



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΠΡΟΗΓΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ, ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ & ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ανάπτυξη Δυναμικού Μοντέλου
ενός Υποβρύχιου Ρομποτικού Οχήματος
με Πτερύγια Κυματοειδούς Κίνησης

Χανιωτάκης Ευάγγελος

Επιβλέπων: Δρ. Σφακιωτάκης Μιχαήλ

Ηράκλειο Κρήτης, Οκτώβριος 2017



Technological Educational Institute of Crete

SCHOOL OF ENGINEERING

POSTGRADUATE PROGRAM

ADVANCED MANUFACTURING SYSTEMS, AUTOMATION AND ROBOTICS

Master Thesis

Development of a Dynamic Model for an Underwater Robot Propelled by Undulatory Fins

Chaniotakis Evangelos

Supervisor: Dr. Michael Sfakiotakis

Heraklion Crete, October 2017



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΠΡΟΗΓΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ, ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ & ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ανάπτυξη Δυναμικού Μοντέλου ενός Υποβρύχιου
Ρομποτικού Οχήματος με Πτερύγια Κυματοειδούς
Κίνησης

Χανιωτάκης Ευάγγελος

Επιβλέπων: Δρ. Σφακιωτάκης Μιχαήλ

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή στις /10/2017

Δρ. Σφακιωτάκης Μιχαήλ, Αναπληρωτής Καθηγητής
(Υπογραφή)

Δρ. Φασουλός Ιωάννης, Επίκουρος Καθηγητής
(Υπογραφή)

Δρ. Δοϊτσιδης Ελευθέριος, Αναπληρωτής Καθηγητής
(Υπογραφή)

Ηράκλειο Κρήτης, Οκτώβριος 2017

Ευχαριστίες

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία εκπονήθηκε στο ΤΕΙ Κρήτης, στα πλαίσια του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών "Προηγμένα Συστήματα Παραγωγής, Αυτοματισμού και Ρομποτικής" του ΤΕΙ- Κρήτης, υπό την επίβλεψη του Καθηγητή Μιχάλη Σφακιωτάκη.

Με την ολοκλήρωση της μεταπτυχιακής μου εργασίας θα ήθελα κατ' αρχήν να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, για την ευκαιρία που μου παρείχε να ασχοληθώ με το αντικείμενο αυτό, για την εμπιστοσύνη που έδειξε στο πρόσωπο μου τόσο κατά τη διάρκεια των προπτυχιακών, όσο και των μεταπτυχιακών μου σπουδών. Χαίρομαι ιδιαίτερα διότι κατάφερε να μου μεταδώσει όχι μόνο αμέτρητες γνώσεις και παιδεία, αλλά επίσης την ανάγκη του να εργάζομαι με πάθος, να είμαι συνέχεια δεκτικός σε νέες γνώσεις και να επιδιώκω πάντα το καλύτερο αποτέλεσμα.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω επίσης τον Δρ. Φασουλά Ιωάννη για τις παραγωγικές συζητήσεις που είχαμε κατά την διάρκεια εκπόνησης της παρούσας εργασίας.

Για την πολύτιμη βοήθεια, τις συμβουλές αλλά και την ωριμότητα που απέκτησα από την συνεργασία μου στα πρώτα στάδια της εργασίας, θέλω ιδιαίτερα να ευχαριστήσω τον συμφοιτητή μου Ψυλλάκη Ιωάννη. Ευχαριστώ επίσης τους καλούς μου φίλους και συμφοιτητές Βασίλη Μπέκα και Γιώργο Λουκά, για την ηθική στήριξη που μου παρείχαν, αλλά και για την βοήθεια μέσω των ανεξάντλητων συζητήσεων που πραγματοποιήσαμε. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω την Γκλίβα Ρόζα για την, κομβικής σημασίας, βοήθεια που μου παρείχε κατά τη διάρκεια των πειραματικών δοκιμών.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την αγαπημένη μου οικογένεια και ιδιαίτερα τη μητέρα μου Αθηνά, για όλη τη στήριξη που μου παρείχε, αλλά και την εμπιστοσύνη που μου έδειξε στην πορεία των σπουδών μου.

Περίληψη

Τα τελευταία χρόνια παρουσιάζεται έντονο ερευνητικό ενδιαφέρον για την ανάπτυξη μη επανδρωμένων υποβρύχιων οχημάτων βιομιμητικής σχεδίασης, κατηγορία στην οποία εντάσσεται και το ρομποτικό πρωτότυπο SQUIDBOT-mini του Εργαστηρίου Συστημάτων Ελέγχου και Ρομποτικής του ΤΕΙ Κρήτης. Χαρακτηριστικό του συγκεκριμένου οχήματος είναι ότι η πρόωσή του επιτυγχάνεται μέσω ενός ζεύγους πτερυγίων κυματοειδούς κίνησης, μηχανικά ανάλογων των εύκαμπτων πτερυγίων που απαντώνται σε υδρόβιους οργανισμούς όπως τα μαχαιρόψαρα, οι σουπιές, και τα σαλάκια.

Στόχος της παρούσας εργασίας ήταν η ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου για τη περιγραφή της δυναμικής του SQUIDBOT-mini κινούμενο με έξι βαθμούς ελευθερίας. Η μοντελοποίηση του οχήματος βασίστηκε στην κατάσταση των εξισώσεων κίνησης του απαραμόρφωτου σώματος και την ενσωμάτωση σε αυτές των γενικευμένων δυνάμεων επενέργειας από τις κυματώσεις των πτερυγίων. Για τον υπολογισμό των πρώτων υιοθετήθηκε μία προσεγγιστική γεωμετρία για το κύτος του οχήματος, η οποία επιτρέπει την εφαρμογή γνωστών μεθοδολογιών αναλυτικού προσδιορισμού των υδροδυναμικών παραμέτρων. Η εγκυρότητα της εν λόγω προσέγγισης επιβεβαιώθηκε μέσω σειράς πειραματικών μετρήσεων με το πρωτότυπο. Οι γενικευμένες δυνάμεις που προκύπτουν από την κίνηση των πτερυγίων υπολογίστηκαν με την εφαρμογή ενός μοντέλου υδροδυναμικής αντίστασης θεωρώντας στοιχειώδεις προωστικές επιφάνειες, και ολοκληρώνοντας επί της μεμβράνης του πτερυγίου. Η βασική συνεισφορά της ανάλυσης αυτής έγκειται στο ότι οι εξισώσεις που περιγράφουν την παραγωγή των δυνάμεων των πτερυγίων είναι γενικής μορφής, λαμβάνοντας υπόψη τόσο την ιδιο-κίνηση των ακτίνων, όσο και τη συνολική κίνηση του οχήματος στο χώρο. Για την παραγωγή της κυμάτωσης χρησιμοποιήθηκε ημιτονοειδές προφίλ κίνησης των πτερυγίων, βασισμένο σε μία δομή Κεντρικής Γεννήτριας Πρότυπου Ρυθμού (Central Pattern Generator, CPG), η οποία παρέχει ομαλές μεταβάσεις στις τροχιές των ακτίνων σε μεταβολές των κινηματικών παραμέτρων της κυμάτωσης.

Το συνολικό δυναμικό μοντέλο χρησιμοποιήθηκε στη συνέχεια σε προσομοιώσεις μιας σειράς από στρατηγικές ελέγχου ανοιχτού βρόχου με σκοπό την ανάδειξη και διερεύνηση των βασικών πρότυπων κίνησης του οχήματος, όπως η ευθύγραμμη και η στροφική κίνηση του οχήματος στο επίπεδο, η επιτόπια περιστροφή, και η ανοδική/καθοδική πορεία για τη ρύθμιση του βάθους. Η διερεύνησή τους έγινε μέσω ανάλυσης των παραγόμενων προωστικών δυνάμεων και ροπών των πτερυγίων, και της επίδρασής τους στις γραμμικές και περιστροφικές ταχύτητες του οχήματος, συναρτήσεως των παραμέτρων της εκτελούμενης κυμάτωσης. Τέλος, για την αξιολόγηση της πιστότητας του μοντέλου πραγματοποιήθηκαν πειραματικές δοκιμές με το φυσικό πρωτότυπο, έχοντας ως βασικό κριτήριο σύγκρισης τη μέση τελική ταχύτητα πρόωσης του οχήματος. Η αξιοσημείωτη ταύτιση που παρουσιάζουν τα πειραματικά δεδομένα με τα αντίστοιχα από τις προσομοιώσεις, επιτρέπει τη μελλοντική αξιοποίηση του μοντέλου κατά το στάδιο σχεδίασης οχημάτων με τον συγκεκριμένο μηχανισμό πρόωσης, αλλά και για την ανάπτυξη πιο σύνθετων αρχιτεκτονικών ελέγχου.

Summary

In recent years, there is an increased interest in the development of biomimetic Unmanned Underwater Vehicles (UUVs). In this category we can include the robotic prototype SQUIBOT-mini that has been developed in the Control Systems and Robotics Laboratory, at the department of Electrical Engineering at TEI of Crete. The main feature of this vehicle is that propulsion is achieved with a pair of lateral undulatory fins, mechanical analogues of the flexible fins that can be found in underwater species such as cuttlefish, knifefish and rays.

The main objective of this thesis was the development of a mathematical model that describes the dynamics of SQUIBOT-mini as it moves in six degrees of freedom. Modeling of this system relied on the determination of the non-linear equations that govern the rigid body dynamics, as well as the generalized forces resulting from the fins undulations. In order to define the former, we adopted a simplified geometry representing the hull and the servo motor modules of the prototype. This approach allows for the implementation of known methodologies to analytically determine the involved hydrodynamic parameters. In order to validate the results, we conducted a series of experiments using the robotic prototype. The generalized forces produced by the fins undulations were calculated using a hydrodynamic resistance model, considering the membrane consists of propulsive finite elements and integrating along the fin surface. The main contribution of this analysis is the fact that the equations that describe the fins forces are generalized, taking into account the motion of the rays, as well as the overall motion of the vehicle in space. To produce the undulatory profile for the fins we used a sinusoidal form based on a Central Pattern Generator (CPG), which allows for smooth transitions between different kinematic patterns.

The overall dynamic model was later used to simulate a series of open loop control strategies, aimed at the study of some basic motion patterns for the vehicle, such as forward thrust or turning on a given depth, in place rotations, as well as descending and ascending to control depth. This study included the analysis of the generated propulsive forces and torques of the fins, as well as their effect on the vehicle's linear and rotational velocities, in regards to the undulations' kinematic parameters. Lastly, to assess the model's fidelity, the robotic prototype was used to run a series of experiments, where the main evaluation criterion was the vehicle's mean steady state velocity. The remarkable match between the experimental and simulated data allows for the future use of the model, both during the design stages of robots and fin actuators, as well as for the development of more complex control architectures.

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	4
1.1	Συνεισφορά της Παρούσας Εργασίας	8
1.2	Δομή Εργασίας	8
2	Μοντελοποίηση Υποβρύχιων Οχημάτων	10
2.1	Συμβολισμοί	11
2.2	Κινηματική Ανάλυση	11
2.2.1	Συστήματα συντεταγμένων	12
2.2.2	Βασικές πράξεις μεταξύ διανυσμάτων	13
2.2.3	Γωνίες Euler	14
2.2.4	Μετασχηματισμός γραμμικών ταχυτήτων	14
2.2.5	Μετασχηματισμός γωνιακών ταχυτήτων	15
2.2.6	Συνολικός μετασχηματισμός ταχυτήτων	16
2.3	Εξισώσεις Κίνησης Υποβρύχιων Οχημάτων	16
2.3.1	Συνδυασμένη μορφή εξισώσεων κίνησης στο χώρο	18
2.4	Υδροδυναμικές Φορτίσεις	21
2.4.1	Δυνάμεις λόγω πρόσθετης μάζας	22
2.4.2	Δυνάμεις υδροδυναμικής απόσβεσης	25
2.4.3	Δυνάμεις επαναφοράς	26
2.5	Συνολική Μητρική Μορφή Εξισώσεων Κίνησης	28
2.5.1	Εξισώσεις στο σωματοπαγές πλαίσιο	28
2.5.2	Αναγωγή εξισώσεων στο αδρανειακό πλαίσιο	29
3	Δυναμική Απαραμόρφωτου Σώματος του Οχήματος SQUIDBOT-mini	31
3.1	Βιομημητικό Ρομποτικό Όχημα SQUIDBOT-mini	31
3.2	Βασικές Παραδοχές Μοντελοποίησης	33
3.3	Ορισμός Σωματοπαγούς Συστήματος Αναφοράς	34
3.4	Προσεγγιστικό Γεωμετρικό Μοντέλο του Κύτους του Οχήματος	34
3.5	Υπολογισμός Πίνακα Ροπών Αδράνειας	35
3.6	Υπολογισμός Μητρώων Απαραμόρφωτου Σώματος	38
3.7	Προσδιορισμός των Υδροστατικών Δυνάμεων	38
3.8	Προσδιορισμός του Πίνακα Πρόσθετης Μάζας	39
3.8.1	Συντελεστές Πρόσθετης Μάζας Ελλειπτικού Κυλίνδρου	40
3.8.2	Υπολογισμός Συντελεστών Πρόσθετης Μάζας	42

3.9	Προσδιορισμός του Πίνακα Υδροδυναμικής Coriolis	44
3.10	Προσδιορισμός του Πίνακα Υδροδυναμικής Απόσβεσης	44
3.10.1	Δυνάμεις υδροδυναμικής απόσβεσης	45
3.10.2	Ροπές υδροδυναμικής απόσβεσης	46
3.11	Πειραματική Ταυτοποίηση Υδροδυναμικών Συντελεστών	49
3.11.1	Περιγραφή πειραματικής διαδικασίας	50
3.11.2	Προσδιορισμός της τριβής κύλισης του φορείου	51
3.11.3	Ταυτοποίηση του υδροδυναμικού συντελεστή κατά τον διαμήκη άξονα	53
3.11.4	Ταυτοποίηση των υδροδυναμικών συντελεστών κατά τον εγκάρσιο και κάθετο άξονα	54
3.11.5	Συμπεράσματα από τη διαδικασία ταυτοποίησης	56
4	Γενικευμένες Δυνάμεις Πρόωσης του Βιομημητικού Οχήματος	57
4.1	Περιγραφή Βιομημητικού Μηχανισμού Πρόωσης	57
4.2	Μοντελοποίηση των Παραγόμενων Δυνάμεων από τα Πτερυγία	58
4.2.1	Διάνυσμα ταχύτητας στοιχειώδους επιφάνειας	61
4.2.2	Υπολογισμός μέτρου ταχύτητας της στοιχειώδους επιφάνειας	66
5	Κινηματικός Προσδιορισμός της Κυμάτωσης των Πτερυγίων	69
5.1	Απευθείας Παραγωγή του Οδεύοντος Κύματος	69
5.2	Παραγωγή του Οδεύοντος Κύματος Μέσω CPG	71
5.3	Στατικά Παραγόμενες Δυνάμεις Κυμάτωσης των Πτερυγίων	74
5.3.1	Συμφασικές κυματώσεις με μηδενική κλίση πτερυγίων	74
5.3.2	Συμφασικές κυματώσεις με μη-μηδενική κλίση πτερυγίων	76
5.3.3	Μη-συμφασικές κυματώσεις με μηδενική κλίση πτερυγίων	78
6	Μελέτη Στρατηγικών Κίνησης μέσω του Μοντέλου	80
6.1	Βασικές Αρχές Κίνησης	80
6.2	Σύνθεση Υπολογιστικού Μοντέλου Προσομοίωσης	82
6.3	Λειτουργία Ευθύγραμμης Πρόωσης	84
6.3.1	Παραμετρική διερεύνηση	86
6.4	Λειτουργία Πρόωσης με Ταυτόχρονη Στροφή	91
6.5	Λειτουργία Επιτόπιας Περιστροφής	95
6.6	Λειτουργία Ανοδικής/Καθοδικής Εμπρόσθιας Κίνησης	97
6.7	Λειτουργία Πλευρικής Κίνησης	100
6.8	Συμπεράσματα	103
7	Πειραματική Αποτίμηση του Μοντέλου Προσομοίωσης	107
7.1	Μεθοδολογία	107
7.2	Αποτελέσματα	110
7.3	Συμπεράσματα	114

8	Συμπεράσματα και Προτάσεις για Μελλοντική Εξέλιξη	115
8.1	Συμπεράσματα	115
8.2	Προτάσεις Μελλοντικής Εξέλιξης	116
	Παράρτημα	118
A	Μηχανολογικό Σχέδιο Βάσεων Προσάρτησης Οχήματος	119
B	Αποτελέσματα Πειραματικής Ταυτοποίησης Παραγών Υδροδυναμικής Από- σβεσης	120

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Τις τελευταίες δεκαετίες παρατηρείται ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον για την ανάπτυξη μη επανδρωμένων υποβρύχιων οχημάτων (Unmanned Underwater Vehicles, UUVs). Βασικός λόγος για την τάση αυτή είναι οι ολοένα αυξανόμενες εφαρμογές που σχετίζονται με τη μελέτη, την προστασία και τη βιώσιμη εκμετάλλευση των υδάτινων φυσικών πόρων. Παραδείγματα τέτοιων εφαρμογών είναι η αποτύπωση του βυθού, η εποπτεία των θαλάσσιων συνόρων, η συνδρομή σε αποστολές διάσωσης, η εξερεύνηση ναυαγίων, η επιθεώρηση υποθαλάσσιων αγωγών, και η συντήρηση εξεδρών άντλησης πετρελαίου. Το κύριο πλεονέκτημα των συγκεκριμένων οχημάτων είναι ότι δεν απαιτούν τη φυσική παρουσία κάποιου επιβαίνοντος χειριστή, εξαλείφοντας την έκθεσή του στους κινδύνους που ενέχει το υδάτινο περιβάλλον. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν τα τηλεχειριζόμενα υποβρύχια οχήματα (Remotely Operated Vehicles, ROVs), τα οποία παραδοσιακά χρησιμοποιούνται από τη βιομηχανία πετρελαίου για επίπτευση ή και παρεμβατικές εργασίες σε μεγάλα βάθη. Μία δεύτερη, ραγδαία αναπτυσσόμενη κατηγορία μη επανδρωμένων υποβρύχιων οχημάτων, είναι αυτή των αυτόνομων υποβρύχιων οχημάτων (Autonomous Underwater Vehicles, AUVs). Αυτά τα οχήματα χρησιμοποιούν τεχνολογίες που επιτρέπουν την αυτόνομη λειτουργία χωρίς την παρουσία σκάφους υποστήριξης. Η εμφάνιση όλο και πιο σύνθετων εφαρμογών οδηγεί στην ανάγκη για συνεχή βελτίωση της συνολικότερης απόδοσης και αποτελεσματικότητας των UUVs. Η έρευνα εστιάζεται στην υλοποίηση οχημάτων που διαθέτουν υδροδυναμικό σχεδιασμό και παράλληλα στη δημιουργία συστημάτων πρόωσης υψηλής ενεργειακής απόδοσης, με σκοπό την αύξηση των επιπέδων αυτονομίας τους. Επιπρόσθετα, η εξέλιξη του συστήματος ελέγχου που ενσωματώνουν τα UUVs, μπορεί να συνεισφέρει σημαντικά στην απόδοση και την ευελιξία τους. Προς



(a) ROV



(b) AUV

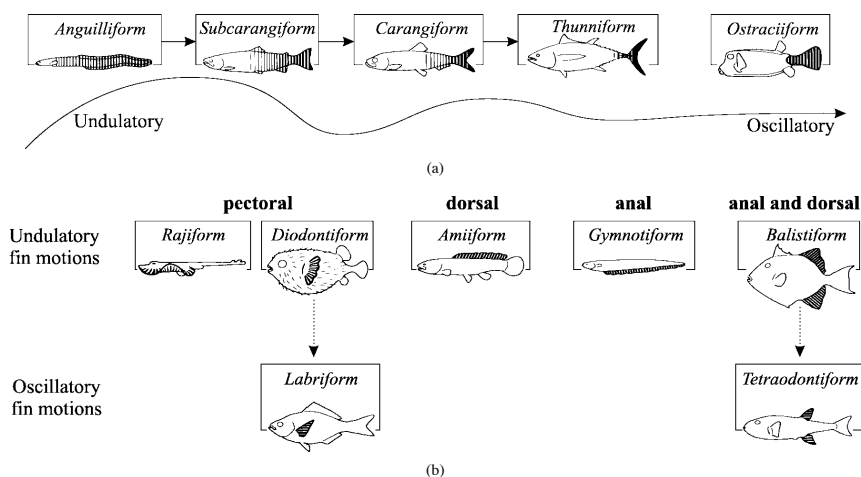
Σχήμα 1.1: Χαρακτηριστικά παραδείγματα μη-επανδρωμένων υποβρύχιων οχημάτων (UUVs).

αυτή την κατεύθυνση, καθίσταται πρακτικά απαραίτητη η ύπαρξη ενός αξιόπιστου μαθηματικού μοντέλου της δυναμικής του οχήματος, με χρήση του οποίου θα είναι εφικτή η σχεδίαση και εφαρμογή σύγχρονων αρχιτεκτονικών ελέγχου. Οι προκλήσεις που παρουσιάζονται κατά την ανάπτυξη ενός τέτοιου μοντέλου, είναι αφενός η μη-γραμμική φύση των εξισώσεων που διέπουν τα υποβρύχια οχήματα και αφετέρου ο προσδιορισμός μιας σειράς από παραμέτρους που σχετίζονται με τα σύνθετα υδροδυναμικά φαινόμενα αλληλεπίδρασης του οχήματος με το ρευστό.

Τα τελευταία χρόνια, η πιο ευρέως διαδεδομένη τεχνική για την διατύπωση και μελέτη των εξισώσεων κίνησης των υποβρύχιων οχημάτων στηρίζεται σε μία μητρική περιγραφή, ανάλογης με αυτήν που χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση ρομποτικών συστημάτων, η οποία έχει προταθεί από τον Δρ. Thor I. Fossen, καθηγητή του Norwegian University of Science and Technology (NTNU) [1-3]. Αντίστοιχα, για τον προσδιορισμό των υδροδυναμικών παραμέτρων που εμφανίζονται στις εξισώσεις κίνησης, στη βιβλιογραφία αναφέρονται αρκετές μέθοδοι, τόσο θεωρητικές όσο και πειραματικές. Στην πρώτη κατηγορία περιλαμβάνονται μέθοδοι όπως η Θεωρία Λωρίδων (Strip Theory) και η Θεωρία Επιμήκους Σώματος (Slender Body Theory), οι οποίες βασίζονται σε μια σειρά από απλουστευτικές θεωρήσεις για τη γεωμετρία και την κατανομή μάζας του οχήματος. Για το σκοπό αυτό διατίθενται στο εμπόριο και εξειδικευμένα λογισμικά ρευστομηχανικής ανάλυσης (όπως το WAMIT), τα οποία χρησιμοποιούνται από εταιρίες ναυπηγικής και θαλάσσιας μηχανικής. Πειραματικά, οι άγνωστοι παράμετροι μπορούν να ταυτοποιηθούν μέσω διαδικασιών κατά τις οποίες η κίνηση του οχήματος περιορίζεται σε συγκεκριμένους βαθμούς ελευθερίας με την επιβολή γνωστών δυνάμεων επενέργειας, ή με τη δοκιμασία του free decay κατά την οποία το όχημα αναρτάται από ένα ή περισσότερα σημεία και καταγράφεται η ελεύθερη απόκρισή του προς την τελική θέση ισορροπίας [4, 5].

Αναφορικά με τους μηχανισμούς πρόωσης που απαντώνται στα σύγχρονα υποβρύχια οχήματα, έχουν προταθεί αρκετές εναλλακτικές οι οποίες μπορούν να διαχωριστούν σε τρεις βασικές κατηγορίες. Η πρώτη αφορά σε σύστημα οπίσθιας προπέλας για τη παραγωγή ώσης και παράλληλο έλεγχο προσανατολισμού με χρήση ειδικών επιφανειών άνωσης, και απαντάται συνήθως σε AUVs. Η δεύτερη κατηγορία, η οποία χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο στα ROVs, έγκειται στη χρήση πολλαπλών προωστήρων προπέλας, σε διάταξη που επιτρέπει την επενέργεια σε πολλαπλούς βαθμούς ελευθερίας, όπου ο διανυσματικός έλεγχος της κίνησης του οχήματος επιτυγχάνεται με κατάλληλο έλεγχο των επιμέρους προωστήρων. Και οι δύο αυτές προσεγγίσεις χαρακτηρίζονται από μειωμένη απόδοση σε περιπτώσεις όπου απαιτούνται ελιγμοί με μικρή ταχύτητα ή η διατήρηση της θέσης του οχήματος παρουσία ρευμάτων. Για να αντιμετωπιστούν αυτές οι αδυναμίες, έχουν προταθεί εναλλακτικοί βιομημητικοί μηχανισμοί πρόωσης, οι οποίοι εκμεταλλεύονται χαρακτηριστικά της κίνησης που συναντώνται σε ψάρια και θαλάσσια θηλαστικά. Κάποια από τα πλεονεκτήματα που παρουσιάζουν οι υδρόβιοι οργανισμοί είναι οι μεγάλες ταχύτητες που αναπτύσσουν, η πολύ μεγάλη ευελιξία, και η ικανότητα διατήρησης της θέσης και του προσανατολισμού τους στο χώρο [6, 7]. Στη πλειοψηφία τους, χαρακτηρίζονται από χαμηλό ακουστικό ίχνος χωρίς να προκαλούν ιδιαίτερη αναστάτωση ιζημάτων όταν απαιτείται η λειτουργία τους κοντά στο βυθό. Αυτά είναι κάποια από τα χαρακτηριστικά που θα μπορούσαν να εμφανίζουν ρομποτικά οχήματα επιτρέποντας τη συμμετοχή τους σε εφαρμογές υδατοκαλιέργειας ή ενάλιας αρχαιολογίας.

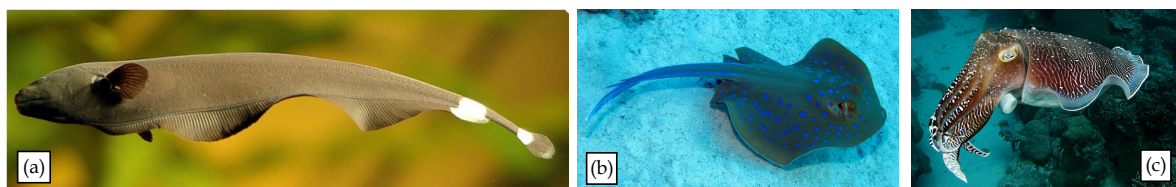
Οι σχεδιασμοί βιοεμπνευσμένης πρόωσης για υποβρύχια ρομποτικά οχήματα ακολουθούν



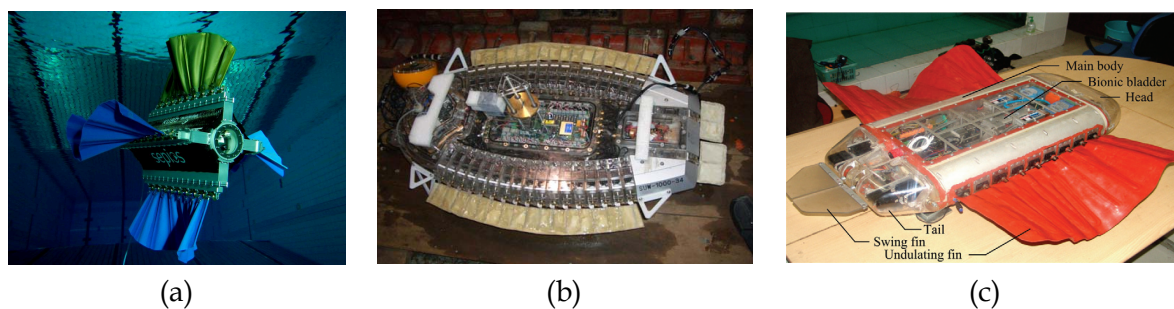
Σχήμα 1.2: Ταξινόμηση των μηχανισμών κίνησης που χρησιμοποιούνται από τους θαλάσσιους οργανισμούς: (a) πρόωση BCF, και (b) πρόωση MPF [8].

δύο βασικά πρότυπα. Το πρώτο αναφέρεται ως κίνηση Σώματος-Ουραίου Πτερυγίου (Body-Caudal Fin (BCF) locomotion, βλ. Σχήμα 1.2a), ενώ το δεύτερο ως κίνηση Κεντρικών ή/και Πλευρικών Πτερυγίων (Median-Paired Fin (MPF) locomotion, βλ. Σχήμα 1.2b) [8]. Η παρούσα έρευνα εστιάζει σε υποβρύχια οχήματα με βιομιμητικούς μηχανισμούς πρόωσης τύπου MPF, και ειδικότερα σε οχήματα που ενσωματώνουν εύκαμπτα πτερύγια κυματοειδούς κίνησης, αντλώντας έμπνευση από τη μορφολογία και την κίνηση θαλάσσιων οργανισμών όπως οι σουπιές, τα μαχαιρόψαρα και τα σαλάχια (Σχήμα 1.3). Ορισμένα ενδεικτικά παραδείγματα ρομποτικών πρωτοτύπων που εντάσσονται στην κατηγορία αυτή εικονίζονται στο Σχήμα 1.4. Το Εργαστήριο Συστημάτων Ελέγχου και Ρομποτικής του ΤΕΙ Κρήτης έχει αναπτύξει τα τελευταία χρόνια σημαντική ερευνητική δραστηριότητα στον συγκεκριμένο τομέα, η οποία περιλαμβάνει τη θεωρητική μελέτη αλλά και την πειραματική διερεύνηση μηχανισμών παραγωγής πρόωσης μέσω πτερυγίων κυματοειδούς κίνησης [9–12]. Στο πλαίσιο αυτό έχει αναπτυχθεί και το ρομποτικό πρωτότυπο SQUIDBOT-mini (Σχήμα 1.5b) το οποίο φέρει για την πρόωσή του ένα ζεύγος πλευρικά τοποθετημένων πτερυγίων κυματοειδούς κίνησης [9, 13].

Προς την κατεύθυνση της πληρέστερης αξιοποίησης των δυνατοτήτων που παρέχουν οι συγκεκριμένοι μηχανισμοί, είναι απαραίτητη η ύπαρξη μαθηματικών μοντέλων για την αναλυτική πρόβλεψη των δυνάμεων και ροπών που παράγονται από τα πτερύγια. Τα τελευταία χρόνια αρκετές ερευνητικές ομάδες μελετάνε αυτού του τύπου τους βιομιμητικούς επενεργήτες, αρχικά σαν μεμονωμένους μηχανισμούς [14, 15], και έπειτα ως μέσο πρόωσης υποβρύχιων



Σχήμα 1.3: Παραδείγματα θαλάσσιων οργανισμών οι οποίοι φέρουν πτερύγια κυματοειδούς κίνησης για την πρόωσή τους: (a) μαχαιρόψαρο (*Apteronotus albifrons*), (b) σαλάχι (*Taeniura lymna*), και (c) σουπιά (*Sepia officinalis*).

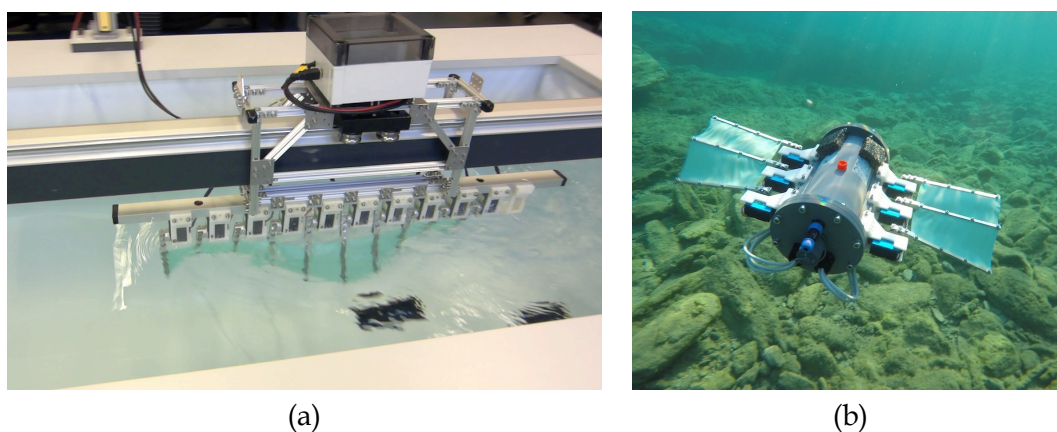


Σχήμα 1.4: Παραδείγματα ρομποτικών πρωτοτύπων με πρόωση πτερυγίων κυματοειδούς κίνησης, τα οποία έχουν αναπτυχθεί από (a) το Πανεπιστήμιο ETH Zürich της Ελβετίας, (b) το Πανεπιστήμιο Osaka της Ιαπωνίας, και (c) το ερευνητικό κέντρο NUDT της Κίνας.

οχημάτων [16].

Οι συγκεκριμένες μελέτες βασίζονται στον προσδιορισμό των δυνάμεων που προκαλούνται από την αλληλεπίδραση των προσαρτημένων πτερυγίων με το ρευστό, θεωρώντας ότι η επιφάνεια των πτερυγίων έχει μηδενικό πάχος, απαρτιζόμενη από πολλαπλές στοιχειώδεις προωστικές επιφάνειες. Το συνολικό διάνυσμα δύναμης, προκύπτει από τον υπολογισμό και το άθροισμα όλων των στοιχείων, σύμφωνα με τα οποία έχει παραμετροποιηθεί η επιφάνεια, θεωρώντας ότι το πτερύγιο ακολουθεί μία ημιτονοειδής κίνηση. Παρόλα αυτά δεν έχουν προκύψει ολοκληρωμένες μελέτες προσδιορισμού των διανυσματικών δυνάμεων/ροπών που παράγουν τέτοιου είδους μηχανισμοί, ως ενσωματωμένο μέσο επενέργειας σε υποβρύχια οχήματα.

Άλλες μελέτες αξιοποιούν ένα ιδιαίτερο κλάδο της μηχανικής ρευστών (CFD) για τον προσδιορισμό των υδροδυναμικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ της κινούμενης επιφάνειας των πτερυγίων με το υδάτινο περιβάλλον. Βασικό μειονέκτημα αυτών των μεθόδων, αποτελεί η σημαντική υπολογιστική ισχύς που απαιτείται, γεγονός το οποίο αποτρέπει την εκτενή παραμετρική διερεύνηση διάφορων προφίλ κυμάτωσης των πτερυγίων. Επιπρόσθετα, λόγω των ιδιαίτερων απαιτήσεων, τα μοντέλα CFD είναι αδύνατον να χρησιμοποιηθούν απευθείας σε (online) στρατηγικές ελέγχου κίνησης.



Σχήμα 1.5: Ρομποτικά πρωτότυπα του Εργαστηρίου Συστημάτων Ελέγχου και Ρομποτικής του ΤΕΙ Κρήτης: (a) μεμονωμένο πτερύγιο κυματοειδούς κίνησης και (b) το υποβρύχιο όχημα SQUIDBOT-mini.

1.1 Συνεισφορά της Παρούσας Εργασίας

Στη συγκεκριμένη εργασία παρουσιάζεται μια ολοκληρωμένη μελέτη για την ανάπτυξη ενός ολοκληρωμένου μαθηματικού μοντέλου περιγραφής της δυναμικής του βιομιμητικού οχήματος SQUIDBOT-mini. Η μοντελοποίηση εστιάζεται τόσο στη δυναμική του απαραμόρφωτου σώματος (rigid body dynamics), όσο και στο αναλυτικό προσδιορισμό των δυνάμεων που προκύπτουν από το βιομιμητικό μηχανισμό πρόωσης που ενσωματώνει το όχημα. Τα κύρια πεδία ενασχόλησης/ συνεισφοράς, παρατίθενται συνοπτικά ακολούθως:

- Η περιγραφή των μη-γραμμικών εξισώσεων που διέπουν την δυναμική του σώματος (rigid body), ενός υποβρύχιου οχήματος.
- Ο θεωρητικός υπολογισμός των επιμέρους υδροδυναμικών και υδροστατικών δυνάμεων που παρουσιάζουν τα υποβρύχια οχήματα.
- Η πειραματική ταυτοποίηση των γραμμικά εμπλεκόμενων υδροδυναμικών παραγώγων.
- Η ανάπτυξη ενός γενικού μοντέλου υπολογισμού των δυνάμεων που παράγονται από τη κίνηση των πλευρικών περυγίων του οχήματος SQUIDBOT-mini.
- Η ανάπτυξη ειδικού αλγόριθμου σε περιβάλλον Matlab, με σκοπό την προσομοίωση του οχήματος, μέσω επίλυσης των εξισώσεων που καθορίστηκαν.
- Διερεύνηση διάφορων πρότυπων κίνησης του οχήματος, μέσω σειράς προσομοιώσεων.
- Πειραματική αποτίμηση του δυναμικού μοντέλου, για μεμονωμένη κίνηση του οχήματος κατά το διαμήκες.

1.2 Δομή Εργασίας

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται οι δυναμικές εξισώσεις κίνησης των υποβρύχιων οχημάτων στον τριδιάστατο χώρο. Η ανάλυση υιοθετεί την ευρέως καθιερωμένη στη διεθνή βιβλιογραφία μεθοδολογία που έχει προταθεί από τον Fossen, η οποία στηρίζεται σε μία μητρική μορφή των εξισώσεων κίνησης, ανάλογης με αυτήν που χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση ρομποτικών συστημάτων. Η βασική ιδιαιτερότητα που εμφανίζεται στην περίπτωση των υποβρύχιων οχημάτων αφορά στην περιγραφή και ενσωμάτωση στο μοντέλο των γενικευμένων δυνάμεων που απορρέουν από την αλληλεπίδραση του οχήματος με το ρευστό εντός του οποίου κινείται.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η ανάπτυξη ενός αναλυτικού δυναμικού μοντέλου για το βιομιμητικής σχεδίασης υποβρύχιο ρομπότ SQUIDBOT-mini, η βασική καινοτομία του οποίου έγκειται στη χρήση ενός ζεύγους περυγίων κυματοειδούς κίνησης ως μονάδες πρόωσης. Η προσέγγιση που έχει υιοθετηθεί προς την κατεύθυνση αυτή στηρίζεται στην ανάλυση της δυναμικής του κυρίως κύτους του οχήματος ξεχωριστά από τα περυγία. Στο πλαίσιο αυτό, το Κεφάλαιο 3, παρουσιάζει την εξειδίκευση του γενικού μοντέλου υποβρύχιων οχημάτων του Κεφαλαίου 2 για την περιγραφή της δυναμικής του κύτους του ρομπότ, με βασικό αντικείμενο τον προσδιορισμό όλων των υδροδυναμικών και αδρανειακών παραμέτρων που περιλαμβάνονται στον εν λόγω μοντέλο. Για το σκοπό αυτό επιστρατεύονται

μια σειρά από διαφορετικές μεθοδολογίες, τόσο θεωρητικής/ αναλυτικής όσο και πειραματικής φύσης.

Ακολουθώς, στο Κεφάλαιο 4 περιγράφεται το αναλυτικό μοντέλο που αναπτύχθηκε για τον υπολογισμό των δυνάμεων και ροπών που παράγονται από τα πτερυγία κυματοειδούς κίνησης, και η ενσωμάτωσή του με τη δυναμική του οχήματος, προκειμένου να λαμβάνεται υπόψη η επίδραση της γενικευμένης ταχύτητας κίνησής του στο χώρο.

Το βασικό κινηματικό προφίλ των ακτίνων, βάσει του οποίου παράγεται η κυμάτωση των πτερυγίων του οχήματος παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 5. Ειδικότερα αναλύεται η αρχιτεκτονική και τα πλεονεκτήματα της δομής γεννήτριας κεντρικού πρότυπου ρυθμού (Central Pattern Generator, CPG), με χρήση της οποίας επιτυγχάνεται η ομαλή κυμάτωση του πτερυγίου. Επιπρόσθετα, μέσω προσομοιώσεων αναδεικνύονται τα γενικότερα χαρακτηριστικά των δυνάμεων/ροπών που παράγονται από την κυμάτωση των πτερυγίων, θεωρώντας το όχημα στατικό.

Στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα προσομοιώσεων με το συνολικό δυναμικό μοντέλο του οχήματος για τη διερεύνηση διάφορων προτύπων κίνησης που μπορεί να πραγματοποιήσει το όχημα σε λειτουργία ανοιχτού βρόχου. Μέσω εκτενών παραμετρικών μελετών, αναδεικνύεται η συσχέτιση των ταχυτήτων που αναπτύσσει το όχημα με τις κινηματικές παραμέτρους του εφαρμοζομένου προφίλ κυμάτωσης των πτερυγίων.

Στο Κεφάλαιο 7 περιγράφεται η σύγκριση των δεδομένων προσομοίωσης με αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα από το ρομποτικό πρωτότυπο, βασισμένα σε μεμονωμένη κίνηση του οχήματος κατά το διαμήκη άξονα, με σκοπό της αξιολόγησης της πιστότητας που παρουσιάζει το δυναμικό μοντέλο.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 8 συνοψίζονται τα κύρια αποτελέσματα και τα βασικά πεδία συνεισφοράς της εργασίας, προτείνοντας παράλληλα μια σειρά από προτάσεις για την μελλοντική εξέλιξη της παρούσας εργασίας.

Κεφάλαιο 2

Μοντελοποίηση Υποβρύχιων Οχημάτων

Το παρών κεφάλαιο παρουσιάζει το γενικό μαθηματικό μοντέλο που περιγράφει την δυναμική ενός υποβρύχιου οχήματος. Ο συμβολισμός καθώς και οι εξισώσεις κίνησης που έχουν χρησιμοποιηθεί βασίζονται στην διανυσματική μοντελοποίηση θαλάσσιων οχημάτων, που περιγράφεται από τον Fossen. Η συγκεκριμένη προσέγγιση επιτρέπει την περιγραφή, υπό τη μορφή πινάκων, των διαφορικών εξισώσεων κίνησης για 6 βαθμούς ελευθερίας που εμφανίζουν φαινόμενα σύζευξης.

Η δυναμική των AUVs μελετήθηκε αρχικά από το Πολεμικό Ναυτικό των Ηνωμένων Πολιτειών, με την ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου που παρουσιάστηκε από τους Gertler και Hagen [17], για την περιγραφή της κίνησης και της δυναμικής απόκρισης υποβρύχιων οχημάτων με 6 βαθμούς ελευθερίας. Ο βασικός λόγος ανάπτυξης ενός τέτοιου μαθηματικού μοντέλου είναι καταρχήν η δυνατότητα προσομοίωσης της κίνησης ενός υποβρύχιου οχήματος, όπως και της κατανόησης της δυναμικής συμπεριφοράς που εμφανίζει, κινούμενο μέσα σε ένα ρευστό λόγω των υδροδυναμικών φαινομένων. Αυτό επιτρέπει, για παράδειγμα, τη μελέτη της συμπεριφοράς του οχήματος σε καταστάσεις ακραίων ελιγμών που ενδέχεται να απαιτηθούν, π.χ. για την αποφυγή εμποδίων ή για την διατήρηση τροχιάς υπό την επίδραση θαλάσσιων ρευμάτων. Ακολούθως, το μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη σχεδίαση ελεγκτών που θα επιτρέπουν την κίνηση του οχήματος επί μιας προκαθορισμένης, επιθυμητής πορείας. Η αποδοτικότητα των ελεγκτών εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την ακρίβεια του μοντέλου στην περιγραφή της δυναμικής του οχήματος.

Η εξαγωγή του μαθηματικού μοντέλου που παρουσιάζεται ακολουθώς έγκειται στις παρακάτω βασικές παραδοχές:

- Το όχημα συμπεριφέρεται ως απαραμόρφωτο στερεό σώμα (rigid body).
- Η περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονά της είναι αμελητέα και δεν επηρεάζει την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του οχήματος.
- Οι κύριες δυνάμεις στις οποίες υπόκειται το όχημα είναι αδρανειακής και βαρυτικής προέλευσης.

2.1 Συμβολισμοί

Οι συμβολισμοί καθώς και η μορφή των εξισώσεων κίνησης ακολουθούν το πρότυπο [18] που έχει οριστεί από τον Οργανισμό SNAME (Society of Naval Architects and Marine Engineers) όπως και την ανάλυση που περιγράφεται από τον Fossen [3]. Για να περιγραφεί η κίνηση, η θέση και ο προσανατολισμός ενός οχήματος ορίζονται σχετικά διανύσματα θέσης και ταχύτητας. Οι 6 βαθμοί ελευθερίας (degrees of freedom, DOF), καθώς και ο συμβολισμός για κάθε βαθμό μεμονωμένα δίνονται από τον Πίνακα 2.1.

Πίνακας 2.1: Η διεθνώς υιοθετημένη ονοματολογία για την ανάλυση της δυναμικής υποβρύχιων οχημάτων.

no.	DOF	Δυνάμεις & Ροπές	Γραμμικές & Περιστροφικές Ταχύτητες	Θέση & γωνίες Euler
1	surge	X	u	x
2	sway	Y	v	y
3	heave	Z	w	z
4	roll	K	p	ϕ
5	pitch	M	q	θ
6	yaw	N	r	ψ

2.2 Κινηματική Ανάλυση

Για την κινηματική ανάλυση ενός υποβρύχιου οχήματος είναι σημαντικό να αποσαφηνιστεί η έννοια των 6 βαθμών ελευθερίας.

Οι βαθμοί ελευθερίας ενός AUV αναφέρονται στον αριθμό των ανεξάρτητων κινήσεων που μπορεί να πραγματοποιήσει, οι οποίες χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

- **Μεταφορική Κίνηση:** Ένα σώμα εκτελεί μεταφορική (ή γραμμική) κίνηση όταν κάθε στιγμή όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα κατά μέτρο και κατεύθυνση. Κατά την μεταφορική κίνηση, το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο τυχαία σημεία του σώματος μετατοπίζεται διαρκώς παράλληλα προς τον εαυτό του.
- **Περιστροφική Κίνηση:** Ένα σώμα εκτελεί περιστροφική (ή απλά στροφική) κίνηση όταν αλλάζει προσανατολισμό στο χώρο. Στην περιστροφική κίνηση υπάρχει μία ευθεία (άξονας περιστροφής) γύρω από την οποία περιστρέφονται όλα τα σημεία του σώματος, με την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

Η μεταφορά του οχήματος κατά τους άξονες x_b , y_b και z_b αναφέρονται στη γραμμική κίνηση ενώ οι περιστροφές γύρω από τους συγκεκριμένους άξονες αποτελούν το κομμάτι της περιστροφικής κίνησης του οχήματος. Οι τρεις γραμμικοί βαθμοί ελευθερίας ορίζονται στο σωματοπαγές πλαίσιο, ως η κίνηση με διεύθυνση το διάμηκες του οχήματος (surge), η κίνηση κατά το εγκάρσιο (sway) και η κίνηση κατά τον κάθετο άξονα (heave) αντίστοιχα. Επιπρόσθετα οι τρεις βαθμοί ελευθερίας που προκαλούνται από τις περιστροφικές κινήσεις του οχήματος ορίζονται ως η γωνία διατοιχισμού (roll), γωνία πρόνευσης (pitch) και γωνία κατεύθυνσης (yaw).

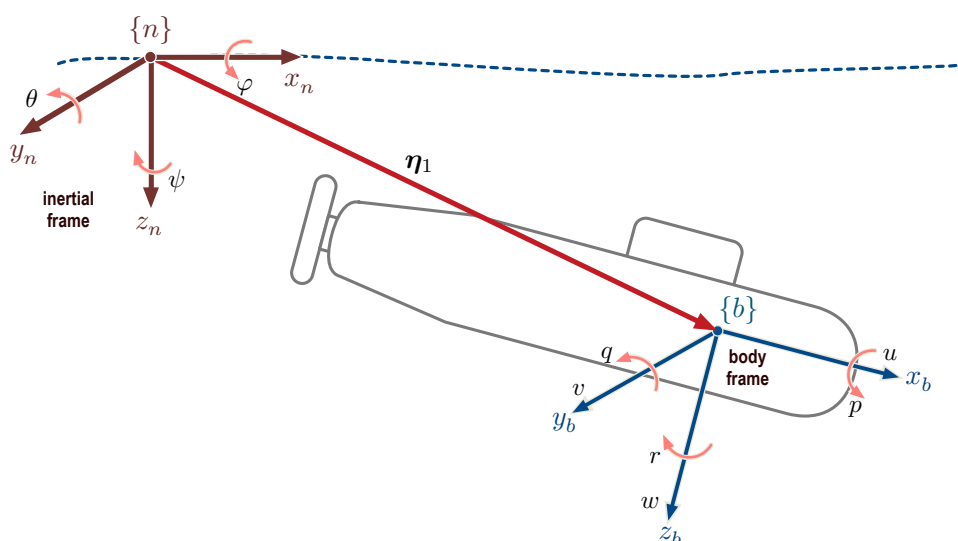
2.2.1 Συστήματα συντεταγμένων

Η παρούσα ενότητα παρουσιάζει τα συστήματα συντεταγμένων που υιοθετούνται για την περιγραφή της θέσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης ενός υποβρύχιου οχήματος. Η ονομασία και ο ορισμός των πλαισίων συντεταγμένων που χρησιμοποιούνται ακολουθούν και σε αυτή τη περίπτωση το πρότυπο SNAME [18].

Η ανάλυση της δυναμικής υποβρύχιων σωμάτων, όπως αυτή παρουσιάζεται ακολούθως, στηρίζεται στην απλουστευμένη θεώρηση της μηδενικής επιτάχυνσης για κάθε σημείο που βρίσκεται στην επιφάνεια της γης. Η παραδοχή αυτή επιτρέπει τον ορισμό ενός σταθερού στον χώρο (χωροπαγές) ή γεωδαιτικού (earth-fixed) πλαισίου συντεταγμένων $\{n\}$, το οποίο λαμβάνεται ως αδρανειακό. Το συγκεκριμένο πλαίσιο ακολουθεί τις ιδιότητες ενός ορθοκανονικού συστήματος συντεταγμένων ορίζοντας ως x_n, y_n, z_n τους τρεις άξονές του. Χρησιμοποιείται βασικά για να περιγράψει τη θέση και τον προσανατολισμό ενός σώματος ως προς ένα σταθερό σημείο. Κατά σύμβαση, στην ανάλυση υποβρύχιων οχημάτων, η αρχή του αδρανειακού συστήματος βρίσκεται σε κάποιο αυθαίρετα ορισμένο σημείο της επιφάνειας του νερού, με τους x_n - και y_n - άξονες να ορίζουν το οριζόντιο επίπεδο, κάθετο στη βαρύτητα, και τον z_n - άξονα να κατευθύνεται προς αυξανόμενο βάθος (βλέπε Σχήμα 2.1).

Για να περιγραφεί ο προσανατολισμός του υποβρύχιου οχήματος στο χώρο, ορίζεται επιπρόσθετα ένα σωματοπαγές (body-fixed) σύστημα συντεταγμένων $\{b\}$ με αρχή κάποιο σταθερό σημείο του υποβρυχίου οχήματος, και άξονες x_b, y_b και z_b . Η αρχή του σωματοπαγούς πλαισίου συχνά επιλέγεται να ταυτίζεται με το κέντρο βάρους ή το κέντρο άνωσης του οχήματος, προσανατολισμένο ώστε οι άξονές του να ταυτίζονται (ή να είναι παράλληλοι) με τους άξονες γεωμετρικής συμμετρίας του οχήματος. Όπως προκύπτει από τον ορισμό του, το σωματοπαγές πλαίσιο έχει τη βασική ιδιότητα ότι είναι ελεύθερο να κινείται και να περιστρέφεται μαζί με το όχημα.

Το αδρανειακό πλαίσιο χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της θέσης και του προσανατολισμού του οχήματος ως προς ένα σταθερό σημείο πάνω στη γή. Το σωματοπαγές πλαίσιο



Σχήμα 2.1: Ορισμός του αδρανειακού και του σωματοπαγούς συστήματος συντεταγμένων για την ανάλυση της κίνησης ενός υποβρύχιου οχήματος.

χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό των ταχυτήτων (γραμμικών και περιστροφικών), ως προς ένα σταθερό σημείο αναφοράς επί του οχήματος. Οι δυνάμεις και οι ροπές που εφαρμόζονται στο όχημα εκφράζονται στο σωματοπαγές πλαίσιο.

Για τη συνέχεια, ορίζονται τα παρακάτω διανύσματα, για την περιγραφή της θέσης και της ταχύτητας του οχήματος στο χώρο, με αναφορά και στον Πίνακα 2.1:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta}_1 &= [x \ y \ z]^T && \text{θέση ως προς το αδρανειακό πλαίσιο} \\ \boldsymbol{\eta}_2 &= [\phi \ \theta \ \psi]^T && \text{προσανατολισμός (γωνίες Euler) ως προς το αδρανειακό πλαίσιο} \\ \boldsymbol{\nu}_1 &= [u \ v \ w]^T && \text{γραμμικές ταχύτητες ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο} \\ \boldsymbol{\nu}_2 &= [p \ q \ r]^T && \text{περιστροφικές ταχύτητες ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο} \end{aligned}$$

όπου ο δείκτης ένα (1) αναφέρεται στις μεταβλητές γραμμικής κίνησης, ενώ ο δείκτης δύο (2) στις μεταβλητές που συνδέονται με την περιστροφική κίνηση του οχήματος. Ορίζονται επίσης τα εξής συγκεντρωτικά διανύσματα, με όλες τις γραμμικές και περιστροφικές συνιστώσες της κίνησης του οχήματος:

$$\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1^T \ \boldsymbol{\eta}_2^T]^T = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T, \quad (2.1)$$

$$\boldsymbol{\nu} = [\boldsymbol{\nu}_1^T \ \boldsymbol{\nu}_2^T]^T = [u \ v \ w \ p \ q \ r]^T \quad (2.2)$$

Σε επόμενη παράγραφο αναλύεται ο μετασχηματισμός ανάμεσα στα διανύσματα $\boldsymbol{\eta}$ και $\boldsymbol{\nu}$, ο οποίος απαιτείται για την περιγραφή της δυναμικής ενός υποβρύχιου οχήματος.

2.2.2 Βασικές πράξεις μεταξύ διανυσμάτων

Στο σημείο αυτό κρίνεται σκόπιμη η σύντομη παράθεση των βασικών πράξεων μεταξύ διανυσμάτων που χρησιμοποιούνται στη συνέχεια της ανάλυσης, διευκρινίζονται ότι όλα τα διανύσματα θεωρούνται ότι ανήκουν στο τρισδιάστατο Ευκλείδειο χώρο \mathbb{R}^3 .

Η περιγραφή ενός διανύσματος συντεταγμένων $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T$ σε μορφή αντισυμμετρικού (skew-symmetric) πίνακα ορίζεται με τη χρήση του τελεστή \mathcal{S} ως ακολούθως:

$$\mathcal{S}(\mathbf{a}) \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Το εσωτερικό γινόμενο δύο τυχαίων διανυσμάτων \mathbf{a} , \mathbf{b} είναι ένα βαθμωτό μέγεθος που υπολογίζεται ως εξής:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a}^T \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \vartheta \quad (2.4)$$

όπου ϑ προσδιορίζει την γωνία ανάμεσα στα δύο διανύσματα.

Επιπρόσθετα, το εξωτερικό γινόμενο δύο τυχαίων διανυσμάτων \mathbf{a} , \mathbf{b} είναι ένα διανυσματικό μέγεθος που ορίζεται ως:

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix} = \mathcal{S}(\mathbf{a}) \mathbf{b} = -\mathcal{S}(\mathbf{b}) \mathbf{a} = \mathcal{S}^T(\mathbf{b}) \mathbf{a} \quad (2.5)$$

Το διάνυσμα \mathbf{c} είναι κάθετο σε αμφότερα τα \mathbf{a} και \mathbf{b} , με τη διεύθυνσή του να προκύπτει

από τον κανόνα του δεξιού χεριού, ενώ το μέτρο του ισούται με την επιφάνεια του παραλληλόγραμμου που ορίζεται από τα \mathbf{a} και \mathbf{b} .

2.2.3 Γωνίες Euler

Οι γωνίες Euler χρησιμοποιούνται για την περιγραφή του προσανατολισμού του σωματοπαγούς πλαισίου σε σχέση με το αδρανειακό σύστημα αναφοράς, μέσω μιας αλληλουχίας τριών περιστροφών του στερεού σώματος γύρω από το συγκεκριμένο σύστημα συντεταγμένων. Η σειρά εκτέλεσης των διαδοχικών περιστροφών είναι συγκεκριμένη ανάλογα με τη σύμβαση που έχει υιοθετηθεί. Η αλλαγή της σειράς εκτέλεσης των διαδοχικών περιστροφών οδηγεί σε λανθασμένη τελική θέση του οχήματος και για το λόγο αυτό οι περιστροφές δεν μπορούν να περιγραφούν ως άθροισμα διανυσμάτων, αλλά πρέπει να εκτελούνται με τη σειρά που κατά σύμβαση θεωρείται σωστή. Παραλλαγές στην αλληλουχία περιστροφών Euler οδηγούν σε δώδεκα διαφορετικούς συνδυασμούς. Για την ανάλυση του εδώ μελετώμενου συστήματος υιοθετείται η κλασική σύμβαση διαδοχής των περιστροφών που χρησιμοποιείται στη μελέτη της δυναμικής υποβρυχίων και αεροσκαφών, η οποία ακολουθεί τη σύμβαση ZYX (yaw, pitch, roll), όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.2.

Οι γωνίες Euler επιτρέπουν τον συσχετισμό των ταχυτήτων στο σωματοπαγές πλαίσιο ν με το διάνυσμα ταχυτήτων $\dot{\eta}$ ως προς το αδρανειακό πλαίσιο (όπου $\dot{\eta}$ εκφράζει την χρονική παράγωγο του η). Εφαρμόζοντας την ακολουθία αυτή από μεμονωμένες περιστροφές μπορεί να εξαχθεί η ταχύτητα του οχήματος αλλά και η θέση του (μέσω ολοκλήρωσης των ταχυτήτων), ως προς το αδρανειακό πλαίσιο.

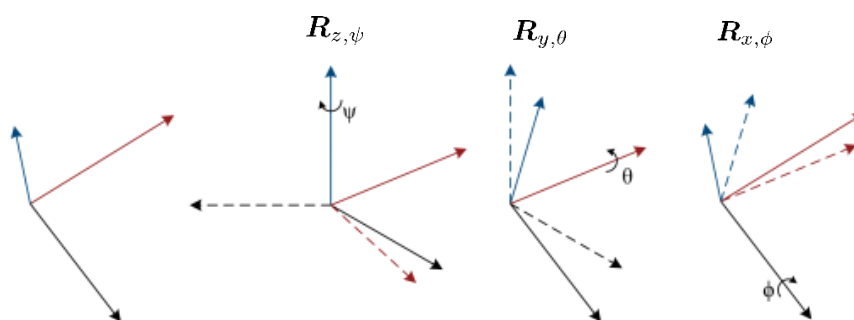
2.2.4 Μετασχηματισμός γραμμικών ταχυτήτων

Οι τρεις πίνακες στροφής που χρησιμοποιούνται για την εξαγωγή των γωνιών Euler ορίζονται ως εξής:

$$\mathbf{R}_{z,\psi} = \begin{bmatrix} c\psi & s\psi & 0 \\ -s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{y,\theta} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & -s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi \\ 0 & -s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

όπου $c = \cos$ και $s = \sin$.

Οι δείκτες στην ονομασία των παραπάνω πινάκων στροφής δηλώνουν ως προς ποιον άξονα και κατά ποια γωνία πραγματοποιείται η στρόφη (roll, pitch και yaw). Ο συνολικός πίνακας μετασχηματισμού που προκύπτει μετά από τις τρεις διαδοχικές στρόφες δίνεται από την ακό-



Σχήμα 2.2: Εξαγωγή γωνιών Euler με βάση τον συνδυασμό ZYX.

λουθη σχέση:

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) = \mathbf{R}_{z,\psi}^T \mathbf{R}_{y,\theta}^T \mathbf{R}_{x,\phi}^T = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi s\phi c\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Ο πίνακας $\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)$ μετασχηματίζει την ταχύτητα του οχήματος από το σωματοπαγές ως προς το αδρανειακό πλαίσιο με βάση την παρακάτω σχέση:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) \boldsymbol{\nu}_1 \quad (2.8)$$

Κατά αντίστοιχο τρόπο μπορούν να υπολογιστούν οι ταχύτητες στο σωματοπαγές σύστημα εάν είναι γνωστός ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του οχήματος, χρησιμοποιώντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό:

$$\boldsymbol{\nu}_1 = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)^{-1} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \quad (2.9)$$

Καθώς ο πίνακας $\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)$ είναι ορθογώνιος, ισχύει η ιδιότητα της ισότητας του αντίστροφου με τον ανάστροφο:

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)^{-1} = \mathbf{R}_{z,\psi} \mathbf{R}_{y,\theta} \mathbf{R}_{x,\phi} = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)^T \quad (2.10)$$

Επομένως, η Σχέση (2.9) μπορεί να ξαναγραφτεί ως:

$$\boldsymbol{\nu}_1 = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)^T \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \quad (2.11)$$

2.2.5 Μετασχηματισμός γωνιακών ταχυτήτων

Το διάνυσμα των γωνιακών ταχυτήτων στο σωματοπαγές σύστημα συντεταγμένων $\boldsymbol{\nu}_2$ μπορεί να συσχετιστεί με το ρυθμό μεταβολής $\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ των γωνιών Euler στο αδρανειακό σύστημα, μέσω του ακόλουθου μετασχηματισμού:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) \boldsymbol{\nu}_2, \quad (2.12)$$

όπου ο πίνακας $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$ σε αυτή την περίπτωση δεν είναι ορθογώνιος και ορίζεται ως:

$$\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Εξετάζοντας τη Σχέση (2.13), είναι εμφανές ότι ο πίνακας $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$ δεν ορίζεται για $\cos \theta = 0$, περίπτωση που λαμβάνει χώρα καθώς η γωνία πρόνευσης δέχεται τιμές $\theta = \pm 90^\circ$. Κάτι τέτοιο θα μπορούσε να δημιουργήσει πρόβλημα με την περιγραφή του προσανατολισμού όταν το υποβρύχιο όχημα εκτελεί κατακόρυφη κίνηση, περίπτωση η οποία στην πράξη είναι αρκετά σπάνια. Εάν όμως είναι θεμιτή ή απαραίτητη η δυνατότητα περιγραφής του συστήματος και για την περίπτωση αυτή, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η αναπαράσταση του προσανατολισμού μέσω quaternions (τετραδική αναπαράσταση) [19].

Εφαρμόζοντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό γωνιακής ταχύτητας είναι εφικτός ο υπο-

λογισμός των γωνιακών ταχυτήτων ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο, από τη Σχέση (2.12):

$$\boldsymbol{\nu}_2 = \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)^{-1} \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \quad (2.14)$$

Δεδομένου ότι ο πίνακας μετασχηματισμού $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$ δεν είναι ορθογώνιος, ο αντίστροφος του δεν είναι όμοιος με τον ανάστροφο:

$$\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)^{-1} \neq \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)^\top, \quad (2.15)$$

όπου σε αυτή τη περίπτωση υπολογίζεται ως εξής:

$$\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

2.2.6 Συνολικός μετασχηματισμός ταχυτήτων

Ο συνολικός μετασχηματισμός που συνδέει τις ταχύτητες στο σωματοπαγές πλαίσιο $\boldsymbol{\nu}$ με το ρυθμό μεταβολής των μεταβλητών κίνησης ως προς το αδρανειακό πλαίσιο $\boldsymbol{\eta}$ προκύπτει από τη σύνθεση των επιμέρους σχέσεων μετασχηματισμού των γραμμικών και γωνιακών ταχυτήτων:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\nu}_1 \\ \boldsymbol{\nu}_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}) \boldsymbol{\nu}, \quad (2.17)$$

ενώ ο αντίστροφος μετασχηματισμός ταχύτητας προκύπτει ως:

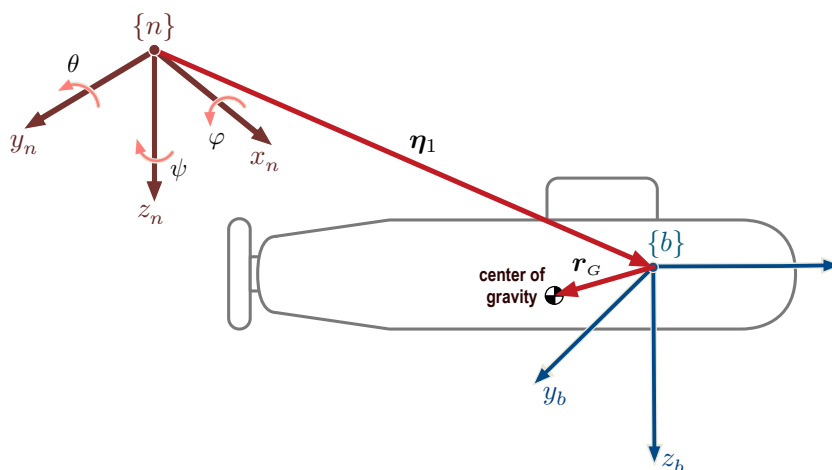
$$\boldsymbol{\nu} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})^{-1} \dot{\boldsymbol{\eta}} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \boldsymbol{\nu}_1 \\ \boldsymbol{\nu}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)^\top & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

2.3 Εξισώσεις Κίνησης Υποβρύχιων Οχημάτων

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται οι εξισώσεις κίνησης ενός υποβρύχιου οχήματος καθώς κινείται με έξι βαθμούς ελευθερίας. Οι εξισώσεις κίνησης εκφράζονται ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο, λόγω της ευχερέστερης περιγραφής σε αυτό της επίδρασης του περιρρέοντος ρευστού στο κινούμενο όχημα. Επιπρόσθετα, η προσέγγιση αυτή επιτρέπει οι συνολικές δυνάμεις/ροπές που δέχεται το σώμα να παραμένουν σταθερές ανεξάρτητα από το προσανατολισμό που εμφανίζει ως προς το αδρανειακό σώμα. Για την περιγραφή που θα ακολουθήσει κρίνεται σκόπιμη η εισαγωγή των παρακάτω συμβολισμών:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_1 &= [X \ Y \ Z]^\top \\ \boldsymbol{\tau}_2 &= [K \ M \ N]^\top \\ \mathbf{r}_G &= [x_G \ y_G \ z_G]^\top, \end{aligned} \quad (2.19)$$

όπου $\boldsymbol{\tau}_1$, $\boldsymbol{\tau}_2$ οι συνολικές εξωτερικές δυνάμεις και ροπές, αντίστοιχα, που εφαρμόζονται στο όχημα εκφρασμένες στο σωματοπαγές πλαίσιο συντεταγμένων, ενώ με το διάνυσμα \mathbf{r}_G εκφράζεται η θέση του κέντρου βάρους του οχήματος ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο (Σχήμα 2.3).



Σχήμα 2.3: Ορισμός διανυσμάτων θέσης στο χώρο.

Οι μη γραμμικές εξισώσεις κίνησης ενός απαραμόρφωτου σώματος εκφρασμένες στο σωματοπαγές πλαίσιο συντεταγμένων, μπορούν να περιγραφούν χρησιμοποιώντας τους θεμελιώδεις νόμους της μηχανικής. Πιο συγκεκριμένα, με βάση τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα είναι γνωστό ότι η συνολική δύναμη F που ασκείται σε ένα σώμα είναι ίση με το γινόμενο της μάζας m επί την επιτάχυνση a του σώματος.

$$\sum F = ma \quad (2.20)$$

Σύμφωνα με τα αξιώματα του Euler, η παραπάνω σχέση ισχύει τόσο για γραμμική, όσο και για περιστροφική κίνηση. Με εφαρμογή των προηγούμενων, οι εξισώσεις κίνησης του απαραμόρφωτου σώματος ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο, μπορούν να γραφούν στην παρακάτω μορφή, υιοθετώντας τους συμβολισμούς που έχουν οριστεί παραπάνω για τις γραμμικές και περιστροφικές ταχύτητες:

$$\text{Μεταφορική κίνηση: } \tau_1 = m (\dot{\nu}_1 + \dot{\nu}_2 \times r_G + \nu_2 \times \nu_1 + (\nu_2 \times (\nu_2 \times r_G))) \quad (2.21)$$

$$\text{Περιστροφική κίνηση: } \tau_2 = I_b \dot{\nu}_2 + \nu_2 \times (I_b \dot{\nu}_2) + m r_G \times (\dot{\nu}_1 \times (\nu_2 \times \nu_1)) . \quad (2.22)$$

Η διαδικασία εξαγωγής των εκφράσεων αυτών αναλύεται σε διάφορα συγγράμματα, π.χ. [3]. Στις Σχέσεις (2.21), (2.22), με $\dot{\nu}_1$ και $\dot{\nu}_2$ συμβολίζονται οι χρονικές παράγωγοι των γραμμικών και περιστροφικών ταχυτήτων του οχήματος, ενώ με τον όρο I_b δηλώνεται ο πίνακας ροπών αδράνειας του σώματος, ο οποίος έχει την παρακάτω μορφή:

$$I_b = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Ο I_b είναι συμμετρικός και θετικά ορισμένος, ισχύει δηλαδή $I_b = I_b^T > 0$. Οι διαγώνιοι όροι I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} δηλώνουν τις κύριες ροπές αδράνειας περί τους άξονες x_b, y_b, z_b του σωματοπαγούς

πλαίσιο, ενώ οι υπόλοιποι όροι αναπαριστούν τις φυγόκεντρες ροπές. Ο υπολογισμός των επιμέρους στοιχείων του πίνακα \mathbf{I}_b γίνεται μέσω των παρακάτω σχέσεων [1] :

$$\begin{aligned} I_{xx} &= \int_{\nabla} (y^2 + z^2) \rho_A dV, & I_{xy} &= I_{yx} = \int_{\nabla} xy \rho_A dV \\ I_{yy} &= \int_{\nabla} (x^2 + z^2) \rho_A dV, & I_{xz} &= I_{zx} = \int_{\nabla} xz \rho_A dV \\ I_{zz} &= \int_{\nabla} (x^2 + y^2) \rho_A dV, & I_{yz} &= I_{zy} = \int_{\nabla} yz \rho_A dV \end{aligned} \quad (2.24)$$

όπου ρ_A η πυκνότητα μάζας του οχήματος. Εάν είναι γνωστός ο πίνακας ροπών αδράνειας του σώματος ως προς το κέντρο μάζας του \mathbf{I}_G , τότε ο \mathbf{I}_b μπορεί να υπολογιστεί από την παρακάτω σχέση [3]:

$$\mathbf{I}_b = \mathbf{I}_G - m\mathbf{S}(\mathbf{r}_G)\mathbf{S}(\mathbf{r}_G) \quad (2.25)$$

Εάν το σωματοπαγές πλαίσιο επιλεγεί με κατάλληλο τρόπο ούτως ώστε να ταυτίζεται με το κέντρο βάρους του οχήματος, τότε το διάνυσμα \mathbf{r}_G μηδενίζεται, με αποτέλεσμα οι Σχέσεις (2.21), (2.22) να απλοποιούνται ως εξής:

$$\boldsymbol{\tau}_1 = m(\dot{\boldsymbol{\nu}}_1 + \boldsymbol{\nu}_2 \times \boldsymbol{\nu}_1) \quad (2.26)$$

και

$$\boldsymbol{\tau}_2 = \mathbf{I}_b \dot{\boldsymbol{\nu}}_2 + \boldsymbol{\nu}_2 \times (\mathbf{I}_b \boldsymbol{\nu}_2) \quad (2.27)$$

2.3.1 Συνδυασμένη μορφή εξισώσεων κίνησης στο χώρο

Υιοθετώντας την, ευρέως καθιερωμένη στη διεθνή βιβλιογραφία, προσέγγιση που έχει προταθεί από τον Fossen [1], με κατάλληλο συνδυασμό των Σχέσεων (2.21) και (2.22), οι εξισώσεις κίνησης για ένα θαλάσσιο όχημα κινούμενο με 6 βαθμούς ελευθερίας, μπορούν να τεθούν σε ενοποιημένη μορφή πινάκων, συναρτήσεως του διανύσματος $\boldsymbol{\nu}$ των γενικευμένων ταχυτήτων (γραμμικές - περιστροφικές) ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο:

$$\mathbf{M}_{RB} \dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\tau}_{RB} \quad (2.28)$$

Στη συγκεκριμένη αναπαράσταση, οι δυνάμεις $\mathbf{M}_{RB} \dot{\boldsymbol{\nu}}$ (όπου $\mathbf{M}_{RB} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ ο πίνακας μάζας του απαραμόρφωτου οχήματος) που προκαλούνται από την αδράνεια του σώματος, είναι διαχωρισμένες από τις δυνάμεις $\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu}$ (όπου ο πίνακας $\mathbf{C}_{RB} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$) που ασκούνται λόγω της κεντρομόλου και Coriolis επιτάχυνσης. Ο όρος $\boldsymbol{\nu}$ αναπαριστά το διάνυσμα των γενικευμένων ταχυτήτων (γραμμικές - περιστροφικές) ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο, ενώ με τον όρο $\boldsymbol{\tau}_{RB}$ δηλώνεται το διάνυσμα των συνολικών γενικευμένων δυνάμεων που εφαρμόζονται εξωτερικά στο όχημα, επίσης εκφρασμένο στο σωματοπαγές πλαίσιο συντεταγμένων:

$$\boldsymbol{\tau}_{RB} = [\boldsymbol{\tau}_1^T \ \boldsymbol{\tau}_2^T]^T = [X \ Y \ Z \ K \ M \ N]^T \quad (2.29)$$

Ο πίνακας μάζας \mathbf{M}_{RB} του οχήματος είναι σταθερός, θετικά ορισμένος και συμμετρικός:

$$\mathbf{M}_{RB} = \mathbf{M}_{RB}^T > 0, \quad \dot{\mathbf{M}}_{RB} = 0, \quad (2.30)$$

και έχει την ακόλουθη γενικευμένη μορφή:

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Βάσει της Σχέσης (2.25), ο \mathbf{M}_{RB} μπορεί να γραφεί σε πιο συμπαγή μορφή ως:

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_{3 \times 3} & -m\mathbf{S}(\mathbf{r}_G) \\ m\mathbf{S}(\mathbf{r}_G) & \mathbf{I}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

όπου $\mathbf{M}_{21} = \mathbf{M}_{12}^\top$.

Εάν η αρχή του σωματοπαγούς συστήματος αξόνων επιλεγεί ώστε να συμπίπτει με το κέντρο βάρους του οχήματος, τότε το διάνυσμα \mathbf{r}_G μηδενίζεται και ο πίνακας μάζας απλοποιείται ως:

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_G \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

όπου \mathbf{I}_G ο πίνακας ροπών αδράνειας ως προς το κέντρο βάρους του οχήματος.

Αντίστοιχα, ο πίνακας $\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu})$ της Σχέσης (2.28) είναι αντι-συμμετρικός (skew-symmetric), ήτοι $\mathbf{C}_{RB}^\top(\boldsymbol{\nu}) = -\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) \forall \boldsymbol{\nu} \in \mathbb{R}^6$, και έχει την παρακάτω αναλυτική μορφή [1]:

$$\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m(y_G q + z_G r) & m(y_G p + w) & m(z_G p - v) & 0 & 0 & 0 \\ m(x_G q - w) & -m(z_G r + x_G p) & m(z_G q + u) & 0 & 0 & 0 \\ m(x_G r + v) & m(y_G r - u) & -m(x_G p + y_G q) & 0 & 0 & 0 \\ m(y_G q + z_G r) & -m(x_G q - w) & -m(x_G r + v) & 0 & 0 & 0 \\ -m(y_G p + w) & m(z_G r + x_G p) & -m(y_G r - u) & 0 & 0 & 0 \\ -m(z_G p - v) & -m(z_G q + u) & m(x_G p + y_G q) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -I_{yz}q - I_{xz}p + I_{zz}r & I_{yz}r + I_{xy}p - I_{yy}q & 0 & 0 & 0 \\ I_{yz}q + I_{xz}p - I_{zz}r & 0 & -I_{xz}r - I_{xy}q + I_{xx}p & 0 & 0 & 0 \\ -I_{yz}r - I_{xy}p + I_{yy}q & I_{xz}r + I_{xy}q - I_{xx}p & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

ή, στην ισοδύναμη συμπυκνωμένη μορφή:

$$\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -m\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_1) - m\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2)\mathbf{S}(\mathbf{r}_G) \\ -m\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_1) + m\mathbf{S}(\mathbf{r}_G)\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2) & -\mathbf{S}(\mathbf{I}_b\boldsymbol{\nu}_2) \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Βάσει της Σχέσης (2.32), ο πίνακας C_{RB} μπορεί να γραφεί σε πιο συμπαγή μορφή ως:

$$C_{RB}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{S}(M_{11}\boldsymbol{\nu}_1 + M_{12}\boldsymbol{\nu}_2) \\ -\mathbf{S}(M_{11}\boldsymbol{\nu}_1 + M_{12}\boldsymbol{\nu}_2) & -\mathbf{S}(M_{21}\boldsymbol{\nu}_1 + M_{22}\boldsymbol{\nu}_2) \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Από την παραπάνω σχέση, εύκολα συμπεραίνεται ότι ο C_{RB} προκύπτει από τον κατάλληλο συνδυασμό των στοιχείων του πίνακα M_{RB} με αυτά του διανύσματος $\boldsymbol{\nu}$ των γενικευμένων ταχυτήτων του οχήματος στο σωματοπαγές σύστημα.

Για την περίπτωση που η αρχή του σωματοπαγούς πλαισίου επιλεγεί ώστε να συμπίπτει με το κέντρο βάρους του οχήματος, τότε ο C_{RB} λαμβάνει την παρακάτω, απλοποιημένη, μορφή:

$$C_{RB}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -m(-w) & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & -m(-u) \\ 0 & 0 & 0 & mv & -mu & 0 \\ 0 & mw & -mv & 0 & I_{zz}r & I_{yy}q \\ m(-w) & 0 & mu & -I_{zz}r & 0 & I_{xx}p \\ mv & m(-u) & 0 & -I_{yy}q & -I_{xx}p & 0 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

ή, στην ισοδύναμη συμπτυγμένη μορφή:

$$C_{RB}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{S}(m\boldsymbol{\nu}_1) \\ -\mathbf{S}(m\boldsymbol{\nu}_1) & -\mathbf{S}(I_G\boldsymbol{\nu}_2) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Τέλος, το διάνυσμα $\boldsymbol{\tau}_{RB}$ στη Σχέση (2.28) εμπεριέχει το σύνολο των γενικευμένων εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο όχημα στην αρχή του σωματοπαγούς πλαισίου. Για ένα υποβρύχιο όχημα που κινείται μακριά από την επιφάνεια της θάλασσας, οι δυνάμεις αυτές (αναφέρονται και ως *φορτίσεις*) μπορεί να θεωρηθεί ότι προκύπτουν ως:

$$\boldsymbol{\tau}_{RB} = \boldsymbol{\tau}_{\text{hydro}} + \boldsymbol{\tau}_{\text{env}} + \boldsymbol{\tau}_{\text{act}} \quad (2.39)$$

όπου $\boldsymbol{\tau}_{\text{hydro}}$ οι φορτίσεις από τα υδροδυναμικά φαινόμενα, $\boldsymbol{\tau}_{\text{env}}$ οι φορτίσεις από το περιβάλλον (π.χ. θαλάσσια ρεύματα), και $\boldsymbol{\tau}_{\text{act}}$ οι δυνάμεις από τα συστήματα επενέργειας (π.χ. προπέλες και πηδάλια) που φέρει το όχημα. Σημειώνεται ότι για τα υποβρύχια οχήματα τύπου ROV, η Σχέση (2.39) θα πρέπει να επεκταθεί κατάλληλα ώστε να λαμβάνονται υπόψη και οι γενικευμένες δυνάμεις (α) λόγω των ρομποτικών βραχιόνων που ενδεχομένως φέρει το όχημα, και (β) λόγω της παρουσίας του ομφάλιου καλωδίου (umbilical cable) που συνδέει το όχημα με τον σταθμό τηλεχειρισμού, ειδικά όταν το όχημα επιχειρεί σε μεγάλα βάθη (οπότε και το μήκος του καλωδίου είναι αντίστοιχα μεγάλο).

Στις **φορτίσεις από το περιβάλλον** $\boldsymbol{\tau}_{\text{env}}$ περιλαμβάνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο όχημα από τους κυματισμούς, από τον άνεμο, και από τα θαλάσσια ρεύματα. Εξ'αυτών, για υποβρύχια οχήματα που επιχειρούν σε βάθος μακριά από την επιφάνεια του νερού, η επίδραση του ανέμου και των κυμάτων μπορεί να αγνοηθεί. Αντιθέτως, η επίδραση των θαλάσσιων ρευμάτων αποτελεί σε πολλές περιπτώσεις σημαντική παράμετρο, η οποία συμπεριλαμβάνεται στο μοντέλο για AUV και ROV οχήματα. Διευκρινίζεται ότι οι φορτίσεις αυτού του τύπου δεν απο-

τελούν αντικείμενο της παρούσας εργασίας, και δεν αναλύονται περαιτέρω. Ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει για περισσότερες πληροφορίες στα συγγράμματα του Fossen [1,2].

Οι **φορτίσεις από τα συστήματα επενέργειας** τ_{act} , για συμβατικής σχεδίασης υποβρύχια οχήματα (τόσο τύπου ROV όσο και τύπου AUV), περιλαμβάνουν τις δυνάμεις που παράγονται από τους μηχανισμούς πρόωσης (π.χ., προπέλες) και τις επιφάνειες ελέγχου (π.χ., αντιδιατοχιστικά περὺγια και πηδάλια). Τα συστήματα αυτά ουσιαστικά παρέχουν τις γενικευμένες δυνάμεις ελέγχου του οχήματος και σχετίζονται με τις αντίστοιχες μεταβλητές ελέγχου (π.χ. η εφαρμοζόμενη τάση σε έναν κινητήρα πρόωσης ή η γωνία στροφής ενός περυγίου). Τα δυναμικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των προωστικών δυνάμεων και ροπών που παράγονται από προπέλες παρουσιάζονται στα [2,20].

Αναφορικά με τις **υδροδυναμικές φορτίσεις**, οι οποίες αποτελούν και το πιο σύνθετο μέρος των εξισώσεων κίνησης, αυτές συνήθως αναλύονται ως:

$$\tau_{hydro} = \tau_A(\nu) + \tau_D(\nu) + g(\eta) \quad (2.40)$$

Στην παραπάνω σχέση, $\tau_A(\nu)$ είναι οι φορτίσεις που απορρέουν από το φαινόμενο της πρόσθετης μάζας, $\tau_D(\nu)$ οι φορτίσεις υδροδυναμικής απόσβεσης, ενώ το διάνυσμα $g(\eta)$ περιγράφει τις δυνάμεις από την υδροστατική άνωση και το βάρος του οχήματος. Οι όροι αυτοί επεξηγούνται και αναλύονται στην επόμενη ενότητα.

2.4 Υδροδυναμικές Φορτίσεις

Βασική παράμετρος για τον προσδιορισμό των υδροδυναμικών φαινομένων είναι η μορφή της ροής που περιβάλλει το όχημα, ο καθορισμός της οποίας είναι στη γενική περίπτωση πολύπλοκος. Μια απλουστευτική προσέγγιση που υιοθετείται στις περισσότερες περιπτώσεις είναι η θεώρηση ότι οι υδροδυναμικές φορτίσεις υπολογίζονται ως γραμμική υπέρθεση δυνάμεων που προκύπτουν από δύο βασικές κατηγορίες [1]:

1. **Υδροδυναμικές φορτίσεις λόγω εξαναγκασμένης κίνησης** - Αφορά σε δυνάμεις που επάγονται στο όχημα από την αλληλεπίδρασή του με το ρευστό όταν προκαλείται εξαναγκασμένη κίνηση, χωρίς την παρουσία εξωγενών κυματισμών. Η συγκεκριμένη κατηγορία μπορεί να θεωρηθεί ότι συνίσταται από τις εξής τρεις βασικές συνεισφορές:
 - Δυνάμεις πρόσθετης μάζας - λόγω της αδράνειας του περιβάλλοντος ρευστού
 - Δυνάμεις υδροδυναμικής απόσβεσης - λόγω της ενέργειας που απάγεται μέσω της αντίστασης του ρευστού
 - Δυνάμεις επαναφοράς - λόγω της βαρύτητας και της άνωσης
2. **Υδροδυναμικές φορτίσεις λόγω προσπίπτοντων κυματισμών** - Αφορά σε δυνάμεις που επάγονται όταν το όχημα είναι ακίνητο και βρίσκεται μέσα σε πεδίο προσπίπτοντων κυματισμών.

Η δεύτερη κατηγορία υδροδυναμικών φορτίσεων είναι σημαντική κυρίως για πλοία και άλλα σκάφη επιφανείας, καθώς και για υποβρύχια οχήματα που επιχειρούν σε πολύ μικρό βάθος, κοντά στην επιφάνεια του νερού. Για το λόγο αυτό, η ανάλυση που ακολουθεί περιορίζεται

στις φορτίσεις που οφείλονται στην εξαναγκασμένη κίνηση του οχήματος, εξετάζοντας τις επιμέρους συνεισφορές που αναφέρονται παραπάνω, με στόχο την ομαδοποίηση και ενσωμάτωσή τους στο μαθηματικό μοντέλο που περιγράφεται από τη Σχέση (2.28).

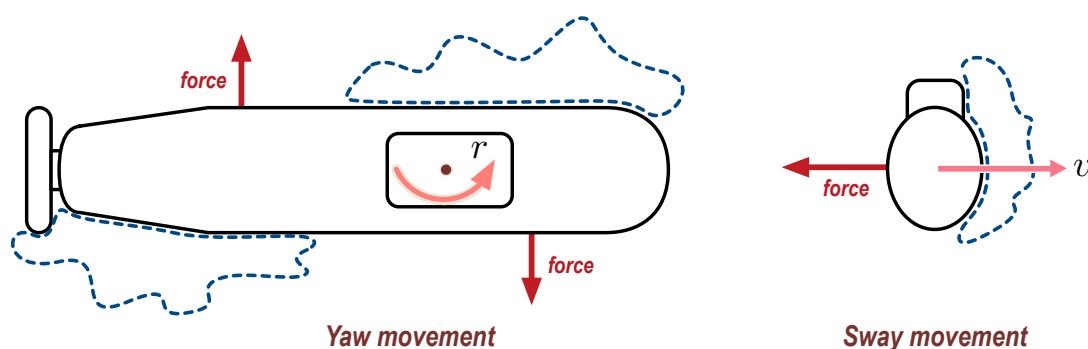
2.4.1 Δυνάμεις λόγω πρόσθετης μάζας

Όταν ένα όχημα κινείται μέσα σε ένα ρευστό έχει την τάση να συμπαρασύρει συνεχώς μία ποσότητα του ρευστού προς την πορεία κίνησής του. Το φαινόμενο αυτό, το οποίο εικονίζεται περιγραφικά στο Σχήμα 2.4, σχετίζεται με το γεγονός ότι καθώς κινείται το όχημα δεν μπορεί να δεσμεύει τον ίδιο χώρο με το ρευστό κάθε δεδομένη στιγμή. Η βασική αιτία που δεν μπορεί να επιτευχθεί κάτι τέτοιο οφείλεται στην συνεκτικότητα που παρουσιάζουν τα ρευστά. Η αδράνεια που εμφανίζει η ποσότητα μάζας ρευστού που παρασύρεται έχει σαν αποτέλεσμα τη φαινόμενη αύξηση της μάζας του οχήματος. Επιπρόσθετα, το συμπαρασυρόμενο ρευστό έχει την τάση να συνεισφέρει στην κίνηση του οχήματος ως επιπρόσθετη δύναμη αντίστασης.

Οι γενικευμένες δυνάμεις που ασκούνται στο όχημα λόγω του φαινομένου αυτού μπορούν να υπολογιστούν με εφαρμογή των εξισώσεων του Kirchhoff, οι οποίες συσχετίζουν τις υδροδυναμικές δυνάμεις και ροπές με την ενέργεια του ρευστού. Όπως αποδεικνύεται [1], οι αναλυτικές εκφράσεις των δυνάμεων αυτών μπορούν να γραφούν συναρτήσει των ταχυτήτων ν και επιταχύνσεων $\dot{\nu}$ του οχήματος, σε μορφή πινάκων ως:

$$\tau_A = [X_A \ Y_A \ Z_A \ K_A \ M_A \ N_A]^T = -M_A \dot{\nu} - C_A(\nu)\nu \quad (2.41)$$

Στην παραπάνω σχέση, ο όρος $-M_A \dot{\nu}$ αντιπροσωπεύει τις δυνάμεις αδρανειακής φύσης λόγω του φαινομένου της πρόσθετης μάζας, όπου $M_A \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ ο πίνακας πρόσθετης μάζας (*added mass matrix*) του οχήματος. Αντίστοιχα, ο όρος $-C_A(\nu)\nu$ περιγράφει δυνάμεις ανάλογες με τις φυγοκεντρικές και Coriolis δυνάμεις, εξ' ου και ο $C_A(\nu) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ καλείται *πίνακας υδροδυναμικής Coriolis (hydrodynamic Coriolis matrix)*.



Σχήμα 2.4: Σχηματική αναπαράσταση του φαινομένου της πρόσθετης μάζας, λόγω της αδράνειας του ρευστού, κατά [21].

Ο πίνακας πρόσθετης μάζας $M_A \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ ορίζεται ως εξής:

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Τα στοιχεία του M_A ορίζονται από τα υδροδυναμικά παράγωγα (*hydrodynamic derivatives*) των δυνάμεων/ροπών στις κύριες διευθύνσεις ως προς τις επιταχύνσεις στις κατευθύνσεις μεταφορικής/περιστροφικής κίνησης. Ο συμβολισμός που υιοθετείται για τη γραφή των συντελεστών αυτών ακολουθεί το πρότυπο SNAME [18]. Για παράδειγμα, ο όρος $X_{\dot{p}}$ εκφράζει το συντελεστή της δύναμης που επάγεται στη διαμήκη (surge) κατεύθυνση από την πρόσθετη μάζα λόγω της γωνιακής επιτάχυνσης \dot{p} του οχήματος σε περιστροφή διατοιχισμού (roll) και ορίζεται ως:

$$X_{\dot{p}} := \frac{\partial X_A}{\partial \dot{p}},$$

όπου X_A η συνολική υδροδυναμική φόρτιση λόγω πρόσθετης μάζας που ασκείται κατά τον διαμήκη άξονα του οχήματος.

Όπως αποδεικνύεται [3], ο πίνακας υδροδυναμικής Coriolis $C_A(\nu)$ δύναται να τεθεί στην παρακάτω αντισυμμετρική μορφή:

$$C_A(\nu) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -S(\mathbf{A}_{11}\nu_1 + \mathbf{A}_{12}\nu_2) \\ -S(\mathbf{A}_{11}\nu_1 + \mathbf{A}_{12}\nu_2) & -S(\mathbf{A}_{21}\nu_1 + \mathbf{A}_{22}\nu_2) \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Ο προσδιορισμός του πίνακα M_A (από τον οποίο προκύπτει και ο $C_A(\nu)$) στη γενική περίπτωση είναι αρκετά πολύπλοκος, μπορεί όμως να απλοποιηθεί μέσω μιας σειράς παραδοχών. Ειδικότερα, με τη θεώρηση της δυναμικής ροής (potential flow), ο πίνακας πρόσθετης μάζας καθίσταται συμμετρικός [22]. Στην περίπτωση αυτή είναι επαρκής ο υπολογισμός των 6 διαγώνιων στοιχείων καθώς και των 15 που βρίσκονται από πάνω τους. Ο υπολογισμός των στοιχείων μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω με την αξιοποίηση της πιθανής συμμετρίας που μπορεί να εμφανίζει το όχημα ως προς τους τρεις βασικούς άξονες (x_b, y_b, z_b) [23].

Ειδικότερα, εάν το όχημα εμφανίζει συμμετρία ως προς το x_b - z_b επίπεδο, τότε δεν υφίσταται επίδραση των u, w , και q στα Y_A, K_A και N_A , οπότε

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & X_{\dot{w}} & 0 & X_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & Y_{\dot{p}} & 0 & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & Z_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & K_{\dot{v}} & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & 0 & M_{\dot{w}} & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & N_{\dot{v}} & 0 & N_{\dot{p}} & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Με αντίστοιχη συλλογιστική, όταν το όχημα εμφανίζει συμμετρία ως προς το x_b - y_b επίπεδο,

ο πίνακας πρόσθετης μάζας θα έχει τη μορφή:

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & 0 \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Παρομοίως, για όχημα συμμετρικό ως προς το y_b - z_b επίπεδο, θα ισχύει:

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ 0 & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ M_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Εάν το σχήμα του οχήματος παρουσιάζει ταυτόχρονα συμμετρία ως προς το y_b - z_b και το x_b - z_b επίπεδο, βάσει των Σχέσεων (2.44) και (2.46), προκύπτει ότι:

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & Z_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{\dot{w}} & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & N_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Τέλος, εάν το όχημα εμφανίζει συμμετρία ως προς και τα τρία επίπεδα, ο πίνακας πρόσθετης μάζας λαμβάνει διαγώνια μορφή:

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, με εφαρμογή της Σχέσης (2.43), ο πίνακας υδροδυναμικής Coriolis

προκύπτει ως:

$$C_A(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}w} & Y_{\dot{v}v} \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}w} & 0 & -X_{\dot{u}u} \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}v} & X_{\dot{u}u} & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}w} & Y_{\dot{v}v} & 0 & -N_{\dot{r}r} & M_{\dot{q}q} \\ Z_{\dot{w}w} & 0 & -X_{\dot{u}u} & N_{\dot{r}r} & 0 & -K_{\dot{p}p} \\ -Y_{\dot{v}v} & X_{\dot{u}u} & 0 & -M_{\dot{q}q} & K_{\dot{p}p} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι, ακόμα και όταν ο πίνακας M_A ληφθεί ως διαγώνιος, οι συνολικές φορτίσεις λόγω πρόσθετης μάζας χαρακτηρίζονται από σύζευξη των βαθμών ελευθερίας του οχήματος, λόγω των μη-διαγώνιων όρων στον πίνακα $C_A(\nu)$.

2.4.2 Δυνάμεις υδροδυναμικής απόσβεσης

Θεωρώντας ότι το υποβρύχιο όχημα κινείται σε αρκετά μεγάλο βάθος ώστε να μην επηρεάζεται από επιφανειακούς κυματισμούς, οι φορτίσεις υδροδυναμικής απόσβεσης εκφράζουν δυνάμεις που ανθίστανται στην κίνησή του εντός του ρευστού προερχόμενες, αφενός από τις διαφορές πίεσης που δημιουργούνται, και αφετέρου από την τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ του ρευστού και της επιφάνειας του οχήματος [3].

Ο υπολογισμός των υδροδυναμικών αυτών αντιστάσεων είναι γενικά εξαιρετικά σύνθετος λόγω του έντονα μη-γραμμικού και συζευγμένου χαρακτήρα των εμπλεκόμενων φαινομένων. Προσεγγιστικά, συνήθως θεωρείται ότι οι γενικευμένες δυνάμεις υδροδυναμικής απόσβεσης δύνανται να γραφούν ως:

$$\tau_D = [X_D \ Y_D \ Z_D \ K_D \ M_D \ N_D]^T = -D(\nu)\nu \quad (2.50)$$

Για υποβρύχια οχήματα που κινούνται με σχετικά μικρή ταχύτητα ο πίνακας υδροδυναμικής απόσβεσης (*hydrodynamic damping matrix*) $D(\nu)$ της Σχέσης (2.50), μπορεί να οριστεί σαν άθροισμα δύο επιμέρους συστατικών, του πίνακα D_L , που αντιπροσωπεύει τον γραμμικό όρο της υδροδυναμικής απόσβεσης (linear drag), και του πίνακα $D_Q(\nu)$ που συμβολίζει τον τετραγωνικό όρο της υδροδυναμικής απόσβεσης (quadratic drag):

$$D(\nu) = D_L + D_Q(\nu) \quad (2.51)$$

Ο γραμμικός όρος της υδροδυναμικής απόσβεσης σχετίζεται κυρίως με την αντίσταση λόγω της επιφανειακής τριβής, ενώ ο τετραγωνικός όρος σχετίζεται κυρίως με την έγχυση στροβίλων. Εάν το υποβρύχιο όχημα εμφανίζει συμμετρία ως προς όλα τα επίπεδα τότε ο πίνακας που περιγράφει τη γραμμική του αντίσταση ορίζεται ως ακολούθως:

$$D_L = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Αντίστοιχα, για την ίδια περίπτωση συμμετρίας του οχήματος, για τον τετραγωνικό όρο αντίστασης ισχύει:

$$\mathbf{D}_Q(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} X_{u|u}|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{v|v}|v| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{w|w}|w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{p|p}|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{q|q}|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{r|r}|r| \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

όπου το στοιχείο $X_{u|u}|u|$ δηλώνει την αξονική υδροδυναμική αντίσταση εξαιτίας του τετραγωνικού όρου και μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ακολούθως:

$$X_{u|u}|u| = - \left(\frac{1}{2} \rho C_d A_f \right) u|u| \quad (2.54)$$

Συμβολίζοντας ως X_D την αξονική συνιστώσα της υδροδυναμικής απόσβεσης, το αντίστοιχο υδροδυναμικό παράγωγο προκύπτει ως:

$$X_{u|u} = \frac{\partial X_D}{\partial (u|u)} = -\frac{1}{2} \rho C_d A_f. \quad (2.55)$$

Με αντίστοιχο τρόπο ορίζονται και τα υπόλοιπα υδροδυναμικά παράγωγα που εμφανίζονται στον ορισμό (2.53) του πίνακα $\mathbf{D}_Q(\boldsymbol{\nu})$.

Γενικώς, ο υπολογισμός των υδροδυναμικών παράγωγων που εμφανίζονται στις Σχέσεις (2.52) και (2.53) είναι μία πολύπλοκη διαδικασία που εξαρτάται από παραμέτρους όπως το σχήμα του οχήματος, η φύση της ροής, η πυκνότητα του ρευστού, κ.α. .Εάν υποθεθεί ότι το όχημα κινείται σε χαμηλό εύρος ταχυτήτων, η συνεισφορά του γραμμικού όρου στη Σχέση (2.51) μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα, καταλήγοντας στην ακόλουθη έκφραση για τον πίνακα υδροδυναμικής απόσβεσης:

$$\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) = \mathbf{D}_Q(\boldsymbol{\nu}) \quad (2.56)$$

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί ότι στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί και μια σειρά από άλλα, αρκετά πιο σύνθετα μοντέλα για τις υδροδυναμικές αποσβέσεις, μια συγκεντρωτική επισκόπηση των οποίων παρέχεται στην εργασία [24].

2.4.3 Δυνάμεις επαναφοράς

Όταν ένα σώμα βρίσκεται βυθισμένο σε ένα ρευστό δέχεται την επίδραση υδροστατικών και βαρυτικών δυνάμεων, οι οποίες συχνά καλούνται και ως δυνάμεις επαναφοράς. Η βαρυτική δύναμη δρα στη θετική (προς τα κάτω) κατεύθυνση του z_n -άξονα του αδρανειακού πλαισίου, με το σημείο εφαρμογής της να ορίζεται ως το κέντρο βαρύτητας (center of gravity, CG) του σώματος, το οποίο, για την μελετώμενη περίπτωση, ταυτίζεται με το κέντρο μάζας αυτού. Οι υδροστατικές δυνάμεις ασκούνται στο σώμα λόγω του όγκου του ρευστού που εκτοπίζεται και είναι αποτέλεσμα της πίεσης που ασκείται από το ρευστό πάνω στην επιφάνειά του. Η συνισταμένη των υδροστατικών αυτών δυνάμεων ονομάζεται άνωση, και το σημείο εφαρμογής της κέντρο άνωσης (center of buoyancy, CB). Η θέση του κέντρου άνωσης και του κέντρου βάρους ως

προς το σωματοπαγές πλαίσιο αναφοράς ορίζονται ως $\mathbf{r}_B = [x_B \ y_B \ z_B]^T$ και $\mathbf{r}_G = [x_G \ y_G \ z_G]^T$ αντίστοιχα. Και οι δύο δυνάμεις είναι εκφρασμένες ως προς το αδρανειακό πλαίσιο, έχουν κοινή διεύθυνση, με την δύναμη της άνωσης σύμφωνα με την Αρχή του Αρχιμήδη, να εμφανίζει αντίθετη φορά σε σχέση με τη φορά της βαρυτικής δύναμης (Σχήμα 2.5). Για υποβρύχια οχήματα πλήρως βυθισμένα η τοποθέτηση του κέντρου βάρους σε σχέση με το κέντρο άνωσης είναι κομβικής σημασίας για την παθητική ευστάθεια του οχήματος. Ρυθμίζοντας τη διαμόρφωση του οχήματος ή/και την κατανομή του φορτίου και των εξαρτημάτων ώστε το κέντρο βάρους (CG) να βρίσκεται οριακά χαμηλότερα από το κέντρο άνωσης (CB) επιτυγχάνεται η υδροστατική ευστάθεια του οχήματος.

Το μέτρο της άνωσης δίνεται από τον τύπο:

$$B = \rho g \nabla \quad (2.57)$$

όπου ρ η πυκνότητα του ρευστού, g η επιτάχυνση της βαρύτητας, ενώ ο όρος ∇ εκφράζει τον όγκο που καταλαμβάνει το όχημα μέσα στο ρευστό (αν το όχημα είναι πλήρως βυθισμένο τότε ο όρος ∇ ισούται με τον όγκο του οχήματος).

Αντιστοίχως, εάν m η συνολική μάζα του οχήματος, η βαρυτική δύναμη υπολογίζεται ως:

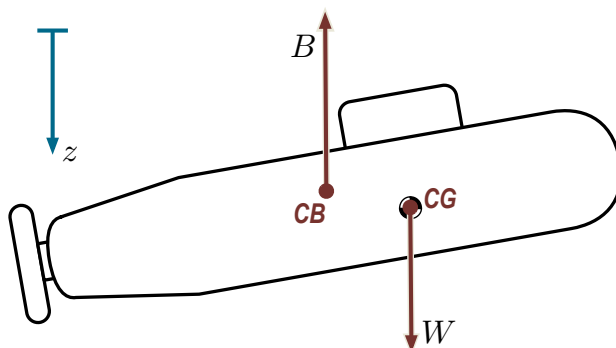
$$W = mg \quad (2.58)$$

Για ένα όχημα με ουδέτερη πλευστότητα, ισχύει ότι:

$$W = B \quad (2.59)$$

Παρ' όλα αυτά, είναι συχνά θεμιτό κατά το σχεδιασμό του οχήματος το μέτρο της δύναμης άνωσης να υπερσχύει του μέτρου της βαρύτητας $B > W$ (θετική πλευστότητα), προκειμένου να εξασφαλίζεται η αυτόματη ανάδυσή του σε περίπτωση έκτακτων συμβάντων, όπως η απώλεια των συστημάτων πρόωσης, ή η πρόσκρουσή του οχήματος.

Η ένταξη των δυνάμεων επαναφοράς στο μαθηματικό μοντέλο του οχήματος (Σχέση 2.28) απαιτεί την αναγωγή τους στο σωματοπαγές πλαίσιο συντεταγμένων, χρησιμοποιώντας τον



Σχήμα 2.5: Σχηματικό διάγραμμα των δυνάμεων άνωσης και βαρύτητας που επενεργούν στο κέντρο άνωσης (CB) και στο κέντρο βαρύτητας (CG), αντίστοιχα, ενός υποβρύχιου οχήματος.

πίνακα μετασχηματισμού $\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)^{-1}$ (Σχέση 2.9), ως εξής:

$$\mathbf{f}_G = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_B = -\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

Το αρνητικό πρόσημο που εμφανίζεται στην έκφραση για την επίδραση της άνωσης, οφείλεται στο ότι ο z_b -άξονας του σωματοπαγούς πλαισίου έχει διεύθυνση προς τα κάτω (Σχήμα 2.1).

Οι αντίστοιχες ροπές που προκαλούνται από τις δυνάμεις επαναφοράς, επίσης εκφρασμένες στο σωματοπαγές πλαίσιο, υπολογίζονται ως:

$$\mathbf{m}_G = \mathbf{r}_G \times \mathbf{f}_G, \quad \mathbf{m}_B = \mathbf{r}_B \times \mathbf{f}_B \quad (2.61)$$

Οι συνολικές δυνάμεις και ροπές λόγω της άνωσης και της βαρύτητας μπορούν να γραφούν σε μία ενοποιημένη μορφή διανύσματος ως [3]:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_G \\ \mathbf{m}_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_B \\ \mathbf{m}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (W - B)s\theta \\ -(W - B)c\theta s\phi \\ -(W - B)c\theta c\phi \\ -(y_G W - y_B B)c\theta c\phi + (z_G W - z_B B)c\theta s\phi \\ (z_G W - z_B B)s\theta + (x_G W - x_B B)c\theta c\phi \\ -(x_G W - x_B B)c\theta s\phi - (y_G W - y_B B)s\theta \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Εάν το όχημα παρουσιάζει ουδέτερη πλευστότητα, και επιπλέον η θέση του κέντρου βάρους συμπίπτει με αυτή του κέντρου άνωσης, τότε το διάνυσμα $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$ μηδενίζεται.

2.5 Συνολική Μητρική Μορφή Εξισώσεων Κίνησης

Στην παρούσα ενότητα περιγράφονται συνολικά οι εξισώσεις κίνησης ενός υποβρύχιου οχήματος κινούμενο με έξι βαθμούς ελευθερίας, εκφρασμένες τόσο στο σωματοπαγές όσο και στο αδρανειακό πλαίσιο.

2.5.1 Εξισώσεις στο σωματοπαγές πλαίσιο

Συνοψίζοντας όλες τις συνεισφορές που επιδρούν στην δυναμική ενός υποβρύχιου οχήματος, από τις Σχέσεις (2.28), (2.39)-(2.41) και (2.50), είναι εφικτό να περιγραφεί η συνολική δυναμική του οχήματος, υπό μορφή πινάκων, στο σωματοπαγές σύστημα αξόνων, μέσω της ακόλουθης εξίσωσης:

$$\mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau} \quad (2.63)$$

όπου

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{\text{env}} + \boldsymbol{\tau}_{\text{actuators}}$$

το διάνυσμα των γενικευμένων δυνάμεων, εκφρασμένες στο σωματοπαγές σύστημα αξόνων, που εφαρμόζονται στο όχημα λόγω φορτίσεων από το περιβάλλον (π.χ., θαλάσσια ρεύματα), και από τα συστήματα πρόωσης (π.χ., προπέλες) και τις επιφάνειες ελέγχου (π.χ., πτερύγια και πηδάλια) που φέρει το όχημα.

Ο συνολικός πίνακας αδράνειας \mathbf{M} στη Σχέση (2.63) συνοψίζει την επίδραση δυνάμεων

και ροπών λόγω της μάζας του οχήματος, καθώς και της πρόσθετης μάζας του ρευστού:

$$M = M_{RB} + M_A \quad (2.64)$$

Σημειώνεται ότι ο M είναι θετικά ορισμένος, δεδομένου ότι προκύπτει ως το άθροισμα δύο θετικά ορισμένων πινάκων.

Αντίστοιχα, ο πίνακας $C(\nu)$ περιγράφει το άθροισμα των κεντρομόλων δυνάμεων και των δυνάμεων Coriolis, που απορρέουν αφενός από τη δυναμική του απαραμόρφωτου σώματος, αφετέρου από το φαινόμενο της πρόσθετης μάζας του ρευστού:

$$C(\nu) = C_{RB}(\nu) + C_A(\nu) \quad (2.65)$$

Καθώς αμφότεροι οι $C_{RB}(\nu)$ και $C_A(\nu)$ είναι αντισυμμετρικοί, το ίδιο θα ισχύει και για τον $C(\nu)$.

Οι δυνάμεις και οι ροπές που επάγονται λόγω της υδροδυναμικής απόσβεσης περιγράφονται από τον πίνακα $D(\nu)$. Σε αυτόν περιλαμβάνεται μόνο η επίδραση της ιξώδους απόσβεσης (viscous damping) και όχι της δυναμικής απόσβεσης (potential damping), διότι όπως προαναφέρθηκε για υποβρύχια οχήματα που κινούνται με χαμηλή ταχύτητα, κυρίαρχο ρόλο κατέχει η ιξώδης απόσβεση.

Τέλος, οι δυνάμεις άνωσης και βαρύτητας, ανηγμένες στο σωματοπαγές σύστημα, περιγράφονται από το διάνυσμα $g(\eta)$ (Σχέση 2.60) και είναι ανεξάρτητες από την ταχύτητα και την επιτάχυνση του οχήματος.

2.5.2 Αναγωγή εξισώσεων στο αδρανειακό πλαίσιο

Μολονότι η έκφραση των εξισώσεων στο σωματοπαγές πλαίσιο είναι πολύ χρήσιμη για την προσομοίωση του συστήματος, η εκτίμηση της τρέχουσας κατάστασης και ο έλεγχος της στάσης προσανατολισμού (attitude) και της θέσης του οχήματος στον τρισδιάστατο χώρο βασίζονται στην περιγραφή των εξισώσεων κίνησης στο αδρανειακό πλαίσιο.

Η αναγωγή των εξισώσεων από το σωματοπαγές στο αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων επιτυγχάνεται με χρήση του πίνακα μετασχηματισμού $J(\eta)$. Υποθέτοντας ότι ο συγκεκριμένος πίνακας δεν εμπίπτει σε ιδιάζουσες καταστάσεις (βλ. Ενότητα 2.2.5), η σύνδεση ανάμεσα στις ταχύτητες στο σωματοπαγές και στο αδρανειακό πλαίσιο ορίζεται ως εξής:

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu \quad \Leftrightarrow \quad \nu = J(\eta)^{-1}\dot{\eta} \quad (2.66)$$

Παραγωγίζοντας τις δύο εκφράσεις ως προς το χρόνο εξάγονται οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\ddot{\eta} = J(\eta)\dot{\nu} + \dot{J}(\eta)\nu \quad \Leftrightarrow \quad \dot{\nu} = J^{-1} \left(\ddot{\eta} - \dot{J}(\eta)J(\eta)^{-1}\dot{\eta} \right) \quad (2.67)$$

Εφαρμόζοντας τις σχέσεις μετασχηματισμού, οι επιμέρους όροι που εκφράζουν την δυναμική των υποβρύχιων οχημάτων ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο μπορούν να ξαναγραφτούν

ως ακολούθως:

$$\begin{aligned}
 M_{\eta}(\eta) &= \mathbf{J}(\eta)^{-T} \mathbf{M} \mathbf{J}(\eta)^{-1} \\
 C_{\eta}(\nu, \eta) &= \mathbf{J}(\eta)^{-T} \left(\mathbf{C}(\nu) - \mathbf{M} \mathbf{J}(\eta)^{-1} \dot{\mathbf{J}}(\eta) \right) \mathbf{J}(\eta)^{-1} \\
 D_{\eta}(\nu, \eta) &= \mathbf{J}(\eta)^{-T} \mathbf{D}(\nu) \mathbf{J}(\eta)^{-1} \\
 \mathbf{g}_{\eta} &= \mathbf{J}(\eta)^{-T} \mathbf{g}(\eta) \\
 \boldsymbol{\tau}_{\eta}(\eta) &= \mathbf{J}(\eta)^{-T} \boldsymbol{\tau}
 \end{aligned} \tag{2.68}$$

Με βάση τους προηγούμενους μετασχηματισμούς, οι δυναμικές εξισώσεις ενός υποβρύχιου οχήματος ως προς το αδρανειακό πλαίσιο ορίζονται ως εξής:

$$\mathbf{M}_{\eta}(\eta) \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{C}_{\eta}(\nu, \eta) \dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{D}_{\eta}(\nu, \eta) \boldsymbol{\eta} + \mathbf{g}_{\eta}(\eta) = \boldsymbol{\tau}_{\eta}(\eta) \tag{2.69}$$

Σημειώνεται ότι, κατ' αντιστοιχία με την έκφραση των εξισώσεων κίνησης στο σωματοπαγές σύστημα (Σχέση 3.1) στην οποία εμφανίζεται το διάνυσμα $\boldsymbol{\eta}$ με τη θέση και τις γωνίες Euler του οχήματος, για τον υπολογισμό της Σχέσης (2.69) απαιτούνται οι ταχύτητες ν στο σωματοπαγές σύστημα. Επιπρόσθετα, ισχύει ότι οι πίνακες $\mathbf{M}_{\eta}(\eta)$ και $\mathbf{D}_{\eta}(\nu, \eta)$ είναι θετικά ορισμένοι, αλλά ο $\mathbf{C}_{\eta}(\nu, \eta)$ δεν είναι, στη γενική περίπτωση, αντισυμμετρικός [1].

Κεφάλαιο 3

Δυναμική Απαραμόρφωτου Σώματος του Οχήματος SQUIDBOT-mini

Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφεται ο προσδιορισμός των παραμέτρων των όρων που σχετίζονται με τη δυναμική του απαραμόρφωτου σώματος του υποβρύχιου ρομποτικού πρωτότυπου SQUIDBOT-mini, σύμφωνα με την ανάλυση που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 2. Το εν λόγω ρομπότ, το οποίο εικονίζεται στο Σχήμα 3.1, έχει αναπτυχθεί στο Εργαστήριο Συστημάτων Ελέγχου και Ρομποτικής του Τ.Ε.Ι. Κρήτης, και η βασική καινοτομία του σε σχέση με συμβατικά υποβρύχια οχήματα έγκειται στο ότι δεν χρησιμοποιεί προπέλες αλλά πτερύγια κυματοειδούς κίνησης για την πρόωσή του μέσα στο νερό.

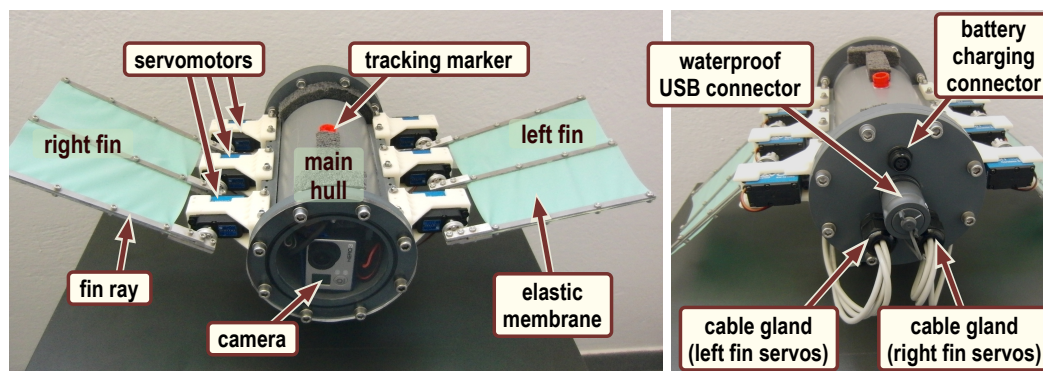
Στόχος του συγκεκριμένου κεφαλαίου είναι ο αναλυτικός υπολογισμός των φυσικών δυνάμεων που επιδρούν στο ρομποτικό όχημα, με βάση τα φυσικά και γεωμετρικά χαρακτηριστικά του, ενώ οι δυνάμεις επενέργειας που προκύπτουν από τις κινήσεις των πτερυγίων αναλύονται ξεχωριστά, στο Κεφάλαιο 4. Προς αυτήν την κατεύθυνση, αξιοποιείται ένα υφιστάμενο αναλυτικό τριδιάστατο CAD μοντέλο, καθώς επίσης και ένα γεωμετρικά απλοποιημένο μοντέλο τριών όγκων του οχήματος. Το απλοποιημένο μοντέλο, ειδικότερα, αξιοποιείται στον αναλυτικό υπολογισμό των υδροδυναμικών παραγώγων που σχετίζονται με το φαινόμενο πρόσθετης μάζας και με την υδροδυναμική απόσβεση, με εφαρμογή της Θεωρίας Λωρίδων.

Στην τελευταία ενότητα του κεφαλαίου περιγράφεται η διαδικασία και τα αποτελέσματα μιας σειράς πειραμάτων με το πρωτότυπο εντός μιας δεξαμενής δοκιμών, με σκοπό την ταυτοποίηση των υδροδυναμικών συντελεστών απόσβεσης για σύγκριση με τις τιμές που εξαγονται αναλυτικά.

3.1 Βιομημητικό Ρομποτικό Όχημα SQUIDBOT-mini

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.1, το ρομποτικό πρωτότυπο SQUIDBOT-mini αποτελείται από τρία βασικά τμήματα, το κυλινδρικής μορφής κύτος και τα δύο πλευρικά τοποθετημένα πτερύγια κυματοειδούς κίνησης. Κάθε πτερύγιο φέρει 3 ανεξάρτητα οδηγούμενες ακτίνες, συνδεδεμένες μεταξύ τους με φύλο ελαστικής μεμβράνης από σιλικόνη. Οι ακτίνες είναι κατασκευασμένες από αλουμίνιο αεροπορικού τύπου και οδηγούνται από αδιάβροχους σερβοκινητήρες με ηλεκτρονικά ελέγχου θέσης του άξονα τους.

Το πρωτότυπο είναι ενεργειακά αυτόνομο και τροφοδοτείται από μπαταρία πολυμερών λιθίου 7.4 V. Η κίνηση των ακτίνων του πτερυγίου, αλλά και συνολικά του οχήματος, ελέγχεται

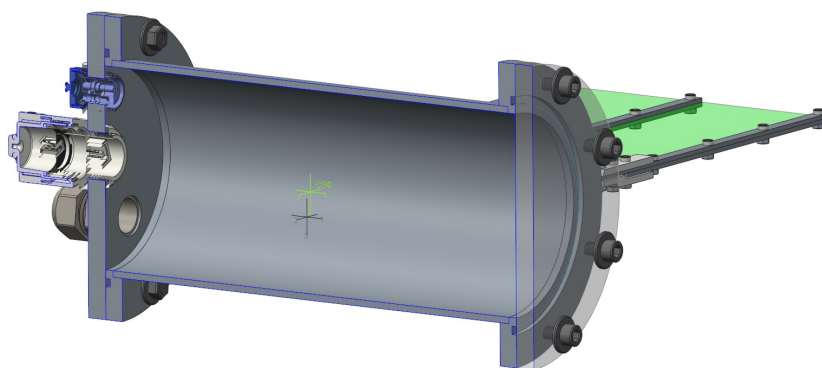


Σχήμα 3.1: Το υποβρύχιο ρομποτικό πρωτότυπο SQUIDBOT-mini.

από μία αναπτυξιακή πλατφόρμα με 8-bit μικροελεγκτή (Arduino Mega 2560), στον οποίο εκτελείται κώδικας που υλοποιεί δύο δίκτυα CPG (βλ. Κεφάλαιο 5) για τον υπολογισμό των προφίλ για τις επιθυμητές γωνιακές θέσεις των ακτίνων των δύο πτερυγίων. Αυτές χρησιμοποιούνται για την δημιουργία κατάλληλων σημάτων ελέγχου PWM τα οποία παράγονται από τις μονάδες χρονιστών του μικροελεγκτή και προωθούνται στους σερβοκινητήρες. Ο μικροελεγκτής δέχεται επίσης δεδομένα σχετικά με τον προσανατολισμό του οχήματος στο χώρο (γωνίες roll, pitch και yaw) από μια μονάδα αδρανειακού συστήματος προσδιορισμού προσανατολισμού (Attitude Heading Reference System, AHRS). Αυτά τα δεδομένα χρησιμοποιούνται κατά την πλοήγηση του σκάφους, ενώ μια μονάδα Bluetooth επιτρέπει την ασύρματη μετάδοση των δεδομένων σε εξωτερικό Η/Υ με συχνότητα 100Hz.

Η συνολική μάζα του ρομπότ, όπως αυτή μετρήθηκε με τη χρήση ζυγού ακριβείας, ανέρχεται σε 2.83 kg, ενώ βάσει υπολογισμών σε πρόγραμμα CAD, ο όγκος του οχήματος προκύπτει ότι ισούται με 0.00283m^3 . Επομένως, το όχημα παρουσιάζει ουδέτερη πλευστότητα, δηλαδή το βάρος του να είναι ίσο με το μέτρο άνωσης που δέχεται λόγω της μάζας νερού που εκτοπίζει όντας πλήρως βυθισμένο. Επιπρόσθετα, μέσω προσεκτικής κατανομής των στοιχείων στο εσωτερικό του κύτους, έχει επιτευχθεί το κέντρο μάζας του οχήματος να βρίσκεται οριακά χαμηλότερα (συγκεκριμένα, κατά 1.1 cm) από το κέντρο άνωσης, εξασφαλίζοντας με αυτό το τρόπο παθητική ευστάθεια.

Επιπρόσθετες πληροφορίες για τη μηχανολογική σχεδίαση και τα ηλεκτρονικά υποσυστήματα του πρωτότυπου παρέχονται στις εργασίες [9, 13].



Σχήμα 3.2: Συστήματα συντεταγμένων στο γεωμετρικό κέντρο της κατασκευής και στο κέντρο μάζας.

3.2 Βασικές Παραδοχές Μοντελοποίησης

Όπως αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 2, το δυναμικό μοντέλο του ρομποτικού οχήματος, θεωρώντας ότι αυτό είναι πλήρως βυθισμένο στο νερό και δεν υπόκειται στην επίδραση θαλάσσιων ρευμάτων ή κυματισμών, μπορεί να εκφραστεί σε μορφή πινάκων σύμφωνα με τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\begin{aligned} M\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) &= \boldsymbol{\tau}_{\text{fins}} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} &= \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu} \end{aligned} \quad (3.1)$$

όπου $\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1^T \ \boldsymbol{\eta}_2^T]^T = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T$ η θέση και ο προσανατολισμός του οχήματος ως προς το αδρανειακό σύστημα, και $\boldsymbol{\nu} = [\boldsymbol{\nu}_1^T \ \boldsymbol{\nu}_2^T]^T = [u \ v \ w \ p \ q \ r]^T$ οι ταχύτητες (γραμμικές και περιστροφικές) του οχήματος εκφρασμένες στο σωματοπαγές σύστημα. Ο πίνακας μετασχηματισμού $\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})$ συνδέει τις ταχύτητες στο σωματοπαγές πλαίσιο $\boldsymbol{\nu}$ με το ρυθμό μεταβολής $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ των μεταβλητών κίνησης ως προς το αδρανειακό πλαίσιο. Οι όροι $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu}$ και $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$ αντιπροσωπεύουν, αντίστοιχα, τις γενικευμένες δυνάμεις που εφαρμόζονται στο σώμα από την υδροδυναμική απόσβεση και τις δυνάμεις επαναφοράς λόγω της βαρύτητας και της υδροστατικής άνωσης. Επιπρόσθετα, ο πίνακας της συνολικής αδράνειας $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A$ και ο πίνακας των συνολικών δυνάμεων Coriolis $\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu}) = \mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) + \mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})$ συνδυάζουν αθροιστικά τις αντίστοιχες συνεισφορές από το απαραμόρφωτο σώμα του οχήματος και την πρόσθετη μάζα του νερού. Τέλος, το διάνυσμα $\boldsymbol{\tau}_{\text{fins}}$ περιλαμβάνει τις δυνάμεις και ροπές επενέργειας, οι οποίες παράγονται από τα δύο πτερύγια του οχήματος.

Για την ανάλυση που ακολουθεί έχει υιοθετηθεί η προσέγγιση προηγούμενων εργασιών που αφορούν στη μοντελοποίηση της δυναμικής υποβρύχιων οχημάτων με βιομημητικούς μηχανισμούς πρόωσης βασισμένους στα πτερύγια θαλάσσιων οργανισμών [25–28], σύμφωνα με την οποία στο μοντέλο ενσωματώνονται οι υδροδυναμικές φορτίσεις από τις κινήσεις των πτερυγίων, οι οποίες παρέχουν τις προωστικές δυνάμεις και ροπές, αγνοώντας όμως τυχόν άλλες επιδράσεις. Στο πλαίσιο αυτό, δεν λαμβάνεται υπόψη η δυναμική των επενεργητών οδήγησης των ακτίνων, και τα πτερύγια θεωρείται ότι έχουν μηδενική μάζα (πρακτικά, η μάζα των ακτίνων και των λοιπών εξαρτημάτων του πτερυγίου ενσωματώνεται σε αυτήν του υπόλοιπου οχήματος). Απόρροια των παραδοχών αυτών είναι ότι:

- Οι κινήσεις των ακτίνων των πτερυγίων δεν προκαλούν αδρανειακές δυνάμεις
- Η θέση των ακτίνων των πτερυγίων δεν έχει επίδραση στις υδροστατικές δυνάμεις που εφαρμόζονται στο όχημα
- Το επιθυμητό προφίλ κίνησης των ακτίνων των πτερυγίων υλοποιείται επακριβώς

Η προσέγγιση που υιοθετείται για τον προσδιορισμό των όρων που εμφανίζονται στη Σχέση (3.1) δεν περιλαμβάνει την δυναμική των πτερυγίων του οχήματος, παρά μόνο την συνεισφορά του απαραμόρφωτου σώματος (rigid body). Λόγω της πολυπλοκότητας υπολογισμού τους, η σχετική ανάλυση παρουσιάζεται ξεχωριστά σε επόμενη ενότητα.

3.3 Ορισμός Σωματοπαγούς Συστήματος Αναφοράς

Για την ανάπτυξη του δυναμικού μοντέλου προσομοίωσης του SQUIDBOT-mini, το σωματοπαγές σύστημα αναφοράς $\{b\}$ επιλέχθηκε να οριστεί στο γεωμετρικό κέντρο του οχήματος, με τους άξονες του $\{b\}$ να ταυτίζονται με τους άξονες συμμετρίας του οχήματος. Η επιλογή αυτή επιφέρει μια σειρά από απλοποιήσεις στη μορφή των πινάκων με τις υδροδυναμικές φορτίσεις του οχήματος, όπως περιγράφεται στη συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου. Καθώς το κέντρο άνωσης μπορεί να θεωρηθεί ότι ταυτίζεται με το γεωμετρικό κέντρο του οχήματος, η επιλογή αυτή απλοποιεί και τον υπολογισμό του διανύσματος των υδροστατικών φορτίσεων (βλ. Ενότητα 2.4.3). Επιπρόσθετα, με βάση και την ανάλυση από το CAD μοντέλο, το κέντρο μάζας του οχήματος βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη ευθεία με το γεωμετρικό κέντρο, και σε μικρή απόσταση από αυτό. Δηλαδή, το διάνυσμα \mathbf{r}_G της απόστασης του κέντρου μάζας του οχήματος από το σωματοπαγές πλαίσιο έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{r}_G = [x_G \ y_G \ z_G]^T = [0 \ 0 \ z_G]^T ,$$

η οποία απλοποιεί τις εκφράσεις υπολογισμού των πινάκων \mathbf{M}_{RB} και \mathbf{g}_η .

3.4 Προσεγγιστικό Γεωμετρικό Μοντέλο του Κύτους του Οχήματος

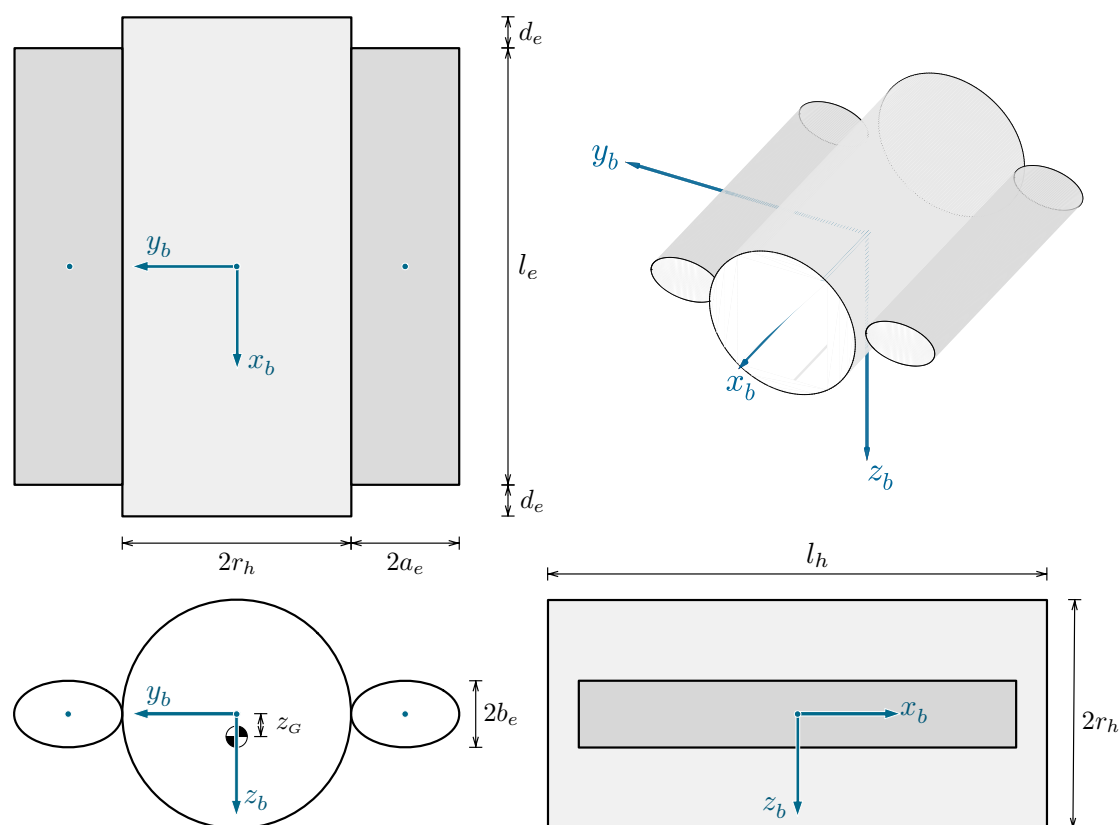
Προκειμένου να απλοποιηθεί η διαδικασία υπολογισμού των αδρανειακών και υδροδυναμικών παραμέτρων του οχήματος, υιοθετείται ένα προσεγγιστικό μοντέλο της γεωμετρίας του κύτους, θεωρώντας ότι αυτό αποτελείται από τρία τμήματα κυλινδρικού σχήματος. Ο κεντρικός κύλινδρος, μήκους l_h και κυκλικής διατομής με διάμετρο $2r_h$, αντιστοιχεί στο κυρίως κύτος του οχήματος, ενώ οι δύο μικρότεροι πλευρικοί κύλινδροι (μήκους l_e και ελλειπτικής διατομής με μήκη αξόνων $2a_e$ και $2b_e$) αποτελούν μια προσέγγιση των μονάδων οδήγησης των ακτίνων των πτερυγίων (βλ. Σχήμα 3.3).

Οι διαστάσεις των εν λόγω στοιχείων επιλέχθηκαν αφενός ώστε να προσεγγίζεται το γενικότερο σχήμα του οχήματος (βλέπε Σχήμα 3.4), αφετέρου ώστε ο συνολικός όγκος του μοντέλου, ο οποίος δίνεται από τη σχέση

$$\bar{V} = \bar{V}_h + 2\bar{V}_e = \pi r_h^2 l_h + 2\pi l_e a_e b_e \quad (3.2)$$

να ταυτίζεται με αυτόν του ρομποτικού πρωτοτύπου. Ένας ακόμα περιορισμός που λήφθηκε υπόψη αφορούσε στην επιλογή των r_h και a_e ώστε η απόσταση $r_h + 2a_e$ να ταυτίζεται με την απόσταση των περιστροφικών αρθρώσεων των ακτίνων των πτερυγίων από το εγκάρσιο επίπεδο συμμετρίας του πραγματικού οχήματος (ιση με 107 mm), όπως εικονίζεται στο Σχήμα 3.4.

Εκτός από την ομοιότητα των γεωμετρικών χαρακτηριστικών, το προσεγγιστικό μοντέλο υιοθετεί και την ιδιότητα του ρομποτικού πρωτοτύπου αναφορικά με την παθητική ευστάθεια. Για το λόγο αυτό, γίνεται η θεώρηση ότι το κέντρο μάζας του κεντρικού κυλίνδρου βρίσκεται λίγο χαμηλότερα από το κέντρο συμμετρίας του, ώστε το κέντρο μάζας του συνολικού μοντέλου να εμφανίζεται σε θέση ανάλογη με αυτήν του ρομποτικού πρωτοτύπου. Οι αριθμητικές τιμές των παραμέτρων του προσεγγιστικού μοντέλου συνοψίζονται στον Πίνακα 3.1.



Σχήμα 3.3: Το προσεγγιστικό μοντέλο για τη γεωμετρία του κήτους του πρωτότυπου SQUIDBOT-mini.

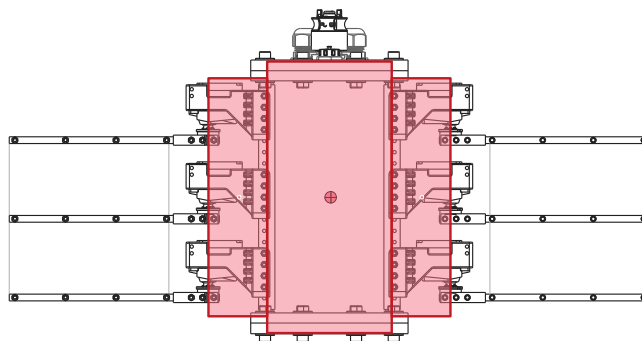
Πίνακας 3.1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά μοντέλου.

Παράμετρος	Τιμή	Μονάδες
r_h	5.5	cm
l_h	24.0	cm
a_e	2.6	cm
b_e	1.6	cm
l_e	21.0	cm
d_e	1.5	cm
m_h	2.230	kg
m_e	0.300	kg
x_G	0.0	cm
y_G	0.0	cm
z_G	1.1	cm

3.5 Υπολογισμός Πίνακα Ροπών Αδράνειας

Για τον προσδιορισμό του πίνακα μάζας M_{RB} (Σχέση 2.31) απαιτείται ο υπολογισμός του πίνακα I_b με τις ροπές αδράνειας του οχήματος ως προς το σωματοπαγές σύστημα αναφοράς. Ο I_b μπορεί να προσδιοριστεί είτε από το CAD μοντέλο του πραγματικού οχήματος, είτε μέσω αναλυτικής μεθόδου, βάσει του προσεγγιστικού γεωμετρικού μοντέλου που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα.

Ειδικότερα, ο πίνακας ροπών αδράνειας του οχήματος ως προς το σωματοπαγές σύστημα αναφοράς, όπως αυτός υπολογίστηκε από το CAD μοντέλο του οχήματος στο λογισμικό Creo



Σχήμα 3.4: Απεικόνιση σε κάτοψη των διαστάσεων του προσεγγιστικού γεωμετρικού μοντέλου σε σχέση με το CAD σχέδιο του πραγματικού ρομποτικού πρωτότυπου.

Parametric, έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{I}_b^{\text{cad}} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01698 & 2.667 \cdot 10^{-7} & 5.685 \cdot 10^{-5} \\ 2.667 \cdot 10^{-7} & 0.01901 & 5.082 \cdot 10^{-5} \\ 5.685 \cdot 10^{-5} & 5.082 \cdot 10^{-5} & 0.031741 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Εμφανώς, οι τιμές των μη-διαγώνιων στοιχείων του $\mathbf{I}_b^{\text{cad}}$ είναι πολύ μικρότερες από αυτές της διαγωνίου, απόρροια της συμμετρίας που εμφανίζει το ρομποτικό πρωτότυπο.

Βάσει της θεώρησης του κύτους ως ένα σώμα αποτελούμενο από τρία τμήματα, ένα κεντρικό κύλινδρο και δύο έκκεντρα τοποθετημένους μικρότερους κυλίνδρους ελλειπτικής διατομής με ομοιόμορφη κατανομή μάζας και για τις τρεις περιοχές, ο πίνακας των ροπών αδράνειας μπορεί να προκύψει με τον ξεχωριστό υπολογισμό από κάθε επιμέρους σώμα και την αναγωγή του ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο του οχήματος. Επιπρόσθετα για την απλούστευση του πίνακα των ροπών αδράνειας σε διαγώνια μορφή $\mathbf{I}_b = \text{diag}\{I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}\}$, το σωματοπαγές πλαίσιο θεωρείται ότι ταυτίζεται με το γεωμετρικό κέντρο του οχήματος, όπως σημειώθηκε στην Ενότητα 3.3. Αξίζει να σημειωθεί ότι στην ανάλυση που ακολουθεί, ο υπολογισμός του συνολικού μητρώου αδράνειας πραγματοποιείται ως προς το κέντρο βάρους του οχήματος, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη το γεγονός ότι διαφοροποιείται από το σωματοπαγές πλαίσιο, το οποίο έχει επιλεγεί να ταυτίζεται με το κέντρο άνωσης του οχήματος. Η επίδραση της συγκεκριμένης απλούστευσης στον τελικό υπολογισμό του μητρώου αδράνειας είναι σχεδόν αμελητέα, αν αναλογιστεί κανείς τη μικρή διαφορά απόστασης μεταξύ των δύο πλαισίων (βλ. Πίνακα 3.1). Από την άλλη, η διαδικασία υπολογισμού του συνολικού πίνακα ροπών αδράνειας, από τη συνεισφορά των επιμέρους τμημάτων που αποτελείται το όχημα, είναι αρκετά πιο απλή αν πραγματοποιηθεί ως προς το κέντρο βάρους, έναντι του κέντρου άνωσης του οχήματος.

Ο πίνακας ροπών αδράνειας του βασικού όγκου του οχήματος, εκφρασμένος στο σωματοπαγές πλαίσιο, μπορεί να υπολογιστεί σύμφωνα με γνωστές σχέσεις που δίνουν την ροπή αδράνειας ενός συμπαγούς κυλίνδρου γνωστών διαστάσεων όπως και μάζας, ως ακολούθως:

$$\mathbf{I}_h = \begin{bmatrix} I_{h_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & I_{h_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & I_{h_{zz}} \end{bmatrix} = m_h \begin{bmatrix} \frac{1}{2}r_h^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}l_h^2 + \frac{1}{4}r_h^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}l_h^2 + \frac{1}{4}r_h^2 \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

Κατά αντίστοιχο τρόπο οι ροπές αδράνειας των πλευρικών ελλειπτικών κυλίνδρων ως προς το κέντρο μάζας τους, δίνονται από τις παρακάτω, γνωστές σχέσεις:

$$\mathbf{I}_e = \begin{bmatrix} I_{e_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & I_{e_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & I_{e_{zz}} \end{bmatrix} = \frac{m_e}{12} \begin{bmatrix} 3b_e^2 + l_e^2 & 0 & 0 \\ 0 & 3a_e^2 + l_e^2 & 0 \\ 0 & 0 & 3(a_e^2 + b_e^2) \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

Δεδομένου ότι οι άξονες που είναι εκφρασμένες οι ροπές αδράνειας των πλευρικών κυλίνδρων είναι παράλληλοι με τους άξονες του σωματοπαγούς πλαισίου του οχήματος, μπορεί να αξιοποιηθεί το θεώρημα των παράλληλων αξόνων, για την αναγωγή τους ως προς το τελευταίο. Ο πίνακας αδράνειας των ελλειπτικών κυλίνδρων εκφρασμένος ως προς το σωματοπαγές του οχήματος ισούται με:

$$\bar{\mathbf{I}}_e = \begin{bmatrix} \bar{I}_{e_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{I}_{e_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{I}_{e_{zz}} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

όπου για τα επιμέρους στοιχεία του προηγούμενου πίνακα ισχύει:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{e_{xx}} &= I_{e_{xx}} + m_e(y_e^2 + z_e^2), \\ \bar{I}_{e_{yy}} &= I_{e_{yy}} + m_e(z_e^2 + x_e^2), \\ \bar{I}_{e_{zz}} &= I_{e_{zz}} + m_e(x_e^2 + y_e^2) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι το μοντέλο περιλαμβάνει δύο πλευρικούς κυλίνδρους, η τελική μορφή του συνολικού πίνακα αδράνειας ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο του οχήματος, υπολογίζεται ως:

$$\mathbf{I}_b^{\text{model}} = \mathbf{I}_h + 2\bar{\mathbf{I}}_e \quad (3.8)$$

όπου αν αντικατασταθούν οι αριθμητικές τιμές των γεωμετρικών χαρακτηριστικών σύμφωνα με το προσεγγιστικό μοντέλο (βλ. Πίνακα 3.1), προκύπτει η αριθμητική έκφραση του συνολικού πίνακα ροπών αδράνειας, βάσει της αναλυτικής μεθόδου:

$$\mathbf{I}_b^{\text{model}} = \begin{bmatrix} 0.0097 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0158 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0198 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

όπου οι τιμές των κύριων ροπών αδράνειας (I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}) δίνονται σε kg m^2 .

Συγκρίνοντας τις αριθμητικές τιμές που προκύπτουν για τον πίνακα ροπών αδράνειας από το CAD μοντέλο και από τη θεωρητική ανάλυση (Σχέσεις 3.3, 3.9), παρατηρείται μία μικρή απόκλιση μεταξύ τους. Η διαφορά αυτή μπορεί να αποδοθεί αφενός σε απλοποιήσεις που έχουν υιοθετηθεί, τόσο στο σχεδιασμό του CAD μοντέλου, όσο και στη προσεγγιστική γεωμετρία που έχει επιλεχθεί να λαμβάνει το όχημα στη θεωρητική μελέτη. Για παράδειγμα, το CAD μοντέλο θεωρεί ότι τα ηλεκτρονικά ελέγχου του οχήματος αποτελούνται από μία πρόσθετη εσωτερική μάζα, διαμοιρασμένη κατά τον διαμήκη άξονα το οχήματος, χαρακτηριστικό που δεν λαμβάνεται υπόψη στη θεωρητική μελέτη. Επιπρόσθετα, υπάρχει μια διαφοροποίηση του πραγματικού συστήματος σε σχέση με την γεωμετρία των ελλειπτικών κυλίνδρων που επιλέχθηκε στο προσεγγιστικό μοντέλο. Συγκεκριμένα, στο μοντέλο τριών όγκων η μάζα των πλευρικών

κυλίνδρων θεωρείται ότι είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη, με το κέντρο μάζας να βρίσκεται παράλληλα με τους άξονες του σωματοπαγούς πλαισίου, μετατοπισμένο κατά $y_e = r_h + a_e$, κάτι που δεν ισχύει απαραίτητα στο πραγματικό ρομποτικό πρωτότυπο.

Παρόλα αυτά, η ταύτιση των αποτελεσμάτων από τις δύο προσεγγίσεις είναι αρκετά ικανοποιητική, επιτρέποντας τη περαιτέρω ανάλυση για το προσδιορισμό των πινάκων M_A και D_Q με βάση το προσεγγιστικό γεωμετρικό μοντέλο. Μολαταύτα, για τη συνέχεια της θεωρητικής ανάλυσης, όπως και για τις προσομοιώσεις που περιγράφονται στο Κεφάλαιο 6, προκειμένου για την όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια, υιοθετείται ο πίνακας ροπών αδράνειας που προέκυψε από το CAD μοντέλο (Σχέση 3.3) με μηδενισμένους τους μη-διαγώνιους όρους:

$$I_b^{\text{cad}} = \begin{bmatrix} 0.01698 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01901 & 0 \\ 0 & 0 & 0.031741 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

3.6 Υπολογισμός Μητρώων Απαραμόρφωτου Σώματος

Ο πίνακας μάζας M_{RB} του οχήματος, λαμβάνοντας υπόψη την απόσταση του κέντρου μάζας από το σωματοπαγές πλαίσιο, προκύπτει από τη Σχέση 2.33 ως:

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & 0 \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -mz_G & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ mz_G & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Αντικαθιστώντας τις αριθμητικές τιμές από τον Πίνακα 3.1 και τη Σχέση (3.10):

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} 2.83 & 0 & 0 & 0 & 0.0311 & 0 \\ 0 & 2.83 & 0 & -0.0311 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.83 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0311 & 0 & 0.00192 & 0 & 0 \\ 0.0311 & 0 & 0 & 0 & 0.00167 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00326 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Έχοντας προσδιορίσει τον M_{RB} , τα στοιχεία του πίνακα $C_{RB}(\nu)$ υπολογίζονται σύμφωνα με την Σχέση (2.34), με δεδομένο το διάνυσμα ν των ταχυτήτων του οχήματος ως προς το σωματοπαγές σύστημα συντεταγμένων.

3.7 Προσδιορισμός των Υδροστατικών Δυνάμεων

Από τη συνολική μάζα $m = 2.83 \text{ kg}$ του κύτους, προκύπτει ότι η βαρυτική δύναμη του οχήματος ισούται με:

$$W = m g = 2.83 \cdot 9.81 \text{ kg m / s}^2 = 27.762 \text{ N}$$

Με δεδομένο ότι το όχημα εμφανίζει ουδέτερη πλευστότητα, το μέτρο της άνωσης ισοδυναμεί με:

$$B = W = 27.762 \text{ N}$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω αριθμητικές τιμές στη Σχέση (2.62), και επίσης λαμβάνοντας υπόψη τη διαφορά του κέντρου μάζας του οχήματος σε σχέση με το κέντρο συμμετρίας του, το διάνυσμα των γενικευμένων δυνάμεων λόγω βαρύτητας και άνωσης προκύπτει ως:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} (W - B)s\theta \\ -(W - B)c\theta s\phi \\ -(W - B)c\theta c\phi \\ -(y_G W - y_B B)c\theta c\phi + (z_G W - z_B B)c\theta s\phi \\ (z_G W - z_B B)s\theta + (x_G W - x_B B)c\theta c\phi \\ -(x_G W - x_B B)c\theta s\phi - (y_G W - y_B B)s\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ z_G W c\theta s\phi \\ z_G W s\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Σημειώνεται ότι, λόγω της ουδέτερης πλευστότητας του οχήματος ($W - B = 0$), οι υδροστατικές δυνάμεις έχουν μηδενική επίδραση στους γραμμικούς βαθμούς ελευθερίας. Παράλληλα, το γεγονός ότι το κέντρο μάζας βρίσκεται επί του κάθετου άξονα συμμετρίας και κάτω από το κέντρο άνωσης οδηγεί στην εμφάνιση υδροστατικών ροπών επαναφοράς του οχήματος όταν υπάρχει εκτροπή των γωνιών διατοιχισμού ή/και πρόνευσης.

3.8 Προσδιορισμός του Πίνακα Πρόσθετης Μάζας

Το κύτος του ρομποτικού πρωτοτύπου παρουσιάζει συμμετρία ως προς τα τρία επίπεδα που ορίζονται από τους κύριους άξονες της γεωμετρίας του, και κατά συνέπεια ο πίνακας πρόσθετης μάζας M_A αναμένεται να έχει διαγώνια μορφή. Δεδομένου ότι δεν υπήρχε πρόσβαση σε κάποιο εξειδικευμένο λογισμικό (όπως το WAMIT) υπολογισμού του πίνακα πρόσθετης μάζας από το αναλυτικό CAD μοντέλο του οχήματος, τα στοιχεία του M_A προσδιορίστηκαν με εφαρμογή της Θεωρίας Λωρίδων (Strip Theory) για το προσεγγιστικό μοντέλο του κύτους (βλ. Ενότητα 3.4), η γεωμετρία του οποίου επίσης εμφανίζει τριπλή συμμετρία.

Ο αναλυτικός υπολογισμός, μέσω της Θεωρίας Λωρίδων, του πίνακα πρόσθετης μάζας για την περίπτωση βασικών γεωμετρικών σχημάτων (π.χ., ελλειψοειδές ή κύλινδρος) είναι μια αρκετά απλή διαδικασία, και στη βιβλιογραφία καταγράφονται πολλά ανάλογα παραδείγματα [29–32]. Μια σχετική ιδιαιτερότητα της περίπτωσης που εξετάζεται εδώ, έγκειται στο ότι το προσεγγιστικό μοντέλο απαρτίζεται από τρία επιμέρους τμήματα, τα δύο εκ των οποίων (οι πλευρικοί ελλειπτικοί κύλινδροι) βρίσκονται έκκεντρα τοποθετημένα ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο αναφοράς. Υιοθετώντας την προσέγγιση που παρουσιάζεται στην εργασία [33], ο συνολικός πίνακας μάζας M_A του οχήματος υπολογίζεται ως:

$$M_A = M_{A_h} + \mathbf{U}_r^T M_{A_{er}} \mathbf{U}_r + \mathbf{U}_l^T M_{A_{el}} \mathbf{U}_l \quad (3.14)$$

όπου M_{A_h} , $M_{A_{er}}$ και $M_{A_{el}}$ αντιπροσωπεύουν τους πίνακες πρόσθετης μάζας του κεντρικού, δεξιού και αριστερού κυλινδρικού τμήματος του οχήματος αντίστοιχα, εκφρασμένοι ως προς τους αντίστοιχους άξονες συμμετρίας του εκάστοτε κυλίνδρου. Οι \mathbf{U}_l και \mathbf{U}_r είναι πίνακες μετασχηματισμού, μέσω των οποίων συνυπολογίζεται η επίδραση στο όχημα της πρόσθετης μάζας

του αριστερού και του δεξιού, αντίστοιχα, πλευρικού κυλίνδρου.

Για κάθε έναν από τους πλευρικούς ελλειπτικούς κυλίνδρους, ο πίνακας μετασχηματισμού U ορίζεται ως εξής:

$$U = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_e^h & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \mathbf{R}_e^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & -\mathbf{S}(\mathbf{d}_{e/h}^h) \\ 0_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

όπου ο πίνακας στροφής \mathbf{R}_e^h και το διάνυσμα $\mathbf{d}_{e/h}^h$ εκφράζουν, αντίστοιχα, τον προσανατολισμό και τη θέση του ελλειπτικού κυλίνδρου σε σχέση με το σωματοπαγές σύστημα αξόνων του οχήματος (το οποίο ταυτίζεται με το κέντρο συμμετρίας του κεντρικού κυλίνδρου). Λαμβάνοντας υπόψη τη γεωμετρία του προσεγγιστικού μοντέλου του οχήματος (βλ. Σχήμα 3.3), και συμβολίζοντας ως $y_e = r_h + a_e$ την απόσταση του γεωμετρικού κέντρου των πλευρικών κυλίνδρων από τον διαμήκη άξονα του κεντρικού κυλίνδρου, τα παραπάνω υπολογίζονται ως:

$$\mathbf{R}_{e_l}^h = \mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \text{και} \quad \mathbf{d}_{e_l/h}^h = [0 \quad -y_e \quad 0]^T \quad (3.16)$$

για τον αριστερό, και

$$\mathbf{R}_{e_r}^h = \mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \text{και} \quad \mathbf{d}_{e_r/h}^h = [0 \quad y_e \quad 0]^T \quad (3.17)$$

για το δεξιό ελλειπτικό κύλινδρο.

Οι επιμέρους πίνακες πρόσθετης μάζας M_{A_h} , $M_{A_{er}}$ και $M_{A_{el}}$ της Σχέσης (3.15) προκύπτουν από τις γενικές σχέσεις υπολογισμού, μέσω της Θεωρίας Λωρίδων, των συντελεστών πρόσθετης μάζας για έναν κύλινδρο ελλειπτικής διατομής [1, 34], όπως παρουσιάζονται παρακάτω.

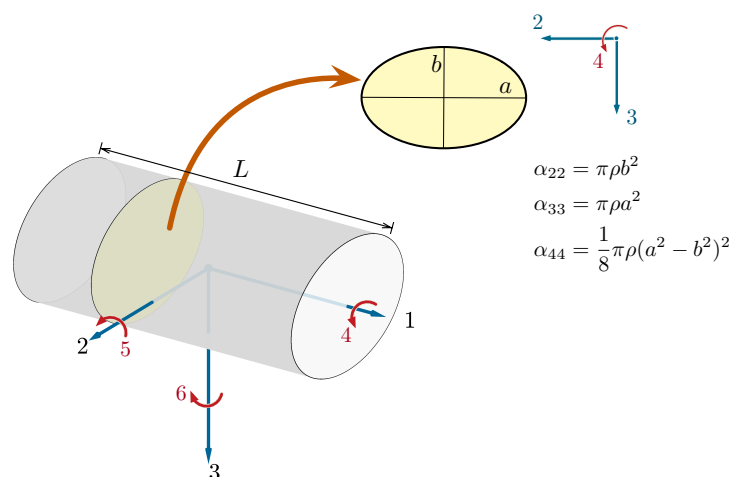
3.8.1 Συντελεστές Πρόσθετης Μάζας Ελλειπτικού Κυλίνδρου

Για την περίπτωση ενός κυλίνδρου με ελλειπτική διατομή, ο (διαγώνιος) πίνακας πρόσθετης μάζας μπορεί να γραφεί ως:

$$M_a = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{66} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Μέσω της Θεωρίας Λωρίδων, οι αναλυτικές εκφράσεις υπολογισμού των στοιχείων m_{ii} (για τα διαγώνια στοιχεία με $i = 2..6$) του M_a προκύπτουν με κατάλληλη ολοκλήρωση, κατά μήκος του κυλίνδρου, των αντίστοιχων δισδιάστατων συντελεστών πρόσθετης μάζας α_{ii} ($i = 2, 3, 4$) για μία έλλειψη, οι οποίοι παρέχονται στο Σχήμα 3.5. Συγκεκριμένα, συμβολίζοντας ως L το μήκος του κυλίνδρου:

$$\begin{aligned} m_{22} &= \int_L \alpha_{22} dx & m_{33} &= \int_L \alpha_{33} dx \\ m_{44} &= \int_L \alpha_{44} dx & m_{55} &= \int_L x^2 \alpha_{33} dx & m_{66} &= \int_L x^2 \alpha_{22} dx. \end{aligned} \quad (3.19)$$



Σχήμα 3.5: Εφαρμογή της Θεωρίας Λωρίδων για τον υπολογισμό των συντελεστών πρόσθετης μάζας για έναν ελλειπτικό κύλινδρο με κύριους άξονες. Στο Σχήμα παρατίθενται οι αντίστοιχοι συντελεστές πρόσθετης μάζας α_{ii} ($i = 2, 3, 4$) για ένα ελλειπτικό δισδιάστατο σώμα [34].

Ως παράδειγμα παρατίθεται εδώ ο υπολογισμός του στοιχείου m_{22} :

$$m_{22} = \int_L \alpha_{22} dx = \int_{-L/2}^{L/2} \pi \rho b^2 dx = \pi \rho b^2 L. \quad (3.20)$$

Με αντίστοιχο τρόπο υπολογίζονται τα υπόλοιπα ολοκληρώματα των Σχέσεων (3.19) για την εύρεση των m_{ii} ($i = 3..6$). Διευκρινίζεται ότι το στοιχείο m_{11} (συντελεστής πρόσθετης μάζας στην κατεύθυνση κίνησης κατά τον διαμήκη άξονα του κυλίνδρου) δεν μπορεί να υπολογιστεί με την παραπάνω μέθοδο, μέσω της Θεωρίας Λωρίδων. Σύμφωνα με τον Fossen [1], η τιμή του m_{11} = μπορεί να τεθεί ίση με το 5% έως 10% της συνολικής μάζας του κυλίνδρου.

Συνοψίζοντας, οι αναλυτικές εκφράσεις υπολογισμού των στοιχείων του πίνακα πρόσθετης μάζας για τον ελλειπτικό κύλινδρο έχουν ως εξής:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{11} = 5 \text{ έως } 10\% \text{ της μάζας του σώματος} \\ m_{22} = \int_L \alpha_{22} dx = \int_{-L/2}^{L/2} \pi \rho b^2 dx = \pi \rho b^2 L \\ m_{33} = \int_L \alpha_{33} dx = \int_{-L/2}^{L/2} \pi \rho a^2 dx = \pi \rho a^2 L \\ m_{44} = \int_L \alpha_{44} dx = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\rho \pi}{8} (a^2 - b^2)^2 dx = \frac{\rho \pi}{8} (a^2 - b^2)^2 L \\ m_{55} = \int_L x^2 \alpha_{33} dx = \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \rho \pi a^2 dx = \frac{1}{12} \rho \pi a^2 L^3 \\ m_{66} = \int_L x^2 \alpha_{22} dx = \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \rho \pi b^2 dx = \frac{1}{12} \rho \pi b^2 L^3 \end{array} \right. \quad (3.21)$$

όπου L το συνολικό μήκος του κυλίνδρου, $2a$ και $2b$ τα μήκη των αξόνων της ελλειπτικής διατομής (βλ. Σχήμα 3.5) και ρ η πυκνότητα του ρευστού που περιβάλλει το σώμα. Προφανώς, οι

παραπάνω σχέσεις για $a = b$ παρέχουν τους συντελεστές πρόσθετης μάζας για κύλινδρο κυκλικής διατομής. Σημειώνεται ότι στην περίπτωση αυτή ισχύει $m_{22} = m_{33}$ και $m_{55} = m_{66}$, ενώ μηδενίζεται ο διασδιάστατος συντελεστής α_{44} (συνεπώς και ο τρισδιάστατος συντελεστής m_{44}), υποδεικνύοντας ότι γωνιακές επιταχύνσεις περί τον διαμήκη άξονα ενός κυκλικού κυλίνδρου δεν δημιουργούν ροπές αδράνειας λόγω πρόσθετης μάζας.

3.8.2 Υπολογισμός Συντελεστών Πρόσθετης Μάζας

Με εφαρμογή των εκφράσεων της Σχέσης (3.28), οι πίνακες πρόσθετης μάζας για τους δύο πλευρικούς ελλειπτικούς κυλίνδρους και τον κεντρικό κυκλικό κύλινδρο προκύπτουν, αντίστοιχα, ως:

$$M_{A_e} = \begin{bmatrix} 0.1m_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho\pi a_e^2 l_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho\pi b_e^2 l_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\rho\pi}{8}(a_e^2 - b_e^2)^2 l_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}\rho\pi a_e^2 l_e^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}\rho\pi b_e^2 l_e^3 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

και

$$M_{A_h} = \begin{bmatrix} 0.1m_h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho\pi r_h^2 l_h & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho\pi r_h^2 l_h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}\rho\pi r_h^2 l_h^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}\rho\pi r_h^2 l_h^3 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Οι πίνακες μετασχηματισμού για τον αριστερό και τον δεξιό ελλειπτικό κύλινδρο, υπολογίζονται από τις Σχέσεις (3.15)-(3.17) ως:

$$U_l = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_e \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -y_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad U_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -y_e \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & y_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Με αντικατάσταση των παραπάνω στη Σχέση (3.14), επιβεβαιώνεται ότι ο συνολικός πίνακας πρόσθετης μάζας για το κύτος του οχήματος, λόγω της συμμετρικής τοποθέτησης των πλευρικών κυλίνδρων, προκύπτει τελικά διαγώνιας μορφής:

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

και δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{M}_{A_h} + 2(\mathbf{M}_{A_e} + y_e^2 \mathbf{M}_e), \quad (3.26)$$

όπου

$$\mathbf{M}_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}_e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{\dot{u}_e} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Οι συνοπτικές εκφράσεις για τους επιμέρους συντελεστές πρόσθετης μάζας έχουν ως εξής:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{\dot{u}} = X_{\dot{u}_h} + 2X_{\dot{u}_e} = -0.1m \\ Y_{\dot{v}} = Y_{\dot{v}_h} + 2Y_{\dot{v}_e} = -\rho\pi(r_h^2 l_h + 2a_e^2 l_e) \\ Z_{\dot{w}} = Z_{\dot{w}_h} + 2Z_{\dot{w}_e} = -\rho\pi(r_h^2 l_h + 2b_e^2 l_e) \\ K_{\dot{p}} = 2K_{\dot{p}_e} + 2y_e^2 Z_{\dot{w}_e} = -\rho\pi l_e \left(\frac{1}{4}(a_e^2 - b_e^2)^2 + 2y_e^2 a_e^2 \right) \\ M_{\dot{q}} = M_{\dot{q}_h} + 2M_{\dot{q}_e} = -\frac{1}{12}\rho\pi (r_h^2 l_h^3 + 2a_e^2 l_e^3) \\ N_{\dot{r}} = M_{\dot{q}_h} + 2M_{\dot{q}_e} + 2y_e^2 X_{\dot{u}_e} = -\left(\frac{1}{12}\rho\pi (r_h^2 l_h^3 + 2b_e^2 l_e^3) + 0.2y_e^2 m_e \right) \end{array} \right. \quad (3.28)$$

Σημειώνεται ότι η συμμετρική ως προς τον διαμήκη άξονα τοποθέτηση των δύο πλευρικών ελλειπτικών κυλίνδρων έχει ως αποτέλεσμα την προσαύξηση της πρόσθετης μάζας για τις περιστροφές γύρω από το διαμήκη άξονα (συντελεστής $K_{\dot{p}}$) και γύρω από τον κάθετο άξονα (συντελεστής $N_{\dot{r}}$) του οχήματος.

Πίνακας 3.2: Οι αριθμητικές τιμές των υδροδυναμικών παραγώγων πρόσθετης μάζας για το κύτος του οχήματος SQUIDBOT-mini, όπως αυτές προέκυψαν από τον αναλυτικό υπολογισμό μέσω της Θεωρίας Λαφίδων για το μοντέλο τριών κυλίνδρων.

Παράμετρος	Τιμή	Μονάδες
$X_{\dot{u}}$	-0.2830	kg
$Y_{\dot{v}}$	-2.6188	kg
$Z_{\dot{w}}$	-3.1733	kg
$K_{\dot{p}}$	-0.0059	kg m ²
$M_{\dot{q}}$	-0.1372	kg m ²
$N_{\dot{r}}$	-0.0891	kg m ²

Αντικαθιστώντας στις παραπάνω εκφράσεις τις τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο του κύτους του οχήματος από τον Πίνακα (3.1), υπολογίζονται οι τελικές αριθμητικές τιμές των συντελεστών πρόσθετης μάζας, οι οποίες και συνοψίζονται στον Πίνακα (3.2). Όπως προκύπτει από αυτές, και σε αντιπαράθεση με τα στοιχεία του πίνακα μάζας \mathbf{M}_{RB} του απαραμόρφωτου σώματος (Σχέση 3.12), η επίδραση της πρόσθετης μάζας αυξάνει σημαντικά τη φαινόμενη αδράνεια του οχήματος για γραμμικές κινήσεις κατά την κάθετη και την εγκάρσια διεύθυνση, ενώ είναι σχετικά περιορισμένη για κίνηση κατά τον διαμήκη άξονα. Αντίστοιχα, η πρόσθετη

μάζα επιφέρει σημαντική προσαύξηση της φαινόμενης αδράνειας για περιστροφές γύρω από τον εγκάρσιο και τον κάθετο άξονα, ενώ έχει μικρότερη επίδραση σε περιστροφές διατοιχισμού.

3.9 Προσδιορισμός του Πίνακα Υδροδυναμικής Coriolis

Λόγω του διαγώνιου χαρακτήρα του πίνακα πρόσθετης μάζας, όπως αυτός προσδιορίστηκε παραπάνω, και σύμφωνα με την ανάλυση της Ενότητας 2.4.1, ο πίνακας υδροδυναμικής Coriolis για το μοντέλο του SQUIDBOT-mini θα έχει τη μορφή που δίνεται στη Σχέση (2.49), ήτοι:

$$C_A(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}w} & Y_{\dot{v}v} \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}w} & 0 & -X_{\dot{u}u} \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}v} & X_{\dot{u}u} & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}w} & Y_{\dot{v}v} & 0 & -N_{\dot{r}r} & M_{\dot{q}q} \\ Z_{\dot{w}w} & 0 & -X_{\dot{u}u} & N_{\dot{r}r} & 0 & -K_{\dot{p}p} \\ -Y_{\dot{v}v} & X_{\dot{u}u} & 0 & -M_{\dot{q}q} & K_{\dot{p}p} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

3.10 Προσδιορισμός του Πίνακα Υδροδυναμικής Απόσβεσης

Στη παρούσα ενότητα περιγράφεται ο αναλυτικός υπολογισμός των στοιχείων υδροδυναμικής απόσβεσης που εμφανίζει το προσεγγιστικό μοντέλο του κύτους (βλ. Ενότητα 3.4). Όπως προαναφέρθηκε στην Ενότητα 2.4.2, δεδομένου ότι το όχημα παρουσιάζει συμμετρία ως προς όλα τα επίπεδα, ο πίνακας υδροδυναμικής μπορεί να λάβει διαγώνια μορφή. Επιπρόσθετα, με την υπόθεση ότι το όχημα κινείται σε χαμηλό εύρος ταχυτήτων μπορεί να ληφθεί υπόψη μόνο ο τετραγωνικός όρος αντίστασης (quadratic drag), λαμβάνοντας την ακόλουθη μορφή:

$$D_Q(\nu) = \begin{bmatrix} X_{u|u}|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{v|v}|v| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{w|w}|w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{p|p}|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{q|q}|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{r|r}|r| \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Επομένως, στη περίπτωση αυτή το διάνυσμα των γενικευμένων δυνάμεων της υδροδυναμικής απόσβεσης θα έχει την μορφή:

$$\tau_D = \begin{bmatrix} X_D \\ Y_D \\ Z_D \\ K_D \\ M_D \\ N_D \end{bmatrix} = D_Q(\nu)\nu = \begin{bmatrix} X_{u|u} u|u| \\ Y_{v|v} v|v| \\ Z_{w|w} w|w| \\ K_{p|p} p|p| \\ M_{q|q} q|q| \\ N_{r|r} r|r| \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

όπου οι τρεις πρώτοι όροι του διανύσματος τ_D εκφράζουν δυνάμεις που συνδέονται με τις γραμμικές ταχύτητες του οχήματος (ν_1), ενώ αντίστοιχα οι τρεις τελευταίοι υποδηλώνουν υδροδυναμικές ροπές εξαιτίας των περιστροφικών ταχυτήτων (ν_2).

3.10.1 Δυνάμεις υδροδυναμικής απόσβεσης

Οι επιμέρους δυνάμεις υδροδυναμικής απόσβεσης υπολογίζονται θεωρώντας το άθροισμα των συνεισφορών από κάθε τμήμα που απαρτίζει τη προσεγγιστική γεωμετρία του κύτους (βλ. Ενότητα 3.4). Ειδικότερα, η συνολική υδροδυναμική απόσβεση για κίνηση κατά τον διαμήκη άξονα του οχήματος μπορεί να υπολογιστεί ως:

$$X_D = X_{D_h} + X_{D_{el}} + X_{D_{er}} , \quad (3.32)$$

όπου X_{D_h} η υδροδυναμική αντίσταση του κεντρικού κυλίνδρου του κύτους κατά τον x -άξονα, και $X_{D_{el}}, X_{D_{er}}$ η υδροδυναμική αντίσταση του αριστερού και δεξιού ελλειπτικού κυλίνδρου αντίστοιχα. Δεδομένου ότι οι πλευρικοί κύλινδροι είναι όμοιοι, θα ισχύει:

$$X_D = X_{D_h} + 2X_{D_e} \quad (3.33)$$

Οι επιμέρους όροι της παραπάνω σχέσης υπολογίζονται μέσω του ευρέως αποδεκτού στη διεθνή βιβλιογραφία [3] μοντέλου για την υδροδυναμική αντίσταση που δρα σε ένα σώμα που κινείται εντός ενός ρευστού. Σύμφωνα με αυτό, ο όρος X_{D_h} μπορεί να γραφεί συναρτήσει της αξονικής ταχύτητας u ως:

$$X_{D_h} = -\frac{1}{2}\rho C_{Dx_h} A_{xh} u|u| \quad (3.34)$$

όπου ρ η πυκνότητα του ρευστού. Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση, η δύναμη απόσβεσης αυξάνει γραμμικά με το εμβαδόν της προβαλλόμενης, ως προς τη διεύθυνση της ροής, επιφάνειας του σώματος, που για την συγκεκριμένη περίπτωση ισούται με το εμβαδόν της πρόσοψης του κυλίνδρου, $A_{xh} = \pi r_h^2$ (υπενθυμίζεται ότι με r_h συμβολίζεται η ακτίνα του κεντρικού κυλίνδρου, με αναφορά στο Σχήμα 3.3). Τέλος, ο όρος C_{Dx_h} συμβολίζει τον υδροδυναμικό συντελεστή απόσβεσης, η τιμή του οποίου εξαρτάται, μεταξύ άλλων, από τη γεωμετρία του σώματος.

Με αντίστοιχο τρόπο, ο όρος X_{D_e} λαμβάνει τη μορφή:

$$X_{D_e} = -\frac{1}{2}\rho C_{Dx_e} A_{xe} u|u| , \quad (3.35)$$

όπου $A_{xe} = \pi a_e b_e$ η μετωπική επιφάνεια του ελλειπτικού κυλίνδρου, και C_{Dx_e} ο αντίστοιχος υδροδυναμικός συντελεστής απόσβεσης.

Συνοψίζοντας, η ενοποιημένη σχέση υπολογισμού της συνολικής υδροδυναμικής απόσβεσης κατά τον διαμήκη άξονα είναι:

$$X_D = -\frac{1}{2}\pi\rho (C_{Dx_h} r_h^2 + 2C_{Dx_e} a_e b_e) u|u| \quad (3.36)$$

με άμεσο επακόλουθο τον προσδιορισμό του υδροδυναμικού παράγωγου κατά τον x -άξονα ως:

$$X_{u|u} = -\frac{1}{2}\pi\rho (C_{Dx_h} r_h^2 + 2C_{Dx_e} a_e b_e) \quad (3.37)$$

Ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία, η υδροδυναμική δύναμη απόσβεσης για κίνηση κατά

Πίνακας 3.3: Οι τιμές των υδροδυναμικών συντελεστών και οι σχέσεις υπολογισμού των χαρακτηριστικών εμβαδών, για κύλινδρο κυκλικής και ελλειπτικής διατομής στις τρεις κύριες κατευθύνσεις [35].

Κατά τον άξονα	Κύλινδρος κυκλικής διατομής		Κύλινδρος ελλειπτικής διατομής	
	C_D	Εμβαδόν	C_D	Εμβαδόν
x	$C_{Dx_h} = 1$	$A_{xh} = \pi r_h^2$	$C_{Dx_e} = 1$	$A_{xe} = \pi a_e b_e$
y	$C_{Dy_h} = 0.7$	$A_{yh} = 2l_h r_h$	$C_{Dy_e} = 0.7$	$A_{ye} = 2l_e b_e$
z	$C_{Dz_h} = 0.7$	$A_{zh} = 2l_h r_h$	$C_{Dz_e} = 0.7$	$A_{ze} = 2l_e a_e$

τον εγκάρσιο άξονα του οχήματος υπολογίζεται ως:

$$Y_D = -\frac{1}{2}\rho(C_{Dy_h}A_{yh}v|v| + 2C_{Dy_e}A_{ye}v|v|) , \quad (3.38)$$

όπου $A_{yh} = 2r_h l_h$ και $A_{ye} = 2b_e l_e$. Αντικαθιστώντας, το αντίστοιχο υδροδυναμικό παράγωγο προκύπτει τελικά ως:

$$Y_{v|v} = -\frac{1}{2}\rho(2C_{Dy_h}r_h l_h + 4C_{Dy_e}b_e l_e) . \quad (3.39)$$

Ομοίως, για την κίνηση κατά τον κατακόρυφο άξονα:

$$Z_D = -\frac{1}{2}\rho(C_{Dz_h}A_{zh}w|w| + 2C_{Dz_e}A_{ze}w|w|) , \quad (3.40)$$

και, αντικαθιστώντας $A_{zh} = 2r_h l_h$ και $A_{ze} = 2a_e l_e$ προκύπτει ότι:

$$Z_{w|w} = -\frac{1}{2}\rho(2C_{Dz_h}r_h l_h + 4C_{Dz_e}a_e l_e) . \quad (3.41)$$

Στον Πίνακα 3.3 συνοψίζονται οι συμβολισμοί και οι σχέσεις υπολογισμού των χαρακτηριστικών εμβαδών και των υδροδυναμικών συντελεστών για τις τρεις κατευθύνσεις κίνησης του οχήματος.

Επισημαίνεται ότι οι αριθμητικές τιμές των υδροδυναμικών συντελεστών που εμφανίζονται στις παραπάνω σχέσεις είναι συνάρτηση, εκτός από τη γεωμετρία του σώματος, και του αριθμού Reynolds (Re), ο οποίος είναι μία αδιάστατη ποσότητα που χρησιμοποιείται για τον χαρακτηρισμό της ροής ενός ρευστού. Πιο συγκεκριμένα, ο αριθμός Reynolds ορίζεται ως η αναλογία μεταξύ των δυνάμεων αδράνειας ως προς τις δυνάμεις ιξώδους και περιγράφεται από την εξής σχέση:

$$Re = \frac{vL}{\nu} \quad (3.42)$$

όπου v η ταχύτητα σε (m/s) και L το χαρακτηριστικό μήκος του σώματος στη διεύθυνση κίνησης, ενώ με τον όρο ν ορίζεται το κινηματικό ιξώδες (m^2/s) του υγρού. Με τη θεώρηση ότι το επιχειρησιακό εύρος ταχυτήτων του οχήματος SQUIDBOT-mini κυμαίνεται από 0.1 έως 0.4 m/s, ο αριθμός Reynolds λαμβάνει τιμές $Re > 10^4$, καθεστώς που επιτρέπει την επιλογή σταθερών τιμών για τους υδροδυναμικούς συντελεστές.

3.10.2 Ροπές υδροδυναμικής απόσβεσης

Για τον υπολογισμό των υδροδυναμικών ροπών απόσβεσης που αναπτύσσονται λόγω των περιστροφικών ταχυτήτων του οχήματος, χρησιμοποιείται η μέθοδος της Θεωρίας Λωρίδων (βλ. Ενότητα 3.8). Ως παράδειγμα, παρατίθεται αναλυτικά η διαδικασία υπολογισμού της υδρο-

δυναμικής ροπής M_D εξαιτίας της ταχύτητας q του οχήματος.

Έστω s μία λωρίδα της προβαλλόμενης, στο x_b - y_b επίπεδο, γεωμετρίας του δεξιού ελλειπτικού κυλίνδρου του οχήματος, σε απόσταση x_s από τον εγκάρσιο άξονα του σωματοπαγούς πλαισίου (βλ. Σχήμα 3.6). Η στοιχειώδης αυτή επιφάνεια επάγει μία υδροδυναμική αντίσταση, η οποία είναι αντίθετη στη διεύθυνση της γραμμικής ταχύτητας που αναπτύσσει λόγω της περιστροφής, και μπορεί να υπολογιστεί υιοθετώντας την ίδια έκφραση που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των υδροδυναμικών δυνάμεων του κύτους (βλ. Ενότητα 3.10.1), ως:

$$df_s = -\frac{1}{2}\rho C_{Dze} A_s v_s |v_s| \quad (3.43)$$

όπου $A_s = 2a_e dx_s$ το εμβαδόν της προβαλλόμενης επιφάνειας και C_{Dze} ο σχετικός με τη συγκεκριμένη κίνηση συντελεστής υδροδυναμικής απόσβεσης. Με v_s συμβολίζεται η γραμμική ταχύτητα της στοιχειώδους λωρίδας, η οποία για μικρές μεταβολές της γωνιακής ταχύτητας q προσεγγίζεται ως:

$$v_s \approx qx_s \quad (3.44)$$

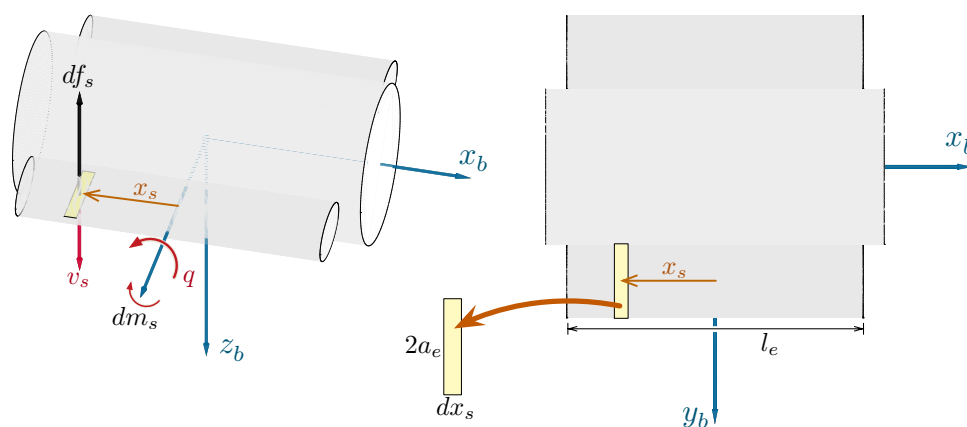
Αντικαθιστώντας στη Σχέση (3.43), προκύπτει ότι:

$$df_s = -\frac{1}{2}\rho C_{Dze} (2a_e dx_s) x_s |x_s| q |q| \quad (3.45)$$

Η στοιχειώδης ροπή που προκαλείται περί του εγκάρσιου άξονα του οχήματος λόγω της df_s υπολογίζεται ως:

$$dm_s = df_s x_s = -\frac{1}{2}\rho C_{Dze} 2a_e x_s^2 |x_s| dx_s q |q| \quad (3.46)$$

Σύμφωνα με τη Θεωρία Λωρίδων, η συνολική ροπή που παράγεται από τον ελλειπτικό κύλινδρο προκύπτει με ολοκλήρωση κατά μήκος του διαμήκου άξονά του. Για τον δεξιό κύ-



Σχήμα 3.6: Σχηματικό διάγραμμα του προσεγγιστικού υπολογισμού της ροπής υδροδυναμικής απόσβεσης M_D μέσω της Θεωρίας Λωρίδων.

λινδρο, τα αντίστοιχα όρια ολοκλήρωσης είναι $-l_e/2 \leq x_s \leq l_e/2$:

$$\begin{aligned}
 M_{De_r} &= \int_{-l_e/2}^{l_e/2} dm_s = - \int_{-l_e/2}^{l_e/2} \frac{1}{2} \rho C_{Dze} A_s x_s^2 |x_s| q |q| \\
 &= -q |q| \frac{1}{2} 2a_e \rho C_{Dze} \int_{-l_e/2}^{l_e/2} x_s^2 |x_s| dx_s \\
 &= -q |q| \frac{1}{32} \rho C_{Dze} a_e l_e^4
 \end{aligned} \tag{3.47}$$

Με αντίστοιχο τρόπο, η ροπή που δημιουργείται από τον κεντρικό, κυκλικής διατομής, κώνυδρο υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα:

$$\begin{aligned}
 M_{Dh} &= \int_{-l_h/2}^{l_h/2} dm_s = - \int_{-l_h/2}^{l_h/2} \frac{1}{2} \rho C_{Dzh} A_s x_s^2 |x_s| q |q| \\
 &= -q |q| \frac{1}{2} 2r_h \rho C_{Dzh} \int_{-l_h/2}^{l_h/2} x_s^2 |x_s| dx_s \\
 &= -q |q| \frac{1}{32} \rho C_{Dzh} r_h l_h^4
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

Τέλος, η συνεισφορά του αριστερού ελλειπτικού κώνυδρου είναι ακριβώς η ίδια την αντίστοιχη του δεξιού, λόγω της ομοιότητας αλλά και της συμμετρίας που παρουσιάζουν:

$$M_{De_r} = M_{De_l} = -q |q| \frac{1}{32} \rho C_{Dze} a_e l_e^4 \tag{3.49}$$

Αθροίζοντας τις συνεισφορές, η συνολική ροπή υδροδυναμικής απόσβεσης προκύπτει ως:

$$M_D = -q |q| \frac{1}{32} \rho (C_{Dzh} r_h l_h^4 + 2C_{Dze} a_e l_e^4) \tag{3.50}$$

Συνεπώς, το αντίστοιχο υδροδυναμικό παράγωγο δίνεται από τη σχέση:

$$M_{q|q} = -\frac{1}{32} \rho (C_{Dzh} r_h l_h^4 + 2C_{Dze} a_e l_e^4) \tag{3.51}$$

Με εφαρμογή της παραπάνω μεθοδολογίας το, σχετιζόμενο με την περιστροφική κίνηση γύρω από τον κατακόρυφο άξονα του οχήματος, υδροδυναμικό παράγωγο $N_{r|r|}$, λαμβάνοντας υπόψη την επίδραση και των τριών τμημάτων του οχήματος, υπολογίζεται ως:

$$N_{r|r|} = -\frac{1}{32} \rho (C_{Dyh} r_h l_h^4 + 2C_{Dye} b_e l_e^4) \tag{3.52}$$

Για τον υπολογισμό της ροπής που επάγεται στο όχημα εξαιτίας της ταχύτητας γύρω από τον x_b -άξονα, συνεισφορά έχουν μόνο τα πλευρικά τμήματα του οχήματος. Σύμφωνα με προηγούμενες σχετικές εργασίες [29, 30], η επίδραση του κεντρικού, κυκλικής διατομής, κώνυδρου είναι αμελητέα. Συνεπώς, με εφαρμογή και σε αυτή τη περίπτωση της μεθοδολογίας που προη-

γήθηκε, το υδροδυναμικό παράγωγο $K_{p|p|}$ προσδιορίζεται ως:

$$K_{p|p|} = -2\rho C_{Dze} l_e a_e (r_h + a_e) (r_h^2 + 2a_e r_h + 2a_e^2) \quad (3.53)$$

Αντικαθιστώντας στις τελικές σχέσεις των υδροδυναμικών παραγώγων, τις τιμές των παραμέτρων αναφορικά με τις διαστάσεις του μοντέλου του κότους (βλ. Πίνακα 3.1), και των υδροδυναμικών συντελεστών C_D που επιλέχθηκαν σύμφωνα με τη γεωμετρία των κυλίνδρων που απαρτίζουν το προσεγγιστικό μοντέλο, υπολογίζονται οι αριθμητικές τιμές των υδροδυναμικών παραγώγων απόσβεσης, οι οποίες συνοψίζονται στον Πίνακα 3.5.

Πίνακας 3.4: Οι αριθμητικές τιμές των παραγώγων υδροδυναμικής αντίστασης για το κότος του οχήματος SQUIDBOT-mini, όπως αυτές προέκυψαν από τον αναλυτικό υπολογισμό με βάση το μοντέλο τριών κυλίνδρων.

Παράμετρος	Τιμή	Μονάδες
$X_{u u }$	-6.06	kg / m
$Y_{v v }$	-13.95	kg / m
$Z_{w w }$	-16.89	kg / m
$K_{p p }$	-0.0045	kg / m ²
$M_{q q }$	-0.0062	kg / m ²
$N_{r r }$	-0.0054	kg / m ²

3.11 Πειραματική Ταυτοποίηση Υδροδυναμικών Συντελεστών

Ο προσδιορισμός των παραμέτρων που σχετίζονται με τις υδροδυναμικές φορτίσεις ενός υποβρύχιου οχήματος μέσω αναλυτικών μεθόδων, εμπειρικών σχέσεων, ή και τεχνικών υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (CFD) ενέχει, σε αρκετές περιπτώσεις, σημαντικά σφάλματα που απορρέουν από τις αναπόφευκτες απλουστευτικές παραδοχές των προσεγγίσεων αυτών. Για το λόγο αυτό, είναι σκόπιμη η διενέργεια πειραματικών μετρήσεων για την αποτίμηση της ορθότητας των θεωρητικών υπολογισμών. Κάτι τέτοιο δεν είναι όμως σε όλες τις περιπτώσεις εύκολο ή εφικτό, καθώς η διενέργεια αξιόπιστων πειραμάτων παρουσιάζει σημαντικές δυσκολίες αναφορικά, για παράδειγμα, με την υλοποίηση μεθόδων επιβολής γνωστών εισόδων επενέργειας σε επιλεγμένους βαθμούς ελευθερίας του μελετώμενου συστήματος, και την επιλογή των κατάλληλων αισθητήρων καταγραφής της απόκρισης του.

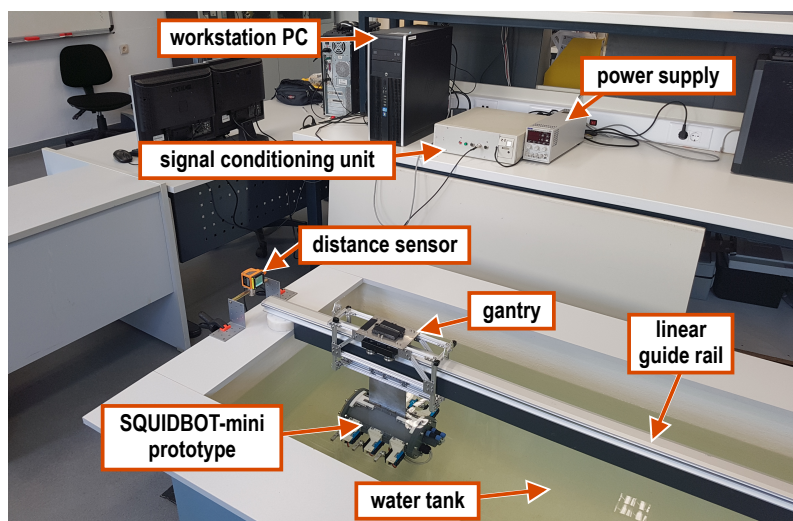
Με βάση τα παραπάνω, στα πλαίσια της ανάπτυξης του δυναμικού μοντέλου του οχήματος SQUIDBOT-mini, πραγματοποιήθηκαν μια σειρά από πειραματικές μελέτες που ήταν εστιασμένες στην ταυτοποίηση των παραγώγων υδροδυναμικής απόσβεσης του κότους του ρομποτικού πρωτοτύπου, για τους τρεις γραμμικούς βαθμούς ελευθερίας του οχήματος. Η διενέργεια των μετρήσεων αποσκοπούσε στη σύγκριση των πειραματικά ταυτοποιημένων παραγώγων με τις τιμές που υπολογίστηκαν αναλυτικά (Ενότητα 3.10), προκειμένου να επαληθευτεί (έστω και εμμέσως) η πιστότητα της υιοθέτησης της αναλυτικής μεθόδου για τον υπολογισμό και των παραγώγων υδροδυναμικής απόσβεσης που σχετίζονται με τους περιστροφικούς βαθμούς ελευθερίας.

Στις ενότητες που ακολουθούν περιγράφονται αναλυτικά η μεθοδολογία, τα επιμέρους αποτελέσματα, καθώς και τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τα συγκεκριμένα πειράματα.

3.11.1 Περιγραφή πειραματικής διαδικασίας

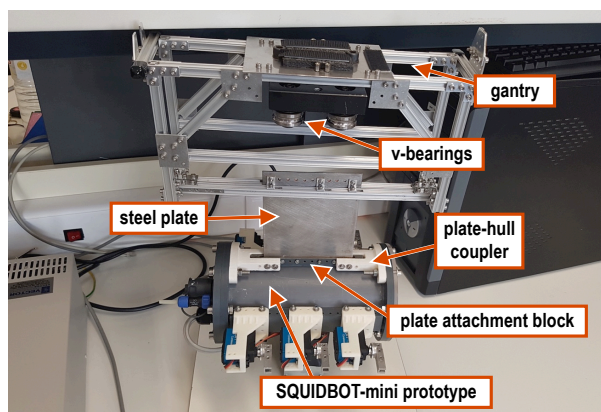
Με τη παραδοχή ότι το ρομποτικό πρωτότυπο έχει προσαρμοστεί κατάλληλα ώστε η κίνησή του να περιορίζεται σε ένα γραμμικό βαθμό ελευθερίας (surge ή heave ή sway), και θεωρώντας ότι δεν εφαρμόζονται σε αυτό δυνάμεις επενέργειας (δηλ. για $\tau = \mathbf{0}$), η κίνηση του οχήματος καθορίζεται αποκλειστικά από τους όρους των αδρανειακών δυνάμεων και των υδροδυναμικών φορτίσεων που εμφανίζονται στη Σχέση (3.1). Με βάση την παρατήρηση αυτή πραγματοποιήθηκε σειρά πειραμάτων με σκοπό την ταυτοποίηση των παραγών υδροδυναμικής απόσβεσης που σχετίζονται με τις γραμμικές κινήσεις του οχήματος, σύμφωνα με την απλοποιημένη, διαγώνια μορφή του πίνακα $D(\nu)$ της Σχέσης (3.30), και θεωρώντας γνωστές τις τιμές των υπόλοιπων όρων M , $C(\nu)$ και $g(\eta)$ της Σχέσης (3.1).

Στο Σχήμα 3.7 απεικονίζεται η διάταξη που χρησιμοποιήθηκε στη διαδικασία των πειραμάτων. Η πλατφόρμα δοκιμών περιλαμβάνει μία δεξαμενή διαστάσεων $210 \times 90 \times 80$ cm, και έναν οδηγό γραμμικής κίνησης, επάνω στον οποίο τοποθετείται ειδικό φορείο που διαθέτει έδρανα κύλισης και επιτρέπει την κίνηση του οχήματος κατά μήκος της δεξαμενής. Η προσάρτηση του οχήματος στο φορείο πραγματοποιήθηκε με τη χρήση ενός ελάσματος (διαστάσεων 14.2×12 cm) από φύλλο χάλυβα πάχους 2 mm (για αυξημένη ακαμψία), ενός αποστάτη που στερεώθηκε στην επιφάνειά του, και ειδικά κατασκευασμένων βάσεων από 3D printed θερμοπλαστικό υλικό ABS (Σχήμα 3.8). Τα αναλυτικά σχέδια της βάσης προσάρτησης παρατίθενται στο Παράρτημα Α. Η συγκεκριμένη υλοποίηση περιορίζει την κίνηση του οχήματος σε ένα βαθμό ελευθερίας (1-DOF) στη διαμήκη κατεύθυνση (surge), όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.9a. Με τη χρήση διαφορετικών βάσεων προσάρτησης είναι εφικτή η προσαρμογή του οχήματος στο φορείο ώστε να επιτυγχάνεται απομονωμένη κίνηση κατά τον εγκάρσιο και τον κάθετο άξονα (βλ. Σχήμα 3.9b,c).



Σχήμα 3.7: Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε για την ταυτοποίηση των συντελεστών υδροδυναμικής απόσβεσης του οχήματος.

Στο ένα άκρο της δεξαμενής δοκιμών τοποθετήθηκε ένα αποστασιόμετρο τεχνολογίας laser (Effector 200-0d100 της εταιρίας Ifm), μέσω του οποίου καταγράφεται η θέση του φορείου με το προσαρμοσμένο σε αυτό όχημα επί του γραμμικού οδηγού κίνησης. Το αναλογικό σήμα εξόδου του αισθητηρίου, μετά τη διέλευσή του από anti-aliasing χαμηλοπερατό φίλτρο πρώτης



Σχήμα 3.8: Τα εξαρτήματα προσαρμογής του ρομπωτικού πρωτοτύπου, κατά τον διαμήκη άξονά του, στο φορείο.

τάξης (με συχνότητα αποκοπής 50 Hz) ψηφιοποιείται με ανάλυση 16 bit μέσω κάρτας Data Acquisition NI-6221 της National Instruments εγκατεστημένης εντός εξωτερικού Η/Υ. Η λήψη, απεικόνιση σε πραγματικό χρόνο, και αποθήκευση των δεδομένων από τον αισθητήρα σε πραγματικό χρόνο υλοποιείται μέσω της επέκτασης RTWT (Real Time Windows Target) του λογισμικού Simulink που εκτελείται στον Η/Υ. Στο Σχήμα 3.7 εικονίζεται η συνολική πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε για τις μετρήσεις αυτές.

Η πειραματική μεθοδολογία που υιοθετήθηκε στηρίζεται στην χρονική καταγραφή της θέσης του οχήματος, μετά από διαφορετικής έντασης εξωγενείς διεγέρσεις. Οι διεγέρσεις αυτές εφαρμόζονταν μέσω μιας στιγμιαίας ώθησης του οχήματος με το χέρι, με σκοπό την επιβολή μιας αρχικής μη-μηδενικής ταχύτητας, ενώ το όχημα βρίσκεται μέσα στο νερό. Η ταχύτητα του οχήματος προκύπτει μέσω διαφορίσης της μέτρησης από το αποστασιόμετρο, εκτελώντας κατάλληλα script στο λογισμικό Matlab.

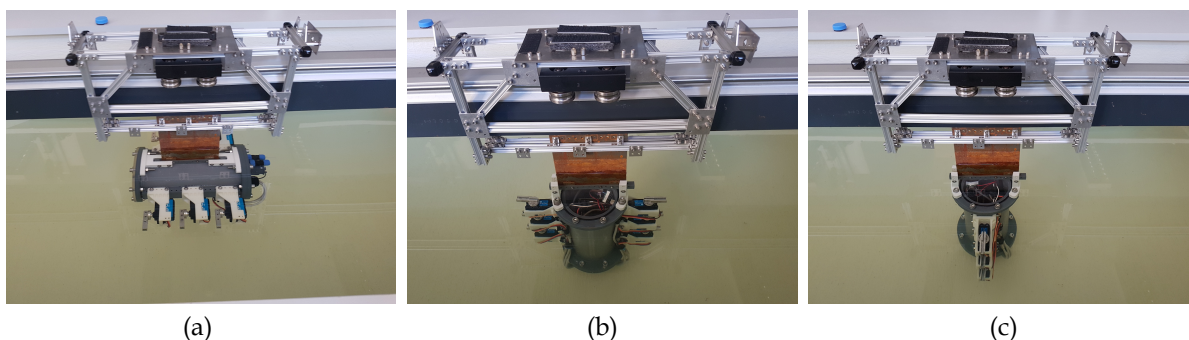
Τα συγκεντρωτικά δεδομένα από πειράματα για διαφορετικές αρχικές ταχύτητες του οχήματος επεξεργάστηκαν μέσω της εργαλειοθήκης System Identification Toolbox του Matlab, για την ταυτοποίηση του εκάστοτε υδροδυναμικού παράγωγου ($X_{u|u}$, $Y_{v|v}$, και $Z_{w|w}$) με βάση την αντίστοιχη διαφορική εξίσωση κίνησης του οχήματος για κάθε έναν από τους γραμμικούς βαθμούς ελευθερίας. Σημειώνεται ότι η διαφορική εξίσωση της δυναμικής του οχήματος έπρεπε να τροποποιηθεί κατάλληλα ώστε να λαμβάνεται υπόψη η επίδραση των στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα για τον περιορισμό της κίνησης σε έναν βαθμό ελευθερίας, ειδικότερα η προσασυζημένη συνολική μάζα του συστήματος αλλά και η τριβή κύλισης του φορείου στον οδηγό ευθύγραμμης κίνησης.

Στις παρακάτω ενότητες περιγράφεται αναλυτικότερα η διαδικασία και τα αποτελέσματα των πειραμάτων ταυτοποίησης, αρχικά για την τριβή κύλισης του φορείου και ακολούθως για τους υδροδυναμικούς συντελεστές απόσβεσης.

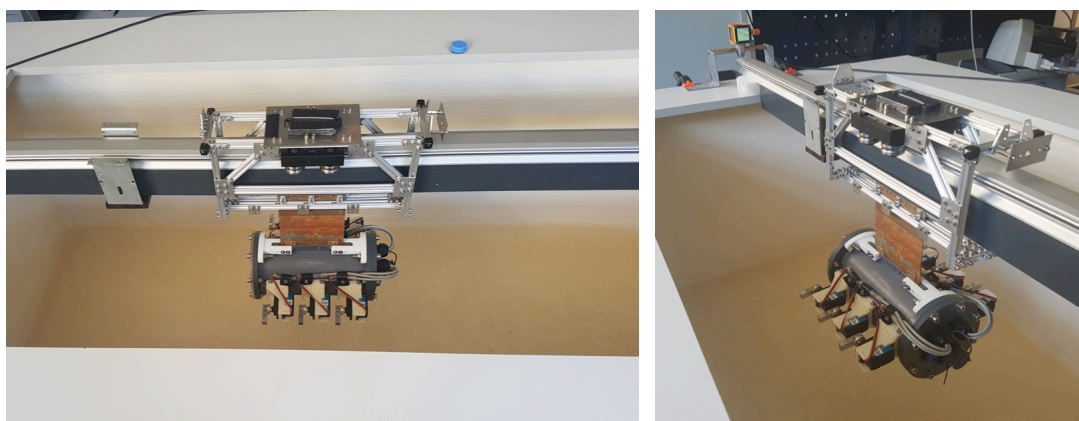
3.11.2 Προσδιορισμός της τριβής κύλισης του φορείου

Η τροποποιημένη εξίσωση της δυναμικής του οχήματος περιλαμβάνει την επίδραση της τριβής κύλισης του φορείου επί του οδηγού ευθύγραμμης κίνησης με προσαρτημένο το όχημα, η οποία μπορεί να προσεγγιστεί με ένα γενικό μοντέλο τριβής, ως:

$$F_{\text{cart}} = F_v u + F_c \text{sgn}(u) \quad (3.54)$$



Σχήμα 3.9: Η προσαρμογή του ρομποτικού πρωτοτύπου στο φορείο για την πειραματική διαδικασία ταυτοποίησης των υδροδυναμικών παραγώγων κατά τον (a) διαμήκη, (b) εγκάρσιο, και (c) κάθετο άξονα του οχήματος.



Σχήμα 3.10: Η πειραματική διάταξη για τις μετρήσεις ταυτοποίησης της τριβής του φορείου, οι οποίες έγιναν χωρίς νερό στη δεξαμενή δοκιμών.

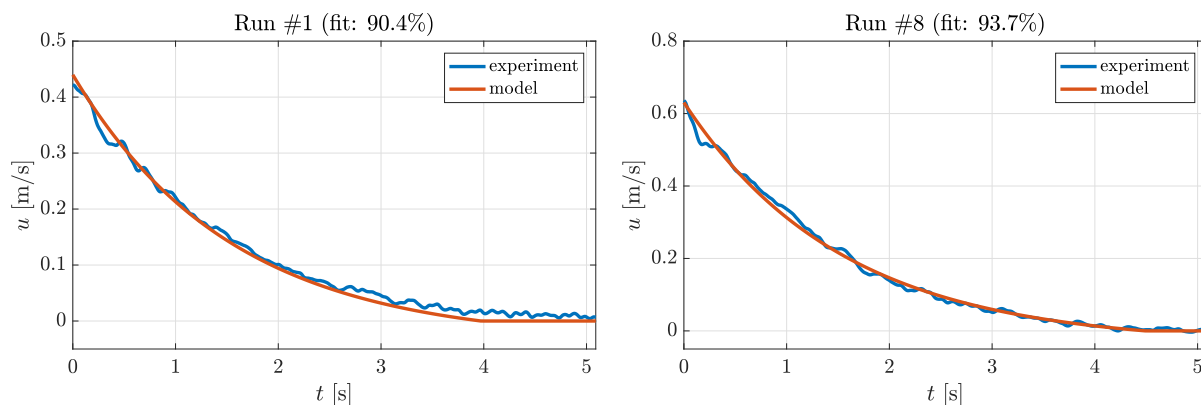
όπου F_v ο συντελεστής ιξώδους (γραμμικής) τριβής και F_c η Coulomb τριβή του κινούμενου συστήματος, με ταχύτητα u .

Για το προσδιορισμό των όρων F_v και F_c , διενεργήθηκαν αντίστοιχα πειράματα με αυτά που περιγράφηκαν στην προηγούμενη ενότητα, με τη διαφοροποίηση ότι το όχημα βρίσκεται σε αυτή τη περίπτωση εκτός νερού (Σχήμα 3.10). Η δυναμική εξίσωση κίνησης του οχήματος λαμβάνει, στην περίπτωση αυτή, την ακόλουθη απλή μορφή:

$$(m + m_{\text{cart}})\dot{u} + F_v u + F_c \text{sgn}(u) = 0 \quad (3.55)$$

όπου m η μάζα του ρομποτικού πρωτοτύπου και $m_{\text{cart}} = 2 \text{ kg}$ η συνολική μάζα του φορείου και των στοιχείων προσάρτησης του οχήματος σε αυτό.

Συλλέχθηκαν συνολικά 10 σετ πειραματικών δεδομένων καταγραφής της θέσης του οχήματος κατά μήκος του γραμμικού οδηγού κίνησης, με διαδοχικές αυξήσεις της έντασης της διαταραχής κάθε φορά (στιγμιαία ώθηση του οχήματος με το χέρι), και για τις δύο φορές κίνησης. Ακολούθως, μέσω αριθμητικής διαφόρισης των δεδομένων της χρονικά μεταβαλλόμενης θέσης του οχήματος (όπως ελήφθησαν από τον αισθητήρα laser), υπολογίστηκε η ταχύτητά του για κάθε πειραματική δοκιμή. Κατόπιν, τα δεδομένα ταχύτητας τροφοδοτήθηκαν στο System Identification toolbox του Matlab για τον προσδιορισμό των όρων F_v και F_c στη Σχέση (3.55), χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μη-γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων. Η λογική του αλγό-



Σχήμα 3.11: Ενδεικτικά αποτελέσματα της ταυτοποίησης των παραμέτρων της τριβής κύλισης του φορείου.

ριθμού βασίζεται στην ελαχιστοποίηση ενός κριτηρίου σύγκλισης που περιγράφεται στη μέθοδο των μη-γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων [36]. Αξίζει να σημειωθεί ότι η επαναληπτική μέθοδος που ακολούθησε η διαδικασία ταυτοποίησης στηρίχθηκε σε πολλαπλά σετ δεδομένων, ούτως ώστε να εμφανίζει ευρωστία.

Μετά από ανάλυση και επεξεργασία των δεδομένων, οι αριθμητικές τιμές για τους συντελεστές τριβής προέκυψαν ως

$$F_c = 0.106 \text{ N} \text{ και } F_v = 2.91 \text{ N s m}^{-1}$$

Στο Σχήμα 3.11 απεικονίζονται ενδεικτικά κάποια συγκριτικά γραφήματα, των πειραματικών δεδομένων σε σχέση με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη διαδικασία ταυτοποίησης, για διαφορετικές τιμές αρχικής ταχύτητας. Παρατηρείται ότι η έξοδος του μοντέλου με τις συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων της τριβής εμφανίζει πολύ ικανοποιητική ταύτιση με τα πειραματικά δεδομένα, γεγονός που επικυρώνει σε μεγάλο βαθμό τη μέθοδο που ακολουθήθηκε. Τα συγκεντρωτικά διαγράμματα για τη αποτίμηση της ταυτοποίησης από όλα τα πειραματικά δεδομένα, παρατίθενται στο Παράρτημα Β.

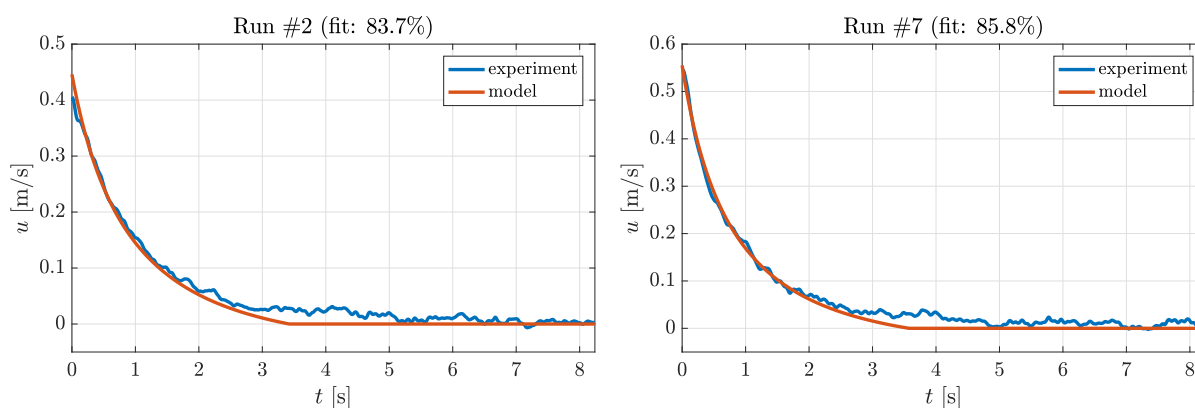
3.11.3 Ταυτοποίηση του υδροδυναμικού συντελεστή κατά τον διαμήκη άξονα

Με βάση όσα προαναφέρθηκαν στην Ενότητα 3.11.1 αναφορικά με τη διαδικασία ταυτοποίησης και με δεδομένους τους όρους τριβής που προέκυψαν στη παραπάνω ενότητα, τοποθετήθηκαν κατάλληλα οι βάσεις προσάρτησης για τον περιορισμό της κίνησης του οχήματος στη διαμήκη κατεύθυνση (surge), με σκοπό τη ταυτοποίηση του υδροδυναμικού παραγώγου $X_{u|u|}$ (βλ. Σχήμα 3.9a).

Με την υπόθεση ότι δεν παράγονται δυνάμεις επιβολής, η εξίσωση της δυναμικής του οχήματος σε αυτή την περίπτωση λαμβάνει την παρακάτω απλουστευμένη μορφή, συμπεριλαμβάνοντας και την τριβή του φορείου:

$$(m_{\text{tot}} + X_{\dot{u}}) \dot{u} + X_{u|u|} |u|u + F_v u + F_c \text{sgn}(u) = 0 \quad (3.56)$$

όπου $m_{\text{tot}} = m + m_{\text{cart}}$ η συνολική μάζα του κινούμενου μηχανισμού, $X_{\dot{u}}$ το στοιχείο του πίνακα πρόσθετης μάζας (βλ. Σχέση 2.42), και $X_{u|u|}$ ο τετραγωνικός συντελεστής υδροδυναμικής



Σχήμα 3.12: Ενδεικτικά αποτελέσματα από την ταυτοποίηση του υδροδυναμικού συντελεστή $X_{u|u}$.

απόσβεσης (βλ. Σχέση 2.53). Σημειώνεται ότι, καθώς το όχημα έχει περιοριστεί ώστε να αποτρέπονται περιστροφές του, εξαλείφεται η επίδραση των όρων από τα στοιχεία του πίνακα $C(\nu)$. Αντίστοιχα μηδενίζεται και η συνεισφορά των δυνάμεων λόγω της άνωσης και της βαρύτητας του διανύσματος $g(\eta)$. Παρατηρώντας τη Σχέση (3.56), η μόνη απροσδιόριστη παράμετρος είναι ο όρος $X_{u|u}$.

Για την πειραματική ταυτοποίηση του $X_{u|u}$ συλλέχθηκαν συνολικά 10 σετ δεδομένων καταγραφής της θέσης του οχήματος κατά μήκος του γραμμικού οδηγού κίνησης, από ισάριθμα πειράματα με διαφορετικής έντασης αρχική διαταραχή του συστήματος (στιγμιαία ώθηση του οχήματος με το χέρι), και για τις δύο φορές κίνησης. Ακολούθως, μέσω αριθμητικής διαφορίσης των δεδομένων της χρονικά μεταβαλλόμενης θέσης του οχήματος (όπως ελήφθησαν από το αποστασιόμετρο), εξάχθηκε η απόκριση ταχύτητας του συστήματος για κάθε πειραματική δοκιμή. Κατόπιν, τα δεδομένα ταχύτητας τροφοδοτήθηκαν στο System Identification toolbox του Matlab για τον προσδιορισμό του στοιχείου $X_{u|u}$, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μη γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων.

Η εκτιμώμενη τιμή που προέκυψε από τη διαδικασία αυτή για τον άγνωστο υδροδυναμικό συντελεστή απόσβεσης είναι

$$X_{u|u} = -7.72 \text{ kg/m}$$

με ποσοστό ταύτισης μεγαλύτερο του 80% για την πλειοψηφία των πειραμάτων. Στο Σχήμα 3.12 απεικονίζονται ενδεικτικά κάποια αποτελέσματα από τη σύγκριση των πειραματικών δεδομένων σε σχέση με την έξοδο του μοντέλου, ενώ τα υπόλοιπα συγκριτικά γραφήματα παρατίθενται στο Παράρτημα Β.

3.11.4 Ταυτοποίηση των υδροδυναμικών συντελεστών κατά τον εγκάρσιο και κάθετο άξονα

Για τον υπολογισμό των υδροδυναμικών παραγώγων κατά τον εγκάρσιο ($Y_{v|v}$) και τον κάθετο ($Z_{w|w}$) άξονα του οχήματος, διενεργήθηκαν πειράματα αντίστοιχα με αυτά για τον προσδιορισμό του $X_{u|u}$. Η προσαρμογή του οχήματος στο φορείο έγινε και σε αυτές τις περιπτώσεις κατά τέτοιο τρόπο ούτως ώστε να περιορίζεται η κίνηση κατά τον y_b - άξονα (Σχήμα 3.9b) και κατά τον z_b - άξονα (Σχήμα 3.9c). Στις αντίστοιχες εξισώσεις κίνησης ενσωματώθηκαν οι όροι τριβής του φορείου, ενώ υιοθετήθηκαν οι παραδοχές που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα.

Σύμφωνα με τα προηγούμενα, η εξίσωση που περιγράφει την κίνηση του οχήματος κατά τον y_b - άξονα, περιγράφεται ως:

$$(m_{\text{tot}} + Y_{\dot{v}}) \dot{v} + Y_{v|v}|v| + F_v v + F_c \text{sgn}(v) = 0 \quad (3.57)$$

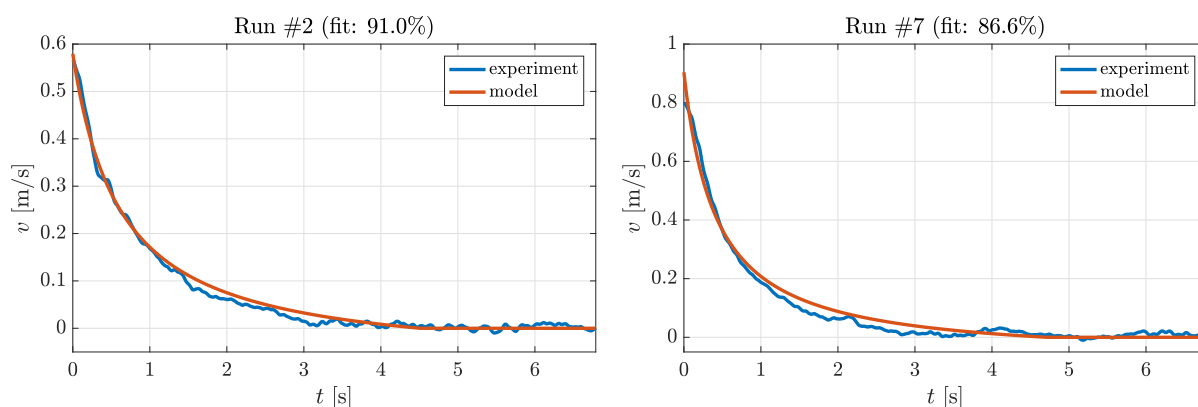
ενώ αντίστοιχα για τον z_b - άξονα ως:

$$(m_{\text{tot}} + Z_{\dot{w}}) \dot{w} + Z_{w|w}|w| + F_w w + F_c \text{sgn}(w) = 0 \quad (3.58)$$

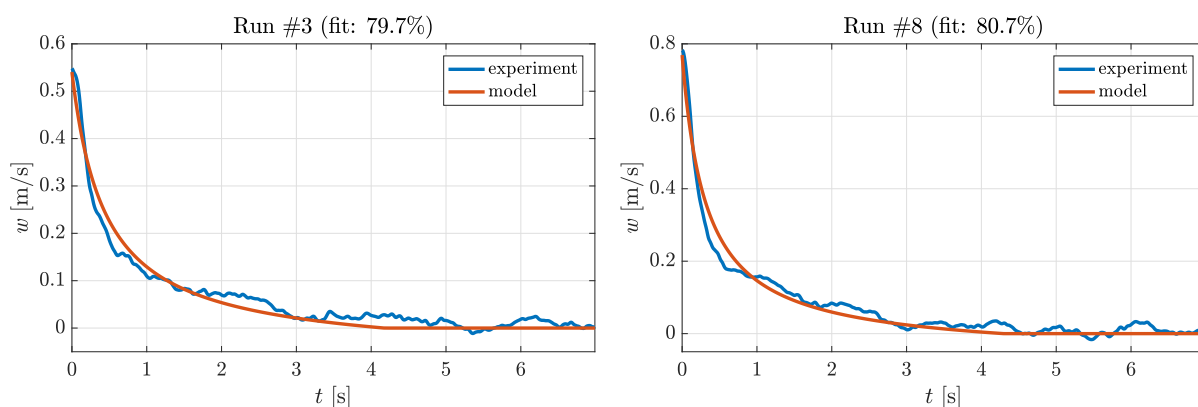
Χρησιμοποιώντας, και σε αυτές τις περιπτώσεις, τη μέθοδο των μη-γραμμικών ελάχιστων τετραγώνων, οι εκτιμήσεις για τις τιμές των δύο υδροδυναμικών παραγώγων που προέκυψαν με τη βοήθεια του System Identification toolbox είναι

$$Y_{v|v} = -17.26 \text{ kg / m} \quad \text{και} \quad Z_{w|w} = -29.44 \text{ kg / m}$$

Στο Σχήμα 3.13 και 3.14, απεικονίζονται ενδεικτικά τα αποτελέσματα της σύγκρισης των πειραματικών δεδομένων σε σχέση με τη συμπεριφορά του μοντέλου για τον y_b - και z_b - άξονα αντίστοιχα, ενώ στο Παράρτημα Β παρατίθενται αναλυτικά όλα τα συγκριτικά γραφήματα που προέκυψαν από τη διαδικασία ταυτοποίησης.



Σχήμα 3.13: Ενδεικτικά αποτελέσματα από την ταυτοποίηση του υδροδυναμικού συντελεστή $Y_{v|v}$.



Σχήμα 3.14: Ενδεικτικά αποτελέσματα από την ταυτοποίηση του υδροδυναμικού συντελεστή $Z_{w|w}$.

3.11.5 Συμπεράσματα από τη διαδικασία ταυτοποίησης

Όπως προκύπτει από τα συνοπτικά αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.5, οι τιμές για τα υδροδυναμικά παράγωγα απόσβεσης των τριών γραμμικών βαθμών ελευθερίας του οχήματος που προέκυψαν από την πειραματική διαδικασία είναι σε συνολικά ικανοποιητική συμφωνία με τις τιμές που υπολογίστηκαν με τη θεωρητική-αναλυτική μέθοδο στην Ενότητα 3.10. Ειδικότερα, παρατηρείται ότι η ταύτιση είναι πολύ ικανοποιητική για τον συντελεστή $X_{u|u}$ και σε κάπως μικρότερο βαθμό για τον $Y_{v|v}$, ενώ η μεγαλύτερη απόκλιση παρουσιάζεται στις τιμές για τον συντελεστή $Z_{w|w}$. Η απόκλιση αυτή μπορεί να αποδοθεί στις απλουστευτικές θεωρήσεις της θεωρητικής μεθόδου. Για παράδειγμα, ο συντελεστής C_{Dze} που χρησιμοποιήθηκε στο θεωρητικό υπολογισμό του στοιχείου $Z_{w|w}$, σύμφωνα με την καμπύλη επιφάνεια του ελλειπτικού κυλίνδρου που μοντελοποιεί τους σερβοκινητήρες των περυγίων, αντί των ορθογώνιων προβολών, αντιστοιχεί σε τιμή αρκετά μικρή και ίσως αποκλίνουσα από τη πραγματικότητα. Επιπρόσθετα, η σύνθετη γεωμετρία και οι τραχιές επιφάνειες των βάσεων των μοτέρ, θα μπορούσαν να εμφανίζουν και όρους υδροδυναμικής αντίστασης λόγω επιφανειακής τριβής, δεδομένου ότι το όχημα κατά τη διάρκεια των πειραματικών δοκιμών κινούνταν σε σχετικά χαμηλές ταχύτητες, χαρακτηριστικό το οποίο δεν λαμβάνεται υπόψη από το θεωρητικό μοντέλο.

Σημειώνεται επίσης ότι κατά τη διαδικασία συλλογής των πειραματικών δεδομένων, το όχημα δεχόταν πρόσθετες φορτίσεις από κυματισμούς που δημιουργούνταν λόγω ανακλάσεων του νερού στα τοιχώματα της, περιορισμένων διαστάσεων, δεξαμενής δοκιμών. Οι φορτίσεις αυτές δεν συμπεριλαμβάνονται στο μοντέλο ταυτοποίησης, γεγονός που ενδεχομένως μπορεί να συσχετιστεί με τις αυξημένες τιμές που παρουσιάζουν οι πειραματικές εκτιμήσεις των συντελεστών απόσβεσης σε σχέση με τη θεωρητική μέθοδο.

Θα πρέπει πάντως να σημειωθεί ότι, στην πράξη, το όχημα SQUIDBOT-mini κινείται κυρίως στην αξονική διεύθυνση, και εμφανίζει σχετικά μικρές ταχύτητες κατά τον εγκάρσιο και τον κάθετο άξονα. Το γεγονός αυτό περιορίζει την πρακτική σημασία μιας επακριβούς ταυτοποίησης των υδροδυναμικών συντελεστών $Y_{v|v}$ και $Z_{w|w}$.

Σε κάθε περίπτωση, τα αποτελέσματα της σύγκρισης επικυρώνουν, σε μεγάλο βαθμό, την εγκυρότητα τόσο της προσέγγισης του οχήματος σαν ένα σώμα αποτελούμενο από τρία τμήματα κυλινδρικού σχήματος, όσο και της μεθοδολογίας θεωρητικού υπολογισμού των υδροδυναμικών συντελεστών απόσβεσης. Επομένως, αυξάνεται σημαντικά και η αξιοπιστία καθορισμού μέσω της αναλυτικής μεθόδου των υδροδυναμικών παραγώγων απόσβεσης που σχετίζονται με τις περιστροφικές ταχύτητες του οχήματος, για τους οποίους δεν υπήρχε η δυνατότητα ταυτοποίησης μέσω πειραματικών δοκιμών.

Πίνακας 3.5: Συγκριτικός πίνακας των αριθμητικών τιμών των παραγώγων υδροδυναμικής αντίστασης για το κότος του οχήματος SQUIDBOT-mini, που προέκυψαν από την θεωρητική-αναλυτική μέθοδο και από την πειραματική ταυτοποίηση.

Παράμετρος	Τιμή		Μονάδες
	Θεωρητική	Πειραματική	
$X_{u u}$	-6.06	-7.72	kg / m
$Y_{v v}$	-13.95	-17.26	kg / m
$Z_{w w}$	-16.89	-29.44	kg / m

Κεφάλαιο 4

Γενικευμένες Δυνάμεις Πρόωσης του Βιομιμητικού Οχήματος

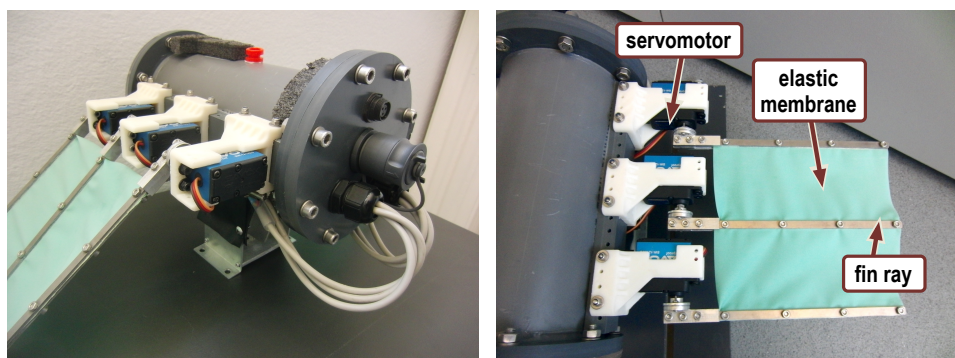
Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η μοντελοποίηση και η ενσωμάτωση των δυνάμεων και ροπών ώσης που παράγει ο βιο-εμπνευσμένος μηχανισμός κίνησης του οχήματος, στις δυναμικές εξισώσεις του SQUIDBOT-mini, που περιγράφηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια.

Βασικός σκοπός σε αυτό το στάδιο είναι η διανυσματική ανάλυση των δυνάμεων που παράγονται από την κυμάτωση των πτερυγίων. Δημιουργώντας κατάλληλα προφίλ κίνησης στις επιμέρους ακτίνες των πτερυγίων, είναι εφικτή η παραγωγή ώσης με αποτέλεσμα την κίνηση του οχήματος. Ο τρόπος με τον οποίο θα κινηθούν τα πτερύγια είναι καθοριστικής σημασίας στη δημιουργία των παραγόμενων δυνάμεων και για αυτό το λόγο στο επόμενο κεφάλαιο αναλύεται η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για την παραγωγή των κυματώσεων των πτερυγίων, η οποία βασίζεται σε δομές CPG (Central Pattern Generator).

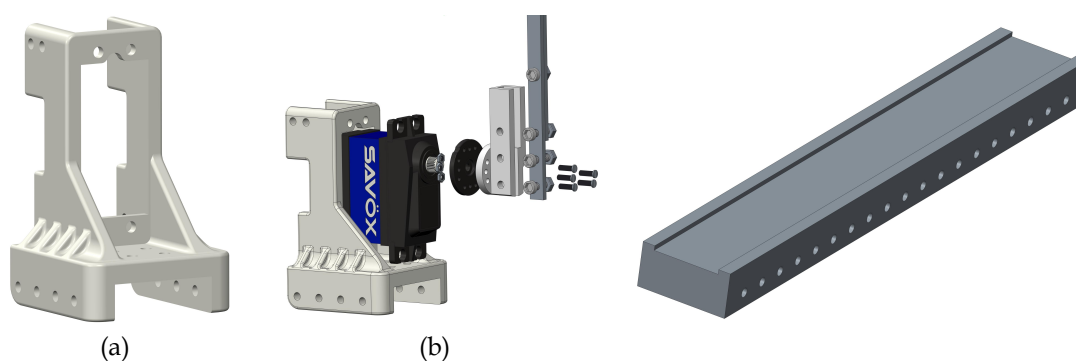
Η περιγραφή των δυνάμεων που παράγουν τα πτερύγια είναι το βασικό εργαλείο σύμφωνα με το οποίο μπορούν να καταστρωθούν αρχιτεκτονικές ελέγχου κίνησης του ρομπότ στο τριδιάστατο χώρο μέσα σε ένα ρευστό. Μέσω του διανυσματικού ελέγχου παραγωγής δύναμης παρέχεται η δυνατότητα για την ανάδειξη διαφορετικών πρότυπων κίνησης, προσδίδοντας με αυτό το τρόπο διαφορετικούς βαθμούς ελευθερίας στο όχημα έτσι ώστε να είναι εφικτή περιήγηση του στο χώρο (6 DOF). Είναι πολύ σημαντικό λοιπόν να υπάρχει πιστότητα στη μοντελοποίηση της παραγωγής δυνάμεων, προκειμένου για τη μελέτη και ανάπτυξη αρχιτεκτονικών που να εξασφαλίζουν ακρίβεια στον έλεγχο κίνησης του οχήματος, χαρακτηριστικό απαραίτητο για UUVs, όπως το SQUIDBOT-mini.

4.1 Περιγραφή Βιομιμητικού Μηχανισμού Πρόωσης

Στο Σχήμα 4.1 εικονίζεται ο μηχανισμός πρόωσης του ρομποτικού οχήματος SQUIDBOT-mini, ο οποίος απαρτίζεται από δύο πλευρικά πτερύγια κυματοειδούς κίνησης, προσαρτημένα στο κυρίως κύτος του οχήματος. Κάθε πτερύγιο φέρει τρεις ανεξάρτητα οδηγούμενες ακτίνες, συνδεδεμένες μεταξύ τους με φύλο ελαστικής μεμβράνης από σιλκόνη. Οι ακτίνες είναι κατασκευασμένες από αλουμίνιο αεροπορικού τύπου και περιστρέφονται περί της βάσης του πτερυγίου μέσω αδιάβροχων σερβοκινητήρων (Savox SW-1210SG), με ηλεκτρονικά ελέγχου θέσης του άξονα τους. Οι σερβοκινητήρες είναι τοποθετημένοι σε ατομικές βάσεις (Σχήμα 4.2b) εκτυπωμένες από ABSplus οι οποίες διαθέτουν κατάλληλη διαμόρφωση για εύκολη τοποθέτηση



Σχήμα 4.1: Τα πτερύγια κυματοειδούς κίνησης του πρωτοτύπου SQUIDBOT-mini.



Σχήμα 4.2: Εξαρτήματα του μηχανισμού των πτερυγίων κυματοειδούς κίνησης: (a) Βάση σερβοκινητήρα, (b) Ο σερβοκινητήρας SW-1210SG της εταιρίας Savox τοποθετημένος στην ειδική βάση, (c) Ράγα στήριξης των μονάδων κίνησης

των κινητήρων μέσα σε αυτές. Δύο ράγες στήριξης, κατασκευασμένες από PVC (Σχήμα 4.2c), έχουν κολληθεί στα πλάγια του σκάφους και παίζουν το ρόλο της 'ραχοκοκαλιάς', για την προσαρμογή των μονάδων κίνησης των ακτίνων των πτερυγίων.

4.2 Μοντελοποίηση των Παραγόμενων Δυνάμεων από τα Πτερύγια

Ο πιο συνηθισμένος τρόπος για τη παραγωγή πρόωσης σε υποβρύχια οχήματα είναι αδιαμφισβήτητοι προπέλες. Υπάρχουν αναρίθμητα παραδείγματα υποβρύχιων οχημάτων που χρησιμοποιούν σύστημα κίνησης βασισμένο σε προπέλες. Η μοντελοποίηση της ώσης από συστήματα τέτοιου είδους είναι σε γενικές γραμμές αρκετά απλή. Η σχέση που συνδέει την παραγωγή ροπής σε σχέση με το ρυθμό περιστροφής της προπέλας είναι συγκεκριμένη, χωρίς να εμφανίζονται ιδιαίτεροι υδροδυναμικοί συσχετισμοί. Παρ' όλα αυτά τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί αρκετά συστήματα παραγωγής πρόωσης που στηρίζονται σε βιο-εμπνευσμένους μηχανισμούς όπως είναι οι μηχανισμοί πτερυγίων κυματοειδούς κίνησης ή και σχηματισμοί παραγωγής πρόωσης μέσω επενεργούμενων κουπιών (πακτωμένων ή μη). Παραδείγματα οχημάτων που χρησιμοποιούν βιομιμητικούς μηχανισμούς πρόωσης, είναι το Madeleine [37], το Aqua [38], αλλά και τα οχήματα που περιγράφονται στις εργασίες [27] και [39].

Η ανάλυση που ακολουθεί στόχο έχει την κατάστρωση των εξισώσεων που περιγράφουν την παραγωγή των δυνάμεων και ροπών που προκύπτουν από την υδροδυναμική αλληλεπίδραση μεταξύ των πτερυγίων με το ρευστό, με σκοπό τον προσδιορισμό του διανύσματος τ_{fins} (βλ. Σχέση 3.1), θεωρώντας ότι το όχημα κινείται με έξι βαθμούς ελευθερίας (6 DOF). Η μο-

ντελοποίηση των παραγόμενων δυνάμεων του βιομιμητικού μηχανισμού πρόωσης που πραγματεύεται η παρούσα εργασία, είναι συνάρτηση τόσο της κίνησης των πτερυγίων, όσο και των γενικότερων ταχυτήτων που εμφανίζει το όχημα (διάνυσμα ν). Για αυτό το λόγο όπως θα παρατηρηθεί ακολούθως, οι εξισώσεις που περιγράφουν την δυναμική των πτερυγίων είναι αρκετά σύνθετες και εξαρτώμενες από πολλές κινηματικές παραμέτρους, που οφείλονται τόσο στην κυμάτωση των πτερυγίων, όσο και στην ιδιοκίνηση εξαιτίας της συνολικότερης μετατόπισης του απαραμόρφωτου σώματος. Ορίζοντας ως:

$$q_i^R \quad \text{και} \quad q_i^L \quad i = 1..3, \quad (4.1)$$

τις γωνίες των περιστροφικών αρθρώσεων των ακτίνων από τις οποίες αποτελείται το αριστερό και δεξί πτερόγιο του ρομπότ, είναι εφικτή η περιγραφή της κυμάτωσης των πτερυγίων σύμφωνα με τα εφαρμοζόμενα προφίλ κίνησης αυτών. Παρατηρώντας το Σχήμα 4.3, κάθε πτερόγιο μπορεί να θεωρηθεί ότι απαρτίζεται από $N - 1$ περιοχές Ω , οι οποίες αναφέρονται στο τμήμα της ελαστικής μεμβράνης ανάμεσα σε δύο διαδοχικές ακτίνες, όπου:

$$N = \text{πλήθος ακτίνων κάθε πτερυγίου} \quad (4.2)$$

Σύμφωνα με τα προηγούμενα κάθε περιοχή Ω του δεξιού πτερυγίου, με βάση το προφίλ κίνησης που ακολουθούν οι εμπλεκόμενες ακτίνες, παράγει ένα διάνυσμα δύναμης ίσο με:

$$\mathbf{F}_{\Omega_j}^R \quad j = 1..N - 1 \quad (4.3)$$

Κατά αντίστοιχο τρόπο, κάθε περιοχή Ω του αριστερού πτερυγίου παράγει ένα διάνυσμα δύναμης ίσο με:

$$\mathbf{F}_{\Omega_j}^L \quad j = 1..N - 1, \quad (4.4)$$

Η συνολική δύναμη που παράγουν αμφότερα τα πτερόγια του μηχανισμού κίνησης του ρομπότ, προκύπτει αθροίζοντας όλες τις συνεισφορές από τα επιμέρους τμήματα των πτερυγίων ως:

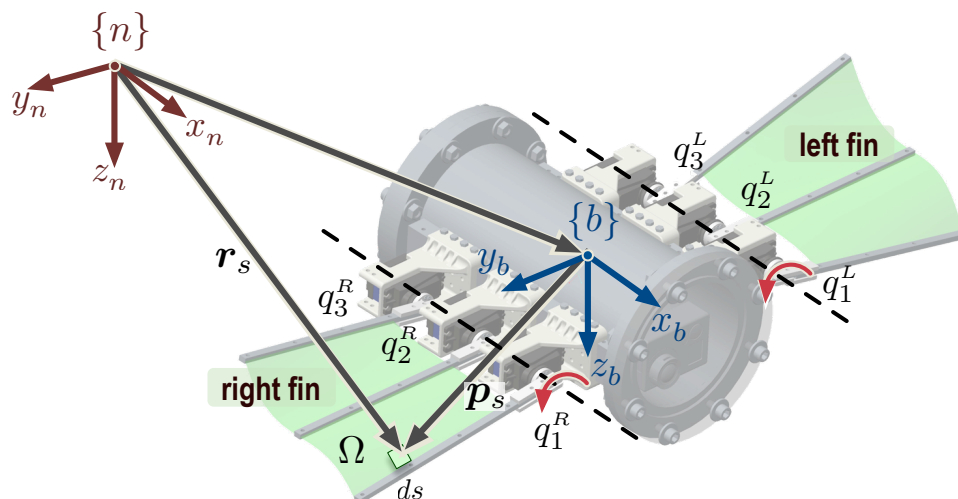
$$\mathbf{F}_{fins} = \sum_{j=1}^{N-1} \left(\mathbf{F}_{\Omega_j}^R + \mathbf{F}_{\Omega_j}^L \right) = \mathbf{F}_{fins}^R + \mathbf{F}_{fins}^L \quad (4.5)$$

Σημειωτέον, ότι η συγκεκριμένη ανάλυση μπορεί να εφαρμοστεί και για περισσότερα τμήματα σε ενδεχόμενη περίπτωση όπου το πλήθος των ακτίνων του κάθε πτερυγίου είναι μεγαλύτερο από $N = 3$. Κατά αντίστοιχο τρόπο η συνολική ροπή που παράγεται από το βιομιμητικό μηχανισμό πρόωσης, σύμφωνα με την κυμάτωση των πτερυγίων, προκύπτει από τις συνεισφορές των τμημάτων του δεξιού και αριστερού πτερυγίου ως:

$$\mathbf{M}_{fins} = \sum_{j=1}^{N-1} \left(\mathbf{M}_{\Omega_j}^R + \mathbf{M}_{\Omega_j}^L \right) = \mathbf{M}_{fins}^R + \mathbf{M}_{fins}^L \quad (4.6)$$

Σύμφωνα με τα προηγούμενα, συντίθεται το διάνυσμα $\boldsymbol{\tau}_{fins}$ των παραγόμενων από τα πτερόγια γενικευμένων δυνάμεων:

$$\boldsymbol{\tau}_{fins} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{fins} \\ \mathbf{M}_{fins} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$



Σχήμα 4.3: Περιγραφή της θέσης μίας στοιχειώδους επιφάνειας ds ως προς το αδρανειακό πλαίσιο $\{n\}$, διαμέσου τους σωματοπαγούς πλαισίου $\{b\}$, για μια περιοχή Ω που περικλείεται από δύο διαδοχικές ακτίνες.

Εξετάζοντας μεμονωμένα την περιοχή Ω ενός τμήματος των πτερυγίων (βλ. Σχήμα 4.3), μπορεί να θεωρηθεί ως μία τετράπλευρη επιφάνεια που εξαρτάται από την γωνία διαχωρισμού $q_1 - q_2$ των αντίστοιχων ακτίνων που την απαρτίζουν. Κάθε στοιχειώδης επιφάνεια ds της περιοχής Ω , παράγει μία υδροδυναμική δύναμη εξαιτίας της διαφοράς πίεσης που αναπτύσσεται καθώς κινείται μέσα στο ρευστό. Η συνολική δύναμη που προκαλείται από την περιοχή Ω (για δεδομένη γωνία διαχωρισμού $q_1 - q_2$), προκύπτει με την ολοκλήρωση καθ' όλη την επιφάνεια του συγκεκριμένου τμήματος πτερυγίου. Σύμφωνα με το απλοποιημένο μοντέλο αντίστασης ρευστού [40-43], η υδροδυναμική δύναμη που παράγεται εξαιτίας της κάθετης συνιστώσας της ταχύτητας που εμφανίζει κάθε στοιχειώδης επιφάνεια, δίνεται προσεγγιστικά από την ακόλουθη σχέση:

$$\mathbf{f}_n = \frac{\mathbf{F}_\Omega}{ds} = -\frac{1}{2}\rho C_n \hat{\mathbf{n}}_s v_n^2 \text{sgn}(v_n) \quad (4.8)$$

όπου με τον όρο C_n δηλώνεται ο υδροδυναμικός συντελεστής αντίστασης σύμφωνα με την επιφάνεια και ρ η πυκνότητα του νερού. Ο όρος $\hat{\mathbf{n}}_s$ εκφράζει το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα της στοιχειώδους επιφάνειας ds , εκφρασμένο ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο του οχήματος, ενώ ως v_n συμβολίζεται το μέτρο της κάθετης συνιστώσας ταχύτητας (επίσης ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο) της ds .

Το διάνυσμα της συνολικής δύναμης που παράγεται από το υπό εξέταση τμήμα, εκφρασμένο στο σωματοπαγές πλαίσιο, προκύπτει ολοκληρώνοντας τις συνεισφορές από τις στοιχειώδεις επιφάνειες, καθ' όλη την επιφάνεια Ω :

$$\mathbf{F}_\Omega = \iint_{\Omega} \mathbf{f}_n ds \quad (4.9)$$

Η δύναμη \mathbf{f}_n που παράγεται λόγω της κίνησης κάθε στοιχειώδους επιφάνειας, προκαλεί

ένα αντίστοιχο διάνυσμα ροπής \mathbf{m}_n που υπολογίζεται ως:

$$\mathbf{m}_n = \mathbf{f}_n \times \mathbf{p}_s = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_y z_b - f_z y_b \\ f_z x_b - f_x z_b \\ f_x y_b - f_y x_b \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

όπου \mathbf{p}_s το διάνυσμα θέσης της στοιχειώδους επιφάνειας ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο. Κατ' αντιστοιχία με τον προσδιορισμό της συνολικής δύναμης του τμήματος Ω , το συνολικό διάνυσμα ροπής προκύπτει από το ακόλουθο διπλό ολοκλήρωμα:

$$\mathbf{M}_\Omega = \iint_{\Omega} \mathbf{m}_n ds \quad (4.11)$$

Ο αναλυτικός υπολογισμός των παραπάνω μεγεθών παρουσιάζεται στις ενότητες που ακολουθούν.

4.2.1 Διάνυσμα ταχύτητας στοιχειώδους επιφάνειας

Για τη περιγραφή των διανυσμάτων όπως και των διάφορων μητρώων μετασχηματισμού που θα ακολουθήσουν, έχει υιοθετηθεί ο συμβολισμός με βάση τα ακόλουθα παραδείγματα. Έστω δύο συστήματα συντεταγμένων $\{n\}$ και $\{b\}$, το διάνυσμα που περιγράφει τη θέση του σημείου l (βλ. Σχήμα 4.4), ως προς το πλαίσιο $\{n\}$ εκφρασμένο στο ίδιο πλαίσιο, συμβολίζεται ως:

$$\mathbf{k}_{l/n}^n$$

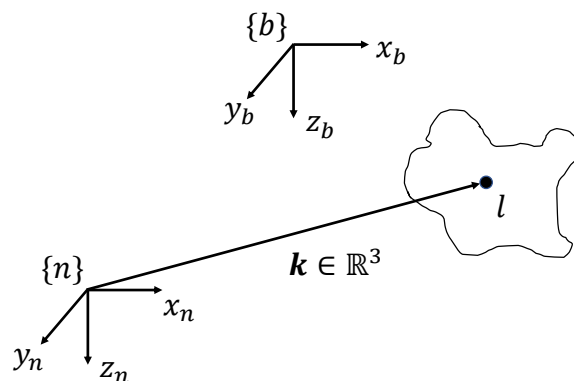
Αντίστοιχα το διάνυσμα:

$$\mathbf{k}_{l/n}^b$$

εκφράζει τη θέση του σημείου l ως προς το πλαίσιο $\{n\}$, εκφρασμένο στο πλαίσιο $\{b\}$. Ο πίνακας στροφής που περιγράφει το προσανατολισμό του πλαισίου $\{b\}$ ως προς το $\{n\}$, δηλώνεται ως:

$$\mathbf{R}_b^n$$

Επιπρόσθετα για το μετασχηματισμό του διανύσματος \mathbf{k} από το πλαίσιο $\{n\}$ στο πλαίσιο



Σχήμα 4.4: Αναπαράσταση ενός διανύσματος εκφρασμένο σε διαφορετικά πλαίσια

$\{b\}$ ισχύει η ακόλουθη εξίσωση:

$$\mathbf{k}_{l/n}^b = \mathbf{R}_n^b \mathbf{k}_{l/n}^n$$

Όπως αναλύθηκε στην προηγούμενη ενότητα, για τον υπολογισμό των δυνάμεων που παράγονται από την αλληλεπίδραση των πτερυγίων με το ρευστό, είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός της ταχύτητας κάθε στοιχειώδους επιφάνειας (βλ. Σχέση 4.8), λαμβάνοντας υπόψη τη συνεισφορά όλων των επιμέρους ταχυτήτων που συμμετέχουν καθώς το όχημα κινείται στο χώρο με έξι βαθμούς ελευθερίας.

Ακολουθώντας τη διαδρομή που απεικονίζεται στο Σχήμα 4.3, το διάνυσμα \mathbf{r} που περιγράφει τη θέση μιας στοιχειώδους επιφάνειας ds , ως προς το αδρανειακό πλαίσιο $\{n\}$, δύνανται να γραφτεί σαν άθροισμα δύο διανυσμάτων ως :

$$\mathbf{r}_{s/n}^n = \mathbf{r}_{b/n}^n + \mathbf{p}_{s/b}^n \quad (4.12)$$

όπου το διάνυσμα $\mathbf{r}_{b/n}^n$ εκφράζει τη θέση του σωματοπαγούς πλαισίου ως προς το αδρανειακό σύστημα αξόνων. Ακολουθώντας τον συμβολισμό που εισήχθηκε στο Κεφάλαιο 2, ο όρος $\mathbf{r}_{b/n}^n$ μπορεί να γραφτεί εναλλακτικά ως $\boldsymbol{\eta}_1 = [x \ y \ z]^T$. Αντίστοιχα το διάνυσμα $\mathbf{p}_{s/b}^n$ δηλώνει τη θέση της στοιχειώδους επιφάνειας ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο, εκφρασμένο στο αδρανειακό πλαίσιο. Η αναγωγή του τελευταίου στο πλαίσιο $\{n\}$, επιτυγχάνεται με χρήση του πίνακα στροφής $\mathbf{R}_b^n = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)$ (βλ. Σχέση 2.7). Σύμφωνα με τις παραπάνω παρατηρήσεις, η Σχέση (4.12) μπορεί να ξαναγραφτεί ως:

$$\mathbf{r}_{s/n}^n = \boldsymbol{\eta}_1 + \mathbf{R}_b^n \mathbf{p}_{s/b}^b \quad (4.13)$$

Η ταχύτητα κάθε προωστικής επιφάνειας ds της περιοχής Ω , προκύπτει από την χρονική παράγωγο του διανύσματος $\mathbf{r}_{s/n}^n$ ως εξής:

$$\dot{\mathbf{r}}_{s/n}^n = \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 + \frac{d\left(\mathbf{R}_b^n \mathbf{p}_{s/b}^b\right)}{dt} \quad (4.14)$$

Εφαρμόζοντας την ιδιότητα της παραγώγου ενός γινομένου για τον υπολογισμό του δευτέρου όρου του διανύσματος $\dot{\mathbf{r}}_{s/n}^n$, προκύπτει ότι:

$$\dot{\mathbf{r}}_{s/n}^n = \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 + \dot{\mathbf{R}}_b^n \mathbf{p}_{s/b}^b + \mathbf{R}_b^n \dot{\mathbf{p}}_{s/b}^b \quad (4.15)$$

Η παράγωγος του πίνακα στροφής $\dot{\mathbf{R}}_b^n$ που εμφανίζεται στην παραπάνω σχέση, υπολογίζεται ως [44]:

$$\dot{\mathbf{R}}_b^n = \mathbf{R}_b^n \mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2) \quad (4.16)$$

όπου $\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2)$ ο αντισυμμετρικός πίνακας (βλ. Σχέση 2.3), που προκύπτει από το διάνυσμα των περιστροφικών ταχυτήτων του οχήματος $\boldsymbol{\nu}_2$ στο σωματοπαγές πλαίσιο.

Αντικαθιστώντας τη Σχέση (4.16) στη (4.15) προκύπτει ότι:

$$\dot{\mathbf{r}}_{s/n}^n = \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 + \mathbf{R}_b^n \mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2) \mathbf{p}_{s/b}^b + \mathbf{R}_b^n \dot{\mathbf{p}}_{s/b}^b \quad (4.17)$$

Για την αναγωγή του διανύσματος $\dot{\mathbf{r}}_{s/n}^n$ στο σωματοπαγές σύστημα εφαρμόζεται ο μετασχη-

ματισμός

$$\dot{\mathbf{r}}_{s/n}^b = \mathbf{R}_n^b \dot{\mathbf{r}}_{s/n}^n \quad (4.18)$$

όπου ο πίνακας στροφής \mathbf{R}_n^b περιγράφει τον προσανατολισμό του αδρανειακού πλαισίου ως προς το σωματοπαγές, και προκύπτει ως:

$$\mathbf{R}_n^b = (\mathbf{R}_b^n)^{-1}$$

Αντικαθιστώντας τη Σχέση (4.18) στη (4.17), το διάνυσμα ταχύτητας κάθε στοιχειώδους επιφάνειας εκφρασμένο στο σωματοπαγές πλαίσιο $\{b\}$, ισούται με:

$$\dot{\mathbf{r}}_{s/n}^b = \mathbf{R}_n^b \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 + \mathbf{R}_n^b \mathbf{R}_b^n \mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2) \mathbf{p}_{s/b}^b + \mathbf{R}_n^b \mathbf{R}_b^n \dot{\mathbf{p}}_{s/b}^b \quad (4.19)$$

Εφαρμόζοντας τις κατάλληλες απλοποιήσεις και δεδομένου ότι (βλ. Σχέση 2.9)

$$\mathbf{R}_n^b \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \boldsymbol{\nu}_1, \quad (4.20)$$

η Σχέση (4.19) παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\dot{\mathbf{r}}_{s/n}^b = \boldsymbol{\nu}_1 + \mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2) \mathbf{p}_{s/b}^b + \dot{\mathbf{p}}_{s/b}^b \quad (4.21)$$

Προκειμένου να διευκολυνθεί η παρουσίαση στη συνέχεια του κειμένου, το διάνυσμα ταχύτητας $\dot{\mathbf{r}}_{s/n}^b$ αντικαθίσταται με τον συνεπτυγμένο όρο $\dot{\mathbf{r}}_s$, και τα διάνυσμα $\mathbf{p}_{s/b}^b$, $\dot{\mathbf{p}}_{s/b}^b$ από τους όρους \mathbf{p}_s , $\dot{\mathbf{p}}_s$ αντίστοιχα, τροποποιώντας τη Σχέση (4.21) στη παρακάτω απλουστευμένη μορφή:

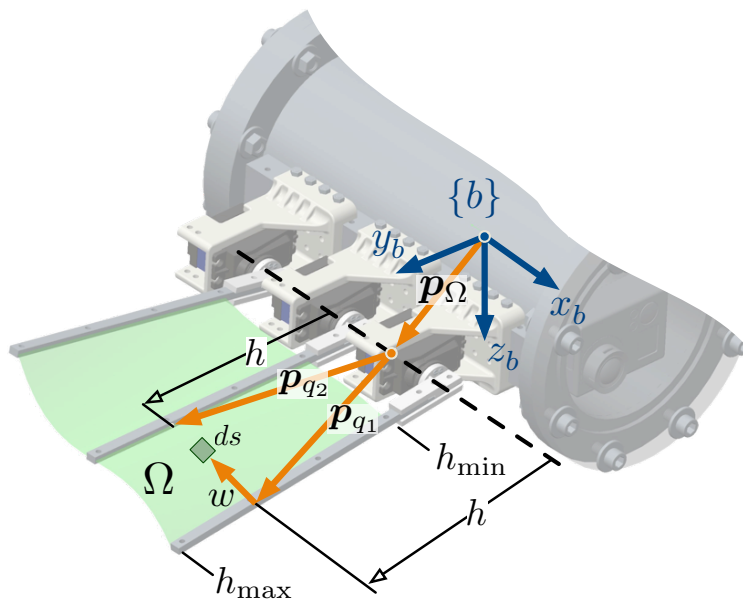
$$\dot{\mathbf{r}}_s = \boldsymbol{\nu}_1 + \mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2) \mathbf{p}_s + \dot{\mathbf{p}}_s \quad (4.22)$$

Παρατηρώντας την Σχέση (4.22), είναι εύκολα αντιληπτό ότι η συνολική ταχύτητα $\dot{\mathbf{r}}_s$ μιας στοιχειώδους επιφάνειας εξαρτάται από συστατικά μέρη που σχετίζονται με τη συνολική κίνηση (μεταφορική και περιστροφική) του οχήματος, όπως και από τους κυματισμούς των πτερυγίων. Πιο συγκεκριμένα, αναλύοντας τους όρους που εμφανίζονται στον υπολογισμό του διανύσματος $\dot{\mathbf{r}}_s$, ο πρώτος αναφέρεται στις γραμμικές ταχύτητες του οχήματος (διάνυσμα $\boldsymbol{\nu}_1$), ενώ ο δεύτερος όρος εξαρτάται από τις περιστροφικές ταχύτητες του οχήματος σε συνάρτηση με τη θέση κάθε στοιχειώδους επιφάνειας (διάνυσμα $\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2) \mathbf{p}_s$), αναφορικά με το σωματοπαγές πλαίσιο. Τέλος με τον όρο $\dot{\mathbf{p}}_s$ εκφράζεται η ταχύτητα κάθε προωστικής επιφάνειας λόγω της κίνησης των ακτίνων (σημειωτέον ότι όταν το πτερόγιο είναι ακίνητο τότε $\dot{\mathbf{p}}_s = 0$).

Θέση/ταχύτητα στοιχειώδους επιφάνειας

Με βάση την ανάλυση που πραγματοποιήθηκε στην προηγούμενη ενότητα, κρίνεται απαραίτητος ο προσδιορισμός των διανυσμάτων \mathbf{p}_s και $\dot{\mathbf{p}}_s$, τα οποία περιγράφουν τη θέση και ταχύτητα κάθε προωστικής επιφάνειας ds αναφορικά με το σωματοπαγές πλαίσιο (βλ. Σχήμα 4.3). Σύμφωνα με το Σχήμα 4.5, το διάνυσμα \mathbf{p}_s μπορεί να περιγραφεί με χρήση των όρων w και h (δηλώνουν τις κατά μήκος και κατά πλάτος συντεταγμένες κάθε στοιχειώδους επιφάνειας), ως εξής:

$$\mathbf{p}_s = \mathbf{p}_\Omega + \mathbf{p}_{q_1} + \frac{\mathbf{p}_{q_2} - \mathbf{p}_{q_1}}{\|\mathbf{p}_{q_2} - \mathbf{p}_{q_1}\|} w \quad (4.23)$$



Σχήμα 4.5: Ορισμός των διανυσμάτων που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της θέσης κάθε στοιχειώδους επιφάνειας.

όπου το διάνυσμα $\mathbf{p}_\Omega = [x_\Omega \ y_\Omega \ z_\Omega]^\top$ υποδεικνύει την αρχή της περιοχής Ω (θεωρώντας ως αρχή το μέσο της βάσης του αντίστοιχου τμήματος πτερυγίου), ενώ τα διανύσματα θέσης \mathbf{p}_{q_1} και \mathbf{p}_{q_2} ορίζουν αμφότερα τα δύο συνευθειακά σημεία επί των ακτίνων με τη στοιχειώδη επιφάνεια ds , για δεδομένο ύψος h , υπολογιζόμενα ως εξής:

$$\mathbf{p}_{q_1} = \left[\frac{D}{2} \ h \cos(q_1) \ h \sin(q_1) \right]^\top \quad \text{και} \quad \mathbf{p}_{q_2} = \left[-\frac{D}{2} \ h \cos(q_2) \ h \sin(q_2) \right]^\top \quad (4.24)$$

όπου q_1 και q_2 δηλώνουν τις γωνίες των ακτίνων, που περικλείουν το αντίστοιχο τμήμα της περιοχής Ω , γύρω από τον x_b -άξονα του σωματοπαγούς πλαισίου. Ορίζοντας ως c_i και s_i τα στοιχεία $\cos(q_i)$ και $\sin(q_i)$ αντίστοιχα, οι προηγούμενες σχέσεις μπορούν να ξαναγραφτούν ως ακολούθως:

$$\mathbf{p}_{q_1} = \left[\frac{D}{2} \ hc_1 \ hs_1 \right]^\top \quad \text{και} \quad \mathbf{p}_{q_2} = \left[-\frac{D}{2} \ hc_2 \ hs_2 \right]^\top \quad (4.25)$$

Επομένως, ισχύει:

$$\mathbf{p}_{q_2} - \mathbf{p}_{q_1} = -[D \ h(c_1 - c_2) \ h(s_1 - s_2)]^\top \quad (4.26)$$

Ορίζοντας ως w_{\max} το μήκος της λωρίδας του πτερυγίου, που προκύπτει από το μέτρο του διανύσματος $\|\mathbf{p}_{q_2} - \mathbf{p}_{q_1}\|$ για δεδομένο ύψος h , η Σχέση (4.23) μπορεί να ξαναγραφτεί ως:

$$\mathbf{p}_s = \mathbf{p}_\Omega + \mathbf{p}_{q_1} + \frac{\mathbf{p}_{q_2} - \mathbf{p}_{q_1}}{w_{\max}} w \quad (4.27)$$

όπου ο όρος w_{\max} υπολογίζεται σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$w_{\max} = \sqrt{2h^2(1 - \cos(q_1 - q_2)) + D^2} = \sqrt{2h^2(1 - c_{1-2}) + D^2} \geq D \quad (4.28)$$

όπου ο όρος c_{1-2} χρησιμοποιείται ως συντομογραφία του όρου $\cos(q_1 - q_2)$.

Παρατηρώντας τη Σχέση (4.28), είναι εμφανές ότι για $q_1 \neq q_2$, ο όρος w_{\max} είναι μια μεταβαλλόμενη συνάρτηση εξαρτώμενη από την μεταβλητή h . Με γνωστή πλέον τη περιγραφή του \mathbf{p}_S ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο, είναι εφικτός ο υπολογισμός του μοναδιαίου κάθετου διανύσματος $\hat{\mathbf{n}}_S$, στοιχείο απαραίτητο για τον προσδιορισμό της διεύθυνσης της ταχύτητας, και ακολούθως τον υπολογισμό δύναμης κάθε επιφάνειας ds .

Ορίζοντας ως:

$$\mathbf{p}_{S,w} = \frac{\partial \mathbf{p}_S}{\partial w} \quad \text{και} \quad \mathbf{p}_{S,h} = \frac{\partial \mathbf{p}_S}{\partial h} \quad (4.29)$$

τις μερικές παραγώγους του διανύσματος \mathbf{p}_S ως προς τις μεταβλητές w και h , το κάθετο διάνυσμα για κάθε στοιχειώδη επιφάνεια μπορεί να γραφτεί ως:

$$\mathbf{n}_S = \mathbf{p}_{S,h} \times \mathbf{p}_{S,w} \quad (4.30)$$

Σύμφωνα με τους προηγούμενους ορισμούς το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα, εκφρασμένο στο σωματοπαγές πλαίσιο, υπολογίζεται ως:

$$\hat{\mathbf{n}}_S = \frac{\mathbf{n}_S}{\|\mathbf{n}_S\|} \quad (4.31)$$

Εισάγοντας στην ανάλυση τη κανονικοποιημένη (κατά μήκος) συντεταγμένη

$$\bar{w} = \frac{w}{w_{\max}} \quad , \quad 0 \leq \bar{w} \leq 1 \quad (4.32)$$

η Σχέση (4.27) μπορεί να ξαναγραφτεί ως:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_S &= \mathbf{p}_\Omega + (1 - \bar{w})\mathbf{p}_{q_1} + \bar{w}\mathbf{p}_{q_2} = \mathbf{p}_\Omega + \mathbf{p}_{q_1} + \bar{w}(\mathbf{p}_{q_2} - \mathbf{p}_{q_1}) = \\ &= \mathbf{p}_\Omega + h \begin{bmatrix} \frac{D}{h}(0.5 - \bar{w}) \\ c_1 - \bar{w}(c_1 - c_2) \\ s_1 - \bar{w}(s_1 - s_2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.33)$$

Με το διάνυσμα \mathbf{p}_S εκφρασμένο πλέον σε όρους h και \bar{w} , το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα $\hat{\mathbf{n}}_S$ υπολογίζεται ως:

$$\hat{\mathbf{n}}_S = \frac{\mathbf{p}_{S,h} \times \mathbf{p}_{S,\bar{w}}}{\|\mathbf{p}_{S,h} \times \mathbf{p}_{S,\bar{w}}\|} \quad (4.34)$$

όπου για τις μερικές παραγώγους της προαναφερθείσας σχέσης, ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\mathbf{p}_{S,\bar{w}} = \frac{\partial \mathbf{p}_S}{\partial \bar{w}} = h \begin{bmatrix} D/h \\ c_2 - c_1 \\ s_2 - s_1 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

και

$$\mathbf{p}_{S,h} = \frac{\partial \mathbf{p}_S}{\partial h} = \begin{bmatrix} \frac{D \partial \bar{w}}{\partial h} \\ c_1 + h \frac{\partial \bar{w}}{\partial h} (c_2 - c_1) + \bar{w}(c_2 - c_1) \\ s_1 + h \frac{\partial \bar{w}}{\partial h} (s_2 - s_1) + \bar{w}(s_2 - s_1) \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

όπου:

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial h} = -2h\bar{w} \frac{1 - c_{1-2}}{w_{\max}^2} \quad (4.37)$$

Αντικαθιστώντας τις Σχέσεις (4.35)-(4.37) στην (4.34), προκύπτει η τελική έκφραση για το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα [10]:

$$\hat{\mathbf{n}}_S = \frac{D}{\delta} \begin{bmatrix} -s_{1-2} \frac{h}{D} \\ -s_1 + \bar{w}(s_1 - s_2) \\ c_1 - \bar{w}(c_1 - c_2) \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

όπου ο όρος δ ισοδυναμεί με:

$$\delta = \|\mathbf{n}_S\| = \sqrt{2D^2\bar{w}(\bar{w} - 1)(1 - c_{1-2}) + h^2s_{1-2}^2 + D^2} \quad (4.39)$$

Αξιίζει να σημειωθεί ότι για $q_1 = q_2$ ισχύει ότι $\delta = D$. Επιπλέον, παρατηρώντας ότι $0 \leq 1 - c_{1-2} \leq 2$, όπως επίσης ότι $0 \leq \bar{w}(\bar{w} - 1) \leq 1/4$ (δεδομένου ότι $0 \leq \bar{w} \leq 1$), συμπεραίνεται ότι:

$$\delta \leq \sqrt{2D^2 + h^2s_{1-2}^2} \quad (4.40)$$

Η χρονική παράγωγος του διανύσματος \mathbf{p}_S όπως περιγράφεται στη Σχέση (4.22), υπολογίζεται σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$\dot{\mathbf{p}}_S = \dot{\bar{w}}(\mathbf{p}_{q_2} - \mathbf{p}_{q_1}) + \dot{\mathbf{p}}_{q_1} + \bar{w}(\dot{\mathbf{p}}_{q_2} - \dot{\mathbf{p}}_{q_1}) \quad (4.41)$$

όπου $\dot{\bar{w}}$ ισούται με:

$$\dot{\bar{w}} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} = -h^2 s_{1-2} \dot{q}_{1-2} \frac{\bar{w}}{w_{\max}^2} \quad (4.42)$$

όπου $\dot{q}_{1-2} = \dot{q}_1 - \dot{q}_2$. Επιπρόσθετα οι χρονικοί παράγωγοι των διανυσμάτων \mathbf{p}_{q_1} και \mathbf{p}_{q_2} υπολογίζονται από κοινού ως:

$$\dot{\mathbf{p}}_{q_i} = h\dot{q}_i [0 \quad -s_i \quad c_i]^\top \quad i = 1, 2 \quad (4.43)$$

Με τις αναλυτικές εκφράσεις των διανυσμάτων \mathbf{p}_S , και $\dot{\mathbf{p}}_S$, υπάρχει πλήρης γνώση της χρονικής εξέλιξης για τη θέση και την ταχύτητα κάθε στοιχειώδους επιφάνειας εξαιτίας της κίνησης των ακτίνων.

4.2.2 Υπολογισμός μέτρου ταχύτητας της στοιχειώδους επιφάνειας

Οι όροι $\hat{\mathbf{n}}_S$ και v_n εκφράζουν, αντίστοιχα, το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα της στοιχειώδους επιφάνειας ds , και το μέτρο της κάθετης συνιστώσας ταχύτητάς του, αμφότερα εκφρασμένα ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο του οχήματος. Η σχέση υπολογισμού του v_n είναι:

$$v_n = \hat{\mathbf{n}}_S^\top \dot{\mathbf{r}}_S \quad (4.44)$$

όπου $\dot{\mathbf{r}}_S$ το διάνυσμα ταχύτητας της στοιχειώδους επιφάνειας ως προς το αδρανειακό πλαίσιο, εκφρασμένο στο σωματοπαγές πλαίσιο.

Με προσδιορισμένα τα διανύσματα \hat{n}_s και \dot{r}_s , είναι πλέον εφικτός ο υπολογισμός του μέτρου ταχύτητας v_n (βλ. Σχέση (4.44)) και συνεπώς η εκτίμηση της υδροδυναμικής δύναμης κάθε στοιχειώδους επιφάνειας f_n (βλ. Σχέση (4.8)). Πιο συγκεκριμένα, οι επιμέρους όροι του μέτρου της κάθετης ταχύτητας v_n (εκφρασμένοι σε όρους h και \bar{w}), υπολογίζονται ως:

$$v_n = \hat{n}_s^T \nu_1 + \hat{n}_s^T \mathbf{S}(\nu_2) \mathbf{p}_s + \hat{n}_s^T \dot{\mathbf{p}}_s \quad (4.45)$$

Μετά από μία σειρά αλγεβρικών και τριγωνομετρικών υπολογισμών (χρησιμοποιώντας τη βοήθεια του λογισμικού Maple), η αναλυτική σχέση για τον πρώτο όρο της ταχύτητας v_n μπορεί να περιγραφεί ως:

$$\hat{n}_s^T \nu_1 = -\frac{hs_{1-2}}{\delta} u - \frac{D(s_1(1-\bar{w}) + s_2\bar{w})}{\delta} v + \frac{D(c_1(1-\bar{w}) + c_2\bar{w})}{\delta} w \quad (4.46)$$

Ο δεύτερος όρος της Σχέσης (4.45), αναλυόμενος σε δυνάμεις της μεταβλητής \bar{w} , έχει τη μορφή:

$$\begin{aligned} \hat{n}_s^T \mathbf{S}(\nu_2) \mathbf{p}_s = & D \left[-D((s_1 - s_2)r + (c_1 - c_2)q)\bar{w}^2 \right. \\ & + (s_{1-2}h^2((s_1 - s_2)q - (c_1 - c_2)r) + D(qc_1 + rs_1) - hp(1 - c_{1-2})) \\ & + (s_1 - s_2)(rx_1 - p(hs_1 + z_\Omega)) - (c_1 - c_2)(-qx_1 + p(hc_1 + y_\Omega)) \left. \right) \bar{w} \\ & - \frac{s_{1-2}h}{D} (-r(hc_1 + y_\Omega) + q(hs_1 + z_\Omega)) - s_1(rx_1 - p(hs_1 + z_\Omega)) \\ & \left. + c_1(-qx_1 + p(hc_1 + y_\Omega)) \right] \quad (4.47) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{n}_s^T \mathbf{S}(\nu_2) \mathbf{p}_s = & D \left[-D((s_1 - s_2)r + (c_1 - c_2)q)\bar{w}^2 \right. \\ & + (s_{1-2}h^2((s_1 - s_2)q - (c_1 - c_2)r) + D(qc_1 + rs_1) - hp(1 - c_{1-2})) \\ & - (s_1 - s_2)(p(hs_1 + z_\Omega) - rx_1) - (c_1 - c_2)(p(hc_1 + y_\Omega) - qx_1) \left. \right) \bar{w} \\ & - \frac{s_{1-2}h}{D} (-r(hc_1 + y_\Omega) + q(hs_1 + z_\Omega)) + s_1(p(hs_1 + z_\Omega) - rx_1) + c_1(p(hc_1 + y_\Omega) - qx_1) \left. \right] \quad (4.48) \end{aligned}$$

όπου $x_1 = x_\Omega + D/2$.

Τέλος, η αντίστοιχη αναλυτική έκφραση για τον τρίτο όρο της Σχέσης (4.45) λαμβάνεται ως:

$$\hat{n}_s^T \dot{\mathbf{p}}_s = \frac{Dh}{\delta} \left[((1 - c_{1-2})\dot{q}_{1+2}) \bar{w}^2 + (-2\dot{q}_1 + c_{1-2}\dot{q}_{1+2}) \bar{w} + \dot{q}_1 \right] \quad (4.49)$$

όπου $\dot{q}_{1+2} = \dot{q}_1 + \dot{q}_2$.

Παρατηρώντας τις παραπάνω σχέσεις είναι εύκολο αντιληπτό ότι κάθε συστατικό μέρος του μέτρου ταχύτητας v_n εμπλέκει επιμέρους όρους του γενικευμένου διανύσματος ταχυτήτων του οχήματος ν με τις μεταβλητές θέσης/ ταχύτητας των ακτίνων των πτερυγίων. Πιο συγκεκριμένα, ο όρος $\hat{n}_s^T \nu_1$ εξαρτάται από τις γραμμικές ταχύτητες ν_1 και τη γωνιακή θέση των ακτίνων, ενώ όρος της Σχέσης (4.48) εμπλέκει τις περιστροφικές ταχύτητες με τη θέση \mathbf{p}_s κάθε στοιχειώδους επιφάνειας. Το τρίτο συστατικό μέρος της Σχέσης (4.45) αφορά αποκλειστικά στην ιδιοκίνηση των ακτίνων καθώς εμπεριέχει όρους που σχετίζονται με τη θέση και την ταχύτητα των ακτίνων (Σχέση 4.49).

Επομένως, η βασική παράμετρος καθορισμού της ταχύτητας κάθε στοιχειώδους επιφάνειας (και εν τέλει της παραγόμενης δύναμης), είναι το προφίλ κίνησης των ακτίνων. Με βάση λοιπόν τη συγκεκριμένη ανάλυση δίνεται η δυνατότητα διερεύνησης της παραγόμενης δύναμης των πτερυγίων μέσω διαφορετικών προφίλ για τις τροχιές των ακτίνων. Στο κεφάλαιο που ακολουθεί περιγράφεται το βασικό προφίλ κυμάτωσης των πτερυγίων που χρησιμοποιείται στο ρομποτικό πρωτότυπο, και τα χαρακτηριστικά των παραγόμενων δυνάμεων/ροπών που προκύπτουν από την εφαρμογή του, με βάση την παραπάνω μοντελοποίηση.

Κεφάλαιο 5

Κινηματικός Προσδιορισμός της Κυμάτωσης των Πτερυγίων

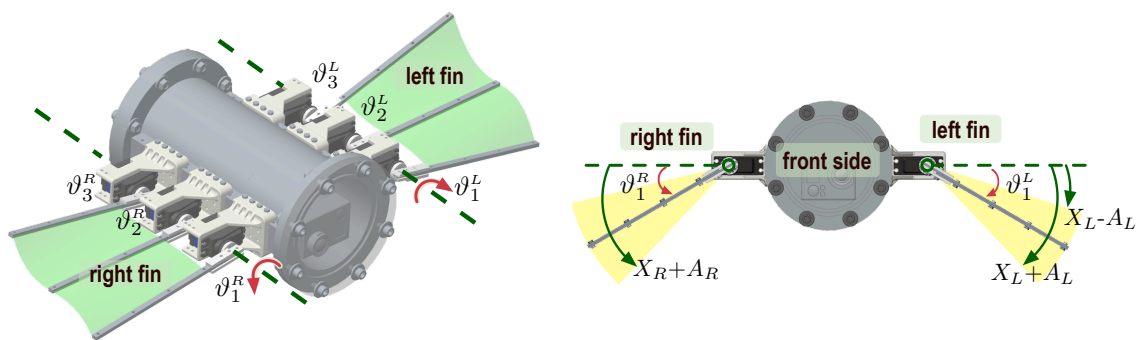
Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκε το γενικό μοντέλο υπολογισμού των δυνάμεων και ροπών που παράγονται από την κίνηση των δύο πλευρικών πτερυγίων του ρομποτικού πρωτότυπου SQUIDBOT-mini. Τονίζεται ότι οι σχέσεις υπολογισμού που προέκυψαν από την ανάλυση αυτή είναι γενικής μορφής, και εκφράζουν τις παραγόμενες δυνάμεις και ροπές συναρτήσει των γραμμικών/περιστροφικών ταχυτήτων του οχήματος στο σωματοπαγές σύστημα, καθώς και της θέσης και της ταχύτητας των ακτίνων των πτερυγίων, χωρίς να γίνεται κάποια παραδοχή για το ακριβές προφίλ κίνησης αυτών. Όπως έχει καταδείξει η προηγούμενη σχετική έρευνα [9, 11], η παραγωγή ικανών για την πρόωση του οχήματος δυνάμεων από τα πτερύγια μπορεί να επιτευχθεί μέσω της διάδοσης σε αυτά ενός οδεύοντος κύματος, το οποίο πρακτικά υλοποιείται με την κατάλληλα χρονισμένη αρμονική ταλάντωση των ακτίνων.

Στο πλαίσιο αυτό, το παρόν κεφάλαιο παρουσιάζει το βασικό κινηματικό προφίλ των ακτίνων για τη δημιουργία της κυμάτωσης του πτερυγίου, αναλύοντας ειδικότερα την αρχιτεκτονική και τα πλεονεκτήματα της δομής γεννήτριας κεντρικού πρότυπου ρυθμού (Central Pattern Generator, CPG) που υλοποιήθηκε για τον σκοπό αυτό. Παρατίθεται επίσης μια ανάλυση για τις στατικά παραγόμενες γενικευμένες δυνάμεις των πτερυγίων όταν αυτά κυματώνονται με την εφαρμογή του συγκεκριμένου προτύπου κίνησης των ακτίνων.

5.1 Απευθείας Παραγωγή του Οδεύοντος Κύματος

Δεδομένου ότι όλες οι ακτίνες του οχήματος SQUIDBOT-mini είναι ανεξάρτητα επενεργούμενες, είναι εφικτή η υλοποίηση διαφόρων μοτίβων κίνησής τους για τη δημιουργία κυματώσεων με σκοπό την παραγωγή ώσης. Η απλούστερη και συνηθέστερη στρατηγική έγκειται στην υλοποίηση ενός οδεύοντος κύματος για κάθε ένα από τα δύο πτερύγια.

Η κίνηση των δύο πτερυγίων μπορεί να περιγραφεί σύμφωνα με τις γωνιακές τροχιές των περιστροφικών αρθρώσεων q_i^R και q_i^L (όπου $i = 1..3$) των ακτίνων, όπως αυτές ορίστηκαν στο Κεφάλαιο 4. Δεδομένου του αντίθετου προσανατολισμού των ακτίνων του δεξιού και του αριστερού πτερυγίου, και προκειμένου για την υιοθέτηση μιας πιο εύληπτης περιγραφής της κίνησης των πτερυγίων, εισάγουμε στην ανάλυση τις ενδιάμεσες μεταβλητές ϑ_i^R και ϑ_i^L . Όπως εικονίζεται στο Σχήμα 5.1, αυτές ορίζονται ώστε η θετική φορά τους να αντιστοιχεί στην προς τα κάτω κίνηση των ακτίνων και για τα δύο πτερύγια.



Σχήμα 5.1: Ορισμός των μεταβλητών θέσης των ακτίνων των δύο πτερυγίων του ρομποτικού πρωτότυπου.

Με τη θεώρηση αυτή, η παραγωγή ενός οδεύοντος κύματος κατά μήκος του δεξιού πτερυγίου μπορεί να επιτευχθεί οριζοντας ως:

$$\vartheta_i^R(t) = A_R \sin(2\pi f_R t - (i-1)\phi_R) + X_R, \quad i = 1..3 \quad (5.1)$$

όπου f_R και A_R δηλώνουν αντίστοιχα τη συχνότητα και το πλάτος της αρμονικής ταλάντωσης των ακτίνων, ενώ X_R είναι η συνολική κλίση του πτερυγίου ως προς το οριζόντιο επίπεδο x_n - y_n του σωματοπαγούς (βλ. Σχήμα 5.1). Η παράμετρος ϕ_R εκφράζει τη διαφορά φάσης ανάμεσα στις ταλαντώσεις δύο διαδοχικών ακτίνων, η οποία καθορίζει τη φορά διάδοσης και το χωρικό μήκος κύματος της κυμάτωσης. Ειδικότερα, όταν $\phi_R > 0$, τότε το οδεύον κύμα διαδίδεται από την πρώτη προς την τρίτη ακτίνα, παράγοντας με αυτό το τρόπο εμπρόσθια ώση κατά το διαμήκη (surge) άξονα (βλ. Σχήμα 5.1). Αντιστρόφως, όταν $\phi_R < 0$ το κύμα διαδίδεται προς τη πρώτη ακτίνα, παράγοντας αυτή τη φορά οπίσθια ώση. Για τη περίπτωση που $\phi_R = 0$ το πτερύγιο ταλαντώνεται σαν μία ενιαία επιφάνεια, προσδίδοντας μηδενική συνεισφορά μέσης τιμής ώσης στην διαμήκη κατεύθυνση [10]. Συμβολίζοντας ως L_R το συνολικό μήκος, και $N_R = 3$ τον αριθμό των ακτίνων, το χωρικό μήκος κύματος της εκτελούμενης κυμάτωσης μπορεί να υπολογιστεί ως [11]:

$$\lambda_R = \frac{L_R}{N_R - 1} \frac{2\pi}{|\phi_R|} = \frac{\pi}{|\phi_R|}, \quad (5.2)$$

ενώ η ταχύτητα διάδοσης του οδεύοντος κύματος θα είναι:

$$V_R = \text{sgn}(-\phi_R) \lambda_R f_R. \quad (5.3)$$

Κατά αντίστοιχο τρόπο, δηλώνοντας ως f_L , A_L , X_L και ϕ_L τις παραμέτρους για τις ακτίνες του αριστερού πτερυγίου, η κυμάτωσή του υλοποιείται μέσω της ακόλουθης σχέσης:

$$\vartheta_i^L(t) = A_L \sin(2\pi f_L t - (i-1)\phi_L - \xi_0) + X_L, \quad i = 1..3 \quad (5.4)$$

όπου ο όρος ξ_0 δηλώνει τη διαφορά φάσης μεταξύ των κυματώσεων του δεξιού και του αριστερού πτερυγίου (θεωρώντας ότι $f_L = f_R$).

Βάσει του προσανατολισμού των ακτίνων του αριστερού και του δεξιού πτερυγίου, οι γωνίες των περιστροφικών αρθρώσεων του συστήματος q_i^R και q_i^L που χρησιμοποιούνται τελικά στον υπολογισμό των παραγόμενων δυνάμεων/ροπών, προκύπτουν ως:

$$q_i^R = \vartheta_i^R \quad \text{και} \quad q_i^L = \pi - \vartheta_i^L, \quad i = 1..3 \quad (5.5)$$

5.2 Παραγωγή του Οδούντος Κύματος Μέσω CPG

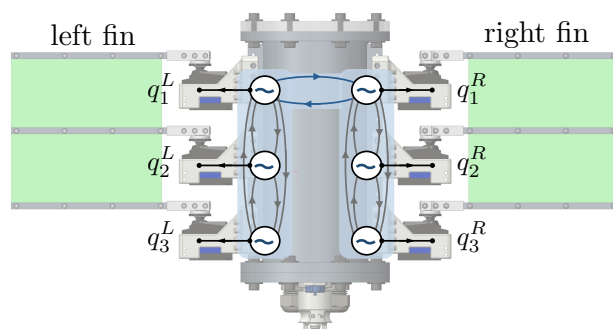
Η απευθείας εφαρμογή των Σχέσεων (5.1) και (5.4) αποτελεί έναν απλό και με μειωμένες υπολογιστικές απαιτήσεις τρόπο καθορισμού των τροχιών των ακτίνων των πτερυγίων. Μολαταύτα, ένα βασικό μειονέκτημα αυτής της προσέγγισης έγκειται στο ότι η μεταβολή μίας ή περισσότερων από τις κινηματικές παραμέτρους του κύματος μπορεί να οδηγήσει σε απότομες και ασυντόνιστες μεταβολές των τροχιών των ακτίνων. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα μη ομαλές μεταβάσεις μεταξύ διαφορετικών προτύπων κίνησης αλλά και ανεπιθύμητες καταπονήσεις των επενεργητών που οδηγούν τις ακτίνες.

Για να αποφευχθούν τα προβλήματα αυτά, η παραγωγή των προφίλ κίνησης των ακτίνων των πτερυγίων υλοποιήθηκε μέσω μιας γεννήτριας κεντρικού πρότυπου ρυθμού (Central Pattern Generator, CPG). Το σύστημα αυτό βασίζεται σε αντίστοιχα CPGs που απαντώνται σε διάφορους έμβιους οργανισμούς και παρουσιάζει ευσταθή οριακή κυκλική συμπεριφορά (stable limit cycle). Έτσι επιτυγχάνει το συντονισμό μεταξύ διαφορετικών βαθμών ελευθερίας, εξασφαλίζοντας ομαλές τροχιές κίνησης ακόμα και για απότομες αλλαγές των παραμέτρων ελέγχου.

Η δομή του CPG που έχει αναπτυχθεί για το SQUIDBOT-mini στηρίζεται στην εργασία [45] και απεικονίζεται στο Σχήμα 5.2. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται τρεις γειτονικά διασυνδεδεμένοι γραμμικοί ταλαντωτές για κάθε πτερόγιο, με το επιθυμητό γωνιακό προφίλ της i -στης ακτίνας (όπου $i = 1..3$) να προκύπτει από την έξοδο του αντίστοιχου ταλαντωτή ως ακολούθως:

$$\vartheta_i^L = a_i^L \sin(\xi_i^L) + \chi_i^L \quad \text{και} \quad \vartheta_i^R = a_i^R \sin(\xi_i^R) + \chi_i^R \quad (5.6)$$

Οι μεταβλητές κατάστασης a_i^L και χ_i^L , οι οποίες αντιπροσωπεύουν το πλάτος και την κλίση



Σχήμα 5.2: Σχηματική απεικόνιση της δομής του CPG που χρησιμοποιείται για την παραγωγή της κομμάτωσης των πτερυγίων.

των ταλαντώσεων των ακτίνων του αριστερού περυγίου, περιγράφονται από τις παρακάτω, κρίσιμα αποσβεννόμενες, δεύτερης τάξης δυναμικές εξισώσεις:

$$\begin{aligned}\ddot{a}_i^L &= k_a^2 (A_L - a_i^L) - 2k_a \dot{a}_i^L \\ \ddot{\chi}_i^L &= k_\chi^2 (X_L - \chi_i^L) - 2k_\chi \dot{\chi}_i^L\end{aligned}\quad (5.7)$$

Οι παράμετροι $k_a > 0$ και $k_\chi > 0$ καθορίζουν τον ρυθμό σύγκλισης των μεταβλητών a_i^L και χ_i^L στις αντίστοιχες επιθυμητές τιμές A_L και X_L (βλ. Σχέση 5.4). Ειδικότερα, ο χρόνος αποκατάστασης στο $\pm 2\%$ της τελικής τιμής ισούται με $5.83/k_a$ και $5.83/k_\chi$ αντίστοιχα.

Επιπλέον, οι μεταβλητές κατάστασης ξ_i^L και ξ_i^R που εμφανίζονται στη Σχέση (5.6) καθορίζουν τη διαφορά φάσης στις ταλαντώσεις των ακτίνων. Η χρονική εξέλιξη της φάσης των ταλαντωτών που αντιστοιχούν στις ακτίνες του αριστερού περυγίου περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\ddot{\xi}_i^L = 4c(2\pi f_L - \dot{\xi}_i^L) + c^2 \delta_i^L + c^2 \epsilon_i^{LR} \quad (5.8)$$

όπου f_L η επιθυμητή συχνότητα κυμάτωσης (βλ. Σχέση 5.4), ενώ ο όρος $c > 0$ καθορίζει την ταχύτητα σύγκλισης στη μόνιμη κατάσταση. Ο όρος δ_i^L εκφράζει τη διασύνδεση μεταξύ των ταλαντωτών του περυγίου, για την οποία έχει υιοθετηθεί ένα απλό σχήμα αμφίδρομης σύζευξης μεταξύ των τριών ταλαντωτών (βλ. Σχήμα 5.2) που καθορίζεται ως:

$$\delta_i^L = \sum_{j=1, j \neq i}^3 (\xi_i^L - \xi_j^L - (j - i)\phi_L) \quad (5.9)$$

όπου ϕ_L είναι η επιθυμητή διαφορά φάσης μεταξύ αλληλοδιαδοχικών ταλαντωτών σύμφωνα με τη Σχέση (5.4). Επιπρόσθετα, ο όρος ϵ_i^{LR} που εμφανίζεται στη Σχέση (5.8) εκφράζει τη σύζευξη μεταξύ των CPG του αριστερού και δεξιού περυγίου. Στη συγκεκριμένη υλοποίηση μόνο οι πρώτοι ταλαντωτές των δύο CPG έχουν άμεση σύζευξη (βλ. Σχήμα 5.2), μέσω καθορισμού του όρου ϵ_1^{LR} ως:

$$\epsilon_1^{LR} = \xi_1^R - \xi_1^L - \xi_0 \quad (5.10)$$

ενώ για τους υπόλοιπους ισχύει:

$$\epsilon_2^{LR} = \epsilon_3^{LR} = 0 \quad (5.11)$$

Ο όρος ξ_0 στη Σχέση (5.10) αντιστοιχεί στη διαφορά φάσης μεταξύ των κυματώσεων του αριστερού και του δεξιού περυγίου στη μόνιμη κατάσταση, σε αναλογία με τη Σχέση (5.4), με την προϋπόθεση όμως ότι $f_L = f_R \neq 0$.

Κατά αντίστοιχο τρόπο, οι δυναμικές εξισώσεις των μεταβλητών κατάστασης που αφορούν στους ταλαντωτές του CPG για το δεξιό περύγιο είναι:

$$\begin{aligned}\ddot{a}_i^R &= k_a^2 (A_R - a_i^R) - 2k_a \dot{a}_i^R \\ \ddot{\chi}_i^R &= k_\chi^2 (X_R - \chi_i^R) - 2k_\chi \dot{\chi}_i^R \\ \ddot{\xi}_i^R &= 4c(2\pi f_R - \dot{\xi}_i^R) + c^2 \delta_i^R + c^2 \epsilon_i^{RL}\end{aligned}\quad (5.12)$$

με τους όρους σύζευξης για τη φάση, που εμφανίζονται στη Σχέση (5.12), να ορίζονται ως:

$$\begin{aligned}\delta_i^R &= \sum_{j=1, j \neq i}^3 (\xi_i^R - \xi_j^R - (j - i)\phi_R) \\ \epsilon_i^{RL} &= -\epsilon_i^{LR}\end{aligned}\quad (5.13)$$

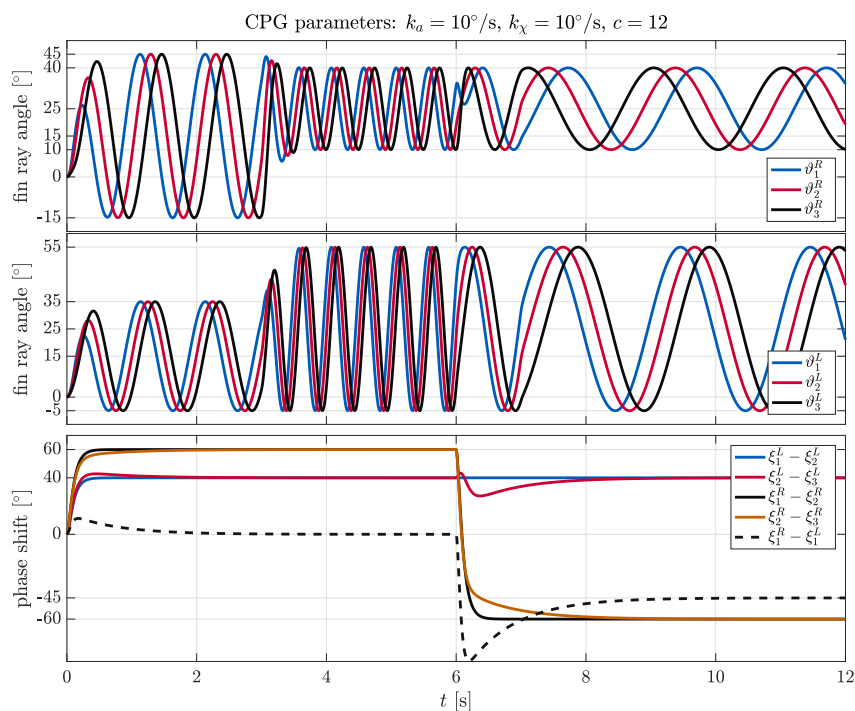
Όπως αναφέρθηκε και στη προηγούμενη ενότητα, οι τελικές σχέσεις υπολογισμού των γωνιών για τις περιστροφικές αρθρώσεις του συστήματος δίνονται από τη Σχέση (5.5), ενώ οι γωνιακές ταχύτητες αυτών μπορούν υπολογιστούν με παραγωγή των αντίστοιχων εκφράσεων, ως:

$$\begin{aligned}\dot{q}_i^R &= \dot{\vartheta}_i^R = \dot{a}_i^R \sin(\xi_i^R) + a_i^R \cos(\xi_i^R) \dot{\xi}_i^R + \dot{\chi}_i^R \\ \dot{q}_i^L &= -\dot{\vartheta}_i^L = -\dot{a}_i^L \sin(\xi_i^L) - a_i^L \cos(\xi_i^L) \dot{\xi}_i^L - \dot{\chi}_i^L\end{aligned}\quad (5.14)$$

Οι παραπάνω εκφράσεις αξιοποιούνται στον αναλυτικό καθορισμό των \dot{q}_i που απαιτούνται, μαζί με τις θέσεις q_i , για τον υπολογισμό των παραγόμενων δυνάμεων/ροπών των περυγίων μέσω του μοντέλου που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4 (βλ. και Ενότητα 5.3 παρακάτω).

Συνολικά, όπως παρατηρείται από την θεωρητική ανάλυση που προηγήθηκε, οι μαθηματικές εκφράσεις που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των επιθυμητών τροχιών ϑ_i^L και ϑ_i^R (αντίστοιχα και για τα q_i^L και q_i^R), εξαρτώνται αποκλειστικά από τις αριθμητικές τιμές των a_i , χ_i και ξ_i . Εφόσον οι συγκεκριμένες τιμές συγκλίνουν ασυμπτωτικά στις τελικές τους τιμές (ανεξάρτητα από τις αρχικές τους συνθήκες), οι έξοδοι ϑ_i των ταλαντωτών που απαρτίζουν το CPG, μεταβάλλονται ομαλά σε κάθε μεταβολή των επιθυμητών κινηματικών παραμέτρων. Ο καθορισμός των τιμών των συντελεστών σύγκλισης k_a , k_χ και c θα πρέπει να εξασφαλίζει την όσο το δυνατό ταχύτερη απόκριση, με γνώμονα πάντα την ομαλότητα κίνησης για την αποφυγή καταπόνησης των επενεργητών.

Για την ανάδειξη των παραπάνω χαρακτηριστικών, στο Σχήμα 5.3 απεικονίζονται γραφικά τα αποτελέσματα μιας ενδεικτικής προσομοίωσης δυναμικού καθορισμού του προφίλ κίνησης των περυγίων μέσω της δομής του CPG. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, οι αρχικές επιθυμητές τιμές των κινηματικών παραμέτρων των δύο περυγίων ορίστηκαν ως $f_L = f_R = 1$ Hz, $A_L = 20^\circ$, $A_R = 30^\circ$, $\phi_L = 45^\circ$, $\phi_R = 60^\circ$ και $X_L = X_R = 15^\circ$, με σχετική φάση κυμάτωσης $\xi_0 = 0^\circ$. Τα δύο πρώτα γραφήματα του Σχήματος 5.3α παρουσιάζουν τις γωνιακές τροχιές των ακτίνων του δεξιού και του αριστερού περυγίου, ενώ το τελευταίο γράφημα απεικονίζει τη χρονική εξέλιξη της σχετικής φάσης ανάμεσα στις ακτίνες του κάθε περυγίου (συνεχείς γραμμές) αλλά και τη σχετική φάση μεταξύ των δύο CPG (διακεκομμένη γραμμή). Όπως φαίνεται, με παραμέτρους του CPG $k_a = k_\chi = 10^\circ/s$ και $c = 12$, οι τροχιές των ακτίνων συγκλίνουν ομαλά στο επιθυμητό προφίλ εντός 2 s. Ακολούθως, στη χρονική στιγμή $t = 3$ s, οι επιθυμητές τιμές των παραμέτρων κυμάτωσης αλλάζουν βηματικά σε $A_L = 30^\circ$, $A_R = 15^\circ$, $f_L = f_R = 2$ Hz και $X_L = X_R = 25^\circ$, και παρατηρείται ότι η μετάβαση στις νέες επιθυμητές κυματομορφές είναι επίσης ομαλή και με γρήγορη απόκριση. Αυτό ισχύει και για την επόμενη αλλαγή των κινηματικών παραμέτρων, τη χρονική στιγμή $t = 6.5$ s, όπου η επιθυμητή συχνότητα κυμάτωσης επανέρχεται στο 1 Hz, με παράλληλη αντιστροφή της κατεύθυνσης διάδοσης του κύματος στο δεξιό περυγίο ($\phi_R = -60^\circ$) και εισαγωγή σχετικής φάσης κυμάτωσης $\xi_0 = -45^\circ$.



Σχήμα 5.3: Το παραγόμενο από τη δομή CPG προφίλ κίνησης των ακτίνων, για μία ενδεικτική περίπτωση δυναμικού καθορισμού των κινηματικών παραμέτρων κυμάτωσης των δύο πτερυγίων.

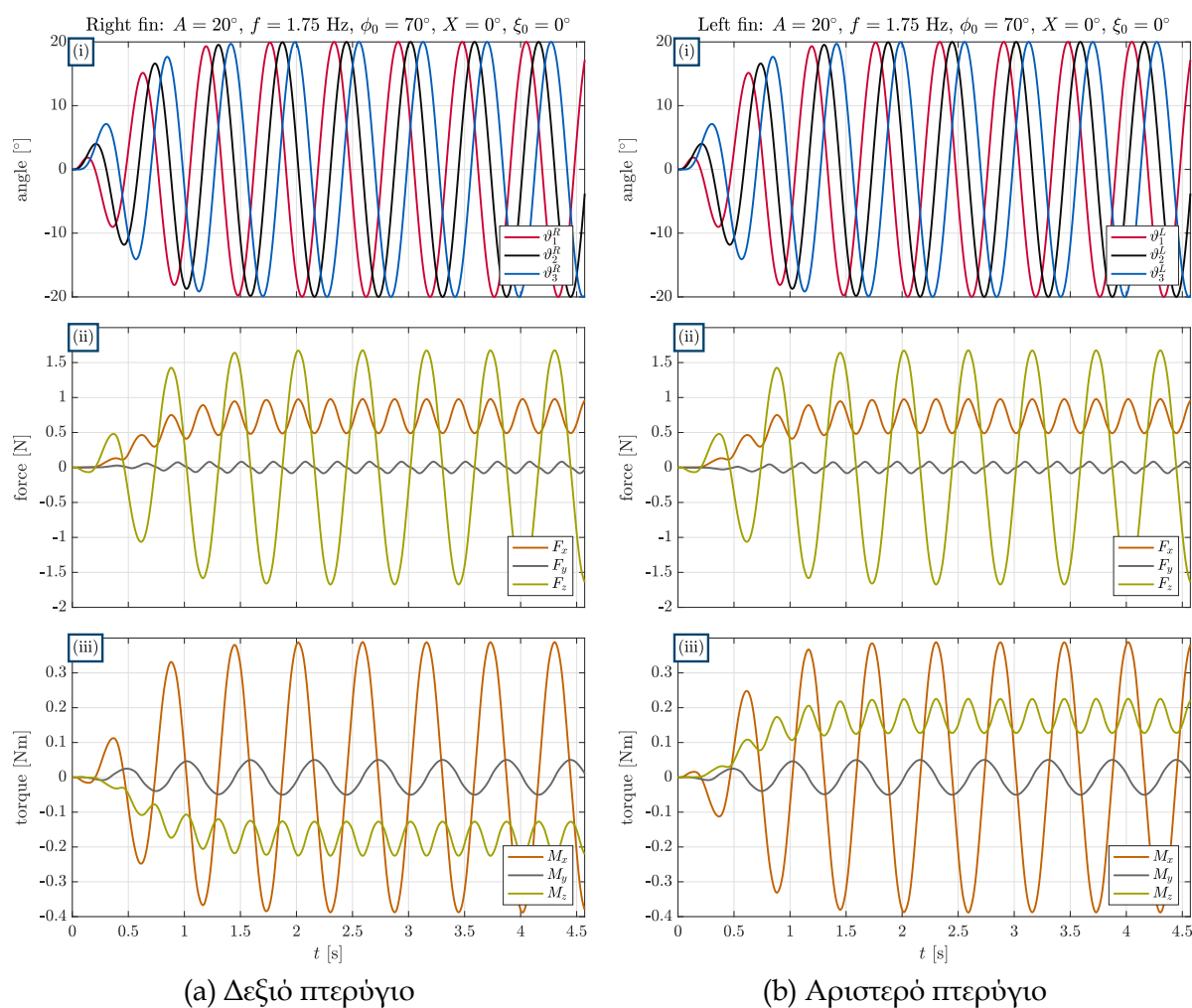
5.3 Στατικά Παραγόμενες Δυνάμεις Κυμάτωσης των Πτερυγίων

Για την ανάλυση των βασικών χαρακτηριστικών που εμφανίζουν οι γενικευμένες δυνάμεις των πτερυγίων όταν εκτελείται το παραπάνω προφίλ κίνησης των ακτίνων, πραγματοποιήθηκαν διάφορες προσομοιώσεις επιλύοντας τις εξισώσεις που περιγράφουν την παραγωγή δύναμης των πτερυγίων (βλ. Κεφάλαιο 4), θεωρώντας το όχημα στατικό (καθορίζοντας δηλαδή ως μηδενικές όλες τις γραμμικές και περιστροφικές συνιστώσες της ταχύτητάς του, $\nu_1 = \nu_2 = \mathbf{0}_{3 \times 1}$). Οι προσομοιώσεις αυτές (αλλά και οι υπόλοιπες που ακολουθούν στα επόμενα κεφάλαια), στηρίζονται στον παράλληλο προσδιορισμό τόσο των δυνάμεων εξαιτίας του απαρμόρφωτου σώματος (rigid body), όσο και των αντίστοιχων που παράγονται εξαιτίας του μηχανισμού κίνησης των πτερυγίων, επιλύοντας αριθμητικά τις σχετικές διαφορικές εξισώσεις με τη μέθοδο Runge-Kutta μέσω της συνάρτησης ode45 του λογισμικού Matlab.

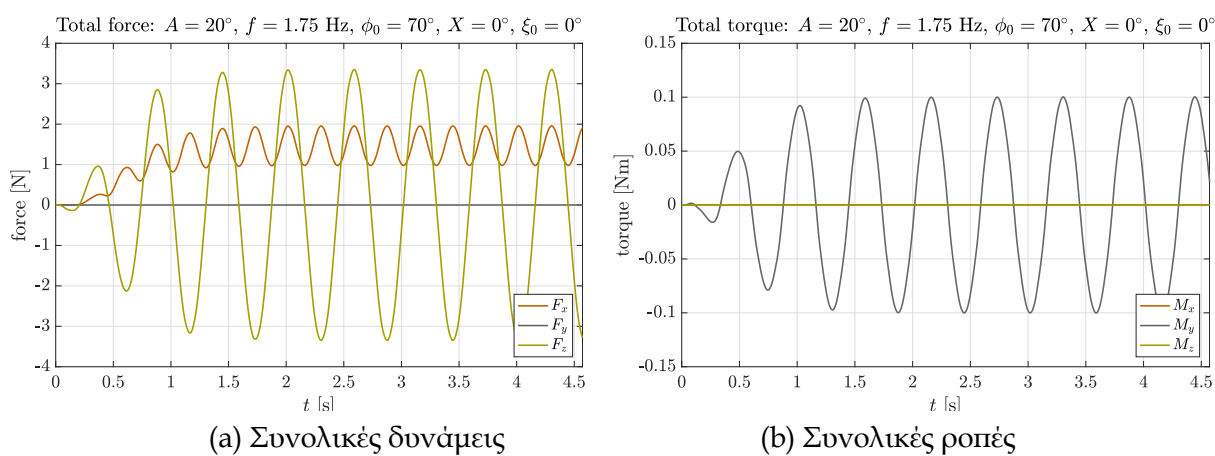
5.3.1 Συμφασικές κυματώσεις με μηδενική κλίση πτερυγίων

Ως αρχική περίπτωση, παρατίθενται τα αποτελέσματα από μια ενδεικτική προσομοίωση, στην οποία οι κινηματικοί παράμετροι της κυμάτωσης καθορίστηκαν ίδιοι και για τα δύο πτερύγια, συγκεκριμένα ως $A_L = A_R = A = 20^\circ$, $f_L = f_R = f = 1.75 \text{ Hz}$, $\phi_L = \phi_R = \phi_0 = 70^\circ$, με μηδενική κλίση ($X_L = X_R = X = 0^\circ$) και χωρίς διαφορά φάσης μεταξύ αριστερού και δεξιού πτερυγίου ($\xi_0 = 0^\circ$). Οι παράμετροι του CPG τέθηκαν ίσοι με $k_a = 4.4^\circ/\text{s}$, $k_\chi = 17.5^\circ/\text{s}$ και $c = 14$. Στο Σχήμα 5.4 παρουσιάζεται το προφίλ κίνησης των ακτίνων, μαζί με τις συνιστώσες (ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο) της δύναμης και της ροπής για το δεξιό (Σχήμα 5.4a) και το αριστερό (Σχήμα 5.4b) πτερύγιο. Οι συνολικές γενικευμένες δυνάμεις, όπως προκύπτουν από την άθροιση των συνεισφορών των δύο πτερυγίων, παρατίθενται στο Σχήμα 5.5.

Ένα βασικό χαρακτηριστικό που αναδεικνύεται από τα αποτελέσματα αυτά είναι η περιο-



Σχήμα 5.4: Ενδεικτικά αποτελέσματα των στατικά παραγόμενων δυνάμεων και ρολών που προκύπτουν με το εφαρμοζόμενο προφίλ της αρχιτεκτονικής CPG, ξεχωριστά για (α) το δεξιό, και (β) το αριστερό πτερόνιο του οχήματος SQUIDBOT-mini. Στην προκειμένη περίπτωση, τα δύο πτερόνια εκτελούν πανομοιότυπες συμφασικές κυματώσεις με μηδενική κλίση.



Σχήμα 5.5: Οι συνολικές δυνάμεις και ροπές που παράγονται από το ζεύγος των δύο πτερυγίων, ως αποτέλεσμα άθροισης των συνεισφορών που εμφανίζονται στο Σχήμα 5.4.

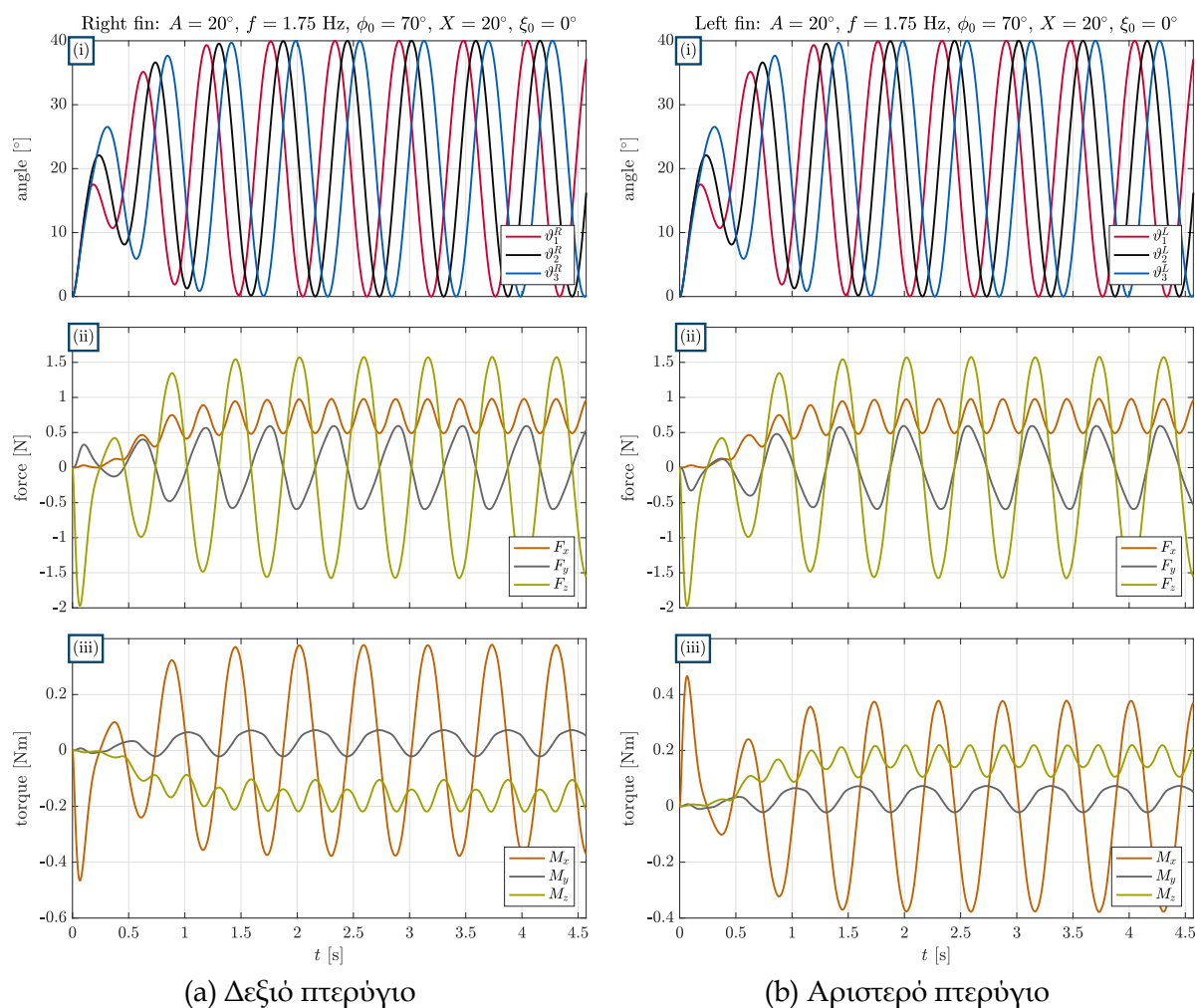
δικότητα που εμφανίζουν οι παραγόμενες δυνάμεις/ροπές, η οποία σχετίζεται άμεσα με το κυματοειδές προφίλ κίνησης των ακτίνων των πτερυγίων. Εξετάζοντας, ειδικότερα, τις παραγόμενες από το δεξιό πτερύγιο δυνάμεις (Σχήμα 5.4a-ii) διαπιστώνεται ότι η αξονική συνιστώσα F_x εμφανίζει μια περιοδική διακύμανση συχνότητας διπλάσιας από την αντίστοιχη της ταλάτωσης των ακτίνων. Η μέση τιμή της F_x στη μόνιμη κατάσταση είναι μη-μηδενική και με θετικό πρόσημο, υποδηλώνοντας την παραγωγή μιας “ωφέλιμης” ώσης κατά τον διαμήκη άξονα του οχήματος, με φορά αντίθετη αυτής της μετάδοσης του κοματισμού. Η εγκάρσια δύναμη F_y έχει επίσης συχνότητα διακύμανσης ίση με $2f$, με μηδενική όμως μέση τιμή. Τέλος, η δύναμη F_z που παράγει το πτερύγιο στην κατακόρυφη διεύθυνση παρουσιάζει το μεγαλύτερο, σε σχέση με τις άλλες δύο συνιστώσες, πλάτος διακύμανσης με συχνότητα ίση με αυτή της κομάτωσης και μηδενική μέση τιμή. Σε αντιπαράβολη, οι δυνάμεις του αριστερού πτερυγίου (Σχήμα 5.4b-ii) εμφανίζουν πανομοιότυπα χαρακτηριστικά με μόνη διαφοροποίηση την αντιστροφή προσήμου της F_y συνιστώσας. Ως αποτέλεσμα της άθροισης των συνεισφορών από τα δύο πτερύγια, η συνολική δύναμη στην εγκάρσια κατεύθυνση είναι μηδενική, ενώ οι F_x και F_z διπλασιάζονται (Σχήμα 5.5a).

Αναφορικά με τις ροπές που δημιουργούν οι παραγόμενες δυνάμεις του δεξιού πτερυγίου (Σχήμα 5.4a-iii), παρατηρείται ότι οι M_x και M_y συνιστώσες εμφανίζουν περιοδικότητα με συχνότητα f και μηδενική μέση τιμή, ενώ η ροπή γύρω από τον κατακόρυφο άξονα έχει (αρνητική) μη-μηδενική μέση τιμή, με διπλάσια συχνότητα διακύμανσης. Όπως αναμένεται, οι ροπές που παράγει το αριστερό πτερύγιο διαφοροποιούνται μόνο ως προς το πρόσημο των M_x και M_z , με αποτέλεσμα η μόνη μη-μηδενική συνιστώσα της συνολικής ροπής του ζεύγους των δύο πτερυγίων να είναι η M_y , με μηδενική μέση τιμή και συχνότητα f .

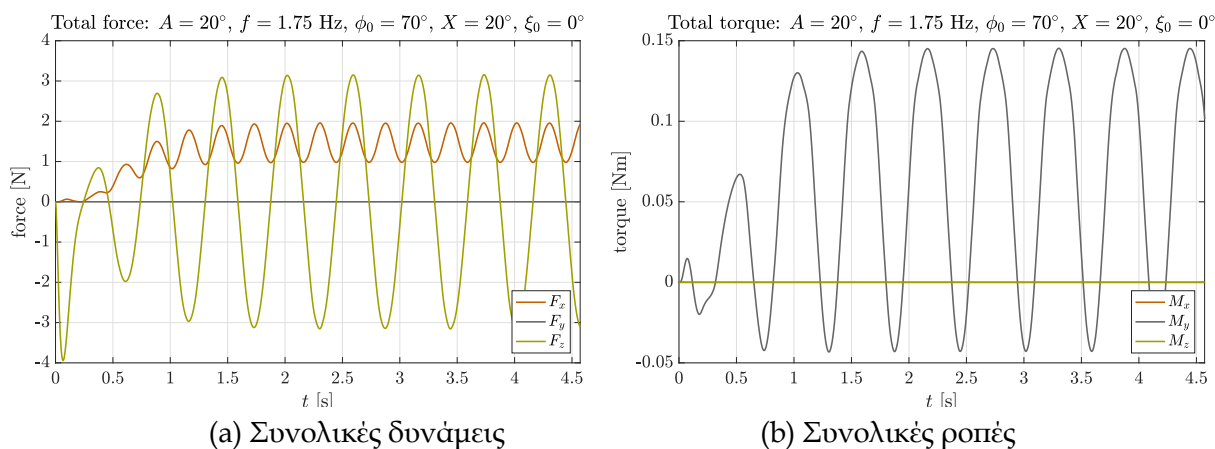
5.3.2 Συμφασικές κυματώσεις με μη-μηδενική κλίση πτερυγίων

Ακολουθώς, παρουσιάζονται αποτελέσματα για την περίπτωση που τα δύο πτερύγια εκτελούν συμφασικές πανομοιότυπες κυματώσεις με μη-μηδενική κλίση. Χρησιμοποιήθηκαν οι ίδιοι παράμετροι με αυτές της προηγούμενης ενότητας, με μόνη διαφοροποίηση τον καθορισμό της κλίσης των πτερυγίων ως $X_L = X_R = X = 20^\circ$.

Από τα γραφήματα του Σχήματος 5.6 προκύπτει ότι η μεταβολή της κλίσης επηρεάζει το σχετικό πλάτος της διακύμανσης που εμφανίζουν οι συνιστώσες δύναμης F_y και F_z των δύο πτερυγίων, ενώ οι ροπές M_y έχουν πλέον μη-μηδενική μέση τιμή με το ίδιο πρόσημο. Απόρροια αυτού είναι ότι η βασική διαφοροποίηση των συνολικών δυνάμεων/ροπών (Σχήμα 5.7), σε σχέση με την περίπτωση της μηδενικής κλίσης των πτερυγίων (Σχήμα 5.5) έγκειται στη μη-μηδενική μέση τιμή που παρουσιάζει η παραγόμενη ροπή γύρω από τον εγκάρσιο άξονα. Σημειώνεται εδώ ότι το χαρακτηριστικό αυτό μπορεί να αξιοποιηθεί για την πρόωση του οχήματος με ανοδική/καθοδική κλίση, όπως περιγράφεται στην Ενότητα 6.6 του επόμενου κεφαλαίου.



Σχήμα 5.6: Ενδεικτικά αποτελέσματα των στατικά παραγόμενων δυνάμεων και ροπών που προκύπτουν με το εφαρμοζόμενο προφίλ της αρχιτεκτονικής CPG, ξεχωριστά για (α) το δεξιό, και (β) το αριστερό πτερόγιο του οχήματος SQUIDBOT-mini. Στην προκειμένη περίπτωση, τα δύο πτερόγια εκτελούν πανομοιότυπες συμφασικές κομμάτωσης με μη-μηδενική κλίση $X = 20^\circ$.



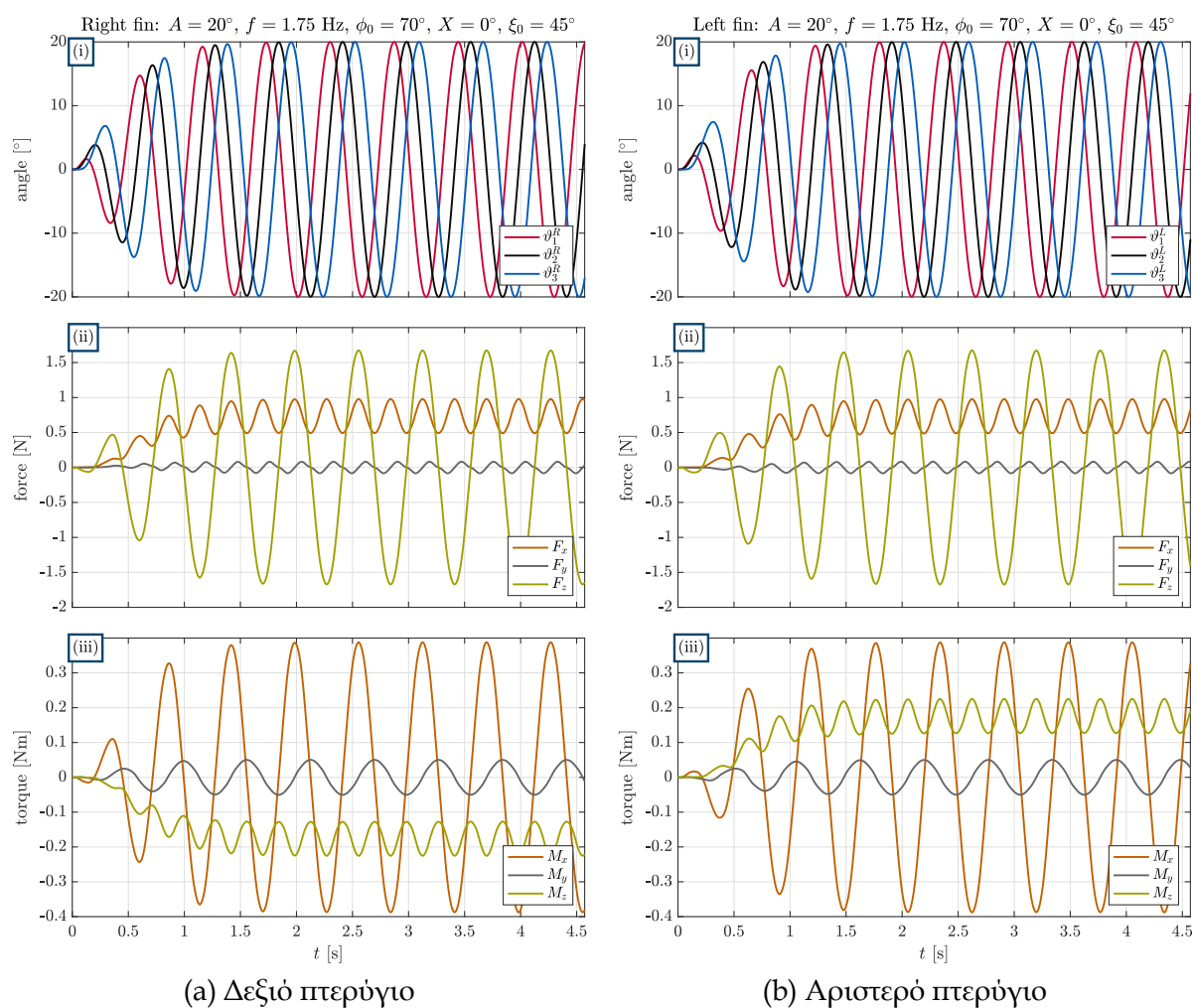
Σχήμα 5.7: Οι συνολικές δυνάμεις και ροπές που παράγονται από το ζεύγος των δύο πτερυγίων, ως αποτέλεσμα άθροισης των συνεισφορών που εμφανίζονται στο Σχήμα 5.6.

5.3.3 Μη-συμφασικές κυματώσεις με μηδενική κλίση πτερυγίων

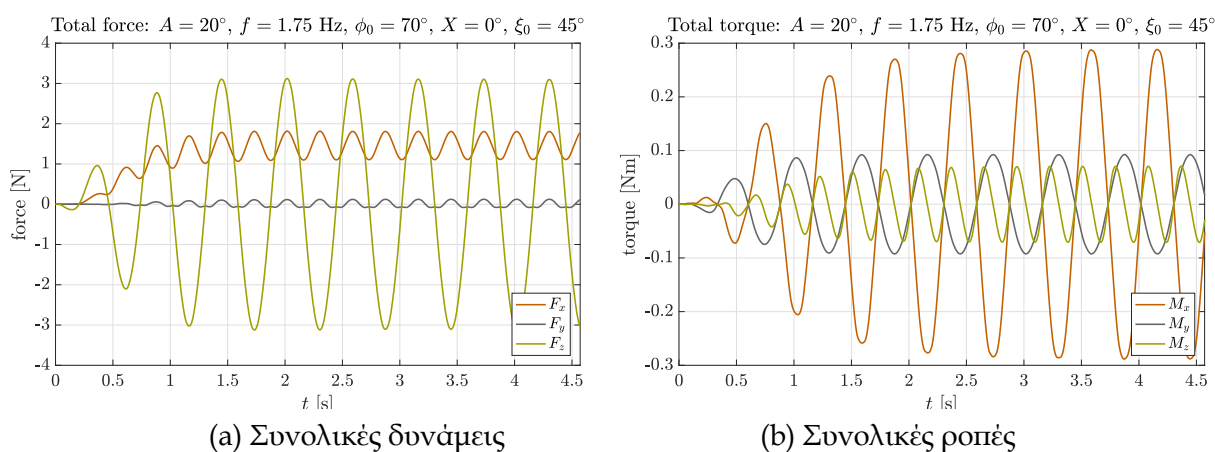
Τέλος, παρουσιάζονται αποτελέσματα για την περίπτωση που τα δύο πτερύγια εκτελούν την ίδια κυμάτωση με μία μη-μηδενική σχετική φάση, και χωρίς κλίση. Χρησιμοποιήθηκαν οι ίδιοι βασικοί κινηματικοί παράμετροι με τις προηγούμενες ενότητες, θέτοντας $X_L = X_R = 0^\circ$ και $\xi_0 = 45^\circ$. Από τα σχετικά αποτελέσματα του Σχήματος 5.8) παρατηρείται ότι οι επιμέρους δυνάμεις των πτερυγίων μοιάζουν εν πολλοίς με την περίπτωση που $\xi_0 = 0^\circ$ (Ενότητα 5.3.1). Οι συνολικές όμως δυνάμεις/ροπές (Σχήμα 5.9), παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές εξαιτίας της χρονικής μετατόπισης (λόγω της σχετικής φάσης κυμάτωσης) που εμφανίζουν οι αντίστοιχα παραγόμενες καμπύλες του δεξιού σε σχέση με το αριστερό πτερύγιο. Πιο συγκεκριμένα, οι συνολικές F_x και F_z συνιστώσες δύναμης παραμένουν ίδιες σαν μέση τιμή (μη-μηδενική και μηδενική αντίστοιχα), με μειωμένο όμως το πλάτος διακύμανσης. Ωστόσο, η χρονική τους μετατόπιση, αφενός περιορίζει το πλάτος διακύμανσης της ροπής M_y , αφετέρου προκαλεί τη δημιουργία ροπών M_x και M_z . Και οι τρεις συνιστώσες ροπής παρουσιάζουν μηδενική μέση τιμή σε αυτή τη περίπτωση. Επιπρόσθετα, δεν υφίσταται πλέον αλληλοαναιρέση των επιμέρους εγκάρσιων συνιστωσών δύναμης των δύο πτερυγίων, οπότε η συνολική F_y παύει να είναι μηδενική, χωρίς ωστόσο να παρουσιάζει μη-μηδενική μέση τιμή.

Σύμφωνα με αυτές τις επισημάνσεις, η παράμετρος ξ_0 μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε αρχικό στάδιο σαν ένα μέσο κλιμάκωσης/αποκλιμάκωσης στο πλάτος διακύμανσης που σημειώνουν οι δυνάμεις των πτερυγίων. Παρόλα αυτά στα πλαίσια της διερεύνησης διάφορων προτύπων κίνησης του οχήματος (βλ. επόμενο κεφάλαιο), η συγκεκριμένη παράμετρος θεωρείται σταθερά μηδενική, χωρίς να εξετάζεται περαιτέρω η επίδραση της.

Κλείνοντας το παρόν κεφάλαιο, είναι ιδιαίτερα σημαντικό να τονιστεί ότι τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την προηγούμενη ανάλυση αφορούν στην περίπτωση που το όχημα είναι στατικό, αναδεικνύοντας τα θεμελιώδη χαρακτηριστικά των παραγόμενων από τα πτερύγια δυνάμεων/ροπών που προκύπτουν αποκλειστικά από την ιδιο-κίνηση των ακτίνων. Τα χαρακτηριστικά αυτά αναμένεται να διαφοροποιηθούν, σε μικρότερο ή μεγαλύτερο βαθμό, όταν το όχημα κινείται στο χώρο, καθώς στον υπολογισμό των δυνάμεων/ροπών των στοιχειωδών επιφανειών που απαρτίζουν το πτερύγιο υπεισέρχονται πλέον και οι γραμμικές και περιστροφικές ταχύτητες του σώματος. Το γεγονός αυτό αναδεικνύεται στην ανάλυση των στρατηγικών κίνησης του οχήματος, οι οποίες παρουσιάζονται στο κεφάλαιο που έπεται.



Σχήμα 5.8: Ενδεικτικά αποτελέσματα των στατικά παραγόμενων δυνάμεων και ροπών που προκύπτουν με το εφαρμοζόμενο προφίλ της αρχιτεκτονικής CPG, ξεχωριστά για (α) το δεξιό, και (β) το αριστερό πτερύγιο του οχήματος SQUIDBOT-mini. Στην προκειμένη περίπτωση, τα δύο πτερύγια εκτελούν την ίδια κυμάτωση με σχετική φάση $\xi_0 = 45^\circ$.



Σχήμα 5.9: Οι συνολικές δυνάμεις και ροπές που παράγονται από το ζεύγος των δύο πτερυγίων, ως αποτέλεσμα άθροισης των συνεισφορών που εμφανίζονται στο Σχήμα 5.8.

Κεφάλαιο 6

Μελέτη Στρατηγικών Κίνησης μέσω του Μοντέλου

Έχοντας προσδιορίσει το δυναμικό μοντέλο του ρομποτικού πρωτοτύπου SQUIDBOT-mini και ενσωματώνοντας σε αυτό τις γενικευμένες δυνάμεις που παράγονται από τα πτερύγια, επόμενο βήμα είναι η ανάπτυξη μιας σειράς από στρατηγικές για τον έλεγχο κίνησης του οχήματος. Στο πλαίσιο αυτό, το παρών κεφάλαιο εστιάζει σε στρατηγικές ελέγχου ανοιχτού βρόχου με σκοπό την ανάδειξη και διερεύνηση των βασικών πρότυπων κίνησης του οχήματος. Ειδικότερα μελετούνται η ευθύγραμμη πρόωση και η στροφική κίνηση του οχήματος στο επίπεδο, η επιτόπια περιστροφή, η ευθύγραμμη πρόωση με ανοδική ή καθοδική πορεία για τη ρύθμιση του βάθους, καθώς επίσης και η πλευρική κίνηση. Όλες οι παραπάνω λειτουργίες επιτυγχάνονται μέσω διαφορετικών συνδυασμών για τις κινηματικές παραμέτρους του βασικού πρωτύπου κυμάτωσης των πτερυγίων που παράγεται από τη δομή CPG, όπως αυτό παρουσιάστηκε στην Ενότητα 5.

Στις ενότητες που ακολουθούν παρουσιάζονται αρχικά οι βασικές αρχές κατάστρωσης των στρατηγικών για κίνηση του οχήματος στο οριζόντιο επίπεδο, οι οποίες προκύπτουν από την προσέγγισή του ως ένα απλό όχημα διαφορικής κίνησης. Ακολούθως, περιγράφεται η σύνθεση του συνολικού υπολογιστικού μοντέλου στο λογισμικό Matlab, το οποίο αποτέλεσε το κύριο περιβάλλον προσομοίωσης του συστήματος για τη διερεύνηση των προτασσομένων στρατηγικών ελέγχου ανοιχτού βρόχου. Η διερεύνησή τους γίνεται μέσω ανάλυσης των παραγόμενων προωστικών δυνάμεων και ροπών των πτερυγίων, και της επίδρασής τους στις γραμμικές και περιστροφικές ταχύτητες του οχήματος, σε συνδυασμό με παραμετρικές μελέτες για την συσχέτιση των παραμέτρων κυμάτωσης με διάφορα χαρακτηριστικά της απόκρισης του συστήματος.

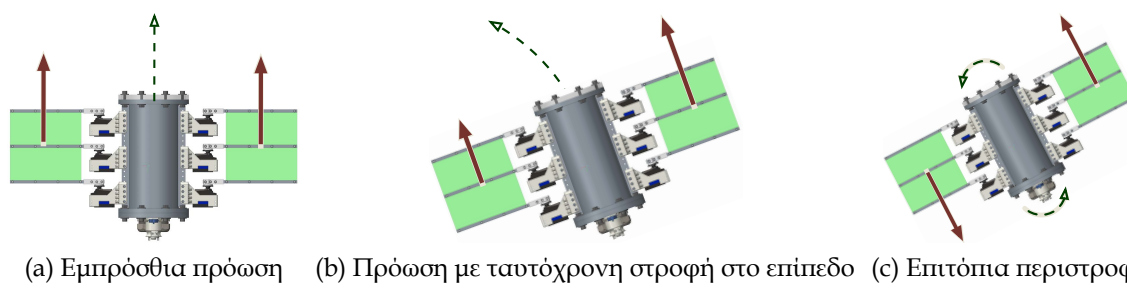
6.1 Βασικές Αρχές Κίνησης

Όπως περιγράφεται σε προηγούμενες ενότητες, η κίνηση του SQUIDBOT-mini επιτυγχάνεται μέσω συντονισμένης κίνησης των ακτίνων των πτερυγίων του. Οι προωστικές δυνάμεις που παράγονται εξαρτώνται κατά βάση από τις κινηματικές παραμέτρους της εκτελούμενης κυμάτωσης των πτερυγίων, οι οποίες περιλαμβάνουν ένα σετ επιθυμητού πλάτους, συχνότητας, διαφοράς φάσης και κλίσης ταλάντωσης για το δεξί $\{A_R, f_R, \phi_R, X_R\}$, και για το αριστερό πτερύγιο $\{A_L, f_L, \phi_L, X_L\}$, όπως και από την διαφορά φάσης ξ_0 μεταξύ των δύο πτερυγίων. Το προφίλ κίνησης των ακτίνων, όπως αυτό προσδιορίζεται από τις παραπάνω παραμέτρους, πα-

ράγεται από τη δομή των διασυνδεδεμένων δικτύων CPG, μέσω της οποίας εξασφαλίζονται οι ομαλές μεταβάσεις μεταξύ διαφορετικών μοτίβων κυμάτωσης.

Η πορεία που θα διαγράψει το όχημα είναι στενά συνδεδεμένη τόσο με τη παραγωγή δύναμης μέσω του βιομιμητικού μηχανισμού πρόωσης, όσο και με τις αντιτιθέμενες δυνάμεις που δρουν στο κύτος καθώς αυτό κινείται στο χώρο. Δεδομένου ότι το όχημα εμφανίζει ουδέτερη πλευστότητα, και αξιοποιώντας τη συμμετρία που εμφανίζουν τα πτερύγια του, είναι σχετικά απλό να καθοριστούν κάποια βασικά πρότυπα κίνησης στο επίπεδο x_n-y_n , έχοντας ως αφητηρία τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την ανάλυση των στατικά παραγόμενων δυνάμεων των πτερυγίων (Ενότητα 5.3). Έτσι, για να επιτευχθεί πρόωση κατά μήκος του διαμήκους άξονα του οχήματος (βλ. Σχήμα 6.1a), θα πρέπει τα πτερύγια να κυματώνονται πανομοιότυπα με όμοιους κινηματικούς παραμέτρους για το πλάτος A , τη συχνότητα f και τη διαφορά φάσης ϕ_0 των ταλαντώσεων. Το πρόσημο της μεταβλητής ϕ_0 καθορίζει τη φορά που θα κινηθεί το όχημα (προς τα εμπρός ή προς τα πίσω) διαμέσου της κατεύθυνσης του μεταδιδόμενου κύματος που δημιουργείται, ενώ σε γενικές γραμμές η συχνότητα και το πλάτος ρυθμίζουν το μέτρο των παραγόμενων προωστικών δυνάμεων (F_x συνιστώσα) και εν τέλει της ταχύτητας που σημειώνει το όχημα κατά το διαμήκη άξονα. Κατά αντίστοιχο τρόπο, διαφοροποιώντας τις προωστικές δυνάμεις που παράγουν τα επιμέρους πτερύγια είναι εφικτή η στροφή (yaw) του οχήματος μέσω της παραγόμενης ροπής που δημιουργείται από το μηχανισμό κίνησης (Σχήμα 6.1b). Μία ακόμα σημαντική λειτουργία που πρέπει να μπορεί να υλοποιεί το όχημα είναι αυτή της επιτόπιας στροφής (Σχήμα 6.1c). Αξιοποιώντας και σε αυτή τη περίπτωση το διανυσματικό έλεγχο της παραγόμενης ώσης των επιμέρους πτερυγίων, είναι εφικτή η εφαρμογή του συγκεκριμένου πρότυπου κίνησης. Πιο συγκεκριμένα, η παραγωγή ώσης ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς από τα επιμέρους πτερύγια θα έχει σαν αποτέλεσμα την επιτόπια περιστροφή του οχήματος, ο ρυθμός της οποίας εξαρτάται από το μέτρο της αξονικής συνιστώσας των δυνάμεων των πτερυγίων. Όπως προαναφέρθηκε, για να παράγουν αντίρροπα διανύσματα δύναμης τα δύο πτερύγια, θα πρέπει να εκτελούν ταλαντώσεις με διαφορετικό πρόσημο της, σχετιζόμενης με τη φορά κύματος, παραμέτρου ϕ_0 . Σημειώνεται ότι, απαραίτητη προϋπόθεση για την υλοποίηση των προαναφερθέντων συμπεριφορών κίνησης στο επίπεδο x_n-y_n , είναι η κλίση X γύρω από την οποία θα ταλαντώνονται τα πτερύγια να είναι μηδενική.

Πέραν της κίνησης στο οριζόντιο επίπεδο, είναι σημαντικό να μπορεί να μεταβληθεί το βάθος πλεύσης του οχήματος. Η μετακίνηση στο επίπεδο x_n-z_n είναι εφικτή αξιοποιώντας της λειτουργίας πρόωσης με παράλληλη μεταβολή της γωνίας πρόνευσης. Το βασικό εργαλείο για



(a) Εμπρόσθια πρόωση (b) Πρόωση με ταυτόχρονη στροφή στο επίπεδο (c) Επιτόπια περιστροφή

Σχήμα 6.1: Βασικές αρχές κίνησης του οχήματος SQUIDBOT-mini στο επίπεδο. Τα κόκκινα βέλη δείχνουν την κατεύθυνση της ώσης που παράγεται κατά τον διαμήκη άξονα του οχήματος από κάθε πτερύγιο.

τη δημιουργία ροπής γύρω από τον y_b -άξονα του σωματοπαγούς, είναι η κλίση X γύρω από την οποία ταλαντώνονται αμφότερα τα περυγία. Και σε αυτή τη περίπτωση, το μέτρο και το πρόσημο της προκείμενης παραμέτρου, διαμορφώνει το πόσο και σε ποια φορά (προς τα πάνω ή προς τα κάτω) θα κινηθεί το όχημα.

Παρατηρώντας ένα άλλο χαρακτηριστικό που προκύπτει από την διανυσματική ανάλυση των παραγόμενων δυνάμεων επενέργειας, σημειώνεται ότι το όχημα μπορεί να εκμεταλλευτεί, εκτός των προωστικών δυνάμεων, και την εγκάρσια συνιστώσα δύναμης για αποτέλεσμα τη γραμμική μετακίνηση του κατά τον y_n -άξονα. Για την υλοποίηση της συγκεκριμένης λειτουργίας, το ένα εκ των δύο περυγίων παραμένει ακίνητο σε οριζόντια θέση, ενώ το άλλο εκτελεί αμιγώς ταλαντωτική (δηλ. με διαφορά φάσης $\phi_0 = 0$) και μηδενική κλίση X . Αξίζει να σημειωθεί ότι η πλευρική κίνηση που προκαλείται είναι απόρροια της διασύνδεσης των γενικότερων ταχυτήτων που εμφανίζει το όχημα, δεδομένου ότι, όπως δείχτηκε στην Ενότητα 5.3, τα περυγία παράγουν μηδενική μέση τιμή εγκάρσιας δύναμης όταν το όχημα θεωρείται στατικό.

Τα προαναφερθέντα πρότυπα είναι κάποιες από τις λειτουργίες κίνησης που μπορεί να επιτύχει το όχημα, με δεδομένο το συγκεκριμένο προφίλ κυμάτωσης των περυγίων που έχει επιλεγεί (βλ. Κεφάλαιο 5). Σημειώνεται ότι το όχημα είναι δυνατόν να εκτελέσει επιπρόσθετες κινήσεις, είτε με διαφοροποίηση του προφίλ κίνησης των ακτίνων, είτε αξιοποιώντας περαιτέρω τις γενικευμένες συνιστώσες δύναμης που προκύπτουν μεταβάλλοντας τις κινηματικές παραμέτρων κυμάτωσης.

Επισημαίνεται ακόμα ότι τα παραπάνω θεμελιώδη πρότυπα κίνησης μπορούν να αποτελέσουν τη βάση ανάπτυξης πιο σύνθετων στρατηγικών κλειστού βρόχου που υλοποιούν, π.χ., την παρακολούθηση μιας επιθυμητής συνολικής τροχιάς κίνησης του οχήματος στο επίπεδο ή στο χώρο, με αντιστάθμιση διαταραχών από εξωγενείς παράγοντες.

Στις ενότητες που ακολουθούν παρουσιάζεται η αναλυτική διερεύνηση, μέσω παραμετρικών μελετών προσομοίωσης, των παραπάνω προτύπων κίνησης.

6.2 Σύνθεση Υπολογιστικού Μοντέλου Προσομοίωσης

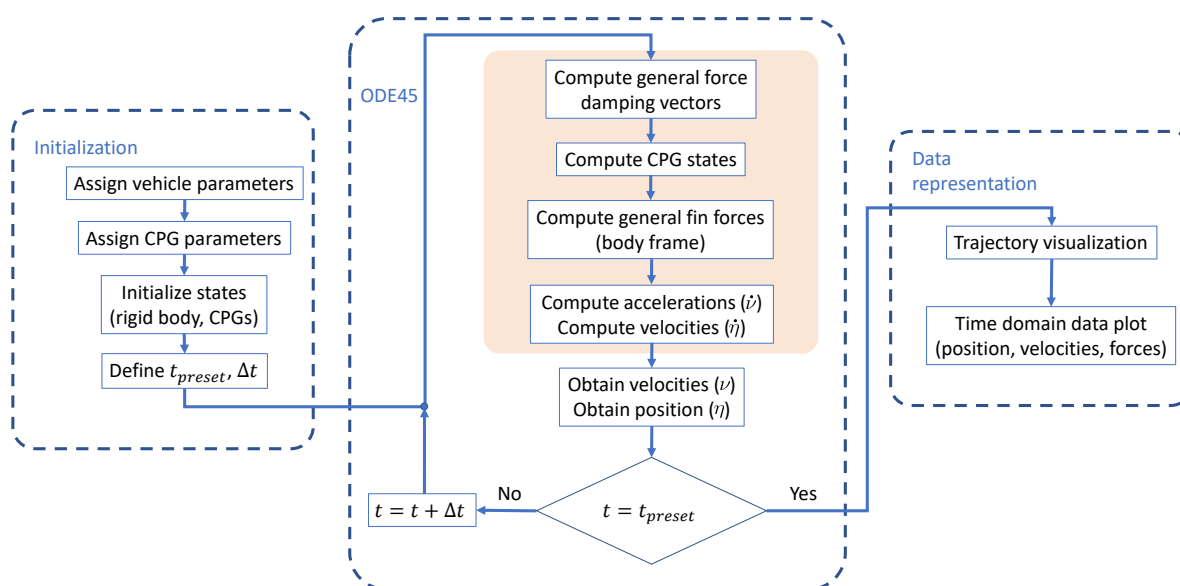
Το πρώτο στάδιο των προσομοιώσεων αφορά στην κίνηση του ρομπότ υπό τον έλεγχο ανοιχτού βρόχου, με σκοπό την ανάδειξη των κινηματικών χαρακτηριστικών του οχήματος, με βάση τα προφίλ κίνησης των περυγίων έτσι όπως περιγράφηκαν στη προηγούμενη ενότητα. Η προσομοίωση του ρομποτικού μηχανισμού επιτεύχθηκε με την ανάπτυξη ειδικού λογισμικού σε περιβάλλον Matlab. Οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν την δυναμική συμπεριφορά του συνολικού συστήματος, επιλύονται με αριθμητική ολοκλήρωση μέσω της μεθόδου Runge-Kutta, χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση ode45 του Matlab. Ο κώδικας που αναπτύχθηκε έχει ως σκοπό τον προσδιορισμό των γενικευμένων δυνάμεων, τόσο εκείνων που σχετίζονται με την απόσβεση, όσο και την παραγωγή του οχήματος, σαν συνάρτηση των ταχυτήτων ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο και των μεταβλητών που περιγράφουν τον προσανατολισμού του οχήματος, ως προς το αδρανειακό πλαίσιο. Ο προσδιορισμός των συγκεκριμένων δυνάμεων έχει ως αποτέλεσμα τον καθορισμό των επιταχύνσεων του οχήματος, όπως και τον ρυθμό μεταβολής των μεγεθών που περιγράφουν τη θέση και τον προσανατολισμό του, ως προς το αδρανειακό πλαίσιο συντεταγμένων. Οι συγκεκριμένες επιταχύνσεις χρησιμοποιούνται ακολούθως για τον προσδιορισμό των νέων ταχυτήτων του οχήματος, οι οποίες εφαρμόζονται σαν είσοδος στον επόμενο κύκλο επίλυσης του συστήματος. Η λειτουργία συνεχίζεται μέχρι τον χρόνο

προσομοίωσης που έχει προκαθοριστεί από τον χρήστη. Όπως έχει προαναφερθεί, κατά την διάρκεια εκτέλεσης της προσομοίωσης, εκτός από τον προσδιορισμό των δυναμικών χαρακτηριστικών του απαραμόρφωτου σώματος (rigid-body), υπολογίζονται και οι γενικευμένες δυνάμεις που παράγουν τα περύγια, οι οποίες εξαρτώνται τόσο από την ιδιο-κίνηση των ακτίνων όσο και από τις γενικευμένες ταχύτητες του οχήματος. Στη βάση της προηγούμενης παρατήρησης, πραγματοποιείται παράλληλη επίλυση των εξισώσεων που περιγράφουν τη δομή CPG, που υλοποιεί το κυματοειδές προφίλ κίνησης των περυγίων.

Το μοντέλο επίλυσης των εξισώσεων λαμβάνει ως είσοδο ένα διάνυσμα με τις αρχικές συνθήκες των μεταβλητών θέσης και ταχύτητας του οχήματος, και των μεταβλητών κατάστασης του CPG. Σε λειτουργία ανοιχτού βρόχου, οι κινηματικοί παράμετροι των δύο δικτύων CPG (αριστερό και δεξιό περύγιο) είναι προκαθορισμένοι και παραμένουν σταθεροί καθ' όλη τη διάρκεια εκτέλεσης της προσομοίωσης. Μολαταύτα, κατά τη διαδικασία προσομοίωσης λαμβάνεται υπόψη η δυναμική αλλαγή των κυματώσεων δεδομένης της ταυτόχρονης επίλυσης των διαφορικών εξισώσεων των δικτύων CPGs, παρέχοντας τη δυνατότητα για δυναμικές (online) μεταβολές των κινηματικών παραμέτρων για τη περίπτωση που κάτι τέτοιο κρίνεται απαραίτητο (π.χ. για την ανάπτυξη ελεγκτών κίνησης κλειστού βρόχου).

Στο Σχήμα 6.2 απεικονίζεται το διάγραμμα ροής που περιγράφει την αρχή επίλυσης των διαφορικών εξισώσεων με χρήση της συνάρτησης ode45, για την προσομοίωση του μοντέλου του οχήματος σε λειτουργία ανοιχτού βρόχου.

Μετά από το τέλος επίλυσης της προσομοίωσης, εξάγεται ένας πίνακας που περιλαμβάνει τις χρονοσειρές των κινηματικών μεγεθών του οχήματος για όσο χρόνο έχει επιλεγεί να εκτελεστεί η προσομοίωση. Χρησιμοποιώντας ειδικές ρουτίνες προγραμματισμού επεξεργασίας των δεδομένων εξόδου από την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων, δίνεται η δυνατότητα οπτικής απεικόνισης της τροχιάς που ακολουθεί το όχημα, όπως και διάφορες απεικονίσεις σημάτων στο χρόνο (για παράδειγμα ταχύτητες οχήματος, δυνάμεις περυγίων κτλ).



Σχήμα 6.2: Διάγραμμα ροής επίλυσης διαφορικών εξισώσεων σε λειτουργία ανοιχτού βρόχου

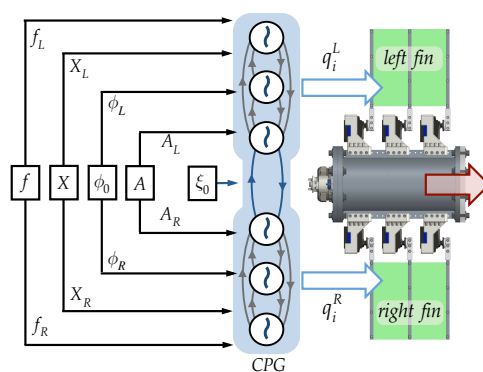
6.3 Λειτουργία Ευθύγραμμης Πρόωσης

Με βάση όσα αναφέρθηκαν στην Ενότητα 6.1, αλλά και της διερεύνησης στην Ενότητα 5.3.1, η πρόωση του οχήματος κατά τον διαμήκη άξονά του στο επίπεδο x_n - y_n μπορεί να επιτευχθεί εάν τα δύο πτερύγια κυματώνονται με πανομοιότυπες κινηματικές παραμέτρους, δηλαδή $f_L = f_R = f > 0$, $\phi_L = \phi_R = \phi_0 \neq 0$ και $A_L = A_R = A > 0$, έχοντας μηδενική κλίση $X_L = X_R = 0$, και ορίζοντας την παράμετρο σχετικής φάσης ως $\xi_0 = 0$, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.3.

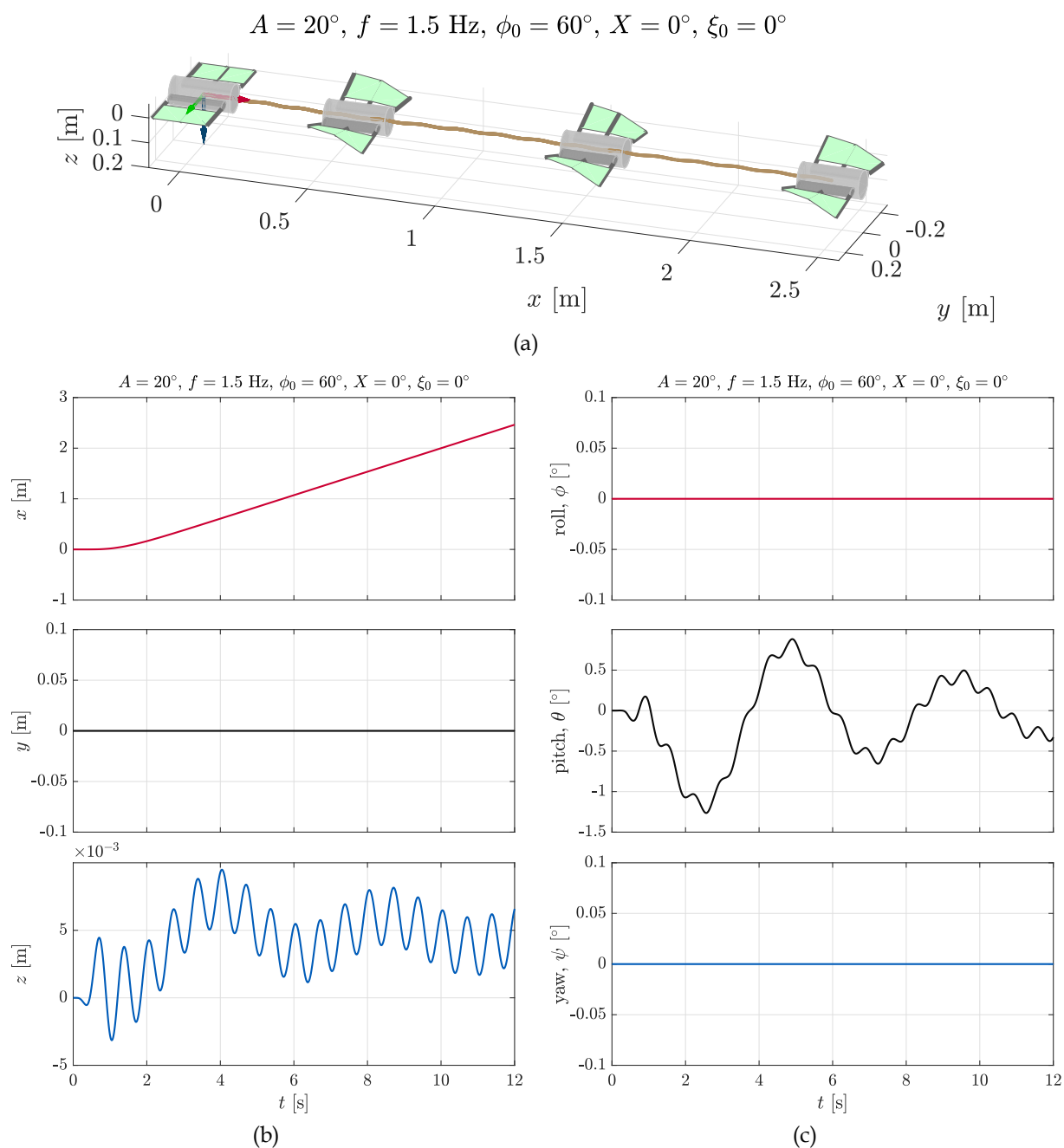
Στα Σχήματα 6.4 και 6.5 παρατίθενται ενδεικτικά αποτελέσματα από την προσομοίωση του οχήματος για $A = 20^\circ$, $f = 1.75$ Hz, $\phi_0 = 70^\circ$, $X = 0^\circ$. Ειδικότερα, στο Σχήμα 6.4 παρουσιάζεται η τροχιά του οχήματος στο χώρο, μαζί με τις επιμέρους συνιστώσες της θέσης και του προσανατολισμού ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Αντίστοιχα, στα δύο πρώτα γραφήματα του Σχήματος 6.5 απεικονίζονται οι γραμμικές και περιστροφικές ταχύτητες ως προς το σωματοπαγές σύστημα, ενώ στα επόμενα δύο γραφήματα παρουσιάζονται οι συνολικές δυνάμεις και ροπές που παράγουν τα δύο πτερύγια. Σημειώνεται ότι κατά την εκκίνηση της προσομοίωσης (τόσο στη συγκεκριμένη όσο και στις επικείμενες που θα ακολουθήσουν), το όχημα έχει τοποθετηθεί με τέτοιο τρόπο ούτως ώστε η θέση και ο προσανατολισμός του σωματοπαγούς πλαισίου να ταυτίζεται με το αδρανειακό πλαίσιο (εικονίζεται στο Σχήμα 6.4a).

Τα αποτελέσματα από τα γραφήματα επιβεβαιώνουν ότι η συνολική κίνηση του οχήματος είναι κατά μήκος του διαμήκους άξονα με τη γραμμική ταχύτητα u να εμφανίζει στη μόνιμη κατάσταση (στην οποία εισέρχεται μετά από 3 s περίπου) μια μη-μηδενική μέση τιμή (λίγο μεγαλύτερη από 0.25 m/s στη συγκεκριμένη περίπτωση) με περιοδικές διακυμάνσεις μικρού πλάτους και συχνότητας διπλάσιας αυτής της εκτελούμενης κυμάτωσης των πτερυγίων. Επίσης, από το γράφημα για την ταχύτητα v προκύπτει ότι το όχημα εμφανίζει περιοδικές ταλαντώσεις κατά τον κάθετο άξονα με μηδενική μέση τιμή και συχνότητα f (δηλ. ίδια με αυτή της κυμάτωσης). Τέλος, λόγω του ότι τα δύο πτερύγια κυματώνονται με πανομοιότυπο και απόλυτα συγχρονισμένο τρόπο, η γραμμική ταχύτητα v στην εγκάρσια διεύθυνση είναι σταθερά μηδενική.

Από τα γραφήματα για την απόκριση των γωνιακών ταχυτήτων (Σχήμα 6.5b) προκύπτει ότι το όχημα δεν περιστρέφεται καθόλου γύρω από τους x_b - και z_b -άξονες, εμφανίζει όμως περιοδικές μεταβολές με μηδενική μέση τιμή γύρω από τον y_b -άξονα, οι οποίες οδηγούν σε μικρές διακυμάνσεις της γωνίας πρόνευσης θ (Σχήμα 6.4c).

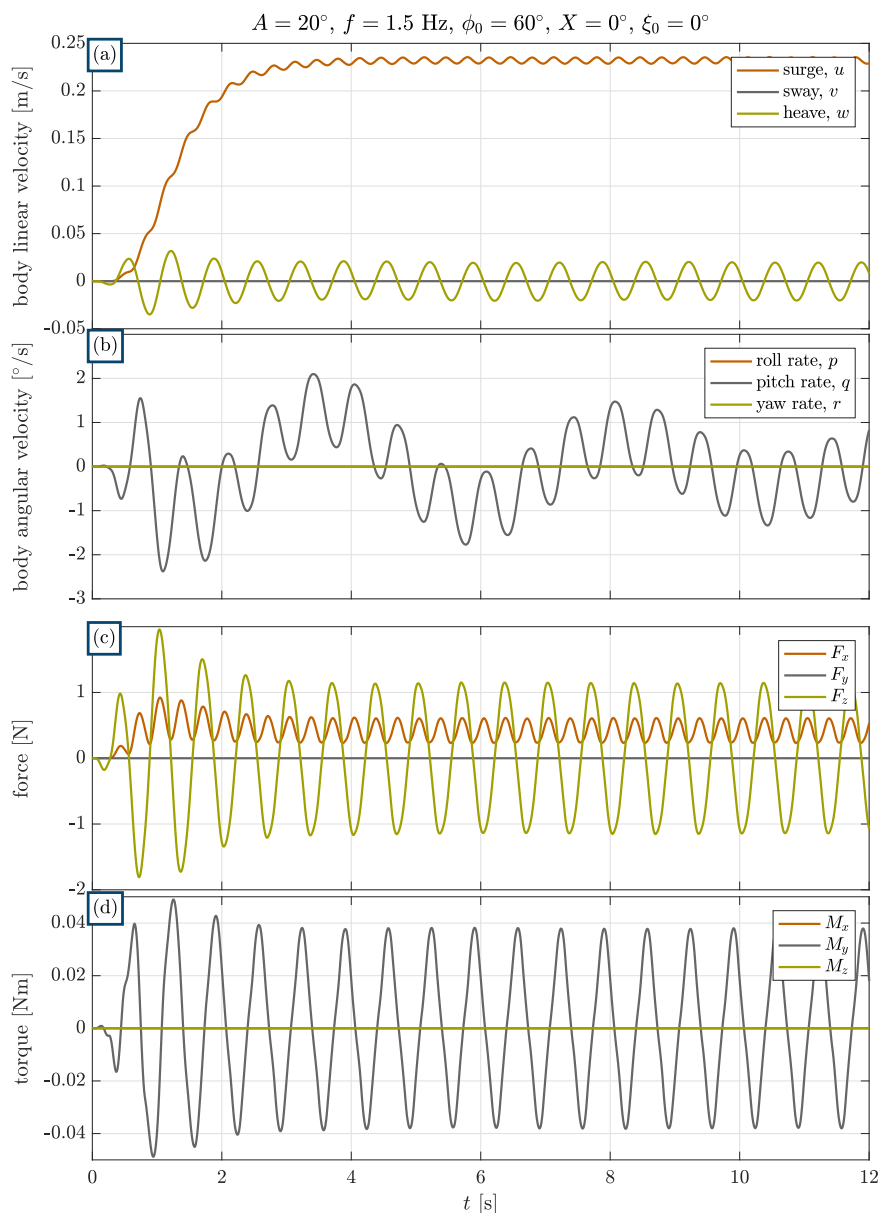


Σχήμα 6.3: Σχηματικό διάγραμμα προσδιορισμού των παραμέτρων κυμάτωσης των δύο πτερυγίων για την υλοποίηση της λειτουργίας ευθύγραμμης πρόωσης.



Σχήμα 6.4: Ενδεικτικά αποτελέσματα για τη λειτουργία ευθύγραμμης πρόωσης του οχήματος: (a) Απεικόνιση της τροχιάς στον τρισδιάστατο χώρο, και επιμέρους συνιστώσες (b) της θέσης, και (c) του προσανατολισμού (γωνίες Euler) ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις μπορούν να συσχετιστούν με την απόκριση στη μόνιμη κατάσταση της συνολικής παραγόμενης δύναμης των πτερυγίων, η F_x συνιστώσα της οποίας εμφανίζει περιοδικές διακυμάνσεις συχνότητας $2f$ με μη-μηδενική μέση τιμή, η F_y είναι σταθερά μηδενική, ενώ η F_z ταλαντώνεται με συχνότητα f και έχει μηδενική μέση τιμή. Αντίστοιχα, η κίνηση των πτερυγίων οδηγεί στην εμφάνιση μιας περιοδικής διακύμανσης, με συχνότητα f , για την M_y συνιστώσα της ροπής, ενώ $M_x = M_z = 0$.

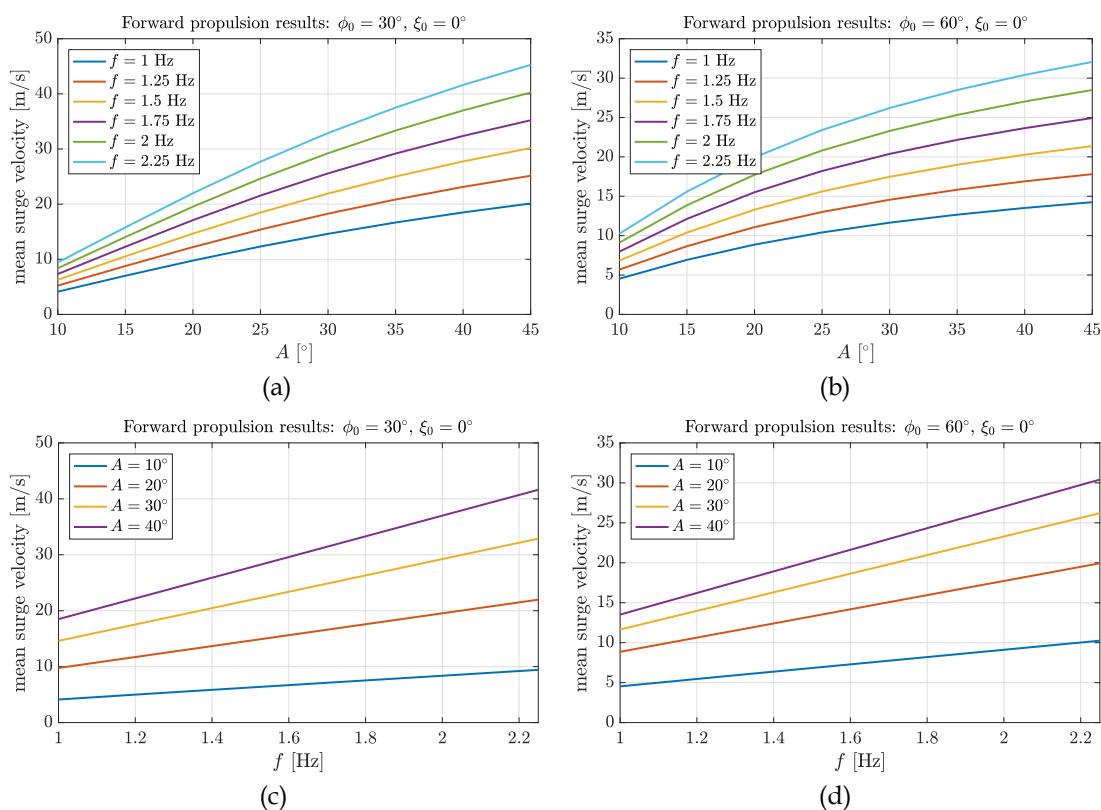


Σχήμα 6.5: Ενδεικτικά αποτελέσματα για τη λειτουργία ευθύγραμμης πρόωσης του οχήματος: Οι (a) γραμμικές, και (b) περιστροφικές ταχύτητες του οχήματος ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο, και οι (c) συνολικές δυνάμεις, και (d) συνολικές ροπές των δύο πτερυγίων, ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο.

6.3.1 Παραμετρική διερεύνηση

Εδώ παρουσιάζονται τα αποτελέσματα παραμετρικών μελετών από προσομοιώσεις για την αναλυτικότερη διερεύνηση της συμπεριφοράς του οχήματος σε ευθύγραμμη πρόωση. Ειδικότερα, εξετάζεται η συσχέτιση των κινηματικών παραμέτρων των πτερυγίων τόσο με την μέση τελική ταχύτητα, όσο και με μια σειρά άλλων χαρακτηριστικών που αναδειχθηκαν στην προηγούμενη ενότητα, όπως είναι η περιοδική διακύμανση των ταχυτήτων του οχήματος.

Πιο συγκεκριμένα, στο Σχήμα 6.6 δίνονται τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα των προσομοιώσεων αναφορικά με την μέση τελική ταχύτητα που αποκτά το όχημα, με μεταβλητές παραμέτρους τη συχνότητα (σε εύρος $1 \text{ Hz} \leq f \leq 2.25 \text{ Hz}$), και το πλάτος ταλάντωσης (σε εύρος $30^\circ \leq A \leq 50^\circ$), για δύο διαφορετικές τιμές της διαφοράς φάσης ($\phi_0 = 30^\circ, 60^\circ$). Το βασικό συ-

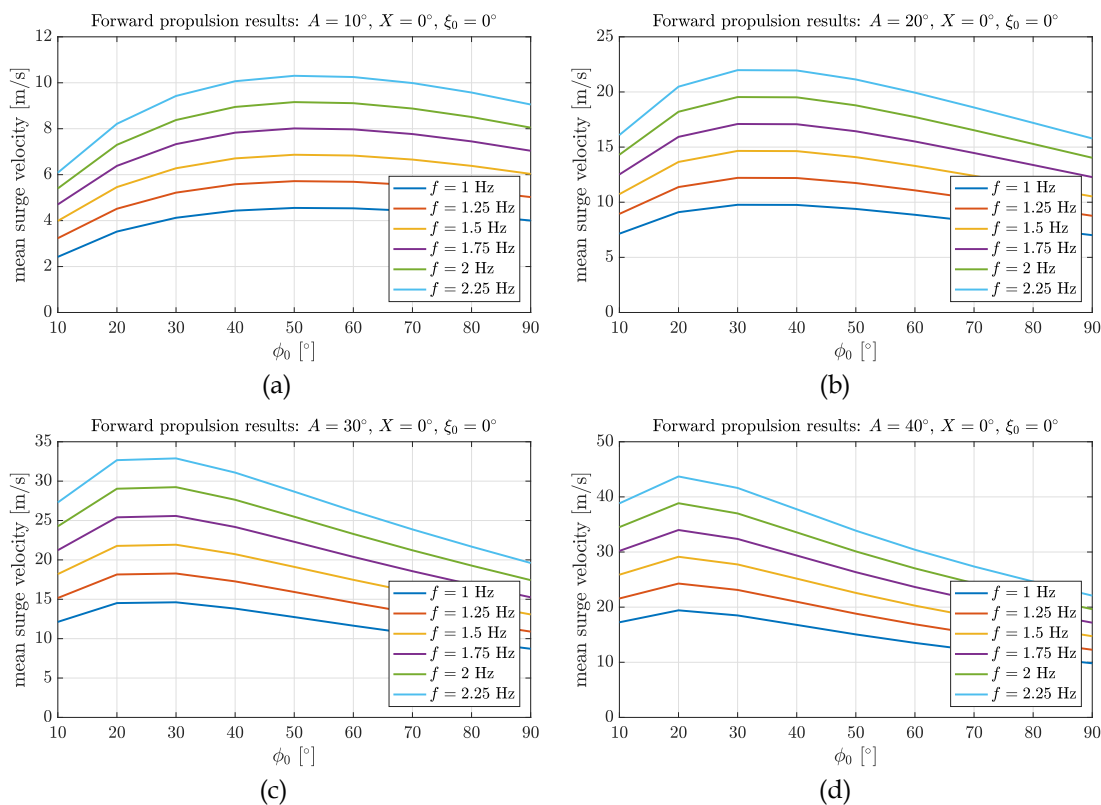


Σχήμα 6.6: Αποτελέσματα παραμετρικής μελέτης για τη μεταβολή της μέσης τελικής ταχύτητας του οχήματος συναρτήσει του πλάτους A και της συχνότητας f , για δύο τιμές της διαφοράς φάσης ϕ_0 .

μπέρασμα που εξάγεται από τα γραφήματα αυτά είναι η αύξηση της μέσης ταχύτητας πρόωσης καθώς αυξάνονται είτε το πλάτος A , είτε η συχνότητα f των ταλαντώσεων. Ειδικότερα, σημειώνεται ότι η μέση ταχύτητα πρόωσης παρουσιάζει γραμμική μεταβολή ως προς τη συχνότητα f (Σχήμα 6.6c-d), σε αντίθεση με τη συσχέτισή της ως προς το πλάτος, όπου ο ρυθμός αύξησης της ταχύτητας μειώνεται καθώς μεγαλώνει το A (Σχήμα 6.6a-b). Η παρατήρηση αυτή υποδεικνύει ότι ο ενδεδειγμένος τρόπος ρύθμισης της ταχύτητας πρόωσης του οχήματος είναι μεταβάλλοντας τη συχνότητα των κυματώσεων των περυγίων. Είναι σημαντικό να επισημανθεί εδώ ότι το μοντέλο δεν συμπεριλαμβάνει τις φορτίσεις που δέχονται οι ακτίνες, τόσο εξαιτίας της δυναμικής των επενεργητών, όσο και λόγω της τάνυσης της μεμβράνης του περυγίου. Κάτι τέτοιο υποδηλώνει ότι η παραπάνω διερεύνηση δεν λαμβάνει υπόψη τυχόν αδυναμία υλοποίησης του επιθυμητού προφίλ κίνησης των ακτίνων που στην πράξη αναμένεται να παρουσιαστεί στο πραγματικό όχημα. Το φαινόμενο αυτό εξετάζεται περαιτέρω στο Κεφάλαιο 7.

Επιπρόσθετα, στο Σχήμα 6.7 παρατίθενται συγκεντρωτικά γραφήματα της τελικής ταχύτητας πρόωσης σαν συνάρτηση της διαφοράς φάσης ϕ_0 , για μεταβλητές παραμέτρους τόσο τη συχνότητα f (διαφορετικές καμπύλες σε κάθε γράφημα), όσο και το πλάτος A των ταλαντώσεων (κάθε γράφημα αναφέρεται και σε μία ξεχωριστή τιμή πλάτους).

Η βασική παρατήρηση που προκύπτει από τα αποτελέσματα αυτά είναι ότι, ανεξάρτητα της εφαρμοζόμενης συχνότητας και πλάτους των ταλαντώσεων, η μέγιστη ταχύτητα πρόωσης επιτυγχάνεται για μία ενδιάμεση τιμή διαφοράς φάσης, που όμως δεν είναι σταθερή. Πιο συγκεκριμένα, για μικρό πλάτος ταλάντωσης των ακτίνων ($A = 10^\circ$), η μέγιστη ταχύτητα λαμβάνεται για $\phi_0 = 50^\circ$ (Σχήμα 6.7a), ενώ για πλάτος $A = 40^\circ$ η μέγιστη ταχύτητα πρόωσης πα-

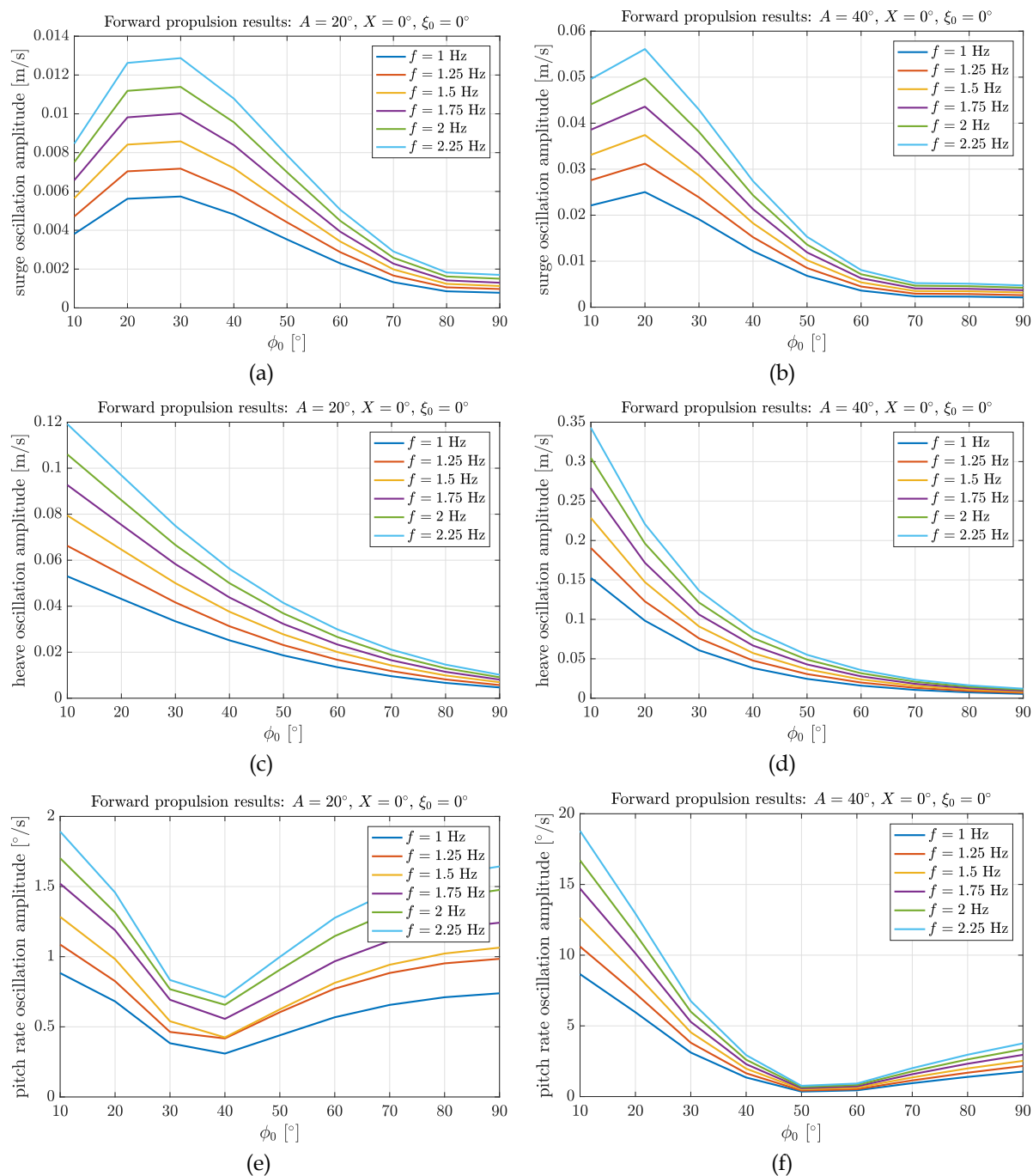


Σχήμα 6.7: Η μέση τελική ταχύτητα πρόωσης του οχήματος συναρτήσει της διαφοράς φάσης ϕ_0 και της συχνότητας f , για διαφορετικές τιμές του πλάτους A .

ρατηρείται για $\phi_0 = 20^\circ$ (Σχήμα 6.7d). Αντιθέτως, σημειώνεται ότι η τιμή της διαφοράς φάσης που μεγιστοποιεί την ταχύτητα πρόωσης δεν μεταβάλλεται με τη συχνότητα της κυμάτωσης.

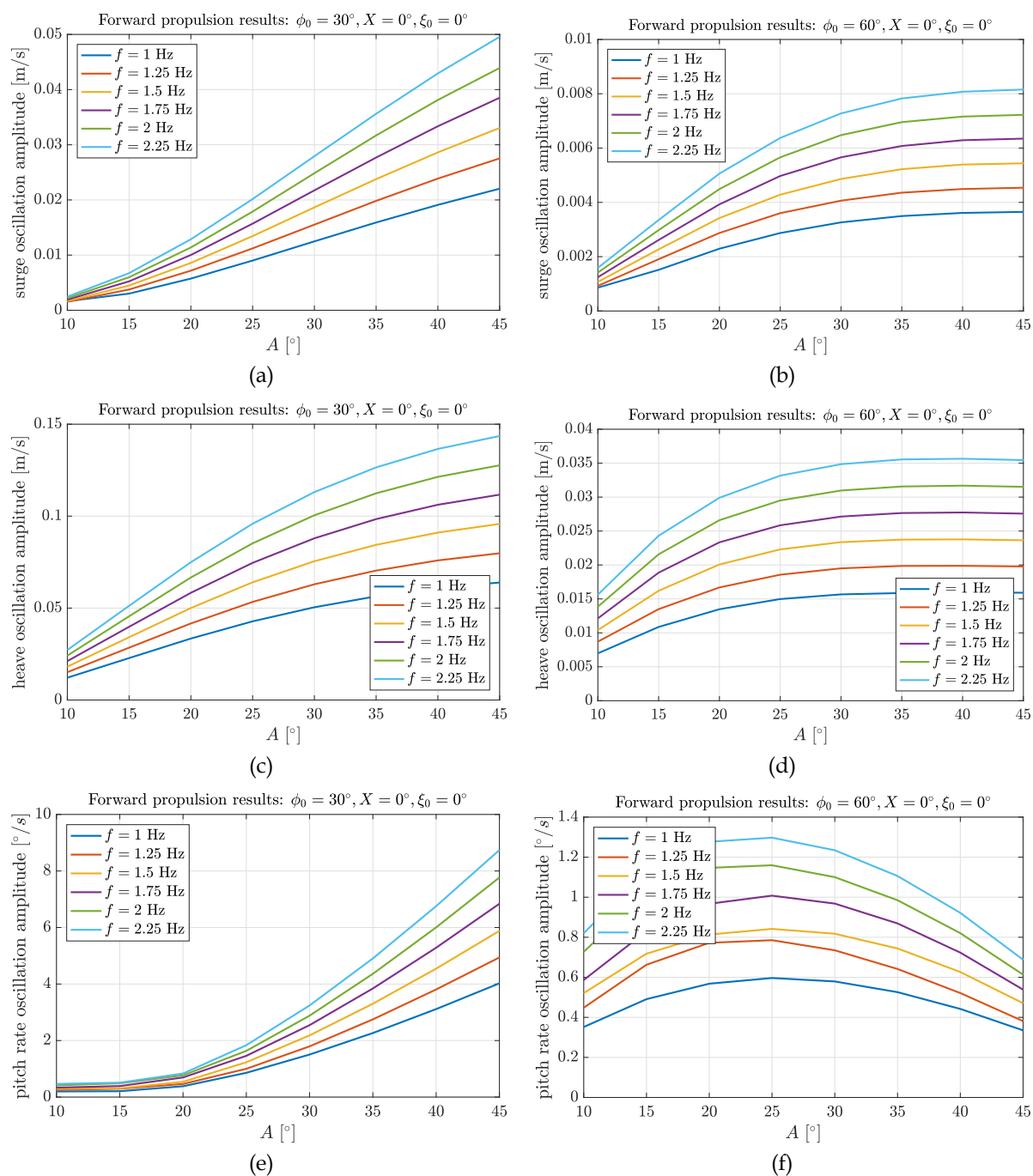
Ακολουθώντας παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παραμετρικής διερεύνησης για το πλάτος της αρμονικής συνιστώσας που ενυπάρχει στις γραμμικές ταχύτητες u και w κατά τον διαμήκη και τον κατακόρυφο άξονα, καθώς και στην περιστροφική ταχύτητα q περί τον εγκάρσιο άξονα του οχήματος. Ειδικότερα, στα γραφήματα του Σχήματος 6.8 εικονίζεται το πλάτος διακύμανσης των u , w και q (στη μόνιμη κατάσταση), συναρτήσει της διαφοράς φάσης ϕ_0 και της συχνότητας f , για δύο διαφορετικές τιμές του πλάτους ταλάντωσης A των ακτίνων. Η γενικότερη εικόνα των γραφημάτων υποδεικνύει ότι οι περιοδικές διακυμάνσεις και για τις τρεις συνιστώσες ταχύτητας, αυξάνονται με τη συχνότητα ταλάντωσης f των ακτίνων. Επιπρόσθετα αξίζει να σημειωθεί ότι το πλάτος διακύμανσης της κατακόρυφης ταχύτητας w , είναι σημαντικά μεγαλύτερο (έως και 8 φορές) σε σχέση με αυτό της διαμήκου ταχύτητας u . Από την άλλη, το πλάτος διακύμανσης της περιστροφικής ταχύτητας πρόωσης q μπορεί να φτάσει έως και $19^\circ/\text{s}$, δυσχεραίνοντας με αυτό το τρόπο την πρόωση του οχήματος.

Εστιάζοντας μεμονωμένα στις επιμέρους ταχύτητες, η μόνη περίπτωση που εμφανίζεται (φθίνουσα) μονοτονία στη μεταβολή του πλάτους διακύμανσης συναρτήσει της διαφοράς φάσης ϕ_0 , αφορά στην κάθετη συνιστώσα w (Σχήμα 6.8c,d). Αυτό μπορεί να αποδοθεί στη συνολική F_z συνιστώσα δύναμης που παράγουν τα περύγια, η οποία σημειώνει σταδιακή μείωση καθώς αυξάνεται η εξεταζόμενη παράμετρος ϕ_0 . Για πλάτος ταλαντώσεων $A = 40^\circ$ έναντι $A = 20^\circ$, παρατηρείται αντίστοιχη συμπεριφορά με διευρυμένες όμως τιμές για το πλάτος διακύμανσης, απόρροια της υψηλότερης, και σε αυτή τη περίπτωση, F_z συνιστώσας δύναμης.



Σχήμα 6.8: Αποτελέσματα παραμετρικής μελέτης για την μεταβολή του πλάτους της περιδικής διακύμανσης των ταχυτήτων u , w , και q στη μόνιμη κατάσταση συναρτήσει της διαφοράς φάσης ϕ_0 , για διαφορετικές τιμές της συχνότητας f .

Αναφορικά με τις δύο άλλες συνιστώσες (u , q), το πλάτος διακύμανσης που παρουσιάζουν μεγιστοποιείται (για την u) και ελαχιστοποιείται (για την q) σε ενδιάμεσες τιμές της διαφοράς φάσης ϕ_0 , οι οποίες δεν είναι σταθερές αλλά μεταβάλλονται καθώς αλλάζει η παράμετρος ϕ_0 . Η συγκεκριμένη συμπεριφορά μπορεί να συσχετιστεί με την αντιστοιχη που εμφανίζει η μέση τελική ταχύτητα πρόωσης του οχήματος συναρτήσει του ϕ_0 (βλ. Σχήμα 6.7), η οποία είναι απόρροια της μεταβολής της F_x συνιστώσας δύναμης των πτερυγίων ως προς την ίδια παράμετρο (σύμφωνα με τα αποτελέσματα της εργασίας [10]). Συνοψίζοντας τα σχόλια που προκύπτουν



Σχήμα 6.9: Αποτελέσματα παραμετρικής μελέτης για την μεταβολή του πλάτους της περιοδικής διακόμανσης των ταχυτήτων u , w , και q στη μόνιμη κατάσταση συναρτήσει των παραμέτρων A και f της ταλάντωσης των ακτίνων.

από τα συγκριτικά γραφήματα, συμπεραίνεται ότι η κατάλληλη ρύθμιση της διαφοράς φάσης ϕ_0 , μπορεί να επιφέρει σημαντικό περιορισμό της ταλαντωτικής συμπεριφοράς που εμφανίζουν οι προκύπτουσες, σε αυτή τη λειτουργία, ταχύτητες u , w και q .

Σε μια εναλλακτική απεικόνιση των αποτελεσμάτων της ίδιας παραμετρικής μελέτης, στο Σχήμα 6.9 αποτυπώνεται το πλάτος διακόμανσης των υφιστάμενων ταχυτήτων σε συνάρτηση του πλάτους A και της συχνότητας f , για δύο διαφορετικές τιμές της διαφοράς φάσης ϕ_0 μεταξύ των ακτίνων. Το βασικό συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι, εκτός της διαφοράς φάσης

ϕ_0 , σημαντικό περιορισμό στο πλάτος διακύμανσης των ταχυτήτων μπορεί να επιφέρει και η παράμετρος A . Σημειώνεται όμως ότι, κατά τη ρύθμιση των ϕ_0 και A με σκοπό τον περιορισμό του πλάτους διακύμανσης των υπαρχόντων ταχυτήτων, θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη και η σημαντική επίδρασή τους στη μέση τελική ταχύτητα πρόωσης, η οποία αποτελεί το βασικό ζητούμενο στη συγκεκριμένη λειτουργία.

6.4 Λειτουργία Πρόωσης με Ταυτόχρονη Στροφή

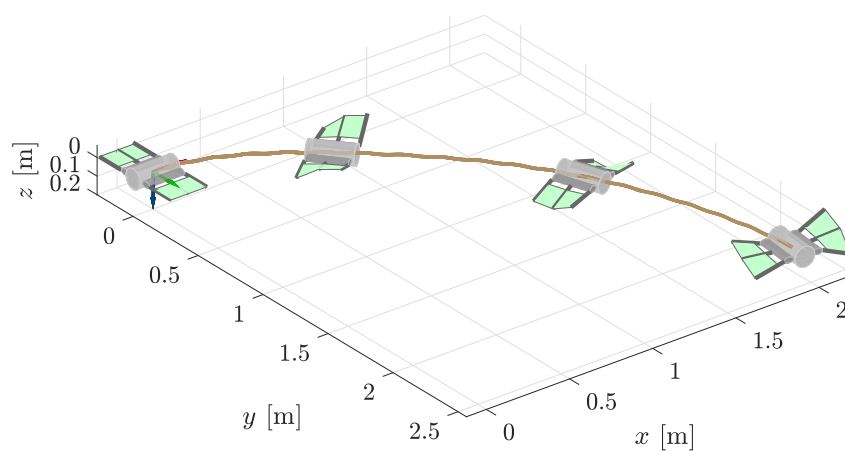
Προκειμένου να επιτευχθεί κίνηση του οχήματος στο επίπεδο x_n - y_n , όπου η πρόωση του θα συνδυάζεται με ταυτόχρονη αλλαγή της γωνίας προσανατολισμού ψ , οι παράμετροι κυμάτωσης των δύο πτερυγίων ορίζονται με τρόπο αντίστοιχο της λειτουργίας εμπρόσθιας πρόωσης (βλ. Ενότητα 6.3), με διαφοροποίηση όμως του πλάτους κυμάτωσης μεταξύ αριστερού και δεξιού πτερυγίου, δηλ. ως $f_L = f_R = f$, $\phi_L = \phi_R = \phi_0$, $X_L = X_R = 0$, με $A_L \neq A_R$. Αυτό οδηγεί στη διαφοροποίηση της αξονικά παραγόμενης ώσης από τα δύο πτερύγια, οπότε δημιουργείται μια συνολικά μη-μηδενική ροπή στρέψης γύρω από τον κάθετο άξονα του οχήματος, με αποτέλεσμα την αλλαγή της γωνίας προσανατολισμού ψ .

Η συγκεκριμένη λειτουργία αναλύεται με τη βοήθεια των Σχημάτων 6.10 και 6.11, όπου παρατίθενται αποτελέσματα από μια ενδεικτική προσομοίωση στροφής του οχήματος προς τα δεξιά έχοντας ορίσει το πλάτος ταλάντωσης για το αριστερό και το δεξιό πτερύγιο ως $A_L = 30^\circ$ και $A_R = 20^\circ$, αντίστοιχα. Από τα γραφήματα του Σχήματος 6.11b διαπιστώνεται η σταθεροποίηση της γωνιακής ταχύτητας r σε μία μη-μηδενική μέση τιμή μετά την παρέλευση του μεταβατικού σταδίου. Σημειώνεται επίσης ότι, εκτός της αναμενόμενης μη-μηδενικής μέσης τελικής τιμής για την ταχύτητα u , το όχημα εμφανίζει και μια, συγκριτικά μικρότερη, εγκάρσια ταχύτητα v , απόρροια της μη-συμμετρικότητας που εμφανίζεται στην κίνηση των πτερυγίων. Αυτή αιτιολογεί και τις, μικρού εύρους, περιοδικές διακυμάνσεις που παρουσιάζει η γωνία διατοχισμού ϕ .

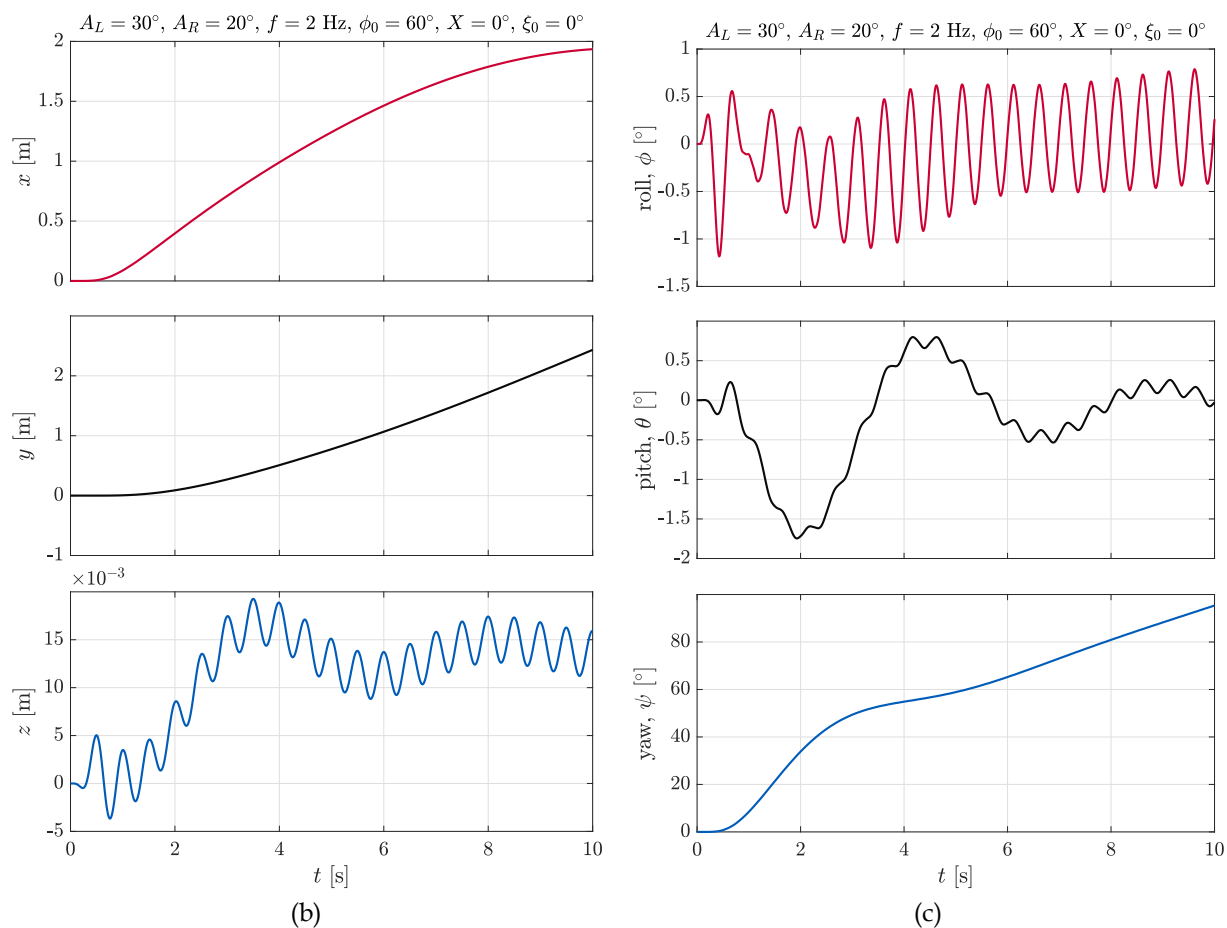
Για τη περαιτέρω ερμηνεία της προκείμενης λειτουργίας, στο Σχήμα 6.12 παρουσιάζονται οι συνολικές δυνάμεις και ροπές, ξεχωριστά για το δεξιό και το αριστερό πτερύγιο. Το βασικό συμπέρασμα που εξάγεται από τα συγκεκριμένα γραφήματα είναι η υψηλότερη τιμή δύναμης F_x που παράγει το αριστερό έναντι του δεξιού πτερυγίου, δημιουργώντας μία θετική ροπή στρέψης γύρω από τον z_b -άξονα του σωματοπαγούς πλαισίου. Επίσης αξίζει να σημειωθεί ότι λόγω της διαφοράς στο πλάτος ταλάντωσης που εμφανίζουν τα πτερύγια, οι επιμέρους συνιστώσες F_y διαφοροποιούνται, προκαλώντας με το άθροισμα τους μια μη-μηδενική τιμή για τη συνολική δύναμη που παράγεται κατά τον εγκάρσιο άξονα, αιτιολογώντας την δημιουργία της, συνδεδεμένης με τη συγκεκριμένη δύναμη, ταχύτητας v που παρατηρήθηκε προηγουμένως.

Τέλος, στο Σχήμα 6.13 παρουσιάζεται ένα εποπτικό γράφημα με την τροχιά του οχήματος για διαφορετικές τιμές του πλάτους ταλάντωσης A_R των ακτίνων του δεξιού πτερυγίου, ενώ το πλάτος ταλάντωσης των ακτίνων του αριστερού πτερυγίου διατηρείται σταθερό $A_L = 30^\circ$, και για $f = 2\text{ Hz}$, $\phi_0 = 60^\circ$, $X = 0^\circ$. Σε όλες τις περιπτώσεις, η προσομοίωση αφορά σε χρονική διάρκεια 12 s. Όταν $A_R < A_L$ το όχημα στρέφει προς τα δεξιά, για $A_R = A_L$ κινείται ευθύγραμμα, ενώ όταν $A_R > A_L$ στρέφει προς τα αριστερά. Επίσης, καθώς αυξάνεται η διαφοροποίηση μεταξύ A_L και A_R , παρατηρείται μείωση της ακτίνας στροφής του οχήματος.

$$A_L = 30^\circ, A_R = 20^\circ, f = 2 \text{ Hz}, \phi_0 = 60^\circ, X = 0^\circ, \xi_0 = 0^\circ$$



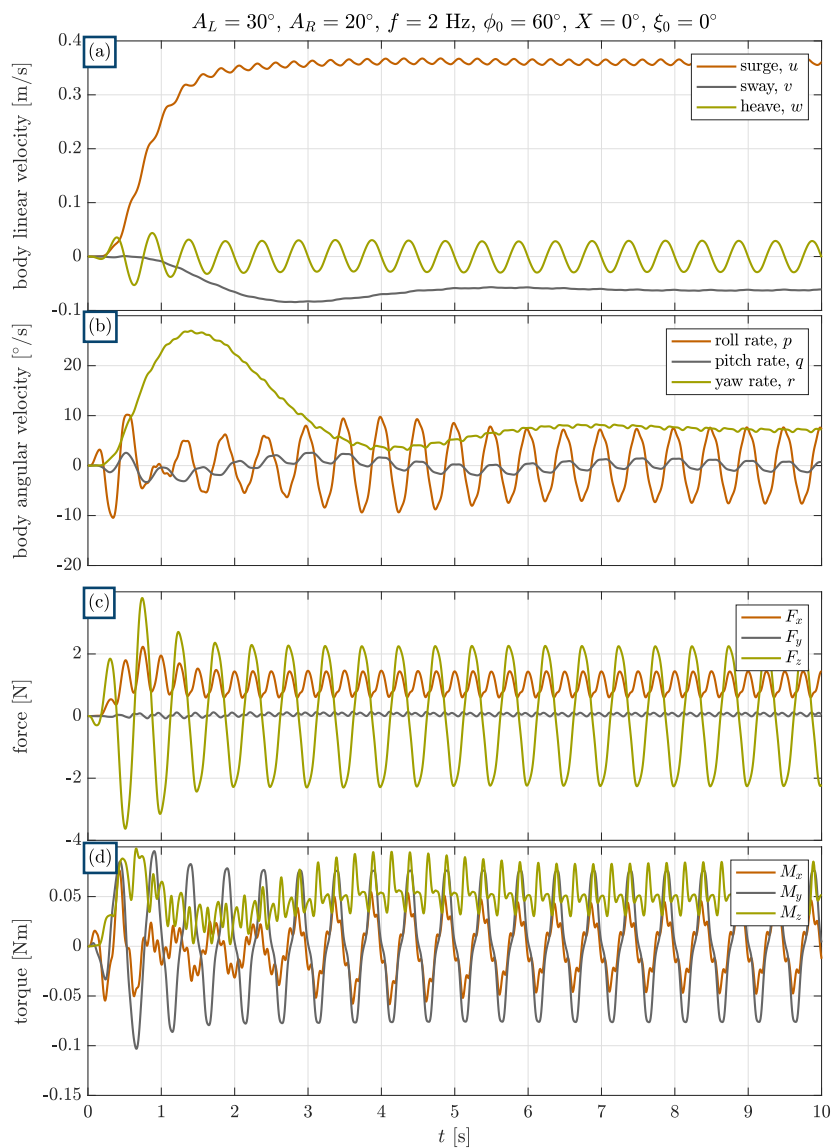
(a)



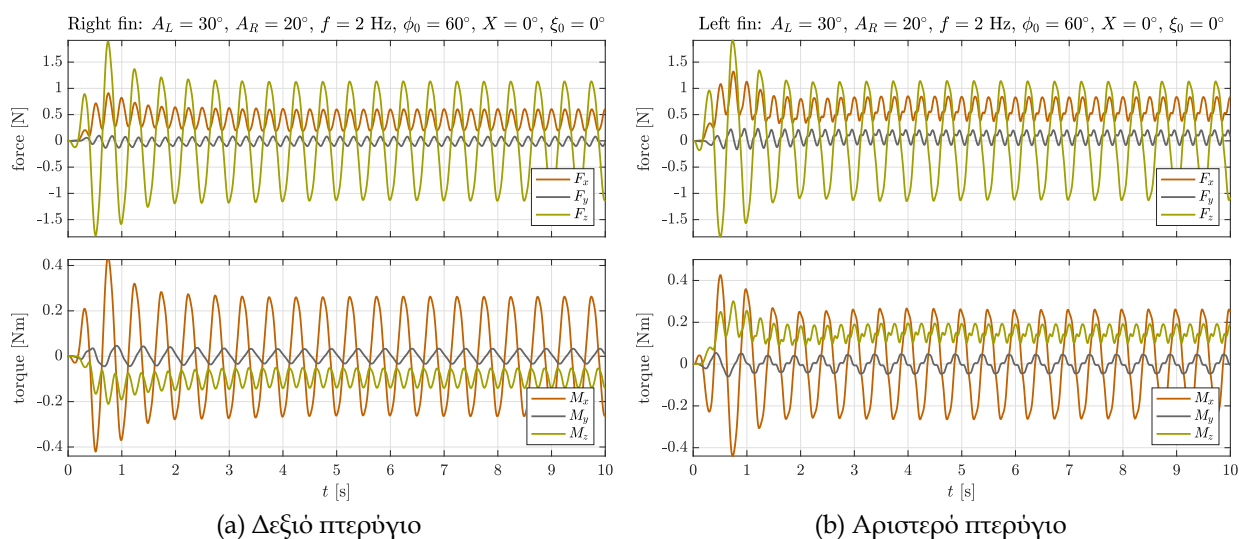
(b)

(c)

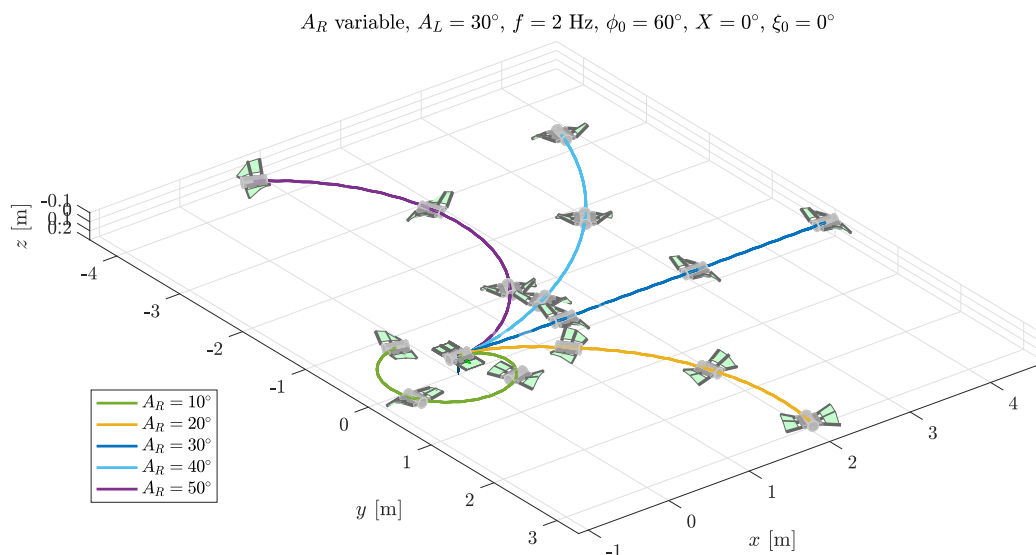
Σχήμα 6.10: Ενδεικτικά αποτελέσματα για τη λειτουργία πρόωσης με ταυτόχρονη στροφή: (a) Απεικόνιση της τροχιάς στον τρισδιάστατο χώρο, και επιμέρους συνιστώσες (b) της θέσης, και (c) του προσανατολισμού (γωνίες Euler) ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς.



Σχήμα 6.11: Ενδεικτικά αποτελέσματα για τη λειτουργία πρόωσης με ταυτόχρονη στροφή: Οι (a) γραμμικές, και (b) περιστροφικές ταχύτητες του οχήματος ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο, και οι (c) συνολικές δυνάμεις, και (d) συνολικές ροπές των δύο πτερυγίων, ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο.



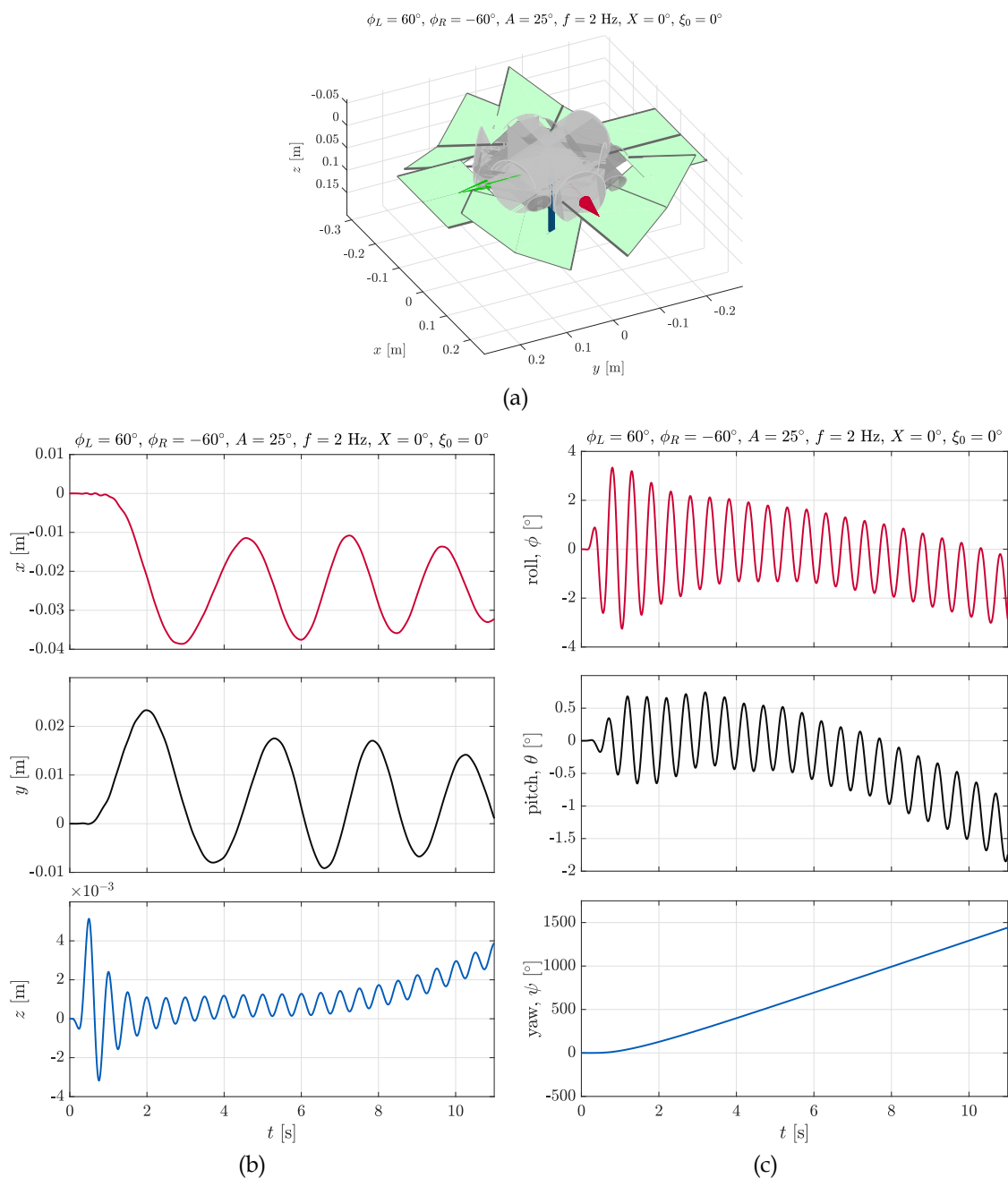
Σχήμα 6.12: Ενδεικτικά αποτελέσματα για τη λειτουργία πρόωσης με ταυτόχρονη στροφή: Οι δυνάμεις και ροπές που παράγονται από (a) το δεξιό, και (b) το αριστερό πτερύγιο, ως προς το σωματολαγές πλαίσιο.



Σχήμα 6.13: Συγκεντρωτική απεικόνιση της τροχιάς κίνησης του οχήματος σε λειτουργία πρόωσης με ταυτόχρονη στροφή, για διαφορετικούς συνδυασμούς του πλάτους κυμάτωσης των δύο πτερύγιων.

6.5 Λειτουργία Επιτόπιας Περιστροφής

Η λειτουργία επιτόπιας περιστροφής είναι ιδιαίτερα σημαντική για τα υποβρύχια οχήματα, καθώς προσδίδει αυξημένες δυνατότητες ευελιξίας για αποστολές όπως η επιθεώρηση υποθαλάσσιων κατασκευών. Όπως αναφέρθηκε στην Ενότητα 6.1, η επιτόπια περιστροφή του οχήματος επιτυγχάνεται με την παραγωγή από τα πτερύγια δύο ίσων διανυσμάτων ώσης με αντίθετη φορά. Για την επιβεβαίωση της συγκεκριμένης λειτουργίας, εκτελέστηκε σειρά προσομοιώσεων, εφαρμόζοντας ίδιες κινηματικές παραμέτρους στα πτερύγια με μόνη αλλαγή το πρόσημο της παραμέτρου που ρυθμίζει τη διαφορά φάσης στις ακτίνες ως $\phi_L = -\phi_R$, προκειμένου οι κυμα-

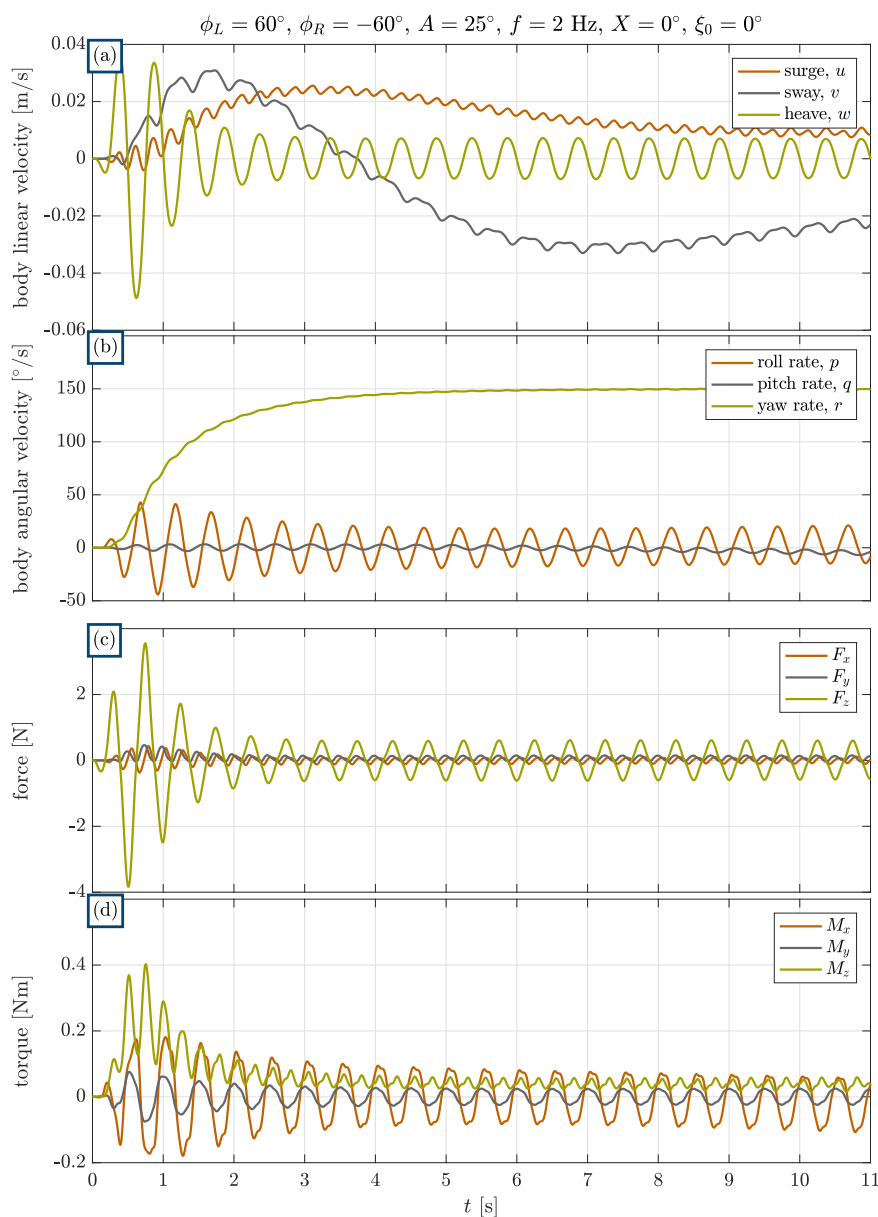


Σχήμα 6.14: Ενδεικτικά αποτελέσματα για τη λειτουργία επιτόπιας περιστροφής του οχήματος: (α) Απεικόνιση της τροχιάς στον τρισδιάστατο χώρο, και επιμέρους συνιστώσες (b) της θέσης, και (c) του προσανατολισμού (γωνίες Euler) ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

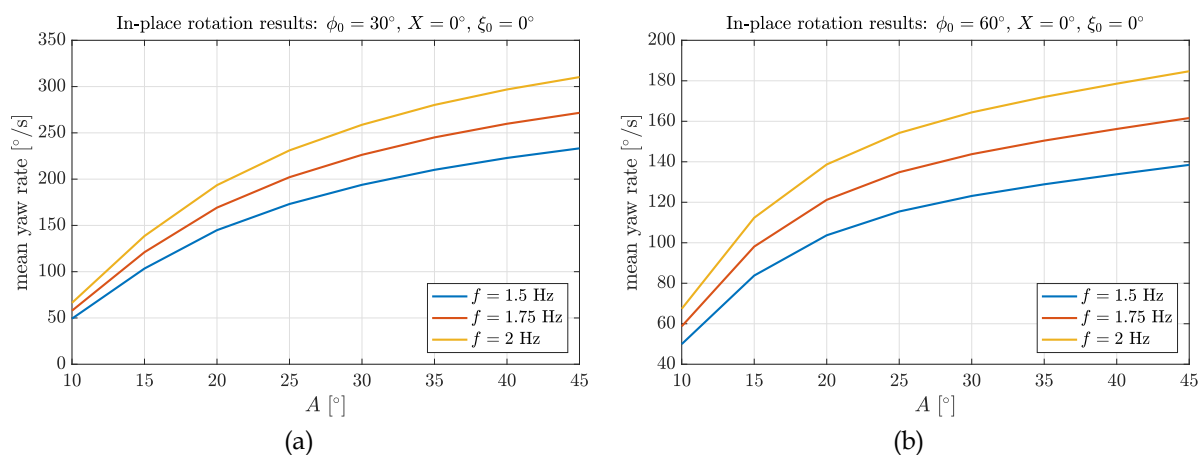
τώσεις να παράγονται σε αντίθετες κατευθύνσεις.

Ενδεικτικά αποτελέσματα για τη λειτουργία αυτή, όπου $f = 2 \text{ Hz}$, $A = 25^\circ$, και $\phi_0 = 60^\circ$, παρατίθενται στα Σχήματα 6.14 και 6.15. Όπως φαίνεται σε αυτά, με το συγκεκριμένο συνδυασμό κινηματικών παραμέτρων το όχημα αποκτά μια τελική ταχύτητα περιστροφής ω γύρω από τον κάθετο άξονα με θετικό πρόσημο και μέτρο ίσο με περίπου $150^\circ/\text{s}$. Παρατηρείται επίσης ότι το όχημα εμφανίζει μια, σχετικά μικρή, μετατόπιση στην κάθετη διεύθυνση, όπως και περιοδικές (με συχνότητα f) διακυμάνσεις μικρού πλάτους στις γωνίες διατοιχισμού και πρόνευσης, απόρροια της διασύνδεσης των βαθμών ελευθερίας που χαρακτηρίζει το δυναμικό μοντέλο του συστήματος.

Η παραμετρική διερεύνηση που υλοποιήθηκε σε αυτό το στάδιο, βασίστηκε στην αλλαγή



Σχήμα 6.15: Αναλυτικά αποτελέσματα για την απόκριση του συστήματος σε λειτουργία επιτόπιας περιστροφής. Στα γραφήματα παρουσιάζονται οι (a) γραμμικές και (b) περιστροφικές ταχύτητες ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο, καθώς και οι (c) δυνάμεις και (d) ροπές που παράγονται από τα πτερύγια, ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο.



Σχήμα 6.16: Συγκεντρωτικά γραφήματα της μέσης τελικής ταχύτητας περιστροφής γύρω από τον κάθετο άξονα του οχήματος συναρτήσει του πλάτους και της συχνότητας των εκτελούμενων κυματώσεων των δύο πτερυγίων, για δύο διαφορετικές τιμές της διαφοράς φάσης ϕ_0 των ακτίνων.

του πλάτους A και της συχνότητας f των ταλαντώσεων των πτερυγίων, με σκοπό την καταγραφή του ρυθμού μεταβολής της στροφής του οχήματος γύρω από τον z_b - άξονα, γνωρίζοντας ότι αυτές είναι οι βασικές παράμετροι ρύθμισης για τη μεταβολή των προωστικών δυνάμεων που παράγουν τα πτερύγια. Η μελέτη πραγματοποιήθηκε για δύο διαφορετικές τιμές της κινηματικής παραμέτρου $\phi_0 = 30^\circ, 60^\circ$.

Από τα γραφήματα του Σχήματος 6.16, παρατηρείται ότι η ταχύτητα περιστροφής του οχήματος αυξάνεται τόσο με το πλάτος A όσο και με τη συχνότητα f των κυματώσεων. Σημειώνεται επίσης ότι για διαφορά φάσης $\phi_0 = 30^\circ$ η ταχύτητα r λαμβάνει υψηλότερες τιμές σε σχέση με $\phi_0 = 60^\circ$. Αυτό είναι αποτέλεσμα του ότι η δύναμη που παράγουν τα πτερύγια είναι μεγαλύτερη στη περίπτωση που $\phi_0 = 30^\circ$, όπως αποτυπώνεται και στην τελική μέση ταχύτητα στη λειτουργία εμπρόσθιας πρόωσης του οχήματος (βλ. Σχήμα 6.7).

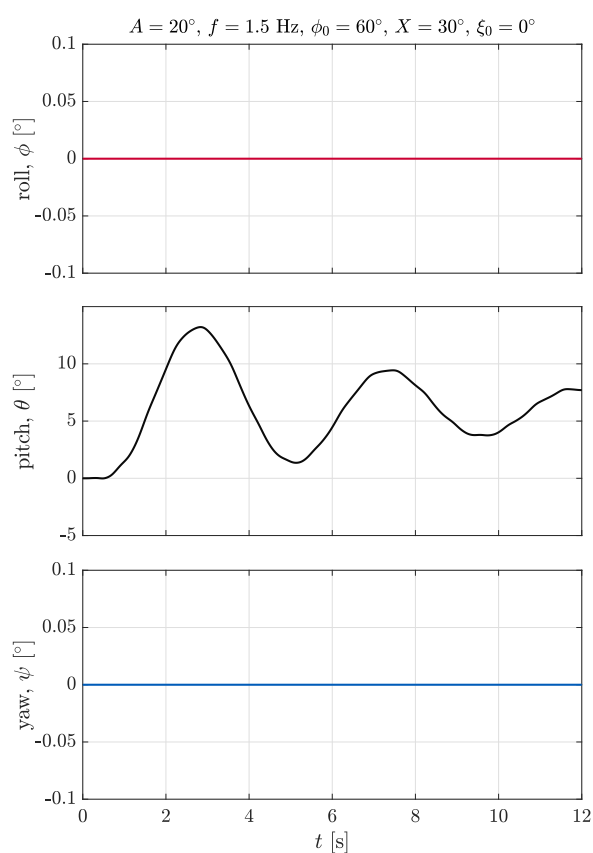
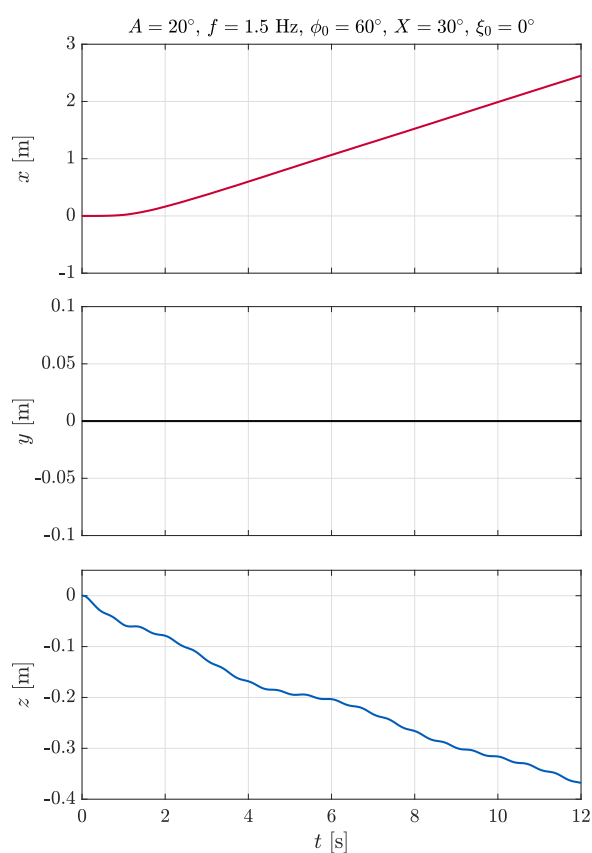
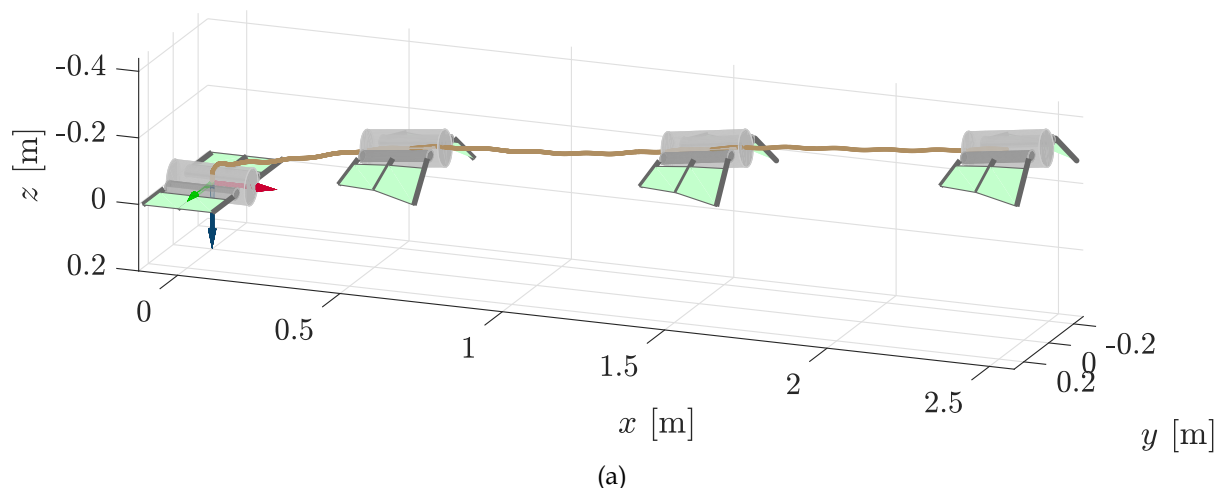
6.6 Λειτουργία Ανοδικής/Καθοδικής Εμπρόσθιας Κίνησης

Η εμπρόσθια πρόωση του οχήματος μπορεί να συνδυαστεί με ταυτόχρονη κίνησή του στο επίπεδο x_n - z_n όταν τα πτερύγια κυματώνονται με τις ίδιες κινηματικές παραμέτρους, θέτοντας την κλίση $X \neq 0$. Η τιμή και το πρόσημο που λαμβάνει η παράμετρος X υποδεικνύει πόσο, και με τι φορά (θετική ή αρνητική), θα στραφεί το όχημα γύρω από τον εγκάρσιο άξονα.

Για την ανάλυση της συγκεκριμένης λειτουργίας, στα Σχήματα 6.17 και 6.18 παρατίθενται τα αποτελέσματα από μια ενδεικτική προσομοίωση για κλίση κυμάτωσης των πτερυγίων $X_L = X_R = 30^\circ$, με τις υπόλοιπες κινηματικές παραμέτρους να αντιστοιχούν σε αυτές των αποτελεσμάτων που παρουσιάστηκαν στο Σχήμα 6.4. Όπως απεικονίζεται από τα διαγράμματα του Σχήματος 6.17 το όχημα κινείται εμπρόσθια έχοντας ταυτόχρονα μια ανοδική πορεία (δηλ. προς αρνητικές τιμές της z_n -συντεταγμένης ως προς το αδρανειακό πλαίσιο), η οποία, μετά την παρέλευση του μεταβατικού φαινομένου σταθεροποιείται σε γωνία πρόνευσης $\theta \approx 6^\circ$, με τις γωνίες διατοιχισμού ϕ και κατεύθυνσης θ αμφότερες να παραμένουν σταθερά μηδενικές, και χωρίς το όχημα να μετατοπίζεται κατά την y_n -συντεταγμένη.

Από τα γραφήματα των ταχυτήτων ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο (Σχήμα 6.18a,b) προκύπτει ότι η απόδοση μη-μηδενικής τιμής στην κλίση των δύο πτερυγίων πρακτικά δεν διαφο-

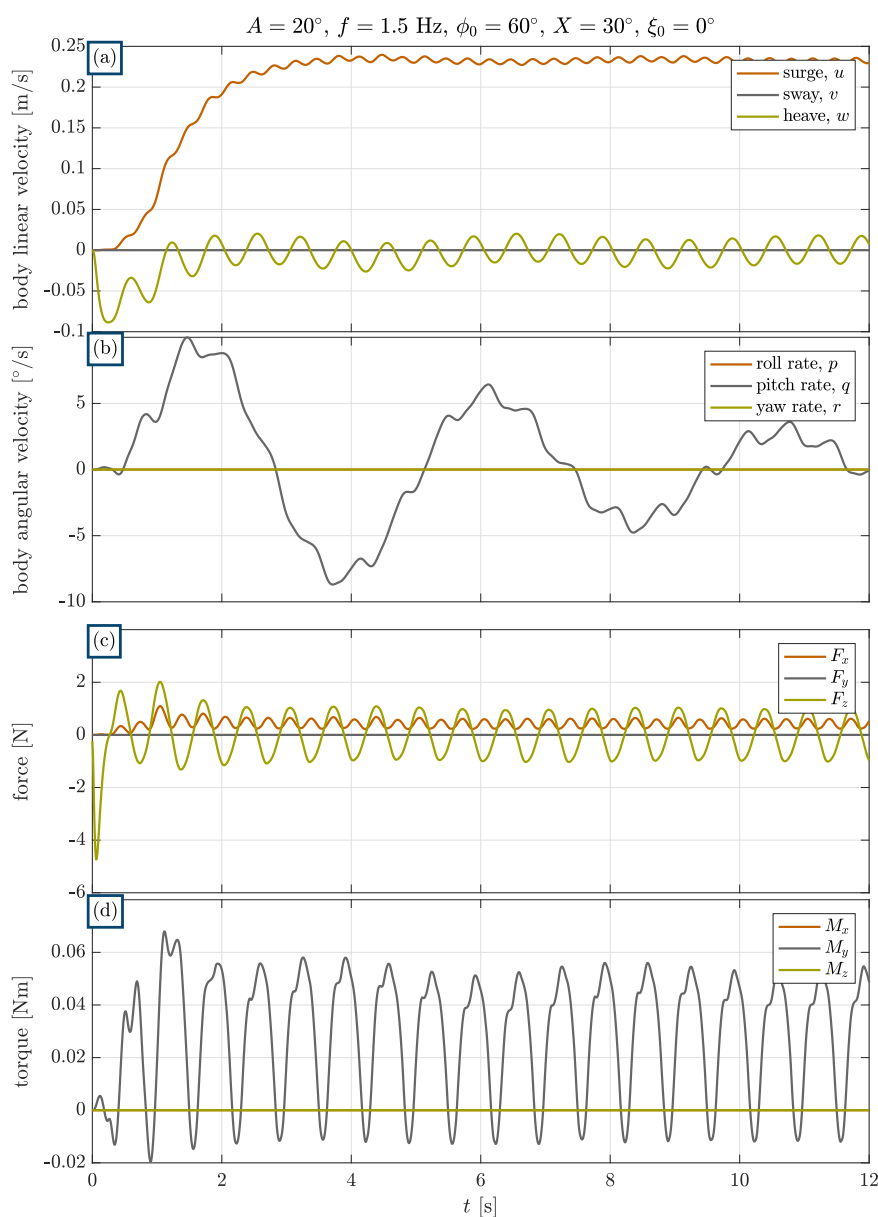
$$A = 20^\circ, f = 1.5 \text{ Hz}, \phi_0 = 60^\circ, X = 30^\circ, \xi_0 = 0^\circ$$



Σχήμα 6.17: Ενδεικτικά αποτελέσματα για τη λειτουργία ανοδικής ευθύγραμμης πρόωσης του οχήματος: (a) Αλεϊκόνιση της τροχιάς στον τρισδιάστατο χώρο, και επιμέρους συνιστώσες (b) της θέσης, και (c) του προσανατολισμού (γωνίες Euler) ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

ροποιεί την απόκριση των γραμμικών ταχυτήτων σε σχέση με την περίπτωση που $X_L = X_R = 0$ (Σχήμα 6.5a). Το βασικό στοιχείο που εντοπίζεται στο Σχήμα 6.18b είναι η μη-μηδενική μέση τιμή που παρουσιάζει η απόκριση της ροπής M_y που παράγουν τα πτερύγια, το πρόσημο της οποίας συσχετίζεται με αυτό της κλίσης X . Το χαρακτηριστικό αυτό είναι που οδηγεί στην κίνηση του οχήματος με σταθερή γωνία πρόνευσης στη μόνιμη κατάσταση, όπου η M_y αντι-

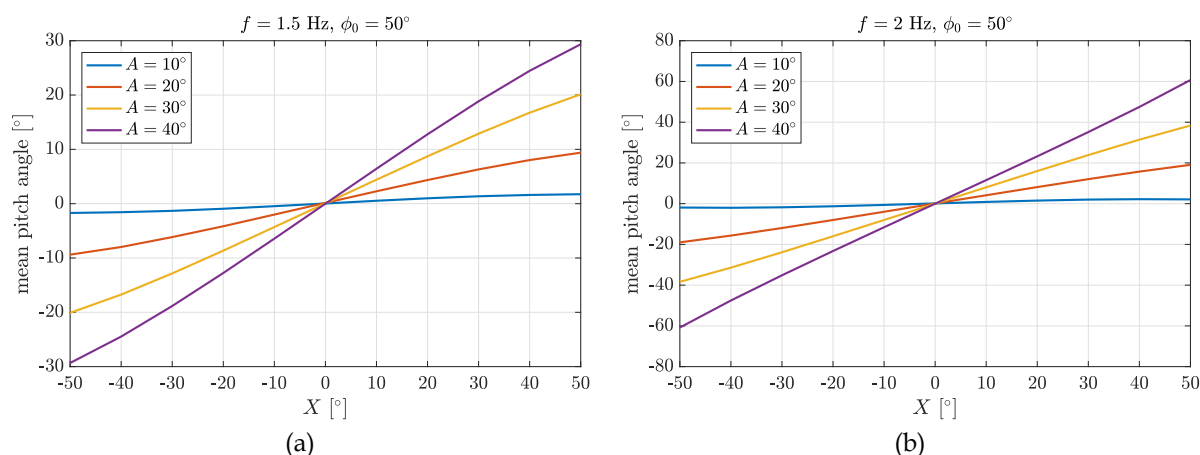
σταθμίζεται από τη ροπή επαναφοράς λόγω των υδροστατικών και των υπόλοιπων δυνάμεων που εφαρμόζονται στο όχημα. Η περαιτέρω ερμηνεία της συγκεκριμένης λειτουργίας μπορεί να επιτευχθεί αξιοποιώντας την ανάλυση παραγωγής δύναμης των πτερυγίων. Όπως παρατηρήθηκε προηγουμένως, η κλίση του οχήματος οφείλεται στην M_y συνιστώσα των πτερυγίων. Σύμφωνα με την Σχέση (4.10), η ροπή m_y κάθε στοιχειώδους επιφάνειας εξαρτάται τόσο από την συνιστώσα δύναμης f_z και f_x όσο και από τις συνιστώσες x_b και z_b του διανύσματος που περιγράφει τη θέση της ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο. Εξετάζοντας τη συνολική συνεισφορά που προσδίδουν το σύνολο των στοιχειωδών επιφανειών, και λαμβάνοντας υπόψη τη συμμετρική τοποθέτηση των πτερυγίων, η μέση απόσταση των συνιστωσών x_b κάθε πτερυγίου, ως προς την αρχή του σωματοπαγούς πλαισίου, ισούται με μηδέν. Κάτι τέτοιο δεν ισχύει για την



Σχήμα 6.18: Αναλυτικά αποτελέσματα για την απόκριση του συστήματος σε λειτουργία ανοδικής εμπρόσθιας κίνησης. Στα γραφήματα παρουσιάζονται οι (a) γραμμικές και (b) περιστροφικές ταχύτητες ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο, καθώς και οι (c) δυνάμεις και (d) ροπές που παράγονται από τα πτερύγια, ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο.

αντίστοιχη μέση τιμή z_b , λόγω της μη-μηδενικής κλίσης X που εφαρμόζεται. Επιπρόσθετα, με δεδομένη την παραγωγή μη-μηδενικής F_x συνιστώσας ($\phi_0 \neq 0$), προκαλείται στο όχημα ροπή αντίθετη από το πρόσημο της κλίσης X που κυματώνονται τα πτερύγια.

Σε συνέχεια της παραπάνω ανάλυσης, στο Σχήμα 6.19 παρουσιάζονται συνοπτικά αποτελέσματα για την επίδραση της κλίσης X των πτερυγίων στην τελική γωνία πρόνευσης του οχήματος, συναρτήσει και του πλάτους ταλάντωσης A των ακτίνων, για δύο διαφορετικές συχνότητες f . Όπως παρατηρείται από τα γραφήματα, για συχνότητα $f = 2 \text{ Hz}$, πλάτος $A = 40^\circ$ και διαφορά φάσης $\phi_0 = 50^\circ$, το όχημα δύναται να επιτύχει κλίση έως και 60° για τις ακραίες τιμές X . Σύμφωνα με την μαθηματική ερμηνεία που προηγήθηκε, είναι εύκολα αντιληπτό ότι η γωνία πρόνευσης θ σημειώνει την υψηλότερη τιμή της καθώς η κλίση X λαμβάνει την όσο το δυνατό μεγαλύτερη τιμή (με δεδομένο και τον μηχανικό περιορισμό που εμφανίζει η κίνησης των ακτίνων), σε συνδυασμό με την παραγωγή της συνολικής συνιστώσας δύναμης F_x των πτερυγίων. Με βάση τα αποτελέσματα των μελετών που έχουν προηγηθεί, για συχνότητα $f = 2 \text{ Hz}$, πλάτος $A = 40^\circ$, η μέγιστη ταχύτητα πρόωσης (απόρροια της μέγιστης συνιστώσας F_x), επιτυγχάνεται για $\phi_0 = 20^\circ$ (βλ. Σχήμα 6.7d). Κάτι τέτοιο υποδηλώνει ότι η γωνία πρόνευσης μπορεί να λάβει τιμές μεγαλύτερες από 60° (περίπου 80°), επιτρέποντας με αυτό το τρόπο την σχεδόν κατακόρυφη μετακίνηση του. Σημειώτεον ότι αποδίδοντας κατάλληλο πρόσημο στη παράμετρο X , η κλίση της πορείας έχει ισοδύναμη συμπεριφορά τόσο στη καθοδική, όσο και στην ανοδική λειτουργία.

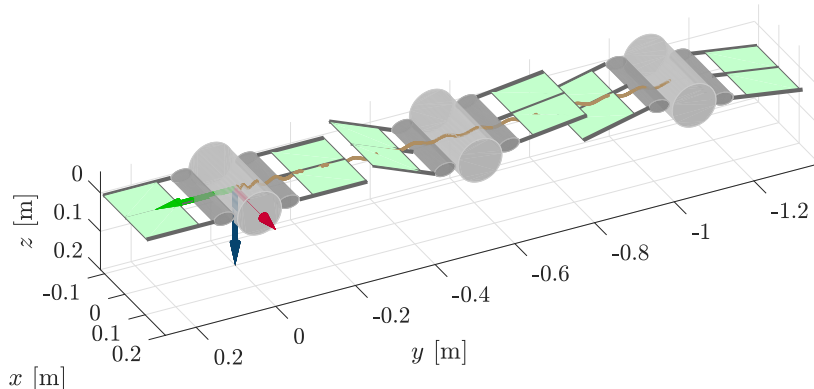


Σχήμα 6.19: Αποτελέσματα παραμετρικής μελέτης για την μεταβολή της τελικής γωνίας πρόνευσης του οχήματος συναρτήσει της κλίσης ταλάντωσης X και του πλάτους A , για δύο διαφορετικές τιμές της συχνότητας f και για διαφορά φάσης $\phi_0 = 50^\circ$.

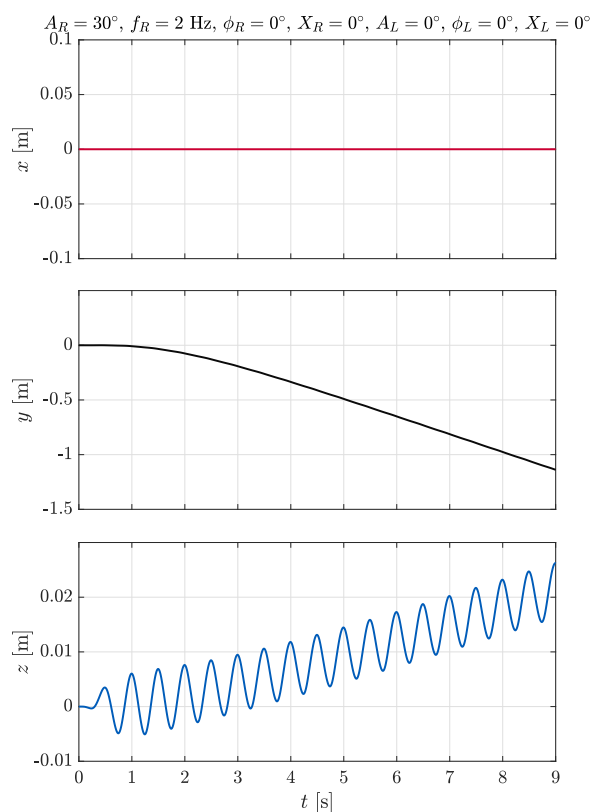
6.7 Λειτουργία Πλευρικής Κίνησης

Η τελευταία λειτουργία που παρουσιάζεται στο παρών κεφάλαιο αφορά στην πλευρική κίνηση του οχήματος, η οποία μπορεί να επιτευχθεί όταν το ένα εκ των δύο πτερυγίων εκτελεί ταλαντωτική κίνηση χωρίς κυμάτωση (δηλαδή με μηδενική διαφορά φάσης μεταξύ των ακτίνων του), ενώ το άλλο πτερύγιο παραμένει ανενεργό στην οριζόντια θέση. Ως εκ τούτου, η εν λόγω λειτουργία διαφοροποιείται από τις υπόλοιπες που παρουσιάστηκαν παραπάνω, αφενός λόγω του ότι το ένα εκ των δύο πτερυγίων είναι απενεργοποιημένο, αφετέρου επειδή το ενεργό πτερύγιο δεν εκτελεί αμιγώς κυματοειδή κίνηση.

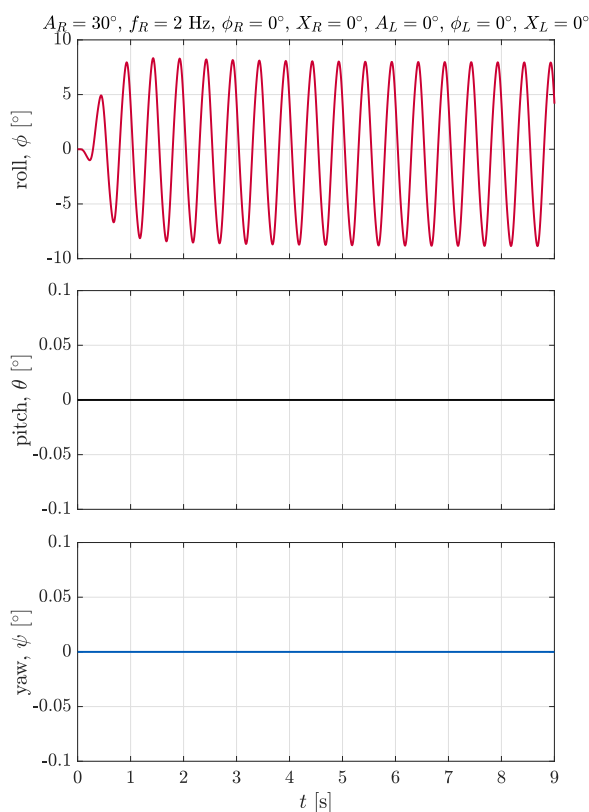
$$A_R = 30^\circ, f_R = 2 \text{ Hz}, \phi_R = 0^\circ, X_R = 0^\circ, A_L = 0^\circ, \phi_L = 0^\circ, X_L = 0^\circ$$



(a)



(b)



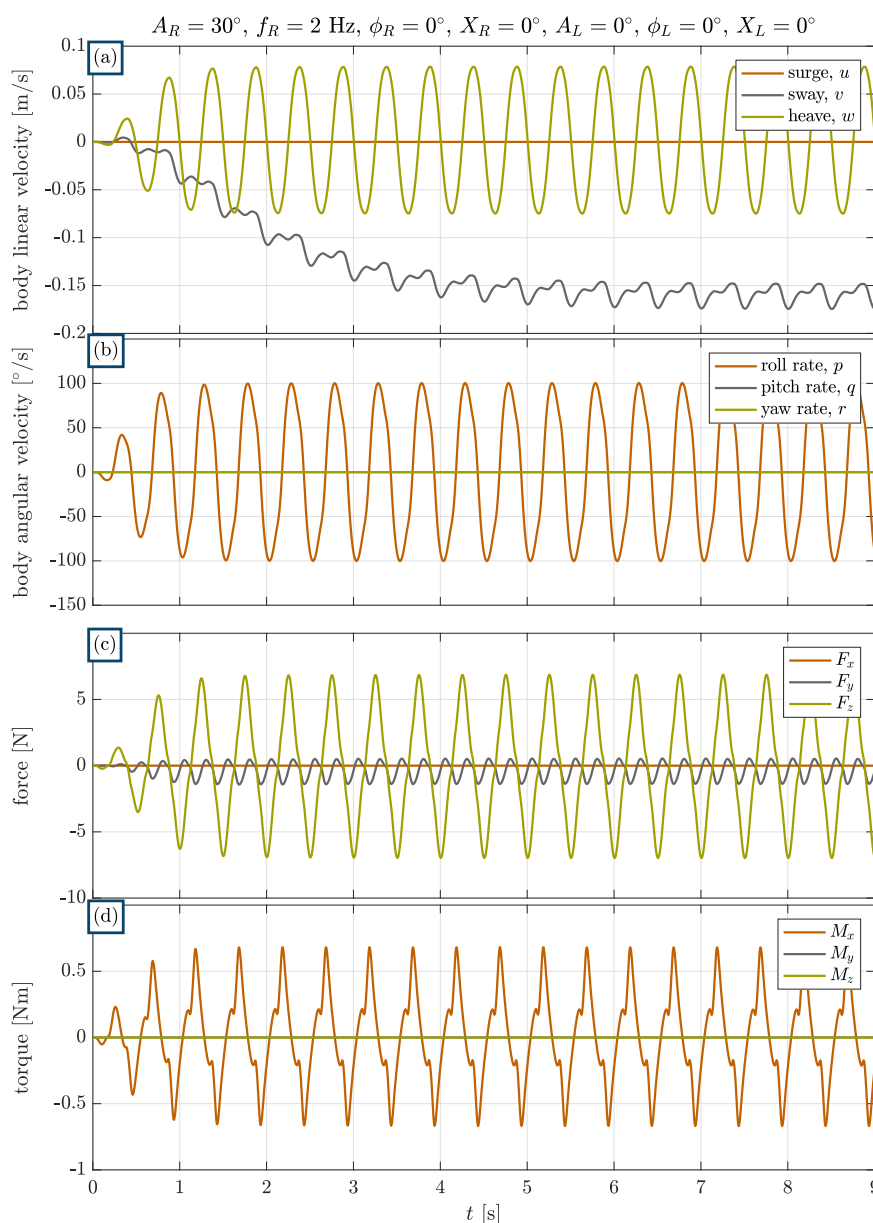
(c)

Σχήμα 6.20: Ενδεικτικά αποτελέσματα για τη λειτουργία πλευρικής κίνησης του οχήματος: (a) Απεικόνιση της τροχιάς στον τριδιάστατο χώρο, και επιμέρους συνιστώσες (b) της θέσης, και (c) του προσανατολισμού (γωνίες Euler) ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

Η λειτουργία πλευρικής κίνησης απεικονίζεται στα διαγράμματα των Σχημάτων 6.20 και 6.21, όπου παρατίθενται τα αποτελέσματα προσομοίωσης με το δεξιό πτερύγιο να ταλαντώνεται με παραμέτρους $A_R = 30^\circ$, $f_R = 2 \text{ Hz}$, $X_R = 0^\circ$ και $\phi_R = 0^\circ$, ενώ το αριστερό πτερύγιο παραμένει ακίνητο (θέτοντας $A_L = 0^\circ$) και με μηδενική κλίση $X_L = 0^\circ$. Το σχήμα αυτό ενεργοποίησης των πτερυγίων έχει αποτέλεσμα την πλευρική κίνηση του οχήματος με μια αρνητική μέση τιμή για την ταχύτητα v και χωρίς μετατόπιση κατά τον διαμήκη άξονα (βλ. Σχήμα 6.21a), η οποία συνοδεύεται από αρκετά σημαντικές περιοδικές διακυμάνσεις της γωνίας διατοιχισμού ϕ , με συχνότητα ίδια με αυτή των ταλαντώσεων του πτερυγίου κίνησης. Στο Σχήμα 6.21c

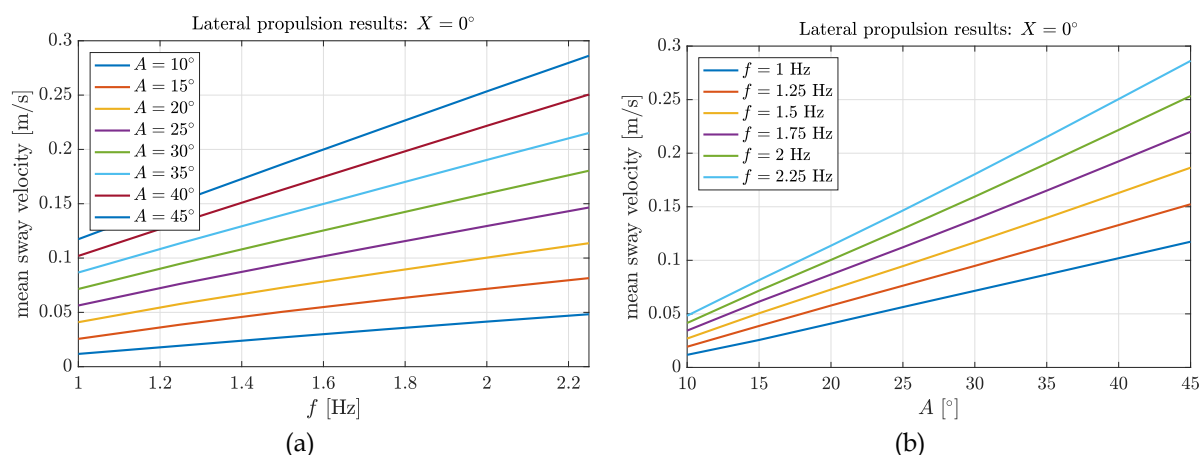
επιβεβαιώνεται η παραγωγή μιας περιοδικά μεταβαλλόμενης με μη-μηδενική μέση τιμή δύναμης κατά την εγκάρσια κατεύθυνση από την κίνηση των πτερυγίων. Σημειώνεται επίσης ότι το όχημα παρουσιάζει παράλληλα μια βύθιση (κίνηση προς θετικές τιμές της z_n -συντεταγμένης ως προς το αδρανειακό πλαίσιο, βλ. Σχήμα 6.20b), με σημαντικά μικρότερη όμως ταχύτητα από αυτήν της πλευρικής κίνησης.

Στο Σχήμα 6.22 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα παραμετρικής μελέτης για την μέση τελική ταχύτητα πλευρικής μετατόπισης, συναρτήσει της συχνότητας f και του πλάτους ταλάντωσης A των ακτίνων. Όπως διαπιστώνεται, η μεταβολή της ταχύτητας είναι εν πολλοίς γραμμική σε σχέση με τις δύο αυτές παραμέτρους (τουλάχιστον για το μελετώμενο εύρος τιμών τους). Επιπρόσθετα, τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.23 υποδεικνύουν ότι το πλάτος

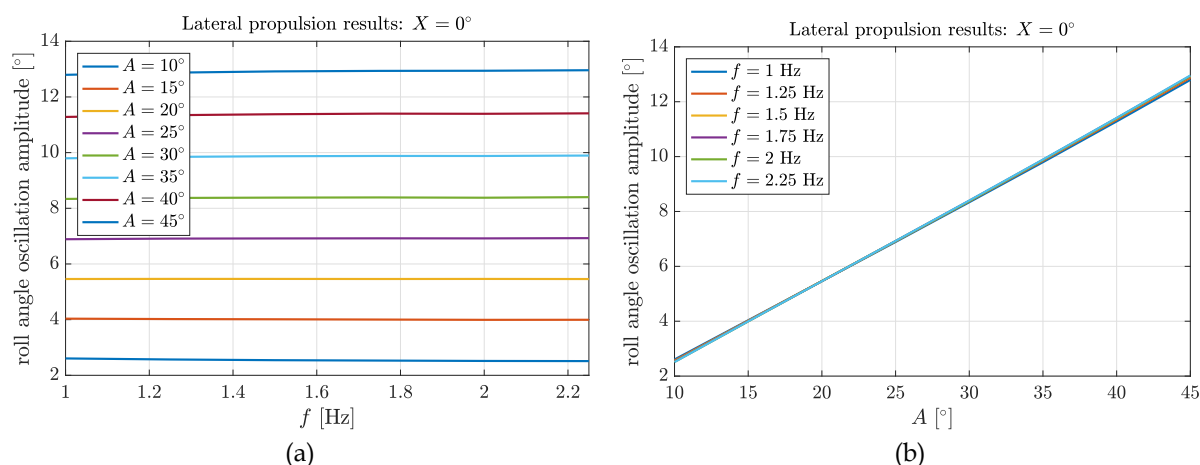


Σχήμα 6.21: Αναλυτικά αποτελέσματα για την απόκριση του συστήματος σε λειτουργία πλευρικής κίνησης. Στα γραφήματα παρουσιάζονται οι (a) γραμμικές και (b) περιστροφικές ταχύτητες ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο, καθώς και οι (c) δυνάμεις και (d) ροπές που παράγονται από τα πτερύγια, ως προς το σωματοπαγές πλαίσιο.

διακόμανσης της γωνίας διατοιχισμού του οχήματος στη μόνιμη κατάσταση αυξάνεται γραμμικά με το πλάτος ταλάντωσης A των ακτίνων και είναι ανεξάρτητο της συχνότητας f .



Σχήμα 6.22: Αποτελέσματα παραμετρικής μελέτης για την μεταβολή της μέσης τελικής ταχύτητας πλευρικής πρόωσης του οχήματος συναρτήσει της συχνότητας f και του πλάτους A .



Σχήμα 6.23: Αποτελέσματα παραμετρικής μελέτης για την μεταβολή του πλάτους διακόμανσης της γωνίας διατοιχισμού του οχήματος στη μόνιμη κατάσταση συναρτήσει της συχνότητας f και του πλάτους A .

6.8 Συμπεράσματα

Στην ενότητα αυτή επιχειρείται μια σύντομη των βασικών συμπερασμάτων που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις που παρουσιάστηκαν στο παρόν κεφάλαιο. Ένα πολύ σημαντικό συμπέρασμα αφορά στην κατανόηση των βασικών πρότυπων κίνησης του οχήματος SQUIDBOT-mini, σε σχέση με το εφαρμοζόμενο προφίλ κυμάτωσης των πτερυγίων του. Η αξιοποίηση της διανυσματικής ανάλυσης των δυνάμεων που παράγουν τα πτερύγια, παρείχε τη δυνατότητα καθορισμού διάφορων αρχιτεκτονικών ελέγχου ανοιχτού βρόχου, αναδεικνύοντας κάποιους εκ των βαθμών ελευθερίας στους οποίους μπορεί να επιτευχθεί ελεγχόμενη ("ωφέλιμη") κίνηση του οχήματος. Μια εξίσου βασική διαπίστωση είναι η ταλαντωτική συμπεριφορά που εμφανίζουν, ανεξαρτήτου λειτουργίας, οι συνιστώσες ταχύτητας του ρομπότ, απόρροια του εφαρμοζόμενου κυματοειδούς προφίλ κίνησης που εκτελούν οι ακτίνες των πτερυγίων. Η συγκεκριμένη παρατήρηση μπορεί να συνδεθεί και με την ανάλογη συμπεριφορά που εμφανίζουν οι

γενικευμένες δυνάμεις των πτερυγίων (βλ. Ενότητα 5.3), οι οποίες αποτελούν το βασικό μηχανισμό επενέργειας του συστήματος. Παρόλα αυτά οι παραμετρικές μελέτες που διενεργήθηκαν, υποδηλώνουν ότι οι, γενικά ανεπιθύμητες, αυτές περιοδικές διακυμάνσεις μπορούν να περιοριστούν με κατάλληλη ρύθμιση των κινηματικών παραμέτρων των πτερυγίων. Η δυνατότητα όμως αυτή μετριάζεται από το γεγονός ότι υπάρχει αλληλεξάρτηση και με θεμιτά χαρακτηριστικά απόδοσης. Για παράδειγμα, καθώς το όχημα βρίσκεται σε λειτουργία πρόωσης, εάν επηρεγεί διαφορά φάσης $\phi_0 = 60^\circ$ έναντι $\phi_0 = 30^\circ$ (για δεδομένες τιμές των παραμέτρων A και f), επιτυγχάνεται σημαντικός περιορισμός της ταλαντωτικής συμπεριφοράς που εμφανίζουν οι ταχύτητες u , w και q . Παράλληλα όμως, καθώς αυξάνεται η παράμετρος ϕ_0 παρατηρείται μικρή μείωση της μέσης ταχύτητας πρόωσης του οχήματος (βλ. Σχήμα 6.6a,b). Η παρατήρηση αυτή υποδεικνύει την παρουσία ορισμένων αναπόφευκτων συμβιβασμών που καθιστούν απαραίτητη την προσεκτική επιλογή των παραμέτρων κυμάτωσης για τη βελτιστοποίηση των χαρακτηριστικών κίνησης του οχήματος.

Σε συνέχεια της προηγούμενης παρατήρησης, στο Πίνακα 6.1 συνοψίζονται οι συνολικότερες συνιστώσες των ταχυτήτων του οχήματος, τόσο εκείνων με μηδενική, όσο και των αυτών με μη-μηδενική μέση τιμή. Ένα γενικότερο συμπέρασμα που απορρέει από τα δεδομένα του πίνακα, είναι ότι εάν τα πτερόγια δεν εκτελούν πανομοιότυπη κίνηση τότε εμφανίζονται όλες οι ταχύτητες, απόρροια του γεγονότος ότι η κυμάτωση κάθε πτερυγίου παράγει δυνάμεις επενέργειας και στους έξι βαθμούς ελευθερίας του οχήματος. Το συγκεκριμένο φαινόμενο παρατηρείται στη λειτουργία πρόωσης του οχήματος με ταυτόχρονη στροφή ή όταν εκτελεί επιτόπια περιστροφή. Στη λειτουργία ευθύγραμμης πρόωσης τα δύο πτερόγια κυματώνονται με πανομοιότυπο τρόπο, με αποτέλεσμα την αλληλοαναιρέση συγκεκριμένων συνιστώσεων δύναμης και τη συνακόλουθη καταστολή εμφάνισης των ταχυτήτων v , p και r .

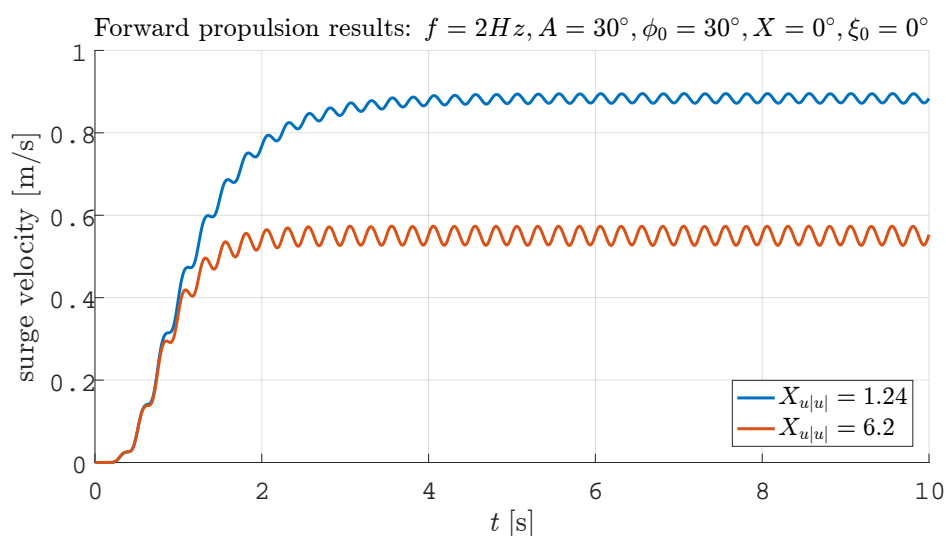
Αξίζει να τονιστεί ότι στη λειτουργία πρόωσης με ανοδική/καθοδική πορεία, αν και κατά το μεταβατικό στάδιο παρουσιάζεται μια μη-μηδενική ταχύτητα περιστροφής q , η μέση τιμή της εν τέλει μηδενίζεται λόγω της απόσβεσης που προκαλείται από τις αντίρροπες δυνάμεις (βαρυτικές - Coriolis). Τέλος, στην ιδιαίτερη περίπτωση της πλευρικής κίνησης του οχήματος, η μόνη ταχύτητα με μη-μηδενική μέση τιμή είναι η v , ενώ τόσο η w , όσο και η q οφείλονται στα άνισα συνολικά παραγόμενα διανύσματα δύναμης κατά τον κατακόρυφο άξονα των δύο πτερυγίων, εμφανίζοντας όμως μηδενική μέση τιμή. Κατά τη συγκεκριμένη λειτουργία, το γεγονός ότι τα πτερόγια δεν παράγουν δύναμη κατά τον διαμήκη άξονα (δεδομένου ότι το ένα

*Πίνακας 6.1: Οι ταχύτητες που εμφανίζει το όχημα για κάθε μία από τις προταθείσες λειτουργίες κίνησης. Με το σύμβολο * σημειώνονται οι συνιστώσες ταχύτητας με μη-μηδενική μέση τιμή ενώ με το σύμβολο \otimes , επισημαίνονται οι προκύπτουσες ταχύτητες με μηδενική μέση τιμή. Τέλος, με το σύμβολο - επισημαίνεται η περίπτωση που δεν εμφανίζεται καθόλου μία ταχύτητα στο αντίστοιχο πρότυπο κίνησης.*

Λειτουργία	Συνιστώσες ταχύτητας					
	u	v	w	p	q	r
Ευθύγραμμη πρόωση	*	-	\otimes	-	\otimes	-
Πρόωση με στροφή	*	*	\otimes	\otimes	\otimes	*
Επιτόπια περιστροφή	\otimes	\otimes	\otimes	\otimes	\otimes	*
Ανοδική/καθοδική πορεία	*	-	\otimes	-	\otimes	-
Πλευρική κίνηση	-	*	\otimes	\otimes	-	-

περύγιο είναι ακίνητο ενώ το άλλο εκτελεί αμιγώς ταλαντωτική κίνηση με μηδενική διαφορά φάσης ϕ_0), αποκλείει την εμφάνιση πρόσθετων ταχυτήτων.

Σύμφωνα με την γεωμετρική προσέγγιση που έχει υιοθετηθεί για το όχημα, τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων υποδεικνύουν ότι μπορεί να σημειώσει μέση τελική ταχύτητα πρόωσης έως και $u \approx 44 \text{ cm/s}$. Σημειώνεται ότι η συγκεκριμένη ταχύτητα επιτυγχάνεται για μεγάλες τιμές συχνότητας ($f = 2.25 \text{ Hz}$) και πλάτους ταλάντωσης ($A = 45^\circ$) των ακτίνων, που όμως δεν είναι απαγορευτικές ακόμα και σε εφαρμογή τους στο πραγματικό σύστημα. Αναλύοντας τους όρους που εμπλέκονται στις δυναμικές εξισώσεις του οχήματος κινούμενο σε λειτουργία ευθύγραμμης πρόωσης, παρατηρείται ότι η μέση τελική ταχύτητα u εξαρτάται τόσο από την συνολική F_x συνιστώσα που παράγουν τα πτερύγια, όσο και από τις αντιτιθέμενες δυνάμεις εξαιτίας των υδροδυναμικών αντιστάσεων κατά το x_b - άξονα, το μέτρο των οποίων καθορίζεται από την τιμή του υδροδυναμικού παραγώγου $X_{u|u}$. Λαμβάνοντας υπόψη το προσδιορισμό των υδροδυναμικών στοιχείων (βλ. Ενότητα 3.10), εξάγεται το συμπέρασμα ότι, μειώνοντας την υδροδυναμική αντίσταση στη συγκεκριμένη διεύθυνση (για παράδειγμα με τον επανασχεδιασμό της εμπρόσθιας γεωμετρίας του οχήματος), μπορεί να επιτευχθεί σημαντική αύξηση της μέσης τελικής ταχύτητας πρόωσης. Πιο συγκεκριμένα η μετατροπή της μπροστινής όψης του οχήματος σε καμπύλη επιφάνεια, έναντι της κάθετης που διαθέτει τώρα, είναι δυνατόν να μειώσει την επίδραση του υδροδυναμικού συντελεστή C_D κατά την αξονική κατεύθυνση έως και πέντε φορές.



Σχήμα 6.24: Η χρονική εξέλιξη της ταχύτητας u του οχήματος σε λειτουργία ευθύγραμμης πρόωσης, με συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων κμάτωσης των πτερυγίων, για δύο διαφορετικές τιμές του παραγώγου υδροδυναμικής απόσβεσης στη διαμήκη κατεύθυνση.

Για την επιβεβαίωση της συγκεκριμένης παρατήρησης στο Σχήμα 6.24 παρατίθενται ενδεικτικά αποτελέσματα από δύο προσομοιώσεις (εφαρμόζοντας πανομοιότυπους κινηματικές παραμέτρους), αποτυπώνοντας τη τελική ταχύτητα u , για δύο διαφορετικές τιμές υδροδυναμικών παραγώγων $X_{u|u}$. Τα αποτελέσματα από τη συγκεκριμένη σύγκριση υποδεικνύουν ότι μια τέτοιου είδους προσαρμογή μπορεί να επιφέρει σημαντική αύξηση της ταχύτητας πρόωσης του οχήματος (έως και κατά 80%). Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι, εκτός από την αύξηση της

μέσης ταχύτητας πρόωσης, η βελτίωση του υδροδυναμικού συντελεστή επιφέρει και μείωση του πλάτους διακύμανσης της ταχύτητας u . Οι παρατηρήσεις αυτές υπογραμμίζουν και την πολύ σημαντική προοπτική αξιοποίησης του δυναμικού μοντέλου για την συνολική βελτιστοποίηση της σχεδίασης οχημάτων με περὺγια κοματοειδούς κίνησης.

Κεφάλαιο 7

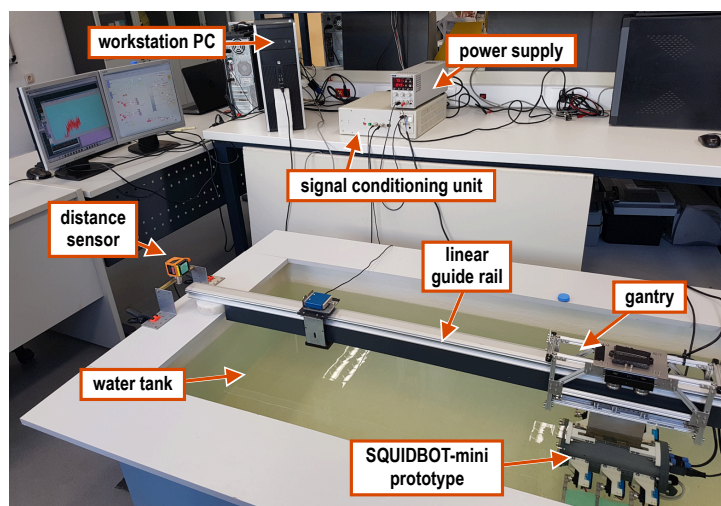
Πειραματική Αποτίμηση του Μοντέλου Προσομοίωσης

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μιας παραμετρικής μελέτης, για την αξιολόγηση της πιστότητας του δυναμικού μοντέλου κίνησης του οχήματος SQUIDBOT-mini. Προς αυτήν τη κατεύθυνση, διενεργήθηκαν πειραματικές δοκιμές, οι οποίες βασίζονταν στην μεμονωμένη κίνηση του ρομποτικού πρωτότυπου σε ένα βαθμό ελευθερίας, ειδικότερα για πρόωση στη διεύθυνση του διαμήκους άξονα του οχήματος (surge). Βασικό κινηματικό χαρακτηριστικό προς πειραματική διερεύνηση αποτέλεσε η μέση τιμή της ταχύτητα πρόωσης, η οποία συγκρίθηκε με την πρόβλεψη του δυναμικού μοντέλου, όπως αυτή προέκυψε μετά από αντίστοιχες προσομοιώσεις. Τόσο οι πειραματικές όσο και οι δοκιμές προσομοίωσης βασίστηκαν στην υλοποίηση ανοιχτού βρόχου που απεικονίζεται στο Σχήμα 6.3.

7.1 Μεθοδολογία

Η πειραματική μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για την κίνηση του οχήματος κατά τον x - άξονα ήταν παρόμοια με εκείνη που περιγράφεται στην Ενότητα 3.11.1, αναφορικά με τον περιορισμό του σε ένα γραμμικό βαθμό ελευθερίας (κατά το διαμήκη άξονα), με τη διαφορά ότι στη παρούσα φάση, επιτυγχάνεται η αυτοπρόωση του οχήματος μέσω των δυνάμεων που παράγονται από την κυμάτωση των πτερυγίων. Η συνολική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε εικονίζεται στο Σχήμα 7.1. Εν συντομία (λεπτομέρειες έχουν ήδη αναφερθεί στην Ενότητα 3.11.1), απαρτίζεται από τη δεξαμενή νερού, το σύστημα του οδηγού ευθύγραμμης κίνησης με το φορείο πάνω στο οποίο έχει προσαρτηθεί το ρομποτικό πρωτότυπο, το αποστασιόμετρο laser, τις μονάδες πρόσληψης σημάτων, ένα εξωτερικό τροφοδοτικό, και τον Η/Υ μέσω του οποίου διενεργούνται τα πειράματα. Χρησιμοποιήθηκε επίσης ένα αισθητήριο δύναμης (μοντέλο SMT1 της εταιρίας Interface Inc.), εύρους ± 50 N, προσαρμοσμένο επί του οδηγού ευθύγραμμης κίνησης για τη μέτρηση της στατικά παραγόμενης ώσης. Επιπρόσθετα, το συνολικό ρεύμα που καταναλώνει το ρομποτικό πρωτότυπο καταγράφονταν μέσω ενός αισθητηρίου τεχνολογίας Hall (ACS714, Allegro MicroSystems LLC).

Η συνολική αρχιτεκτονική που αναπτύχθηκε για την πρόωση του ρομπότ σε λειτουργία ανοιχτού βρόχου και για τον όλο έλεγχο της πειραματικής διάταξης εικονίζεται στο Σχήμα 7.2. Το ανώτερο, ιεραρχικά, επίπεδο ελέγχου υλοποιείται στον εξωτερικό Η/Υ ως ένα μοντέλο Simulink το οποίο εκτελείται σε πραγματικό χρόνο μέσω της επέκτασης του Real Time Windows

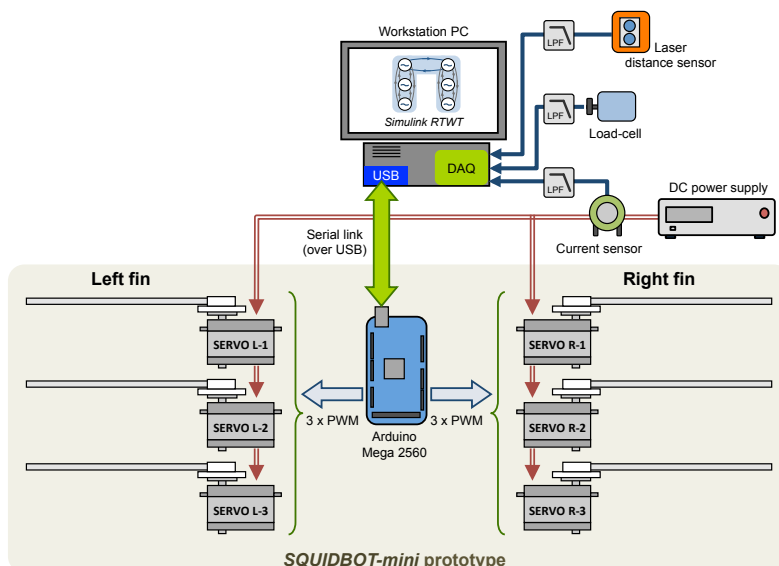


Σχήμα 7.1: Η διάταξη που χρησιμοποιήθηκε για την πειραματική διερεύνηση της ταχύτητας πρόωσης του ρομποτικού πρωτοτύπου SQUIDBOT-mini συναρτήσει των παραμέτρων κομμάτωσης των πτερυγίων.

Target. Το εν λόγω μοντέλο περιλαμβάνει μια σειρά από μπλοκ, τα οποία υλοποιούν την αρχιτεκτονική του CPG που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 5, παράγοντας τις επιθυμητές γωνιακές τροχιές για όλες τις ακτίνες του μηχανισμού με ομαλή εκκίνηση από την αρχική θέση ηρεμίας. Οι τροχιές αυτές μεταδίδονται, μέσω σειριακού πρωτοκόλλου, στη κεντρική υπολογιστική πλατφόρμα εντός του πρωτοτύπου, όπου ο μικροελεγκτής ATMega2560 παράγει, μέσω των hardware timers, τα κατάλληλα σήματα PWM για τους σερβοκινητήρες των ακτίνων. Σημειώνεται ότι η επικοινωνία του οχήματος με τον Η/Υ πραγματοποιείται με χρήση καλωδίου USB, για να αποφευχθούν τα προβλήματα αξιοπιστίας που εμφανίζει η ασύρματη επικοινωνία μέσω bluetooth πρωτοκόλλου, λόγω του ότι το όχημα βρίσκεται μέσα στο νερό.

Βασικός στόχος των πειραματικών δοκιμών σε αυτό το στάδιο ήταν η εξαγωγή, της περιορισμένης κατά τον x - άξονα, ταχύτητας u του ρομποτικού πρωτοτύπου, έτσι όπως προέκυπτε με βάση τις κινηματικές παραμέτρους που εφαρμόζονταν στα πτερύγια του. Παράλληλα, εκτός από τη καταγραφή της απόστασης, μέσω του αποστασιόμετρου laser, λαμβάνονταν μετρήσεις από το αισθητήριο κατανάλωσης ρεύματος όπως και δεδομένα δύναμης κατά τον οριζόντιο άξονα. Πιο συγκεκριμένα, πριν την έναρξη του κάθε πειράματος, το ρομποτικό πρωτότυπο τοποθετούνταν στην άκρη της δεξαμενής απέναντι από το αποστασιόμετρο, με τις ακτίνες σε οριζόντια θέση (Σχήμα 7.1). Ακολούθως, εκκινούνταν το Simulink μοντέλο για τον υπολογισμό και την αποστολή στο ρομποτικό όχημα του προφίλ κίνησης των πτερυγίων από τη δομή CPG, σύμφωνα με το επιλεγμένο σετ των κινηματικών παραμέτρων. Κατά τη διάρκεια του πειράματος, οι κοματώσεις των πτερυγίων παρέχουν την προωστική δύναμη για την κίνηση του οχήματος κατά μήκος του οδηγού. Το πείραμα τερματίζεται μερικά δευτερόλεπτα αφού το όχημα προσκρούσει στον αισθητήρα δύναμης, ο οποίος καταγράφει τις στατικά παραγόμενες προωστικές δυνάμεις των πτερυγίων. Μεταξύ διαδοχικών πειραμάτων επιβάλλεται κάποια χρονική καθυστέρηση, ούτως ώστε να επέλθει ισορροπία στο νερό της δεξαμενής.

Για την αυτοματοποίηση της πειραματικής διαδικασίας, αυτή εκτελείται υπό κατάλληλο script του Matlab, μέσω του οποίου μεταβάλλονται οι προς μελέτη κινηματικοί παράμετροι των δικτύων CPG, εκκινείται το μοντέλο Simulink, και στο τέλος του πειράματος αποθηκεύονται τα δεδομένα για περαιτέρω επεξεργασία τους. Μετά τη λήξη των πειραμάτων, τα δε-

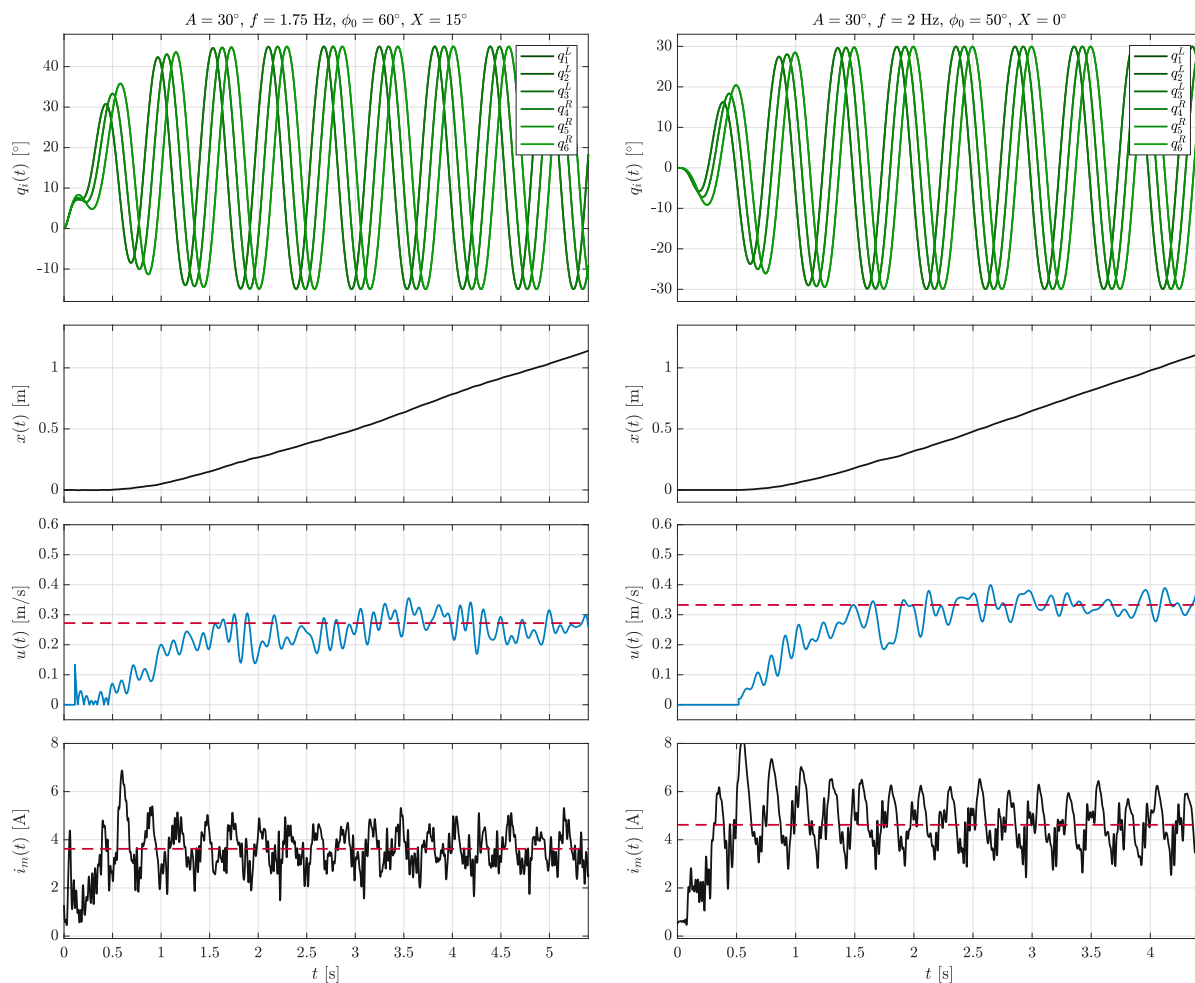


Σχήμα 7.2: Σχηματική απεικόνιση της αρχιτεκτονικής που υλοποιήθηκε για τη διενέργεια των πειραμάτων αποτίμησης της απόδοσης του οχήματος σε λειτουργία εμπρόσθιας πρόωσης.

δομένα επεξεργάζονται κατάλληλα για να προκύψουν οι παράμετροι που χρησιμοποιούνται για την αποτίμηση των χαρακτηριστικών πρόωσης του ρομποτικού πρωτότυπου. Κατ' αρχήν, μέσω διαφορίσης της μέτρησης που λαμβάνεται από τον αισθητήρα απόστασης, υπολογίζεται η ταχύτητα κίνησης του οχήματος κατά μήκος της δεξαμενής, ενώ από ένα σύνολο 'χρήσιμων' περιόδων της κυμάτωσης, κοντά στο τέλος του πειράματος (κατάσταση steady state) υπολογίζεται και η μέση τιμή της ταχύτητας πρόωσης. Αντίστοιχη επεξεργασία πραγματοποιείται και για τα δεδομένα της κατανάλωσης ρεύματος και της στατικά παραγόμενης ώσης.

Στο Σχήμα 7.3 παρουσιάζονται ενδεικτικά αποτελέσματα από τα δεδομένα που ελήφθησαν κατά τη διάρκεια των πειραμάτων αυτών, για δύο διαφορετικούς συνδυασμούς των παραμέτρων της υλοποιούμενης κυματοειδούς κίνησης. Ειδικότερα, το πάνω γράφημα παρουσιάζει την εντολή κίνησης $q_i(t)$ για τις 6 ακτίνες του οχήματος, στο δεύτερο γράφημα απεικονίζεται η χρονική εξέλιξη της μετατόπισης $x(t)$ του ρομπότ από το αισθητήριο απόστασης της πειραματικής διάταξης, ενώ στο τρίτο γράφημα παρουσιάζεται η αντίστοιχη χρονική εξέλιξη της ταχύτητας κίνησης $u(t)$ όπως αυτή προέκυψε μέσω αριθμητικής παραγώγισης του $x(t)$. Με κόκκινη διακεκομμένη γραμμή σημειώνεται η μέση τιμή της ταχύτητας του οχήματος, μετά την παρέλευση του μεταβατικού φαινομένου. Τέλος, στο τέταρτο γράφημα φαίνεται η χρονική εξέλιξη του συνολικού καταναλισκόμενου ρεύματος $i_m(t)$ κατά τη διάρκεια του πειράματος, όπως αυτό προέκυψε από το σήμα του αισθητηρίου ρεύματος, κατόπιν επεξεργασίας του με χαμηλοπερατό φίλτρο εξομάλυνσης. Η μέση τιμή του καταναλισκόμενου ρεύματος στη μόνιμη κατάσταση σημειώνεται με την κόκκινη διακεκομμένη γραμμή.

Μετά τα πειράματα, ακολούθησε η διενέργεια προσομοιώσεων με το δυναμικό μοντέλο του συστήματος για πρόωση με έλεγχο ανοιχτού βρόχου, χρησιμοποιώντας τους ίδιους συνδυασμούς των παραμέτρων κυμάτωσης (συμπεριλαμβανομένου και των παραμέτρων του CPG) με αυτούς των πειραμάτων. Για την καλύτερη προσέγγιση της πειραματικής διαδικασίας, το μοντέλο τροποποιήθηκε κατάλληλα προκειμένου το όχημα να περιοριστεί στον surge βαθμό ελευθερίας, με αύξηση της συνολικής μάζας ώστε να περιλαμβάνει και τη μάζα του φορείου

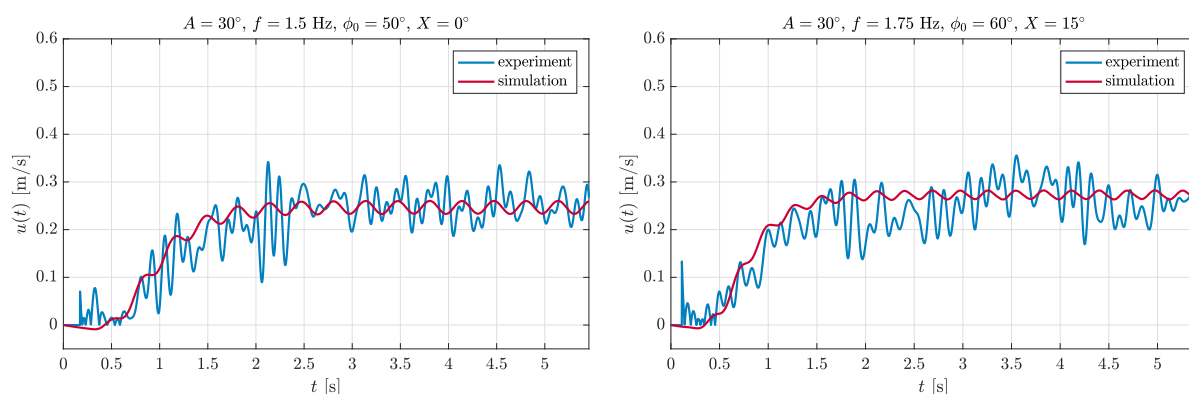


Σχήμα 7.3: Ενδεικτικά αποτελέσματα από τα πειράματα με το μηχανισμό στη δεξαμενή δοκιμών, για δύο διαφορετικούς συνδυασμούς των παραμέτρων της υλοποιούμενης κυματοειδούς κίνησης. Με κόκκινη διακεκομμένη γραμμή σημειώνεται η μέση τελική ταχύτητα και η μέση κατανάλωση ρεύματος του συστήματος στα αντίστοιχα διαγράμματα.

και των εξαρτημάτων προσάρτησης σε αυτό (βλ. Σχήμα 3.8). Τέλος, στο μοντέλο ενσωματώθηκε και η τριβή κύλισης του φορείου, όπως αυτή προσδιορίστηκε από τα πειράματα που παρουσιάστηκαν στην Ενότητα 3.11.2. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων αναλύθηκαν μέσω κατάλληλων scripts του Matlab για τον υπολογισμό της μέσης ταχύτητας πρόωσης στη μόνιμη κατάσταση, η οποία αποτέλεσε και το βασικό κριτήριο για τη σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα, όπως περιγράφεται στην ενότητα που ακολουθεί.

7.2 Αποτελέσματα

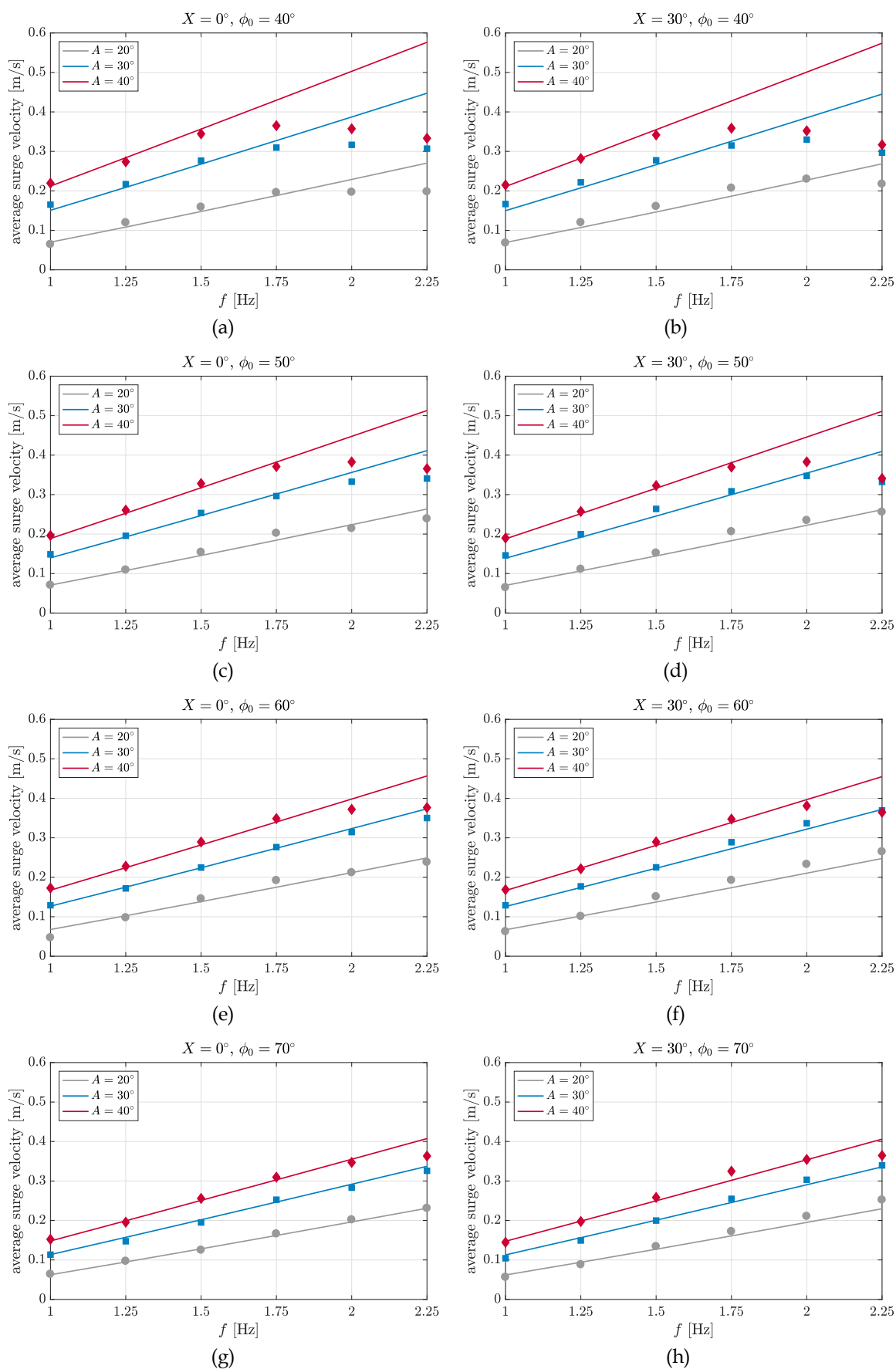
Για την αρχική επικύρωση της ποιότητας του μοντέλου, στο Σχήμα 7.4 απεικονίζονται ενδεικτικά κάποια συγκριτικά γραφήματα με τη χρονική απόκριση ταχύτητας του συστήματος από τα πειραματικά δεδομένα και τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων. Παρά την αρκετά σημαντική διακύμανση που εμφανίζουν τα πειραματικά δεδομένα, απόρροια της αριθμητικής διαφόρισης μέσω της οποίας προέκυψαν από τις μετρήσεις του αισθητήρα απόστασης, είναι εύκολο να διακρίνει κανείς ότι υπάρχει σημαντική ταύτιση με τις προβλέψεις του μοντέλου, τόσο για το μεταβατικό στάδιο όσο και στη μόνιμη κατάσταση.



Σχήμα 7.4: Ενδεικτικά γραφήματα της χρονικής εξέλιξης της ταχύτητας πρόωσης του συστήματος από τα πειραματικά δεδομένα, σε σύγκριση με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης.

Ακολουθώντας, στο Σχήμα 7.5 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα συγκριτικά αποτελέσματα των δεδομένων από τις προσομοιώσεις και τα πειράματα, με μετρήσεις που αφορούν στην μεταβολή της συχνότητας ($1 \text{ Hz} \leq f \leq 2.25 \text{ Hz}$ με βήμα των 0.25 Hz), του πλάτους ($A = 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$), και της διαφοράς φάσης ($\phi_0 = 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ$ και 50°), για δύο διαφορετικές τιμές της κλίσης των πτερυγίων.

Ένα γενικό συμπέρασμα που εξάγεται από τα συγκριτικά γραφήματα, είναι η γραμμικά αυξανόμενη μέση ταχύτητα πρόωσης που εμφανίζεται, τόσο στα δεδομένα προσομοίωσης όσο και στα αντίστοιχα πειραματικά, καθώς αυξάνεται η συχνότητα f αλλά και το πλάτος A των ταλαντώσεων. Περαιτέρω, παρατηρείται μία απόκλιση στη ταύτιση των πειραματικών με τα δεδομένα προσομοίωσης καθώς η συχνότητα αυξάνεται πέρα από ένα όριο. Το συγκεκριμένο όριο εξαρτάται τόσο από το πλάτος, όσο και από τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων. Η παρατήρηση αυτή αφορά μόνο στα πειραματικά δεδομένα. Πιο συγκεκριμένα, για συχνότητες $f < 1.5 \text{ Hz}$, υπάρχει πρακτικά πλήρης ταύτιση των δεδομένων, ενώ καθώς η συχνότητα αυξάνεται πέρα από αυτή τη κρίσιμη τιμή, τα πειραματικά δεδομένα αποτυπώνουν μία τάση αδυναμίας στην αύξηση της ταχύτητας, σε αντίθεση με την, κατά προσέγγιση, γραμμική αύξηση που υποδεικνύουν οι προσομοιώσεις. Το φαινόμενο είναι λιγότερο εμφανές για μεγάλες τιμές της διαφοράς φάσης ϕ_0 , ενώ καθώς μειώνεται η συγκεκριμένη παράμετρος η διαφοροποίηση γίνεται πιο έντονη. Η μεγαλύτερη απόκλιση παρατηρείται όταν οι κινηματικοί παράμετροι λαμβάνουν συνδυαστικά, μεγάλο πλάτος A και μικρή διαφορά φάσης ϕ_0 (βλ. Σχήμα 7.5a-d). Κατά αντιστοιχία τα μεγαλύτερα ποσοστά ταύτισης εμφανίζονται καθώς τα πτερύγια κινούνται με μικρό πλάτος και τη μέγιστη διαφορά φάσης ϕ_0 (βλ. Σχήμα 7.5e-h). Συνοψίζοντας τις παρατηρήσεις, η βασική αιτία στην οποία μπορεί να αποδοθεί η απόκλιση των αποτελεσμάτων, έγκειται στην αδυναμία υλοποίησης του επιθυμητού προφίλ κίνησης των ακτίνων, καθώς αυξάνουν οι φορτίσεις που δέχονται οι επενεργητές. Κάτι τέτοιο μπορεί να συμβεί καθώς αυξάνεται είτε το πλάτος, είτε η συχνότητα των ταλαντώσεων. Επιπρόσθετα, σημαντική αύξηση στις φορτίσεις που δέχονται οι σερβοκινητήρες αναμένεται καθώς μειώνεται η διαφορά φάσης, οπότε και αυξάνονται σημαντικά οι υδροδυναμικές φορτίσεις εξαιτίας της αντίστασης που δέχονται οι, προσαρτημένες στις ακτίνες, μεμβράνες από το ρευστό. Επιπλέον, καθώς κινούνται τα πτερύγια, οι σερβοκινητήρες δέχονται επιπρόσθετες φορτίσεις από τη ροπή επαναφοράς που αναπτύσσεται με την τάνυση της ελαστικής μεμβράνης [9].



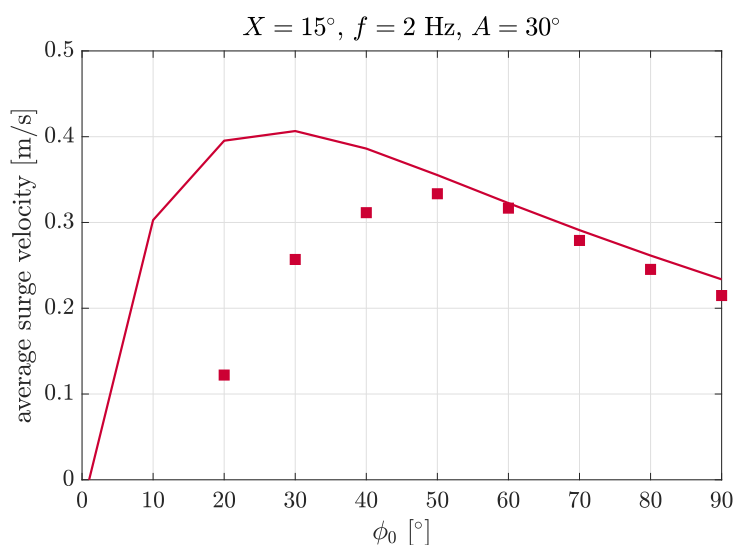
Σχήμα 7.5: Συγκεντρωτικά διαγράμματα για τη σύγκριση των προσομοιώσεων με τα πειραματικά δεδομένα, αναφορικά με την μέση τελική ταχύτητα πρόωσης, με μεταβλητές παραμέτρους τη συχνότητα f , το πλάτος A , και τη διαφορά φάσης ϕ_0 , για δύο διαφορετικές τιμές της κλίσης ταλάντωσης των πτερυγίων διαφορά φάσης (αριστερά διαγράμματα $X = 0^\circ$ και δεξιά διαγράμματα $X = 30^\circ$). Οι συνεχείς γραμμές αποτελούν δεδομένα προσομοίωσης, ενώ τα σύμβολα τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα.

Εστιάζοντας στο γεγονός ότι κατά το στάδιο των προσομοιώσεων, οι προαναφερθείσες παράμετροι (δυναμική ακτίνων-μεμβράνων) δεν λαμβάνονται υπόψη, είναι σε μεγάλο βαθμό λογική η απόκλιση σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα (για συγκεκριμένο τουλάχιστον εύρος κινηματικών παραμέτρων).

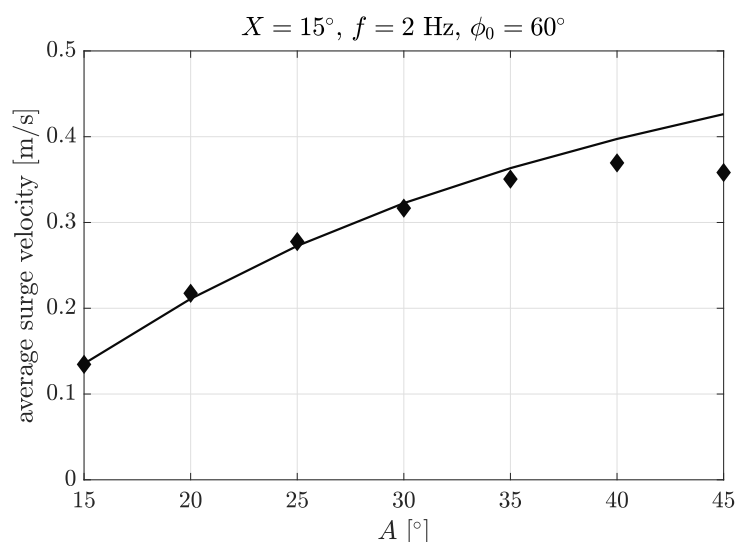
Όσον αφορά την επίδραση της παραμέτρου X , αυτή δεν φαίνεται να συμβάλει σε αλλαγή της τελικής ταχύτητας του οχήματος, όπως παρατηρείται τόσο από τα δεδομένα προσομοίωσης, όσο και από τα αντίστοιχα των πειραματικών δοκιμών, χαρακτηριστικό το οποίο είχε επισημανθεί και στο προηγούμενο κεφάλαιο. Στη βάση της αιτιολόγησης που προηγήθηκε αξίζει να σημειωθεί ότι οι φορτίσεις που δέχονται οι επενεργητές των ακτίνων, είναι σε γενικές γραμμές ανεξάρτητες από τη κλίση ταλάντωσης X . Κάτι τέτοιο αποτυπώνεται και στα γραφήματα του Σχήματος 7.5, η συμπεριφορά των οποίων είναι κοινή τόσο για κλίση $X = 0^\circ$, όσο και $X = 30^\circ$, και στις δύο διαδικασίες (πειραματικές - προσομοίωσης).

Επιπρόσθετα, μία σημαντική παρατήρηση που εξάγεται από τα γραφήματα σύγκρισης των αποτελεσμάτων είναι η ένδειξη ότι, καθώς η συχνότητα λαμβάνει τιμές μεγαλύτερες από $f > 2 \text{ Hz}$, για μικρές τιμές διαφορά φάσης των ταλαντώσεων $\phi_0 < 50^\circ$, όχι μόνο δημιουργείται κορεσμός στην αύξηση της μέσης εμπρόσθιας ταχύτητας u , αλλά εμφανίζεται και παράλληλη μείωση αυτής, με μία αυξητική τάση καθώς η παράμετρος A λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές. Το συγκεκριμένο φαινόμενο γίνεται ιδιαίτερα αντιληπτό, εστιάζοντας στα γραφήματα του Σχήματος 7.5a-b. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι η μέγιστη ταχύτητα που καταγράφηκε για το όχημα από τα πειράματα αυτά αγγίζει τα 0.4 m/s (Σχήμα 7.5f).

Με σκοπό την περαιτέρω αιτιολόγηση της απόκλισης που εμφανίζει το μοντέλο σε σχέση με το ρομποτικό πρωτότυπο, πραγματοποιήθηκε μια επιπλέον παραμετρική διερεύνηση, εξετάζοντας τη μέση τελική ταχύτητα πρόωσης συναρτήσει της διαφοράς φάσης ϕ_0 και του πλάτους A των ταλαντώσεων των πτερυγίων. Στο Σχήμα 7.6 απεικονίζονται τα σχετικά αποτελέσματα για $f_L = f_R = 2 \text{ Hz}$, $X_L = X_R = 15^\circ$ και $A_L = A_R = 30^\circ$. Και σε αυτή τη περίπτωση είναι εμφανής η ταύτιση των πειραματικών με τα δεδομένα προσομοίωσης, για $\phi > 50^\circ$, ενώ αντίστοιχα η



Σχήμα 7.6: Συγκριτικό γράφημα αποτελεσμάτων προσομοίωσης (συνεχής γραμμή) και πειραματικών δεδομένων (τετράγωνα), αναφορικά με τη μεταβολή της μέσης τελικής ταχύτητας του οχήματος συναρτήσει της διαφορά φάσης ϕ_0 των ταλαντώσεων των πτερυγίων.



Σχήμα 7.7: Συγκριτικό γράφημα αποτελεσμάτων προσομοίωσης (συνεχής γραμμή) και πειραματικών δεδομένων (τετράγωνα), αναφορικά με τη μεταβολή της μέσης τελικής ταχύτητας του οχήματος συναρτήσει του πλάτους A των ταλαντώσεων των πτερυγίων.

απόκλιση παρουσιάζεται για διαφορά φάσης $\phi < 50^\circ$. Η μέγιστη ταχύτητα που εμφανίζει το όχημα σύμφωνα με τη προσομοίωση, για τις συγκεκριμένες κινηματικές παραμέτρους, είναι $u \approx 0.34 \text{ m/s}$ για $\phi = 50^\circ$, ενώ αντίστοιχα $u \approx 0.4 \text{ m/s}$ για $\phi = 30^\circ$, με βάση τα πειραματικά δεδομένα. Αξιολογώντας τα δεδομένα από τη προσομοίωση, γίνεται αντιληπτή η δυνητική αύξηση της ταχύτητας πρόωσης που μπορεί να επιτευχθεί με τη χρήση επενεργητών υψηλότερης απόδοσης.

Τέλος, τα αποτελέσματα που απεικονίζονται στο Σχήμα 7.7, υποδεικνύουν ότι, αν και για διαφορά φάσης $\phi = 60$ η ταύτιση του μοντέλου με το ρομποτικού πρωτότυπο είναι πλήρως ικανοποιητική (βλ. Σχήμα 7.6), η ταυτόχρονη αύξηση του πλάτους A των ταλαντώσεων πάνω από τις 35° , μπορεί να οδηγήσει σε αποκλίσεις στη μέση ταχύτητα πρόωσης που οφείλονται, όπως έχει προαναφερθεί, στην αδυναμία παρακολούθησης του επιθυμητού προφίλ από τις ακτίνες των πτερυγίων.

7.3 Συμπεράσματα

Συμπερασματικά, τα αποτελέσματα των πειραματικών δοκιμών που παρουσιάστηκαν στην ενότητα αυτή επιβεβαιώνουν, σε μεγάλο βαθμό, την πιστότητα του δυναμικού μοντέλου του οχήματος, κατ' αρχήν αναφορικά με τη χρήση των πτερυγίων για ευθύγραμμη πρόωση κατά το διαμήκη άξονα. Επιπρόσθετα, θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι λειτουργίες της πρόωσης με στροφή και της επιτόπιας περιστροφής έχουν επαληθευτεί ποιοτικά μέσω σειράς δοκιμών με το ρομποτικό πρωτότυπο στη μικρή δεξαμενή νερού του Εργαστηρίου Συστημάτων Ελέγχου και Ρομποτικής. Λόγω των περιορισμένων διαστάσεων της τελευταίας δεν έχει, επί του παρόντος, καταστεί δυνατή αντίστοιχη επαλήθευση για τις λειτουργίες πλευρικής κίνησης και ανοδικής/καθοδικής πορείας.

Κεφάλαιο 8

Συμπεράσματα και Προτάσεις για Μελλοντική Εξέλιξη

8.1 Συμπεράσματα

Σκοπός της παρούσας εργασίας ήταν ανάπτυξη και ανάλυση ενός μαθηματικού μοντέλου κίνησης του βιο-εμπνευσμένου ρομποτικού οχήματος SQUIDBOT-mini. Βασικός στόχος ήταν η εξαγωγή ενός ενοποιημένου μαθηματικού μοντέλου, που θα περιγράφει με ικανοποιητική ακρίβεια τη δυναμική συμπεριφορά του συγκεκριμένου οχήματος, για κίνηση με έξι βαθμούς ελευθερίας (6 DOF). Στη μοντελοποίηση που πραγματοποιήθηκε συγκαταλέγονται οι υδροδυναμικές και υδροστατικές επιδράσεις, καθώς και τα δυναμικά χαρακτηριστικά εξαιτίας των αδρανειακών και των δυνάμεων πρόσθετης μάζας, που δέχεται το υποβρύχιο όχημα. Το απαραίτητο θεωρητικό υπόβαθρο των δυνάμεων που προαναφέρθηκαν αναλύεται εκτενώς στο Κεφάλαιο 2.

Για τον προσδιορισμό των διαφόρων άγνωστων παραμέτρων που εμπλέκονται στις θεμελιώδεις εξισώσεις της δυναμικής του οχήματος, επιλέχθηκε ένα προσεγγιστικό γεωμετρικό μοντέλο, η επιλογή του οποίου πραγματοποιήθηκε με κατάλληλο τρόπο ούτως ώστε να υπάρχει ομοιότητα τόσο στη γενικότερη μορφή, όσο και στα ειδικότερα χαρακτηριστικά μάζας και όγκου που παρουσιάζει το πρωτότυπο. Για τον προσδιορισμό των αδρανειακών χαρακτηριστικών του οχήματος χρησιμοποιήθηκε ειδικό μοντέλο CAD που αποτυπώνει την ακριβή γεωμετρία του οχήματος. Επιπρόσθετα, με σκοπό την αποτίμηση των αποτελεσμάτων που παρείχε το έτοιμο εργαλείο εξαγωγής στοιχείων αδράνειας του λογισμικού CAD, πραγματοποιήθηκε μαθηματικός υπολογισμός του μητρώου αδράνειας, βασισμένος στη προσεγγιστική γεωμετρία που υιοθετήθηκε. Τα αποτελέσματα των δύο μεθοδολογιών εμφάνισαν αρκετά ικανοποιητική ταύτιση, δεδομένου και των υποθέσεων που λήφθηκαν τόσο στο σχεδιασμό του CAD μοντέλου, όσο και στη επλεγμένη προσεγγιστική γεωμετρία.

Για τον προσδιορισμό των συντελεστών πρόσθετης μάζας που εμφανίζουν οι εξισώσεις δυναμικής του οχήματος εφαρμόστηκε η Θεωρία Λωρίδων, τα αποτελέσματα της οποίας παρατίθενται στην Ενότητα 3.8. Κατά αντίστοιχο τρόπο, για το καθορισμό των υδροδυναμικών φορτίσεων που σχετίζονται με τους γραμμικούς βαθμούς ελευθερίας του οχήματος, αξιοποιήθηκε ένα απλό μαθηματικό μοντέλο που λαμβάνει υπόψη τη συνεισφορά του τετραγωνικού όρου υδροδυναμικής αντίστασης (quadratic drag). Ο υπολογισμός των υδροδυναμικών παραγώγων που

σχετίζονται με τις περιστροφικές ταχύτητες, προέκυψε και σε αυτή τη περίπτωση με εφαρμογή της Θεωρία Λωρίδων. Πρόσθετες πειραματικοί μέθοδοι διενεργήθηκαν με σκοπό την αποτίμηση της ορθότητας των θεωρητικών υπολογισμών που προηγήθηκαν, όπου αυτό ήταν εφικτό. Η διαδικασία της πειραματικής ταυτοποίησης βασίστηκε σε δεδομένα που συλλέχθηκαν από το ρομποτικό πρωτότυπο, αξιοποιώντας μεθόδους ταυτοποίησης (Grey Box Modeling) με τη βοήθεια του λογισμικού Matlab. Τα αριθμητικά αποτελέσματα των υδροδυναμικών παραγώγων (που σχετίζονται με τις γραμμικές ταχύτητες) που εξάχθηκαν από τη διαδικασία ταυτοποίησης, παρουσίασαν σημαντική συμφωνία με τις προβλέψεις της θεωρητικής μελέτης.

Η μοντελοποίηση των δυνάμεων/ροπών που παράγονται από τη κίνηση των περυγίων, καθώς και η ενσωμάτωση τους στο δυναμικό μοντέλο, παρείχε τη δυνατότητα διερεύνησης της δυναμικής συμπεριφοράς του οχήματος. Αν και οι μαθηματικές σχέσεις, βάσει των οποίων καθορίζονται οι προαναφερθείσες δυνάμεις, είναι γενικής μορφής, η μεθοδολογία που υιοθετήθηκε για την κίνηση των ακτίνων στηρίχτηκε σε ημιτονοειδές προφίλ κυμάτωσης το οποίο παράγεται από τη δομή CPG (Κεφάλαιο 5). Η συγκεκριμένη αρχιτεκτονική παρέχει τη δυνατότητα για ομαλές μεταβάσεις στην κίνηση των ακτίνων κατά το αρχικό μεταβατικό στάδιο, αλλά και μεταξύ διαφορετικών μοτίβων κυμάτωσης.

Η παραμετρική διερεύνηση μέσω σειράς προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν, ανέδειξε σημαντικά εγγενή χαρακτηριστικά που σημειώνουν οι ταχύτητες του οχήματος, απόρροια του κυματοειδούς προφίλ κίνησης που εκτελούν οι ακτίνες του. Επιπρόσθετα τα αποτελέσματα των μελετών επιβεβαίωσαν διάφορες πρότυπα κίνησης που μπορεί να υλοποιήσει το πρωτότυπο SQUIDBOT-mini όπως, για παράδειγμα, την ευθύγραμμη κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο ή τη μεταβολή του βάθους πλεύσης του οχήματος, παρέχοντας με αυτό το τρόπο τη δυνατότητα εφαρμογής αρχιτεκτονικών ελέγχου για τη επίτευξη συγκεκριμένων βαθμών ελευθερίας. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα προσομοιώσεων σε σχέση με αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα, για κίνηση του οχήματος κατά τον διαμήκη άξονα, υπήρξε ταύτιση σε ιδιαίτερα ικανοποιητικό βαθμό, επιβεβαιώνοντας με αυτό το τρόπο την ορθότητα του προσδιορισμού τόσο των αποσβεστικών δυνάμεων, όσο και των αντίστοιχων που προκύπτουν από την κυμάτωση των περυγίων του οχήματος.

8.2 Προτάσεις Μελλοντικής Εξέλιξης

Το υπόλοιπο του παρόντος Κεφαλαίο είναι αφιερωμένο σε προτάσεις για μελλοντική εξέλιξη του μαθηματικού μοντέλου κίνησης του οχήματος SQUIDBOT-mini, όπως και για πρόσθετες ενέργειες που είναι εφικτό να υλοποιηθούν, τόσο για την επικύρωση υφιστάμενων, όσο και μελλοντικών μεθοδολογιών, που θα λειτουργήσουν ως κατευθυντήριο μέσο ανάπτυξης αξιόπιστων στρατηγικών ελέγχου κίνησης του υποβρύχιου οχήματος SQUIDBOT-mini.

Η ακρίβεια του μοντέλου που αναπτύχθηκε επιδέχεται αρκετές βελτιώσεις ούτως ώστε να θεωρηθεί πλήρες. Πιθανές μελλοντικές συνεισφορές θα εμπλέκουν πρόσθετες αλληλεπιδράσεις του οχήματος με το ρευστό, όπως είναι οι φορτίσεις από κυματισμούς ή/και υποθαλάσσια ρεύματα, προκειμένου να παρέχεται η δυνατότητα προσομοίωσης μεγαλύτερου εύρους επιχειρησιακών σεναρίων. Επίσης, η ενσωμάτωση υδροδυναμικών φορτίσεων απόσβεσης γραμμικής τριβής, παράμετρος που δεν λαμβάνεται υπόψη στη παρούσα φάση, θα ήταν μια σημαντική προσθήκη.

Προτείνεται επίσης ο πειραματικός προσδιορισμός των υδροδυναμικών παραγώγων που

σχετίζονται με τις περιστροφικές ταχύτητες του οχήματος, συνεισφορά η οποία θα προσδώσει μεγαλύτερη εγκυρότητα στη αξιοπιστία του μοντέλου. Επιπρόσθετα κρίνονται απαραίτητες περαιτέρω πειραματικές δοκιμές με χρήση του ρομποτικού πρωτότυπου, κινούμενο στο χώρο. Με αυτό το τρόπο θα είναι εφικτή η περαιτέρω αξιολόγηση της πιστότητας του μοντέλου καθώς εμφανίζεται συνδυαστική επίδραση των μεταβλητών θέσης και ταχύτητας, στη δυναμική συμπεριφορά του οχήματος.

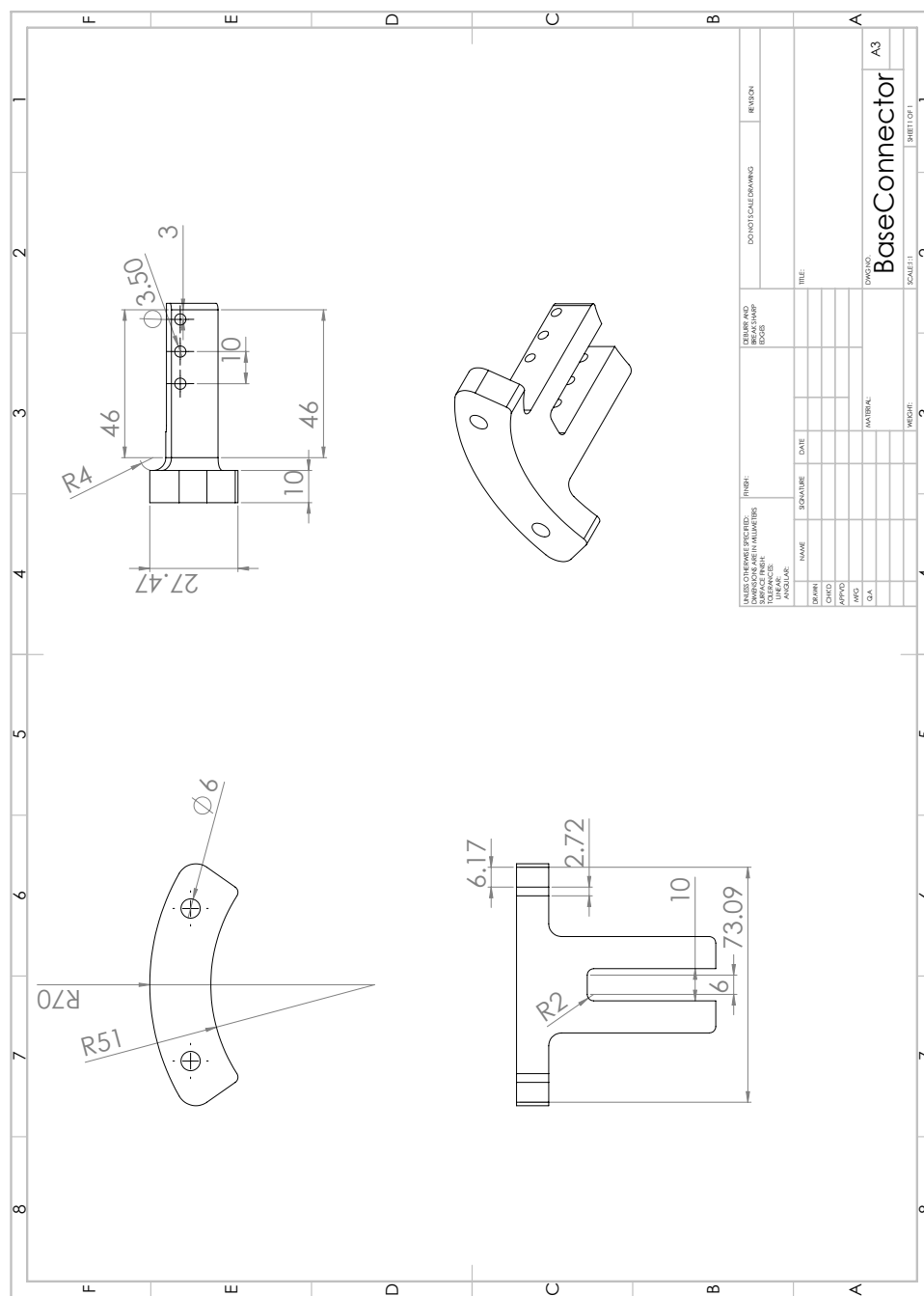
Τα αποτελέσματα διάφορων προσομοιώσεων σε λειτουργία πρόωσης, βασιζόμενοι στο μοντέλο κίνησης του οχήματος SQUIDBOT-mini, ανέδειξαν τη υψηλότερη ταχύτητα πρόωσης που μπορεί δυναμικά να επιτύχει το όχημα, εάν για τον υδροδυναμικό συντελεστή $X_{u|u|}$ εφαρμοστεί τιμή που θα βασίζεται σε καμπύλη επιφάνεια, αντί της κάθετη που σημειώνει σύμφωνα με τον υφιστάμενο σχεδιασμό. Η συγκεκριμένη παρατήρηση, αναδεικνύει την ανάγκη ανακατασκευής του οχήματος, ούτως ώστε να εμφανίζει μικρότερη υδροδυναμική αντίσταση, τουλάχιστον στη x - διεύθυνση κίνησης, η οποία είναι και η επικρατέστερη. Εκτός από την υψηλότερη ταχύτητα που ενδεχομένως θα σημειώνει το όχημα με μια τέτοια επανασχεδίαση, θα σημειώνει επίσης μεγαλύτερη αυτονομία, επεκτείνοντας το χρόνο αποστολής του.

Μία εναλλακτική πρόταση που μπορεί να αποτελέσει σημαντικό βήμα στον έλεγχο κίνησης του οχήματος, είναι η εφαρμογή διαφορετικών προτύπων κυμάτωσης των πτερυγίων του οχήματος τα οποία θα βασίζονται σε μη-συμμετρικά προφίλ κίνησης των ακτίνων. Απόρροια του τελευταίου είναι η πιθανή επενέργεια σε πρόσθετους βαθμούς ελευθερίας, όπως για παράδειγμα η μεμονωμένη κίνηση κατά τον z_n - άξονα. Το συγκεκριμένο συμπέρασμα προέκυψε από τα αποτελέσματα σειράς προσομοιώσεων, που είχαν ως σκοπό την κατανόηση παραγωγής δυνάμεων των πτερυγίων.

Τέλος, ένα σημαντικό βήμα, σαν άμεσο επακόλουθο της μοντελοποίησης που πραγματοποιήθηκε, είναι η υλοποίηση διάφορων αρχιτεκτονικών ελέγχου κλειστού βρόχου οι οποίοι θα επιτρέπουν τη προσομοίωση κίνησης του οχήματος σε προκαθορισμένες τροχιές με τη όσο το δυνατό ταχύτερη και ακριβέστερη απόκριση.

Παράρτημα

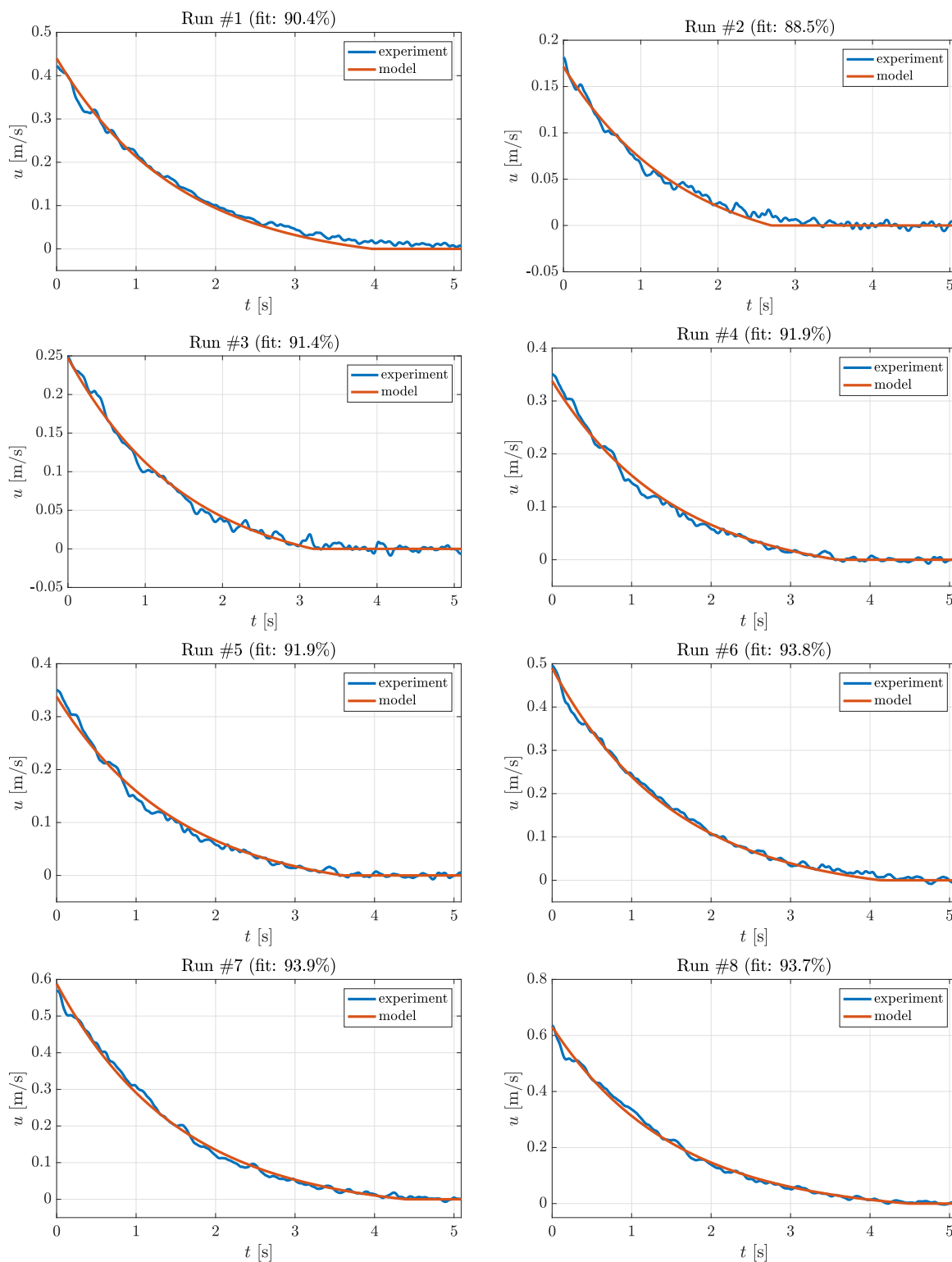
A Μηχανολογικό Σχέδιο Βάσεων Προσάρτησης Οχήματος



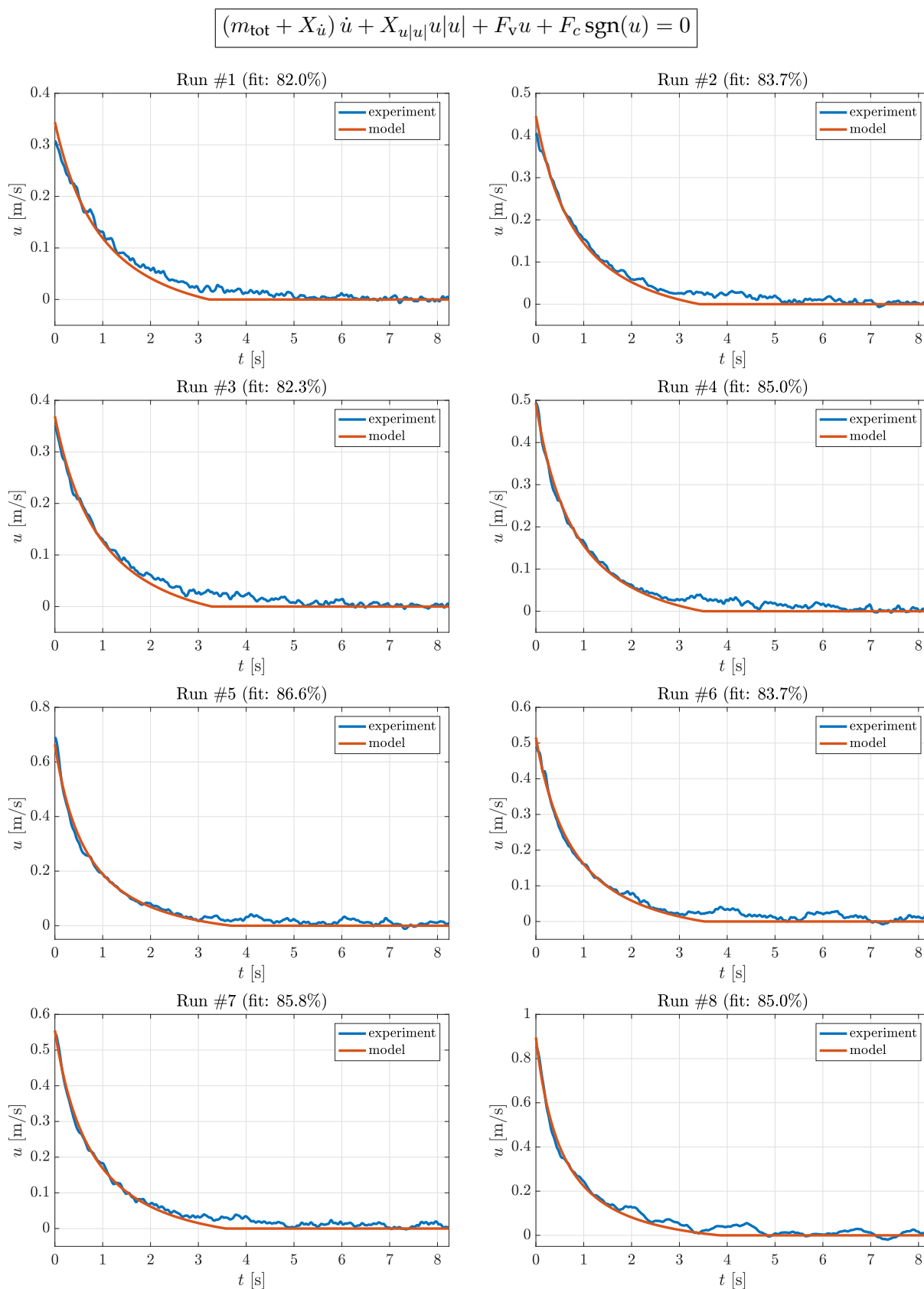
Σχήμα 1: Το μηχανολογικό σχέδιο των βάσεων προσάρτησης του οχήματος που χρησιμοποιήθηκαν κατά το στάδιο των πειραματικών διαδικασιών.

B Αποτελέσματα Πειραματικής Ταυτοποίησης Παραγώνων Υδροδυναμικής Απόσβεσης

$$(m + m_{\text{cart}})\dot{u} + F_v u + F_c \text{sgn}(u) = 0$$

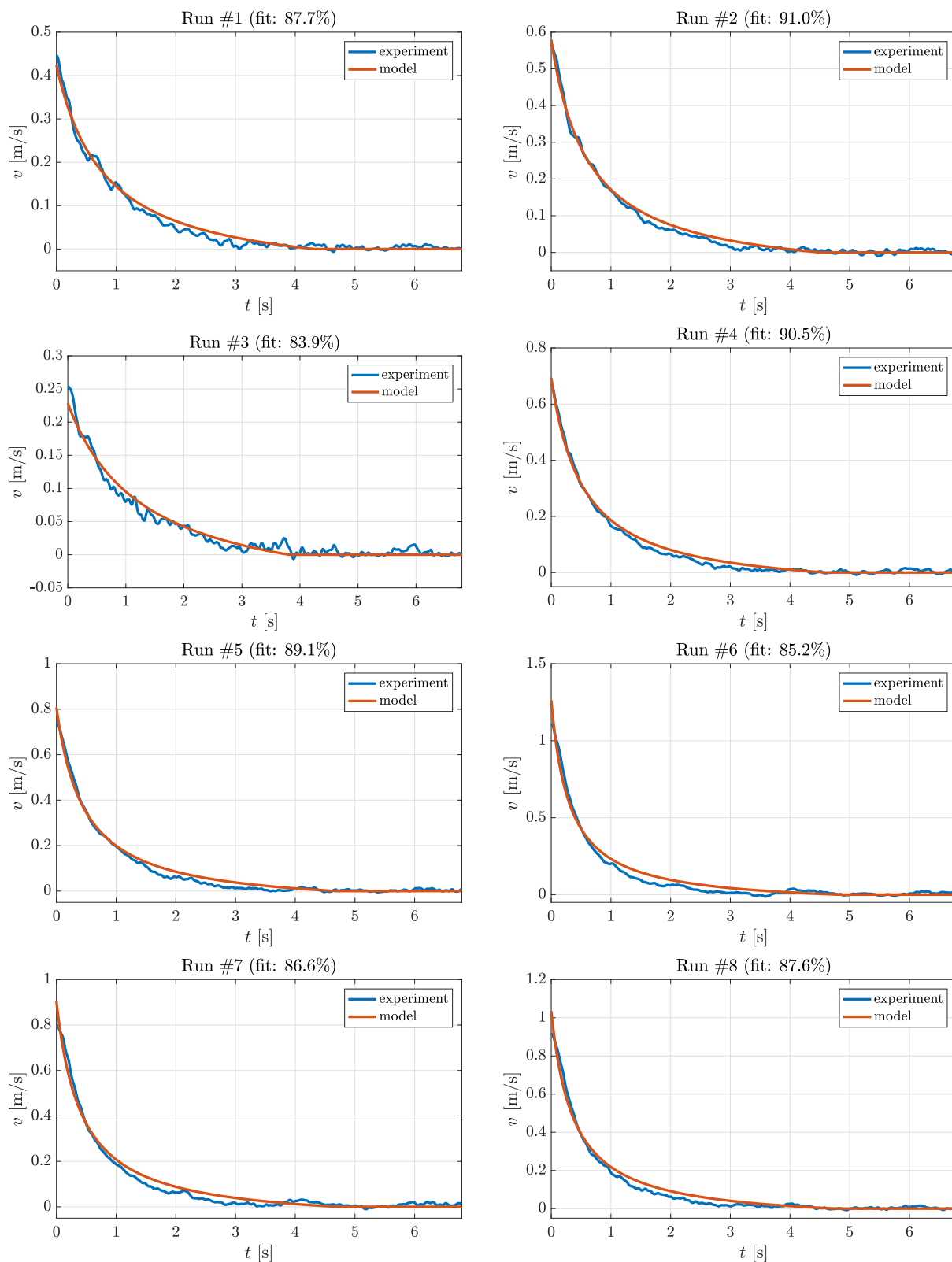


Σχήμα 2: Αποτελέσματα ταυτοποίησης των παραμέτρων της τριβής κλίσης του φορείου.



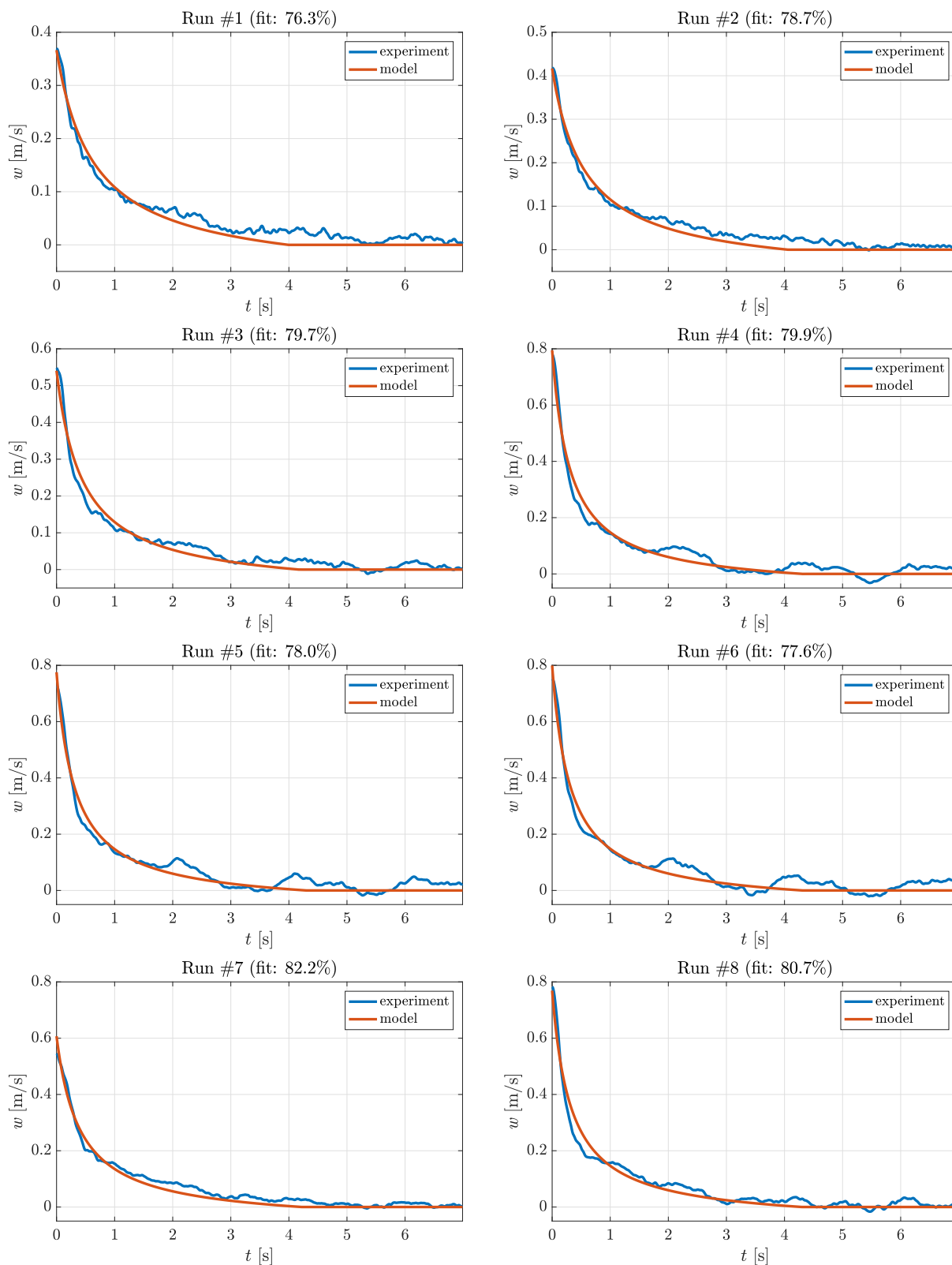
Σχήμα 3: Συγκεντρωτικά γραφήματα των αποτελεσμάτων ταυτοποίησης του υδροδυναμικού συντελεστή $X_{u|u}$ από πειραματικά δεδομένα.

$$(m_{\text{tot}} + Y_{\dot{v}}) \dot{v} + Y_{v|v}|v| + F_v v + F_c \text{sgn}(v) = 0$$



Σχήμα 4: Συγκεντρωτικά γραφήματα των αποτελεσμάτων ταυτοποίησης του υδροδυναμικού συντελεστή $Y_{v|v}$ από πειραματικά δεδομένα.

$$(m_{\text{tot}} + Z_{\dot{w}}) \dot{w} + Z_{w|w}|w| + F_v w + F_c \text{sgn}(w) = 0$$



Σχήμα 5: Συγκεντρωτικά γραφήματα των αποτελεσμάτων ταυτοποίησης του υδροδυναμικού συντελεστή $Z_{w|w}$ από πειραματικά δεδομένα.

Βιβλιογραφία

- [1] T. Fossen, *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. New York, NY: Wiley, 1994.
- [2] T. Fossen, *Marine Control Systems: Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles*. Trondheim, Norway: Marine Cybernetics, 2002.
- [3] T. Fossen, *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. Wiley, 2011.
- [4] A. Ross, T. I. Fossen, and T. A. Johansen, "Identification of underwater vehicle hydrodynamic coefficients using free decay tests," in *IFAC Conf. on Control Applications in Marine Systems*, 2004.
- [5] Y. Eng, M. Lau, E. Low, and G. Seet, "Identification of the hydrodynamics coefficients of an underwater vehicle using free decay pendulum motion," vol. 2169, 03 2008.
- [6] P. R. Bandyopadhyay, "Trends in biorobotic autonomous undersea vehicles," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 30, pp. 109–139, Jan 2005.
- [7] P. W. Webb, *The biology of fish swimming*, p. 45–62. Cambridge University Press, 1994.
- [8] M. Sfakiotakis, D. Lane, and J. Davies, "Review of fish swimming modes for aquatic locomotion," *IEEE J. Oceanic Eng.*, vol. 24, no. 2, pp. 237–252, 1999.
- [9] M. Sfakiotakis, R. Gliva, and M. Mountoufaris, "Steering-plane motion control for an underwater robot with a pair of undulatory fin propulsors," in *Proc. IEEE Medit. Conf. on Control and Automation (MED'16)*, (Athens, Greece), pp. 496–503, 2016.
- [10] M. Sfakiotakis, J. Fasoulas, and R. Gliva, "Dynamic modeling and experimental analysis of a two-ray undulatory fin robot," in *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robots Syst. (IROS'15)*, pp. 339–346, 2015.
- [11] M. Sfakiotakis, J. Fasoulas, M. M. Kavoussanos, and M. Arapis, "Experimental investigation and propulsion control for a bio-inspired robotic undulatory fin," *Robotica*, vol. 33, no. 5, pp. 1062–1084, 2015.
- [12] M. Sfakiotakis and J. Fasoulas, "Development and experimental validation of a model for the membrane restoring torques in undulatory fin mechanisms," in *Proc. IEEE Medit. Conf. on Control and Automation (MED'14)*, (Palermo, Italy), pp. 1540–1546, 2014.
- [13] R. Gliva, M. Mountoufaris, N. Spyridakis, and M. Sfakiotakis, "Development of a bio-inspired underwater robot prototype with undulatory fin propulsion," in *Proc. NHIBE'15*, pp. 81–86, 2015.

- [14] H. Xie and L. Shen, "Dynamic analysis on the bionic propulsor imitating undulating fin of aquatic animals," in *Proc. IEEE Int. Conf. Rob. Biomim.*, pp. 268–273, 2008.
- [15] A. Shirgaonkar, O. Curet, N. Patankar, and M. MacIver, "The hydrodynamics of ribbon-fin propulsion during impulsive motion," *J. Exp. Biol.*, vol. 211, no. 21, pp. 3490–3503, 2008.
- [16] Y. W. Q. T. M. Y. J. Wang, Shuo; Wang, "A bio-inspired robot with undulatory fins and its control methods," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2016.
- [17] M. Gertler and G. R. Hagen, "Standard equations of motion for submarine simulation," tech. rep., DAVID W TAYLOR NAVAL SHIP RESEARCH AND DEVELOPMENT CENTER BETHESDA MD, 1967.
- [18] Society of Naval Architects and Marine Engineers (U.S.). Technical and Research Committee. Hydrodynamics Subcommittee and American Towing Tank Conference, *Nomenclature for Treating the Motion of a Submerged Body Through a Fluid: Report of the American Towing Tank Conference*. Technical and research bulletin, Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1950.
- [19] O.-E. Fjellstad and T. I. Fossen, "Position and attitude tracking of auv's: a quaternion feedback approach," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 19, no. 4, pp. 512–518, 1994.
- [20] M. S. Triantafyllou and F. S. Hover, *Maneuvering and Control of Marine Vehicles*. MIT OpenCourseWare, 2003.
- [21] B. Helgason, "Low speed modeling and simulation of Gavia AUV," Master's thesis, Reykjavík University, Iceland, 2012.
- [22] C. Brennen, "A review of added mass and fluid inertial forces," Tech. Rep. CR-82.010, Department of the Navy, Port Hueneme, CA, USA, 1982.
- [23] C. Shuzhe, *Modular dynamic modeling and development of micro autonomous underwater vehicle: Lancelet*. PhD thesis, Dept. of Mechanical Engineering, National University of Singapore, 2001.
- [24] B. McCarter, "Experimental evaluation of viscous hydrodynamic force models for autonomous underwater vehicles," Master's thesis, Virginia Polytechnic Institute, 2014.
- [25] L. Lin, H. Xie, D. Zhang, and L. Shen, "Supervised neural q-learning based motion control for bionic underwater robots," *J. Bion. Eng.*, vol. 7, Supplement, no. 0, pp. S177–S184, 2010.
- [26] M. M. Rahman, H. Miki, S. Sugimori, Y. Sanada, and Y. Toda, "Development of a real time simulator based on the analysis of 6-degrees of freedom motion of a biomimetic robot with two undulating side fins," *Journal of Aero Aqua Bio-mechanisms*, vol. 3, no. 1, pp. 71–78, 2013.
- [27] M. M. Rahman, S. Sugimori, H. Miki, R. Yamamoto, Y. Sanada, and Y. Toda, "Braking performance of a biomimetic squid-like underwater robot," *J. Bion. Eng.*, vol. 10, no. 3, pp. 265–273, 2013.

- [28] J. D. Geder, J. Palmisano, R. Ramamurti, and M. Pruessner, "Maneuvering performance of a four-fin bio-inspired UUV," in *Proc. OCEANS'13*, pp. 1-7, 2013.
- [29] T. Prestero, "Verification of a six-degree of freedom simulation model for the REMUS autonomous underwater vehicle," Master's thesis, Joint Program in Applied Ocean Science and Engineering (Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Ocean Engineering; Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Mechanical Engineering; and the Woods Hole Oceanographic Institution), 2001.
- [30] S. C. Tang, *Modeling and simulation of the autonomous underwater vehicle, Autolytus*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1999.
- [31] C. Georgiades, *Simulation and Control of an Underwater Hexapod Robot*. PhD thesis, McGill University, 2005.
- [32] M. E. Rentschler, *Dynamic simulation modeling and control of the Odyssey III autonomous underwater vehicle*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [33] M. V. Jakuba, *Modeling and control of an autonomous underwater vehicle with combined foil/thruster actuators*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology and Woods Hole Oceanographic Institution, 2003.
- [34] J. N. Newman, "Added moment of inertia of two-dimensional cylinders," *Journal of Ship Research*, vol. 23, pp. 1-8, 1979.
- [35] S. Hoerner, *Fluid-dynamic drag: practical information on aerodynamic drag and hydrodynamic resistance*. Hoerner Fluid Dynamics, 1965.
- [36] M. Box, W. H. Swann, and D. Davies, "Non-linear optimization techniques," 1969.
- [37] J. Long Jr., J. Schumacher, N. Livingston, and M. Kemp, "Four flippers or two? Tetrapodal swimming with an aquatic robot," *Bioinsp. & Biomim.*, vol. 1, no. 1, pp. 20-29, 2006.
- [38] J. H. Long Jr, J. Schumacher, N. Livingston, and M. Kemp, "Four flippers or two? tetrapodal swimming with an aquatic robot," *Bioinspiration & Biomimetics*, vol. 1, no. 1, p. 20, 2006.
- [39] D. Simons, M. M. C. Bergers, S. Henrion, J. I. J. Hulzenga, R. W. Jutte, W. M. G. Pas, M. Van Schravendijk, T. G. A. Vercruyssen, and A. P. Wilken, "A highly versatile autonomous underwater vehicle with biomechanical propulsion," in *Proc. OCEANS'09*, pp. 1-6, 2009.
- [40] M. Epstein, J. E. Colgate, and M. A. MacIver, "A biologically inspired robotic ribbon fin," in *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robots Syst.*, (Edmonton, Canada), 2005.
- [41] H. Xie and D. Yin, "Dynamics and initial experiments of bionic undulating fish fin," in *Chinese Automation Congress (CAC), 2013*, pp. 643-650, Nov 2013.

-
- [42] S. Sefati, I. D. Neveln, M. A. MacIver, E. S. Fortune, and N. J. Cowan, "Counter-propagating waves enhance maneuverability and stability: a bio-inspired strategy for robotic ribbon-fin propulsion," in *Proc. IEEE/RAS-EMBS Int. Conf. Biomed. Robot. Biomechatron.*, pp. 1620–1625, 2012.
- [43] S. Sefati, I. D. Neveln, E. Roth, T. Mitchell, J. B. Snyder, M. A. MacIver, E. S. Fortune, and N. J. Cowan, "Mutually opposing forces during locomotion can eliminate the tradeoff between maneuverability and stability," *Proc. Natl. Acad. Sci. Usa*, 2013.
- [44] T. I. Fossen, *Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control*. John Wiley & Sons, Ltd, 2011.
- [45] L. Li, C. Wang, and G. Xie, "A general CPG network and its implementation on the microcontroller," *Neurocomputing*, vol. 167, pp. 299 – 305, 2015.