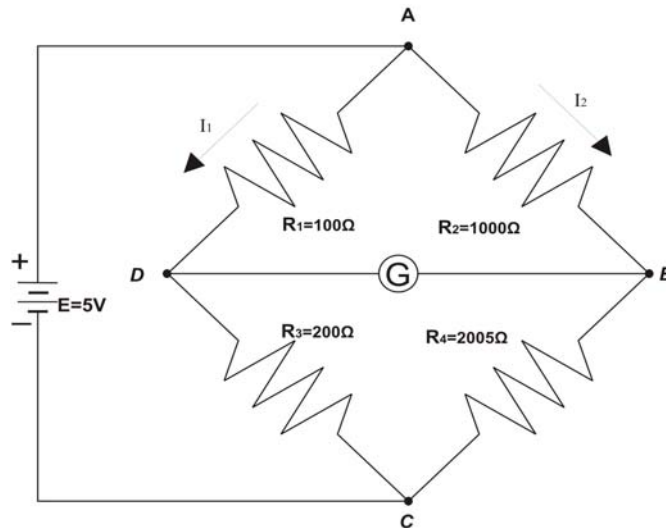
$$R_{TH} = \frac{100 * 200}{300} + \frac{1000 * 2005}{3005} = 734 \Omega$$

Τώρα πλέον το ολοκληρωμένο ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin φαίνεται στο σχήμα 2-3-6. Όταν πλέον το γαλβανόμετρο είναι συνδεδεμένο με τα εξωτερικά άκρα το ρεύμα που το διαρρέει είναι το εξής

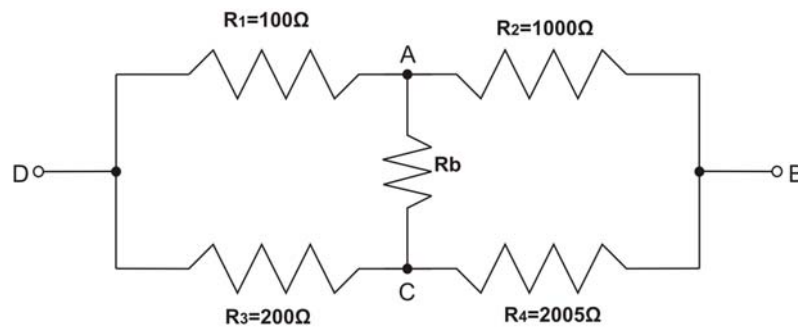
$$I_g = \frac{E_{TH}}{R_{TH} + R_g} = \frac{2.77mV}{734\Omega + 100\Omega} = 3.32 \mu A$$

Έτσι η εκτροπή του γαλβανομέτρου είναι

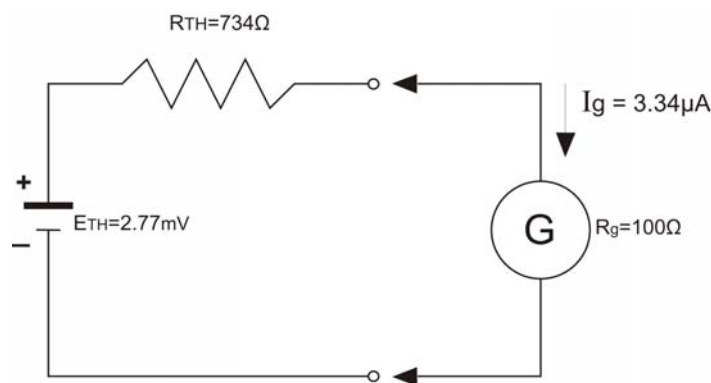
$$d = 3.32 \mu A * \frac{10mm}{\mu A} = 33.2 mm$$



σχήμα 2-3-4



σχήμα 2-3-5



σχήμα 2-3-6

Εάν ένα διαφορετικό γαλβανόμετρο, το οποίο θα έχει διαφορετική ευαισθησία στο ρεύμα και διαφορετική εσωτερική αντίσταση, ο υπολογισμός της εκτροπής του υπολογίζετε με βάση πάλι το σχήμα 2-3-6. Αντίστροφα τώρα εάν δίνετε η ευαισθησία του γαλβανομέτρου, πρέπει να είμαστε σε θέση να πούμε εάν το γαλβανόμετρο που έχουμε μπορεί να ανιληφθεί μια μικρή ανισορροπία στη γέφυρα μας. Η λύση ενός τέτοιου προβλήματος φαίνεται μέσα από το παρακάτω παράδειγμα.

## Παράδειγμα 2

Αντικαθιστούμε το γαλβανόμετρο του προηγούμενου παραδείγματος με ένα άλλο που έχει εσωτερική αντίσταση  $500\Omega$  και ευαισθησία στο ρεύμα  $1\text{mm}/\mu\text{A}$ . Υποθέτοντας ότι μία εκτροπή  $1\text{mm}$  μπορεί να παρατηρηθεί στην κλίμακα του γαλβανομέτρου, διαπιστώστε εάν το νέο γαλβανόμετρο είναι ικανό να δείξει μία ανισορροπία  $5\ \Omega$  στον κλάδο BC όπως φαίνεται στο σχήμα 2-3-4.

### Επίλυση

Αφού τα υπόλοιπα στοιχεία της γέφυρας δεν έχουν αλλάξει θα έχουμε το ίδιο ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin με το προηγούμενο παράδειγμα. Άρα η τάση Thevenin θα είναι  $2.77\ \text{mV}$  και η αντίσταση Thevenin  $734\ \Omega$ . Πλέον το νέο γαλβανόμετρο συνδέεται με τα εξωτερικά άκρα και το ρεύμα που το διαρρέει είναι

$$I_g = \frac{E_{TH}}{R_{TH} + R_g} = \frac{2.77\text{mV}}{734\Omega + 500\Omega} = 2.24\ \mu\text{A}$$

Η εκτροπή του γαλβανομέτρου ισούται με  $2.24\ \mu\text{A} * 1\text{mm}/\mu\text{A} = 2.24\text{mm}$  δείχνοντας ότι η εκτροπή γίνεται αντιληπτή αφού είναι μεγαλύτερη από  $1\text{mm}$  που έχει κατασκευαστικά το γαλβανόμετρο μας.

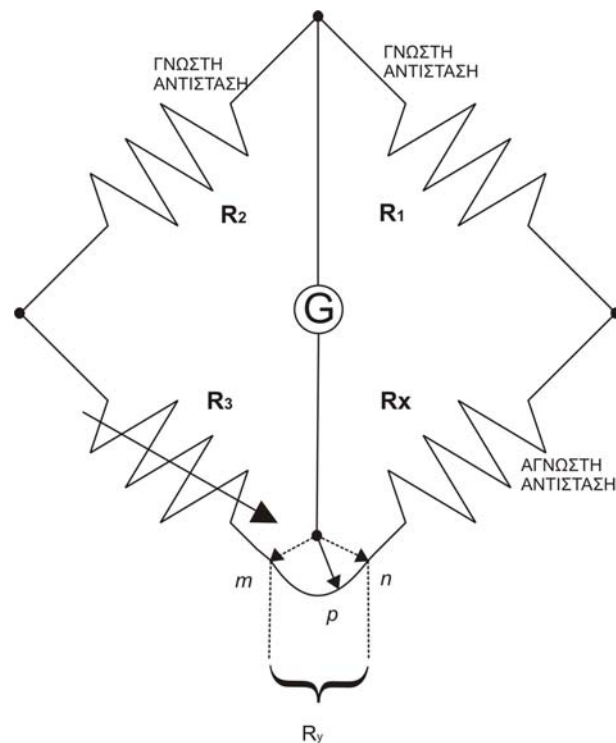
### Συμπεράσματα

Η γέφυρα Wheatstone έχει όρια μετρήσεις αντιστάσεων από μερικά ohms μέχρι αρκετά Mohms. Το πάνω όριο καθορίζετε από την ελάττωση της ευαισθησίας σε καταστάσεις μη ισορροπίας, προκαλούμενες από υψηλές αντιστάσεις. Αυτό γιατί με τέτοιες αντιστάσεις η αντίσταση κατά Thevenin γίνεται πολύ μεγάλη με αποτέλεσμα τη μείωση του ρεύματος που διαρρέει το γαλβανόμετρο άρα και την ευαισθησία του. Το κάτω όριο της είναι οι τιμές των σταθερών και μεταβλητών και υπό μέτρηση αντιστάσεων που χρησιμοποιούμε. Εάν αυτές είναι πολύ μικρές περνά μεγάλο ρεύμα από τους εξωτερικούς κλάδους της γέφυρας και το ρεύμα που διαρρέει το γαλβανόμετρο είναι πολύ μικρότερο από το ρεύμα ευαισθησίας του. Άρα η μετρήσεις του περιέχουν σφάλμα. Για την μέτρηση πολύ μικρών αντιστάσεων κατάλληλη είναι η γέφυρα Kelvin όπως θα δούμε παρακάτω.

## ΓΕΦΥΡΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΥΠΟΥ KELVIN

### 2.4 Απλή Γέφυρα Kelvin

Η γέφυρα τύπου Kelvin είναι στην ουσία μια τροποποίηση της γέφυρας Wheatstone. Το πλεονέκτημά της είναι ότι μας παρέχει σημαντική αύξηση της ακρίβειας των μετρήσεών μας όταν χρησιμοποιούμε αντιστάσεις χαμηλής τιμής, συνήθως της τάξης του  $1\Omega$  και λιγότερο. Το σχηματικό μέρος της γέφυρας Kelvin φαίνεται στο σχήμα 2-4.



σχήμα 2-4.

Το  $R_y$  αντιπροσωπεύει την αντίσταση του αγωγού που έχουμε συνδέσει την αντίσταση  $R_3$  με την αντίσταση  $R_x$ . Πλέον μπορούμε να συνδέσουμε το γαλβανόμετρο σε δύο σημεία, το σημείο  $m$  και το σημείο  $n$ . Όταν το γαλβανόμετρο είναι συνδεδεμένο στο σημείο  $m$ , η τιμή της αντίστασης  $R_y$  του αγωγού σύνδεσης προστίθεται στην τιμή της άγνωστης αντίστασης  $R_x$ . Με αποτέλεσμα στην μέτρησή μας η τιμή της  $R_x$  να φαίνεται αυξημένη. Όταν το γαλβανόμετρο είναι συνδεδεμένο στο σημείο  $n$ , η τιμή της αντίστασης  $R_y$  προστίθεται στον κλάδο  $R_3$  της γέφυρας. Σαν αποτέλεσμα έχουμε ότι κατά την μέτρηση της  $R_x$  η τιμή της θα είναι μικρότερη από την πραγματική, καθώς η αντίσταση έχει πλέον τιμή μεγαλύτερη από την ονομαστική της κατά ποσό  $R_y$ . Αν τώρα συνδέσουμε το γαλβανόμετρο σε ένα σημείο  $p$ , ανάμεσα στα σημεία  $m$  και  $n$ , με τέτοιο τρόπο που ο λόγος των αντιστάσεων από από το σημείο  $n$  στο  $p$  και από το  $m$  στο  $p$  να ισούται με τον λόγο των αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$  μπορούμε να πάρουμε την εξής σχέση.

$$\frac{R_{np}}{R_{mp}} = \frac{R_1}{R_2} \quad (2-10)$$

Η απόδοση της εξίσωσης ισορροπίας της γέφυρας είναι η παρακάτω

$$R_x + R_{np} = \frac{R_1}{R_2} (R_3 + R_{mp}) \quad (2-11)$$

Συνδυάζοντας της εξισώσεις (2-10) και (2-11) καταλήγουμε στην τελική εξίσωση που ικανοποιεί κάθε γέφυρα Kelvin. Αυτή είναι η εξής

$$R_x + \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) * R_y = \frac{R_1}{R_2} \left[ R_3 + \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) * R_y \right] \quad (2-12)$$

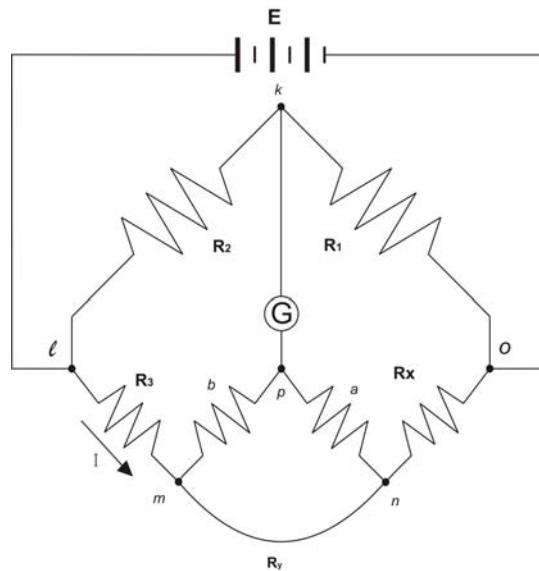
### Συμπέρασμα

A. Η τελική εξίσωση της γέφυρας Kelvin μειώνει στο ελάχιστο το σφάλμα μέτρησης μιας ωμικής αντίστασης η οποία έχει μικρή τιμή από  $1\Omega$  και κάτω.

B. Από την άλλη η γενική εξίσωση της γέφυρας Wheatstone η οποία είναι η γνωστή  $R_x = \frac{R_1}{R_2} R_3$  έχει ικανοποιητική χρηστικότητα εάν υποθέσουμε ότι η αντίσταση του αγωγού από το σημείο m στο σημείο n τοποθετώντας τον ακροδέκτη του γαλβανομέτρου στην ενδιάμεση θέση p. Αυτό όμως για την μέτρηση μικρής τιμής ωμικών αντιστάσεων είναι πρακτικά αδύνατο, καθώς και η παραμικρή μετατόπιση του ακροδέκτη του γαλβανομέτρου προκαλεί σημαντικές αλλαγές στην μέτρηση της  $R_x$  άρα και σημαντικό σφάλμα μετρήσεων.

## 2.5 Διπλή Γέφυρα Kelvin

Ο όρος διπλή γέφυρα χρησιμοποιείται καθώς στο κύκλωμα της απλής γέφυρας Kelvin χρησιμοποιούμε και ένα ακόμα ζεύγος οπλισμών (αντιστάσεων) που έχουν μεταξύ τους ορισμένη αναλογία. Οι αντιστάσεις αυτές είναι οι  $a$  και  $b$  οι οποίες φαίνονται στο σχήμα 2-5-1.



σχήμα 2-5-1

Αυτό το δεύτερο ζεύγος οπλισμών, συνδέει το γαλβανόμετρο σε ένα σημείο  $p$  με κατάλληλο δυναμικό ανάμεσα στα σημεία  $m$  και  $n$ , τέτοιο ώστε να εξουδετερώνει την αντίσταση του ζυγού  $R_Y$ . Μια αρχική συνθήκη που πρέπει να ικανοποιείται είναι ότι η αναλογία των αντιστάσεων  $a$  και  $b$  είναι αναγκαίο να ισούται με την αναλογία των αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$ .

Η ένδειξη του γαλβανομέτρου όταν το δυναμικό στο  $k$  ισούται με το δυναμικό στο  $p$  θα είναι μηδενική. Δηλαδή θα ισχύει ότι  $E_{kl} = E_{lmp}$ . Όπου:

$$E_{kl} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = \frac{R_2}{R_1 + R_2} * I * \left[ R_3 + R_x + \frac{(a+b)R_y}{a+b+R_y} \right] \quad (2-13)$$

Και

$$E_{lmp} = I * \left\{ R_3 + \frac{b}{a+b} \left[ \frac{(a+b)R_y}{a+b+R_y} \right] \right\} \quad (2-14)$$

Μπορούμε να εξισώσουμε τις δυο παραπάνω μαθηματικές σχέσεις (2-13) και (2-14) με απώτερο σκοπό να λύσουμε ως προς  $R_x$  καθώς αυτή είναι η άγνωστη και η προς μέτρηση αντίσταση μας. Έτσι έχουμε

$$E_{kl} = E_{lmp} \Leftrightarrow$$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} * I * \left[ R_3 + R_x + \frac{(a+b)R_y}{a+b+R_y} \right] = I * \left\{ R_3 + \frac{b}{a+b} \left[ \frac{(a+b)R_y}{a+b+R_y} \right] \right\} \Leftrightarrow$$



$$R_3 + R_x + \frac{(a+b)R_y}{a+b+R_y} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \left[ R_3 + \frac{bR_y}{a+b+R_y} \right] \Leftrightarrow$$

$$R_3 + R_x + \frac{(a+b)R_y}{a+b+R_y} = \frac{R_1 R_3}{R_2} + R_3 + \frac{R_1 + R_2}{R_2} * \frac{bR_y}{a+b+R_y} \Leftrightarrow$$

$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_2} + \frac{R_1}{R_2} * \frac{bR_y}{a+b+R_y} + \frac{bR_y}{a+b+R_y} - \frac{(a+b)R_y}{a+b+R_y} \Leftrightarrow$$

Και τελικά

$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_2} + \frac{bR_y}{a+b+R_y} \left( \frac{R_1}{R_2} - \frac{a}{b} \right) \quad (2-15)$$

### Συμπεράσματα

**A.** Εάν χρησιμοποιήσουμε την αρχική συνθήκη την οποία είχαμε, δηλαδή ότι  $a/b = R_1/R_2$  και την αντικαταστήσουμε στην εξίσωση (2-15) θα δούμε ότι προκύπτει η κλασσική πλέον εξίσωση  $R_x = R_3 \frac{R_1}{R_2}$ . Στην ουσία είναι σαν να παραδεχόμαστε ότι η αναλογία των αντιστάσεων των δύο παραπάνω οπλισμών στην γέφυρα Kelvin είναι η ίδια.

**B.** Γενικά οι γέφυρες τύπου Kelvin χρησιμοποιούνται για τις μετρήσεις πολύ μικρών αντιστάσεων που οι τιμές τους κυμαίνονται από  $1\Omega$  μέχρι  $0.00001\Omega$ .

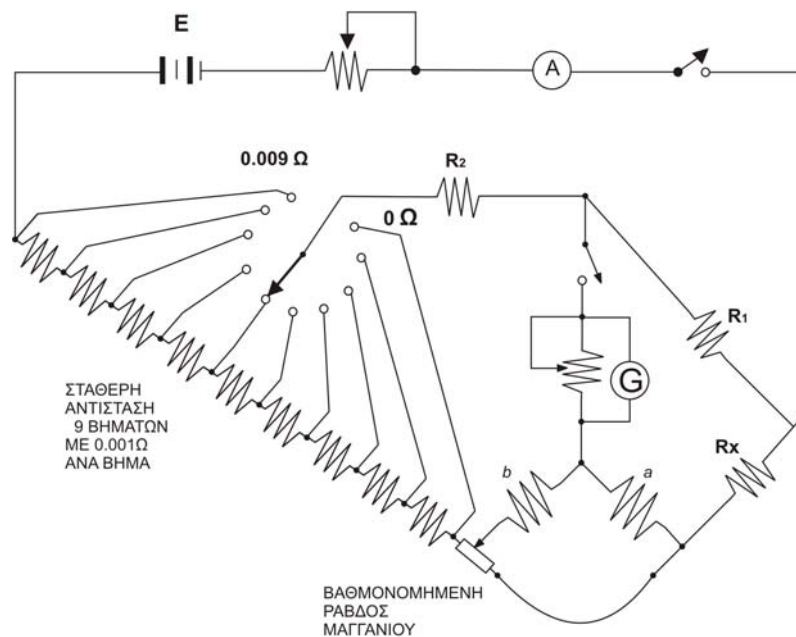
### Οι γέφυρες Kelvin σε εμπορική χρήση

Το σχήμα 2-5-2 μας δίνει το σχηματικό διάγραμμα μιας εμπορικής γέφυρας Kelvin η οποία είναι ικανή να μας παρέχει ακριβείς μετρήσεις αντιστάσεων που κυμαίνονται από  $10\Omega$  έως  $0.00001\Omega$ .

Στην περίπτωση της γέφυράς μας η αντίσταση  $R_3$  αντιπροσωπεύεται από μια μεταβλητή αντίσταση (ροοστάτη). Επίσης υπάρχουν και οι γνωστές αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$ . Η διαφορά τάσης λόγω των επαφών στο σύστημα μέτρησής μας μπορούν να μας προκαλέσουν μεγάλα σφάλματα. Για να ελαχιστοποιήσουμε αυτό το φαινόμενο ο ροοστάτης  $R_3$  αποτελείται από εννιά αντιστάσεις που η κάθε μια έχει τιμή  $0.001\Omega$  καθώς και μια βαθμονομημένη ράβδο μαγγανίου τιμής  $0.0011\Omega$  που έχει κινητή επαφή. Η συνολική αντίσταση του κλάδου  $R_3$  μπορεί να πάρει τιμές από  **$0.001\Omega$**  (μία μόνο αντίσταση του ροοστάτη ενεργή  $0.001\Omega$  και η βαθμονομημένη ράβδο μαγγανίου βραχυκυκλωμένη άρα  $0\Omega$ ) μέχρι  **$0.0101\Omega$**  ( και οι εννιά αντιστάσεις του  $0.001\Omega$  του ροοστάτη ενεργές και η βαθμονομημένη ράβδο μαγγανίου στην πλήρη τιμή της τα  $0.0011\Omega$  σε σειρά).

Όταν και ο ροοστάτης των εννιά σημείων και η βαθμονομημένη ράβδο μαγγανίου πάρουν κάποια τιμή, η πτώση τάσης ανάμεσα στους κλάδους ένωσης αλλάζει, αλλά η συνολική αντίσταση του κυκλώματος παραμένει αμετάβλητη. Αυτός ο διακανονισμός τοποθετεί κάθε αντίσταση λόγω επαφών μέσα στην πραγματική αντίσταση των κλάδων του κυκλώματος. Άρα οι αντιστάσεις λόγω επαφών έχουν αμελητέο αποτέλεσμα στην ακρίβεια μέτρησης.

Η αναλογία  $R_1/R_2$  θα πρέπει να επιλεγθεί έτσι ώστε στο κύκλωμα μέτρησης να υπάρχει μεγάλο μέρος της σύνθετης αντίστασης  $R_3$ . Με αυτόν το τρόπο η άγνωστη αντίσταση  $R_x$  θα μετρηθεί με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια της τάξης του  $0.001\Omega$ .



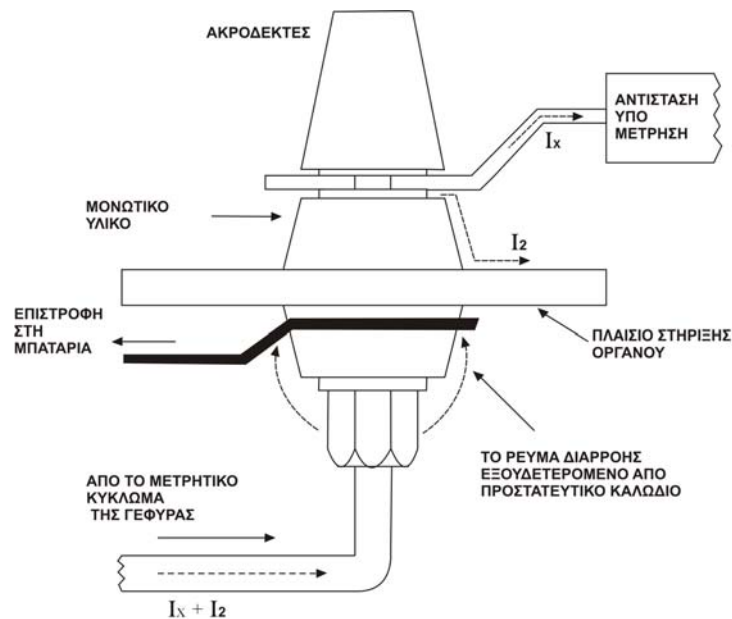
σχήμα 2-5-2

## 2.6 ΓΕΦΥΡΕΣ ΥΠΟ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑ ΓΙΑ ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΕΓΑΛΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ

### 2.6.1 Κυκλώματα Με Προστασία

Η μέτρηση εξαιρετικά μεγάλων αντιστάσεων, όπως οι αντιστάσεις μόνωσης των καλωδίων ή η αντίσταση διαρροής ενός πυκνωτή που συχνά ξεπερνούν τα μερικές χιλιάδες Mohms είναι πέρα από τις δυνατότητες μέτρησης μίας κοινής γέφυρας Wheatstone. Τα ρεύματα στην περίπτωση αυτή είναι πολύ μικρά και κάθε παρεμβολή ή σφάλμα έχει ιδιαίτερη σημασία. Ένα από τα σημαντικά προβλήματα που προκύπτουν στις μετρήσεις πολύ μεγάλων αντιστάσεων είναι οι διαρροές ρευμάτων που εντοπίζονται εξωτερικά και περιμετρικά του στοιχείου που έχουμε ως προς μέτρηση. Επίσης τέτοιες διαρροές έχουμε πάνω στους ακροδέκτες που ενώνουν το στοιχείο ως προς μέτρηση με το όργανο μέτρησης ή ακόμα και στο ίδιο το όργανο μέτρησης. Αυτές οι διαρροές ρεύματος είναι ανεπιθύμητες καθώς εισέρχονται μέσα στο μετρητικό κύκλωμα και επιδρούν στην ακρίβεια της μέτρησης σε αξιοσέβαστο βαθμό. Τα ρεύματα διαρροής, είτε μέσα στο ίδιο το όργανο μέτρησης είτε στο στοιχείο ως προς μέτρηση και το πλαίσιο στήριξης του, είναι ιδιαίτερα αισθητά στις μετρήσεις υψηλών αντιστάσεων όπου χρησιμοποιούνται συχνά υψηλές τάσεις ώστε να διατηρηθεί η απαιτούμενη ευαισθησία. Παράλληλα είναι αξιοσημείωτο να τονίσουμε ότι τα φαινόμενα διαρροής είναι ευμετάβλητα από την μια μέρα στην άλλη καθώς εξαρτώνται ακόμα και από την υγρασία της ατμόσφαιρας.

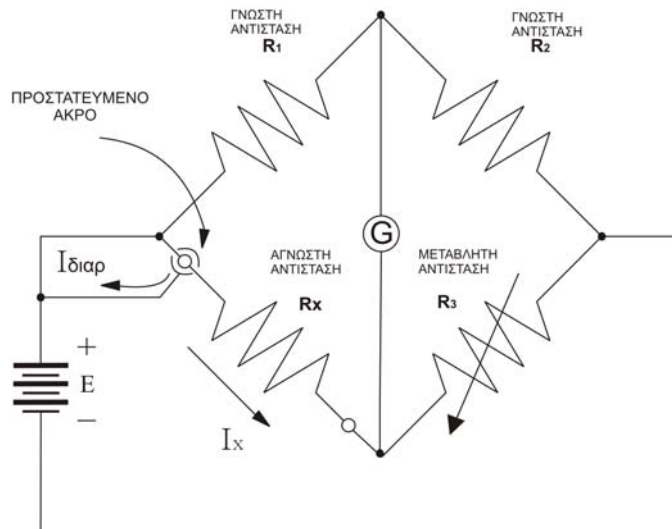
Τα φαινόμενα των διαρροών στα μετρητικά συστήματα συνήθως εξαλείφονται κάποιου είδους κυκλώματος προστασίας. Η βασική αρχή ενός απλού συστήματος προστασίας στον κλάδο της  $R_x$  μιας γέφυρας Wheatstone εξηγείται με την βοήθεια του σχήματος 2-6-1.



σχήμα 2-6-1

Χωρίς το κύκλωμα προστασίας, το ρεύμα διαρροής  $I_2$  κατά μήκος της απομονωμένης επιφάνειας των ακροδεκτών προστίθεται στο ρεύμα  $I_x$  που διαρρέει το στοιχείο υπό μέτρηση. Το αποτέλεσμα είναι να παραχθεί ένα συνολικό ρεύμα κυκλώματος που είναι αξιοσημείωτα μεγαλύτερο από το αληθές ρεύμα της μετρητικής συσκευής. Ένα καλώδιο προστασίας, που περιβάλλει απόλυτα την επιφάνεια της απομονωμένης στήλης της συσκευής, διακόπτει το παραγόμενο ρεύμα διαρροής και το επιστρέφει στην μπαταρία. Η συσκευή προστασίας πρέπει να τοποθετηθεί προσεκτικά έτσι ώστε το ρεύμα διαρροής πάντα να συναντά ένα σημείο του καλωδίου προστασίας και να εμποδίζει το ρεύμα αυτό να εισέρχεται στο κύκλωμα της γέφυρας.

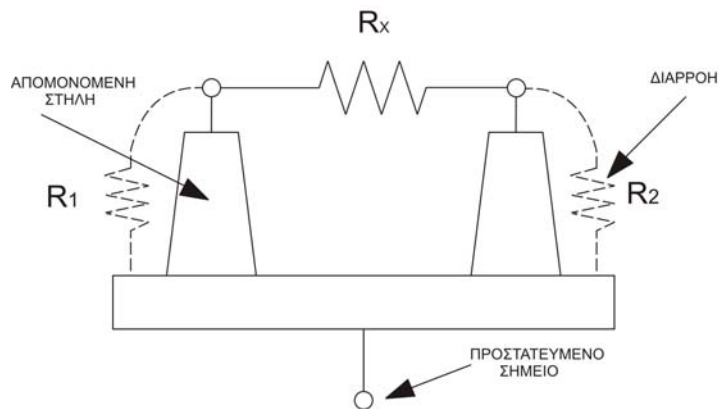
Στο σχηματικό διάγραμμα του σχήματος 2-6-2 η προστασία περιμετρικά του ακροδέκτη  $R_x$  σχεδιάζεται με ένα κύκλο που περιβάλλει το άκρο. Πρέπει να τονιστεί ότι το προστατευτικό αυτό κύκλωμα δεν έχει καμιά επαφή με το κύκλωμα της γέφυρας και συνδέεται άμεσα με τα άκρα της μπαταρίας η οποία τροφοδοτεί το κύκλωμα. Η αρχή του καλωδίου προστασίας στον ακροδέκτη μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε εσωτερικό σημείο της γέφυρας που υπάρχουν φαινόμενα διαρροής στην μέτρηση. Τότε έχουμε μια γέφυρα Wheatstone με προστασία. Με βάση την λογική αυτή θα δούμε πιο κάτω εφαρμογές που χρησιμοποιούν ακροδέκτες επιστροφής και εξισορρόπησης των ρευμάτων διαρροής.



σχήμα 2-6-2

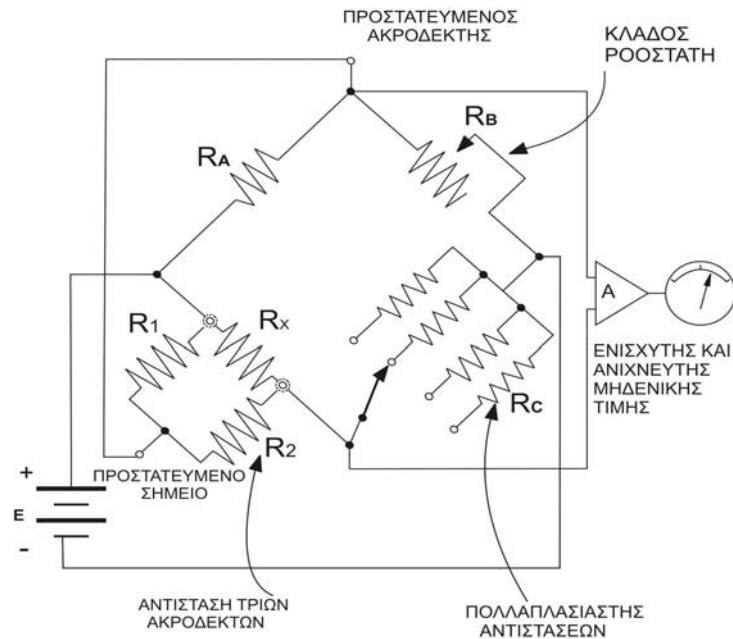
### 2.6.2 Αντίσταση Τριών-Ακροδεκτών

Με σκοπό την αποφυγή των ρευμάτων διαρροής εξωτερικά στο κύκλωμα της γέφυρας, το σημείο ένωσης των κλάδων  $R_A$  και  $R_B$  συνήθως παρουσιάζεται σαν ένα ανεξάρτητο προστατευμένο άκρο στο εμπρόσθιο μέρος του πάνελ του οργάνου μέτρησης. Αυτό το προστατευμένο άκρο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ενώσει μια αποκαλούμενη *αντίσταση τριών-ακροδεκτών*, όπως φαίνεται στο σχήμα 2-6-3.



σχήμα 2-6-3 (αντίσταση τριών-ακροδεκτών)

Η αντίσταση  $R_X$  που έχει μεγάλη τιμή είναι τοποθετημένη σε δύο απομονωμένες στήλες οι οποίες είναι αναρτημένες σε μια μεταλλική πλάκα. Τα δυο κύρια άκρα της αντίστασης τριών-ακροδεκτών είναι συνδεδεμένοι με τον κλάδο της  $R_X$  της γέφυρας με τον συνήθη τρόπο. Το τρίτο άκρο της ίδιας αντίστασης είναι το κοινό σημείο των αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$ , το οποίο εκφράζει της διαδρομές διαρροών, από τα κύρια άκρα κατά μήκος των απομονωμένων στηλών στη μεταλλική πλάκα. Η συσκευή προστασίας είναι συνδεδεμένη στον σημείο προστασίας στο μπροστινό πάνελ της γέφυρας, όπως φαίνεται στο σχηματικό διάγραμμα 2-6-4.



Σχήμα 2-6-4

(αντίσταση τριών-ακροδεκτών, συνδεδεμένη σε προστατευμένη υψηλής τάσης γέφυρα)

Αυτή η τροποποίηση τοποθετεί την αντίσταση  $R_1$  παράλληλα με τον κλάδο  $R_A$ , αλλά καθώς η  $R_1$  είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από την  $R_A$ , δεν έχουμε καμία ουσιαστική αλλαγή στο κύκλωμα. Ομοίως η αντίσταση διαρροής  $R_2$  είναι σε παράλληλη συνδεσμολογία με το γαλβανόμετρο. Όμως η τιμή της αντίστασης  $R_2$  είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από την εσωτερική αντίσταση του γαλβανομέτρου και αυτό επιφέρει μια πολύ μικρή αλλαγή στην ευαισθησία του γαλβανομέτρου. Επομένως τα αποτελέσματα των εξωτερικών καναλιών διαρροής έχουν εξαλειφθεί από την χρησιμοποίηση του κυκλώματος προστασίας στην αντίσταση των τριών ακροδεκτών.

Στην περίπτωση που δεν χρησιμοποιούσαμε κύκλωμα προστασίας, οι αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$  οι οποίες προκαλούν διαρροές θα επηρέαζαν άμεσα την μετρούμενη αντίσταση  $R_X$  και αυτό θα προκαλούσε μεγάλο μετρητικό σφάλμα. Για παράδειγμα εάν υποθέσουμε ότι η άγνωστη αντίσταση έχει τιμή  $100 \text{ M}\Omega$  και η κάθε αντίσταση διαρροής του κάθε ακροδέκτη είναι  $100 \text{ M}\Omega$ , η προς μέτρηση αντίσταση  $R_X$  θα ήταν μετρημένη σαν αντίσταση των  $67 \text{ M}\Omega$ . Αυτό είναι ένα σφάλμα της τιμής του 33%, το οποίο είναι απαράδεκτο στην τεχνολογία μετρήσεων.

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

#### ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΜΕ ΓΕΦΥΡΕΣ ΣΕ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ (Α.Σ)

##### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

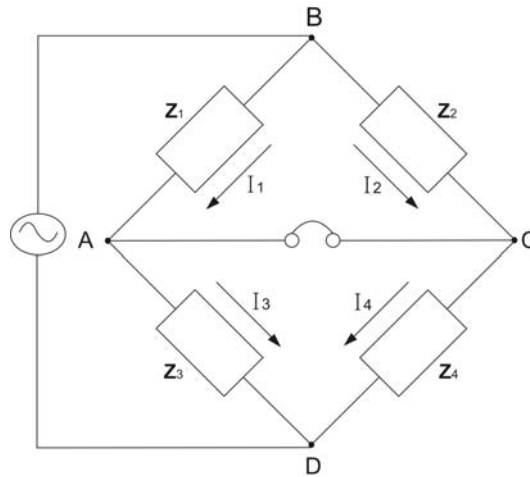
Στο κεφάλαιο που ακολουθεί θα περιγράψουμε με σαφήνεια την λειτουργία των κυκλωμάτων γέφυρας υπό εναλλασσόμενη τάση. Όπως θα δούμε η ανάλυση των κυκλωμάτων αυτών στηρίζεται σε πολύ μεγάλο βαθμό στις έννοιες του προηγούμενου κεφαλαίου. **Πλέον με τις κατάλληλες συνδεσμολογίες γεφυρών που θα αναφερθούν θα είμαστε σε θέση να καθορίσουμε και την χωρητική ή επαγωγική συμπεριφορά του αισθητηρίου εκτός της ωμικής.** Αυτό όπως θα διαπιστώσουμε και στην πορεία γίνεται με την χρήση μιγαδικών αριθμών και εξισώσεων ισορροπίας που ισχύουν σε κυκλώματα γεφυρών Α.Σ.

Ένα απλό ερώτημα που μπορεί να προκύψει είναι το γιατί μας ενδιαφέρει η μελέτη των γεφυρών εναλλασσόμενης τάσης στην τεχνολογία των μετρήσεων και ειδικότερα όσο αναφορά τα αισθητήρια. Η απάντηση είναι απλή καθώς σε πολλές εφαρμογές που θέλουμε την χρήση αισθητηρίων δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε συνεχή τάση. Για παράδειγμα μπορούμε να αναφέρουμε ότι σε περίπτωση που θέλουμε να μετρήσουμε την αγωγιμότητα, το ιξώδες ή κάποιο άλλο χαρακτηριστικό ενός υγρού θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε κατάλληλα κυκλώματα εναλλασσόμενης τάσης. **Αυτό γιατί σε περίπτωση που χρησιμοποιούσαμε συνεχή τάση ή θα καταστρέφαμε τα ηλεκτρόδια του αισθητηρίου ή θα παίρναμε λανθασμένες μετρήσεις λόγω ηλεκτρόλυσης της μετρούμενης ουσίας από την εφαρμογή συνεχής τάσης.**

### 3.1 Συνθήκες ισορροπίας σε γέφυρες

Η γέφυρες που τροφοδοτούνται από εναλλασσόμενη τάση είναι επακόλουθο των γεφυρών συνεχούς τάσης που έχουν αναλυθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο. Η βασική μορφή τους είναι τέσσερεις κλάδοι, μια πηγή διέγερσης και ένας μετρητής του μηδενός. Η πηγή τροφοδοτεί το κύκλωμα της γέφυρας με εναλλασσόμενη τάση στην επιθυμητή συχνότητα. Για μετρήσεις χαμηλών συχνοτήτων, η γραμμή ισχύος μπορεί να πάρει το ρόλο της πηγής διέγερσης, ενώ σε μετρήσεις υψηλών συχνοτήτων, ένας ταλαντωτής συνήθως παρέχει την τάση διέγερσης. Ο μετρητής μηδενικής τιμής πρέπει να ανταποκρίνεται σε κάθε μεταβολή του εναλλασσόμενου ρεύματος. Η οικονομικότερη μορφή του είναι η χρήση ενός ζεύγους ακουστικών. Σε άλλες εφαρμογές ο μετρητής μηδενικής τιμής μπορεί να αποτελείται από ένα a.c ενισχυτή με όργανο μέτρησης της εξόδου η ακόμα και με ένα όργανο ηλεκτρονικής λυχνίας ακτινοβολίας.

Ένα γενικό σχηματικό κύκλωμα της a.c γέφυρας φαίνεται στο σχήμα 3-1-1. Οι τέσσερεις κλάδοι της γέφυρας  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$  και  $Z_4$  δηλώνονται σαν αδιευκρίνιστες σύνθετες αντιστάσεις και ο μετρητής μηδενός αντιπροσωπεύεται από ένα ζεύγος ακουστικών. Όπως στις περιπτώσεις των μετρήσεων με γέφυρα Wheatstone σε d.c λειτουργία έτσι και στις γέφυρες σε AC λειτουργία, η κατάσταση ισορροπίας επιτυγχάνεται όταν ο μετρητής δείξει την τιμή μηδέν. Για να κρατηθεί αυτή η τιμή μηδέν θα πρέπει να ρυθμίζουμε την ισορροπία του οργάνου μεταβάλλοντας έναν ή περισσότερους από τους κλάδους της γέφυρας.



σχήμα 3-1-1

Η γενική εξίσωση που περιγράφει την κατάσταση ισορροπίας της γέφυρας σε a.c λειτουργία, είναι εφικτή με την χρησιμοποίηση σύνθετων μιγαδικών αριθμών που περιγράφουν την χρήση των σύνθετων αντιστάσεων  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$  και  $Z_4$  του κυκλώματος της γέφυρας. Η τονισμένη γραφή από τώρα και στο εξής θα αντιπροσωπεύει ποσότητες σε μιγαδική μορφή. Τα ποσά αυτά μπορούν να είναι σύνθετες αντιστάσεις, είσοδοι καθώς ρεύματα και τάσεις. Η κατάσταση ισορροπίας για την γέφυρα απαιτεί την διαφορά δυναμικού, στα σημεία A και C του κυκλώματος του σχήματος 3-1-1, να είναι μηδέν. Αυτό είναι εφικτό όταν η πτώση τάσης από το σημείο B στο σημείο A ισούται με την πτώση τάσης από το σημείο B στο σημείο C σε φάση και πλάτος. Σε μιγαδική μορφή μπορούμε να γράψουμε.

$$E_{BA} = E_{BC} \quad \text{ή} \quad I_1 Z_1 = I_2 Z_2 \quad (2-16)$$

Όταν μέσα από τον μετρητή περνά μηδενικό ρεύμα δηλαδή είμαστε σε κατάσταση ισορροπίας, τότε τα ρεύματα των κλάδων της γέφυρας θα είναι

$$I_1 = \frac{E}{Z_1 + Z_3} \quad (2-17)$$

Και

$$I_2 = \frac{E}{Z_2 + Z_4} \quad (2-18)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (2-17) και (2-18) στην εξίσωση (2-16) έχουμε

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3 \quad (2-19)$$

Εαν χρησιμοποιήσουμε τις σύνθετες αγωγιμότητες έναντι των σύνθετων αντιστάσεων έχουμε

$$Y_1 Y_4 = Y_2 Y_3 \quad (2-20)$$

Η εξίσωση 2-19 είναι πιο χρήσιμη στις περισσότερες περιπτώσεις και την ονομάζουμε *γενική εξίσωση ισορροπίας στις γέφυρες a.c*. Από την άλλη την εξίσωση 2-20 την

χρησιμοποιούμε συνήθως όταν ασχολούμαστε με εξαρτήματα παράλληλα στους κλάδους της γέφυρας.

Η εξίσωση 2-19 δηλώνει ότι το γινόμενο των σύνθετων αντιστάσεων στο ένα ζεύγος αντίθετων κλάδων στη γέφυρα, πρέπει να είναι ίσο με το γινόμενο των σύνθετων αντιστάσεων στο άλλο ζεύγος των αντίθετων κλάδων της γέφυρας. Αυτή η σχέση βέβαια εκφράζεται με την μορφή μιγαδικών αριθμών. Εάν η σύνθετη αντίσταση εκφραστεί με την μορφή  $\mathbf{Z} = Z \angle \theta$ , όπου το  $Z$  αντιπροσωπεύει το πλάτος του διανύσματος και το  $\angle \theta$  την γωνία του μιγαδικού αριθμού. Τότε η εξίσωση 2-19 μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$(Z_1 \angle \theta_1)(Z_4 \angle \theta_4) = (Z_2 \angle \theta_2)(Z_3 \angle \theta_3) \quad (2-21)$$

Όταν θέλουμε το γινόμενο δυο μιγαδικών αριθμών αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τα πλάτη τους και να προσθέσουμε τις γωνίες τους. Έτσι η παραπάνω εξίσωση 2-21 μπορεί να γίνει

$$Z_1 Z_4 \angle (\theta_1 + \theta_4) = Z_2 Z_3 \angle (\theta_2 + \theta_3) \quad (2-22)$$

Η εξίσωση 2-22 δείχνει ότι και οι δυο συνθήκες πρέπει να ισχύουν ταυτόχρονα όταν φέρνουμε μια γέφυρα a.c σε ισορροπία. Ο πρώτος όρος δείχνει ότι τα πλάτη των σύνθετων αντιστάσεων πρέπει να ικανοποιούν τη σχέση

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3 \quad (2-23)$$

Η με την μορφή μαθηματικής έκφρασης ότι το γινόμενο των πλατών των αντίθετων κλάδων της γέφυρας πρέπει να είναι ίσο.

Ο δεύτερος όρος δείχνει ότι οι γωνίες των φάσεων των σύνθετων αντιστάσεων πρέπει να ικανοποιεί την σχέση

$$\angle \theta_1 + \angle \theta_4 = \angle \theta_2 + \angle \theta_3 \quad (2-24)$$

Η με ακόμα με μια μορφή μαθηματικής έκφρασης ότι το άθροισμα των γωνιών των φάσεων των σύνθετων αντιστάσεων στους αντίθετους κλάδους της γέφυρας πρέπει να είναι ίσο.

### 3.2 Εφαρμογές της συνθήκης ισορροπίας

Οι δύο συνθήκες ισορροπίας οι οποίες έχουν εκφραστεί στις εξισώσεις 2-23 και 2-24 μπορούν να εφαρμοστούν όταν οι σύνθετες αντιστάσεις των κλάδων της γέφυρας έχουν δοθεί σε πολική μορφή. Δηλαδή έχουν δοθεί με πλάτη και γωνίες φάσεων. Στη συνηθισμένη περίπτωση δίνονται οι τιμές των στοιχείων των κλάδων της γέφυρας και ζητείται ο υπολογισμός μιας σύνθετης άγνωστης αντίστασης. Η ουσία της λύσης του προβλήματος είναι η σωστή γραφή της εξίσωσης ισορροπίας σε μιγαδική μορφή. Στα ακόλουθα παραδείγματα γίνεται επεξήγηση της διαδικασίας.

#### Παράδειγμα 1.

Οι σύνθετες αντιστάσεις των στοιχείων της γέφυρας που φαίνεται στο σχήμα 3-1-1 δίνονται ως εξής:

$$\begin{aligned} Z_1 &= 100 \Omega \angle 80^\circ && \text{(επαγωγική σύνθετη αντίσταση)} \\ Z_2 &= 250 \Omega && \text{(καθαρό ωμικό φορτίο)} \end{aligned}$$



$$Z_3=400 \Omega \quad (\text{επαγωγική σύνθετη αντίσταση})$$

$$Z_4= \text{άγνωστη αντίσταση}$$

Διαπιστώστε την συμπεριφορά του άγνωστου κλάδου της γέφυρας.

### Επίλυση

Για την πρώτη συνθήκη ισορροπίας της γέφυρας ισχύει ότι

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

Λύνοντας την παραπάνω εξίσωση ως προς την άγνωστη αντίσταση  $Z_4$  και αντικαθιστώντας τις τιμές των υπόλοιπων γνωστών σύνθετων αντιστάσεων καταλήγουμε

$$Z_4 = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1} = \frac{250 * 400}{100} = 1000 \Omega$$

Η συνθήκη της γέφυρας σε ισορροπία απαιτεί ότι το άθροισμα των γωνιών των φάσεων στους αντίθετους κλάδους είναι ίσο. Άρα

$$\theta_1 + \theta_4 = \theta_2 + \theta_3$$

Λύνοντας την παραπάνω εξίσωση ως προς την άγνωστη γωνία  $\theta_4$  και αντικαθιστώντας τις υπόλοιπες γνωστές τιμές έχουμε

$$\theta_4 = \theta_2 + \theta_3 - \theta_1 = 0 + 30 - 80 = -50^\circ$$

Έτσι η άγνωστη σύνθετη αντίσταση  $Z_4$  μπορεί να γραφεί σε πολική μορφή σαν

$$Z_4 = 1000 \Omega \angle -50^\circ$$

Από παραπάνω δείχνουμε ότι εξετάζουμε ένα χωρητικό στοιχείο που αποτελείται ενδεχομένως από έναν συνδυασμό σειράς μιας αντίστασης και ενός πυκνωτή.

Το πρόβλημα των υπολογισμών γίνεται λίγο πιο περίπλοκο όταν οι τιμές των στοιχείων των κλάδων της γέφυρας είναι καθορισμένες και οι σύνθετες αντιστάσεις δίνονται με την μιγαδική τους μορφή. Σε αυτήν την περίπτωση, τα επαγωγικά ή χωρητικά φαινόμενα μπορούν μόνο να υπολογιστούν όταν είναι γνωστή η συχνότητα της τάσης διέγερσης. Αυτό φαίνεται στο ακόλουθο παράδειγμα 2.

### Παράδειγμα 2.

Η a.c γέφυρα του σχήματος 3-1-1 βρίσκεται σε ισορροπία με τα ακόλουθα στοιχεία: στον κλάδο AB ωμική αντίσταση  $R=450 \Omega$ , στον κλάδο BC ωμική αντίσταση  $R=300 \Omega$  σε σειρά με πυκνωτή  $C=0.265 \mu\text{F}$ , στον κλάδο DA μια ωμική αντίσταση  $R=200 \Omega$  σε σειρά με πηνίο αυτεπαγωγής  $L=15.9 \text{ mH}$ . Η συχνότητα είναι  $1 \text{ kHz}$ . Να βρεθεί τι περιέχει ο άγνωστος κλάδος CD της γέφυρας.

### Επίλυση

Η γενική εξίσωση ισορροπίας της γέφυρας περιγράφει ότι

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

$$Z_1 = R = 450 \Omega$$

$$Z_2 = R - \frac{j}{\omega C} = (300 - j600) \Omega$$

$$Z_3 = R + j\omega L = (200 + j100) \Omega$$

$$Z_4 = \text{άγνωστη}$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση ισορροπίας τις γνωστές τιμές και λύνοντας ως προς την άγνωστη αντίσταση βρίσκουμε ότι

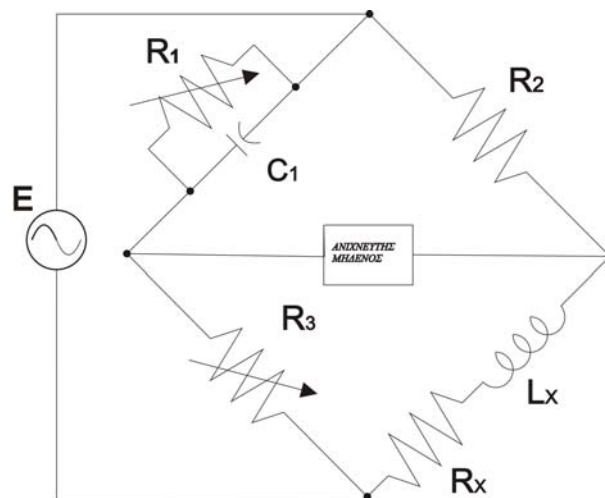
$$Z_4 = \frac{450 * (200 + j100)}{300 - j600} = +j150\Omega$$

Το αποτέλεσμα αυτό δείχνει ότι ο κλάδος  $Z_4$  είναι καθαρή αυτεπαγωγή με επαγωγική άεργη αντίσταση των  $150 \Omega$  στη συχνότητα του  $1\text{kHz}$ . Καθώς για την άεργη επαγωγική αντίσταση ισχύει ότι  $X_L = 2\pi fL$  λύνουμε ως προς  $L$  και βρίσκουμε ότι  $L = 23.9 \text{ mH}$  για την συχνότητα που μας έχει δοθεί.

Αλλάζοντας μόνο την συχνότητα από  $1\text{kHz}$  σε  $10\text{kHz}$  και λύνοντας ξανά το παράδειγμα.2 με τον ίδιο τρόπο έχουμε αποτέλεσμα της ζητούμενης επαγωγής πάλι την τιμή  $L=23.9 \text{ mH}$ . Άρα η ισορροπία της γέφυρας είναι ανεξάρτητη από την συχνότητα που έχουμε.

### 3.3 Γέφυρα Maxwell

Η γέφυρα Maxwell της οποίας το σχηματικό διάγραμμα φαίνεται στο σχήμα 3-3-1 μετρά μια άγνωστη αυτεπαγωγή με την βοήθεια μιας γνωστής χωρητικότητας ενός πυκνωτή. Ένας από τους κλάδους της γέφυρας έχει μία ωμική αντίσταση και ένα χωρητικό στοιχείο (πυκνωτή) σε παράλληλη σύνδεση και μπορεί τώρα να αποδειχθεί κάπως ευκολότερο να γραφτούν οι εξισώσεις ισορροπίας χρησιμοποιώντας την είσοδο του βραχίονα 1 αντί της σύνθετης αντίστασής του.



σχήμα 3-3-1

Ρυθμίζοντας εκ νέου τη γενική εξίσωση για την ισορροπία γεφυρών, όπως εκφράζεται στην εξίσωση (2-19), λαμβάνουμε

$$\mathbf{Z}_X = \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3 \mathbf{Y}_1 \quad (2-25)$$

Όπου  $\mathbf{Y}_1$  είναι η είσοδος του κλάδου 1 και όπως φαίνεται από το σχήμα 3-3-1 έχουμε

$$\mathbf{Z}_2 = R_2 \quad \mathbf{Z}_3 = R_3 \quad \text{και} \quad \mathbf{Y}_1 = \frac{1}{R_1} + j\omega C_1$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω τιμές στην εξίσωση (2-25) έχουμε

$$\mathbf{Z}_X = R_X + j\omega L_X = R_2 R_3 \left( \frac{1}{R_1} + j\omega C_1 \right) \quad (2-26)$$

Διαχωρίζοντας το πραγματικό μέρος από το φανταστικό στην παραπάνω εξίσωση παίρνουμε τις δύο ακόλουθες σχέσεις

$$R_X = \frac{R_2 R_3}{R_1} \quad (2-27)$$

Και

$$L_X = R_2 R_3 C_1 \quad (2-28)$$

Όπου η ωμική αντίσταση μετριέται σε ohms, η επαγωγή σε henrys και η χωρητικότητα σε farads.

Ο συντελεστής ποιότητας Q είναι ένα μέτρο της δυνατότητας ενός επαγωγικού ή χωρητικού στοιχείου να ενεργήσει ως καθαρό στοιχείο αποθήκευσης. Ορίζεται ως

$$Q = \frac{2\pi * \text{Μέγιστη Αποθηκευμένη Ενέργεια Στον Κύκλο}}{\text{Ενέργεια Που Απελευθερώνεται Ανά Κύκλο}}$$

Επιπλέον ο συντελεστής απωλειών D ορίζεται ως

$$D = \frac{1}{Q}$$

Η γέφυρα Maxwell περιορίζεται στη μέτρηση μέσου συντελεστή ποιότητας Q από  $1 < Q < 10$ . Αυτό μπορεί να παρουσιαστεί με την εξέταση του δεύτερου όρου ισορροπίας που δηλώνει ότι το ποσό των γωνιών φάσης ενός ζευγαριού των αντίθετων κλάδων της γέφυρας πρέπει να είναι ίσο με το ποσό των γωνιών φάσης του άλλου ζευγαριού των κλάδων. Αυτό έχει περιγραφεί μαθηματικά σε προηγούμενη παράγραφο σαν  $\angle\theta_1 + \angle\theta_4 = \angle\theta_2 + \angle\theta_3$ . Οπότε δεδομένου ότι οι γωνίες φάσης των ωμικών στοιχείων στο κλάδο 2 και το κλάδο 3 έχουν άθροισμα μηδέν μοίρες ( $0^\circ$ ) και το άθροισμα των γωνιών φάσης στον κλάδο 1 και στον κλάδο 4 πρέπει να είναι αθροιστικά ίσο με μηδέν μοίρες ( $0^\circ$ ). Η γωνία φάσης ενός πηνίου με μεγάλο συντελεστή ποιότητας θα είναι πολύ κοντά στις  $90^\circ$  θετικά, το οποίο έχει σαν συνέπεια ότι η γωνία φάσης ενός χωρητικού στοιχείου θα είναι και αυτή πολύ κοντά στις

90° αλλά αρνητικά. Αυτό σημαίνει ότι η αντίσταση  $R_1$  πρέπει να είναι πολύ μεγάλη, το οποίο δεν είναι καθόλου πρακτικό. Για αυτό τον λόγο τα πηνία με μεγάλο συντελεστή ποιότητας είναι καλύτερο να τα υπολογίζουμε με την γέφυρα Hay η οποία αναλύεται λεπτομερώς στο επόμενο κεφάλαιο.

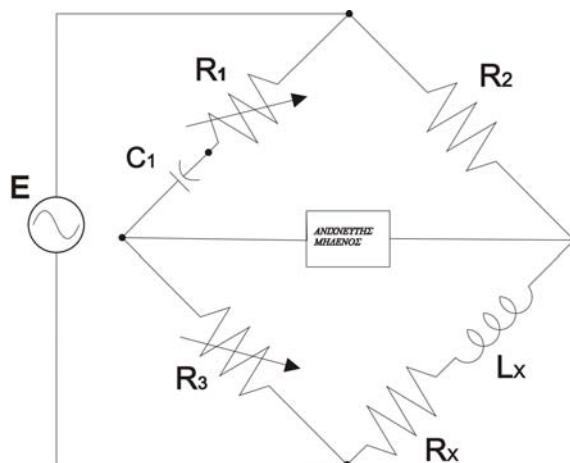
**Η γέφυρα Maxwell είναι επίσης αναποτελεσματική στις μετρήσεις πηνίων με πολύ μικρό συντελεστή ποιότητας ( $Q < 1$ ) λόγω των προβλημάτων σύγκλισης ισορροπίας της γέφυρας.** Ο πολύ χαμηλός συντελεστής ποιότητας εμφανίζεται στις επαγωγικές αντιστάσεις. Για παράδειγμα σε ένα πηνίο RF (ραδιοσυχνοτήτων) το οποίο μετριέται σε χαμηλή συχνότητα.

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε από τις εξισώσεις που μας δίνουν το  $R_x$  (2-27) και το  $L_x$  (2-28), η ρύθμιση για την επαγωγική ισορροπία μέσω της  $R_3$  ανατρέπει την ωμική ισορροπία μέσω της  $R_1$ . Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως ισορροπία ολίσθησης. Η ισορροπία ολίσθησης περιγράφει την αλληλεπίδραση των στοιχείων ρύθμισης. Έτσι όταν φέρνουμε την γέφυρα σε ισορροπία μέσω της  $R_1$  και μετά μέσω της  $R_3$  εάν επιστρέψουμε πάλι στην  $R_1$  θα βρούμε ένα καινούριο σημείο ισορροπίας. Το τελικό σημείο ισορροπίας πρέπει να το βρούμε μετά από αρκετές τέτοιες ρυθμίσεις. Η αλληλεπίδραση δεν εμφανίζεται όταν χρησιμοποιούνται η αντίσταση  $R_1$  και ο πυκνωτής  $C_1$  για τις ρυθμίσεις ισορροπίας, έτσι ένας μεταβλητός πυκνωτής είναι όχι πάντα κατάλληλος.

Η συνήθης διαδικασία για να βρούμε το σημείο ισορροπίας σε μια γέφυρα Maxwell είναι να ρυθμίσουμε πρώτα την αντίσταση  $R_3$  η οποία καθορίζει την επαγωγική ισορροπία και μετά να ρυθμίζουμε την αντίσταση  $R_1$  που καθορίζει την ωμική ισορροπία. Επιστρέφοντας στη ρύθμιση της  $R_3$ , βλέπουμε ότι η ωμική ισορροπία έχει διαταραχθεί και έχει μετατοπιστεί σε μια καινούρια τιμή. Έτσι αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται ώστε να συγκλίνουμε στην τελική κατάσταση ισορροπίας. Για τα πηνία μέσου συντελεστή ποιότητας  $Q$  τα οποία μετράμε με την γέφυρα Maxwell το τελικό σημείο ισορροπίας βρίσκεται μετά από λίγες ρυθμίσεις.

### 3.4 Γέφυρα Hay

Η γέφυρα Hay σαν σχηματική μορφή έχει το διάγραμμα που φαίνεται στο σχήμα 3-4-1. Η εμφανή διαφορά της από την γέφυρα Maxwell είναι ότι έχει την αντίσταση  $R_1$  σε σειρά με τον πυκνωτή  $C_1$ , αντί παράλληλα όπως ήταν στην προηγούμενη γέφυρα. Είναι αμέσως προφανές ότι για τις μεγάλες γωνίες φάσης, η  $R_1$  πρέπει να έχει την πολύ χαμηλή τιμή. **Η γέφυρα Hay είναι περισσότερο ασφαλής και ακριβής για μετρήσεις πηνίων με μεγάλο συντελεστή ποιότητας  $Q$ .**



σχήμα 3-4-1

Οι εξισώσεις ισορροπίας παράγονται πάλι με την αντικατάσταση των τιμών των σύνθετων αντιστάσεων των κλάδων της γέφυρας στη γενική εξίσωση για της ισορροπίας των γεφυρών. Έτσι για το κύκλωμα του σχήματος 3-4-1 βρίσκουμε ότι

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 - \frac{j}{\omega C_1} \quad \mathbf{Z}_2 = R_2 \quad \mathbf{Z}_3 = R_3 \quad \mathbf{Z}_X = R_X + j\omega L_X$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω συνθήκες στην γενική εξίσωση ισορροπίας των γεφυρών δηλαδή στην  $\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_4 = \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3$  έχουμε

$$\left( R_1 - \frac{j}{\omega C_1} \right) (R_X + j\omega L_X) = R_2 R_3 \quad (2-29)$$

Και μέσω επιμεριστικής ιδιότητας επεκτείνεται ως

$$R_1 R_X + \frac{L_X}{C_1} - \frac{jR_X}{\omega C_1} + j\omega L_X R_1 = R_2 R_3$$

Διαχωρίζοντας το πραγματικό μέρος από το φανταστικό καταλήγουμε ότι

$$R_1 R_X + \frac{L_X}{C_1} = R_2 R_3 \quad (2-30)$$

Και

$$\frac{R_X}{\omega C_1} = \omega L_X R_1 \quad (2-31)$$

Όπως εύκολα φαίνεται οι εξισώσεις (2-30) και (2-31) περιέχουν και οι δύο τα άγνωστα μας στοιχεία  $R_X$  και  $L_X$ . Έτσι έχουμε καταφέρει να δημιουργήσουμε ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. Μετά την επίλυση του συστήματος με τον απλό τρόπο της αντικατάστασης καταλήγουμε στα εξής αποτελέσματα

$$R_X = \frac{\omega^2 C_1^2 R_1 R_2 R_3}{1 + \omega^2 C_1^2 R_1^2} \quad (2-32)$$

Και

$$L_X = \frac{R_2 R_3 C_1}{1 + \omega^2 C_1^2 R_1^2} \quad (2-33)$$

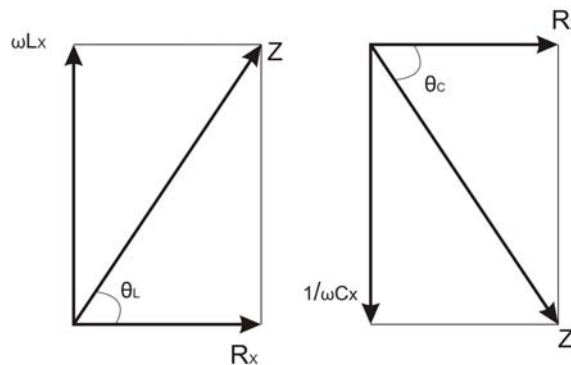
Οι παραπάνω εκφράσεις για τις άγνωστες τιμές της αυτεπαγωγής και της αντίστασης περιέχουν και οι δύο τον όρο της γωνιακής ταχύτητας  $\omega$ . **Επομένως είναι αναγκαίο η συχνότητα της πηγής τάσης να έχει δοθεί για την εύρεση των άγνωστων τιμών.** Αυτό όμως δεν μπορεί να δοθεί όταν έχουμε υπό μέτρηση ένα πηνίο με μεγάλο συντελεστή ποιότητας Q. Για αυτό τον λόγο πρέπει να απαλείψουμε τον όρο της γωνιακής ταχύτητας  $\omega$  από τις εξισώσεις (2-32) και (2-33). Ο μόνος τρόπος είναι να θυμηθούμε ότι πάντα πρέπει

το άθροισμα των γωνιών των φάσεων των σύνθετων αντιστάσεων στους αντίθετους κλάδους της γέφυρας πρέπει να είναι ίσο. Άρα για την γέφυρα που μελετάμε δηλαδή την γέφυρα Hay, η γωνία φάσης του κλάδου της επαγωγής πρέπει να είναι ίση με την γωνία φάσης του κλάδου της χωρητικότητας. Τους κλάδους με τα καθαρά ωμικά στοιχεία δεν τα λαμβάνουμε υπόψη μας καθώς η γωνία φάσης τους είναι μηδέν. Βλέποντας το σχήμα 3-4-2 μπορούμε να υπολογίσουμε την εφαπτόμενη κατά την γωνία της επαγωγικής φάσης. Αυτή είναι

$$\tan \theta_L = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L_X}{R_X} = Q \quad (2-34)$$

και η εφαπτόμενη της χωρητικής γωνίας φάσης είναι

$$\tan \theta_C = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega C_1 R_1} \quad (2-35)$$



σχήμα 3-4-2

Αφού οι δύο γωνίες των φάσεων είναι ίσες και οι εφαπτόμενες τους είναι ίσες. Άρα μπορούμε να γράψουμε την εξής ισότητα

$$\tan \theta_L = \tan \theta_C \Leftrightarrow Q = \frac{1}{\omega C_1 R_1} \Leftrightarrow \omega^2 C_1^2 R_1^2 = \frac{1}{Q^2} \quad (2-36)$$

Έτσι γυρνώντας στην εξίσωση (2-33) δηλαδή  $L_X = \frac{R_2 R_3 C_1}{1 + \omega^2 C_1^2 R_1^2}$  μπορούμε να αντικαταστήσουμε τον παρανομαστή του κλάσματος και να απαλείψουμε την γωνιακή ταχύτητα παίρνοντας της εξίσωση

$$L_X = \frac{R_2 R_3 C_1}{1 + (1/Q)^2} \quad (2-37)$$

Για τιμές του Q μεγαλύτερες του 10, ο όρος  $(1/Q)^2$  θα είναι μικρότερος του 1/100 και μπορεί να παραλειφθεί. Έτσι καταλήγουμε στην εξίσωση (2-28) δηλαδή  $L_X = R_2 R_3 C_1$  η οποία έχουμε δείξει ότι ισχύει για της γέφυρες τύπου Maxwell.

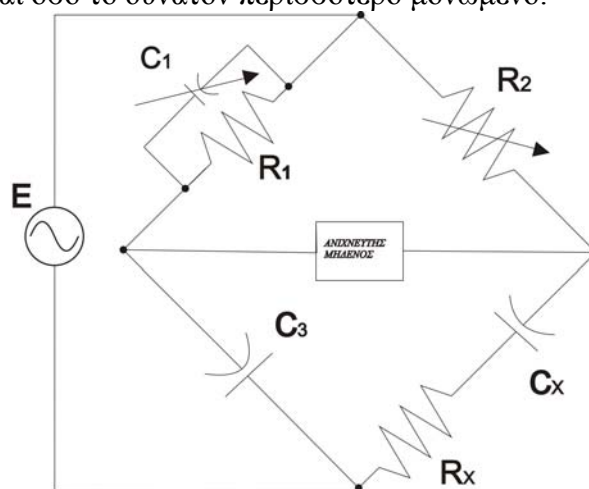
Σαν συμπέρασμα μπορούμε να τονίσουμε ότι η γέφυρα Hey είναι κατάλληλη για μετρήσεις όταν έχουμε επαγωγικά τμήματα με μεγάλο συντελεστή ποιότητας και πιο συγκεκριμένα όταν χρησιμοποιούμε πηνία με  $Q$  μεγαλύτερο του 10.

Σε περιπτώσεις που έχουμε συντελεστή ποιότητας μικρότερο του 10 ο όρος  $(1/Q)^2$  δεν μπορεί να παραλειφθεί. Τότε η γέφυρα Maxwell είναι καταλληλότερη για τις μετρήσεις μας.

### 3.5 Γέφυρα Schering

Η γέφυρα Schering είναι από τις πιο σημαντικές a.c γέφυρες και χρησιμοποιείται εκτεταμένα για **την μέτρηση πυκνωτών**. Αν και η γέφυρα Schering χρησιμοποιείται γενικά για μετρήσεις χωρητικότητας, είναι και ιδιαίτερα χρήσιμη στη μέτρηση μονωτικών ιδιοτήτων για παράδειγμα όταν έχουμε γωνίες φάσης πολύ κοντά στις  $90^\circ$ .

Η βασική σχηματική μορφή της φαίνεται στο σχήμα 3-5-1. Παρατηρούμε ότι ο κλάδος 1 αποτελείται από μια ωμική αντίσταση και ένα πυκνωτή που είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους σε παράλληλη σύνδεση. Ο σταθερός κλάδος 3 περιέχει μόνο ένα πυκνωτή. Ο πυκνωτής αυτός είναι συνήθως ένας πυκνωτής μίκας υψηλής ποιότητας και είναι κατάλληλος για μετρήσεις γενικής χρήσης. Μπορεί επίσης να είναι και πυκνωτής που σαν διηλεκτρικό του έχει αέρα. Ο πυκνωτής μίκας υψηλής ποιότητας έχει πολύ μικρές ωμικές απώλειες και για τον λόγο αυτό η γωνία φάσης του είναι πολύ κοντά στις  $90^\circ$ . Ο πυκνωτής που σαν διηλεκτρικό του έχει αέρα έχει πολύ σταθερή τιμή και αναπτύσσει πολύ μικρό ηλεκτρικό πεδίο και για τον λόγο αυτό μπορούμε να κρατήσουμε το στοιχείο υπό μέτρηση μακριά από ισχυρά πεδία. Έτσι είναι όσο το δυνατόν περισσότερο μονωμένο.



σχήμα 3-5-1

Όπως είναι πλέον γνωστό η συνθήκη ισορροπίας απαιτεί το άθροισμα των γωνιών των φάσεων των κλάδων 1 και 4 να ισούται με το άθροισμα των γωνιών των φάσεων των κλάδων 2 και 3. Αφού ο σταθερό πυκνωτής είναι στον κλάδο 3 και στον κλάδο 2 έχουμε ένα καθαρό ωμικό φορτίο, το άθροισμα των γωνιών των φάσεων στους κλάδους αυτούς είναι

$$\angle\theta_1 + \angle\theta_2 = 0^\circ + 90^\circ = 90^\circ.$$

Κατά συνέπεια για να κρατήσουμε την γέφυρα σε ισορροπία πρέπει και άθροισμα των γωνιών των φάσεων των κλάδων 1 και 4 να είναι  $90^\circ$ . Ο κλάδος που περιέχει τα υπό μέτρηση στοιχεία, συνδυασμός ωμικής και χωρητικής συμπεριφοράς, θα έχει γωνία φάσης μικρότερη των  $90^\circ$ . Άρα είναι απαραίτητο να δώσουμε στον κλάδο 1 μία χωρητική γωνία φάσης συνδέοντας έναν πυκνωτή  $C_1$  παράλληλα με την αντίσταση  $R_1$ .

Αφού ο πυκνωτής  $C_1$  είναι μεταβλητός, είναι πολύ εύκολο να κρατήσουμε μια πολύ μικρή χωρητική γωνία φάσης.

Η εξίσωση ισορροπίας της γέφυρας Schering βρίσκεται με τον γνωστό πλέον τρόπο, δηλαδή με την αντικατάσταση των σύνθετων αντιστάσεων κάθε κλάδου στην γενική εξίσωση ισορροπίας των γεφυρών. Έτσι έχουμε ότι

$$\mathbf{Z}_X = \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3 \mathbf{Y}_1$$

ή με αντικατάσταση ότι

$$R_X - \frac{j}{\omega C_X} = R_2 \left( \frac{-j}{\omega C_3} \right) \left( \frac{1}{R_1} + j\omega C_1 \right) \quad (2-38)$$

αναλύοντας έχουμε

$$R_X - \frac{j}{\omega C_X} = \frac{R_2 C_1}{C_3} - \frac{j R_2}{\omega C_3 R_1} \quad (2-39)$$

διαχωρίζοντας στην παραπάνω εξίσωση το πραγματικό μέρος από το φανταστικό σχηματίζονται οι ακόλουθες δύο εξισώσεις

$$R_X = R_2 \frac{C_1}{C_3} \quad (2-40)$$

και

$$C_X = C_3 \frac{R_1}{R_2} \quad (2-41)$$

Όπως μπορούμε να δούμε από το διάγραμμα του σχήματος 3-5-1 οι δύο μεταβλητές οι οποίες έχουν επιλεγεί για την ρύθμιση της ισορροπίας είναι ο πυκνωτής  $C_1$  και η αντίσταση  $R_2$ . Με την πρώτη ματιά δεν φαίνεται να υπάρχει κάτι ασυνήθιστο στη συνθήκη ισορροπίας ή στην επιλογή που πρέπει να κάνουμε για τον μεταβλητό πυκνωτή  $C_1$  και την μεταβλητή αντίσταση  $R_1$ . Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναλογιστούμε πως ορίζεται η ποιότητα ενός πυκνωτή.

Ο συντελεστής ισχύος PF (power factor) σε ένα κύκλωμα ωμικής αντίστασης και πυκνωτή (RC) σε σειρά ορίζεται σαν το συνημίτονο της γωνίας φάσης του κυκλώματος. Για τον λόγο αυτό στο κύκλωμα μας ο συντελεστής ισχύος ισούται με  $PF = \frac{R_X}{\mathbf{Z}_X}$ . Για γωνίες

φάσεως πολύ κοντά στις  $90^\circ$ , η επαγωγική ή χωρητική αντίσταση είναι σχεδόν ίση με την σύνθετη αντίσταση, έτσι μπορούμε να προσδιορίσουμε την σύνθετη αντίσταση σαν

$$PF \cong \frac{R_X}{X_X} = \omega C_X R_X \quad (2-42)$$

Ο συντελεστής απωλειών D σε ένα κύκλωμα RC σε σειρά ορίζεται σαν την συνεφαπτομένη της γωνίας φάσης. Για τον λόγο αυτό ο συντελεστής απωλειών στο κύκλωμά μας είναι

$$D = \frac{R_X}{X_X} = \omega C_X R_X \quad (2-43)$$



Ο συντελεστής απωλειών μας καθορίζει και την ποιότητα του πυκνωτή. Δηλαδή πόσο κοντά είναι η γωνία φάσης του πυκνωτή στην ιδανική τιμή της γωνίας φάσης των  $90^\circ$ . Με αντικατάσταση των εξισώσεων (2-40) και (2-41) στην εξίσωση του συντελεστή απωλειών (2-43) καταλήγουμε στην εξής σχέση

$$D = \omega C_x R_x \Leftrightarrow$$

$$D = \omega * \left( C_3 \frac{R_1}{R_2} \right) * \left( R_2 \frac{C_1}{C_3} \right) \Leftrightarrow$$

και αφού απλοποιήσουμε τους όρους  $C_3$  και  $R_2$  έχουμε την τελική μας εξίσωση

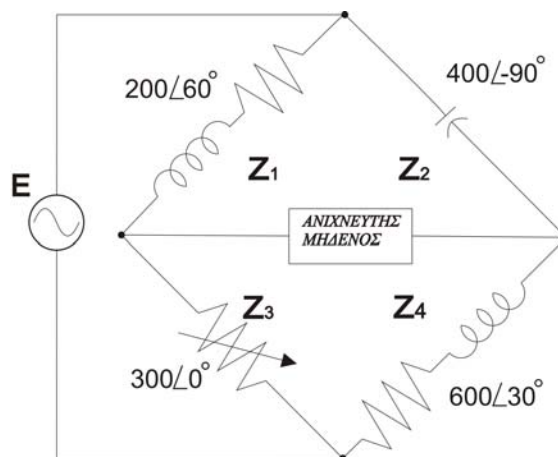
$$D = \omega R_1 C_1 \quad (2-44)$$

Όπως μπορούμε να δούμε από το σχηματικό διάγραμμα της γέφυρας Schering ακόμα και αν η μεταβλητή αντίσταση  $R_1$  έχει σταθερή τιμή, μπορούμε μέσω της σωστής ρύθμισης του πυκνωτή  $C_1$  ο οποίος είναι μεταβλητός να ρυθμίσουμε άμεσα τον συντελεστή απωλειών  $D$ . Αυτή η μέθοδος είναι η πλέον κατάλληλη για την γέφυρα Schering.

Τέλος πρέπει να επισημάνουμε ότι ο όρος  $\omega$  παρουσιάζεται στην τελική μορφή της εξίσωσης (2-44) του συντελεστή απωλειών  $D$ . Αυτό έχει σαν συνέπεια ότι η ρύθμιση του πυκνωτή  $C_1$  είναι σωστή για μία συγκεκριμένη συχνότητα ανά μέτρηση. **Έτσι εάν θέλουμε να μετρήσουμε με την γέφυρα σε μια καινούρια συχνότητα πρέπει να κάνουμε πάλι τις κατάλληλες ρυθμίσεις στον πυκνωτή  $C_1$**

### 3.6 Καταστάσεις μη Ισορροπίας γεφυρών AC

Σε μερικές περιπτώσεις συμβαίνει να μην είναι δυνατό να φέρουμε σε κατάσταση ισορροπίας μια a.c γέφυρα μέτρησης. Αυτό πηγάζει από το γεγονός ότι στις περιπτώσεις αυτές δεν μπορεί να ικανοποιηθεί καμιά από τις συνθήκες ισορροπίας που έχουμε αναλύσει στην παράγραφο 3.1. Για να γίνει κατανοητό μπορούμε να εξετάσουμε την γέφυρα του σχήματος 3-6-1.



σχήμα 3-6-1.

Από το σχηματικό διάγραμμα είναι φανερό ότι τα  $Z_1$  και  $Z_4$  είναι επαγωγικά στοιχεία με θετική γωνία φάσης. Το  $Z_2$  είναι ένα καθαρά επαγωγικό φορτίο με γωνία  $-90^\circ$  και το  $Z_3$  είναι ένα μεταβαλλόμενο ωμικό φορτίο άρα έχει μηδενική γωνία φάσης. Για να βρούμε την κατάλληλη τιμή της αντίστασης  $R_3$  έτσι ώστε να κρατήσουμε την γέφυρα σε ισορροπία εφαρμόζουμε την πρώτη συνθήκη ισορροπίας δηλαδή ότι  $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$ . Έτσι βρίσκουμε ότι

$$R_3 = \frac{Z_1 Z_4}{Z_2} = \frac{200 * 600}{400} = 300 \Omega$$

Άρα δίνοντας την τιμή των  $300 \Omega$  στην αντίσταση  $R_3$  ικανοποιούμε την πρώτη συνθήκη ισορροπίας.

Κάνοντας χρήση την δεύτερη συνθήκη ισορροπίας των γεφυρών δηλαδή την συνθήκη με τις γωνίες φάσης  $\angle\theta_1 + \angle\theta_4 = \angle\theta_2 + \angle\theta_3$  έχουμε τα εξής αποτελέσματα

$$\angle\theta_1 + \angle\theta_4 = +60^\circ + 30^\circ = +90^\circ$$

$$\angle\theta_2 + \angle\theta_3 = -90^\circ + 0^\circ = -90^\circ$$

Είναι προφανές ότι  $\angle\theta_1 + \angle\theta_4 \neq \angle\theta_2 + \angle\theta_3$  άρα δεν ικανοποιείται η δεύτερη συνθήκη ισορροπίας και τελικά όλο το κύκλωμα της γέφυρας δεν μπορεί να τεθεί σε ισορροπία.

Ενδιαφέρον είναι το ακόλουθο παράδειγμα στο οποίο μια γέφυρα που αρχικά είναι σε κατάσταση μη ισορροπίας μπορεί με μικρές αλλαγές σε έναν ή περισσότερους κλάδους της να βρεθεί σε κατάσταση ισορροπίας.

### Παράδειγμα

Χρησιμοποιώντας το κύκλωμα του σχήματος 3-6-2(α) να ερευνηθεί εάν η γέφυρα είναι σε κατάσταση ισορροπίας. Σε περίπτωση που δεν είναι να προταθούν δύο τρόποι ώστε να μπορεί να μπει σε κατάσταση ισορροπίας η γέφυρα και να καθοριστούν με αριθμητικά αποτελέσματα τα επιπλέον στοιχεία που θα χρησιμοποιηθούν. Τα στοιχεία του κλάδου 4 είναι άγνωστα προς εμάς και δεν μπορούν να αλλαχθούν.

### Επίλυση

Παρατηρώντας αρχικά το κύκλωμα μπορούμε εύκολα να δούμε ότι εάν αυξήσουμε λίγο την τιμή της αντίστασης  $R_3$  θα ικανοποιηθεί η πρώτη συνθήκη ισορροπίας. Για την δεύτερη συνθήκη ισορροπίας απαιτείται ότι  $\angle\theta_1 + \angle\theta_4 = \angle\theta_2 + \angle\theta_3$  όπου

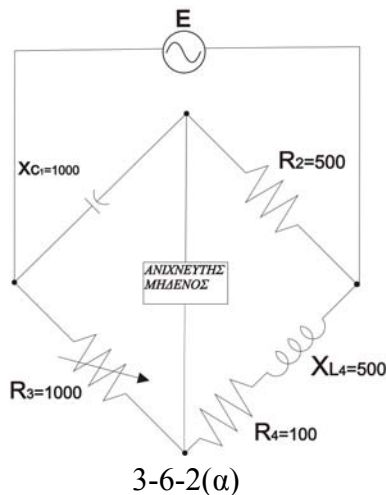
$$\theta_1 = -90^\circ \text{ (καθαρά χωρητικό στοιχείο)}$$

$$\theta_2 = \theta_3 = 0^\circ \text{ (καθαρά ωμικό στοιχείο)}$$

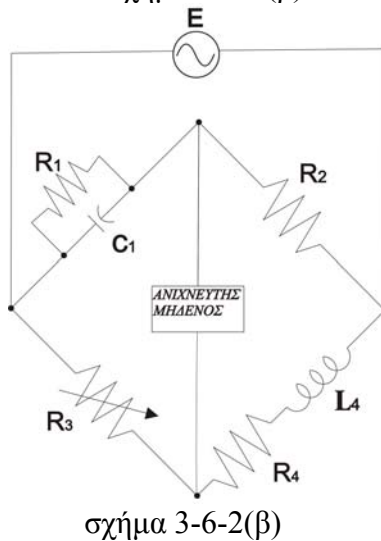
$$\theta_4 < +90^\circ \text{ (επαγωγικό στοιχείο)}$$

Είναι φανερό ότι με την συνδεσμολογία του σχήματος 3-7-2(α) δεν είναι δυνατόν να επιτευχθεί ισορροπία στο κύκλωμα. Αυτό γιατί το άθροισμα των γωνιών των φάσεων  $\theta_1 + \theta_4$  θα είναι αρνητικό μικρής τιμής, ενώ το άθροισμα των γωνιών των φάσεων

$\theta_2 + \theta_3$  είναι ακριβώς  $0^\circ$ .



Η γέφυρα μπορεί να ισορροπήσει εάν τροποποιήσουμε το κύκλωμα κατά τέτοιο τρόπο που να ικανοποιεί τη συνθήκη των φάσεων των γωνιών και οι τρόποι που μπορούμε να το καταφέρουμε είναι δύο. Ο πρώτος είναι να τροποποιήσουμε τον κλάδο της σύνθετης αντίστασης  $Z_1$  ώστε η γωνία φάσης της να μειωθεί και να γίνει κάτι λιγότερο από  $-90^\circ$  αρνητικό ίσο με την γωνία φάσης  $\theta_4$ . Αυτό είναι εφικτό εάν τοποθετήσουμε μια ωμική αντίσταση  $R_1$  παράλληλα με τον πυκνωτή  $C_1$ . Αυτή η μετατροπή καταλήγει τελικά σε μια γέφυρα Maxwell όπως φαίνεται στο σχήμα 3-6-2(β).



Η τιμή της ωμικής αντίστασης  $R_1$  μπορεί να βρεθεί εάν χρησιμοποιήσουμε την μεθοδολογία που έχουμε αναπτύξει στο κεφάλαιο 3.3 το οποίο αναφέρεται στην γέφυρα Maxwell. Έτσι μέσω της εισόδου του κλάδου 1 μπορούμε να γράψουμε.

$$Y_1 = \frac{Z_4}{Z_2 Z_3}$$

όπου

$$Y_1 = \frac{1}{R_1} + \frac{j}{1000}$$

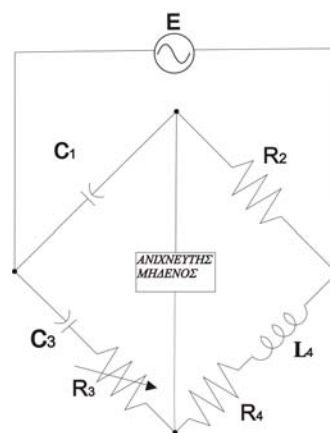
αντικαθιστώντας τις γνωστές τιμές και λύνοντας ως προς  $R_1$  καταλήγουμε

$$\frac{1}{R_1} + \frac{j}{1000} = \frac{100 + j500}{500 * 1000} \Leftrightarrow$$

$$R_1 = 5000 \Omega$$

Πρέπει να τονιστεί ότι η πρόσθετη ωμικά αντίσταση  $R_1$  διαταράζει τον πρώτο κανόνα ισορροπίας της γέφυρας αλλάζοντας την τιμή του  $Z_3$ , έτσι πρέπει η αντίσταση  $R_3$  να είναι μεταβλητή και με κατάλληλη τιμή της να αντισταθμίσουμε το φαινόμενο αυτό.

Ο δεύτερος τρόπος να τροποποιήσουμε την γωνία φάσης της γέφυρας είναι να τοποθετήσουμε σε σειρά ένα πυκνωτή στον κλάδο 2 ή στον κλάδο 3. Αυτό φαίνεται στο σχήμα 3-6-2(γ).



σχήμα 3-6-2(γ)

Εφαρμόζουμε την γενική εξίσωση ισορροπίας χρησιμοποιώντας τις σύνθετες αντιστάσεις ως εξής

$$Z_3 = \frac{Z_1 Z_4}{Z_2}$$

αντικαθιστώντας τις γνωστές τιμές των στοιχείων και λύνοντας ως προς  $X_C$  καταλήγουμε

$$1000 - jX_C = \frac{-j1000 * (100 + j500)}{500} \Leftrightarrow$$

$$1000 - jX_C = 1000 - j200$$

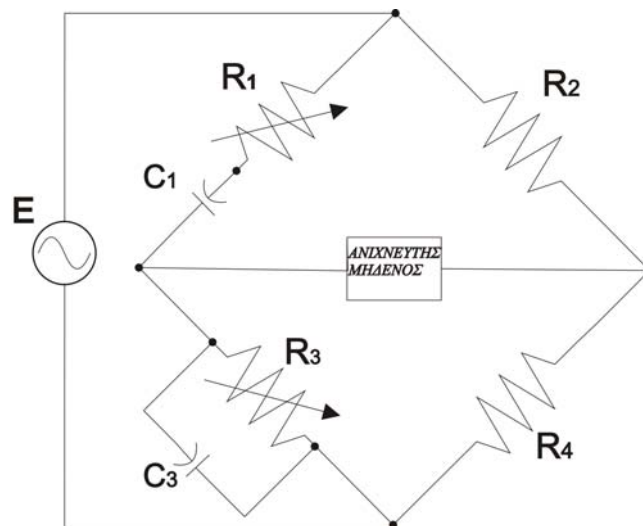
$$\text{άρα } X_C = 200 \Omega$$

Επίσης και με τον δεύτερο τρόπο αλλάζει η τιμή του  $Z_3$  και μεταβάλλεται η πρώτη συνθήκη ισορροπίας. Αυτό λύνεται με μικρή ρύθμιση στη ωμική αντίσταση  $R_3$ .

### 3.7 Γέφυρα Wien

Η γέφυρα Wien παρουσιάζεται σε αυτό το σημείο όχι μόνο για την χρήση της σαν μια a.c γέφυρα η οποία **μετρά την συχνότητα**, αλλά και διότι την χρησιμοποιούμε σε πολλές ηλεκτρονικές διατάξεις. Για παράδειγμα χρήση της γέφυρας Wien έχουμε σε ένα αναλυτή αρμονικής παραμορφώσεως σήματος, η οποία έχει το ρόλο του φίλτρου αποκοπής ζώνης notch και στην ουσία κάνει τη διάκριση μιας καθορισμένης συχνότητας. Επίσης η γέφυρα Wien χρησιμοποιείται σε audio εφαρμογές και HF (υψηλών συχνοτήτων) παλμογράφους σαν στοιχείο καθορισμού της συχνότητας. Στο κεφάλαιο αυτό όμως θα αναλυθεί η γέφυρα Wien στην βασική της μορφή δηλαδή στην μέτρηση συχνοτήτων.

Η γέφυρα Wien έχει σε σειρά ένα RC κύκλωμα στον ένα κλάδο και σε ένα από τους δύο γειτονικούς του ένα κύκλωμα RC σε παράλληλη διάταξη. Αυτό φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 3-7-1.



σχήμα 3-7-1

Η σύνθετη αντίσταση του κλάδου 1 είναι  $Z_1 = R_1 - j / \omega C_1$ . Η είσοδος στον κλάδο 3 είναι  $Y_3 = 1 / R_3 + j\omega C_3$ . Κάνοντας της βασικής εξίσωσης ισορροπίας τω γεφυρών μπορούμε να γράψουμε

$$R_2 = \left( R_1 - \frac{j}{\omega C_1} \right) * R_4 * \left( \frac{1}{R_3} + j\omega C_3 \right) \quad (2-45)$$

κάνοντας τις επιμεριστικές ιδιότητες στην παραπάνω εξίσωση παίρνουμε

$$R_2 = \frac{R_1 R_4}{R_3} + j\omega C_3 R_1 R_4 - \frac{j R_4}{\omega C_1 R_3} + \frac{R_4 C_3}{C_1} \quad (2-46)$$

εξισώνοντας το πραγματικό μέρος της εξίσωσης έχουμε ότι

$$R_2 = \frac{R_1 R_4}{R_3} + \frac{R_4 C_3}{C_1} \quad (2-47)$$

το οποίο απλοποιείται ως

$$\frac{R_2}{R_4} = \frac{R_1}{R_3} + \frac{C_3}{C_2} \quad (2-48)$$

εξισώνοντας το φανταστικό μέρος της εξίσωσης (2-46) έχουμε ότι

$$\omega C_3 R_1 R_4 = \frac{R_4}{\omega C_1 R_3} \quad (2-49)$$

αντικαθιστώντας όπου  $\omega = 2\pi f$  και λύνοντας ως προς  $f$  έχουμε

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{C_1 C_3 R_1 R_3}} \quad (2-50)$$

Τελικά για να φέρουμε την γέφυρα Wien σε ισορροπία έχουμε μια έκφραση αναλογίας των αντιστάσεων  $R_2 / R_4$  και μια έκφραση με την οποία καθορίζουμε την συχνότητα της εφαρμοζόμενης τάσης. Με πιο απλά λόγια εάν ικανοποιήσουμε την συνθήκη της εξίσωσης (2-48) και διεγείρουμε την γέφυρα με την συχνότητα την οποία καθορίζει η εξίσωση (2-50) τότε η γέφυρα είναι σε ισορροπία.

Στις περισσότερες συνδεσμολογίες της γέφυρας Wien τα στοιχεία είναι επιλεγμένα με τέτοιο τρόπο ώστε  $R_1 = R_3$  και  $C_1 = C_3$ . Αυτό κάνει την αναλογία  $R_2 / R_4 = 2$  και τελικά η εξίσωση που μας δίνει την συχνότητα απλοποιείται ως

$$f = \frac{1}{2\pi RC} \quad (2-51)$$

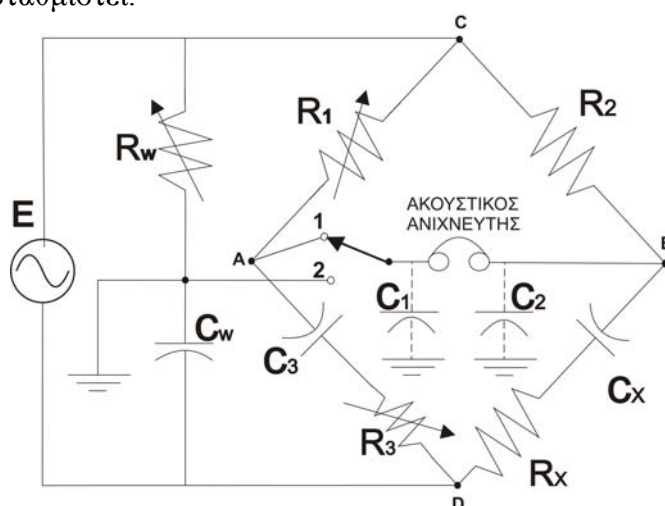
Η οποία είναι η γενική έκφραση εύρεσης της συχνότητας σε μια γέφυρα Wien.

Σε μία εμπορική πρακτική γέφυρα Wien οι πυκνωτές  $C_1$  και  $C_3$  είναι σταθερής τιμής και οι αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_3$  είναι μεταβλητές αντιστάσεις που έχουν κοινό άξονα. Υπό τον όρο ότι  $R_2 = 2R_4$  η γέφυρα μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως συσκευή καθορισμού συχνότητας που ισορροπείται από έναν ενιαίο έλεγχο. Αυτός ο έλεγχος μπορεί να βαθμολογηθεί άμεσα σε διάφορες τιμές της συχνότητας.

**Λόγω της ευαισθησίας συχνότητάς της, η γέφυρα Wien μπορεί να είναι δύσκολο να ισορροπηθεί εκτός αν το κυματομορφή της εφαρμοσμένης τάσης είναι καθαρά ημιτονοειδές.** Δεδομένου ότι η γέφυρα δεν είναι ισορροπημένη για οποιεσδήποτε αρμονικές της εφαρμοσμένης τάσης, αυτές οι αρμονικές θα παραγάγουν μερικές φορές μια τάση παραγωγής που καλύπτει το αληθινό σημείο ισορροπίας.

### 3.8 Γειωμένη Σύνδεση WAGNER

Μέχρι στιγμής έχουμε υποθέσει ότι οι τέσσερις κλάδοι της γέφυρας αποτελούνται από τις απλές σύνθετες αντιστάσεις που μεταξύ τους δεν έχουν καμιά αλληλεπίδραση. Στην πραγματικότητα όμως παρασιτική χωρητικότητα αναπτύσσεται ανάμεσα στα στοιχεία των κλάδων της γέφυρας και την γη καθώς και μεταξύ των κλάδων αυτών. Αυτές οι παρασιτικές τιμές της χωρητικότητας επηρεάζουν τους κλάδους της γέφυρας και προκαλούν σφάλματα μετρήσεων. Ακόμα μεγαλύτερα σφάλματα παρουσιάζονται όταν μετράμε υψηλές συχνότητες, μικρά χωρητικά στοιχεία ή μεγάλα επαγωγικά στοιχεία. Ένας τρόπος για να ελέγξουμε την παρασιτική χωρητικότητα είναι να θωρακίσουμε τους κλάδους της γέφυρας και τη θωράκιση να την οδηγήσουμε στην γείωση. Με τον τρόπο αυτό δεν εξαλείφουμε την παρασιτική χωρητικότητα αλλά τουλάχιστον τους καθιστά σταθερή σε τιμή και μπορούν επομένως να αντισταθμιστεί.



Σχήμα 3-8-1

Μια από τις πλέον χρησιμοποιημένες μεθόδους εξάλειψης των φαινομένων των παρασιτικών χωρητικοτήτων στις γέφυρες είναι η γειωμένη σύνδεση Wagner. Το κύκλωμα αυτό εξαλείφει τα χωρητικά φαινόμενα, που μας δημιουργούν προβλήματα, ανάμεσα στα άκρα της συσκευής ανίχνευσης μηδενός και της γης. Το σχηματικό διάγραμμα (3-8-1) δείχνει το κύκλωμα μίας γέφυρας όπου τα  $C_1$  και  $C_2$  αντιπροσωπεύουν τις παρασιτικές χωρητικότητες. Το σύστημα ταλάντωσης της γέφυρας είναι ένας συνδυασμός μιας ωμικής αντίστασης  $R_w$  και ενός πυκνωτή  $C_w$  σε σειρά μεταξύ τους. Το σημείο ένωσης της αντίστασης  $R_w$  και του πυκνωτή  $C_w$  είναι γειωμένο και ονομάζεται γειωμένη σύνδεση Wagner. Η διαδικασία για την αρχική ρύθμιση της γέφυρας είναι η ακόλουθη:

Η συσκευή ανίχνευσης του μηδενός είναι συνδεδεμένη στο σημείο 1 και ρυθμίζουμε την μεταβλητή αντίσταση  $R_1$  έτσι ώστε να παίρνουμε μηδενικό ή τον ελάχιστο θόρυβο στον ακουστικό ανιχνευτή με μεγάλη ευαισθησία. Μετά γυρίζουμε τον διακόπτη στο σημείο 2 το οποίο συνδέει τον ακουστικό ανιχνευτή με το σημείο γείωσης Wagner. Η αντίσταση  $R_w$  τώρα είναι ρυθμισμένη για ελάχιστο θόρυβο. Όταν επαναφέρουμε τον διακόπτη ξανά στο σημείο 1, είναι πολύ πιθανό να δούμε κάποια κατάσταση μη ισορροπίας. Οι αντιστάσεις  $R_1$

και  $R_3$  ρυθμίζονται για ελάχιστο θόρυβο στον ανιχνευτή και ξαναγυρνάμε τον διακόπτη στο σημείο 2. Μερικές ρυθμίσεις στις  $R_w$ ,  $R_1$  και  $R_3$  είναι αναγκαίο να γίνουν έτσι ώστε να έρθουν και σε μηδενικό θόρυβο και οι δυο καταστάσεις. Όταν τελικά δημιουργήσουμε μηδενικό θόρυβο, τα σημεία 1 και 2 θα έχουν ίδιο δυναμικό και αυτό είναι το δυναμικό γης. Οι παρασιτικές χωρητικότητες  $C_1$  και  $C_2$  πλέον έχουν τεθεί εκτός ισχύς και δεν έχουν κανένα αποτέλεσμα στην ισορροπία της γέφυρας. Υπάρχουν επίσης χωρητικότητες που προέρχονται από τα σημεία C και D ως προς τη γη αλλά η προσθήκη της σύνδεσης Wagner εξαλείφει τα φαινόμενα αυτά. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα ρεύματα των επαγωγών αυτών οδηγούνται στη γη μέσω της σύνδεσης Wagner και εξαλείφονται.

Οι χωρητικότητες που αναπτύσσονται διαμέσου των κλάδων της γέφυρας δεν εξουδετερώνονται από την γειωμένη σύνδεση Wagner και θα έχουν επιπτώσεις στην ακρίβεια των μετρήσεων. Η βασική ιδέα της γειώσης Wagner μπορεί να εφαρμοστεί και σε άλλους τύπους γεφυρών αρκεί να λάβουμε σοβαρά υπόψη ότι οι κλάδοι στήριξης διπλασιάζουν την σύνθετη αντίσταση του ζεύγους της γέφυρας στους οποίους έχουν συνδεθεί. Η διαδικασία για την ρύθμιση της γέφυρας σε ισορροπία είναι ακριβώς η ίδια που έχει περιγραφεί αναλυτικά στην παρούσα παράγραφο.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΜΕ ΑΙΣΘΗΤΗΡΙΑ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ (RTDs) ΚΑΙ ΓΕΦΥΡΕΣ

#### 4.1 Γενικά στοιχεία της ειδικής αντίστασης των μετάλλων

Όλα τα μέταλλα είναι ηλεκτρικοί αγωγοί σε όλες ανεξάρτητα τις τιμές της θερμοκρασίας. Η ηλεκτρική αντίσταση των αγωγών ως γνωστών μετριέται σε Ohms. Η σχέση αναλογίας της διαφοράς δυναμικού και της αντίστασης δίνεται από ένα ακόμα πολύ γνωστό νόμο, αυτόν του Ohm.

$$R = \frac{E}{I} \quad (4-52)$$

Η τιμή της ειδικής αντίστασης των μετάλλων προσδιορίζονται από ένα μεγάλο φάσμα τιμών. Η αντίσταση ενός αγωγού είναι ανάλογη προς το μήκος του και αντιστρόφως ανάλογη προς της διατομής του:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Leftrightarrow \rho = R \frac{A}{L} \quad (4-53)$$

όπου το R είναι αντίσταση του αγωγού,  $\rho$  είναι ειδική αντίσταση του υλικού,  $l$  είναι το μήκος του αγωγού και το A είναι η διατομή του. Οι μονάδες της ειδικής αντίστασης είναι ohms.m.

Η ειδική αντίσταση ενός αγωγού εξαρτάται από την θερμοκρασία. Ο συντελεστής θερμοκρασίας της ειδικής αντίστασης είναι θετικός για τα μέταλλα, δηλαδή η αντίσταση αυξάνεται με τη θερμοκρασία ενώ για τους ημιαγωγούς ο συντελεστής θερμοκρασίας είναι αρνητικός. Γενικά σε συνθήκες εργαστηριακών εφαρμογών, ο συντελεστής της ειδικής αντίστασης των περισσότερων μετάλλων βρίσκεται σε περιοχές από 0,35 %/Kelvin μέχρι 0,7 %/Kelvin.



Ο πίνακας 4-1-1 παρουσιάζει ορισμένες τιμές ειδικής αντίστασης και συντελεστές θερμοκρασίας για ορισμένο αριθμό μετάλλων, στοιχείων και κραμάτων.

Μέταλλο	Ειδική αντίσταση σε 293 K microhms.metre	Συντελεστής θερμοκρασίας της ειδικής αντίστασης ( $K^{-1}$ )
Αλουμίνιο	282.4	0.0039
Ορείχαλκος (κίτρινος)	700	0.002
Constantan	4900	0.00005
Χαλκός	172.4	0.00393
Χρυσός	244	0.0034
Σίδηρος (99,98%)	1000	0.005
Υδράργυρος	9578	0.00087
Nichrome	10000	0.0004
Νικέλιο	780	0.0066
Λευκόχρυσος (99,85%)	11060	0.003927
Ασήμι	159	0.0038
Βολφράμιο	560	0.0045

πίνακας 4-1-1

Τα μέταλλα που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση αντίστασης στα αισθητήρια θερμοκρασίας είναι ο χαλκός, ο λευκόχρυσος και το νικέλιο. Αυτά τα μέταλλα έχουν το πλεονέκτημα ότι μπορούν να κατασκευαστούν σε έναν υψηλό βαθμό καθαρότητας ώστε να έχουμε την αποφυγή προσμίξεων και συνεπώς μπορούν να αναπτύξουν χαρακτηριστικά πολύ μεγάλων ωμικών αντιστάσεων. Ο χαλκός έχει το μειονέκτημα της χαμηλής ειδικής αντίστασης και επίσης το περαιτέρω μειονέκτημα της μικρής αντίστασης του σε φαινόμενα οξειδωσης που συμβάλουν στην διαρκή αλλαγή των ηλεκτρικών χαρακτηριστικών του, σε βάθος χρόνου. Η βασική χρήση του χαλκού για τα θερμόμετρα αντίστασης είναι όταν έχουμε ελεγχόμενο περιβάλλον πραγματοποίησης μετρήσεων και επιπλέον απαιτούνται όσο το δυνατό πιο γραμμικά θερμοκρασιακά χαρακτηριστικά.

Τα αισθητήρια θερμοκρασίας μέσω αντίστασης Resistance Temperature Detectors που κατά κύριο λόγο τα χρησιμοποιούμε με τον όρο RTDs είναι τα πλέον διαδεδομένα μέσα μέτρησης μιας επιθυμητής θερμοκρασίας. Χαρακτηρίζονται από μεγάλη ακρίβεια στις μετρήσεις και επίσης είναι από τα πλέον σταθερά αισθητήρια μέτρησης. Τα RTDs προσφέρουν ένα πιο στενό εύρος μέτρησης από τα θερμοηλεκτρικά ζεύγη (Thermocouples) τα οποία είναι και αυτά διαδεδομένα αισθητήρια θερμοκρασίας. Το εύρος ζώνης μέτρησης των RTDs καλύπτει ένα πεδίο από  $-200^{\circ}\text{C}$  έως  $+800^{\circ}\text{C}$ . Το πραγματικό εύρος μέτρησης των RTDs επηρεάζεται επίσης και από το πώς θα έχουμε κατασκευάσει όλο το σύστημα του αισθητήριου που θα παίρνει μετρήσεις μέσω του RTD.

Τα RTDs χρησιμοποιούνται όταν επιθυμείται υψηλή ακρίβεια και μεγάλος ρυθμός επαναλήψεων στις μετρήσεις. Τέτοια χαρακτηριστικά συνήθως είναι επιθυμητά στην βαριά βιομηχανία, στην βιομηχανία τροφίμων και σε εφαρμογές ψύξης και θέρμανσης. Η ακρίβεια συνήθως εκφράζεται σαν επί τις εκατό ποσοστό της αντίστασης σε μια συγκεκριμένη θερμοκρασία. Για παράδειγμα ένα RTD ακριβείας "κλάσης B" έτσι όπως καθορίζεται από

τους κανόνες του International Electro technical Commission (IEC) στους  $0^{\circ}\text{C}$  δίνει με ακρίβεια  $100\Omega \pm 12\% ^{\circ}\text{C}$ . Μια ακρίβεια "κλάσης A" παρέχει  $\pm 0.15^{\circ}\text{C}$  στους  $0^{\circ}\text{C}$ . Παράλληλα ένας όρος που χρησιμοποιείται ευρέως στα RTDs είναι η ανοχή μέτρησης που μας δηλώνει την μέγιστη ανοχή σφάλματος. Μια τυπική τιμή της ανοχής για ένα RTD κυμαίνεται στους  $\pm 0.1^{\circ}\text{C}$ .

## 4.2 Βασικές Αρχές Λειτουργίας για τα RTDs

Όπως έχουμε αναφέρει ήδη βασική αρχή λειτουργίας η οποία διέπει τα RTDs είναι ότι η αντίσταση στα περισσότερα μέταλλα αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας. Ένα ιδανικό μέταλλο ή κράμα μετάλλων το οποίο θα ήταν ιδανικό για την κατασκευή ενός RTD θα ικανοποιούσε τις ακόλουθες συνθήκες.

- Πολύ μεγάλη ειδική αντίσταση η οποία θα μειώνει στο ελάχιστο το ποσό του καλωδίου που θα απαιτείται για να παραχθεί υψηλή αντίσταση. Η ειδική αντίσταση ορίζεται σαν την αναλογία του μεγέθους της αντίστασης ανά μονάδα μήκους.
- Η αλλαγή της ειδικής αντίστασης σε σχέση με την θερμοκρασία να είναι υπεραρκετή έτσι ώστε να παρέχει την επιθυμητή ανάλυση της μέτρησης.
- Η αλλαγή της ειδικής αντίστασης να είναι γραμμική έτσι ώστε να απλοποιείται η μετατροπή στην αντίστοιχη θερμοκρασία.

## 4.3 Κατηγοριοποίηση RTDs ως προς το υλικό

### A) Αισθητήρια θερμοκρασίας από λευκόχρυσο (PTs)

Ο λευκόχρυσος είναι το τυποποιημένο υλικό που χρησιμοποιείται ευρέως στα αισθητήρια θερμοκρασίας (PTs) όχι επειδή έχει έναν ιδιαίτερα υψηλό συντελεστή της ειδικής αντίστασης, αλλά λόγω της σταθερότητάς του στη χρήση. Στην πραγματικότητα, ένας υψηλός συντελεστής ειδικής αντίστασης δεν είναι τόσο απαραίτητος για ένα PT δεδομένου ότι οι τιμές αντίστασης μπορούν να καθοριστούν με έναν υψηλό βαθμό ακρίβειας χρησιμοποιώντας τον κατάλληλο εξοπλισμό και παίρνοντας τις επαρκείς προφυλάξεις για την αποφυγή σφαλμάτων.

Ο λευκόχρυσος, που έχει τον υψηλότερο πιθανό συντελεστή της ειδικής αντίστασης, θεωρείται καλύτερο υλικό για την κατασκευή των αισθητηρίων θερμοκρασίας. Μια υψηλή τιμή αυτού του συντελεστή είναι μια ένδειξη ότι ο λευκόχρυσος είναι υψηλής καθαρότητας άρα χαμηλής περιεκτικότητας σε ξένες προσμίξεις. Η παρουσία προσμείξεων στα PTs είναι ανεπιθύμητη, δεδομένου ότι η διάχυση, ο διαχωρισμός και η εξάτμιση είναι φαινόμενα που ευνοούνται από αυτή. Το σημαντικότερο είναι ότι μπορούν να εμφανιστούν σε τέτοιο βαθμό που θα προκαλέσουν την έλλειψη στην σταθερότητα στις μετρήσεις του αισθητηρίου. Ο θερμοκρασιακός συντελεστής της ειδικής αντίστασης είναι επίσης ευαίσθητος στις εσωτερικές καταπονήσεις του υλικού.

Ο λευκόχρυσος χρησιμοποιείται στη βιομηχανία για την κατασκευή αισθητηρίων που έχουν μετρητική ικανότητα σε θερμοκρασίες μέχρι  $800^{\circ}\text{C}$ . Δεν οξειδώνει, αλλά πρέπει να προστατευθεί από τη μόλυνση. Η πιο κοινή αιτία της μόλυνσης των αισθητηρίων αντίστασης λευκόχρυσου είναι επαφή με το διοξείδιο του πυρίτιο, ή πυρίμαχες ύλες που έχουν προσμείξεις διοξειδίου του πυρίτιο. Το διοξείδιο του πυρίτιο με τα στοιχεία της

ατμόσφαιρας σαν καταλύτη μετατρέπεται σε απλό πυρίτιο που αλλοιώνει την δομή του λευκόχρυσου και τον κάνει εξαιρετικά εύθραυστο . Τα PTs λευκόχρυσου μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μετρήσουν έως και θερμοκρασίες 20 K ( $-253.15^{\circ}\text{C}$ ).

Για τη μέτρηση των θερμοκρασιών μεταξύ 1 K και 40 K χρησιμοποιούνται συνήθως αισθητήρες εμπλουτισμένοι με γερμάνιο. Για θερμοκρασίες πάνω από 20 K ο λευκόχρυσος έχει πολύ αυξημένο θερμοκρασιακό συντελεστή της ειδικής του αντίστασης και σαν συνέπεια παρουσιάζει πολύ μεγάλη σταθερότητα.

Η αντίσταση των RTDs από λευκόχρυσο κυμαίνεται από μερικά ohms έως πολλά kilohms. Στην πλειοψηφία τους όμως τα RTDs από λευκόχρυσο έχουν καθιερώσει την τιμή αντίστασης των 100Ω στους  $0^{\circ}\text{C}$  . Με εξάρτηση από τον βαθμό καθαρότητας (περιεκτικότητας) του λευκόχρυσου ο συντελεστής θερμοκρασίας ( $\alpha$ ) ενός RTD από λευκόχρυσο κυμαίνεται από  $0.00385\Omega/\Omega/^{\circ}\text{C}$  έως  $0.00392\Omega/\Omega/^{\circ}\text{C}$

## B) Αισθητήρια θερμοκρασίας από νικελίου

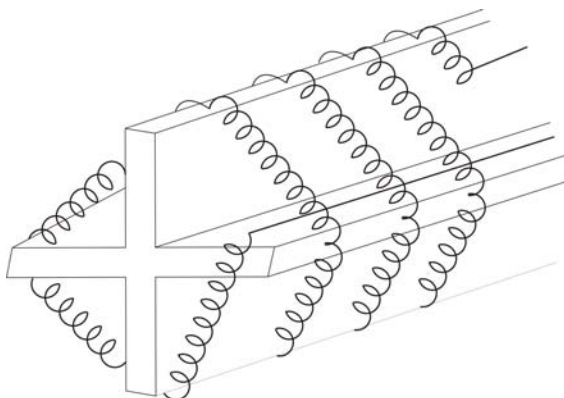
Το νικέλιο διαμορφώνει μια ανέξοδη εναλλακτική για την κατασκευή αισθητηρίων θερμοκρασίας. Το θερμοκρασιακό τους φάσμα κυμαίνεται από  $-200^{\circ}\text{C}$  έως  $+350^{\circ}\text{C}$  . Ο θερμοκρασιακός συντελεστής της ειδικής αντίστασης του νικελίου είναι 50 % υψηλότερος από αυτόν του λευκόχρυσου που είναι ένα μεγάλο πλεονέκτημα σε ορισμένες εφαρμογές. Τα αισθητήρια νικελίου βρίσκουν ευρεία χρήση σε εφαρμογές που ασχολούνται με την μέτρηση θερμοκρασίας υγρών και σε εφαρμογές συστημάτων κλιματισμού.

Το ρεύμα που διαρρέει έναν αισθητήρα θερμοκρασίας πρέπει να κρατηθεί αρκετά χαμηλή τιμή έτσι ώστε να περιορίζεται το φαινόμενο της εσωτερικής θέρμανσης (self-heating) του ίδιου του αισθητηρίου. Εντούτοις σε μερικές εφαρμογές όπως σε μετρητές ροής, σε ανεμόμετρα και σε μετρητές υγρασίας της ατμόσφαιρας, το φαινόμενο της εσωτερικής θέρμανσης χρησιμοποιείται προς όφελος των μετρήσεων.

## 4.4 Γενικά Κατασκευαστικά στοιχεία για τα RTDs

Οι τεχνικές για την κατασκευή ενός RTD ποικίλουν. Οι τεχνικές αυτές καθορίζουν το κόστος, την διάρκεια, την χρησιμότητα και τον τρόπο λειτουργίας του αισθητήρα.

Ο κλασικός τρόπος κατασκευής ενός RTD είναι ένα σύρμα λευκόχρυσου ορισμένου μήκους που τυλίγεται σε ένα γυάλινο ή κεραμικό πυρήνα (μασούρι). Αυτό μπορούμε να το δούμε στο σχήμα 4-4-1. Ένας άλλος τρόπος κατασκευής ενός RTD είναι με την τοποθέτηση μιας αγώγιμης ταινίας σε ένα μη αγώγιμο υπόστρωμα. Η αγώγιμη ταινία και το μη αγώγιμο υπόστρωμα τοποθετούνται σε ειδική θήκη για προστασία.



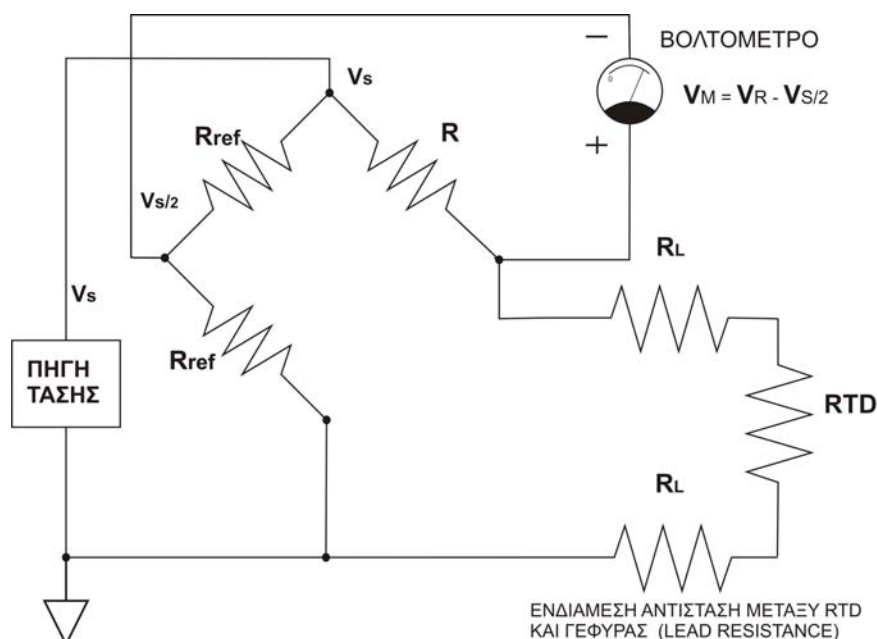
σχήμα 4-4-1

### 4.5 Βασικές Εφαρμογές Των RTDs

Σε αντίθεση με τα θερμοηλεκτρικά στοιχεία (thermocouples) τα RTDs δεν χρειάζονται καμία σύνδεση αναφοράς ως προς τη γη. Έτσι φαίνεται απλό να συνδεθεί μια διάταξη γέφυρας με ένα RTD και να γίνει η μέτρηση της αντίστασης του αισθητηρίου και στη συνέχεια να μετατραπεί η μετρούμενη αντίσταση σε θερμοκρασία. Στην πράξη αυτό είναι αρκετά δύσκολο και πολύπλοκο στην πραγματοποίησή του. Αυτό γιατί οι ιδιότητες των αντιστάσεων των RTD είναι άμεσα εξαρτημένες από την καλωδίωση όλου του συστήματος μέτρησης. Έτσι στην πραγματικότητα απαιτείται η χρήση πολύ δύσκολων και ευαίσθητων τρόπων μέτρησης και δημιουργίας κατάλληλων κυκλωμάτων για την σωστή μέτρηση των αντιστάσεων στα RTDs. Για παράδειγμα ένα  $100\Omega$  RTD που έχει συντελεστή θερμοκρασίας  $\alpha = 0.00385\Omega/\Omega/^\circ C$  προκαλεί μια μεταβολή αντίστασης μόνο  $100\Omega * 0.00385\Omega/\Omega/^\circ C$  δηλαδή την πολύ μικρή τιμή σφάλματος των  $0.385\Omega/^\circ C$ . Το καλώδιο το οποίο συνδέει το RTD με το βολτόμετρο μπορεί να έχει ωμική αντίσταση αρκετών δεκάδων Ohms. Με ένα  $100\Omega$  RTD ένα σφάλμα  $1\Omega$  επηρεάζει την μέτρηση μας με ένα ισοδύναμο σφάλμα μέτρησης των  $2.5^\circ C$ .

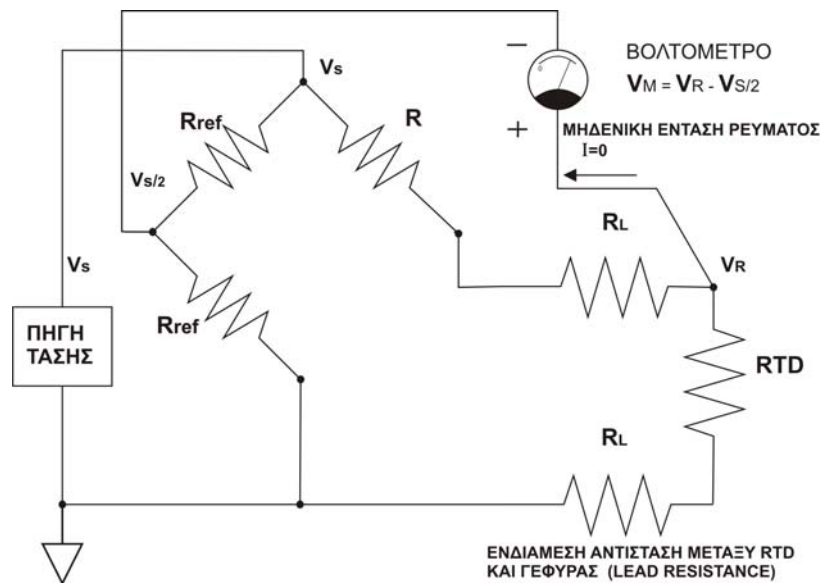
**Συνήθως τα RTDs είναι συμπληρωματικά όργανα είτε ενός κυκλώματος που περιέχει γέφυρα Wheatstone, είτε ενός κυκλώματος ρύθμισης τριών αγωγών (tree-wire circuit) ή τεσσάρων αγωγών (four-wire circuit).**

Στην πρώτη περίπτωση η μέτρηση γίνεται μέσω της αναλογίας των αντιστάσεων ενώ στη δεύτερη γίνεται άμεση μέτρηση τάσης ή αντίστασης. Την ικανότητα να ελαχιστοποιούν την ενδιάμεση αντίσταση (lead resistance) του αγωγού ανάμεσα στο RTD και στο υπόλοιπο κύκλωμα την έχουν και οι δυο προαναφερόμενες ρυθμίσεις αρκεί να επιβάλλονται κάποια απαιτούμενα στοιχεία. Είναι πασιφανές ότι με την διάταξη της γέφυρας Wheatstone απαιτείται η χρησιμοποίηση πρόσθετων ωμικών στοιχείων για την εκπλήρωση της διάταξης της γέφυρας που μέσα σε αυτά πρέπει να υπολογιστεί και η συνολική ωμική αντίσταση της ενδιάμεσης αντίστασης  $R_L$  (lead resistance) από το RTD έως το κύκλωμα της γέφυρας. Αυτό φαίνεται ξεκάθαρα στο ακόλουθο σχήμα 4-5-1.



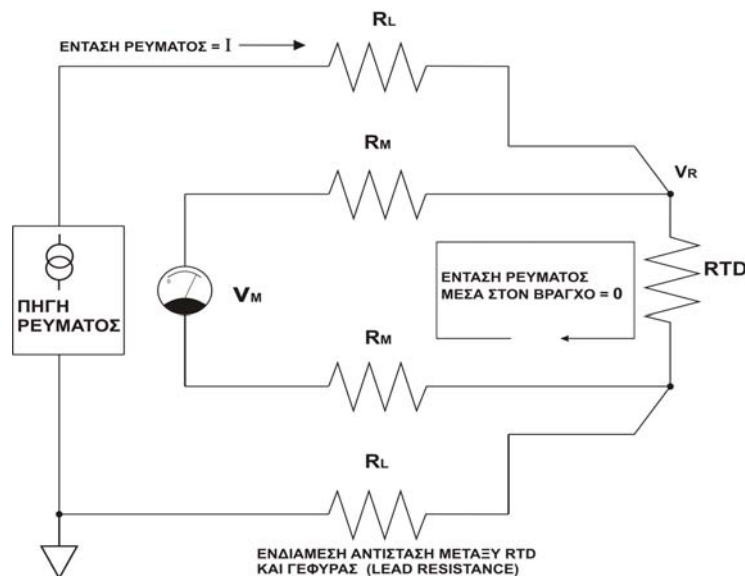
Σχήμα 4-5-1

Η κατασκευαστική δομή του συστήματος μέτρησης που φαίνεται στο σχήμα 4-5-2 είναι μια πιο εκλεπτυσμένη μορφή του βασικού κυκλώματος με γέφυρα Wheatstone καθώς γίνεται η χρήση ενός ξεχωριστού αγωγού του αισθητηρίου από το βολτόμετρο στο RTD. Αυτό έχει σκοπό την περεταίρω μείωση του σφάλματος της ενδιάμεσης αντίστασης (lead resistance). Αυτό ονομάζεται διάταξη τριών αγωγών (**three-wire arrangement**).



σχήμα 4-5-2

Με περαιτέρω ανάπτυξη και απλοποίηση του κυκλώματος της γέφυρας καταλήγουμε σε ακόμα πληρέστερη διάταξη ως προς την αποφυγή του σφάλματος της ενδιάμεσης αντίστασης. Αυτή ονομάζεται διάταξη τεσσάρων αγωγών (four-wire arrangement) και σχηματικά αναπαρίσταται στο ακόλουθο σχήμα 4-5-3. Σε αυτή την περίπτωση η πηγή έντασης χρησιμοποιείται για να διεγείρει την γέφυρα.



σχήμα 4-5-3

#### **4.6 Ανάλυση Κυκλωμάτων Αισθητηρίων Με Καλωδίωση Δυο, Τριών, Τεσσάρων Αγωγών**

Στη σύγχρονη τεχνολογία μετρήσεων υπάρχουν RTDs τα οποία κατασκευαστικά έχουν από δύο μέχρι τέσσερις αγωγούς. Αυτό καθώς έχουν σαν σκοπό να πετύχουν τις αντίστοιχες βελτιώσεις στις μετρήσεις ( ανάλογα με το πόσους αγωγούς χρησιμοποιούν ενεργά). Πλέον στην εποχή μας υπάρχει μεγάλη άνοδος στην κατανόηση της χρήσης των επιστημονικών και μετρητικών οργάνων ( instrumentation ) και στον τεχνικομηχανικό εξοπλισμό για την συλλογή και επεξεργασία δεδομένων ( data acquisition hardware ) και έχει σχεδόν εξαλειφθεί η ανάγκη για την δημιουργία γεφυρών. Παρόλα αυτά η χρήση πρακτικών γεφυρών με τον συνδυασμό ενός ή περισσότερων RTDs είναι ουσιώδες ακόμα και τώρα.

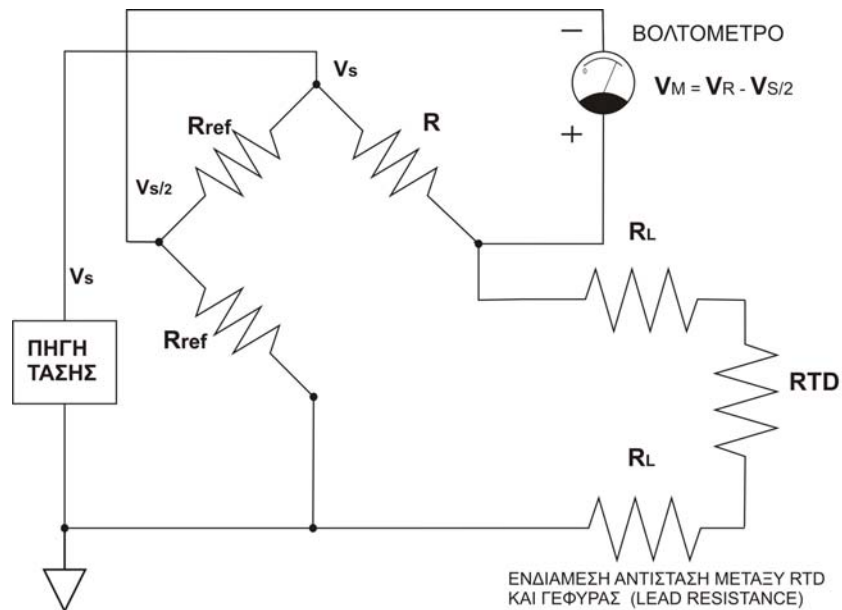
Τυπικά τα σύγχρονα μοντέλα RTDs με αναλογική είσοδο ή με είσοδο σε ηλεκτρονικό υπολογιστή μέσω ειδικής κάρτας ( plug – in board ), παρέχουν μια ρυθμιζόμενη πηγή διέγερσης, καθώς και ακροδέκτες που συνδέονται οι δυο έως τέσσερις αγωγοί του RTD. Τα προγράμματα και οι οδηγοί χρήσης των καρτών αυτών συνήθως περιέχουν κατάλληλους αλγόριθμους που μετατρέπουν τις ακολουθίες των δεδομένων σε θερμοκρασία. Όταν χρησιμοποιούμε κάποιο πολύμετρο ακριβείας για να μετρήσουμε την τιμή της αντίστασης του RTD το ισοδύναμο κύκλωμα που σχηματίζεται είναι όμοιο με αυτό του σχήματος 4-4-3. Τέτοια μετρητικά συστήματα συνήθως λειτουργούν διάταξη τεσσάρων αγωγών και χρησιμοποιούν ενσωματωμένη διεγερτική πηγή. Έτσι είναι ικανά να μετρούν χαμηλές αντιστάσεις με μεγάλη ακρίβεια και σταθερότητα. Παρόλα αυτά είναι αναγκαίο να χρησιμοποιούμε διατάξεις τριών ή τεσσάρων αγωγών καθώς μόνο έτσι είμαστε απόλυτα καλυμμένοι για το μέγεθος της ακρίβειας των μετρήσεών μας, το οποίο απαιτείται στις περισσότερες εφαρμογές

Η επόμενη ενότητα περιγράφει το θεωρητικό υπόβαθρο αλλά και το υπολογιστικό κομμάτι ώστε να συνδέσουμε κατάλληλα RTDs είτε δυο, τρεις ή τέσσερις αγωγούς.

#### **4.7 Διαμόρφωση διάταξης RTD Δυο Αγωγών**

##### **A) Σε Συνδεσμολογία Γέφυρας**

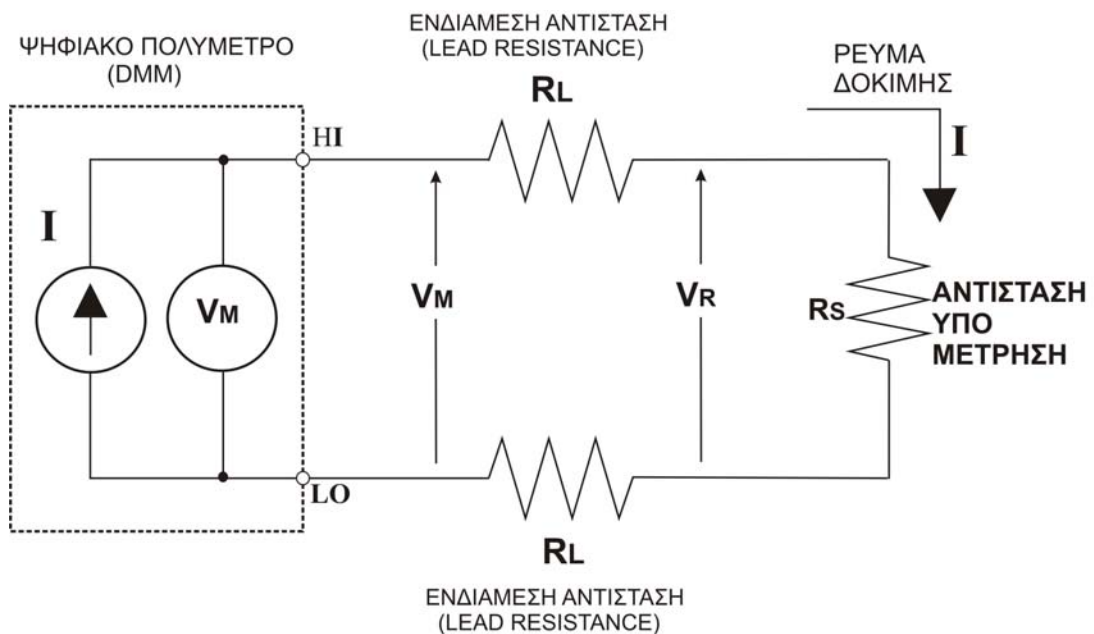
Η συνδεσμολογία ενός RTD δύο αγωγών είναι η πλέον κοινή στην επιστήμη της τεχνολογίας των μετρήσεων και επιπρόσθετα είναι και ο απλούστερος τρόπος μέτρησης μια επιθυμητής θερμοκρασίας. Το διάγραμμα του κυκλώματος αυτού φαίνεται στο σχήμα 4-5-1. Ο χρήση της συνδεσμολογίας αυτού του είδους είναι κατάλληλη για εφαρμογές όπου η απόσταση του RTD από την γέφυρα είναι πολύ μικρή και ήμαστε διατεθειμένοι να ανεχτούμε κάποια σφάλματα στα αποτελέσματα των μετρήσεών μας. Για να περιορίσουμε κάπως τα σφάλματα αυτά ένας εύκολος τρόπος είναι το καλώδιο που χρησιμοποιούμε για την ένωση του RTD με την γέφυρα να είναι όσο δυνατό μεγαλύτερης διατομής.



σχήμα 4-5-1

**B) Με Απευθείας Μέτρηση Από DMM**

Η μέτρηση αντιστάσεων με τιμές μεγαλύτερες των 10Ω γίνονται συνήθως με την μέθοδο χρησιμοποίησης δυο-αγωγών και με την προϋπόθεση ότι θέλουμε απευθείας μέτρηση με DMM (digital multimeter). Το κύκλωμα υλοποίησης της μεθόδου φαίνεται στο σχήμα 4-5-4. Το ρεύμα δοκιμής (test current) διαρρέει μέσω των αγωγών δοκιμής (test leads) και γίνεται η μέτρηση της αντίστασης  $R_s$ . Τότε το βολτόμετρο μετρά την τάση στα άκρα της αντίστασης διαμέσου του ίδιου ζεύγους αγωγού δοκιμής και ανάλογα υπολογίζει την τιμή της αντίστασης που βρίσκεται υπό μέτρηση.



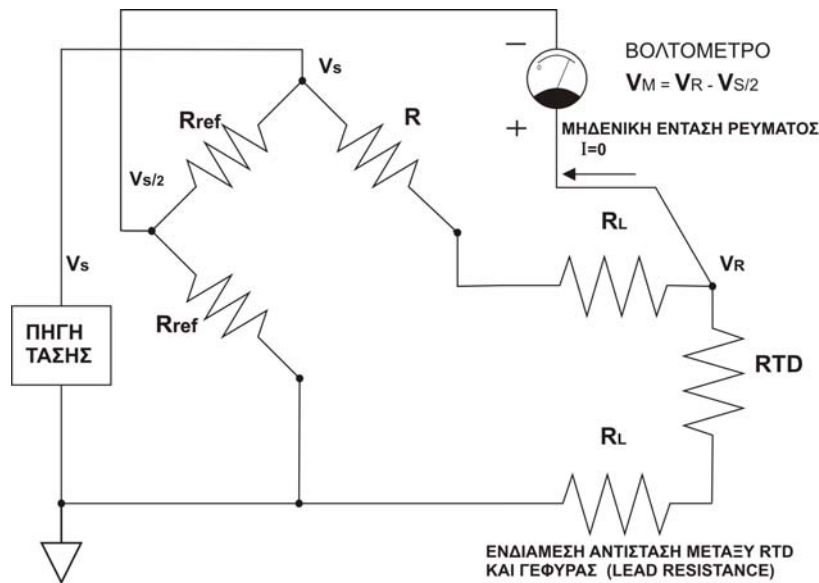
σχήμα 4-5-4



Το κύριο πρόβλημα στην μέθοδο υπολογισμού αντίστασης μέσω δυο αγωγών είναι κυρίως εμφανές όταν αυτή εφαρμόζεται για την μέτρηση αντιστάσεων χαμηλής τιμής. Τότε η ενδιάμεση αντίσταση  $R_L$  μπορεί εισάγει σφάλμα στις μετρήσεις. Αυτό εφίσταται καθώς το ρεύμα δοκιμής  $I$  προκαλεί μία μικρή αλλά σημαντική πτώση τάσης λόγω της ενδιάμεσης αντίστασης  $R_L$ . Έτσι η τιμή της τάσης  $V_M$  πριν την  $R_L$  που μετρά το βολτόμετρο, δεν θα είναι η ίδια με την τάση  $V_R$  η οποία είναι η τάση ακριβώς μετά την  $R_L$ . Επομένως έχουμε μια απόκλιση της πραγματικής τάσης που εφαρμόζεται στα άκρα της αντίστασης υπό μέτρηση  $R_S$  και της μετρούμενης τάση από το βολτόμετρο. Σε τυπικές εφαρμογές το εύρος τιμών της ενδιάμεσης αντίστασης κυμαίνεται από  $1m\Omega$  μέχρι  $10m\Omega$ . Άρα είναι πολύ δύσκολο με την χρήση της μεθόδου δυο-αγωγών να καταφέρουμε αξιόπιστες μετρήσεις σε αντιστάσεις από  $10\Omega$  και κάτω ή και από  $100\Omega$  και κάτω.

#### 4.8 Διαμόρφωση διάταξης RTD Τριών Αγωγών

Το σχηματικό διάγραμμα 4-5-2 μας παρουσιάζει μια γέφυρα Wheatstone η οποία συνδέεται κατάλληλα με ένα RTD τριών αγωγών. Η κοινά αποδεκτή μέθοδος για να χρησιμοποιήσουμε την γέφυρα Wheatstone για τέτοιου είδους εφαρμογές είναι ότι αρχικά πρέπει να την φέρουμε σε κατάσταση ισορροπίας. Τότε τάση που θα μετράμε εγκάρσια της γέφυρας δηλαδή η τάση  $V_M$  θα έχει την τιμή 0. Όμως η τιμή της αντίστασης ενός RTD αλλάζει με την μεταβολή της θερμοκρασίας, έτσι μια συνδεσμολογία γέφυρας η οποία περιέχει ένα RTD δεν θα είναι απαραίτητα σε κατάσταση ισορροπίας.



Σχήμα 4-5-2

Η μέτρηση της αντίστασης του RTD μπορεί να απλοποιηθεί εάν αρχικά εφαρμόσουμε μερικούς περιορισμούς στο κύκλωμα. Πρώτα επιλέγουμε στο κύκλωμα της γέφυρας αντιστάσεις αναφοράς  $R_{ref}$  (reference resistors) που μεταξύ τους θα έχουν την ίδια τιμή και



την ίδια κατασκευαστική σύσταση. Σαν αποτέλεσμα θα έχουμε την δημιουργία μιας τάσης αναφοράς η οποία θα έχει την μισή τιμή από την τάση τροφοδοσίας. Δηλαδή  $V_{ref} = \frac{V_S}{2}$ .

Ακόμα και αν ο συντελεστής θερμοκρασίας των αντιστάσεων αυτών δεν είναι 0, κάθε μεταβολή της θερμοκρασιακής επαγωγής πρέπει να είναι προς την ίδια κατεύθυνση, που σαν συνέπεια έχει μια σταθερή τάση αναφοράς. Η άλλη μεριά της γέφυρας περιέχει το RTD και μια διαφορετικής τιμής, από τις προηγούμενες, αντίσταση αναφοράς  $R$ . Η τιμή της νέας αντίστασης αναφοράς  $R$  πρέπει να επιλέγεται όσο το δυνατό πιο κοντά στην τιμή της αντίστασης που θα έχει το RTD στη θερμοκρασία ή στο θερμοκρασιακό φάσμα που περιμένουμε να κυμανθούν οι μετρήσεις μας.

Το κύκλωμα του σχήματος 4-5-2 δείχνει ένα RTD με δυο ενδιάμεσους αγωγούς (lead wires) που είναι συνδεδεμένοι ο ένας με το ένα άκρο και ο άλλος με το άλλο άκρο της εξόδου της γέφυρας. Ο επιπρόσθετος ενδιάμεσος αγωγός επιτρέπει στο κύκλωμα πόλωσης του RTD να είναι ανεξάρτητο από το κύκλωμα του αισθητηρίου. Εάν οι ενδιάμεσοι αγωγοί μέσα από τους οποίους περνά το ηλεκτρικό ρεύμα έχουν το ίδιο μήκος και διατομή οι ωμικές τους αντιστάσεις θα τείνουν να εξαλειφθούν όταν η τιμή της αντίστασης του RTD θα ισούται με αυτή της αντίστασης αναφοράς  $R$ .

Η μαθηματική σχέση μέσω της οποίας καθορίζεται η αντίσταση του RTD ακολουθώντας την μέθοδο των τριών αγωγών είναι η εξής:

$$RTD = (R + R_L) * \left[ \frac{(V_S + 2V_M)}{(V_S - 2V_M)} \right] - R_L \quad (4-54)$$

Η ένταση του ρεύματος από την μεριά της γέφυρας που βρίσκεται το RTD είναι:

$$I_{RTD} = \frac{V_S + 2V_M}{2R} \quad (4-55)$$

Εάν το RTD είναι από την πλευρά τροφοδοσίας της γέφυρας τότε οι μαθηματικές εξισώσεις της ωμικής αντίστασης του αισθητηρίου και της έντασης του ρεύματος τροποποιούνται ως εξής:

$$RTD = (R + R_L) * \left[ \frac{(V_S - 2V_M)}{(V_S + 2V_M)} \right] - R_L \quad (4-56)$$

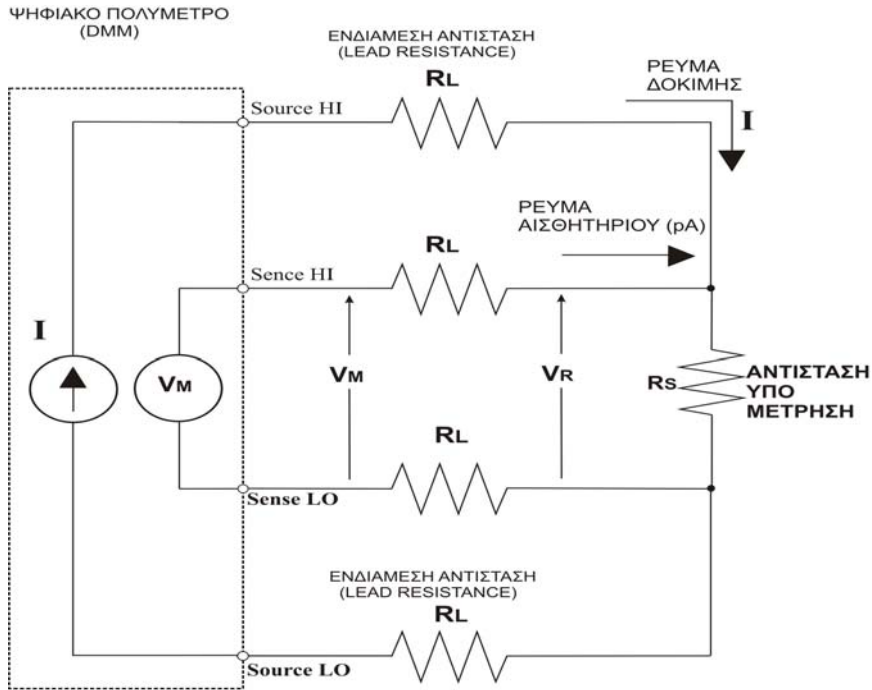
και:

$$I_{RTD} = \frac{V_S - 2V_M}{2R} \quad (4-57)$$

Εάν η τιμή της  $R_L$  είναι γνωστή τότε την εισαγάγουμε στις παραπάνω εκφράσεις των εξισώσεων. Εάν η τιμή της  $R_L$  δεν είναι γνωστή και δεν μπορούμε να την χρησιμοποιήσουμε, τότε το σφάλμα που θα έχουμε στην τιμή της αντίστασης του RTD, στην χειρότερη περίπτωση, θα είναι το μισό από αυτό που θα είχαμε εάν χρησιμοποιούσαμε την συνδεσμολογία δυο αγωγών. Καθώς η τιμή της ωμικής αντίστασης του RTD πλησιάζει στην τιμή της αντίστασης αναφοράς  $R$ , τότε το σφάλμα μέτρησης πλησιάζει στο μηδέν. Για τον λόγο αυτό προείπαμε ότι καλό θα είναι η τιμή της νέας αναφοράς  $R$  πρέπει να επιλέγεται όσο το δυνατό πιο κοντά στην τιμή της αντίστασης που θα έχει το RTD στη θερμοκρασία ή στο θερμοκρασιακό φάσμα που περιμένουμε να κυμανθούν οι μετρήσεις μας.

#### 4.9 Διαμόρφωση διάταξης RTD Τεσσάρων Αγωγών

Λόγω των περιορισμών που έχουμε στην μέθοδο των δυο-αγωγών έχει αναπτυχθεί μια άλλη μέθοδος η οποία ονομάζεται μέθοδος τεσσάρων-αγωγών η αλλιώς μέθοδος Kelvin. Η συνδεσμολογία της μεθόδου αυτής φαίνεται στο σχήμα 4-9-1 και προτιμάται ιδιαίτερα όταν θέλουμε να μετρήσουμε αντιστάσεις χαμηλής τιμής. Για τις μετρήσεις μας μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε DMM (Digital Multimeter) Ψηφιακό Πολύμετρο, micro-ohmmeter ή ξεχωριστή πηγή ρεύματος και βολτόμετρο.



σχήμα 4-9-1

Σε αυτή την συνδεσμολογία το ρεύμα δοκιμής  $I$  διαρρέει την μετρούμενη αντίσταση  $R_s$  και το ζεύγος των αγωγών δοκιμής (test leads), ενώ η τάση  $V_M$ , που είναι αυτή ανάμεσα στους δυο κόμβους, μετριέται μέσω ενός δεύτερου ζεύγους αγωγών που ονομάζονται αγωγοί αίσθησης (sense leads). Αν και μέσα από τους αγωγούς αίσθησης περνά αναγκαστικά ένα ρεύμα, η τιμή αυτού είναι αμελητέα. Συνήθως είναι μερικά  $\mu A$ , καθώς το βολτόμετρο έχει κατασκευαστικά σχεδόν άπειρη εσωτερική αντίσταση και γενικά το ρεύμα αυτό μπορεί να αγνοηθεί. Καθώς η πτώση τάσης κατά μήκος του αγωγού αίσθησης είναι αμελητέα, αφού λίγο πριν δείξαμε ότι μέσα από τον κλάδο περνά ρεύμα σχεδόν μηδενικής τιμής, η τιμή της τάσης  $V_M$  που μετρά το βολτόμετρο είναι ουσιαστικά η ίδια με την τάση  $V_R$  κατά μήκος των ακροδεκτών της αντίστασης υπό μέτρηση. Άρα και του ίδιου του αισθητηρίου.

Η τιμή της τάσης  $V_M$  η οποία είναι στην ουσία η τάση στα άκρα του RTD μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της αντίστασης του RTD από την ακόλουθη σχέση:

$$RTD = \frac{V_M}{I_{RTD}} \quad (4-58)$$

Για να ελαχιστοποιήσουμε τα σφάλματα που προκαλούνται από την αυτοθέρμανση των αντιστάσεων ( self-heating errors), το ρεύμα που διαρρέει το RTD πρέπει να περιοριστεί στην τιμή του 1mA ή και λιγότερο. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι η τάση VM θα μπορεί να πάρει την μέγιστη τιμή του 0.1V σε ένα 100Ω RTD. Επομένως το μεγάλο κέρδος, ο μικρός θόρυβος στο αναλογικό κανάλι εισόδου και η χρησιμοποίηση φίλτρων θα παρέχουν ακόμα εγκυρότερες μετρήσεις.

Εν κατακλείδι με την μέτρηση αντιστάσεων με τέσσερις αγωγούς έχουμε καλύτερη ακρίβεια από ότι με δυο αγωγούς. Πρέπει να αναφέρουμε όμως ότι οι αγωγοί αίσθησης και οι αγωγοί δοκιμής που χρησιμοποιούμε πρέπει να έχουν το ελάχιστο μήκος, έτσι ώστε να αποφεύγουμε την ουσιαστική προσθήκη των αντιστάσεων αυτών στις μετρήσεις που παίρνουμε.

#### 4.10 Μετατροπή Της Αντίστασης Του RTD Σε Θερμοκρασία

Υπάρχουν δυο τρόποι στο να μετατρέψουμε την τιμή των αντιστάσεων σε θερμοκρασία. Ο πρώτος είναι να συμβουλευτούμε έναν έτοιμο πίνακα τιμών και να βρούμε την συγκεκριμένη θερμοκρασιακή απόκριση σε συγκεκριμένη τιμή της αντίστασης που έχουμε. Αυτή η μέθοδος είναι εφαρμόσιμη στα προγράμματα των ηλεκτρονικών υπολογιστών όπου ένα γεγονός θα τεθεί σε λειτουργία σε μια καθορισμένη θερμοκρασία.

Η μέθοδος αυτή όμως δεν είναι κατάλληλη σε περιπτώσεις που έχουμε διαχείριση της θερμοκρασίας μέσω των τιμών της αντίστασης ενός RTD σε πραγματικό πλέον χρόνο (real-time readout). Έτσι χρησιμοποιούμε μια δεύτερη μέθοδο η οποία μετατρέπει την αντίσταση σε θερμοκρασία με την χρήση μιας εξίσωσης. Η περισσότερο διαδεδομένη και αυτή που παράλληλα δίνει τα εγκυρότερα αποτελέσματα είναι η χρονική πολυωνυμική εξίσωση Van Dusen. Αυτή στην βάση της χρησιμοποιεί μια σειρά από σταθερούς όρους και συντελεστές.

Η βασική μορφή της εξίσωσης αυτής όσο αναφορά την συσχέτιση της αντίστασης ενός RTD με την θερμοκρασία είναι:

$$RTD = R_0 \left( 1 + At + Bt^2 + C(t - 100)^3 \right) \quad (4-59)$$

Όπου: RTD είναι η αντίσταση του αισθητηρίου σε συγκεκριμένη θερμοκρασία t

$R_0$  είναι η αντίσταση του αισθητηρίου στους  $0^{\circ}C$

A, B και C είναι οι χρονικοί συντελεστές Van Dusen οι οποίοι φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα

ΠΡΟΤΥΠΑ	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ (α) ΤΟΥ RTD	A	B	C*
DIN 43760	0.003850	$3.9080 \times 10^{-3}$	$-5.8019 \times 10^{-7}$	$-4.2735 \times 10^{-12}$
AMERICAN	0.003911	$3.9692 \times 10^{-3}$	$-5.8495 \times 10^{-7}$	$-4.2325 \times 10^{-12}$
ITS-90	0.003926	$3.9848 \times 10^{-3}$	$-5.870 \times 10^{-7}$	$-4.0000 \times 10^{-12}$

Για θερμοκρασίες μεγαλύτερες από  $0^{\circ}C$  ο συντελεστής “C” γίνεται 0 και η προηγούμενη εξίσωση τροποποιείται ως εξής:

$$RTD = R_0 (1 + At + Bt^2) \quad (4-60)$$

Εάν το ρεύμα  $I_{RTD}$  διαρρέει το RTD και μπορούμε στα άκρα του αισθητηρίου να μετρήσουμε τάση  $V_{RTD}$  τότε μπορούμε να λύσουμε την μαθηματική εξίσωση Van Dusen ως προς  $t$  και αυτή γίνεται:

$$t = \frac{2 (V_{RTD} - I_{RTD} R_0)}{I_{RTD} R_0 \left[ A^2 + \sqrt{A^2 + 4B (V_{RTD} - I_{RTD} R_0) / I_{RTD} R_0} \right]} \quad (4-61)$$

#### 4.11 Ρεύμα Διέγερσης Και Φαινόμενο Θέρμανσης Joule Στα RTD

Ένα φαινόμενο το οποίο παρουσιάζεται όταν χρησιμοποιούμε RTDs και στην πλειοψηφία τους τα περισσότερα αισθητήρια που βασίζουν τις μετρήσεις τους στις αντιστάσεις, είναι το φαινόμενο θέρμανσης κατά Joule. Αυτό το φαινόμενο είναι αποτέλεσμα του ρεύματος διέγερσης που διαπερνά το κάθε είδους αισθητήριο και ειδικότερα στην περίπτωση μας τα RTDs. Έτσι το γνωστό  $P = I^2 * R$  μετατρέπεται στο αντίστοιχο  $P = \text{ρευμα διέγερσης}^2 * \text{αντισταση του RTD}$ . Αν και το συνολικό ποσό της θερμικής ενέργειας αυτής είναι σχετικά μικρό εν τούτοις είναι ικανό να επηρεάσει την ακρίβεια των μετρήσεων μας. Η εσωτερική θέρμανση των αντιστάσεων ( self-heating ) τυπικά ορίζεται σαν το ποσό της ισχύς που αυξάνει τον δείκτη θερμοκρασίας του RTD κατά  $1^{\circ}C$ . Μια τυπική τιμή για τα αισθητήρια μας είναι αυτή του  $1mW / ^{\circ}C$ .

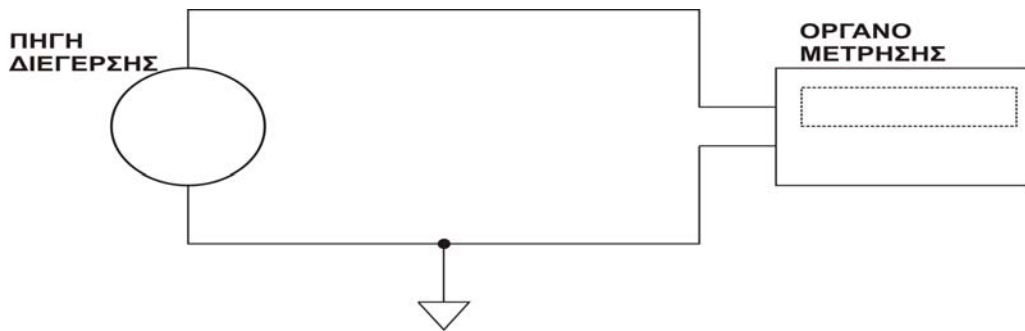
Η μη ακρίβεια που προκαλείται από το φαινόμενο θέρμανσης Joule επιβαρύνεται ακόμα περισσότερο από την παρουσία πολύ υψηλών ρευμάτων διέγερσης και από την θερμότητα που εκλύουν, έστω και αν είναι ελάχιστη, άλλα όργανα ή ηλεκτρονικές συσκευές που είναι στάσιμες κοντά στο περιβάλλον που βρίσκεται το αισθητήριο. Για να ελαχιστοποιήσουμε τα φαινόμενα αυτά καλό είναι οι μετρήσεις να γίνονται σε περιβάλλον πλήρως θερμικά ελεγχόμενο.

**Τυπικά τα RTD είναι θετικό να τροφοδοτούνται από ρεύμα διέγερσης της τάξης των 100μΑ έως 1mA έτσι ώστε να μειώνουμε στο έπακρο το φαινόμενο θέρμανσης Joule.** Σε ένα 100Ω RTD θα περάσει ρεύμα διέγερσης τιμής 1mA όταν τροφοδοτείται από 0.1V. Πρέπει να τονίσουμε ότι αν και τα ολοένα μικρότερα ρεύματα διέγερσης δίνουν και μετρήσεις με υψηλότερη ακρίβεια, ρεύματα κάτω των 100μΑ έχουν τόσο ασθενές σήμα που είναι πολύ δύσκολο να μετρηθεί.

#### 4.12 Σφάλματα Γειωμένων Βρόχων (Ground Loops) Στα RTD

Στην διαδικασία μέτρησης θερμοκρασιών μέσω RTD σφάλματα και λάθη στην μέτρηση των τάσεων μπορούν να προκύψουν από το φαινόμενο των γειωμένων βρόχων (ground loops). Όταν η πηγή διέγερσης του κυκλώματος και το αισθητήριο θερμοκρασίας

είναι συνδεδεμένα σε κοινή γραμμή γείωσης δημιουργείται ο βρόχος που φαίνεται στο σχήμα 4-12-1.



σχήμα 4-12-1

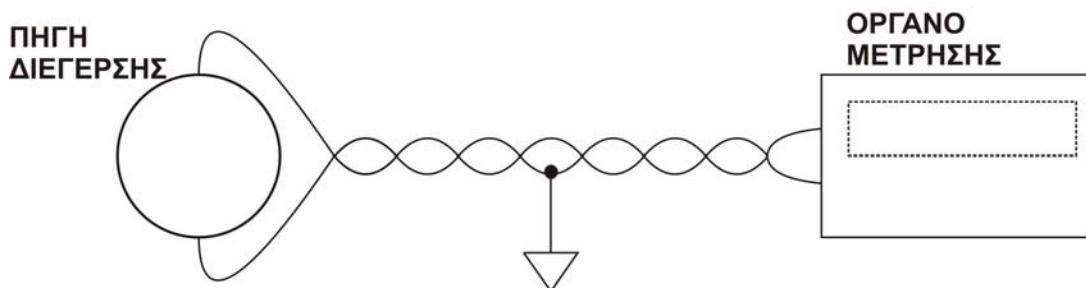
Μια διαφορά τάσης  $V_G$  ανάμεσα στην πηγή και το σημείο γείωσης του αισθητηρίου θα προκαλέσει την ροή του ρεύματος  $I$  διαμέσου του βρόχου. Το ρεύμα αυτό θα προκαλέσει μια ανεπιθύμητη τάση η οποία θα είναι σε σειρά με την τάση της πηγής. Από την απλή εφαρμογή του νόμου του Ohm έχουμε:

$$E = I * R$$

Όπου  $E$  είναι η παρεμβαλλόμενη τάση του βρόχου γείωσης  
 $R$  είναι η αντίσταση του συνολικού βρόχου γείωσης  
 $I$  είναι η ένταση του ρεύματος του βρόχου γείωσης

Ένα τυπικό παράδειγμα που εμφανίζεται αυτό το φαινόμενο είναι σε περιπτώσεις που χρησιμοποιείται ένα πλήθος από αισθητήρια μετρήσεων σε διαφορετικές θέσεις μετρήσεων (instrument racks) και τα οποία είναι συνδεδεμένα με μια πηγή διέγερσης. **Συχνότατα υπάρχει μια πολύ μικρή διαφορά στο δυναμικό ανάμεσα στα σημεία γείωσης των αισθητηρίων.** Αυτό το δυναμικό όμως είναι ικανό να προκαλέσει μεγάλης τιμής ρεύματα τα οποία θα κυκλοφορούν μέσα στην διάταξη των οργάνων και θα προκαλούν ανεπιθύμητες πτώσεις τάσης.

Ένας τρόπος αποφυγής από την παραπάνω κατάσταση είναι να γίνεται η γείωση όλων των αισθητηρίων και όλων των οργάνων του κυκλώματος σε ένα κοινό σημείο για όλα. Ο ευκολότερος τρόπος για να το κατορθώσουμε είναι αρχικά να κάνουμε χρήση ηλεκτρικά απομονωμένων πηγών τάσης και οργάνων και έπειτα να βρίσκουμε και να χρησιμοποιούμε το καλύτερο σημείο του κυκλώματος για σημείο κοινής γείωσης. Έτσι είναι σχεδιασμένο το κύκλωμα του σχήματος 4-12-2.



σχήμα 4-12-2

Επίσης καλό θα είναι να αποφεύγουμε να συνδέουμε ευαίσθητα όργανα σε κοινό σημείο γείωσης και ειδικότερα όταν αυτά χρησιμοποιούνται από άλλα όργανα, μηχανήματα, ή άλλο υψηλής ισχύος εξοπλισμό.

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**  
**ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ**  
**(STRAIN GAUGES) ΜΕΣΩ ΓΕΦΥΡΩΝ**

**5.1 Γενικά Στοιχεία**

Μελετώντας την φυσική συμπεριφορά των μηχανικών κατασκευών συχνά περιλαμβάνουμε στις μετρήσεις μας ένα φαινόμενο γνωστό ως μηχανική παραμόρφωση (strain). Ο όρος της καταπόνηση ορίζεται ως την φυσική μεταβολή ενός αντικειμένου υπό την επίδραση ενός ή περισσοτέρων εξωτερικών διεγέρσεων που εφαρμόζονται στο ίδιο το αντικείμενο. Συχνότατα οι εξωτερικές διεγέρσεις αυτές περιλαμβάνουν γραμμικές δυνάμεις, δυνάμεις πίεσεων, δυνάμεις στρέψεων και δυνάμεις που οφείλονται στην διαστολή ή τη συστολή λόγω έντονων θερμοκρασιακών διαφορών. Η μηχανική παραμόρφωση μπορεί να έχει σαν αποτέλεσμα την επιμήκυνση ή την συστολή του αντικειμένου. Όταν το αντικείμενο επιμηκύνεται το συμβολίζουμε με ένα χαρακτήρα (+), ενώ όταν συστέλλεται με ένα χαρακτήρα (-).

Η παραμόρφωση είναι ένας σπουδαίος παράγοντας σε πλήθος εφαρμογών και ιδιαίτερα σε αυτές που σχετίζονται μηχανικές και μηχανολογικές κατασκευές καθώς σε αυτές σημαντικός παράγοντας είναι ο προσδιορισμός της μηχανικής πίεσης που δέχεται το αντικείμενο. Τότε μόνο, με τα κατάλληλα δεδομένα που θα συγκεντρωθούν μέσω των αναλύσεων των αποτελεσμάτων, θα βρεθεί η κατασκευαστική αξιοπιστία, ο μέσος χρόνος συντήρησης καθώς και άλλοι καθοριστικοί μηχανολογικοί παράγοντες. Οι βασικές αρχές των μετρήσεων της παραμόρφωσης μπορούν εύκολα να χρησιμοποιηθούν και σε άλλους τύπους μετρήσεων που σχετίζονται με την παρουσία δυνάμεων. Τέτοιες είναι μετρήσεις πίεσης, στρέψης και βάρους.

Η μηχανική παραμόρφωση υπολογίζεται σαν την μεταβολή του μήκους ενός αντικειμένου διαιρεμένη από το ανά μονάδα μήκος (unit length) του ίδιου του αντικειμένου. Σε συνηθισμένες συνθήκες είναι εξαιρετικά μικρή σε σχέση με το μήκος του αντικειμένου. Για παράδειγμα εάν μια ράβδος ενός μέτρου (1000mm) συμπιεστεί κατά 0.01mm τότε αυτή η αλλαγή μπορεί να υπολογιστεί σαν 0.01mm/1000mm και εκφράζεται σαν παραμόρφωση 0.00001 ή δέκα micro-strain.

$$\text{ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ } (\varepsilon) = \frac{\Delta L}{L} \quad (5-62)$$

**5.2 Μηχανική Παραμόρφωση Κατά Poisson**

Όταν μια ράβδος καταπονείται με την εφαρμογή μιας δύναμης κατά μήκος αυτής, τότε επιμηκύνεται. Ένα φαινόμενο γνωστό σαν μηχανική παραμόρφωση κατά Poisson εξαναγκάζει την συστολή της περιμέτρου της ράβδου. Αυτή η συστολή είναι μια ιδιότητα των υλικών και υποδηλώνεται από την αναλογία Poisson (**ν**) η οποία είναι διαφορετική για κάθε υλικό. Ο παρακάτω πίνακας 5-2-1 μας δείχνει τις τιμές της αναλογίας κατά Poisson για ορισμένα συνηθισμένα υλικά. Η αναλογία κατά Poisson ορίζεται σαν την αρνητική αναλογία της μηχανικής παραμόρφωσης στην εγκάρσια διεύθυνση του αντικειμένου (η οποία είναι κάθετη στον άξονα της εφαρμοζόμενης δύναμης) προς την μηχανική παραμόρφωση κατά

την φορά του άξονα του αντικειμένου (η οποία είναι παράλληλη στην εφαρμοζόμενη δύναμη). Συμβολίζεται με τον χαρακτήρα ( $\nu$ ) και η μαθηματική της έκφραση είναι η εξής:

$$\text{Αναλογία κατά Poisson } (\nu) = -\frac{\epsilon_t}{\epsilon} \quad (5-63)$$

<b>ΣΥΝΗΘΗ ΥΛΙΚΑ</b>	<b>ΑΝΑΛΟΓΙΑ POISSON (<math>\nu</math>)</b>
Αλουμίνιο	<b>0.32</b>
Κόκκινος Ορείχαλκος	<b>0.33</b>
Χυτοσίδηρος	-
Πολυκαρβονικός Άνθρακας	<b>0.285</b>
Χάλυβας – 1018	<b>0.285</b>
Χάλυβας – 4130/4340	<b>0.28 – 0.29</b>
Ανοξείδωτος Χάλυβας – 304	<b>0.25</b>
Ανοξείδωτος Χάλυβας- 410	<b>0.27 – 0.29</b>
Τιτάνιο	<b>0.34</b>

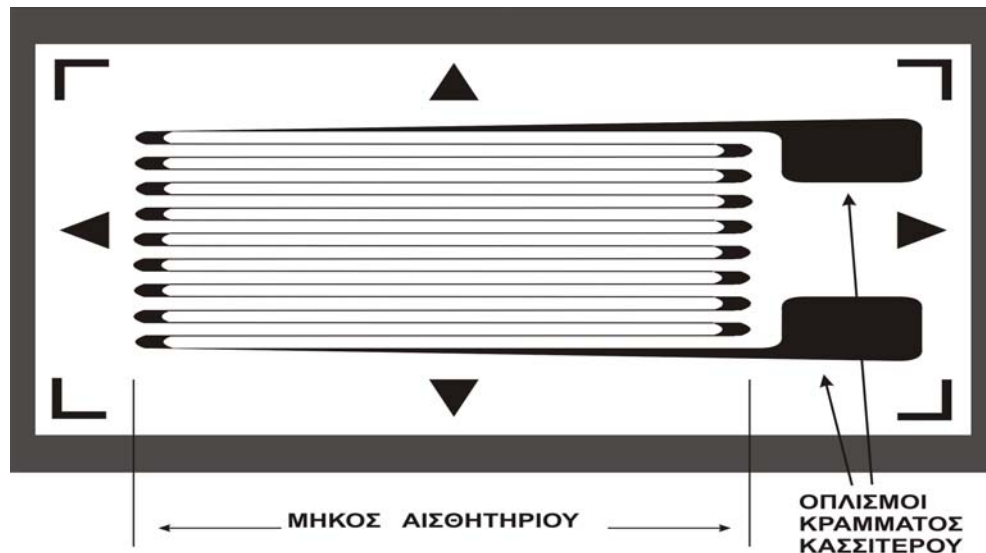
πίνακας 5-2-1

Όπως θα δούμε σε επόμενη ενότητα σε συνδεσμολογία πλήρους ή μισής γέφυρας (full or half bridge configuration) ένα ή δυο αισθητήρια πίεσης (strain gauges) μπορούν να τοποθετηθούν στην εγκάρσια διεύθυνση του αντικειμένου. Έτσι η συνολική αντίσταση του αισθητηρίου αλλάζει με την συμβολή της αναλογίας Poisson.

### 5.3 Αισθητήρια Παραμόρφωσης (Strain Gauges)

Η παραμόρφωση είναι ένα φυσικό μέγεθος που την τιμή του την μετράμε με αισθητήρια παραμόρφωσης. Καθώς η πλειονότητα των αισθητηρίων παραμόρφωσης αποτελούνται από πιεζοηλεκτρικά στοιχεία ή από ημιαγωγούς, είναι στο σύνολό τους παθητικά ωμικά στοιχεία κατασκευασμένα με την εναπόθεση (depositing) η την χαλκογράφηση (etching) ενός αγωγού ή ενός ευαίσθητου πλέγματος ενισχυμένο από λεπτό φύλλο μετάλλου σε ένα υπόστρωμα γνωστό ως περίβλημα φορέα ημιαγωγού ( carrier matrix). Το σχήμα 5-3-1 παρουσιάζει σε τομή ένα τυπικό είδος αισθητηρίου πίεσης που χρησιμοποιείται ευρύτατα.



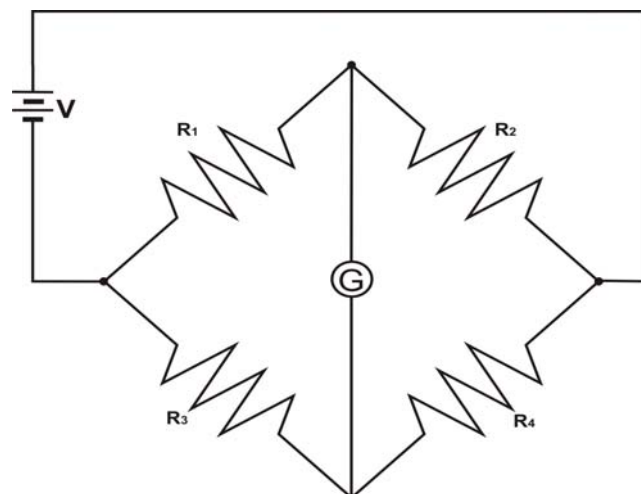


σχήμα 5-3-1

Τα αισθητήρια αυτά είναι κατασκευασμένα από ένα πλέγμα ή από πολλαπλές στρώσεις πλεγμάτων. Επιπλέον πολλές στρώσεις πλεγμάτων μπορούν να παραταχθούν στο περίβλημα του φορέα έτσι ώστε να έχουμε την δυνατότητα να μπορούμε να μετρήσουμε πιέσεις που ασκούνται από διάφορες κατευθύνσεις πάνω στην επιφάνεια του αισθητηρίου.

Συνήθως τα αισθητήρια παραμόρφωσης είναι προσαρτημένα σε όργανα δοκιμής με ένα είδος σύνδεσης που επιτρέπει την μετάδοση της δύναμης από το αντικείμενο στο αισθητήριο. Παράλληλα απομονώνει την ασκούμενη δύναμη έτσι ώστε να μετρηθεί χωρίς τυχόν εξωτερικές αλλοιώσεις άλλων παραγόντων και τέλος εξαλείφει την μεταφορά θερμότητας από το αισθητήριο στο όργανο δοκιμής. Μια προστατευτική επίστρωση μπορεί επίσης να τοποθετηθεί στο εξωτερικό περίβλημα του αισθητηρίου έτσι ώστε να το σφραγίζει και να το προστατεύει από τους εξωτερικούς ηλεκτρικούς θορύβους του περιβάλλοντος.

Ωμικά αισθητήρια παραμόρφωσης χρησιμοποιούνται σε συνδεσμολογίες με γέφυρα Wheatstone. Μια τέτοια συνδεσμολογία φαίνεται στο σχήμα 5-3-2.

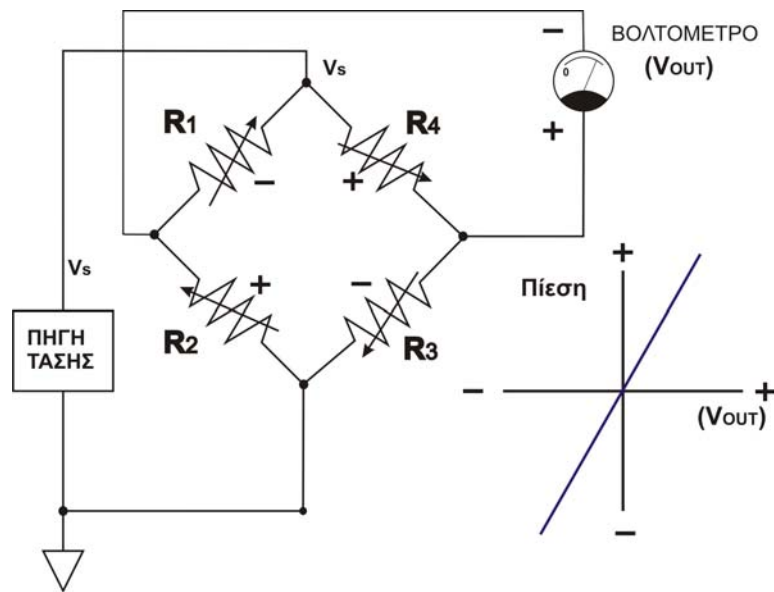


σχήμα 5-3-2

Είναι γνωστό ότι το χαρακτηριστικό της γέφυρας Wheatstone είναι ότι δρα αποτελεσματικά στην ανίχνευση οποιασδήποτε κατάστασης μη ισορροπίας ανάμεσα στις αντιστάσεις των κλάδων της. Παρόλα αυτά και μια συνδεσμολογία τεσσάρων-αγωγών

παρόμοια με αυτή που έχουμε αναλύσει στην προηγούμενη ενότητα με την αισθητήρια θερμοκρασίας (RTDs), μπορεί επίσης να μετρήσει την μεταβολή της αντίστασης ενός αισθητηρίου παραμόρφωσης. Στην περίπτωση αυτή το αισθητήριο διεγείρεται από την χρήση μιας πηγής ρεύματος και παράλληλα ένα micro-βολτόμετρο ακριβείας χρησιμοποιείται για την μέτρηση της πτώσης τάσης στα άκρα του αισθητηρίου. Τότε ήμαστε σε θέση να υπολογίσουμε τις μεταβολές της αντίστασης του αισθητηρίου.

Μια τυπική γέφυρα Wheatstone μπορεί να περιέχει από ένα έως τέσσερα ενεργά αισθητήρια παραμόρφωσης. Στο σχήμα 5-3-3 βλέπουμε το σχηματικό διάγραμμα μιας τέτοιας γέφυρας που περιέχει τέσσερα τέτοια αισθητήρια, με την μορφή της ισοδύναμης μεταβλητής αντίστασής τους σε κάθε ένα από τους κλάδους της γέφυρας. Οι κοινές γέφυρες Wheatstone περιέχουν αντιστάσεις με τιμές 120Ω, 350Ω, 600Ω, 700Ω και 1000Ω. Όταν όμως η γέφυρα αυτή περιέχει αισθητήρια παραμόρφωσης οι τιμές των αντιστάσεων κυμαίνονται από 25-30 Ohms μέχρι αρκετά Kilo-Ohms. Σε μια δεδομένη τάση τροφοδοσίας η γέφυρα που διαθέτει υψηλότερης τιμής ωμικά στοιχεία θα παράγει μικρότερα ποσά θερμότητας από ότι μια γέφυρα με μικρής τιμής ωμικά στοιχεία. Παράλληλα σε γέφυρες με ωμικά στοιχεία μεγάλης τιμής, οι αντιστάσεις που έχουν οι αγωγοί που ενώνουν το αισθητήριο με το κύριο μέρος της γέφυρας, την πηγή τροφοδοσίας της καθώς και τα όργανα μέτρησης δεν θα επηρεάζουν πολύ την τιμή των μετρήσεων άρα και την ακρίβειά στις μετρήσεις μας.

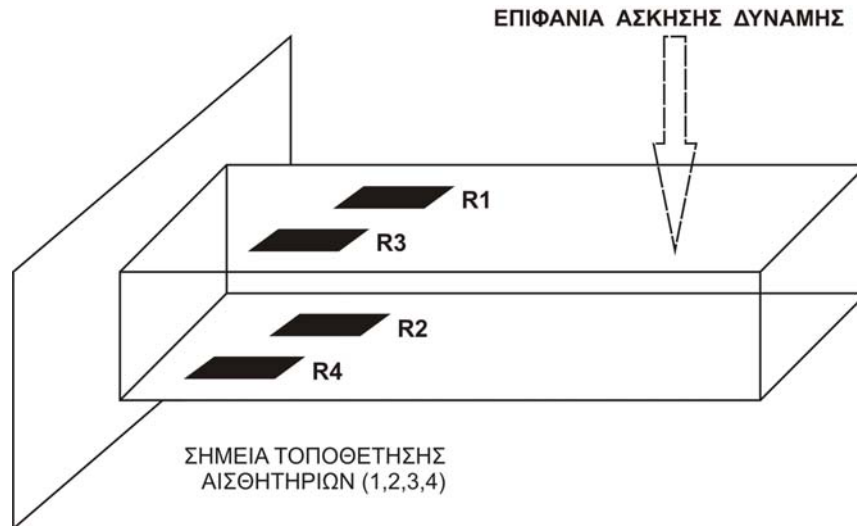


σχήμα 5-3-3

Τέσσερα αισθητήρια σε μια γέφυρα παράγουν την μέγιστη τιμή μη ισορροπίας άρα και μέγιστη τάση εξόδου (**V<sub>out</sub>**) σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο παραμόρφωσης. Σε γέφυρες που περιέχουν δυο ενεργά αισθητήρια, η **V<sub>out</sub>** σε μια καθορισμένη τιμή παραμόρφωσης θα είναι σχεδόν η μισή της τιμής που θα είχε εάν η γέφυρα είχε τέσσερα ενεργά αισθητήρια. Με την ίδια λογική μια γέφυρα που περιέχει ένα ενεργό αισθητήρια σε μια καθορισμένη τιμή παραμόρφωσης θα έχει τιμή **V<sub>out</sub>** ίση με το ένα τέταρτο (1/4) της τιμής που θα είχε με τέσσερα ενεργά αισθητήρια.

Σε μια γέφυρα πλήρους διαμόρφωσης (full bridge configuration) τα δυο αισθητήρια παραμόρφωσης πρέπει να είναι προσαρτημένα στην επιφάνια που ασκείται δύναμη στο όργανο, ενώ τα άλλα δυο στην αντίθετη πλευρά του οργάνου. Έτσι τα δυο πρώτα αισθητήρια αυξάνουν την τιμή της αντίστασης τους υπό την άσκηση δύναμης (πίεσης) ενώ τα άλλα δυο

την μειώνουν. Το σχήμα 5-3-4 δείχνει την μορφή μιας τέτοιας κατασκευής. Λογικά πλέον μπορούμε να καταλάβουμε ότι εάν χρησιμοποιήσουμε δυο αισθητήρια, το ένα θα τοποθετηθεί στην επιφάνεια άσκησης της δύναμης και το άλλο στη αντίθετη επιφάνια για τους ίδιους με παραπάνω λόγους. Επίσης επειδή η γέφυρα είναι πλήρους διαμόρφωσης θα χρειαστεί να τοποθετήσουμε και δυο όμοιες αντιστάσεις ίδιας τιμής με του αισθητηρίου πίεσης. Έτσι θα έχουμε την απαιτούμενη αρχική ισορροπία στη γέφυρα.



σχήμα 5-3-4

Για να πετύχουμε την μέγιστη ακρίβεια στις μετρήσεις με την χρήση αισθητηρίων παραμόρφωσης, πρέπει να ικανοποιούνται ορισμένες συνθήκες όπως χαμηλός ηλεκτρικός θόρυβος και πηγή τάσης με άριστη ρυθμιστική ικανότητα έτσι ώστε να εξαλείψουμε τις ανεπιθύμητες αυξομειώσεις της **V<sub>out</sub>**. Η απαιτούμενη τιμή ρεύματος για την γέφυρα μπορεί πολύ απλά να υπολογιστεί από τον νόμο του Ohm σαν  $I = V_s / R$ . Όπου  $V_s$  η τάση τροφοδοσίας και  $R$  η συνολική αντίσταση της γέφυρας. Συνήθως η τιμή του ρεύματος είναι πολύ μικρή. Σε μια γέφυρα που έχει συνολική αντίσταση  $120\Omega$  και τροφοδοτείται από πηγή τάσης  $5V$  απαιτεί ρεύμα λειτουργίας  $42mA$ . Τα συνηθισμένα όρια τάσης τροφοδοσίας σε γέφυρα με αισθητήρια πίεσης είναι από  $1-2V$  μέχρι  $25V$ . Τα όρια αυτά δεν πρέπει να υπερβαίνουν την τάση τροφοδοσίας που έχει ορίσει ο κατασκευαστής για κάθε τύπο αισθητηρίων.

## 5.4 Μετρητικός Παράγοντας ( Gauge Factor )

Ο όρος μετρητικός παράγοντας, gauge factor (GF), περιγράφει τον αναλογία μεταβολής της αντίστασης σε σχέση ως προς την μεταβολή της παραμόρφωσης. Η μαθηματική εξίσωση του GF είναι η εξής:

$$GF = \frac{\Delta R / R}{\Delta L / L} = \frac{\Delta R / R}{\epsilon} \quad (5-64)$$

Ένας τυπικός μετρητικός παράγοντας είναι η τιμή δυο (2). Οι κατασκευαστές αισθητηρίων παραμόρφωσης πρέπει να καθορίζουν τον ακριβή μετρητικό παράγοντα για καθένα από τα αισθητήρια τους ξεχωριστά. Δέκα βαθμοί καταπόνησης δηλαδή 10 micro-strain εάν εφαρμοστούν σε ένα αισθητήριο που έχει μετρητικό παράγοντα την τιμή δυο (2) θα έχουν σαν αποτέλεσμα την μεταβολή της αντίστασης του αισθητηρίου κατά 20 micro-Ohm

( $20 \cdot 10^{-6}$  Ohm). Αυτό είναι το αποτέλεσμα του μαθηματικού τύπου  $\Delta R/R = \epsilon \cdot GF$

Στα τα περισσότερα μεταλλικά αντικείμενα ο μέγιστη εφαρμοζόμενη δύναμη που συναντάμε είναι της τιμής των 5000 micro-strain και αν αναλογιστούμε ότι ο συχνότερα υπαρκτός μετρητικός παράγοντας είναι ο  $GF=2$ , τότε η μέγιστη μεταβολή της αντίστασης του αισθητηρίου μπορεί να φτάσει στα 10000 micro-Ohms (0.01Ω). Για τον λόγω αυτό τα μετρητικά όργανα που χρησιμοποιούμε πρέπει να έχουν το ελάχιστο μετρητικό βήμα του 1μΩ ή 1μV.

## 5.5 Καταστάσεις Σφαλμάτων Μέτρησης

Όπως και οι άλλοι τύποι αισθητήρων που έχουν ωμική συμπεριφορά, έτσι και στα αισθητήρια παραμόρφωσης η ακρίβεια τους μπορεί να επηρεαστεί από τον ηλεκτρικό θόρυβο, από τα θερμοηλεκτρικά ηλεκτρομαγνητικά πεδία (EMFs) και το φαινόμενο θέρμανσης Joule. Για τον λόγω αυτό τα αισθητήρια παραμόρφωσης πρέπει να χρησιμοποιούνται με την ανάλογη ηλεκτρομαγνητική θωράκιση και να λαμβάνουμε υπόψη τα μεταλλικά στοιχεία των επαφών, την τάση τροφοδοσίας και την θερμοκρασία του περιβάλλοντος που με την παρουσία τους μειώνουν την ακρίβεια των μετρήσεων μας.

Εδώ πρέπει να σημειωθεί όπως θα δούμε σε επόμενη παράγραφο ότι οι γέφυρες μισής διαμόρφωσης και διαμόρφωσης ενός τετάρτου, είναι περισσότερο ευαίσθητες σε σφάλματα μη γραμμικότητας όταν λειτουργούν σε περιοχές μη ισορροπίας από ότι η γέφυρες πλήρους διαμόρφωσης. Επίσης τα δυο πρώτα είδη διαμορφώσεων επηρεάζονται περισσότερο από σφάλματα που προκύπτουν με επίδραση της αντίστασης των ενδιάμεσων αγωγών ανάμεσα στην γέφυρα και τα αισθητήρια παραμόρφωσης. Με την χρήση της διαμόρφωσης πλήρους γέφυρας όλα τα προαναφερθέντα σφάλματα μπορούν να μειωθούν στο ελάχιστο ή ακόμα και να εξαλειφθούν.

Για να ελαχιστοποιήσουμε τα φαινόμενα εσωτερικής θέρμανσης (self-heating), η τάση που χρησιμοποιούμε για να τροφοδοτήσουμε τα αισθητήρια παραμόρφωσης πρέπει να είναι τόσο υψηλή ώστε να έχουμε τα κατάλληλα μετρητικά αποτελέσματα αλλά να μην υπερβεί τα όρια που έχουν ορίσει οι κατασκευαστές του οργάνου. Πρέπει να αναφερθεί ότι το μεγαλύτερη τιμή τάσης τροφοδοσίας μπορεί να επιτραπεί μόνο για εφαρμογές που το αντικείμενο υπό δοκιμή μειώνει ικανοποιητικά τα επίπεδα θερμότητας από το αισθητήριο.

Τα αισθητήρια παραμόρφωσης συχνά συνοδεύονται από μια καθορισμένη θερμοκρασία ομαλούς λειτουργίας ή ένα φάσμα θερμοκρασιών ομαλής λειτουργίας έτσι ώστε να έχουν την μέγιστη απόδοση και ακρίβεια στις μετρήσεις τους. Ένα αισθητήριο παραμόρφωσης με διαμόρφωση πλήρους γέφυρας μπορεί να αντέξει θερμοκρασιακές μεταβολές με ελάχιστη επίπτωση στην ακρίβεια των μετρήσεων. Αυτό καθώς και οι τέσσερις κλάδοι της γέφυρας έχουν τα ίδια θερμοκρασιακά χαρακτηριστικά που μεταβάλλονται

εξίσου το ίδιο. Σε αισθητήρια με διαμόρφωση μισής γέφυρας ή διαμόρφωση ενός τετάρτου, σφάλματα που οφείλονται στην θερμοκρασία οφείλονται στο ότι οι δυο επιπρόσθετες αντιστάσεις έχουν διαφορετικά θερμοκρασιακά χαρακτηριστικά από τα υπόλοιπα κύκλωμα και τέλος οι αντιστάσεις αυτές έχουν κάποια ορισμένη απόσταση από τα αισθητήρια.

## 5.6 Λειτουργικά Στοιχεία

Σε αντίθεση με της μετρήσεις γέφυρας και ωμικών μεταβαλλόμενων αισθητηρίων θερμοκρασίας, που έχουμε αναλύσει διεξοδικά στο προηγούμενο κεφάλαιο, τα αισθητήρια παραμόρφωσης με την βοήθεια των γεφυρών χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές όπου η αυξανόμενη αλλαγή της αντίστασης έχει μεγαλύτερο ενδιαφέρον από την εκάστοτε απόλυτη τιμή τάσης εξόδου της γέφυρας. Συνήθως η τάση εξόδου  $V_S$  παρουσιάζει μια σχεδόν γραμμικού τύπου συσχέτιση με την παραμόρφωση. Η έξοδος ενός αισθητηρίου παραμόρφωσης έχει σχετικά μικρή τιμή η οποία φτάνει μέχρι μερικές χιλιάδες micro-strain, καθώς η γέφυρα δεν αποκλίνει πολύ από το σημείο ισορροπίας της ακόμα και αν το αντικείμενο υπό δοκιμή έχει πλήρες φορτίο.

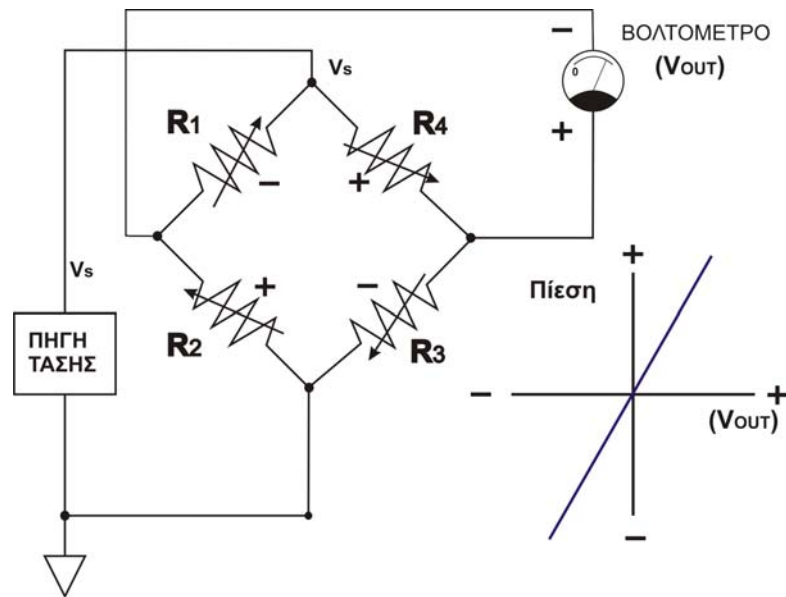
Υπάρχει μια ποικιλία από τεχνικές με τις οποίες μπορούμε να μετατρέψουμε την συμπεριφορά της γέφυρας σε πίεση. Αυτές στηρίζονται στην άμεση μέτρηση της τάσης εξόδου της γέφυρας σε κατάσταση μη ισορροπίας. Μέσω αυτής της άμεσης μέτρησης τάσης προκύπτει μια γραμμική μαθηματική σχέση ανάμεσα στην τάση εξόδου της γέφυρας  $V_{OUT}$  και της πίεσης  $\epsilon$ . Η χρήση μιας γέφυρας που βρίσκεται σε ισορροπία και δεν έχει κανένα φορτίο μας βοηθά να ελαχιστοποιήσουμε τα πιθανά σφάλματα γραμμικότητας.

Οι ακόλουθες παράγραφοι θα περιγράψουν τύπους και διατάξεις έτσι ώστε να μετρηθεί η πίεση σε συνδεσμολογίες γεφυρών Wheatstone. Οι υπολογισμοί αυτοί βασίζονται στην τάση τροφοδοσίας  $V_S$ , τον τύπο της γέφυρας (**bridge configuration**), τον μετρητικό παράγοντα **GF** και την τάση εξόδου της γέφυρας  $V_{OUT}$ . Οι υπολογιστικές μέθοδοι κάνουν χρήση και μιας επιπλέον μεταβαλλόμενης αναλογίας τάσης  $V_R$  που υπολογίζεται ως εξής :

$$V_R = \frac{V_{OUT} (strained) - V_{OUT} (unstrained)}{V_S} \quad (5-65)$$

## 5.7 Αισθητήρια Παραμόρφωσης Με Συνδεσμολογία Πλήρους Γέφυρας (Full Bridge Configuration)

Η συνδεσμολογία πλήρους γέφυρας παρέχει πολλά πλεονεκτήματα σε σχέση με τις συνδεσμολογίες της μισής γέφυρας (half bridge) ή της γέφυρας ενός τετάρτου (quarter bridge). Τα πλεονεκτήματα αυτά είναι η μέγιστη ευαισθησία, τα ελάχιστα κατασκευαστικά σφάλματα, την πολύ υψηλή αντίσταση σε ηλεκτρικούς θορύβους και την εύκολη διαχείριση των θερμικών φαινομένων. Στο σχήμα 5-7-1 μια γέφυρα πλήρους συνδεσμολογίας με τέσσερα αισθητήρια παραμόρφωσης.



σχήμα 5-7-1

Οι ακόλουθες σχέσεις χρησιμοποιούνται στο να υπολογιστεί η παραμόρφωση μέσω των αισθητηρίων μιας τέτοιας γέφυρας:

$$\varepsilon = \frac{-V_R}{GF} \quad (5-66)$$

↪ Η παραπάνω εξίσωση χρησιμοποιείται όταν οι μεταβλητές αντιστάσεις \$R\_1\$, \$R\_2\$, \$R\_3\$ και \$R\_4\$ μετρούν κανονική πίεση (κάθετης διεύθυνσης).

$$\varepsilon = \frac{-2V_R}{GF(\nu + 1)} \quad (5-67)$$

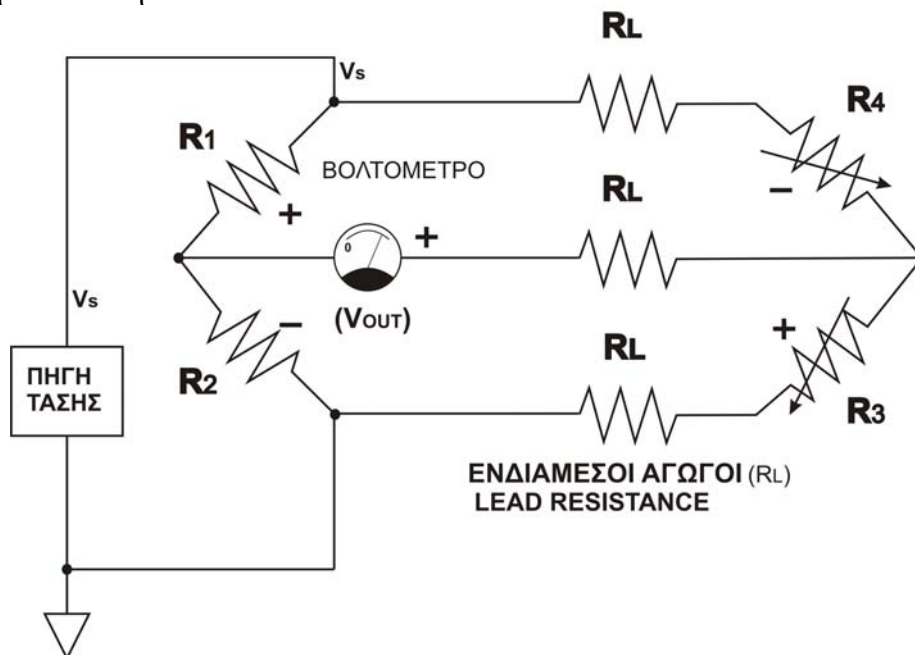
↪ Η παραπάνω εξίσωση χρησιμοποιείται όταν οι μεταβλητές αντιστάσεις \$R\_1\$ και \$R\_2\$ μετρούν παραμόρφωση κατά Poisson (εγκάρσιας διεύθυνσης), ενώ οι μεταβλητές αντιστάσεις \$R\_3\$ και \$R\_4\$ μετρούν κανονική παραμόρφωση (κάθετης διεύθυνσης).

$$\varepsilon = \frac{-2V_R}{GF[(\nu + 1) - \nu(\nu - 1)]} \quad (5-68)$$

↪ Η παραπάνω εξίσωση χρησιμοποιείται όταν οι μεταβλητές αντιστάσεις \$R\_1\$ και \$R\_3\$ μετρούν παραμόρφωση κατά Poisson (εγκάρσιας διεύθυνσης), ενώ οι μεταβλητές αντιστάσεις \$R\_2\$ και \$R\_4\$ μετρούν κανονική παραμόρφωση (κάθετης διεύθυνσης).

## 5.8 Αισθητήρια Παραμόρφωσης Με Συνδεσμολογία Μισής Γέφυρας (Half Bridge Configuration)

Στη συνδεσμολογία μισής γέφυρας γίνεται η χρήση δυο αισθητηρίων παραμόρφωσης τα οποία είναι προσαρμοσμένα στο αντικείμενο υπό δοκιμή και δυο συμπληρωματικών αντιστάσεων στους δυο υπολειπόμενους κλάδους της γέφυρας. Αυτό φαίνεται στο σχηματικό διάγραμμα 5-8-1. Όταν τα ενεργά αισθητήρια έχουν κάποια αξιόλογη απόσταση από το κυρίως μέρος των υπόλοιπων οργάνων της γέφυρας, τότε η αντίσταση του αγωγού που ενώνει τα αισθητήρια αυτά με την γέφυρα, δηλαδή οι ενδιάμεσες αντιστάσεις  $R_L$ , θα πρέπει να λαμβάνονται σοβαρά υπόψη. Υποθέτοντας ότι το μήκος των ενδιάμεσων αγωγών είναι σε όλους το ίδιο τότε οι ενδιάμεσες αντιστάσεις  $R_L$  σε οποιοδήποτε σημείο της γέφυρας θα έχει την ίδια τιμή αντίστασης. Άρα οι ενδιάμεσες αντιστάσεις σε κάθε κλάδο της γέφυρας θα έχουν πάντα την ίδια πτώση τάσης με αποτέλεσμα να αναιρεί η μία την τιμή της άλλης. Έτσι η μόνη ενδιάμεση αντίσταση που έχει άμεση σχέση με την τιμή ένδειξης του βολτομέτρου θα είναι αυτή που το ενώνει με τον ενδιάμεσο κόμβο των αισθητηρίων στην γέφυρα. Το βολτόμετρο πλέον θα δείχνει μια τιμή τάσης στα άκρα της γέφυρας η οποία θα απέχει από την πραγματική κατά την πτώση τάσης που δημιουργεί η προαναφερόμενη ενδιάμεση αντίσταση. Άρα θα έχουμε την εισαγωγή σφάλματος στις μετρήσεις μας. Το φαινόμενο αυτό μπορεί να μειωθεί στο ελάχιστο εάν χρησιμοποιήσουμε ένα βολτόμετρο με υψηλή σύνθετη εσωτερική αντίσταση.



Σχήμα 5-8-1

Οι ακόλουθες σχέσεις χρησιμοποιούνται στο να υπολογιστεί η παραμόρφωση μέσω των αισθητηρίων σε συνδεσμολογία μισής γέφυρας:

$$\varepsilon = \frac{-2V_R}{GF} * \left( 1 + \frac{R_L}{R_G} \right) \quad (5-69)$$

↪ Η παραπάνω εξίσωση χρησιμοποιείται όταν οι μεταβλητές αντιστάσεις  $R_3$  και  $R_4$  μετρούν κανονική παραμόρφωση (κάθετης διεύθυνσης).

$$\varepsilon = \frac{-2V_R}{GF} * \frac{-4V_R}{GF[(\nu+1)-2V_R(\nu-1)]} * \left(1 + \frac{R_L}{R_G}\right) \quad (5-70)$$

↳ Η παραπάνω εξίσωση χρησιμοποιείται όταν η μεταβλητή αντίσταση  $R_3$  μετρά παραμόρφωση κατά Poisson ( εγκάρσιας διεύθυνσης), ενώ η μεταβλητή αντίσταση  $R_4$  μετρά κανονική παραμόρφωση ( κάθετης διεύθυνσης).

Πρέπει να αναφερθεί ότι στις προηγούμενες μαθηματικές σχέσεις η  $R_G$  είναι η εσωτερική αντίσταση του ενός αισθητήρα πίεσης και  $R_L$  είναι η τιμή της αντίστασης ενός ενδιάμεσου αγωγού.

Καλό είναι να λάβουμε υπόψη ότι ο αγωγός του αισθητήρα (wire gauge) επηρεάζει σημαντικά την ενδιάμεση αντίσταση. Ένας αγωγός 5,48m (18 feet) 18 αισθητηρίων (0.0066Ω/foot) και μια γέφυρα με σύνολο ωμικών αντιστάσεων 180Ω έχει σαν αποτέλεσμα στον κλάδο πολλαπλασιασμού (  $1 + R_L/R_G$  ) να βρίσκουμε σαν αποτέλεσμα την τιμή 1.0005. Αυτό δείχνει σφάλμα της τιμής του 0.05%. Για τον λόγο αυτό ο καλύτερος τρόπος να μειώσουμε τα φαινόμενα σφάλματος από ενδιάμεσες αντιστάσεις είναι να χρησιμοποιούμε όσο το δυνατό κοντύτερο αγωγό στην σύνδεση των αισθητηρίων με τη γέφυρα.

## 5.9 Αισθητήρια Παραμόρφωσης Με Συνδεσμολογία Ενός Τετάρτου Της Γέφυρας (Quarter Bridge Configuration)

Στη συνδεσμολογία ενός τετάρτου της γέφυρας γίνεται η χρήση ενός αισθητηρίου παραμόρφωσης το οποίο είναι προσαρμοσμένο στο αντικείμενο υπό δοκιμή και τριών συμπληρωματικών αντιστάσεων στους τρεις υπολειπόμενους κλάδους της γέφυρας. Αυτή η διάταξη φαίνεται στο σχηματικό διάγραμμα 5-9-1. Η συμπληρωματική αντίσταση  $R_3$  μπορεί να τοποθετηθεί κατευθείαν στον κλάδο του μετρητικού συστήματος της γέφυρας μαζί με τις άλλες δυο συμπληρωματικές αντιστάσεις ή να τοποθετηθεί εξωτερικά μαζί με το κύκλωμα του αισθητηρίου. Η εξωτερική τοποθέτηση της αντίστασης  $R_3$  ελαχιστοποιεί τα σφάλματα μέτρησης λόγω της θερμοκρασιακής διαφοράς ανάμεσα στις αντιστάσεις  $R_3$  και  $R_4$  (εσωτερική αντίσταση του αισθητηρίου). Η εξωτερική τοποθέτηση της αντίστασης μπορεί να είναι δύσκολη σε ορισμένες εφαρμογές.

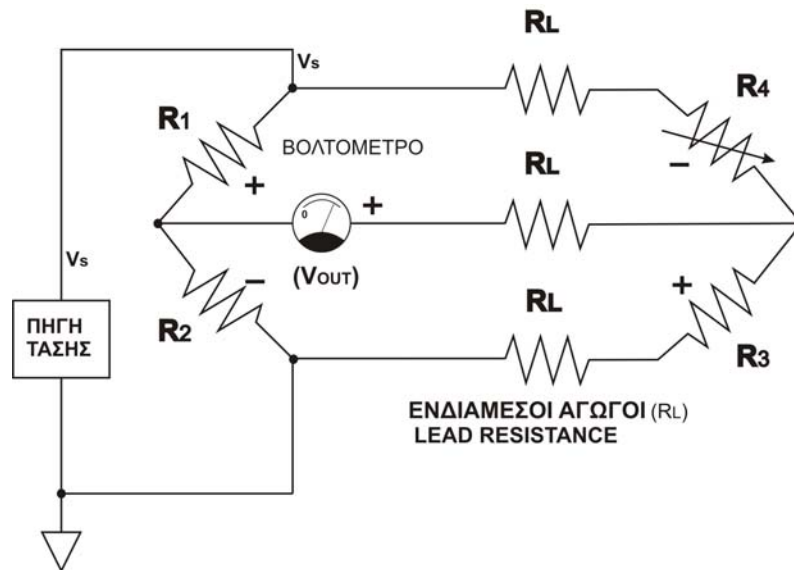
Στη συνδεσμολογία ενός τετάρτου της γέφυρας η ενδιάμεση αντίσταση  $R_L$  πρέπει να λαμβάνεται υπόψη. Στο σχήμα 5-9-1 γίνεται η χρήση ενός σχεδιαγράμματος τριών-αγωγών το οποίο αναιρεί την τιμή της ενδιάμεσης αντίστασης της διέγερσης του αισθητηρίου από την γέφυρα, με την τιμή της ενδιάμεσης αντίστασης της γείωσης του αισθητηρίου.

Η ακόλουθη σχέση χρησιμοποιείται στο να υπολογιστεί η παραμόρφωση μέσω του αισθητηρίου σε συνδεσμολογία ενός τετάρτου της γέφυρας:

$$\varepsilon = \frac{-2V_R}{GF} * \frac{-4V_R}{GF(2V_R+1)} * \left(1 + \frac{R_L}{R_G}\right) \quad (5-71)$$



↪ Η παραπάνω εξίσωση χρησιμοποιείται όταν η μεταβλητή αντίσταση  $R_4$  μετρά κανονική παραμόρφωση (κάθετης διεύθυνσης). Η μέτρηση πίεσης κατά Poisson (εγκάρσιας διεύθυνσης), δεν είναι εφικτή.



σχήμα 5-9-1

Πρέπει να αναφερθεί ότι στις προηγούμενες μαθηματικές σχέσεις η  $R_G$  είναι η εσωτερική αντίσταση του ενός αισθητήρα παραμόρφωσης και  $R_L$  είναι η τιμή της αντίστασης ενός ενδιάμεσου αγωγού.

## 5.10 Προσδιορισμός Συνθηκών Σήματος

Η έξοδος ενός αισθητηρίου παραμόρφωσης είναι της τάξης των μερικών milli-volts ανά volt τάσης διέγερσης του ίδιου αισθητηρίου. Άρα τα όργανα που χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές εύρεσης μιας επιθυμητής τιμής πίεσης πρέπει να έχουν ικανότητα μέτρησης της τάξης των μερικών microvolt. Για τον λόγο αυτό όλες οι υπάρχουσες τεχνικές μείωσης του ηλεκτρικού θορύβου, της μικρής ευαισθησίας των οργάνων μέτρησης, της θερμομαγνητικής θωράκισης, της χρήσης φίλτρων, της διαφορικής μέτρησης της τάσης και του υπολογισμού του μέσου όρου των σημάτων πρέπει να εφαρμόζονται.

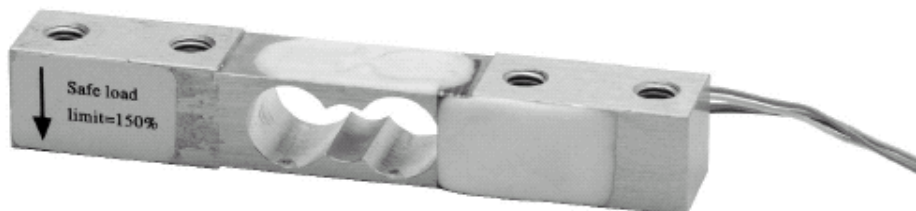
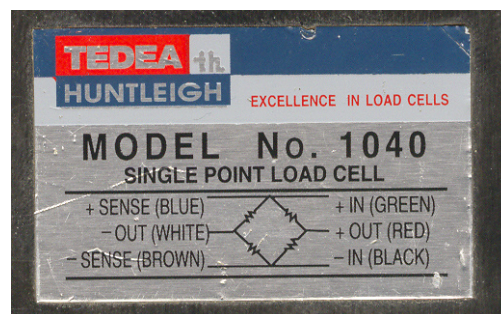
Για την εξασφάλιση της μέγιστης ωφελιμότητας των σημάτων ενός αισθητηρίου πίεσης, άριστη επιλογή είναι η χρήση ενός μετατροπέα αναλογικού σήματος σε ψηφιακό A/D. Στην σύγχρονη αγορά πολλοί κατασκευαστές αισθητηρίων πίεσης έχουν προσφέρουν προ-ενισχυτές σήματος που είναι εγκατεστημένοι κοντά στα αισθητήρια αυτά. Σκοπός τους είναι η ανύψωση του σήματος εξόδου σε περιοχές των 0-10V ή 4-20mA. Με τέτοιες τιμές μπορούμε πλέον εύκολα να επεξεργαστούμε τα σήματα αυτά.

## 5.11 Load Cells, Pressure Sensors και Flow Sensors

Μέσω μορφομετατροπέων αισθητηρίων πίεσης συνδυασμένων με εξειδικευμένες μηχανικές συσκευές μπορούμε να μετρήσουμε μια πλειάδα φυσικών φαινομένων. Τέτοια φαινόμενα είναι το βάρος, η πίεση υγρών ή αερίων και το ποσοστό ροής.

Ένα αισθητήριο βάρους ή αλλιώς δυναμοκυψέλη (load cell) είναι ένα κατάλληλα σχεδιασμένο αισθητήριο που μπορεί να μετρήσει την δύναμη του βάρους διάφορων φορτίων. Το κύριο μηχανικό μέρος του σώματος ενός αισθητηρίου βάρους είναι κατασκευασμένο από μια άκαμπτη μεταλλική κατασκευή που όμως έχει την δυνατότητα να συμπιεστεί. Επίσης το κυρίως σώμα του αισθητηρίου βάρους συνήθως είναι σχεδιασμένο με κατάλληλες οπές ή άλλα βοηθητικά μέρη έτσι ώστε να παρέχουν πλήρη στήριξη στο μετρούμενο φορτίο για την όσο πιο ακριβή του μέτρηση.

Ακολουθεί εικόνα και πίνακας χαρακτηριστικών δυναμοκυψέλης για την μέτρηση βάρους. Η δυναμοκυψέλη αυτή πρέπει να σημειώσουμε ότι δίνει έξι αγωγούς σύνδεσης



<b>ΑΚΡΙΒΕΙΑ</b>	<b>0,03%</b>
<b>ΜΕΓΙΣΤΟ ΦΟΡΤΙΟ</b>	<b>1 Kgr</b>
<b>ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑ</b>	<b>1.8 mV/V</b>
<b>ZERO BALANCE</b>	<b>0 ± 0.5 mV/V</b>

<b>ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ</b>	<b>1 ΚΩ</b>
<b>ΕΙΣΟΔΟΥ</b>	
<b>ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΕΞΟΔΟΥ</b>	<b>1 ΚΩ</b>
<b>ΦΟΡΤΙΟ ΘΡΑΥΣΗΣ</b>	<b>1,5 Kgr</b>
<b>ΤΡΟΦΟΔΟΣΙΑ</b>	<b>5 V ως 15V</b>
<b>ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ</b>	<b>-30 °C ως +70 °C</b>
<b>ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ</b>	
<b>ΤΑΣΗ ΑΝΑΦΟΡΑΣ</b>	<b>5 V</b>

Οι τυπικοί μορφομετατροπείς των αισθητήριων παραμόρφωσης είναι ηλεκτρομηχανικές κατασκευές οι οποίες συνδυάζουν τον αισθητήρα με κάποιο μηχανικό μέρος, όπως μηχανικό διάφραγμα, ειδικά πιστόνια ή κάποιο είδος φυσητήρα. Ο μηχανισμός είναι σχεδιασμένος στο να αντιδρά σε κάθε διαφορά πίεσης και μεταδίδει την πίεση αυτή σε ένα ελατήριο το οποίο μέσω της διαστολής ή συστολής του να δείχνει στον αισθητήρα την κλίμακα της ασκούμενης πίεσης. Το όργανο αίσθησης της πίεσης επίσης ενεργοποιεί έναν άλλο αισθητήρα είτε θέσης είτε πίεσης που παράγει ηλεκτρικά σήματα εξόδου με σκοπό να τα επεξεργαζόμαστε και να τα εκμεταλλευόμαστε με ένα A/D.

Το φυσικό φαινόμενο της ροής μπορεί να μετρηθεί με ποικίλους τρόπους. Οι περισσότεροι από αυτούς είναι έμμεσοι τρόποι μέτρησης που εξαρτώνται από ιδιότητες του υλικού υπό μέτρηση, την αγωγιμότητα του και ένα πλήθος από άλλες ιδιότητες του. Ο πλέον πολυχρησιμοποιημένος τρόπος να συμπεράνουμε την ύπαρξη ροής είναι να μετρήσουμε την πτώση πίεσης του υλικού καθώς αυτό περνά μέσα από μια οπή (στόμιο), χρησιμοποιώντας δυο αισθητήρια πίεσης. Το ένα πριν την οπή και το άλλο μετά από αυτή.

Υπάρχουν πολλοί κανόνες οι οποίοι ισχύουν για τους μορφομετατροπείς που έχουμε περιγράψει στην παρούσα ενότητα.

1. Οι μορφομετατροπείς αυτοί είναι σχεδιασμένοι για άμεση χρησιμοποίηση και περιέχουν οι ίδιοι συσκευές με ενδιάμεσους αγωγούς (wire leads) για την διέγερση της εισόδου και την μέτρηση του σήματος εξόδου. Η συσκευασία του μπορεί να περιλαμβάνει επίσης ηλεκτρικά στοιχεία γρήγορης αποσύνδεσης, βάσεις απών, ίνες ηλεκτρικού τύπου, βοηθητικά εξαρτήματα πίεσης ή άλλων ειδών πρόσθετα βοηθητικά εξαρτήματα.
2. Οι μορφομετατροπείς είναι σχεδιασμένοι για τον έλεγχο μεθόδου παραγωγής ή άλλων τύπων μετρήσεων εμπορικών εφαρμογών. Τα συνηθισμένα αισθητήρια πίεσης είναι κατασκευασμένα μόνο για ερευνητική ή εργαστηριακή χρήση.
3. Οι μορφομετατροπείς μπορεί να έχουν σαν βασικό στοιχείο τους τα παραδοσιακά αισθητήρια πίεσης με αντιστασιακή μεταβολή ή τεχνολογίες άλλων αισθητήρων. Πρέπει να έχουν μια τροφοδοσία τάσης που είναι εξωτερικά από το κύριο κύκλωμα τους και η τιμή της ορίζεται από τον κατασκευαστή τους. Η έξοδό τους είναι συνήθως ένα σήμα χαμηλής τιμής έτσι στις περισσότερες περιπτώσεις χρειάζεται να τοποθετούμε ενισχυτές σήματος.
4. Τα όργανα αίσθησης είναι πλήρως ενσωματωμένα με τον μορφομετατροπέα. Είναι συνήθως σφραγισμένα για καλύτερη θερμική απομόνωση από το περιβάλλον και τέλος ο χρήστης δεν μπορεί να επέμβει σε αυτά.

## Παράρτημα Πληροφορίες Ορολογίας για τα Αισθητήρια

Οι μορφομετατροπείς (transducers) είναι ηλεκτρονικές συνήθως βαθμίδες που σκοπό έχουν να μετατρέπουν μια φυσική ποσότητα σε ηλεκτρικό σήμα. ( π.χ. μετατροπή της θερμοκρασίας σε τάση ή η μετατροπή ταχύτητας ανέμου σε αριθμό παλμών). Συνηθισμένα μεγέθη που καλούνται να μετατρέψουν (ή να μετρήσουν) είναι η θέση, η δύναμη, η ταχύτητα, η επιτάχυνση, η πίεση, ή στάθμη, η ροή και η θερμοκρασία.

Η έξοδος ενός μορφομετατροπέα μπορεί να είναι μια τάση, ένα ρεύμα, μια αντίσταση, μια χωρητικότητα ή μια συχνότητα. Τα μεγέθη αυτά, μπορεί στη συνέχεια να διαβαστούν από έναν Αναλογικό-ψηφιακό μετατροπέα (A/D) και να γίνει μια επεξεργασία των τιμών τους ή ακόμα και ένας έλεγχος λειτουργίας ( control).

Το πόσο καλά και το πόσο γρήγορα ένας μετατροπέας μεταβάλλει την έξοδο του σε σχέση με μία μεταβολή του φυσικού μεγέθους της εισόδου του είναι καίριο για την επιτυχία του ελέγχου που επιθυμούμε. Η αποτελεσματικότητά του (guarantee) περιγράφεται από τους κατασκευαστές του σαν δύο σημεία των προδιαγραφών του. Οι στατικές προδιαγραφές περιγράφουν τη συσχέτιση σταθερής κατάστασης μεταξύ του φυσικού μεγέθους της εισόδου και του ηλεκτρικού μεγέθους της εξόδου. Η ακρίβεια, η ανάλυση, η επαναληπτικότητα, η γραμμικότητα, η υστέρηση, είναι όλες στατικές προδιαγραφές για ένα μετατροπέα.

Το πόσο γρήγορα μεταβάλλεται η έξοδος σε σχέση με την μεταβολή εισόδου, περιγράφεται στην αποτελεσματικότητα των δυναμικών προδιαγραφών. Ο χρόνος ανόδου, η σταθερά χρόνου, η απόκριση συχνότητας και οι δευτέρου βαθμού παράμετροι of damping, η συχνότητα συντονισμού, ο χρόνος αποκατάστασης, και επί τοις εκατό υπέρταση (overshoot) , χρησιμοποιούνται από τους κατασκευαστές για να περιγράψουν τη δυναμική απόδοση ή αποτελεσματικότητα των μετατροπέων τους.

Προηγούμενα αναλύσαμε τους πιο βασικούς όρους για να μπορούμε να αξιολογήσουμε ένα μετρητικό σύστημα ή ένα αισθητήρα. Κάποιοι από τους ορισμούς μπορεί να έχουν διαφορετικές σημασίες σε διαφορετικά πεδία ή ακόμα και να μην εφαρμόζονται όλοι για κάποιο είδος αισθητήρα / μετατροπέα.

Σε αυτό το σημείο της πτυχιακής είναι σωστό να συνοψίσουμε τους τεχνικούς όρους και τις έννοιες που χρησιμοποιούνται συχνά για να περιγράψουν τα αισθητήρια, τους μετατροπείς μεγεθών, τα όργανα μέτρησης και την απόκριση τους.

- **Αισθητήρας μέτρησης (sensor):** είναι ένα ειδικό στοιχείο αίσθησης που αντιδρά σε αλλαγές του περιβάλλοντος (π.χ. αισθητήριο πίεσης, θερμοκρασίας, υγρασίας κλπ)
- **Μετατροπέας ενέργειας (Transducer):** είναι συσκευή για την μετατροπή ενέργειας από μια μορφή σε άλλη (π.χ. μετατροπή περιστροφικής κίνησης ανεμομέτρου σε ηλεκτρικούς παλμούς, μετατροπή θερμοκρασίας σε τάση κλπ). Σήμερα πολλοί μετατροπείς είναι ενσωματωμένοι μέσα στους αισθητήρες και η έννοια έχει σχεδόν ταυτοποιηθεί με τον αισθητήρα .
- **Συλλέκτης δεδομένων (Data Logger or data processor):** είναι συσκευή που δέχεται εξόδους από διάφορα αισθητήρια ή Transducers και τα μετατρέπει σε μορφή που να μπορούν να αποθηκευτούν.

- **Σύστημα απόκτησης δεδομένων (Data Acquisition System):** είναι πλήρες σύστημα με αισθητήρια, transducers, Data Logger, μνήμη, κατάλληλο Software και πιθανόν πομπό επικοινωνίας.
  - **Βαθμονόμηση (calibration):** Η έννοια αναφέρεται στις μονάδες που βαθμολογείται η κλίμακα εμφάνισης ή καταγραφής ενός οργάνου. Για παράδειγμα αν ένας αισθητήρας που μετρά ταχύτητα, παράγει μια ηλεκτρική έξοδο σε μορφή τάσης, ο δείκτης του οργάνου κινείται ανάλογα με την τάση που εφαρμόζεται σε αυτόν, αλλά η θέση του χαρακτηρίζεται από κάποια τιμή ταχύτητας και όχι τάσης. Λέμε λοιπόν ότι το ταχύμετρο βαθμονομείται ως προς την ταχύτητα.
  - **Ανεμογράφος ή ανεμόμετρο (Wind measuring system):** είναι σύστημα που περιλαμβάνει αισθητήρια και Transducers, Data Logger, πρόγραμμα συλλογής δεδομένων και ιστό στήριξης, κατάλληλο για τη μέτρηση ταχύτητας και διεύθυνσης του ανέμου.
  - **Ανεμόμετρο (velocity sensor):** είναι αισθητήρας που μετατρέπει την περιστροφική κίνηση σε τάση ανάλογη της ταχύτητας του ανέμου ή και σε ένα αριθμό παλμών /sec.
  - **Ανεμοδείκτης (Direction Sensor):** είναι αισθητήρας που μετατρέπει την κίνηση ενός ανεμουρίου σε τάση ανάλογη της διεύθυνσης του ανέμου.
  - **Σφάλμα (error):** είναι η διαφορά ανάμεσα στην μετρούμενη τιμή μιας ποσότητας και την πραγματική τιμή. Συχνά εκφράζεται και επί τοις εκατό οπότε αντιπροσωπεύει την ακρίβεια του συστήματος.
- 
- **Σφάλμα μέτρησης (Error):** είναι η αλγεβρική διαφορά μεταξύ της τιμής ένδειξης και της πραγματικής τιμής του μετρούμενου μεγέθους, π.χ. + 0.1 m/s.
- 
- **Ακρίβεια οργάνου (Accurancy):** είναι ο βαθμός με τον οποίο ένα όργανο μπορεί να μετρήσει μια μεταβλητή και σε σύγκριση με το πραγματικό της μέγεθος, π.χ. +/- 0.2 m/s στα 10 m/s. Η ακρίβεια δηλαδή εκφράζει το επί τοις εκατό σφάλμα ως προς το εύρος μέτρησης της συσκευής ή του αισθητήρα.
  - **Διακριτικότητα ή ανάλυση (Resolution):** είναι η μικρότερη μεταβολή στο περιβάλλον( ή στην είσοδο ενός μετατροπέα), που προκαλεί μια ανιχνεύσιμη μεταβολή στην ένδειξη ενός αισθητήρα ή οργάνου π.χ.+ 0.1m/sec. Όσο μεγαλύτερη είναι, τόσο μικρότερο είναι το βήμα που μπορεί ο αισθητήρας να μετρά.
  - **Ευαισθησία (Sensitivity):** είναι ο λόγος των τιμών πλήρους κλίμακας εξόδου προς εισόδου, κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες και είναι διάφορο της Διακριτικότητας, π.χ. 10 παλμοί ανά m/s ή Volt/mm.

- **Ευστάθεια (stability):** είναι το μέτρο της μεταβολής της εξόδου μιας συσκευής, όταν η είσοδος και οι συνθήκες παραμένουν σταθερά, κατά τη διάρκεια μιας μεγάλης χρονικής περιόδου.
  - **Εύρος (operating range) :** είναι τα όρια που μπορεί η συσκευή να λειτουργεί αξιόπιστα. Εκφράζεται με την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή που μπορεί να μετρά.
  - **Αξιοπιστία οργάνου (Reliability):** είναι μια μέτρηση της πιθανότητας λειτουργίας του μέσα σε περιορισμένα όρια σφάλματος, για δεδομένη χρονική περίοδο και κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες. Είναι συγγενής έννοια με το χρόνο λειτουργίας.
  - **Χρόνος ζωής ή λειτουργίας (operating life):** είναι ο ωφέλιμος χρόνος λειτουργίας ενός αισθητήρα για να λειτουργεί στα πλαίσια των προδιαγραφών του. Εκφράζεται σε μονάδες χρόνου ή με τον αριθμό των κύκλων λειτουργίας που μπορεί να διεκπεραιώσει επιτυχώς ( π.χ. ένα ρελέ έχει  $10^8$  επαναλήψεις με το ονομαστικό του φορτίο).
  - **Γραμμικότητα ( linearity ):** αποτελεί το βαθμό στον οποίο η γραφική παράσταση της εξόδου ως προς την είσοδο του αισθητήρα προσεγγίζει μια ευθεία γραμμή. Η γραμμικότητα ενός αισθητήρα μπορεί να υπάρχει μόνο για μία περιοχή τιμών εξόδου( π.χ. από 10-125 °C) Μπορεί να εκφράζεται ως προς το μέγιστο βαθμό απόκλισης από την ευθεία γραμμή σε όλο το εύρος των τιμών εισόδου (ποσοστό επί του εύρους λειτουργίας ή της πλήρους κλίμακας του).
- 
- **Επαναληψιμότητα οργάνου (Repeatability or Reproducibility):** είναι η πλησιέστερη συμφωνία, μεταξύ ενός αριθμού διαδοχικών μετρήσεων του ίδιου μεγέθους, κάτω από τις ίδιες συνθήκες. Εκφράζεται ως ένα +/- % μέγιστο ποσοστό επί της ένδειξης, ή ως τα όρια ακρίβειας +/- κάθε ένδειξης. Κατά άλλους είναι το πόσο καλά η έξοδος ενός μετατροπέα επιστρέφει σε μια δεδομένη τιμή, όταν η ίδια είσοδος εφαρμοστεί μερικές φορές. Προσοχή δεν την συγχέουμε με την ακρίβεια .
  - **Υστέρηση (Hysteresis) :** προκαλεί διαφορές στην έξοδο που δίνει ένας αισθητήρας, όταν η κατεύθυνση μεταβολής της εισόδου αντιστραφεί. Με της υστέρηση παράγεται σφάλμα και επηρεάζεται η ακρίβεια της συσκευής. Σε μηχανικά συστήματα προκαλείται από παράγοντες όπως η μηχανική τάση και η τριβή.
  - **Καθυστέρηση (Lag):** είναι η καθυστέρηση της αλλαγής της τιμής εξόδου ενός αισθητήρα ως προς την αλλαγή της εισόδου του. Στον έλεγχο μπορεί να επηρεάσει σημαντικά την απόδοση.
- 
- **Απόκριση (response):** είναι ο χρόνος που απαιτεί μια συσκευή για να λάβει την τελική τιμή εξόδου της για μια δεδομένη είσοδο. Πολλές φορές εκφράζεται και σαν ποσοστό επί της τελικής τιμής εξόδου. Π.χ. λέμε ότι η συσκευή χρειάζεται 3 sec για να λάβει η έξοδος της το 95% της τελικής της τιμής.

- **Ταχύτητα απόκρισης (Speed of Response):** είναι ο χρόνος που μεσολαβεί μετά από μια απότομη μεταβολή στην είσοδο ενός συστήματος, μέχρι η έξοδος να σταθεροποιηθεί ή να φθάσει το 90 % της πλήρους μεταβολής της.
  - **Σταθερά Χρόνου (Time Constant):** είναι η χρονική περίοδος που απαιτείται για ένα αισθητήρα, ώστε να ανταποκριθεί στο 63.2 % ( $1-1/e$ ) της τελικής του τιμής. Στις μετεωρολογικές μετρήσεις για παράδειγμα η ένδειξη προκαλείται από άλλους περιβαλλοντικούς παράγοντες και αυτοί πρέπει να καθορίζονται.
  - **Σταθερά Απόστασης (Distance Constant) :** είναι το μήκος ρευστού που πρέπει να περάσει από ένα αισθητήριο για να αποκριθεί αυτό στο 63.2 % της μεταβολής της ταχύτητας του ρευστού.
  - **Λόγος εξομάλυνσης (Damping Ratio):** χρησιμοποιείται για παράδειγμα στους αισθητήρες διεύθυνσης ανέμου που έχουν δευτέρας τάξης απόκριση στο σήμα διέγερσης.
  - **Νεκρή Ζώνη (Dead Band or zone) :** είναι η περιοχή μέσα στην οποία μπορεί να μεταβάλλεται η είσοδος χωρίς να προκαλεί μεταβολή στο σήμα εξόδου του οργάνου, π.χ. στα συνηθισμένα αισθητήρια διεύθυνσης ανέμου με κυκλικό ποτενσιόμετρο έχουμε 3 μοίρες Dead Band. Η νεκρή ζώνη προκύπτει συνήθως λόγω στατικής τριβής ή και υστέρησης σε άλλα αισθητήρια ή συστήματα και δεν είναι απαραίτητο να υπάρχει πάντα σε όλο το εύρος ενός οργάνου.
- 
- **Ολίσθηση (Drift):** είναι η φυσική τάση μιας συσκευής ή ενός συστήματος να μεταβάλλει τα χαρακτηριστικά του με το χρόνο, ή λόγω περιβαλλοντικών μεταβολών ή ακόμα και για διάφορους άλλους λόγους. Η ολίσθηση βέβαια επηρεάζει την ακρίβεια. Πολύ συνηθισμένο αίτιο είναι η αλλαγή της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος που επηρεάζει όλα τα ηλεκτρονικά εξαρτήματα και την τιμή τους, όπως επίσης και η γήρανση, η οξείδωση για άλλα, ή και η διάβρωση.
  - **Ηλεκτρικός Θόρυβος (noise):** ονομάζεται η παρουσία ανεπιθύμητων ηλεκτρικών σημάτων που μπορούν να αλλοιώσουν ή και να αποκρύψουν το σήμα που μεταφέρει τη χρήσιμη πληροφορία.
-

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

1. Data Acquisition And Control (handbook)  
Joseph F. Keithley  
Εκδόσεις: Keithley
2. Low Level Measurements  
Joseph.F.Keithley  
Εκδόσεις: Keithley
3. Modern Electronic Instrumentation And Measurement Techniques  
Albert D. Helfrick  
Εκδόσεις: Prentice Hall
4. Instrumentation Reference Book  
B. E. Nolting  
Εκδόσεις: Butterworth-Heinemann
5. Sensors And Transducers  
Keith Brindley  
Εκδόσεις: Heinemann
6. Electronic Circuit Student Handbook  
Michael Tooley  
Εκδόσεις: Newnes
7. Θεωρία Και Πρακτική Ηλεκτρονικών Κυκλωμάτων Και Ενισχυτών  
J. Quinet  
Εκδόσεις: Dunod